

Məsimov E.Ə., Mürsəlov T.M.

# ATOM FİZİKASI

*Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi  
tərəfindən ali məktəblər üçün dərslik kimi  
təsdiq edilmişdir*

Bakı 2002

Rəyçilər:

<b>Quliyev N.A.,</b>	AMEA-nın akademiki
<b>Muradov R.X.,</b>	Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, Professor
<b>Cəfərov İ.H.,</b>	Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, Professor

E.Ə. Məsimov, T.M. Mürsəlov

*Atom fizikası. Ali məktəblər üçün dərslik.*

Bakı, "ÇAŞIOĞLU " nəşriyyatı,

Dərslik respublikanın universitetlərinin fizika fakültələrinin tələbələri üçün "Atom fizikası" fənni üzrə təklif olunmuş proqrama uyğun yazılmışdır. Dərslikdə atom fizikasının yaranma tarixi xroniki ardıcılıqla şərh edilmiş, işıqın və mikrohissəciklərin dalğa və kvant təbiəti haqqında ətraflı məlumat verilmiş, hidrogenəbənzər atomların Bor-Zommerfeld və müasir kvant nəzəriyyəsi, çoxelektronlu atomların elektron quruluşunu tədqiq etmək və onların tam dalğa funksiyalarını və elektron enerjisini tapmaq üçün istifadə olunan əsas metodlar geniş şərh olunmuşdur.

## Ön söz

Hörmətli oxucu! Hər bir kitabın yazılması özlüyündə şübhəsiz ki, böyük zəhmət tələb edir. Lakin kitab özünün həqiqi qiymətini yalnız oxunduqda alır. Universitetlərin təbiət və texniki fakültələrində təhsil alan bakalavrlar, magistrantlar, aspirantlar və dissertantlar tərəfindən oxunacağı ümidi ilə yazılmış bu kitabdən həm də fizikanın müxtəlif sahələrində çalışan elmi işçilər atom fizikasının müəyyən məsələlərinin ətraflı şərhilə tanış olmaq üçün istifadə edə bilirlər.

İnsanlar dünyaya gəldikdən sonra onları əhatə edən təbiətin müəyyən hadisələri ilə rastlaşmış, bu hadisələrdəki qanunauyğunluqları öz şüurlarının inkişaf səviyyəsinə uyğun olaraq dərk etməyə və onlara qiymət verməyə çalışmışlar. Məsələn, çox qədim dövrlərdən insanlar görürdülər ki, bəzi cisimlər özlərindən işıq buraxırlar, yəni şüalanırlar. Ona görə də hələ Evklid dövründə və yəqin ki, ondan da qabaq işığın yayılmasının bir sıra qanunları insanlara məlum idi. Bu qanunların öyrənilərək qəbul edilməsinə baxmayaraq onların əsl mahiyyəti və bu qanunlardan bəzi kənara çıxmalar uzun müddət sirt olaraq qalırdı. Digər tərəfdən çox qədim dövrlərdən belə bir ideya əsas götürülmüşdür ki, təbiətdə mövcud olan bütün cisimlər bölünməz və atom adlandırılan çox kiçik hissəciklərdən təşkil olunmuşdur. Cisimləri təşkil edən hissəciklərlə, onların hərəkətlərinin xarakteri ilə cisimlərin işıq şüalandırması arasında müəyyən əlaqənin olduğu haqqında insanlar yəqin ki, daim fikirləşmişlər. Məhz bu səbəbdən də cisimlərin hərəkət qanunlarının və ümumiyyətlə, maddənin quruluşunun tədqiqi və işığın təbiətinin, onun yayılma qanunlarının, maddə ilə qarşılıqlı təsirinin tədqiqi alimlər tərəfindən demək olar ki, tarixən paralel olaraq həyata keçirilmişdir. Lakin fizika elminin inkişaf tarixi elə olmuşdur ki, makroskopik cisimlərin bütövlükdə hərəkətini öyrənən mexanika digər bölmələrə nisbətən daha əvvəl sistemli elm kimi yaranıb formalaşmışdır. Belə ki, makrocisimlərin hərəkətləri və onların bir-biri ilə qarşılıqlı təsirləri haqqında əvvəlki dövrlərdə edilmiş kəşfləri ümumiləşdirərək Nyuton indi "klassik mexanika" və ya haqlı olaraq "Nyuton mexanikası" adlandırılan fundamental elm sahəsini yaratmışdır.

Eyni zamanda həm də məlum idi ki, klassik mexanika təsəvvürləri işıqla əlaqədar olan bir çox təbiət hadisələrini izah etmək üçün heç də tam yararlı deyildir. Ona görə də klassik elektrodinamikaya əsaslanaraq işığın indi klassik hesab olunan nəzəriyyəsi yaradıldı. Lakin XIX əsrin axırı və XX əsrin əvvəllərində kəşf olunmuş bir çox hadisələr göstərdi ki, atomun bölünməzliyi haqqında olan təsəvvürlər doğru deyildir, atomun quruluşunu və xassələrini öyrənmək lazımdır. Beləliklə də atom fizikası yaranmağa başladı.

Müasir atom fizikası klassik mexanika və klassik elektrodinamikanın, başqa sözlə desək klassik fizikanın möhkəm əsaslarına söykənərək yaradılmışdır. Atom fizikasını tədris etmək üçün bu vaxta qədər təbii ki, çoxlu sayda dərsliklər və dərs vəsaitləri çap olunmuşdur. Onların bəziləri atom fizikasının inkişafı nəticəsində meydana çıxan bir sıra yenilikləri nəzərə almaqla dəfələrlə yenidən nəşr edilmişdir. Atom fizikasına aid olan kitabların müəllifləri öz miqyasına görə çox geniş olan bu elm sahəsi üzrə materialın seçilməsi, atom fizikasının inkişafının tarixi ardıcılığının onun şərhilə zamanı nəzərə alınması, riyazi hesablamaların təfsilatı ilə geniş və ya qısa şəkildə verilməsi, təcrübi qurğuların və təcrübələrin gedişinin nə dərəcədə təsvir edilməsi və s. kimi məsələlərdə müxtəlif cür mövqə tutmuşlar. Geniş oxucu auditoriyasını nəzərdə tutaraq yazılmış bu kitabı hazırlayarkən aşağıdakı mülahizələr əsas götürülmüşdür.

Atom fizikası klassik fizikanın içərisindən doğulduğu üçün onu şərh edərkən varislik prinsipi nəzərə alınmaqla klassik fizikanın bir sıra lazımi məsələləri haqqında ətraflı məlumat verilməlidir. Bu, həm də baxılan məsələ ilə əlaqədar mümkün qədər ətraflı məlumat almaq üçün oxucunu tez-tez başqa kitablara müraciət etmək lüzumundan xilas edir.

Atom fizikasının və kvant mexanikasının formalaşmasında zərrəcik–dalğa dualizm xassəsinin böyük rolunu nəzərə alaraq onu aşkara çıxaran və həm də təsdiq edən istilik şüalanması, fotoeffekt, Kompton effekti və s. kimi hadisələr geniş şərh edilməlidir. Bu hadisələr klassik fizika qanunlarının mikroaləmdə özünü doğrultmadığını və daha yeni müasir fizikanın yaradılmasının zəruri olduğunu göstərmişdir.

Nəzəri fizikaya aid bir sıra kitablardan fərqli olaraq bu kitabda müəyyən məsələlərin şərh zamanı uyğun təcürbi qurğuların və bu qurğularda aparılmış tərxi əhəmiyyət kəsb edən təcürbələrin gedişinin təsvirinə aid materiallara geniş yer verilmişdir.

Bəzi hallarda, mətnin ağırlaşmasına səbəb olsa da, düsturların çıxarılışı, müəyyən fiziki kəmiyyətlərin və enerjilərin qiymətləndirilməsi zamanı tələb olunan riyazi hesablamaların verilməsinin əyanilik naminə və metodik baxımdan vacib olduğu nəzərə alınmışdır.

Hidrogenəbənzər atomlar üçün Bor-Zommerfeld nəzəriyyəsi atom fizikasının inkişafı prosesində bir tarixi mərhələ olsa da onun şərhinə geniş yer verilmişdir.

Məlumdur ki, kvant mexanikası müasir fizikanın nəzəri əsasını təşkil edir və ona görə də atom fizikasını kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsaslanmadan şərh etmək qeyri-mümkündür. Məhz buna görə də kitabda kvant mexanikasının ilkin anlayışları, riyazi aparatı, bəzi model məsələləri və kvant mexanikasının əsas tənliyi olan Şredinger tənliyinin real atom sistemləri üçün həlli metodları da geniş şərh edilmişdir. Lakin heç vaxt belə düşünmək olmaz ki, bu kitab kvant mexanikası kimi möhtəşəm bir elm sahəsinə aid yazılmış hər hansı bir fundamental dərslərləri və ya dərslər vəsaitlərini əvəz edə bilər.

Fizikanın demək olar ki, bütün bölmələrində BS vahidlər sistemindən istifadə edilməsinə baxmayaraq atom fizikasında SQS sistemindən istifadə edilməsinin daha əlverişli olduğu nəzərə alınmışdır. E.Şpolskinin qeyd etdiyi kimi, elektrodinamikada BS sisteminin daxil edilməsinin təşəbbüskarı olan A.Zommerfeldin təbirincə desək, kvant mexanikası üçün BS sistemi nəinki lazım deyil, həm də son dərəcə əlverişsizdir.

On beş fəsildən və 135 paragrafdan ibarət olan bu kitabın hər şeydən qabaq mündəricatını nəzərdən keçirərək onun qısa məzmunu ilə tanış olmağı oxucuların öz öhdəsinə buraxaraq bu barədə məlumat vermirik.

Atom fizikasına aid bizə məlum olan dərsləklərdən və dərslər vəsaitlərindən təbii ki, istifadə edilməklə ana dilimizdə yazılmış bu böyük həcmli kitabın hazırlanıb ortaya çıxarılmasında böyük əmək sərf etmiş Bakı Dövlət Universiteti fizika fakültəsi "Maddə quruluşu" kafedrasının əməkdaşları dosent Nürəddin İbrahimova, kimya elmləri namizədi, baş elmi işçi Səlimxan Əliyevə, fizika-riyaziyyat elmləri namizədi Vüqar Hüseynova, fizika-riyaziyyat elmləri namizədi Alim Həsənova, Gülnarə Hüseynovaya, Bənövşə Nəsirovaya və Radifa İsmailovaya müəlliflər dərin minnətdarlıqlarını bildirməyi özlərinə mənəvi borc hesab edirlər.

$$\begin{aligned}\langle M \rangle &= \int u^* v d\tau = \\ &= \sum_p \int u_{n_1}^*(x_1) v_{m_{p_1}}(x_1) d\tau_1 \int u_{n_2}^*(x_2) v_{m_{p_2}}(x_2) d\tau_2 \dots \int u_{n_N}^*(x_N) v_{m_{p_N}}(x_N) d\tau_N.\end{aligned}\quad (134.11)$$

Birelektronlu funksiyaların ortonormallıq xassəsinə görə sonuncu ifadədə bütün  $i$ -lər üçün  $u_{n_i} = v_{m_{p_i}}$  olduqda  $\hat{M} \neq 0$  olar. Fərz edək ki,  $u$  və  $v$  determinantlarında bir-birinin eyni olan bütün birelektronlu funksiyalar eyni qayda üzrə yerləşmişdir. Onda yalnız eynilik yerdəyişməsi  $p=1$  üçün (134.11) inteqralı sıfırdan fərqli olur. Əgər  $u$  və  $v$  determinantlarında heç olmazsa bir dənə birelektronlu funksiyalar fərqlidirsə, onda  $\hat{M} = 0$  olur. Beləliklə,

$$\int U^* V d\tau = \begin{cases} 1, & u = v \quad \text{йяёни } n_\mu = m_\mu; \\ 0, & u \neq v \quad \text{йяёни } n_k \neq m_k. \end{cases} \quad \text{və s.} \quad (134.12)$$

2)  $\hat{M} = \sum_{\mu=1}^N \hat{f}(x_\mu)$ . Burada  $\hat{f}(x_\mu)$ — $\mu$ -cü elektrona təsir edən birelektronlu operatorudur. Bu halda (134.10) ifadəsi aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\begin{aligned}\langle M \rangle &= \int U^* \sum_{\mu} \hat{f}(x_\mu) V d\tau = \\ &= \sum_{\mu} \sum_p \int u_{n_1}^*(x_1) v_{m_{p_1}}(x_1) d\tau_1 \dots \int u_{n_\mu}^*(x_\mu) \hat{f}(x_\mu) v_{m_{p_\mu}}(x_\mu) d\tau_\mu \dots \\ &\dots \int u_{n_N}^*(x_N) v_{m_{p_N}}(x_N) d\tau_N.\end{aligned}\quad (134.13)$$

(134.13) ifadəsində müxtəlif variantlara baxaq:

a)  $U$  və  $V$  determinantlarında bütün birelektronlu funksiyalar eynidir:  $u_{n_\mu} = v_{m_\mu}$ , yəni  $U=V$ . Bu halda (134.13)-də yalnız  $p=I$  eynilik yerdəyişməsi üçün  $\langle M \rangle \neq 0$  olur:

$$\begin{aligned}\langle M \rangle &= \int U^* \sum_{\mu=1}^N \hat{f}(x_\mu) U d\tau = \sum_{\mu} \int u_{n_\mu}^*(x) \hat{f}(x) u_{n_\mu}(x) d\tau = \\ &= \sum_{\mu} \langle n_\mu | \hat{f} | n_\mu \rangle.\end{aligned}\quad (134.14)$$

Burada  $\mu$ -cü elektronun  $x_\mu$  koordinatı  $x$  ilə,  $d\tau_\mu$  elementi isə  $d\tau$  ilə əvəz edilmişdir.

b)  $U$  və  $V$  determinantlarında yalnız bir dənə birelektronlu funksiyalar fərqlidir ( $u_{n_k} \neq v_{m_k}$ ), qalanların hamısı eynidir. Yenə də yalnız  $p=I$  eynilik yerdəyişməsi məna kəsb edir.

$$\begin{aligned}\langle M \rangle &= \int u_{n_k}^*(x_k) \hat{f}(x) v_{m_k}(x_k) d\tau_k = \int u_{n_k}^*(x) \hat{f}(x) v_{m_k}(x) d\tau = \\ &= \langle n_k | \hat{f} | m_k \rangle.\end{aligned}\quad (134.15)$$

v)  $U$  və  $V$  determinantlarında iki və daha çox birelektronlu funksiyalar fərqli ( $u_{n_k} \neq v_{m_k}$ ), ( $u_{n_j} \neq v_{m_j}$ ) və s. olduqda

$$\langle M \rangle = \int U^* \sum_{\mu} \hat{f}(x_{\mu}) V d\tau = 0 \quad (134.16)$$

olur.

Beləliklə, (114.14)-(114.16) ifadələrini birləşdirərək

$$\int U^* \sum_{\mu=1}^N \hat{f}(x_{\mu}) V d\tau = \begin{cases} \sum_{\mu} \langle n_{\mu} | \hat{f} | n_{\mu} \rangle, U = V, & \text{якәни } n_{\mu} = m_{\mu}; \\ \langle n_k | \hat{f} | m_k \rangle, n_k \neq m_k & \text{в я } c.; \\ 0, n_k \neq m_k, n_j \neq m_j & \text{в я } c. \end{cases} \quad (134.17)$$

yaza bilərik.

$$3) \hat{M} = \sum_{\mu < \nu} \hat{f}(x_{\mu\nu}) = \frac{1}{2} \sum_{\mu \neq \nu} \hat{f}(x_{\mu\nu}) = \frac{1}{2} \sum_{\mu, \nu} \hat{f}(x_{\mu\nu}).$$

Burada  $\hat{f}(x_{\mu\nu})$  ikielektronlu

operator olub,  $\mu$  və  $\nu$ -cü elektronlara təsir edir. Bu halda (134.10) ifadəsi aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\begin{aligned} \langle M \rangle &= \int U^* \sum_{\mu < \nu} \hat{f}(x_{\mu\nu}) V d\tau = \sum_{\mu < \nu} \sum_p \int u_{n_1}^*(x_1) v_{m_{p_1}}(x_1) d\tau_1 \times \\ &\times \int u_{n_2}^*(x_2) v_{m_{p_2}}(x_2) d\tau_2 \dots \\ &\dots \int u_{n_{\mu}}^*(x_{\mu}) u_{n_{\nu}}^*(x_{\nu}) \hat{f}(x_{\mu\nu}) v_{m_{p_{\mu}}}(x_{\mu}) v_{m_{p_{\nu}}}(x_{\nu}) d\tau_{\mu} d\tau_{\nu} \dots \\ &\dots \int u_{n_N}^*(x_N) v_{m_{p_N}}(x_N) d\tau_N. \end{aligned} \quad (134.18)$$

(134.18) ifadəsində müxtəlif variantlara baxaq.

a)  $U$  və  $V$  determinantlarında bütün uyğun bielektronlu funksiyalar bir-birinə bərabərdir, yəni  $U=V$ . Onda yalnız  $p=I$ ,  $p_{\mu\nu}$  kimi iki dənə yerdəyişmə üçün  $\langle M \rangle \neq 0$  olur:

$$\begin{aligned} \langle M \rangle &= \sum_{\mu < \nu} (J_{\mu\nu} - K_{\mu\nu}) = \\ &= \sum_{\mu < \nu} \left[ \langle n_{\mu} n_{\nu} | \hat{f}(x_{12}) | n_{\mu} n_{\nu} \rangle - \langle n_{\mu} n_{\nu} | \hat{f}(x_{12}) | n_{\nu} n_{\mu} \rangle \right] \end{aligned} \quad (134.19)$$

Burada mənfi işarəsi  $p_{\mu\nu}$  yerdəyişməsinin tək olması nəticəsində yaranır və

$$\begin{aligned} J_{\mu\nu} &= \int u_{n_{\mu}}^*(x_1) u_{n_{\nu}}^*(x_2) \hat{f}(x_{12}) u_{n_{\mu}}(x_1) u_{n_{\nu}}(x_2) d\tau_1 d\tau_2 = \\ &= \langle n_{\mu} n_{\nu} | \hat{f}(x_{12}) | n_{\mu} n_{\nu} \rangle, \end{aligned} \quad (134.20)$$

$$\begin{aligned} K_{\mu\nu} &= \int u_{n_{\mu}}^*(x_1) u_{n_{\nu}}^*(x_2) \hat{f}(x_{12}) u_{n_{\nu}}(x_1) u_{n_{\mu}}(x_2) d\tau_1 d\tau_2 = \\ &= \langle n_{\mu} n_{\nu} | \hat{f}(x_{12}) | n_{\nu} n_{\mu} \rangle \end{aligned} \quad (134.21)$$

işarə edilmişdir.

b)  $U$  və  $V$  determinantlarında yalnız bir dənə bielektronlu funksiyalar fərqlidir ( $u_{n_k} \neq v_{m_k}$ ), qalanları isə eynidir. Onda

$$\langle M \rangle = \sum_{\mu=1(\mu \neq k)}^N \left[ \langle n_\mu n_k | \hat{f}(x_{12}) | n_\mu m_k \rangle - \langle n_\mu n_k | \hat{f}(x_{12}) | m_k n_\mu \rangle \right] \quad (134.22)$$

olur.

v)  $U$  və  $V$  determinantlarında iki dənə birelektronlu funksiyalar fərqlidir ( $u_{n_k} \neq v_{m_k}$ ), ( $u_{n_j} \neq v_{m_j}$ ). Onda

$$\langle M \rangle = \left[ \langle n_k n_j | \hat{f}(x_{12}) | m_k m_j \rangle - \langle n_k n_j | \hat{f}(x_{12}) | m_j m_k \rangle \right] \quad (134.23)$$

alınır.

q)  $U$  və  $V$  determinantlarında üç və daha çox birelektronlu funksiyalar fərqlidirsə,

$$\langle M \rangle = \int U^* \sum_{\mu < \nu} \hat{f}(x_{\mu\nu}) V d\tau = 0 \quad (134.24)$$

olur.

Beləliklə, (134.18)-(134.24) ifadələrinə əsasən  $\hat{M} = \sum_{\mu < \nu} \hat{f}(x_{\mu\nu})$  operatorunun

determinant dalğa funksiyaları vasitəsilə matris elementləri aşağıdakı düsturlar vasitəsilə hesablanabilir:

$$\int U^* \sum_{\mu < \nu} \hat{f}(x_{\mu\nu}) V d\tau = \begin{cases} \sum_{\mu < \nu} \left[ \langle n_\mu n_\nu | \hat{f}(x_{12}) | n_\mu n_\nu \rangle - \langle n_\mu n_\nu | \hat{f}(x_{12}) | n_\nu n_\mu \rangle \right], & u = v; \\ \sum_{\mu=1(\mu \neq k)}^N \left[ \langle n_\mu n_k | \hat{f}(x_{12}) | n_\mu m_k \rangle - \langle n_\mu n_k | \hat{f}(x_{12}) | m_k n_\mu \rangle \right], & n_k \neq m_k; \\ \left[ \langle n_k n_j | \hat{f}(x_{12}) | m_k m_j \rangle - \langle n_k n_j | \hat{f}(x_{12}) | m_j m_k \rangle \right], & n_k \neq m_k, n_j \neq m_j; \\ 0, & n_k \neq m_k, n_j \neq m_j, n_l \neq m_l \end{cases} \quad \text{və s. (134.25)}$$

Qeyd edək ki, (134.12), (134.17) və (134.25) ifadələri determinant dalğa funksiyaları vasitəsilə skalyar simmetrik operatorların matris elementlərinin hesablanması haqqında teoremin riyazi məzmununu təşkil edir.

İndi biz həmin teoremdən istifadə edərək determinant dalğa funksiyası vasitəsilə atomun tam elektron enerjisi hesablaya bilərik. Məlumdur ki, çoxelektronlu atom üçün (105.2) Şredinger tənliyi sıfıncı yaxınlaşmada (105.12) tənliyinə gətirilir ki, onun da həlli olan  $\psi_0$  dalğa funksiyası (107.40) determinantı kimidir. Ona görə də həyəcanlaşma nəzəriyyəsinə əsasən birinci yaxınlaşmada atomun tam elektron enerjisi sıfıncı yaxınlaşmada tapılmış  $\psi_0 = U$  dalğa funksiyası vasitəsilə, yəni (134.2) ifadəsi ilə hesablanmalıdır. (134.2)-yə daxil olan  $\hat{H}$  Hamilton operatoru spin-orbital qarşılıqlı təsiri və relyativistik effektlər nəzərə alınmadıqda (105.1) kimi təyin olunur. Bu operatoru

$$\hat{H} = \hat{F}_1 + \hat{F}_2 \quad (134.26)$$

kimi yazmaq. Burada aşağıdakı işarələmələr qəbul edilmişdir:

$$\hat{F}_1 = \sum_{\mu=1}^N \hat{f}(x_\mu), \quad (134.27)$$

$$\hat{F}_2 = \sum_{\mu < \nu}^N \hat{f}(x_{\mu\nu}) = \frac{1}{2} \sum_{\mu < \nu} \hat{f}(x_{\mu\nu}), \quad (134.28)$$

$$\hat{f}(x_{\mu}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\mu}^2 - \frac{ze^2}{r_{\mu}}, \quad (134.29)$$

$$\hat{f}(x_{\mu\nu}) = \frac{e^2}{r_{\mu\nu}} \quad (134.30)$$

(134.26)-(134.30) ifadələrini və  $U=V$  halı üçün (134.17) və (134.25) düsturlarını (134.2)-də yazaraq atomun tam elektron enerjisi üçün

$$E = \sum_{\mu=1}^N f_{\mu} + \frac{1}{2} \sum_{\mu \neq \nu}^N (J_{\mu\nu} - K_{\mu\nu}) \quad (134.31)$$

ifadəsini alırıq. Burada

$$\begin{aligned} f_{\mu} &= \int u_{n_{\mu}}^*(x_1) \hat{f}(x_1) u_{n_{\mu}}(x_1) d\tau_1 = \\ &= \int u_{n_{\mu}}^*(x_1) \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - \frac{ze^2}{r_1} \right] u_{n_{\mu}}(x_1) d\tau_1, \end{aligned} \quad (134.32)$$

$$J_{\mu\nu} = \int u_{n_{\mu}}^*(x_1) u_{n_{\nu}}^*(x_2) \frac{e^2}{r_{12}} u_{n_{\mu}}(x_1) u_{n_{\nu}}(x_2) d\tau_1 d\tau_2, \quad (134.33)$$

$$K_{\mu\nu} = \int u_{n_{\mu}}^*(x_1) u_{n_{\nu}}^*(x_2) \frac{e^2}{r_{12}} u_{n_{\nu}}(x_1) u_{n_{\mu}}(x_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (134.34)$$

işarə edilmişdir. (134.1) ifadəsinə uyğun olaraq  $\mu$  və  $\nu$  üzrə cəmlər elektronların halları üzrə aparılır:  $\mu \equiv im_s$ ;  $\nu \equiv jm_s'$ ;  $x_1 \equiv \hat{r}_1, \sigma_1$ ;  $x_2 \equiv \hat{r}_2, \sigma_2$ . Burada  $i$ -elektronun orbital hərəkətini təsvir edən kvant ədədləri çoxluğunu ( $nlm_i$ ),  $\vec{r}_k$ -elektronun fəza koordinatlarını ( $x_k y_k z_k$ ) göstərir,  $\sigma = +1/2, -1/2$ -spin koordinatı,  $m_s$  isə spin kvant ədədidir. (134.32)-(134.34) ifadələrində  $d\tau_k$  həcm elementi  $k$ -cı elektronun fəza koordinatları üzrə inteqrallama və spin koordinatları üzrə cəmləmə aparıldığını göstərir və simvolik olaraq bu, belə yazılır:

$d\tau_k = \sum_{\sigma_k = -1/2}^{1/2} dx_k dy_k dz_k$ . Bu işarələri, (134.1) ifadəsini və  $u_{m_s}(\sigma)$  spin funksiyaları üçün

(104.89) ortonormallıq şərtini nəzərə almaqla (134.32)-(134.34) düsturlarında spin koordinatları üzrə cəmləmə aparsaq

$$f_{\mu} = f_i, J_{\mu\nu} = J_{ij}, K_{\mu\nu} = \delta_{m_i m_s} K_{ij} \quad (134.35)$$

olar. Burada

$$f_i = \int u_i^*(\vec{r}_1) \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - \frac{ze^2}{r_1} \right] u_i(\vec{r}_1) dV = \langle i | \hat{f} | i \rangle, \quad (134.36)$$



$$J_{ij} = \iint u_i^*(\vec{r}_1) u_j^*(\vec{r}_2) \frac{e^2}{r_{12}} u_i(\vec{r}_1) u_j(\vec{r}_2) dV_1 dV_2 =$$

$$= \left\langle ij \left| \frac{e^2}{r_{12}} \right| ij \right\rangle, \quad (134.37)$$

$$K_{ij} = \int u_i^*(\vec{r}_1) u_j^*(\vec{r}_2) \frac{e^2}{r_{12}} u_j(\vec{r}_1) u_i(\vec{r}_2) dV_1 dV_2 =$$

$$= \left\langle ij \left| \frac{e^2}{r_{12}} \right| ji \right\rangle, \quad (134.38)$$

ışarə edilmişdir.

Beləliklə, çoxelektronlu atomun tam elektron enerjisi üçün (134.31) ifadəsi aşağıdakı şəkllə düşür:

$$E = \sum_{\mu} f_{\mu} + \frac{1}{2} \sum_{\mu \neq \nu} (J_{\mu\nu} - \delta_{m_{\mu}, m_{\nu}} K_{\mu\nu}). \quad (134.39)$$

Bu ifadə həm açıq, həm də qapalı təbəqəli atomlar üçün doğrudur və bir qədər sonra görəcəyimiz kimi, qapalı təbəqəli atomlar üçün o, bir az da sadələşir. İndi isə yeri gəlmişkən qeyd edək ki, Hundun təcrübi faktlar əsasında tapdığı qayda (E108) (134.39) ifadəsindən dərhal aydın olur. Belə ki, açıq təbəqəli atomlarda elektronların spinlərinin imkan daxilində paralel yönəldiyi halda  $\delta_{m_{\mu}, m_{\nu}} = 1$  olur və atomun tam elektron enerjisi də kiçik qiymət alır, yəni belə hal enerji baxımından daha əlverişli olur.

Qapalı təbəqəli atomlar üçün (107.40) determinant dalğa funksiyası aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$u = \frac{1}{\sqrt{(2n)!}} \det[u_1(\vec{r})u_{1/2}(\sigma)u_1(\vec{r})u_{-1/2}(\sigma)\dots u_n(\vec{r})u_{1/2}(\sigma)u_n(\vec{r})u_{-1/2}(\sigma)]. \quad (134.40)$$

Burada  $u_{n_{\mu}}$  atom spin-orbitallarının sayı  $N=2n$ ,  $u_i$  atom orbitallarının sayı isə  $n=N/2$  olur. (134.40)-ı nəzərə almaqla (134.34)-də  $m_s$  və  $m_s'$  kvant ədədləri üzrə cəmləmə apararaq, qapalı təbəqəli atomların tam elektron enerjisi üçün

$$E = 2 \sum_{i=1}^n f_i + \sum_{i,j=1}^n (2J_{ij} - K_{ij}) \quad (134.41)$$

ifadəsini alarıq. Burada  $f_i$ ,  $J_{ij}$  və  $K_{ij}$  kəmiyyətləri (134.36)-(134.38) kimi təyin olunur. Həm də yada salmaq ki, birelektronlu  $u_i$  funksiyaları, yəni atom orbitalları

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 + u(\vec{r}_1) \right] u_i = \varepsilon_i u_i \quad (134.42)$$

tənliyinin həllidir /bax: (105.16)/.

(134.37) və (134.38) kimi təyin olunan  $J_{ij}$  və  $K_{ij}$  kəmiyyətləri, uyğun olaraq, Kulon və mübadilə inteqralları adlanır (E130). Bu inteqralları

$$\rho_i(\vec{r}) = -e u_i(\vec{r}) u_i^*(\vec{r}) \quad (134.43)$$

Kulon və

$$\rho_{ij}(\vec{r}) = -eu_i(\vec{r})u_j^*(\vec{r}) \quad (134.44)$$

mübadilə yük sıxlıqları vasitəsilə, (130.23) və (130.24)-ə uyğun olaraq, aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$J_{ij} = \iint \rho_i^*(\vec{r}_1) \frac{1}{r_{12}} \rho_j(\vec{r}_2) dV_1 dV_2, \quad (134.45)$$

$$K_{ij} = \iint \rho_{ij}^*(\vec{r}_1) \frac{1}{r_{12}} \rho_{ij}(\vec{r}_2) dV_1 dV_2 \quad (134.46)$$

Mübadilə inteqralı  $K_{ij}$  Kulon inteqralı  $J_{ij}$  kimi aydın klassik mənaya malik deyildir (Ə130) və onun klassik analoqu yoxdur. (134.44) və (134.46) ifadələrində eyni bir elektronun koordinatları həm  $u_i$ , həm də  $u_j$  funksiyasının arqumentləri olur, yəni elektron eyni zamanda həm  $u_i$ , həm də  $u_j$  halında yerləşir. Başqa sözlə, elektronlar öz hallarını bir-biri ilə mübadilə edirlər. Mübadilə inteqralına uyğun olan enerji, yəni mübadilə enerjisi belə bir mühüm faktı nəzərə alır ki, elektron öz-özü ilə qarşılıqlı təsirdə olmur. Məhz buna görə də (134.41) ifadəsindəki ikiqat cəmdə  $i \neq j$  şərti yoxdur. Doğrudan da, (134.37) və (134.38) ifadələrindən görüldüyü kimi,  $i=j$  olduqda  $J_{ii}=K_{ii}$  olur və heç bir dağılma baş vermir.

### Ə135. Xartri-Fok metodu

Atomların elektron quruluşunun nəzəri hesablanması üçün istifadə edilən həyəcanlaşma nəzəriyyəsi (Ə130), variasiya metodu (Ə131), Tomas-Fermi metodu (Ə132), Xartri metodu (Ə133) və s. ilə yanaşı hal-hazırda Xartri-Fok metodundan daha geniş istifadə edilir. Qeyd etdiyimiz kimi (Ə133), Xartri-Fok metodu Xartri metodunun təkmilləşdirilmiş variantıdır.

Atomun halını təsvir edən determinant dalğa funksiyasında bielektronlu  $u_{n_\mu}(x) = u_i(\vec{r})u_{m_s}(\sigma)$  funksiyaları, yəni  $u_i$  atom orbitalları naməlum funksiyalardır. Onları tapmaq üçün variasiya prinsipindən (enerjinin minimumluğu şərtindən) istifadə edilir. Bu məqsədlə aşağıdakı kimi təyin olunan  $\hat{J}_i$  Kulon və  $\hat{K}_i$  mübadilə operatorları daxil edirlər:

$$\hat{J}_i(\vec{r}_1)\varphi(\vec{r}_1) = \left( \int \frac{u_i^*(\vec{r}_2)u_i(\vec{r}_2)}{r_{12}} dV_2 \right) \varphi(\vec{r}_1), \quad (135.1)$$

$$\hat{K}_i(\vec{r}_1)\varphi(\vec{r}_1) = \left( \int \frac{u_i^*(\vec{r}_2)\varphi(\vec{r}_2)}{r_{12}} dV_2 \right) u_i(\vec{r}_1). \quad (135.2)$$

Göründüyü kimi, bu operatorlar xətti və özünəqoşma operatorlardır.

(135.1) və (135.2) ifadələrindən istifadə etməklə (134.7) və (134.8) Kulon və mübadilə inteqrallarını bielektronlu inteqrallar kimi yazmaq olar:

$$J_{ij} = \int u_i^*(\bar{r}_1) \hat{J}_j(\bar{r}_1) u_i(\bar{r}_1) dV_1 = \int u_j^*(\bar{r}_2) \hat{J}_i(\bar{r}_2) u_j(\bar{r}_2) dV_2 = J_{ji} \quad (135.3)$$

$$K_{ij} = \int u_i^*(\bar{r}_1) \hat{K}_j(\bar{r}_1) u_i(\bar{r}_1) dV_1 = \int u_j^*(\bar{r}_2) \hat{K}_i(\bar{r}_2) u_j(\bar{r}_2) dV_2 = K_{ji} \quad (135.4)$$

Variasiyalama vasitəsilə biz elə  $u_i$  atom orbitalları tapmalıyıq ki, onlar vasitəsilə hesablanmış (134.36) tam elektron enerjisi minimum olsun. Bunun üçün (135.3) və (135.4) ifadələrindən istifadə etməklə atomun tam elektron enerjisi üçün (134.36) düsturunu

$$E = 2 \sum_i \int u_i^*(1) \hat{f} u_i(1) dV_1 + \sum_{i,j} \int u_i^*(1) (2\hat{J}_j - \hat{K}_j) u_i(1) dV_1 \quad (135.5)$$

kimi yazaraq  $u_i$  atom orbitalları üçün

$$\int u_i^* u_j dV_1 = \delta_{ij} \quad (135.6)$$

ortonormallıq şərtini də nəzərə almaqla  $E$  enerjisini bütün  $u_i$  orbitalları üzrə variyasiyalamaq lazımdır:

$$\begin{aligned} \delta E &= 2 \sum_i \delta f_i + \sum_{i,j} (2\delta J_{ij} - \delta K_{ij}) = \\ &= 2 \sum_i \int \delta u_i^* \hat{f} u_i dV_1 + 2 \sum_i \int u_i^* \hat{f} \delta u_i dV_1 + \\ &+ \sum_{i,j} \left\{ \int \delta u_i^*(1) [2\hat{J}_j(1) - \hat{K}_j(1)] u_i(1) dV_1 + \right. \\ &+ \left. \int u_i^*(1) [2\hat{J}_j(1) - \hat{K}_j(1)] \delta u_i(1) dV_1 \right\} + \\ &+ \sum_{i,j} \left\{ \int \delta u_j^* \delta u_j^*(2) [2\hat{J}_i(2) - \hat{K}_i(2)] u_j(2) dV_2 + \right. \\ &+ \left. \int u_j^*(2) [2\hat{J}_i(2) - \hat{K}_i(2)] \delta u_j(2) dV_2 \right\} \end{aligned}$$

Burada axırıncı böyük mötərizədə olan hədlərdə  $i$  və  $j$  indekslərinin yerini dəyişsək ( $i \leftrightarrow j$ ), ikinci elektronun koordinatlarının əvəzinə birinci elektronun koordinatlarını yazsaq ( $\bar{r}_2 \rightarrow \bar{r}_1$ ) və  $\hat{f}$ ,  $\hat{J}_i$  və  $\hat{K}_i$  operatorlarının ermit (E73) olması xassəsindən istifadə etsək

$$\begin{aligned} \delta E &= 2 \sum_i \int \delta u_i^* \left\{ \hat{f} + \sum_j (2\hat{J}_j - \hat{K}_j) \right\} u_i dV_1 + \\ &+ 2 \sum_i \int \delta u_i \left\{ \hat{f}^* + \sum_j (2\hat{J}_j^* - \hat{K}_j^*) \right\} u_i^* dV_1 \end{aligned} \quad (135.7)$$

olar. (135.6) ortonormallıq şərti ödəndiyindən (135.7)-yə daxil olan  $\delta u_i$  və  $\delta u_i^*$  variyasiyalarının heç də hamısı bir-birindən xətti asılı deyildir. (135.6)-ya əsasən  $\delta u_i$  və  $\delta u_i^*$  variyasiyaları aşağıdakı əlavə şərtə də tabedirlər:

$$\int (\delta u_i^*) u_j dV_1 + \int (\delta u_j) u_i^* dV_1 = 0 \quad (135.8)$$

Qeyd edək ki, (135.8)-də  $\delta u_i$  və  $\delta u_i^*$  asılı olmayan variyasiyalar hesab olunurlar. Bir-birindən asılı olan variyasiyaları yox etmək üçün (135.8)-i Lanqranjin qeyri-müəyyən

$\lambda_{ji}=2\varepsilon_{ji}$  vuruğuna vuraraq (135.7)-dən çıxdıqdan sonra alınan ifadəni sıfıra bərabər etmək lazımdır. Bunun üçün əvvəlcə aşağıdakı çevirməni aparaq:

$$\begin{aligned} 2\sum_{ij}\varepsilon_{ji}\int(\delta u_i^*)u_j dV_1 + 2\sum_{ij}\varepsilon_{ji}\int(\delta u_j)u_i^* dV_1 = \\ = 2\sum_{ij}\varepsilon_{ji}\int(\delta u_i^*)u_j dV_1 + 2\sum_{ij}\varepsilon_{ij}\int(\delta u_i)u_j^* dV_1 = 0. \end{aligned} \quad (135.9)$$

Burada ikinci həddə  $i$  və  $j$  indekslərinin yeri dəyişdirilmişdir ( $i \leftrightarrow j$ ). (135.7)-dən (135.9)-u çıxsaq

$$\begin{aligned} \delta E' = 2\sum_i \int (\delta u_i^*) \left\{ \hat{f} + \sum_j (2\hat{J}_j - \hat{K}_j) \right\} u_i - \sum_j \varepsilon_{ji} u_j \Big\} dV_1 + \\ + 2\sum_i \int (\delta u_i) \left\{ \hat{f}^* + \sum_j (2\hat{J}_j^* - \hat{K}_j^*) \right\} u_i^* - \sum_j \varepsilon_{ij} u_j^* \Big\} dV_1 = 0 \end{aligned} \quad (135.10)$$

alınır. Burada  $\delta u_i$  və  $\delta u_i^*$  asılı olmayan variasiyalar olduğundan (135.10) bərabərliyinin ödənməsi üçün onların əmsalları sıfıra bərabər olmalıdır, yəni

$$\left[ \hat{f} + \sum_j (2\hat{J}_j - \hat{K}_j) \right] u_i = \sum_j \varepsilon_{ji} u_j, \quad (135.11)$$

$$\left[ \hat{f}^* + \sum_j (2\hat{J}_j^* - \hat{K}_j^*) \right] u_i^* = \sum_j \varepsilon_{ij} u_j^* \quad (135.12)$$

tənlikləri ödənməlidir.

(135.12) tənliyinin kompleks qoşmasını (135.11) tənliyindən çıxsaq

$$\sum_j (\varepsilon_{ji} - \varepsilon_{ij}^*) u_j = 0 \quad (135.13)$$

alarlıq.  $u_j$  atom orbitalları bir-birindən xətti asılı olmadığından (əks təqdirdə determinant dalğa funksiyası sıfıra bərabər olardı), (135.13) bərabərliyinin ödənməsi üçün

$$\varepsilon_{ji} - \varepsilon_{ij}^* = 0, \quad \varepsilon_{ji} = \varepsilon_{ij}^* \quad (135.14)$$

şərti ödənməlidir. Bu isə o deməkdir ki,  $\varepsilon$  matrisi özünəqoşma (ermit) matrisdir. Məhz buna görə də (135.11) və (135.12) tənlikləri bir-birinə ekvivalentdir və onlardan yalnız birini götürmək lazımdır.

Beləliklə, birelektronlu  $u_i$  funksiyalarını, yəni naməlum  $u_i$  atom orbitallarını təyin etmək üçün

$$\hat{F}u_i = \sum_j \varepsilon_{ji} u_j \quad (135.15)$$

tənliklər sistemi alınır. Burada

$$\hat{F} = \hat{f} + \hat{G},$$

$$\hat{f} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - \frac{ze^2}{r_1}, \quad (135.16)$$

$$\hat{G} = \sum_j (2\hat{J}_j - \hat{K}_j)$$

işarə edilmişdir və  $\hat{F}$  –Xartri-Fok operatoru,  $\hat{f}$  –birelektronlu operator,  $\hat{G}$  isə elektron qarşılıqlı təsir operatoru adlanır.

(135.15) tənliyini matris şəklində aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\hat{F}\Phi = \Phi \varepsilon. \quad (135.17)$$

Burada  $\Phi$  və  $\varepsilon$  matrisləri aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\Phi = (u_1 u_2 \dots u_n), \quad (135.18)$$

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \dots & \varepsilon_{1n} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \dots & \varepsilon_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varepsilon_{n1} & \varepsilon_{n2} & \dots & \varepsilon_{nn} \end{pmatrix}. \quad (135.19)$$

$\Phi$  sətir matrisini  $A$  unitar matrisi vasitəsilə çevirməyə uğradaq. Bu məqsədlə (135.17) tənliyini sağ tərəfdən  $A$  matrisinə vuraq və unitar matris üçün  $A^+A=I$  və ya  $A^+=A^{-1}$  olduğunu ( $I$ –vahid matrisdir) nəzərə almaqla aşağıdakı kimi işarələmələr daxil edək:

$$\Phi A = \Phi', \quad \Phi \varepsilon A = \Phi A A^+ \varepsilon A = \varepsilon' \quad (135.20)$$

Onda (135.17) aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\hat{F}\Phi' = \Phi' \varepsilon'. \quad (135.21)$$

Burada

$$\Phi' = \Phi A, \quad u_i' = \sum_j A_{ji} u_j, \quad \varepsilon' = A^+ \varepsilon A \quad (135.22)$$

kimi təyin olunur.

$\hat{F}$  operatoru  $u_i$  funksiyalarına təsir edir. Ona görə də (135.21)-də (135.22) kimi təyin olunan yeni  $u_i'$  funksiyalarına təsir edən yeni  $\hat{F}'$  operatorunu qurmaq lazımdır. Bu məqsədlə (135.22)-ni və  $A$  matrisinin unitar olması şərtini nəzərə almaqla aşağıdakı çevirməyə baxaq:

$$\begin{aligned} \sum_i u_i^*(\vec{r}_1) u_i'(\vec{r}_2) &= \sum_i \sum_j A_{ji}^* u_j^*(\vec{r}_1) \sum_k A_{ki} u_k(\vec{r}_2) = \\ &= \sum_{jk} u_j^*(\vec{r}_1) u_k(\vec{r}_2) \sum_i A_{ki} A_{ij}^+ = \sum_{jk} u_j^*(\vec{r}_1) u_k(\vec{r}_2) \delta_{kj} = \\ &= \sum_j u_j^*(\vec{r}_1) u_j(\vec{r}_2). \end{aligned} \quad (135.23)$$

(135.23)-ü (135.16)-ya daxil olan  $\hat{J}_i$  və  $\hat{K}_i$  operatorlarının (135.1) və (135.2) ifadələrində nəzərə alsaq

$$\sum_i \hat{J}'_i = \sum_i \hat{J}_i, \quad \sum_i \hat{K}'_i = \sum_i \hat{K}_i$$

və deməli,  $\hat{G}' = G$ ,  $\hat{F}' = \hat{F}$  yazıla bilər. Başqa sözlə, ixtiyari  $A$  unitar çevirməsi

nəticəsində  $\hat{F}$  operatoru dəyişmir.

Beləliklə, biz (135.17) tənliyini unitar çevirməyə uğradaraq yeni

$$\hat{F}'\Phi' = \Phi' \varepsilon' \quad (135.24)$$

tənliyini alırıq. (135.15), (135.17) və (135.24) tənliklərinin müqayisəsindən görünür ki,  $u_i$  və  $u'_i = \sum_j A_{ji} u_j$  atom orbitalları eyni bir tənliyi ödəyirlər. Qeyd edək ki, birelektronlu  $u_i$

və  $u'_i$  funksiyalarından düzəldilmiş  $U$  və  $U'$  determinant dalğa funksiyaları atomun eyni bir halını təsvir edirlər. Bu isə determinant dalğa funksiyasının aşağıdakı mühüm xassələri ilə əlaqədardır:

1) Determinant dalğa funksiyasında bütün  $u_{n_\mu} = u_i u_{m_s}(\sigma)$  atom spin-orbitalları bir-birindən xətti asılı olmamalıdır, çünki əks təqdirdə determinant sıfıra bərabər olardı;

2) Fərz edək ki,  $u_{n_\mu}$  atom spin-orbitalları  $A$  unitar matrisi vasitəsilə xətti çevirməyə /bax: (135.22)/ məruz qalmışlar. Onda asanlıqla göstərmək olar ki,  $u_{n_\mu}$  və  $u'_{n_\mu}$  atom spin-orbitallarından düzəldilmiş  $U$  və  $U'$  determinant dalğa funksiyaları bir-birindən yalnız müəyyən sabit vuruqla fərqlənirlər, yəni

$$U' = U \cdot \det(A) \quad (135.25)$$

Bu isə o deməkdir ki,  $U$  və  $U'$  funksiyaları atomun eyni bir halını təsvir edir.

Məlumdur ki, hər bir  $\varepsilon$  ermit matrisi üçün elə bir  $A$  unitar matrisi vardır ki, bu  $A$  matrisi vasitəsilə aparılan oxşar çevirmə nəticəsində alınan  $\varepsilon' = A + \varepsilon A$  matrisi diaqonal matris olur və özü də  $\varepsilon'$  matrisinin diaqonal elementləri həqiqi ədədlərdir. Bu diaqonal matrisin diaqonal elementlərini  $\varepsilon_i$  ilə işarə edərək  $u_i$  naməlum funksiyalarını təyin etmək üçün (135.24) tənliyinə əsasən

$$\hat{F}u_i = \varepsilon_i u_i \quad (135.26)$$

tənliklər sistemini alırıq.

Göründüyü kimi, (135.26) tənliyi (135.15) tənliyindən unitar çevirmə vasitəsilə alınır. Unitar çevirmə aparmağın mümkünlüyü isə Xartri-Fok tənliklərinin təbiətindən irəli gəlir. Belə ki, determinant dalğa funksiyası enerjinin qiymətini dəyişdirə bilmədiyindən, bir-birindən unitar çevirmə vasitəsilə alınmış hansı atom orbitalları yığımından düzəldilmiş hansı determinant dalğa funksiyasına üstünlük vermək lazım olduğunu biz variasiya prinsipi vasitəsilə müəyyən edə bilmirik. Ona görə də belə bir əlavə şərt daxil edilir ki, həmin unitar çevirmə həm də  $\varepsilon_{ji}$  matrisini diaqonallaşdırmalıdır.

(135.16), (135.1) və (135.2) ifadələrini nəzərə alsaq,  $u_i$  naməlum atom orbitallarını tapmaq üçün (135.26) tənliklər sistemini açıq şəkildə aşağıdakı kimi yazıb bilərik:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - \frac{ze^2}{r_1} \right) u_i(\vec{r}_1) + e^2 \sum_{j=1}^n \left( 2 \int \frac{u_j^*(\vec{r}_2) u_j(\vec{r}_2)}{r_{12}} dV_2 \right) u_i(\vec{r}_1) - e^2 \sum_{j=1}^n \left( \int \frac{u_j^*(\vec{r}_2) u_i(\vec{r}_2)}{r_{12}} dV_2 \right) u_j(\vec{r}_1) = \varepsilon_i u_i(\vec{r}_1), \quad (i = \overline{1, n}). \quad (135.27)$$

(135.26) və (135.27) ifadələri Xartri-Fok tənlikləri adlanır. (135.27)-dən görünür ki, Xartri-Fok tənlikləri qeyri-xətti inteqro-diferensial tənliklərdir. Bu tənliklərdə axtarılan

funksiyaların əmsalları həmin funksiyalardan asılı olduğu üçün onlar qeyri-xətti tənliklər adlanır. Göründüyü kimi, (135.27) Xartri-Fok tənliklərində (133.11) Xartri tənliklərindən fərqli olaraq mübadilə qarşılıqlı təsirini nəzərə alan hədd vardır. (135.26) və ya (135.27) tənlikləri bütün  $u_i$  atom orbitallarının elektronlar tərəfindən tutulduğu fərz edilərək yazılmış determinant dalğa funksiyasından istifadə olunmaqla alınmışdır. Lakin  $\hat{F}$  ermit operatorunun məxsusi funksiyalarının və məxsusi qiymətlərinin tapılması haqqında, daha ümumi məsələni, yəni

$$\hat{F}u = \varepsilon u \quad (135.28)$$

tənliyini həll etmək olar (yada salaq ki, ermit operatorların məxsusi qiymətləri və məxsusi funksiyalarının xassələri E73-də ətraflı şərh olunmuşdur).

(135.28) ifadəsi atomda nüvənin və digər elektronların yaratdığı sahədə hərəkət edən bir dənə elektronun, mübadilə düzəlişi də nəzərə alınmaqla, dalğa funksiyasını tapmaq üçün Şredinger tənliyidir. Belə Şredinger tənliyinin sonsuz sayıda həlləri vardır və bu  $u_i$  həllərindən hər biri müəyyən bir  $\varepsilon_i$  məxsusi qiymətinə uyğun gəlir. Bir qədər sonra göstərəcəyik ki, bu  $\varepsilon_i$  kəmiyyəti  $u_i$  atom orbitalı ilə təsvir olunan halda elektronun enerjisidir. Tapılmış  $u_i$  atom orbitallarından ən aşağı enerjilərə uyğun olan  $n$  dənəsi elektronlar tərəfindən tutulmuş olur. (135.27)-də  $j$  üzrə cəmə məhz bu funksiyalar daxildir. Enerjinin daha yüksək qiymətlərinə uyğun olan digər atom orbitallarında elektronlar yoxdur və onlar həyəcanlanmış hallara aiddirlər. Elektronlar tərəfindən tutulmuş  $n$  sayıda ən aşağı enerji səviyyələri çoxluğu atomun əsas halının, daha yüksək enerji səviyyələri isə həyəcanlanmış hallarının enerji səviyyələri adlanır.

İndi isə  $\varepsilon_i$  kəmiyyətinin fiziki mənasını müəyyən edək. Bu məqsədlə (135.26) tənliyini sağ tərəfdən  $u_i^*(\vec{r}_i)$ -ə vuraq və bütün fəza üzrə inteqrallayaq. Onda

$$\varepsilon_i = \int u_i^* \hat{F} u_i dV_1 = f_i + \sum_j (2J_{ij} - K_{ij}) \quad (135.29)$$

alınır. Buradan görünür ki,  $\varepsilon_i$  kəmiyyəti  $u_i$  atom orbitalında yerləşən elektronun kinetik enerjisi ilə nüvənin və digər elektronların yaratdığı sahədə, mübadilə qarşılıqlı təsiri də nəzərə alınmaqla, potensial enerjisinin cəminə bərabərdir. Başqa sözlə,  $\varepsilon_i$  kəmiyyəti atomda  $u_i$  halında yerləşən elektronu atomdan qoparmaq üçün lazım olan enerjiyə bərabərdir. Bu müddəə Kupmans teoremi adlanır və həmin teorem atomun ionlaşma potensialını nəzəri surətdə təyin etməyə imkan verir. Belə ki, Kupmans teoreminə görə atomda elektron yerləşən ən yuxarı səviyyənin enerjisi ədədi qiymətcə bu atomun ionlaşma potensialına bərabərdir.

Qeyd edək ki, atom spin-orbitallarına uyğun  $\varepsilon_\mu$  enerjilərinin cəmi atomun tam elektron enerjisi ilə üst-üstə düşür:

$$\begin{aligned} \sum_{\mu=1}^N \varepsilon_\mu &= 2 \sum_{i=1}^n \varepsilon_i = 2 \sum_i \left[ f_i + \sum_j (2J_{ij} - K_{ij}) \right] = \\ &= E + \sum_{ij} (2J_{ij} - K_{ij}) \end{aligned} \quad (135.30)$$

Bu, onunla əlaqədardır ki, Xartri-Fok metodunda bir elektrona təsir edən sahə heç də Kulon sahəsi deyildir. Ona görə də atomda elektronun enerjisi iki dənə  $n$  və  $l$  kvant ədədlərindən asılı olur. Elektron konfigurasiyasında enerji səviyyələrinin yerləşməsi

ardıcılığı Xartri-Fok tənliklərini həll etməklə tapılmalıdır.

(135.26) və ya (135.27) Xartri-Fok tənlikləri qeyri-xətti olduğundan ( $\hat{F}$  operatoru tapılması tələb olunan funksiyalar vasitəsilə qurulur), onları sınaq və xəta (ardıcıl yaxınlaşma) metodu (E133) ilə həll edirlər. Əvvəlcə  $u_i$  funksiyalar sistemi seçilir (atom orbitalları üçün sıfırncı yaxınlaşma), bu funksiyalar vasitəsilə  $\hat{G}$  və deməli,  $\hat{F}$  operatoru qurulur və  $n$  sayda məxsusi qiymətlər və məxsusi funksiyalar üçün (135.27) tənliyi həll edilir. Bu həll nəticəsində birinci yaxınlaşmada atom orbitalları tapılır və bu atom orbitallarından istifadə edərək yeni  $\hat{F}$  operatoru qurulur və s. Bu proses öz-özünə qərarlaşma alınana qədər davam etdirilir. Başqa sözlə, müəyyən mərhələdə alınan nəticələr bundan əvvəlki mərhələdə alınmış nəticələrlə tələb olunan dəqiqliklə uyğun gəldikdə hesablama prosesi dayandırılır və deyirlər ki, iterasiya yığılmışdır, yəni öz-özünə qərarlaşma alınmışdır. Ona görə də Xartri-Fok tənliklərinin belə həlli üsulu Xartri-Fokun öz-özünə qərarlaşmış sahə metodu adlanır.

Xartri-Fokun qeyri-xətti inteqro-diferensial tənliklərini yalnız ədədi hesablama metodlarından istifadə etməklə kompyuterlər vasitəsilə həll edirlər. Təbiidir ki, elektronların sayı çox olan ağır atomlar üçün bu hesablamalar xeyli çətinləşir. Lakin hesablama texnikası inkişaf etdikcə bu çətinliklər qismən də olsa aradan qalxmışdır.

Xartri-Fok metodu vasitəsilə atom orbitallarının yalnız ədədi qiymətləri tapılır və bu qiymətlər cədvəllər şəklində verilir. Hal-hazırda Mendeleyev cədvəlinə daxil olan bütün atomlar və onların bəzi ionları üçün, habelə hipotetik atomlar və ionlar üçün (135.27) Xartri-Fok tənliklərinin kompyuterlər vasitəsilə ədədi inteqrallama metoduna əsasən həllinin nəticələri cədvəllər şəklində tərtib olunmuşdur və onlardan atomların elektron quruluşunun, spektrlərinin və s. xassələrinin tədqiqində geniş istifadə olunur.



## ƏDƏBİYYAT

1. Semat Q. Vvedenie v atomnuõ fiziku. M., İL., 1948.
2. Qolğdin L. L., Novikova Q. İ. Vvedenie v atomnuõ fiziku. M., Nauka, 1969.
3. Born M. Atomnaə fizika. M., Mir, 1970.
4. Şpolğskiy G. V. Atomnaə fizika t.I, II. M., Nauka, 1984.
5. Matveev A. N. Atomnaə fizika. M., VŞ, 1989.
6. Sivuxin D. V. Obhiy kurs fiziki. Atomnaə i ədernaə fizika. M., Nauka, 1986.
7. Savelğev İ. V. Kurs obhey fiziki. T.3, M., Nauka, 1979.
8. Matveev A. N. Kvantovə mexanika i stroenie atoma. M., VŞ, 1965.
9. Fok V. A. Naçala kvantovoy mexaniki. M., Nauka, 1976.
10. Landau L. D., Lifşiyü E.M. Kvantovə mexanika. M., FM, 1963.
11. Sokolov A. A., Ternov İ. M., Jukovskiy V. Ç. Kvantovə mexanika. M., Nauka, 1979.
12. Vixman G. Kvantovə fizika, BKF, t.IV, M., Nauka, 1977.
13. Savelğev İ. V. Osnovı teoretıçeskoy fiziki, t.2, M., Nauka, 1977.
14. Muxtarov A. İ. Kvant mexanikası. Bakı, 1999.
15. Gyriñq Q. Uolter Dj., Kimball Dj. Kvantovə ximiə. M., İL, 1948.
16. Sivuxin D. V. Obhiy kurs fiziki. Optika. M., Nauka, 1980.
17. Landsberq Q. S. Optika. M., Nauka, 1976.
18. Elğəşeviç M. A. Atomnaə i molekulərnə spektroskopıə. M., FM., 1962.
19. Friş S. G. Optıçeskie spektri atomov. M.-L., FM, 1963.
20. Sobelğman İ. İ. Vvvedenie v teoriõ atomnıx spektrov. M., FM. 1963.
21. Leviç V. Q., Vdovin Ö. A., Məmlin V. A. Kurs teoretıçeskoy fiziki, t.2., M., Nauka, 1971.
22. Davıdov A. S. Kvantovə mexanika. M., Mir, 1973.
23. Xartri D. Rasçetı atomnıx struktur. M., İL, 1960.
24. Bratüev V. F. Tabliü atomnıx volnovıx funküiy. M.-L., Nauka, 1966.
25. Məsımov E. Ə., Hüseyınov İ. İ., Mürsəlov T. M. Maddənin quruluşu. Bakı, 1977.
26. Dey K., Selbin D. Teoretıçeskaə neorqanıçeskaə ximiə. M., Ximiə, 1969.
27. Hacıyev S. A., Məmmədov M. Ş. Atom fizikası. Bakı, 1999.

# I F Ə S İ L. İŞIĞIN DALĞA VƏ KVANT TƏBİƏTİ

## Ə1. İşığın təbiətinə aid baxışların qısa inkişaf tarixi

Müasir fizikanın ilk inkişaf dövründə işığın təbiətinin öyrənilməsi mühüm əhəmiyyət kəsb edən ən maraqlı problemlərdən biri olmuşdur.

Güman edilir ki, bəşər tarixində ilk fizika qanunları məhz işıqla əlaqədar olaraq kəşf edilmişdir. Belə ki, eramızdan xeyli əvvəl yaşamış antik dövr filosoflarının əsərlərində işığın düz xətt üzrə yayılması haqqında fikirlər vardır.

Evklid həndəsəsində düz xətt anlayışının da məhz bununla əlaqədar olduğu fərz edilir.

Uzun müddətli müşahidələr nəticəsində işıqla əlaqədar olaraq aşağıdakı 4 qanun müəyyən olunmuşdur ki, indi onlar həndəsi optikanın əsas qanunları adlanır:

1. İşığın bircinsli mühitdə düz xətt üzrə yayılması qanunu;
2. Işıq dəstələrinin bir-birindən asılı olmayaraq yayılması qanunu (superpozisiya prinsipi);
3. İşığın qayıtması qanunu;
4. İşığın sınıması qanunu.

Bu qanunlar çox qədim dövrlərdə, yəni hələ işığın təbiəti müəyyən olunmamışdan xeyli əvvəl kəşf edilsə də, sonrakı dövrlərdə onlar haqqında nöqtəyi-nəzərlər dəyişmişdir. Müəyyən edilmişdir ki, bu qanunlar ilk baxışda göründüyünə nisbətən daha dərin mənaya malikdir və onların tətbiqi müəyyən məhdudiyətlərlə bağlıdır, yəni onlar təqribi qanunlardır. Optikanın yuxarıda göstərilən qanunlarının tətbiq oluna bilməsi şərtlərinin və sərhədlərinin zaman keçdikcə öyrənilməsi və müəyyən edilməsi işığın təbiətinə aid baxışların inkişaf etməsində mütərəqqi rol oynamışdır.

Qədim dövr alimlərinin işığın təbiəti haqqında təsəvvürləri indi çox sadəlvəh görünür. Bəzi alimlər belə hesab edirdilər ki, gözdən xüsusi nazik tellər çıxır və onlar cisimlərə toxunaraq görmə təsiri yaradır. Digər qrup alimlərə görə görmə gözdən çıxan "qaynar buxarlarla", başqa mütəfəkkirlərin fikrincə isə cisimlərdən çıxaraq gözümüze çatan "zərrəciklər" əlaqədardır. Aydındır ki, indi belə təsəvvürləri ətraflı təhlil etməyə ehtiyac yoxdur.

İşığın düz xətt üzrə yayılması və qayıtması qanunları eramızdan əvvəl yaşamış Platon məktəbinin nümayəndələrinə və Evklidə məlum idi.

İşığın sınıma qanunu isə uzun inkişaf yolu keçmiş və yalnız XVII əsrin sonunda Snellius tərəfindən dəqiq ifadə olunmuşdur. XVII əsrin əvvəllərində (1630) isə Dekart sınıma qanununun riyazi ifadəsini vermişdir. Lakin Snellius öz əsərini çap etdirmədiyindən onun işığın sınımasına aid əldə etdiyi qanunauyğunluğun Dekarta məlum olub-olmaması haqqında müəyyən fikir yoxdur.

Mexaniki hərəkətin fundamental qanunlarını kəşf edərək, indi klassik mexanika adlanan mexanikanın yaradıcısı olan Nyuton XVII əsrdə işığın təbiəti haqqında ardıcıl nəzəriyyə təklif etmişdir. Əlbəttə, mexanikada əldə etdiyi nəhəng müvəffəqiyyətlər Nyutona əsas verirdi ki, optik hadisələrə də mexanika qanunlarını tətbiq etmək olar. O, çoxlu sayda müşahidələrə və təcrübi faktlara əsaslanaraq işığın təbiəti ilə əlaqədar olaraq,

bir-birinə zidd olan iki təsəvvürü təhlil etmişdir. Bu təsəvvürlərdən birinə görə işıq dalğadır. Məlum idi ki, səs və su dalğaları qarşılıqlı çıxan maneələri aşmağa bilər. Digər tərəfdən məlum idi ki, qeyri-şəffaf maneənin arxasında yerləşən cisimlər görünür. Deməli, işıq dalğası maneəni aşmağa bilmir. Ona görə də Nyuton işığın dalğa təbiətli olması fikrindən imtina edərək korpuskulyar nəzəriyyəni irəli sürmüşdür.

İşığın məhz düz xətt üzrə yayılması qanununa istinad edərək Nyuton fərz etmişdir ki, işıq bircins mühitdə düzxətli bərabərsürətli hərəkət edən (ətəlat qanunu) korpuskullardan (zərrəciklərdən) ibarətdir. Korpuskulyar nəzəriyyəyə əsasən işığın qayıtma və sınıma qanunlarını izah etmək olar. Bu nəzəriyyəyə görə işığın qayıtması kürənin müstəvi səthə elastik zərbəsi zamanı qayıtmasına oxşar olaraq baş verir, yəni düşmə bucağı qayıtma bucağına bərabər olur. İşığın sınımasını isə Nyuton iki şəffaf mühit sərhəddinə düşən korpuskulun seyrək mühitdən sıx mühitə daxil olduqda mühit hissəcikləri tərəfindən cəzb olunması nəticəsində düşmə nöqtəsində səthin normalına doğru yaxınlaşması ilə izah etmişdir (özünü də bu zaman mühitdə işıq korpuskullarının mühiti təşkil edən hissəciklər tərəfindən cəzb olunması normal boyunca baş verir). Nyuton nəzəriyyəsinə əsasən işığın sınıma qanunu üçün

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_2}{v_1} \quad (1.1)$$

ifadəsi alınır. Burada  $\alpha$  – işığın düşmə bucağı,  $\beta$  – sınıma bucağı  $n_1$  və  $n_2$  – uyğun olaraq, birinci və ikinci mühitin mütləq sındırma əmsalları,  $v_1$  və  $v_2$  – uyğun olaraq, işığın birinci və ikinci mühitlərdə yayılma sürətləridir.

(1.1) düsturundan görünür ki, işığın mühitdə yayılma sürəti, korpuskulyar nəzəriyyəyə görə, mühitin mütləq sındırma əmsalı ilə düz mütənasib olmalıdır. Lakin indi bizə məlumdur ki, bu heç də belə deyil. Nyutonun dövründə müxtəlif mühitlərdə işıq sürəti ölçülmədiyindən bu nəticə bilavasitə yoxlana bilməzdi. Lakin sonralar belə ölçmələr aparıldı və müəyyən edildi ki, mütləq sındırma əmsalı böyük olan mühitlərdə işığın yayılma sürəti kiçik olur. Belə ki, 1850-ci ildə Fuko işığın suda sürətini ölçərək müəyyən etmişdir ki, bu sürət işığın havada yayılma sürətindən 1,33 dəfə kiçikdir (xatırladaq ki, suyun mütləq sındırma əmsalı 1,33-dür). Beləliklə, işığın mühitdə yayılma sürəti və mühitin sındırma əmsalı haqqında Nyutonun korpuskulyar nəzəriyyəsi yanlış nəticəyə gətirir. Lakin işığın maddədə yayılma mexanizminin dərinə təhlili göstərir ki, bu məsələ o qədər də sadə deyil.

Nyutonun kəşf etdiyi işığın dispersiyası hadisəsi də korpuskulyar nəzəriyyə vasitəsilə izah oluna bilər. Nyutona görə işığın rəngi bu işığı daşıyan korpuskulların ölçüləri ilə müəyyən olunur. Belə ki, qırmızı rəngli işığa ölçüləri ən böyük, bənövşəyi rəngli işığa isə ölçüləri ən kiçik olan korpuskullar uyğun gəlir.

Nyutonun dövründə astronom Ryomer işığın planetlərarası fəzada yayılma sürətini təyin edərək ~300000 km/s qiymətini tapmışdı. Bundan sonra Nyutonun bəzi müasirləri korpuskulyar nəzəriyyəyə öz etirazlarını bildirərək göstərdilər ki, belə böyük sürətlə hərəkət edən zərrəciklərin mövcud olması inandırıcı deyil. Lakin indi bizə məlumdur ki, bu iradlar yersizdir. Çünki  $\beta$ -şüalar, kosmik zərrəciklər və s. kimi elə korpuskullar vardır ki, onların hərəkət sürəti işıq sürətinə çox yaxındır.

Eyler qeyd edirdi ki, Nyutonun korpuskulyar nəzəriyyəsi həm cəsarətli, həm də təəccüb doğurandır. Belə ki, Günəş bütün istiqamətlərdə və kəsilməz olaraq belə böyük sürətli korpuskullar buraxırsa, o, gərək tezliklə tükənməli və ya heç olmasa hiss olunacaq

dəyişikliyə məruz qalmalıdır. Kütlə ilə enerji arasında qarşılıqlı əlaqə haqqında müasir təsəvvürlərə əsasən doğrudan da şüalanma prosesində Günəşin kütləsi daim azalır. Işığın təbiətinə aid Nyuton baxışlarının bəzi cəhətləri, müasir nəzəriyyələrdə tamamilə yeni şəkildə və başqa təcrübi faktlar əsasında rast gəlinir.

Nyuton korpuskulyar nəzəriyyəni təklif edəndən bir qədər sonra onun müasiri olan Huygens işığın təbiəti haqqında dalğa nəzəriyyəsini təklif etdi. O, çoxlu sayda akustik və optik hadisələrin oxşarlığından istifadə edərək belə fərziyyə irəli sürdü ki, işıq xüsusi mühitdə, yəni efirdə yayılan elastik impulslardır. Huygensə görə cisimlərin özləri və onlar arasındakı fəza da efirdə doludur. O, işığın böyük sürətlə yayılmasını efinin xüsusi xassələrə malik olması (elastikliyi və sıxlığı) ilə izah edirdi.

Huygensin dalğa nəzəriyyəsinin əsasını Huygens prinsipi təşkil edir və bu prinsipi o, işıq impulslarının yayılma istiqamətini tapmaq üçün təklif etmişdir. Bu prinsipə görə işıq dalğasının çatdığı hər bir nöqtə ikinci dalğa mənbəyinə çevrilir və ixtiyari anda həmin ikinci dalğaları qurşayan səth, yayılan dalğanın həmin an üçün dalğa cəbhəsidir. Huygens prinsipi hər hansı an üçün məlum dalğa cəbhəsinə görə sonrakı ixtiyari anlar üçün dalğa cəbhəsini qurmağa imkan verir. Dalğa cəbhəsini bilməklə işığın yayılma istiqamətini, yəni dalğa cəbhəsinə perpendikulyar olan istiqaməti müəyyən etmək olar.

Qeyd edək ki, Huygens prinsipi nəinki işığın qayıtma və sınıma qanunlarını, həm də 1670-ci ildə Bartolini tərəfindən İslandiya şpatında müşahidə olunan qoşaşüasınma hadisəsini, yəni bu kristaldan keçərkən şüanın ikiləşməsini izah etməyə imkan verir.

Huygens prinsipindən istifadə edərək işığın sınıma qanunu üçün (1.1) ifadəsindən fərqli olan aşağıdakı ifadə alınır:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \quad (1.2)$$

Göründüyü kimi, Huygens prinsipinə əsaslanaraq alınmış (1.2) ifadəsi işığın mühitdə yayılma sürətinin həmin mühitin mütləq sındırma əmsalından asılılığını düzgün ifadə edir.

Beləliklə, XVIII əsrin əvvəllərində işığın təbiətinə aid iki nəzəriyyə mövcud olmuşdur. Bu nəzəriyyələrin yaranmasını təsirin verilməsinin iki üsuluna uyğun olması kimi də başa düşmək olar. Belə ki, baxılan halda işıq mənbəyindən işıq hər tərəfə yayılır və ətrafdakı cisimlərin üzərinə düşərək onlara təsir edir (məsələn, onlar qızır) və ya işıq gözə düşdükdə görmə hissi yaradır və biz görürük. Deməli, işıq yayılarkən təsirin bir cisimdən (mənbədən) digər cismə (qəbulediciyə) ötürülməsi baş verir. Ümumiyyətlə, bir cismin digər cismə təsiri iki müxtəlif üsulla ola bilər: 1) mənbədən qəbulediciyə maddənin daşınması yolu ilə; 2) cisimlər arasındakı mühitin halının dəyişməsi vasitəsilə (maddə daşınmadan).

Məsələn, asılmış zəngi çəkilə vuraraq onu səsləndirmək olar. Bu, maddə daşınması ilə təsirin verilməsi üsuluna uyğundur. Lakin zəngin dilinə ip bağlayıb, həmin ip boyunca dalğa göndərərək, dili yelləndirməklə də zəngi səsləndirmək olar. Bu halda maddə daşınmır, ip boyunca dalğa yayılır, yəni ipin halında (formasında) dəyişiklik baş verir. Beləliklə, təsir bir cisimdən digər cismə dalğa vasitəsilə də verilə bilər.

Işığın korpuskulyar və dalğa nəzəriyyəsi bütün XVIII əsr boyu paralel mövcud olmuş və bu əsr bir-birinə zidd olan bu iki nəzəriyyə arasında mübarizə əsri adlandırıla bilər. Lakin bu müddət ərzində həmin nəzəriyyələrin heç biri qəti qələbə qazana bilməmişdir. Mexanika üzrə mühüm kəşflər etmiş Nyutonun böyük şöhrət və nüfuza malik olması

korpuskulyar nəzəriyyənin bəyənilməsində və ona üstünlük verilməsində öz rolunu oynamışdır.

Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, o dövrdə təcrübədən məlum olan işığın yayılması qanunları hər iki nəzəriyyə ilə müəyyən dərəcədə müvəffəqiyyətlə izah olunurdu. Lakin bir sıra hallarda bu və ya digər nəzəriyyənin müəyyən nöqsanlara malik olması faktları meydana çıxırdı. Məsələn, işıq dəstələri fəzada kəsişərkən nə üçün bir-birinə təsir etmir sualına cavab vermək korpuskulyar nəzəriyyə üçün çətin olurdu. Çünki işıq zərrəcikləri bir-biri ilə toqquşmalı və səpilməlidir.

Dalğa nəzəriyyəsi isə bunu asanlıqla izah edirdi. Məsələn, suyun səthində dalğalar qarşılıqlı təsirdə olmayaraq bir-birinin içərisindən sərbəst keçir.

Lakin işığın düz xətt üzrə yayılmasını və bunun nəticəsində cisimlərin arxasında formaca onlara oxşayan kəskin kölgələrin əmələ gəlməsini dalğa nəzəriyyəsinə əsasən izah etmək çətinidir. Korpuskulyar nəzəriyyəyə görə isə kölgənin əmələ gəlməsini işığın düz xəttli yayılmasına əsaslanaraq asanlıqla izah etmək olar. Bununla belə, məsələn, açıq qapıdan işıq düşərkən qapıya nisbətən daha geniş sahənin işıqlanmasını korpuskulların ətalət üzrə düzxətli bərabərsürətli hərəkət etməli olduğuna əsaslanıb izah etmək olmur və s.

XVIII əsrin sonu və XIX əsrin əvvəllərində Yunq tərəfindən işığın difraksiyası və interferensiyası hadisələrinin kəşfi və Huygens prinsipinə əsaslanaraq bu hadisələrin Frenel tərəfindən riyazi şəkildə müvəffəqiyyətlə izah edilməsi korpuskulyar nəzəriyyəni sarsıtdı. Belə ki, XIX əsrin başlanğıcında işığın dalğa təbiətli olmasına artıq heç bir şübhə qalmadı və dalğa nəzəriyyəsi qələbə çaldı.

Sonralar Frenel və Araqo işığın polyarlaşması hadisəsini, polyarlaşmış işığın interferensiyasını öyrənərək belə nəticəyə gəldilər ki, bu hadisələri izah etmək üçün işıq dalğalarının eninə dalğalar olduğunu qəbul etmək lazımdır. Bu isə optik hadisələri mexanika təsəvvürlərinə əsasən izah etmək üçün istifadə edilən hipotetik mühitin, yəni efirin, mövcudluğuna olan şübhələri daha da artırır. Belə ki, eninə elastiki dalğalar bərk cisimlərdə yayıla bildiyindən işıq dalğalarının daşıyıcısı olan efir də özünü bərk cisim kimi aparmalıdır. Onda işığın efirdə yayılma sürəti eninə elastiki dalğaların bərk cisimdə yayılma sürətini müəyyən edən:

$$v = \sqrt{\frac{N}{\rho}} \quad (1.3)$$

düsturu ilə təyin olunmalıdır. Burada  $N$  – sürüşmə modulu,  $\rho$  – mühitin sıxlığıdır. Ölçmələr göstərmişdir ki, işıq sürəti böyük qiymətə malikdir. Ona görə də  $\rho$  – çox kiçik,  $N$  isə çox böyük kəmiyyət olmalıdır ki, bu da mümkün deyildir. Bundan başqa, müxtəlif mühitlərdə işıq sürətinin müxtəlif olmasını (Fuko və Fizo təcrübələri) izah etmək üçün müxtəlif maddələrdə efirin xassələrinin müxtəlif olmasını, anizotrop maddələr üçün isə daha mürəkkəb fərziyyələr qəbul etmək lazım gəlir. Efirlə əlaqədar olaraq meydana çıxan digər anlaşılmazlıq ondan ibarətdir ki, əgər efir bərk cisim xassəlidirsə, onda, məlum olduğu kimi, bərk cisim daxilində eninə dalğa ilə yanaşı həm də uzununa dalğa yayıla bildiyindən, efir daxilində həm də uzununa dalğalar yayılmalı idi. Frenel və Araqonun yuxarıda qeyd olunan təcrübələri göstərirdi ki, işıqda uzununa dalğalar yoxdur. Ona görə də bərk maddə kimi təsəvvür olunan efir həm də elə xüsusi xassəyə malik olmalıdır ki, efir daxilində yalnız eninə dalğalar yayıla bilsin.

İşığın dalğa təbiətli olmasını daha da əsaslandırان mühüm addımlardan biri XIX əsrin

ikinci yarısında Maksvel tərəfindən işığın elektromaqnit nəzəriyyəsinin irəli sürülməsi oldu. Bu nəzəriyyəyə görə işıq elektromaqnit dalğalarının bir növüdür. Ümumiyyətlə isə, Maksvel elektromaqnit dalğalarının mövcud olmasını fərz etmiş və onları təsvir edən tənlikləri təklif etmişdir. Maksvel nəzəriyyəsindən məlum olur ki, elektromaqnit dalğaları yalnız eninə dalğalardır. Maksvelin ölümündən 10 il sonra Herts elektromaqnit dalğalarını təcrübədə aldı və onların xassələrini tədqiq etdi.

Maksvelin elektromaqnit nəzəriyyəsinə görə mühitin mütləq sındırma əmsalı üçün

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu} \quad (1.4)$$

ifadəsi alınır. Burada  $c$  – işığın vakuumda,  $v$  isə dielektrik nüfuzluğu  $\epsilon$ , maqnit nüfuzluğu  $\mu$  olan mühidə yayılma sürətləridir. Beləliklə, Maksvel nəzəriyyəsi mühitin optik, elektrik və maqnit xassələrini xarakterizə edən parametrlər arasında sadə əlaqə yaradır. Lakin (1.4) düsturundan işığın sınma əmsalının dalğa uzunluğundan asılılığı  $n=f(\lambda)$ , yəni dispersiya hadisəsi görünür. Çünki Maksvel nəzəriyyəsinə görə  $\epsilon$  və  $\mu$  – mühitin elektrik və maqnit xassələrini xarakterizə edən və dalğa uzunluğundan asılı olmayan kəmiyyətlərdir. Bu çatışmazlığı sonralar Lorensin təklif etdiyi elektron nəzəriyyəsinin köməyi ilə aradan qaldırmaq mümkün oldu. Belə ki, bu nəzəriyyəyə görə mühitin dielektrik nüfuzluğu  $\epsilon$ , və deməli, mütləq sındırma əmsalı  $p$  işığın dalğa uzunluğundan asılı olmalıdır.

Həm Maksvel və həm də Lorens elektromaqnit dalğalarının (yəni, həm də işıq dalğalarının) efirdə yayıldığını fərz edir. Belə ki, uzun müddət efir anlayışı elmdə hökm sürürdü. Efirin xassələri haqqında təsəvvürlər də işığın təbiəti haqqındakı təsəvvürlərin inkişafına uyğun olaraq dəyişir və inkişaf edirdi. Məsələn, Maksvel belə hesab edirdi ki, bütün elektromaqnit hadisələri efirdə baş verir. Lorens isə belə hesab edirdi ki, efir elektromaqnit dalğalarının yalnız yayılma sürəti ilə xarakterizə olunan hüdudsuz mühitdir. Lakin efirin mövcud olmasını təkzib edən çoxlu təcrübi faktlar da məlum idi. Məsələn, Maykelson-Morli təcrübəsinin təhlili göstərir ki, efir varsa, o, sükunətdə olmamalı və hərəkət edən cisim, məsələn, Yerlə birlikdə aparılmalıdır (sövq olunmalıdır). Fizo təcrübəsi isə göstərir ki, efir varsa, o, hərəkət edən mühit tərəfindən qismən aparılır. İşığın aberrasiyası hadisəsinə görə isə efir varsa, o, sükunətdə olmalıdır. Efir haqqında bir-birinə zidd olan belə təcrübi faktların meydana çıxması son nəticədə efir anlayışının rədd olunmasına və Lorens elektrodinamikasının relyativistik elektrodinamika ilə əvəz olunmasına səbəb oldu. Belə ki, Eynşteynin nisbilik nəzəriyyəsinə əsaslanan relyativistik elektrodinamikaya görə efir anlayışına heç bir ehtiyac yoxdur və işıq (yəni, elektromaqnit sahəsi) və maddə materiyanın iki müxtəlif formasıdır.

Sükunətdə olan efir haqqında təsəvvürlərlə əlaqədar olaraq meydana çıxan çətinliklərdən başqa Lorens nəzəriyyəsi digər çətinliklərlə də qarşılaşdı. Belə ki, bu nəzəriyyə işığın maddə ilə qarşılıqlı təsirinə aid olan hadisələrin bir çox xüsusiyyətlərini izah edə bilmirdi. Məsələn, Lorens nəzəriyyəsi mütləq qara cismin şüalanması zamanı enerjinin tezliklərə görə paylanmasını izah etməkdə aciz idi. Klassik elektrodinamikanın bu çətinliyini aradan qaldırmaq üçün Vin, Reley, Cins və digərlərinin göstərdikləri cəhdlər də müvəffəqiyyətsiz olmuşdur. Lakin 1900-cü ildə Plank enerji kvantları haqqında fərziyyə irəli sürərək, həmin çətinlikləri aradan qaldırmaq yolunu göstərdi. Belə ki, maddənin molekulardan təşkil olunması təsəvvürlərinə uyğun olan diskretliyi elektromaqnit proseslərinə, xüsusi halda isə şüalanmaya aid edərək Plank belə fərziyyə irəli sürdü ki, elektromaqnit dalğalarının şüalanması arasıkəsilməz proses olmayıb,

tezliklə düz mütənasib olan enerji payları (kvantları) şəklində diskret olaraq baş verir:

$$\varepsilon = h\nu \quad (1.5)$$

Burada  $\nu$  – şüalanmanın tezliyi,  $h$  isə Plank sabitidir. Sonralar Eynşteyn Plankın bu ideyasını inkişaf etdirmiş və fərz etmişdir ki, işığın təkcə şüalanması deyil, həm də udulması və yayılması da kvantlarla baş verir. İşıq kvantlarını Eynşteyn fotonlar adlandırmışdır.

Enerji kvantları haqqında Plank hipotezi klassik fizika təsəvvürlərinə zidd olsa da, fizikanın inkişaf tarixində yeni bir dövrün başlanğıcını qoymuş oldu. Qeyd etmək lazımdır ki, Plankın enerji kvantları nəzəriyyəsinin efir anlayışına ehtiyacı yoxdur. Bu nəzəriyyə qızdırılmış cisimlərin şüalanmasının bəzi məsələlərinin izahı ilə əlaqədar olan çətinlikləri aradan qaldırmağa və işığın maddə ilə qarşılıqlı təsirinin tamamilə yeni tərzdə öyrənilməsinə səbəb oldu. Bir çox optik hadisələrin, xüsusilə fotoeffektin və işığın səpilməsi məsələlərinin izahı yalnız işığın kvant (korpuskulyar) təbiətinə malik olmasını qəbul etməklə izah olundu. Atom və molekulların quruluşu haqqında müasir təlimin əsasını təşkil edən kvant nəzəriyyəsinin inkişaf prosesi bu gün də davam edir.

Beləliklə, XX əsrin başlanğıcında işığın elektromaqnit (dalğa) nəzəriyyəsi ilə yanaşı olaraq, Nyutonun təklif etdiyi korpuskulyar nəzəriyyədən keyfiyyətcə tamamilə fərqli olan yeni korpuskulyar (kvant) nəzəriyyə yaranmış oldu. Qeyri-adi bir vəziyyət yarandı: işığın interferensiyası və difraksiyası hadisələrini dalğa nəzəriyyəsinə əsasən, şüalanma və udulma hadisələrini isə işıq kvantlar seli (korpuskullar) hesab etməklə izah etmək mümkündür. Deməli, işıq ikili xassəyə, yəni dalğa xassəsinə və korpuskulyar xassəyə malikdir. Başqa sözlə, işıq kəsilməzliklə diskretliyin vəhdətidir. Sonralar məlum oldu ki, dalğa-korpuskul dualizmi təkcə işığa, yəni materiyanın elektromaqnit sahəsi növünə aid olmayıb, həm də maddə növünə xasdır. Belə ki, 1924-cü ildə Lui-de-Broyl mikrozərrəciklərin dalğa xassəsinə malik olması hipotezini irəli sürdü və sonrakı dövrlərdə bu hipotez təcrübələrdə təsdiq olundu. Qeyd edək ki, deBroyl hipotezi hazırda kvant mexanikası adlanan və o dövrdə dalğa optikasına oxşar olaraq dalğa mexanikasının yaranmasına səbəb oldu. Kvant mexanikası isə müasir fizikanın nəzəri əsasıdır.

## Ə2. İstilik şüalanması

İstənilən uzunluğa malik elektromaqnit dalğasının şüalanması maddənin tərkibinə daxil olan yüklü hissəciklərin, yəni elektronların və ionların rəqsi hərəkəti ilə əlaqədardır. Məsələn, ionların kütləsi böyük olduğundan onların rəqs tezliyi kiçik olur və kiçik tezlikli elektromaqnit dalğaları (məsələn, infraqırmızı) şüalanır. Atom və molekulların tərkibinə daxil olan elektronların (yəni bağlı elektronların) rəqsləri nəticəsində şüalanan elektromaqnit dalğalarının tezliyi böyük ola bilər (məsələn, görünən işıq və ultrabənövşəyi şüalar). Metalların daxilində olan sərbəst elektronların müəyyən tarazlıq vəziyyəti ətrafında rəqsi hərəkətindən danışmaq olmaz. Lakin sərbəst elektronların hərəkəti zamanı nizamlı olmayan tormozlanmalar sayəsində impuls şəkilli elektromaqnit şüalanması baş verir ki, bu şüalanma spektrində müxtəlif uzunluqlu dalğalar, o cümlədən alçaq tezlikli dalğalar da ola bilər.

Elektromaqnit şüalanması enerji itgisinə səbəb olur. Ona görə də şüalanmanın uzun müddət davam etməsi üçün enerji itgisinin əvəz olunması lazımdır. Əks halda şüalanma cismin daxilində müəyyən dəyişikliklərin baş verməsi ilə müşayiət olunur və şüalandıran

sistemin halı kəsilməz olaraq dəyişir. Bu proseslər müxtəlif cür olduğundan şüalanmanın xarakteri də müxtəlif olacaqdır. Belə ki, xemilüminessensiya, elektrolüminessensiya, katod lüminessensiya, fotolüminessensiya, rentgenolüminessensiya, radiolüminessensiya, tribolüminessensiya, kristallolüminessensiya, ionolüminessensiya, istilik (temperatur) şüalanması və s. kimi müxtəlif şüalanmalar mövcuddur.

Xemilüminessensiya zamanı enerjinin şüalanması maddənin kimyəvi tərkibinin dəyişməsi və onun daxili enerjisinin azalması ilə müşayiət olunur. Məsələn, çürümüş ağacın və havada tədricən oksidləşən fosforun şüalanması buna misal ola bilər. Müxtəlif canlı orqanizmlərdə (işildaböcəklər, molyuskalar və s.) baş verən xemilüminessensiyaya biolüminessensiya da deyilir.

Müstəqil qaz boşalmasının müxtəlif növlərinə uyğun şüalanmalar elektrolüminessensiya adlanır. Bu zaman şüalanma üçün tələb olunan enerji elektrik sahəsi tərəfindən sürətləndirilən elektronlarla qazın atom və molekullarının bombardman edilməsi yolu ilə verilir. Elektrolüminessensiyaya misal olaraq Heysler borularında müşahidə olunan alovşuz boşalmanı, "gündüz işığı" lampalarını, elektrik qövsünü, ildırımını, tacşəkili boşalmanı və s. göstərmək olar.

Bərk cisimləri (məsələn, mineralları) elektronlarla bombardman edərkən baş verən şüalanma katod lüminessensiyası adlanır.

Xarici  $\lambda_1$  uzunluqlu elektromaqnit dalğası ilə şüalanan cismin eyni zamanda və ya sonradan uzunluğu  $\lambda_2$  olan ( $\lambda_1 < \lambda_2$ ) elektromaqnit dalğası şüalandırması fotolüminessensiya adlanır. Bu halda şüalanmanı təmin etmək üçün cismə xarici mənbədən enerji, onu şüalandırmaqla verilir. Fotolüminessensiyanın şüalanma müddətinə görə fərqləndirilən iki növü vardır: flüorosensiya ( $10^{-8}$ - $10^{-9}$  san) və fosforosensiya ( $10^{-8}$  saniyədən bir neçə saata qədər).

Rentgen şüalarının təsiri ilə baş verən şüalanma rentgenolüminessensiya adlanır.

Radioaktiv şüalar ( $\alpha$ -,  $\beta$ - və  $\gamma$ -şüalar) və kosmik şüalar müəyyən maddələrin üzərinə düşdükdə baş verən şüalanmaya radiolüminessensiya deyilir.

Bəzi maddələrin bir-birinə sürtünməsi nəticəsində yaranan şüalanma tribolüminessensiya, kristalların mexaniki sıxılması zamanı baş verən şüalanma isə kristallolüminessensiya adlanır. Bu şüalanmalar sürtülən səthlərdə və sıxılma zamanı yaranan qırılma yerlərində baş verən elektrik boşalmaları nəticəsində ultrabənövşəyi işığın şüalanması ilə əlaqədardır.

Bəzi maye və məhlulların daxilində ultrasəs dalğaları yayılarkən yaranan kiçik boşluqlarda baş verən elektrik boşalmaları nəticəsində yaranan şüalanma ionolüminessensiya adlanır.

Cisimləri qızdırarkən onların şüalanması istilik (və ya temperatur) şüalanması adlanır. Bu halda şüalanmanın dəyişməz qalmasını təmin etmək üçün cismə şüalanma nəticəsində enerjinin azalmasına uyğun istilik miqdarı vermək lazımdır. Qeyd edək ki, istilik şüalanması bütün temperaturalarda baş verir. Lakin çox da yüksək olmayan temperaturalarda yalnız böyük uzunluğa malik elektromaqnit dalğaları (infraqırmızı) şüalanır.

XIX əsrdə istilik şüalanması fizikada xüsusi maraq kəsb etmişdir. Bunun səbəbi ondan ibarətdir ki, yuxarıda göstərilən bütün lüminessensiya şüalanmaları tarazlıqda olmayan proseslər olduğu halda, yalnız istilik şüalanması, müəyyən şərtlər ödəndikdə, tarazlıqda olan proses ola bilər. Bu dövrdə isə termodinamika yalnız tarazlıqda olan proseslər üçün işlənilib hazırlandığına görə yalnız istilik şüalanmasının nəzəriyyəsinə



yaratmaq üçün cəhdlər göstərilməsi daha məqsədəuyğun idi.

İstilik şüalanmasının tarazlıqda ola bilməsi aşağıdakı mülahizələrdən görünür.

Fərz edək ki, şüalanən cisim daxili divarları ideal qaytarıcı səth olan və şüalanma üçün keçilməz (nüfuzedilməz) olan təbəqə ilə əhatə olunmuşdur. Cismin ətrafında, yəni təbəqənin daxilində hava da yoxdur. Bu zaman cismin buraxdığı şüalanma bütün fəzada yayılmır, təbəqənin daxilində qalaraq, onun divarlarından əks olunur və cismin üzərinə düşərək, qismən və ya tam udulur. Deməli, bu şərtlər daxilində şüa buraxan cisim ilə istilik şüalanmasından ibarət olan sistemdə enerji itkisi baş vermir. Lakin cisim ilə onun ətrafındakı boşluğu dolduran şüalanma arasında daim enerji mübadiləsi baş verir. Əgər cisim və şüalanma arasında enerjinin paylanması hər bir dalğa uzunluğu üçün zaman keçdikcə sabit qalır, onda cisim-şüalanma sisteminin halı tarazlıq halı olacaqdır. Bu tarazlığa səbəb temperatur artdıqca istilik şüalanmasının intensivliyinin artmasıdır. Doğrudan da, fərz edək ki, cisim ilə şüalanma arasında tarazlıq pozulmuşdur və cismin şüalandırdığı enerji udduğundan çoxdur. Onda, şüalanma nəticəsində, cismin daxili enerjisi azalacaq və temperaturu aşağı düşəcəkdir. Bu da, öz növbəsində, cismin şüalandırdığı enerjinin azalmasına səbəb olacaqdır. Cismin temperaturunun azalması onun şüalandırdığı enerjinin udduğu enerjiyə bərabər olan ana qədər, yəni tarazlıq bərpa olunana qədər davam edəcəkdir. Əgər tarazlığın pozulması əksinə baş vermişdirsə, yəni cismin şüalandırdığı enerji udduğu enerjiden azdırsa, onda cismin temperaturu artacaq və bu artım yeni tarazlıq halı yaranana qədər davam edəcəkdir. Deməli, cisim-istilik şüalanması sistemində tarazlığın pozulması zamanı elə proseslər baş verir ki, nəticədə yeni tarazlıq halı yaranır. Başqa sözlə, cisim-istilik şüalanması tarazlığı varsa, o, dinamik tarazlıqdır.

Göstərmək olar ki, istilik şüalanmasından fərqli olaraq, hər hansı lüminessensiya şüalanması zamanı tarazlıq yaranmır. Məsələn, xemilüminessensiya zamanı şüalanmanı təmin edən kimyəvi reaksiyanın baş verdiyi müddət ərzində şüalandıran cisim öz əvvəlki halından uzaqlaşmaqda davam edir. Cisim tərəfindən şüalanmanın udulması (fərz olunur ki, xemilüminessensiya da yuxarıda təsvir olunan təbəqənin daxilində baş verir) reaksiyanın istiqamətini dəyişmir, əksinə, cismin şüa udaraq qızması nəticəsində reaksiya daha böyük sürətlə əvvəlki istiqamətdə baş verir. Reaksiyada iştirak edən maddələrin baxılan cisimdə miqdarı tamamilə tükəndikdən sonra kimyəvi proseslər nəticəsində baş verən şüalanma istilik şüalanması ilə əvəz olunur və yalnız bundan sonra tarazlıq yaranır.

Digər misal olaraq fotolüminessensiyaya baxaq. Fərz edək ki, qabaqcadan işıqlanma ilə həyəcanlandırılmış cisim yuxarıda haqqında bəhs edilən təbəqə daxilində yerləşdirilmişdir. Bu cismin şüalanması tədricən zəifləyəcək. Çünki fotolüminessensiya nəticəsində şüalanən işıq təbəqənin divarlarından əks olunaraq cisim tərəfindən udulacaq və nəticədə cisim qızacaqdır. Lakin temperaturun bu artması fotolüminessensiyaya kömək etməyəcəkdir. Çünki fotolüminessensiyanın baş verməsi üçün həyəcanlaşdıran (yəni, udulan) işığın dalğa uzunluğu şüalanən işığın dalğa uzunluğundan kiçik olmalıdır. Deməli, bu halda cisim tədricən qızacaq və fotolüminessensiya bu qızmış cismin istilik şüalanması ilə əvəz olunacaqdır.

Digər şüalanmalar üçün də anoloji mülahizələr aparmaq olar. Deməli, bütün şüalanmalar içərisində yalnız istilik şüalanması tarazlıqda ola bilər.

### **Ə3. Cisimlərin şüalandırma və udma qabiliyyətləri. Mütləq qara cisim**

İstilik şüalanmasını xarakterizə etmək üçün cisimlərin şüalandırma və udma qabiliyyəti anlayışlarından istifadə edilir.

Cismin vahid səthinin vahid zamanda vahid tezliklər intervalında şüalandırdığı enerji şüalandırma qabiliyyəti adlanır. Əgər vahid səthin vahid zamanda şüalandırdığı enerjini  $dW(\omega, T)$ , şüalanmanın baş verdiyi dairəvi tezlik intervalını  $d\omega$  ilə işarə etsək şüalandırma qabiliyyəti

$$E(\omega, T) = \frac{dW(\omega, T)}{d\omega} \quad (3.1)$$

kimi təyin olunur. Burada  $\omega = 2\pi\nu$  – dairəvi tezlik,  $T$  – şüalandırıcı cismin mütləq temperaturu,  $d\omega$  isə  $\omega, \omega + d\omega$  tezliklər intervalının enidir. Şüalanma müxtəlif  $\omega$  tezlikli (və ya  $\lambda$  uzunluqlu) dalğalar çoxluğundan ibarət olduğu üçün müəyyən  $d\omega$  tezliklər (və ya  $d\lambda$  dalğa uzunluqları) intervalını götürmək lazım gəlir. (3.1) ifadəsindən görünür ki, şüalandırma qabiliyyətinin BS sistemində vahidi  $\frac{C \cdot \text{san}}{m^2}$  olmalıdır.

Şüalanmanı  $\omega$  tezliyi əvəzinə  $\lambda$  dalğa uzunluğu ilə də xarakterizə etmək olar. Belə ki, bunun üçün spektrin  $d\omega$  hissəsinə  $d\lambda$  dalğa uzunluqları intervalı uyğun gəldiyindən  $\lambda = c/\nu = 2\pi c/\omega$  düsturuna əsasən

$$d\lambda = -\frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega \quad (3.2)$$

ifadəsini nəzərə almaq lazımdır. Burada mənfi işarəsi göstərir ki,  $\lambda$  və  $\omega$  kəmiyyətlərindən biri artdıqda digəri azalır və əksinə. Ona görə də mənfi işarəsini nəzərə almamaq da olar. (3.1) ifadəsinə oxşar olaraq

$$E(\lambda, T) = \frac{dW(\lambda, T)}{d\lambda} \quad (3.3)$$

yaza bilərik. Onda  $E(\omega, T)$  və  $E(\lambda, T)$  arasında əlaqə tapmaq üçün

$$dW(\omega, T) = dW(\lambda, T)$$

$$E(\omega, T)d\omega = E(\lambda, T)d\lambda = E(\lambda, T)\frac{2\pi c}{\omega^2}d\omega = E(\lambda, T)\frac{\lambda^2}{2\pi c}d\omega$$

ifadələrindən istifadə edərək

$$E(\omega, T) = E(\lambda, T)\frac{2\pi c}{\omega^2} = E(\lambda, T)\frac{\lambda^2}{2\pi c} \quad (3.4)$$

alırıq.

Cismin üzərinə düşən şüalanmanın udulmasını xarakterizə etmək üçün udma qabiliyyəti anlayışından istifadə olunur. Cismin udma qabiliyyəti onun vahid səthinə vahid zamanda eni  $d\omega$  olan  $\omega, \omega + d\omega$  tezliklər intervalında düşərək udulan  $dW_{ud}(\omega, T)$  şüa enerjisinin düşən  $dW_d(\omega, T)$  enerjinin miqdarına olan nisbətində deyilir:

$$A(\omega, T) = \frac{dW_{ud}(\omega, T)}{dW_d(\omega, T)} \quad (3.5)$$

Qeyd edək ki, cisimlərin şüalandırma qabiliyyəti kimi, udma qabiliyyəti də tezlik və

mütləq temperaturdan asılıdır. Udma qabiliyyəti adsız kəmiyyətdir.

Analoji yolla cismin qaytarma qabiliyyətini də təyin etmək olar. Vahid zamanda vahid səthdən eni  $d\omega$  olan  $\omega, \omega+d\omega$  tezliklər intervalında əks olunan  $dW_s(\omega, T)$  enerjisinin düşən  $dW_d(\omega, T)$  enerjisinin miqdarına olan nisbətində cismin qaytarma qabiliyyəti deyilir:

$$B(\omega, T) = \frac{dW_s(\omega, T)}{dW_d(\omega, T)} \quad (3.6)$$

Qaytarma qabiliyyəti də adsız kəmiyyətdir. İdeal güzgü səthin bütün tezliklər, yəni ən kiçik tezlikdən ixtiyari böyük tezliklərə qədər olan oblast üçün qaytarma qabiliyyəti vahidə bərabərdir.

Tərifindən göründüyü kimi, udma qabiliyyəti vahiddən böyük ola bilməz. Üzərinə düşən şüalanmanı tamamilə uda bilən cisim üçün udma qabiliyyəti  $A(\omega, T)=1$  olur. Belə cisim mütləq qara cisim adlanır. Əgər hər hansı bir cisim üçün  $A(\omega, T) \equiv A(T) = \text{const} < 1$  şərti ödənirsə, o, boz cisim adlanır.

Aydındır ki, təbiətdə mütləq qara cisim yoxdur, o, ideal cisimdir. Lakin 1895-ci ildə Vin və Lümer müəyyən etmişlər ki, elektromaqnit şüalanması üçün keçilməz olan içi boş sferik səthin üzərində ölçüsü sfera diametrinin 0,1 hissəsindən böyük olmayan deşik özünü mütləq qara cisim kimi aparır. Bu deşikdən daxil olan ixtiyari tezliyə malik şüalanma sferanın daxili səthindən dəfələrlə qayıtdığından və səpildiyindən və hər dəfə divarlar tərəfindən bir qədər udularaq zəiflədiyindən, demək olar ki, kənara çıxmır, yəni tam udulur. Məhz bu səbəbdən də parlaq günəşli gündə uzaqdan açıq pəncərəyə baxdıqda otağın içərisi qaranlıq görünür.

Qeyd edək ki, mütləq qara cisim də şüalandırmaq qabiliyyətinə malikdir. Məsələn, içi boş sferanın üzərindəki kiçik deşikdən daxil olan şüalar divarlarda çoxlu dəfə əks olunduqdan sonra zəif şüalanma kimi deşikdən kənara çıxır ki, buna da mütləq qara cismin şüalanması kimi baxmaq olar.

Bəzi cisimlər (məsələn, qurum, qara məxmər və s.) udma xassəsinə görə mütləq qara cismə çox yaxındırlar. Belə cisimlərin böyük udma qabiliyyətinə malik olması onların məsaməli quruluşa malik olması ilə əlaqədardır. Belə cisimlər üzərinə düşən şüalanma onların çoxlu sayda qatlarında və məsamələrində dəfələrlə qayıdır və hər qayıtma zamanı müəyyən qədər udularaq zəifləyir. Ona görə də cisimdən qayıdan işığın intensivliyi praktik olaraq sıfır qədər azalmış olur. Məsələn, qaytarma əmsalı  $\frac{1}{2}$  olan mühit daxilində 10 dəfə qayıtma baş versə, çıxan şüalanmanın enerjisi düşən şüalanmanın enerjisindən  $2^{10} \approx 1000$  dəfə az olacaqdır.

Qeyd edək ki, mütləq qara cismin şüalanması bu cismin təbiətindən asılı olmayıb yalnız onun temperaturundan asılıdır. Buna aşağıdakı mülahizələr əsasında inanmaq olar.

Maddə ilə dinamik tarazlıqda olan şüalanmaya, məsələn, içi vakuum olan boşluqdakı şüalanmaya baxaq. Tarazlıq halında şüalanma enerjisi boşluğun daxilində müəyyən  $u=u(T)$  sıxlığı ilə paylanmış olacaqdır. Burada  $T$  – boşluğun divarlarının mütləq temperaturudur. Bu enerjinin spektral (tezliklərə görə) paylanmasını  $u(\omega, T)$  funksiyası ilə xarakterizə etsək, onda  $\omega, \omega+d\omega$  tezliklər intervalına düşən enerjinin spektral sıxlığı  $du(\omega)=u(\omega, T)d\omega$  olar. Onda enerjinin tam (inteqral) sıxlığı üçün:

$$u(T) = \int_0^{\infty} u(\omega, T) d\omega \quad (3.7)$$

alarıq.

Tarazlıqda olan şüalanmanın  $u(T)$  enerji sıxlığı yalnız temperaturdan asılıdır və boşluğun divarlarının xassəsindən asılı deyildir. Bu, o deməkdir ki, eyni temperaturlu müxtəlif divarlara malik olan iki boşluq varsa, onların daxilində  $u(T)$  enerji sıxlığı eyni olmalıdır. Özü də  $u_1(T) = u_2(T)$  bərabərliyi hər bir tezlik üçün ödənməlidir. Termodinamik mülahizələrə görə bu deyilənləri isbat etmək olar. Fərz edək ki, iki müxtəlif divarlı boşluqda tarazlıqda olan şüalanmanın sıxlığı müxtəlifdir:  $u_1(T) > u_2(T)$ . Bu boşluqları ortaq kiçik dəşik vasitəsilə bir-biri ilə birləşdirək. Bu zaman onların divarları arasında şüalanma vasitəsilə istilik mübadiləsi baş verməlidir. Belə ki, şərtə görə  $u_1 > u_2$  olduğundan birinci boşluqdan ikinci boşluğa daha çox enerji seli keçməlidir. Nəticədə ikinci boşluğun divarları şüalandırdığı enerjiden daha çox enerji udmalı və onların temperaturu artmalıdır. Birinci boşluğun divarlarının udduğu enerji şüalandırdığı enerjiden az olduğu üçün isə onların temperaturu azalmalıdır. Lakin termodinamikanın ikinci qanununa görə başlanğıc temperaturları eyni olan iki cismin öz aralarında istilik mübadiləsi etməsi nəticəsində temperaturları dəyişə bilməz. Ona görə də bizim  $u_1(T)$  və  $u_2(T)$  enerji sıxlıqlarının müxtəlif olması haqqında fərziyyəmiz ziddiyyətə gətirdiyi üçün, doğru deyildir. Deməli,  $u_1(T) = u_2(T)$  olmalıdır və bu bərabərlik bütün tezliklər üçün də ödənməlidir.

Tarazlıqda olan şüalanmanın boşluğun divarlarının təbiətindən asılı olmadığını göstərək. Əgər divarlar mütləq qara cisim olsaydı onlar üzərlərinə düşən bütün  $W$  enerjisini udar və həmin miqdar  $W$  enerji selini şüalandırardı. Udma qabiliyyəti  $r$  olan divarlar üzərlərinə düşən  $W$  enerjisinin  $rW$  hissəsini udur,  $(1-r)W$  hissəsini isə qaytarır və eyni zamanda həm də udduqları  $rW$  enerjisi qədər enerji şüalandırır. Beləliklə, boşluğun divarları  $(1-r)W + rW = W$  qədər enerjini, yəni onların üzərinə düşən enerjiyə bərabər miqdarda enerjini, mütləq qara cisimdə olduğu kimi, yenidən şüalanmaya qaytarır.

#### §4. Kirxhof qanunu

Hər bir cismin şüalandırma və udma qabiliyyətləri arasında təbii ki, müəyyən əlaqə vardır. Bu əlaqə nədən ibarətdir sualına ilk dəfə 1809-cu ildə Prevo cavab verməyə cəhd göstərmişdir. Bu məqsədlə, o, aşağıdakı qaydanı təklif etmişdir: iki cisim bir-birindən fərqli enerji udursa, onların şüalandırdığı enerjilər də müxtəlif olur. Prevo qaydası təcrübələr vasitəsilə təsdiq olunur. Lakin Prevo qaydası cismin şüalandırma və udma qabiliyyətləri arasındakı əlaqəni yalnız keyfiyyətə müəyyən edir. Bu əlaqəni kəmiyyətə xarakterizə etmək üçün 1859-cu ildə Kirxhof qanun təklif etmişdir. Kirxhof qanununa görə cisimlərin müəyyən şəraitdəki şüalandırma qabiliyyətinin həmin şəraitdəki udma qabiliyyətinə nisbəti cisimlərin təbiətindən asılı olmayıb, uyğun tezlik və temperaturdan asılı olan universal funksiyadır:

$$\frac{E(\omega, T)}{A(\omega, T)} = f(\omega, T) \quad (4.1)$$

Burada mühüm cəhət ondan ibarətdir ki, müxtəlif cisimlər üçün  $E(\omega, T)$  və  $A(\omega, T)$  kəmiyyətləri müxtəlif olsa da, onların nisbəti bütün cisimlər üçün eynidir.

Kirxhof bu qanunu termodinamikanın II qanununa əsaslanaraq müəyyən etmişdir. Belə ki, izolə olunmuş sistemdə yaranmış istilik tarazlığı bu sistemin hissələri arasında baş verən istilik mübadiləsi nəticəsində pozula bilməz. Fərz edək ki, sabit  $T$  temperaturuna malik olan içi boş təbəqənin daxilində bir neçə cisim (onlardan biri mütləq

qara cisim də ola bilər) yerləşdirilmişdir və boşluqdan hava çıxarılmışdır. Belə olduqda cisimlər arasında enerji mübadiləsi yalnız elektromaqnit dalğalarını buraxmaq və udmaq yolu ilə baş verə bilər. Təcrübə göstərir ki, müəyyən müddətdən sonra belə sistem istilik tarazlığı halına gəlir, yəni bütün cisimlərin temperaturu təbəqənin  $T$  temperaturu ilə eyni olur. Bu halda şüalandırma qabiliyyəti  $E(\omega, T)$  böyük olan cisim vahid zamanda vahid səthdən  $E(\omega, T)$  kiçik olan cismə nisbətən daha çox enerji şüalandıracaqdır. Lakin cisimlərin temperaturu (və deməli, enerjisi) dəyişmədiyindən çox enerji şüalandıran cisim həm də çox enerji udmalıdır, yəni bu cisim üçün udma qabiliyyəti də böyük olmalıdır. Beləliklə, cismin şüalandırma qabiliyyəti  $E(\omega, T)$  böyük olduqca onun udma qabiliyyəti  $A(\omega, T)$  də böyük olur və buradan alınır ki,  $f(\omega, T) = \frac{E(\omega, T)}{A(\omega, T)}$  nisbəti bütün cisimlər üçün

eyni olmalıdır. Bu da Kirxhof qanunudur. Bu qanundan görünür ki, verilmiş temperaturda cisim hansı tezlikli şüaları güclü udursa, həmin tezlikli şüaları da güclü buraxır (bu zaman şüaların buraxılmasını, onların qaytarılması ilə qarışdırmaq olmaz).

Kirxhof qanunu bütün cisimlərə aid olduğu üçün, onun mütləq qara cismə tətbiqinə baxaq. Mütləq qara cisim üçün udma qabiliyyəti  $A(\omega, T)=1$  olduğundan (4.1) düsturuna əsasən  $E(\omega, T)=\mathcal{A}(\omega, T)$  alırıq ki, bu da çox vacib bir nəticədir. Belə ki, Kirxhofun daxil etdiyi və bütün cisimlər üçün eyni olan  $\mathcal{A}(\omega, T)$  universal funksiyası mütləq qara cismin  $\mathcal{A}(\omega, T)$  şüalandırma qabiliyyətinə bərabərdir. Deməli, mütləq qara cisim üçün şüalandırma qabiliyyətinin aşkar ifadəsini tapmaq elə  $\mathcal{A}(\omega, T)$  universal funksiyasını tapmaq deməkdir və əksinə.

Praktik işlərdə  $\mathcal{A}(\omega, T)$  funksiyası əvəzinə dalğa uzunluğundan asılı olan  $\varphi(\lambda, T)$  funksiyasından istifadə etmək əlverişlidir.  $\mathcal{A}(\omega, T)$  və  $\varphi(\lambda, T)$  funksiyaları arasında (3.4) düsturuna uyğun olaraq aşağıdakı əlaqə vardır:

$$f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} \varphi(\lambda, T) = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \varphi(\lambda, T) \quad (4.2)$$

(4.2) düsturundan görünür ki, məlum  $\mathcal{A}(\omega, T)$  funksiyasına əsasən  $\varphi(\lambda, T)$  funksiyasını tapmaq üçün  $\mathcal{A}(\omega, T)$  funksiyasının ifadəsində  $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$  yazaraq

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} f\left(\frac{2\pi c}{\lambda}, T\right) \quad (4.3)$$

düsturundan istifadə etmək lazımdır. Məlum  $\varphi(\lambda, T)$  funksiyasına əsasən  $\mathcal{A}(\omega, T)$  funksiyası

$$f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} \varphi\left(\frac{2\pi c}{\omega}, T\right) \quad (4.4)$$

ifadəsindən istifadə etməklə tapıla bilər.

Məlumdur ki, divarları elektromaqnit şüalanmasını keçirməyən içiboş sferanın üzərində açılmış kiçik deşik özünü mütləq qara cisim kimi aparır. Belə ki, boşluğun divarlarının  $T$  temperaturu sabit qaldıqda, kiçik deşikdən spektral tərkibinə görə həmin temperaturlu mütləq qara cismin şüalanmasına çox yaxın olan elektromaqnit şüalanması baş verəcəkdir. Kirxhof qanununa görə bu deşiyin şüalandırma qabiliyyəti  $\mathcal{A}(\omega, T)$  funksiyasına çox yaxın olmalıdır. Difraksiya qəfəsi vasitəsilə bu şüalanmanı spektrə

ayıraraq və spektrin müxtəlif hissələrinin intensivliyini balometr vasitəsilə ölçərək  $\mathcal{A}(\omega, T)$  və ya  $\varphi(\lambda, T)$  funksiyasının təcrübi yolla qrafikini tapmaq olar. Belə təcrübələrin nəticələri 4.1 şəklində verilmişdir. Müxtəlif əyriilər mütləq qara cismin müxtəlif  $T$  temperaturuna uyğundur. Hər bir əyrinin altında qalan fiqurun sahəsi uyğun temperaturda mütləq qara cismin şüalandırdığı enerjiyə ədədi qiymətcə bərabərdir.

4.1 şəklindən görünür ki, mütləq qara cismin şüalandırdığı enerji temperaturdan kəskin asılıdır və temperatur artdıqca şüalandırma qabiliyyətinin maksimumu qısa dalğalar oblastına doğru sürüşür.

Udma qabiliyyəti  $A(\omega, T) < 1$  olan cisimlər, yəni boz cisimlər təbiətdə geniş yayılmışdır. Belə cisimlərə misal olaraq udma qabiliyyəti 0,99 olan qurumdan başlayaraq, səthi yaxşı cilalanmış və udma qabiliyyəti bir neçə faiz olan metallara qədər olan bütün cisimləri göstərmək olar.

Kirxhof qanununa görə  $E(\omega, T) = \mathcal{A}(\omega, T)A(\omega, T)$  və boz cisimlər üçün  $A(\omega, T) < 1$  olduğundan  $E(\omega, T) < \mathcal{A}(\omega, T)$  yaza bilərik. Bu, o deməkdir ki, istənilən dalğa uzunluğu üçün boz cismin şüalandırma qabiliyyəti həmin temperaturda mütləq qara cismin şüalandırma qabiliyyətindən böyük ola bilməz.

Udma qabiliyyəti, yəni  $A(\omega, T)$  kəmiyyəti  $\omega$  tezliyindən asılı olduğu üçün başqa sözlə, selektiv olduğu üçün  $E(\omega, T)$  və  $\mathcal{A}(\omega, T)$  funksiyaları formaca bir-birindən fərqlənə bilər. Buna uyğun olaraq boz cismin şüalanması da selektiv (seçmə) xarakterli ola bilər. Məsələn, təcrübə ilə müəyyən edilmişdir ki, volfram spektrin görünən hissəsində hiss olunacaq dərəcədə selektiv şüalanmaya malikdir. Məhz buna görədir ki, közərmə elektrik lampalarının teli volframdan hazırlanır.

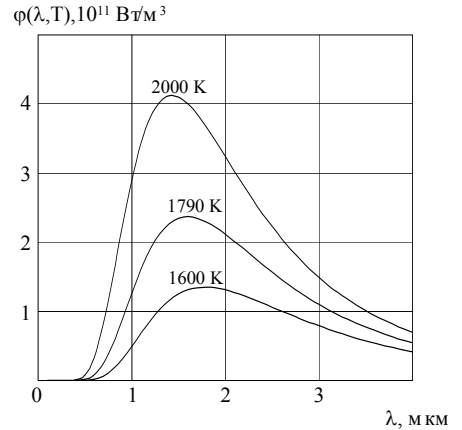
Qeyd edək ki, Kirxhof qanunu yalnız istilik şüalanmasına aiddir və digər şüalanmalar üçün bu qanunu tətbiq etmək olmaz. Belə ki, məsələn, fotolüminessensiya və ya xemilüminessensiya zamanı bir sıra spektral oblastlar üçün şüalanmanın intensivliyi həmin temperaturda mütləq qara cisim üçün olduğundan xeyli böyükdür. Kirxhof qanunu istilik şüalanması üçün o dərəcədə xarakterikdir ki, bu qanuna tabe olmayan şüalanmanın istilik şüalanması olmadığını hətta hökm etmək olar.

Göstərmək olar ki, mütləq qara cismin şüalandırma qabiliyyəti  $\mathcal{A}(\omega, T)$ , yəni Kirxhofun universal funksiyası  $\mathcal{A}(\omega, T)$  tarazlıqda olan şüalanmanın  $u(\omega, T)$  enerji sıxlığı ilə təyin olunur:

$$f(\omega, T) = \frac{c}{4} u(\omega, T) \quad (4.5)$$

Burada  $c$  – elektromaqnit dalğasının sürətidir.

(4.5) düsturunu aşağıdakı kimi çıxarmaq olar. Məlumdur ki, müstəvi dalğada enerji selinin sıxlığı  $J$  enerjinin  $u$  həcmi sıxlığı ilə dalğanın  $c$  yayılma sürətinin hasilini kimi təyin olunur:  $J = c u$ .



Жидлшд 4.1.

Boşluğun daxilindəki hər bir nöqtədən istiqamətləri  $4\pi$  tam cisim bucağı daxilində bərabər paylanmış sonsuz sayda dalğalar keçir.  $J=cu$  enerji seli də cisim bucağı daxilində bərabər paylanmışdır. Deməli, hər hansı  $d\Omega$  cisim bucağı daxilindəki enerji selinin sıxlığı

$$dJ = \frac{cu}{4\pi} d\Omega \quad (4.6)$$

olar.

İndi isə boşluğun divarı üzərində  $\Delta S$  səthi götürək (şəkil 4.2). Bu səthdən normal ilə  $\theta$  bucağı əmələ gətirən istiqamətdə  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$  cisim bucağı daxilində göndərilən enerji seli

$$dW = dJ \cdot \Delta S \cos\theta = \frac{cu}{4\pi} d\Omega \cdot \Delta S \cos\theta = \frac{cu}{4\pi} \Delta S \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi \quad (4.7)$$

olar. Onda  $2\pi$ -yə bərabər cisim bucağı daxilində  $\Delta S$  səthinin göndərdiyi enerji seli üçün

$$W = \int dW = \frac{cu}{4\pi} \Delta S \cdot \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{c}{4} u \Delta S \quad (4.8)$$

alırıq. Digər tərəfdən, aydındır ki,  $W$  enerji seli mütləq qara divarların şüalandırdığı enerjiyə bərabər olmalıdır:

$$W = \varepsilon(T) \cdot \Delta S$$

Buradan mütləq qara cismin integral şüalandırma qabiliyyəti üçün

$$\varepsilon(T) = \frac{c}{4} u(T) \quad (4.9)$$

alırıq. Bu ifadə hər bir tezlik üçün, yəni şüalanmanın hər bir spektral komponenti üçün ödənməlidir:

**Жилд**

$$\varepsilon(\omega, T) = f(\omega, T) = \frac{c}{4} u(\omega, T) \quad (4.10)$$

Bu isə isbatı tələb olunan (4.5) düsturudur.

## §5. Stefan-Bolsman qanunu

Kirxhof qanunundan aydın olur ki, istilik şüalanması nəzəriyyəsinin əsas məsələsi  $\mathcal{A}(\omega, T)$  universal funksiyasının, yəni mütləq qara cismin  $\varepsilon(\omega, T)$  şüalandırma qabiliyyətinin aşkar ifadəsini tapmaqdan ibarətdir. Bu məsələnin həlli o qədər də asan olmamış və bir neçə mərhələdə həyata keçirilmişdir. Belə ki, əvvəlcə mütləq qara cismin tam (yəni, bütün dalğa uzunluqlarında) şüalandırma qabiliyyətinin temperaturdan asılılığını müəyyən edən Stefan-Bolsman qanunu təcrübi və nəzəri yolla tapılmışdır. 1879-cu ildə Stefan öz şəxsi ölçmələrinə və həm də digər tədqiqatçıların təcrübi nəticələrinə əsaslanaraq belə nəticə çıxarmışdı ki, istənilən cismin  $1 m^2$  səthindən  $1 san$  ərzində şüalanmış tam enerji (tam şüalandırma qabiliyyəti) həmin cismin mütləq temperaturunun 4-cü dərəcəsi ilə düz mütənəsbdir. Lakin 1884-cü ildə Bolsman göstərdi ki, Stefanın müəyyən etdiyi qanun heç də bütün cisimlər üçün deyil, yalnız mütləq qara

cisim üçün ödənilməlidir. Bu nəticəni o, termodinamik mülahizələrə əsaslanaraq və həm də elektromaqnit şüalanmasının təzyiqlə malik olmasını və bu təzyiqlin şüalanmanın sıxlığı ilə düz mütənəsb olmasını fərz edərək almışdır.

Fərz edək ki, divarları elektromaqnit dalğaları üçün keçilməz olan silindr daxilində porşenin altında tarazlıqda olan istilik şüalanması vardır. Porşeni hərəkət etdirməklə şüalanmanın tutduğu həcmi dəyişdirmək olar. Başlanğıc halda şüalanmanın tutduğu həcmi  $V$ , təzyiqlə  $P$ , temperaturu isə  $T$  olsun. Aydındır ki, şüalanmanın  $T$  temperaturu bu şüalanma ilə dinamik tarazlıqda olan cismin temperaturuna bərabərdir. Termodinamikanın I və II qanunlarına əsasən belə sistem üçün:

$$TdS=du+PdV \quad (5.1)$$

tənliyini yazmaq olar. Burada  $dS$  – sistemin entropiyasının,  $du$  isə daxili enerjisinin dəyişməsidir. Daxili enerji  $u(T, V)$  ümumi halda həcm və mütləq temperaturdan asılı olduğu üçün

$$du = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial u}{\partial V} \right)_T dV \quad (5.2)$$

ifadəsini yazsaq bilərik. (5.2)-ni (5.1)-də nəzərə alsaq

$$dS = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_V dT + \frac{1}{T} \left( \frac{\partial u}{\partial V} \right)_T dV + \frac{P}{T} dV \quad (5.3)$$

olar.  $dS$  kəmiyyəti tam diferensial olduğundan

$$\left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_V \quad (5.4)$$

$$\left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \frac{1}{T} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial V} \right)_T + P \right] \quad (5.5)$$

yaza bilərik.

(5.4) ifadəsindən  $V$ -yə, (5.5) ifadəsindən isə  $T$ -yə görə törəmə aldıqdan sonra onların sağ tərəflərini bərabərləşdirərək

$$\left( \frac{\partial u}{\partial V} \right)_T + P = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \quad (5.6)$$

olduğunu alırıq.

Şüalanmanın tutduğu həcmi izotermik dəyişsək onun  $u(T)$  sıxlığının temperaturdan asılılığı dəyişməz. Onda  $V$  həcmi tutan şüalanmanın enerjisi  $u=u(T)V$  olar. Tarazlıqda olan istilik şüalanması izotrop olduğundan onun bütün istiqamətlərdə göstərdiyi təzyiqlər eyni olar:  $P = \frac{1}{3}u(T)$ . Bu mülahizələri (5.6)-da nəzərə alsaq

$$T \frac{du(T)}{dT} = 4u(T)$$

və ya

$$\frac{du}{u} = 4 \frac{dT}{T} \quad (5.7)$$

olar. (5.7) ifadəsini inteqrallayaraq



$$u(T)=const \cdot T^4 \quad (5.8)$$

alırıq. (4.10) düsturuna əsasən şüalanmanın həcmi sıxlığı şüalandırma qabiliyyəti ilə mütənasib olduğundan (5.8) düsturunun əvəzinə

$$\varepsilon(T) = \int_0^{\infty} \varepsilon(\omega, T) d\omega = \sigma T^4 \quad (5.9)$$

yaza bilərik.

(5.8) və ya (5.9) ifadəsi Stefan-Bolsman düsturu,  $\sigma$  sabit kəmiyyəti isə Stefan-Bolsman sabiti adlanır.

Beləliklə, Stefan-Bolsman qanunu yalnız mütləq qara cisim üçün doğrudur. Stefan isə öz təcrübələrində mütləq qara cisim üçün ölçmələr aparmışdı. Lakin Ə3-də təsvir olunan qayda ilə mütləq qara cisim qurulduqdan sonra Bolsmanın nəzəri yolla aldığı düstur təcrübədə yoxlandı. Çox ciddi ölçmələr Bolsman qanununun doğru olduğunu təsdiq etdi və bu qanunun ifadəsinə daxil olan  $\sigma$  sabitini təyin etməyə imkan verdi:

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-12} \frac{Vt}{sm^2 \cdot \partial \Delta p^4} \quad (5.10)$$

Boz cisimlər üçün Stefan qanunu ödənmədiyindən, Stefan-Bolsman qanununu onlar üçün də ümumiləşdirmək cəhdləri göstərilmişdir. Bu məqsədlə onu  $E=BT^n$  şəklində yazmış və fərz etmişdir ki,  $B$  və  $n$  kəmiyyətləri hər bir cisim üçün təcrübədən tapılmalıdır. Lakin müxtəlif temperaturalarda aparılan ölçmələr göstərdi ki,  $B$  və  $n$  kəmiyyətləri sabit qalmır və temperaturdan asılı olur, yəni yuxarıda qeyd edildiyi kimi, Stefan-Bolsman qanunu yalnız mütləq qara cismin tarazlıqda olan istilik şüalanması üçün doğrudur. Məsələn,  $T=1000$  K olduqda platin üçün

$$E_{Pt} = 3,56 \cdot 10^{-15} \cdot T^{4,77}$$

volfram üçün isə

$$E_W = 5,9 \cdot 10^{-17} \cdot T^{5,35}$$

düsturları qənaətbəxş nəticələr verdiyi halda  $T=2000$  K olduqda  $B$  və  $n$  üçün tamamilə başqa qiymətlər alınır.

## Ə6. Vin qanunu

Kirxhof qanununa uyğun olaraq daxil edilmiş  $\mathcal{A}(\omega, T) = \varepsilon(\omega, T)$  universal funksiyasının aşkar ifadəsinin tapılmasında Stefan-Bolsman qanunu ilk addım oldu. Lakin bu qanun həmin funksiyanın bütün tezliklər üçün yalnız temperaturdan asılılığını  $\varepsilon(T)$  müəyyən edir.  $\varepsilon(\omega, T)$  funksiyasının tapılmasında ikinci mühüm addım Vin tərəfindən müəyyən edilmiş qanun oldu. Belə ki, 1893-cü ildə Vin ideal güzgü divarlı boşluğun içində tarazlıqda olan şüalanmanın, bu boşluğun həcmi kiçilərkən

termodinamik sıxılması prosesinə baxmış və hərəkət edən güzgüdən əks olunma zamanı şüanın tezliyinin dəyişməsinə (Dopler effekti) nəzərə almaqla göstərmişdir ki, mütləq qara cismin şüalandırma qabiliyyəti

$$\varepsilon(\omega, T) = \frac{c}{4} u(\omega, T) = \frac{c}{4} \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right) \quad (6.1)$$

kimi funksiya ilə ifadə olunmalıdır.

(6.1) Vin düsturunun çıxarılışına baxaq. Bu məqsədlə fərz edək ki, divarları ideal güzgü olan boşluğun daxilində spektral tərkibi ixtiyari olan izotrop şüalanma vardır. Bu şüalanmanın üzərində elə adiabatik kvazistatik proses aparmaq olur ki, həmin proses zamanı onun  $V$  həcmi sonsuz yavaş dəyişsin. Bütün bu proses ərzində şüalanmanın izotrop qalmasına əmin olmaq üçün boşluğu sfera formasında götürmək olar (bir qədər sonra görəcəyik ki, belə ehtiyatlı hərəkət etməyə lüzum yoxdur, boşluğu ixtiyari formada da götürmək olar). Boşluqdakı şüalanmanın daxili enerjisi  $uV$  olar. Burada  $u$  şüalanma enerjisinin həcmi sıxlığıdır. Boşluğun həcmi  $dV$  qədər artanda daxili enerjinin hesabına  $PdV$  işi görülür.  $P$  – şüalanmanın təzyiqidir. Deməli,  $PdV = -d(uV)$  tənliyini yaza bilərik.

Ə5-də qeyd etdiyimiz kimi, izotrop şüalanma üçün  $P = \frac{1}{3}u$  olduğundan bu tənlik

$$\frac{4}{3}udV + Vdu = 0 \quad \text{və ya} \quad \frac{4}{3} \frac{dV}{V} = -\frac{du}{u}$$

şəklinə düşür ki, onu da inteqrallayaraq

$$uV^{4/3} = const \quad (6.2)$$

və ya

$$PV^{4/3} = const \quad (6.3)$$

tənliyini alırıq. Göründüyü kimi, (6.3) ifadəsi ideal qaz üçün Puassonun adiabat tənliyinə tamamilə oxşardır və ona görə də izotrop şüalanma üçün adiabat tənliyi adlanır. Adiabat sabiti isə  $\gamma = \frac{4}{3}$ -dür.

Dopler effektinə görə adiabatik sıxılma və ya genişlənmə zamanı şüalanmanın spektral tərkibi dəyişməlidir. Məsələn, izotrop şüalanmanın spektral tərkibi  $\omega, \omega+d\omega$  intervalını əhatə edərsə, hərəkət edən divardan əks olunma nəticəsində  $\omega$  tezliyi və intervalın  $d\omega$  eni dəyişərək  $\omega'$  və  $d\omega'$  olur. Bu zaman (6.2) tənliyinə əsasən

$$u(\omega, T)d\omega V^{4/3} = u'(\omega', T)d\omega' V'^{4/3} = const \quad (6.4)$$

şərti ödənməlidir. Burada  $V'$  və  $u'(\omega', T)$  – prosesin sonunda şüalanma enerjisinin həcmi və sıxlığıdır.

Vin şüalanma termodinamikasında mühüm əhəmiyyət kəsb edən aşağıdakı teoremi isbat etmişdir.

İdeal əksetdirici divarlara malik olan boşluğun daxilində tarazlıqda olan şüalanma boşluğun həcmimin kvazistatik sıxılması və genişlənməsi zamanı da tarazlıqda qalacaqdır.

Vin teoremini isbat etmək üçün boşluğu sfera formasında götürmək əlverişlidir. Çünki bu halda sistem sferik simmetriyaya malik olduğundan prosesin gedişi zamanı şüalanmanın izotropluğu saxlanır və bunu xüsusi isbat etməyə ehtiyac qalmır. Şüalanmanı  $V_1$  başlanğıc həcmindən  $V_2$  həcminə qədər kvazistatik sıxaq. Bu zaman işığın təzyiq

qüvvəsinə qarşı iş görülür və boşluqdakı şüalanmanın spektral tərkibi də dəyişir. Fərz edək ki, nəticədə şüalanmanın tarazlığı pozulmuşdur. Son halda boşluğun daxilinə işıq udan və şüalandıran sonsuz kiçik qara toz dənəsi salaq. Kifayət qədər uzun zaman müddətindən sonra o, boşluq daxilində tarazlıqda olmayan şüalanmanı tarazlıqda olan şüalanmaya çevirəcək. Bu, özbaşına gedən dönməz prosesdir. Tarazlıqda olan şüalanmanın tarazlıqda olmayan şüalanmaya çevrilməsi prosesi, yəni tərs proses, aydındır ki, özbaşına gedə bilməz.

Boşluğun daxilində şüalanma tarazlıq halına gəldikdən sonra, toz dənəsini kənara çıxarmadan, boşluğun həcmi adiabatik olaraq sonsuz yavaş genişləndirərək ilkin  $V_1$  həcminə çatdıraq. Bundan sonra toz dənəsini kənar edək. Toz dənəsinin enerjisi sonsuz kiçik olduğundan, onun mövcud olub-olmaması boşluqdakı şüalanmanın ümumi enerjisinə, demək olar ki, təsir etmir. Digər tərəfdən izotrop şüalanmanın təzyiqi onun spektral tərkibindən deyil, şüalanma enerjisinin  $u(T)$  inteqral sıxlığından asılıdır. Ona görə də boşluğun həcmi genişlənərkən işıq təzyiqinin gördüyü iş, sıxılma zamanı xarici qüvvələrin gördüyü işə sonsuz kiçik kəmiyyət dəqiqliyi ilə bərabər olmalıdır. Buradan görünür ki, əvvəlcə sıxılma və sonra isə genişlənmə nəticəsində şüalanmanın enerjisi və onunla birlikdə temperaturu dəyişmir.

Beləliklə, sistemdə dairəvi proses baş vermiş olur və bu proses zamanı sistem enerji almır və enerji vermir, sistemin gördüyü iş sıfıra bərabərdir. Deməli, ətraf cisimlərdə heç bir dəyişiklik baş verməmişdir və ona görə də baxılan dairəvi proses dönməz prosesdir. Lakin bu, mümkün deyil. Çünki bizim fərziyyəmizə görə bu dairəvi prosesin bir mərhələsi dönməzdir. Deməli, kvazistatik sıxılma nəticəsində tarazlıqda olan şüalanmanın tarazlıqda olmayan şüalanmaya çevrilməsi haqqında bizim yuxarıda qəbul etdiyimiz fərziyyə doğru deyildir. Bununla da Vin teoremi isbat olunur.

Qeyd edək ki, Vin teoremi mühüm metodik əhəmiyyət kəsb edir. Belə ki, ideal güzgü divarlara malik olan boşluqda tarazlıqda olan şüalanmanın həcmi adiabatik və kvazistatik dəyişərək istənilən sıxlığa, və deməli, istənilən temperatura malik tarazlıqda olan şüalanma almaq olar. Bu proses zamanı şüalanma üzərində görülən işi hesablayaraq son halda onun enerjisini və temperaturunu tapmaq olar. Hərəkət edən divardan əks olunma zamanı tezliyin dopler dəyişməsinə hesablayaraq bu şüalanmanın spektral tərkibini də tapmaq olar. Beləliklə də prosesin başlanğıcında və istənilən sonrakı mərhələsində tarazlıqda olan şüalanmanın parametrləri arasında müəyyən uyğunluq tapıla bilər.

Bu metodu ideal güzgü divarlara malik sfera formasında boşluğun daxilində tarazlıqda olan şüalanmaya tətbiq edək. Vin teoreminə görə sonsuz yavaş adiabatik genişlənmə və ya sıxılma zamanı bu boşluqdakı şüalanma həmişə tarazlıqda olacaq və məhz buna görə də hər bir zaman anında onu müəyyən  $T$  temperaturu ilə xarakterizə etmək olar. Boşluğun içərisində onun divarına düşmə bucağı  $\theta$  olan ixtiyari şüa götürək (şəkil 6.1). Bu şüanın iki ardıcıl əks olunması arasında keçən zaman müddəti

$\Delta t = \frac{2r \cos \theta}{c}$  olar. Bu müddət ərzində boşluğun  $r$  radiusunun artımı  $\Delta r = r \Delta t$  olar. Hər

bir əks olunma zamanı tezliyin dopler dəyişməsi aşağıdakı düsturla təyin olunur:

$$\frac{\Delta \omega}{\omega} = -\frac{v}{c} = -\frac{2\dot{r} \cos \theta}{c} = -\frac{2\Delta r \cos \theta}{c \Delta t} = -\frac{\Delta r}{r}. \quad (6.5)$$

Deməli, tezliyin  $\Delta\omega/\omega$  nisbi dəyişməsi sferik boşluğun radiusunun  $\Delta r/r$  nisbi dəyişməsi ilə təyin olunur. Burada yalnız  $\Delta r \ll r$  şərti tələb olunur. Sonsuz yavaş genişlənmə zamanı  $\Delta r$  və  $\Delta\omega$  kəmiyyətlərini  $dr$  və  $d\omega$  diferensialları ilə əvəz etmək olar ki, onda (6.5) tənliyi

$$\frac{d\omega}{\omega} + \frac{dr}{r} = 0 \quad (6.6)$$

şəklinə düşür. Bu, o deməkdir ki, ardıcıl əks olunmaların bir-birindən kiçik, lakin hər halda sonlu zaman müddətləri ilə ayrıldığı real proses, hesablamalarda həmin əks olunmaların ardıcıl olaraq zamana görə kəsilməz baş verməsinə uyğun olan ideallaşdırılmış proseslə əvəz olunur. (6.6) tənliyini inteqrallayaraq

$$\omega r = const \quad (6.7)$$

alırıq. Lakin  $r \approx V^{1/3}$  olduğundan (6.7) tənliyini

$$\omega^3 V = const \quad (6.8)$$

kimi də yazmaq olar. (6.8) tənliyi təkə sfera formasında deyil, həm də ixtiyari formada olan boşluq üçün doğrudur. Bu tənlik sonsuz yavaş proses üçün alındığından  $\omega^3 V$  kəmiyyəti adiabatik invariantdır. (6.8) tənliyinin (6.2) və (6.3) tənlikləri ilə kombinasiyasından yeni adiabatik invariantlar ala bilərik. Belə ki, (6.2) və (6.8) tənliklərindən

$$\frac{\omega^4}{u} = const \quad (6.9)$$

və ya (5.8) Stefan-Bolsman qanununa əsasən

$$\frac{\omega}{T} = const \quad (6.10)$$

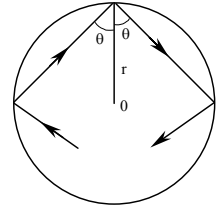
alınır. Buna oxşar olaraq (6.3) və (6.8) tənliklərinə əsasən

$$\frac{u(\omega, T)d\omega}{\omega^4} = const \quad (6.11)$$

yaza bilərik.

Beləliklə, ideal güzgü divarlara malik boşluqda tarazlıqda olan şüalanmanı kvazistatik genişləndirdikdə və ya sıxdıqda bu şüalanmanın tərkibində olan hər bir kvazimonoxromatik şüa özünü digər şüalardan asılı olmayaraq aparır və elə dəyişir ki, bu şüa üçün  $\omega^3 V$ ,  $u/\omega^4$ ,  $u(\omega, T)d\omega/\omega^4$  kəmiyyətləri sabit qalsın, yəni adiabatik invariant olsunlar. Vin teoreminə görə belə proses zamanı şüalanma həmişə tarazlıqda qalır. Belə şüalanmanı boşluğun həcmi dəyişmədən onun divarlarını qızdırmaq və ya soyutmaqla da almaq olar. Ona görə də yuxarıda alınmış nəticələri heç bir konkret proseslə əlaqələndirmədən tarazlıqda olan şüalanmanın yalnız özünün xassələri hesab etmək olar. Bu xassələr aşağıdakı kimi ifadə oluna bilər.

Şüalanma tarazlıqda qalmaq şərti ilə onun temperaturunu ixtiyari üsulla  $T$ -dən  $T'$ -ə



Шякил 6.1.

qədər dəyişək və özü də bu zaman başlanğıc halda hər bir  $\omega$  tezliyinə son halda elə  $\omega'$  tezliyi uyğun tutaq ki,  $\omega/T = \omega'/T'$ , və deməli,  $d\omega/T = d\omega'/T'$  şərti ödənsin. Onda bu hallarda şüalanma enerjisinin sıxlıqları bir-biri ilə aşağıdakı tənliklər vasitəsilə ifadə oluna bilər:

$$\frac{u}{\omega^4} = \frac{u'}{\omega'^4}, \quad (6.12)$$

$$\frac{u(\omega, T)d\omega}{\omega^4} = \frac{u'(\omega', T')d\omega'}{\omega'^4} \quad (6.13)$$

Qeyd edək ki, (6.12) və (6.13) Vinin yerdəyişmə qanununun ən ümumi şəkildə ifadəsidir.

(6.13) düsturundan görünür ki,

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^4}{\omega'^4} \frac{d\omega'}{d\omega} u'(\omega', T') = \frac{T^3}{T'^3} u'\left(\frac{T'}{T}\omega, T'\right). \quad (6.14)$$

(6.14) ifadəsi temperaturun ixtiyari  $T'$  qiyməti üçün doğrudur. Ona görə də (6.14)-də sağ tərəf  $T'$ -dən asılı deyildir. Bu isə o deməkdir ki,  $T'$ -in bütün qiymətləri üçün (6.14) ifadəsini

$$u(\omega, T) = T^3 \varphi\left(\frac{\omega}{T}\right) \quad (6.15)$$

kimi yazmaq olar. Burada  $\varphi\left(\frac{\omega}{T}\right)$  – arqumenti  $\omega/T$  olan universal funksiyadır. Lakin  $\omega/T = \omega'/T'$  olduğunu nəzərə alsaq (6.15) düsturunu

$$u(\omega, T) = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right) \quad (6.16)$$

kimi yazmaq olar. Bu isə (6.1) düsturunda şüalanmanın enerji sıxlığı üçün Vin düsturudur.

Burada  $F\left(\frac{\omega}{T}\right)$  yeni naməlum universal funksiyadır və onun aşkar ifadəsini tapmaq üçün Vinin göstərdiyi cəhdlər müvəffəqiyyətsiz olmuşdur. Çünki Vin yalnız termodinamik mülahizələrə əsaslanırdı, şüalanma və udulmanın mexanizmi haqqında heç bir fərziyyə qəbul etmirdi.

Qeyd edək ki, sonrakı ifadələrdə sadəlik naminə (6.1) düsturunda  $c/4$  vuruğunu nəzərə almayaraq onun  $F\left(\frac{\omega}{T}\right)$  funksiyasının ifadəsinə daxil olduğunu qəbul edəcəyik.

$F\left(\frac{\omega}{T}\right)$  funksiyasının ifadəsi naməlum qalsa da, Vin düsturu mütləq qara cismin şüalanma nəzəriyyəsində mühüm rol oynamışdır.

Birincisi, Vin düsturu  $\varepsilon(\omega, T)$  ikidəyişənli funksiyanı  $F\left(\frac{\omega}{T}\right)$  kimi birdəyişənli

funksiya ilə ifadə edir. Bu isə temperaturun hər hansı bir qiymətində  $\varepsilon(\omega, T)$  funksiyasının  $\omega$ -dan asılılıq qrafikinə (spektrdə enerjinin paylanması əyrisinə) əsasən temperaturun ixtiyari digər qiymətində həmin asılılığın qrafikini qurmağa imkan verir. Məsələn, bizə  $T_1$  temperaturu üçün  $\varepsilon(\omega_1, T_1)$  funksiyasının qrafiki məlumdursa, onda bu qrafikə əsasən  $T_2$  temperaturuna uyğun qrafiki də qura bilərik. Doğrudan da  $\frac{\omega_2}{T_2} = \frac{\omega_1}{T_1}$ , yəni  $\omega_2 = \frac{T_2}{T_1} \omega_1$  şərtini ödəyən  $\omega_2$  tezliyi üçün (6.1) Vin düsturundan

$$\varepsilon(\omega_2, T_2) = \omega_2^3 F\left(\frac{\omega_2}{T_2}\right) = \omega_2^3 F\left(\frac{\omega_1}{T_1}\right) = \frac{T_2^3}{T_1^3} \omega_1^3 F\left(\frac{\omega_1}{T_1}\right) = \frac{T_2^3}{T_1^3} \varepsilon(\omega_1, T_1) \quad (6.17)$$

alınır. Beləliklə, (6.17) düsturundan görüldüyü kimi,  $\varepsilon(\omega_2, T_2)$  funksiyasının qrafikini almaq üçün  $\varepsilon(\omega_1, T_1)$  əyrisinin hər bir nöqtəsinin ordinatını  $\frac{T_2^3}{T_1^3}$  nisbətində vurmaq lazımdır.

İkincisi, Vin düsturu termodinamika əsasında alındığı üçün şübhəsiz ki, doğrudur. Bu isə o deməkdir ki, şüalanmanın mexanizmi haqqında müəyyən fərziyyəyə əsaslanmaqla  $\varepsilon(\omega, T)$  funksiyası üçün alınmış hər hansı başqa düstur (6.1) ifadəsinə uyğun olmalıdır, yəni bu düsturla təyin olunan  $\varepsilon(\omega, T)$ , müəyyən sabitlərdən başqa, tezliyin kubunun və  $\frac{\omega}{T}$  nisbətinin funksiyası olmalıdır. Deməli, Vin düsturu axtarılan  $\varepsilon(\omega, T)$  funksiyasının bəzi xüsusiyyətlərini əvvəlcədən müəyyən etməyə imkan verir.

Nəhayət, üçüncüsü,  $F\left(\frac{\omega}{T}\right)$  naməlum funksiyasının daxil olmasına baxmayaraq Vin

düsturu tamamilə müəyyən ədədi nəticələr almağa imkan verir. Məsələn, Vin düsturundan istifadə etməklə Stefan-Bolsman qanununu çıxarmaq olar. Doğrudan da, bütün tezliklər üçün inteqral şüalandırma qabiliyyətini tapmaqdan ötrü (5.9) ifadəsində (6.1) Vin düsturunu nəzərə alsaq

$$\varepsilon(T) = \int_0^{\infty} \varepsilon(\omega, T) d\omega = \int_0^{\infty} \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right) d\omega \quad (6.18)$$

olar. Burada  $x = \frac{\omega}{T}$  əvəz etsək

$$\varepsilon(T) = T^4 \int_0^{\infty} x^3 F(x) dx \quad (6.19)$$

alarlıq. (6.19) ifadəsinə daxil olan müəyyən inteqralın hesablanmasından alınan sabit ədədi  $\sigma$  ilə işarə etsək

$$\varepsilon(T) = \sigma T^4 \quad (6.20)$$

ifadəsini alırıq ki, bu da E5-dən məlum olan Stefan-Bolsman qanunudur. Qeyd etdiyimiz kimi, (bax: E4) nəzəri hesablamalarda  $\varepsilon(\omega, T)$  funksiyasından istifadə edildiyi halda, praktik təbiiqlər üçün  $\varphi(\lambda, T)$  funksiyasından istifadə olunması əlverişlidir. (4.3)

ifadəsindən istifadə edərək (6.1) Vin düsturunu  $\lambda$  dalğa uzunluğu vasitəsilə aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\begin{aligned}\varphi(\lambda, T) &= \frac{2\pi c}{\lambda^2} f\left(\frac{2\pi c}{\lambda}, T\right) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} \varepsilon\left(\frac{2\pi c}{\lambda^2}, T\right) = \\ &= \frac{2\pi c}{\lambda^2} \left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^3 F\left(\frac{2\pi c}{\lambda T}\right) = \frac{1}{\lambda^5} \psi(\lambda, T).\end{aligned}\quad (6.21)$$

Burada  $\psi(\lambda T) - \lambda T$  hasilindən asılı olan naməlum funksiyadır.

(6.21) ifadəsi  $\varphi(\lambda, T)$  funksiyasının maksimum qiymətinə uyğun gələn  $\lambda_{maks}$  dalğa uzunluğu ilə temperatur arasındakı asılılığı müəyyən etməyə imkan verir. Bunun üçün

$\left.\frac{d\varphi}{d\lambda}\right|_{\lambda_{maks}} = 0$  maksimumluq şərtindən istifadə etmək lazımdır. (6.21) funksiyasını  $\lambda$ -ya görə diferensiallayaq:

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{1}{\lambda^5} T \frac{d\psi(\lambda T)}{d\lambda} - \frac{5}{\lambda^6} \psi(\lambda, T) = \frac{1}{\lambda^6} \Phi(\lambda T).\quad (6.22)$$

Burada

$$\Phi(\lambda T) = \lambda T \frac{d\psi(\lambda T)}{d\lambda} - 5\psi(\lambda T)\quad (6.23)$$

işarə edilmişdir.

$\varphi(\lambda, T)$  funksiyasının maksimumuna uyğun gələn  $\lambda = \lambda_{maks}$  qiymətində (6.22) ifadəsi sıfıra bərabər olmalıdır:

$$\left.\frac{d\varphi}{d\lambda}\right|_{\lambda=\lambda_{maks}} = \frac{1}{\lambda_{maks}^6} \Phi(\lambda_{maks} T) = 0.\quad (6.24)$$

Təcrübədən məlumdur ki,  $\lambda_{maks} \neq \infty$ . Ona görə də (6.24) tənliyinin ödənməsi üçün

$$\Phi(\lambda_{maks} T) = \lambda_{maks} T \psi'(\lambda_{maks} T) - 5\psi(\lambda_{maks} T) = 0\quad (6.25)$$

olmalıdır. Burada  $x = \lambda_{maks} T$  işarə etsək

$$x \psi'(x) - 5\psi(x) = 0\quad (6.26)$$

diferensial tənliyini alırıq ki, onun da həlli müəyyən  $x = const$  qiymətinə gətirir. Bu sabiti  $b$  ilə işarə edərək

$$T \lambda_{maks} = b\quad (6.27)$$

ifadəsini alırıq. Burada  $b$  sabiti temperaturdan asılı deyildir və təcrübədən tapılır:

$$b = 0,2898 \text{ sm-dər} = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}.\quad (6.28)$$

(6.28) ifadəsi Vinin yerdəyişmə qanunu adlanır. Belə ki, mütləq qara cismin şüalanma spektrində maksimum şüalandırma qabiliyyətinə uyğun gələn dalğa uzunluğu  $\lambda_{maks}$  mütləq temperatur  $T$  ilə tərs mütənasibdir. Başqa sözlə, mütləq temperatur artdıqca  $\varphi(\lambda, T)$  funksiyasının maksimumu qısa dalğalar oblastına doğru yerini dəyişər və əksinə.

Yuxarıdakı qayda ilə  $\varepsilon(\omega, T)$  funksiyasının maksimum qiymətinə uyğun gələn  $\omega_{maks}$  tezliyi ilə temperatur arasında da asılılıq tapmaq olar. Bunun üçün (6.1) ifadəsini  $\omega$ -ya

görə diferensiallayaq:

$$\frac{d\varepsilon(\omega, T)}{d\omega} = \frac{\omega^3}{T} \frac{dF}{d\omega} + 3\omega^2 F = \omega^2 \left[ \frac{\omega}{T} F' \left( \frac{\omega}{T} \right) + 3F \left( \frac{\omega}{T} \right) \right] = \omega^2 \Phi \left( \frac{\omega}{T} \right) \quad (6.29)$$

Burada

$$\Phi \left( \frac{\omega}{T} \right) = \frac{\omega}{T} F' \left( \frac{\omega}{T} \right) + 3F \left( \frac{\omega}{T} \right) \quad (6.30)$$

işarə edilmişdir.

$\varepsilon(\omega, T)$  funksiyasının maksimum qiymətinə uyğun gələn  $\omega = \omega_{maks}$  tezliyində (6.29) ifadəsi sıfıra bərabər olmalıdır:

$$\left. \frac{d\varepsilon(\omega, T)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{maks}} = \omega_{maks}^2 \Phi \left( \frac{\omega_{maks}}{T} \right) = 0. \quad (6.31)$$

Aydındır ki,  $\omega_{maks} \neq 0$  və ona görə də

$$\Phi \left( \frac{\omega_{maks}}{T} \right) = \frac{\omega_{maks}}{T} F' \left( \frac{\omega_{maks}}{T} \right) + 3F \left( \frac{\omega_{maks}}{T} \right) = 0 \quad (6.32)$$

tənliyini alırıq. Burada  $x = \frac{\omega_{maks}}{T}$  işarə etsək

$$xF'(x) + 3F(x) = 0 \quad (6.33)$$

olar. (6.33) tənliyi  $x = const$  qiyməti üçün ödənilir. Beləliklə,  $\frac{\omega_{maks}}{T} = \frac{2\pi c}{T\lambda_{maks}^*} = const$  və ya

$$T\lambda_{maks}^* = a \quad (6.34)$$

alırıq. Burada  $a$  sabiti temperaturdan asılı deyildir və onun təcrübələrdən tapılmış qiyməti  $a = 0,5100 \text{ sm} \cdot \text{dər.}$  bərabərdir.

(6.27) və (6.34) ifadələrinin müqayisəsindən görünür ki,  $\varepsilon(\omega, T)$  funksiyasının  $\omega$ -dan asılılıq qrafikinə maksimumuna uyğun gələn  $\omega_{maks}$  tezliyinə əsasən təyin olunan  $\lambda_{maks}^*$  dalğa uzunluğu  $\varphi(\lambda, T)$  funksiyasının  $\lambda$ -dan asılılıq qrafikinə maksimumuna uyğun gələn  $\lambda_{maks}$  dalğa uzunluğuna bərabər olmayıb, ondan 1,76 dəfə böyükdür. Doğrudan da (6.34) və (6.37) ifadələrini tərəf-tərəfə bölsək

$$\frac{\lambda_{maks}^*}{\lambda_{maks}} = \frac{a}{b} = \frac{0,5100}{0,2898} \approx 1,76 \quad (6.35)$$

alırıq. Bu, onunla əlaqədardır ki,  $\varepsilon(\omega, T)$  funksiyasında qrafik bərabər  $\Delta\omega$  eninə,  $\varphi(\lambda, T)$  funksiyasında isə bərabər  $\Delta\lambda$  eninə malik olan zolaqlara bölünür. Paylanma qrafikində isə maksimumun vəziyyəti bu qrafik üçün seçilmiş koordinatlardan təbii ki, asılıdır.

1896-cı ildə  $F \left( \frac{\omega}{T} \right)$  funksiyasının aşkar ifadəsini tapmaq məqsədilə Vin fərz etmişdir

ki, molekulların sürətlərə görə Maksvel paylanmasına oxşar olaraq istilik şüalanmasının da enerjisi tezliklərə görə paylanır. Bu fərziyyə əsasında o, aşağıdakı empirik düsturu



təklif etmişdir:

$$\varepsilon(\omega, T) = a\omega^3 \exp\left(-\frac{b\omega}{T}\right). \quad (6.36)$$

Burada  $a$  və  $b$  sabitlərdir.

Göründüyü kimi, (6.36) ifadəsi (6.1) şərtini ödəyir və maksimuma malikdir. Lakin müəyyən edilmişdir ki, (6.36) düsturu yalnız ultrabənövşəyi oblastda və aşağı temperaturlarda təcrübi faktlarla yaxşı uyğun gəlir.

## Ə7. Reley-Cins qanunu

Kirxhofun  $f(\omega, T)$  universal funksiyasının, yəni mütləq qara cismin  $\varepsilon(\omega, T)$  şüalandırma qabiliyyətinin aşkar ifadəsini tapmaq üçün Stefan-Bolsman və Vin qanunlarından sonra göstərilən üçüncü cəhd Reley-Cins qanununun müəyyən edilməsi oldu. Reley və Cins əvvəlki tədqiqatçılar kimi termodinamik mülahizələrdən deyil, klassik statistik fizikanın əsasını təşkil edən enerjinin sərbəstlik dərəcələrinə görə bərabər paylanması haqqında teoremdən istifadə etmişlər. Məlum olduğu kimi, bu teoremə görə sistemin hər bir sərbəstlik dərəcəsinə  $\frac{kT}{2}$  qədər enerji düşür ( $k=1,38 \cdot 10^{-23}$  C/K – Bolsman sabiti,  $T$  – mütləq temperaturdur). Onda birölçülü harmonik osilyatorun orta enerjisi kinetik və potensial enerjilərin cəminə bərabər, yəni  $\frac{kT}{2} + \frac{kT}{2} = kT$  olar.

Reley və Cins fərz etdilər ki, içi vakuum olan boşluqdakı istilik şüalanması durğun dalğalar sistemindən ibarətdir və hər bir elektromaqnit dalğasına da orta hesabla  $kT$  qədər enerji düşür ki, bunun da  $\frac{kT}{2}$  qədəri elektrik,  $\frac{kT}{2}$  qədəri isə maqnit rəqsinə aiddir.

Boşluq daxilində tarazlıqda olan şüalanmanın sıxlığı boşluğun divarlarının təbiətindən asılı olmadığı üçün (bax Ə3), boşluğun divarlarını ideal qaytarıcı divarlarla əvəz etmək olar ki, bunun da nəticəsində həmin divarlara düşən və onlardan əks olunan elektromaqnit dalğaları toplanaraq, müəyyən şərtlər ödəndikdə, durğun dalğa əmələ gətirir. Məsələn, ucları bərkidilmiş elastik simdə durğun dalğalar o zaman yaranır ki, bu simin uzunluğu tam sayda yarım dalğa uzunluğuna bərabər olsun:  $l = n \frac{\lambda}{2}$ . Buradan həmin durğun

dalğanın dairəvi tezliyi üçün  $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \frac{\nu}{\lambda} = 2\pi m \frac{\nu}{2l}$  ifadəsini alırıq. Dalğanın təbiətindən asılı olaraq simin uclarında durğun dalğanın düyün nöqtəsi və ya qarın nöqtəsi alınabilir. Lakin hər iki halda ümumi şərt eynidir; simin uzunluğu tam sayda yarım dalğa uzunluğuna bərabərdir.

Ümumiliyi pozmadan fərz edək ki, baxılan boşluq tərəfləri  $a$ ,  $b$ ,  $c$  olan düzbucaqlı paralelopiped formasındadır və  $x$ ,  $y$ ,  $z$  koordinat oxları onun tilləri boyunca yönəlmişdir. Onda paralelopiped daxilində  $x$  oxu boyunca durğun dalğanın yaranması şərti

$$a = n_1 \frac{\lambda}{2} = n_1 \frac{\pi}{k_x} \quad \text{və ya} \quad k_x = n_1 \frac{\pi}{a} \quad (7.1)$$

olar. Burada  $n_1=1,2,3,\dots$  tam qiymətlərini alır və  $\vec{k}$  dalğa vektoru  $x$  oxu boyunca yönəlmişdir.

üçün  $k_x = \left| \vec{k} \right| = \frac{2\pi}{\lambda}$  –  $x$  oxu boyunca dalğa ədədidir.

Qeyd edək ki, baxılan durğun dalğa  $k_x$  kəmiyyəti bir-birindən işarəcə fərqlənən iki dalğanın toplanması nəticəsində alınır. Paralelopiped daxilində  $y$  və  $z$  oxları boyunca yaranan durğun dalğalar üçün də hər bir halda (7.1) şərtinə oxşar olan şərtlər ödənməlidir. Dalğa vektoru  $\vec{k}$  koordinat oxlarından heç biri boyunca yönəlməyibsə, onda (7.1) şərtinə oxşar olan şərtlər  $\vec{k}$  vektorunun hər üç proyeksiyası üçün eyni zamanda ödənməlidir:

$$k_x = n_1 \frac{\pi}{a}, \quad k_y = n_2 \frac{\pi}{b}, \quad k_z = n_3 \frac{\pi}{c};$$

$$n_1, n_2, n_3 = 0, 1, 2, \dots \quad (7.2)$$

Bu halda  $k = 2\pi/\lambda$  qiymətinə uyğun olan durğun dalğa uzunluğu eyni, lakin  $k_x, k_y, k_z$  üçlüyü ilə təyin olunan yayılma istiqaməti müxtəlif olan səkkiz dalğanın toplanmasından alınır.  $k_x, k_y$  və  $k_z$  proyeksiyalarının bu istiqamətlərə uyğun işarələri 7.1 cədvəlində verilmişdir.  $n_1, n_2$  və  $n_3$  tam ədədlər üçlüyünə uyğun gələn dalğa ədədi

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \sqrt{\left(n_1 \frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(n_2 \frac{\pi}{b}\right)^2 + \left(n_3 \frac{\pi}{c}\right)^2} \quad (7.3)$$

olar.  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$  olduğundan hər bir  $n_1, n_2$  və  $n_3$  tam ədədlər üçlüyünə durğun dalğanın mümkün olan  $\omega$  tezliyi və ya  $\lambda$  dalğa uzunluğu uyğun gəlir.

İndi isə  $\omega, \omega + d\omega$  tezliklər intervalında yerləşməsi mümkün olan dalğaların  $dN_\omega$  sayını tapanaq. Bu məqsədlə oxları  $k_x, k_y$  və  $k_z$  olan üçölçülü düzbucaqlı koordinat sistemi götürək. Belə sistem  $k$  – fəzada düzbucaqlı koordinat sistemi adlanır. Aydındır ki,  $k$  – fəzada dalğa ədədi  $K$  olan hər bir durğun dalğaya koordinatları (7.2) şərtləri ilə təyin olunan bir dənə nöqtə uyğun gələcəkdir. Sadəlik üçün fərz edək ki, bu nöqtələr  $k_x, k_y$  və  $k_z$  kəmiyyətlərinin müsbət qiymət aldığı oktantda yerləşmişdir. Təpələri  $k$  – fəzanın qonşu nöqtələrində yerləşən paralelopipedin həcmi  $\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = \pi^3 / abc$  olduğundan və belə paralelopipedə bir dənə nöqtə düşdüyündən  $k$  – fəzada nöqtələrin sıxlığı  $1: \pi^3 / abc = abc / \pi^3$  olar. Dalğa vektorunun modulu  $k, k + dk$  intervalında yerləşən durğun dalğaların  $dN_k$  sayı qalınlığı  $dk$  olan kürə qatının həcmnin  $\frac{1}{8}$ -də yerləşən nöqtələrin sayına bərabər olar:

$$dN_k = \frac{abc}{\pi^3} \cdot \frac{1}{8} \cdot 4\pi k^2 dk = V \frac{k^2 dk}{2\pi^2}. \quad (7.4)$$

burada  $V = abc$  - boşluğun (paralelopipedin) həcmidir. (7.4) ifadəsində  $k = \frac{\omega}{c}$ ,

$dk = \frac{d\omega}{c}$  olduğunu nəzərə alaraq tezliyi  $\omega, \omega + d\omega$  intervalına düşən durğun dalğaların  $dN_\omega$  sayı üçün

$$dN_{\omega} = V \frac{\omega^2 d\omega}{2\pi^2 c^3} \quad (7.5)$$

ifadəsini tapırıq.

Qeyd edək ki, durğun dalğalar üçün ümumi mülahizələrə əsaslanaraq tapılmış (7.5) düsturunu elektromaqnit dalğalarına tətbiq edərkən nəzərə almaq lazımdır ki, hər bir  $\omega$  tezliyinə polyarlaşma müstəviləri bir-birinə perpendikulyar olan iki dənə elektromaqnit dalğası uyğun gəlir. Ona görə də (7.5) ifadəsinin sağ tərəfini 2-yə vurmaq lazımdır. Beləliklə,  $d\omega$  tezlik intervalında vahid həcmə düşən durğun dalğaların sayı

$$dn_{\omega} = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3} \quad (7.6)$$

olar.

(7.6) ifadəsini bir dənə durğun dalğaya (bir rəqsə) düşən orta enerjiyə ( $\bar{E} = kT$ ) vuraraq,  $\omega, \omega + d\omega$  tezliklər intervalında vahid həcmə düşən  $u(\omega, T)d\omega$  enerjisini tapırıq:

$$u(\omega, T)d\omega = \bar{E}dn_{\omega} = \frac{\omega^2 \bar{E}}{\pi^2 \cdot c^2} d\omega \quad (7.7)$$

və ya

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \bar{E} = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT \quad (7.8)$$

(4.10) düsturundan istifadə edərək tapırıq ki,

$$f(\omega, T) = \frac{c}{4} u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT. \quad (7.9)$$

Sərbəstlik dərəcələrinə görə enerjinin bərabər paylanması teoremindən istifadə edərək Cins enerji sıxlığını Releyin təklif etdiyi metodla hesabladığı üçün (7.8) və ya (7.9) ifadəsi Reley-Cins düsturu adlanır. Qeyd edək ki, (7.9) funksiyası Vinin təklif etdiyi (6.1) funksiyasının şərtini ödəyir:

$$f(\omega, T) = \frac{k}{4\pi^2 c^2} \omega^3 \frac{T}{\omega}. \quad (7.10)$$

(4.3) düsturuna əsasən (7.8) və ya (7.9) Reley-Cins düsturunu  $\lambda$  dalğa uzunluğu vasitəsilə də yazmaq olar:

$$u(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} u\left(\frac{2\pi c}{\lambda}, T\right) = \frac{8\pi kT}{\lambda^4} \quad (7.11)$$

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} f\left(\frac{2\pi c}{\lambda}, T\right) = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT. \quad (7.12)$$

Qeyd edək ki, enerji sıxlığının dalğa uzunluğuna görə paylanmasını ifadə edən (7.11) düsturunu ümumi şəkildə aşağıdakı mülahizələrə əsasən də almaq olar. Doğrudan da  $V$  həcmində uzunluğu  $\lambda, \lambda + d\lambda$  dalğa uzunluğu intervalında yerləşən dalğaların  $f(\lambda)d\lambda$  sayı  $V$  həcmi və  $d\lambda$  intervalı ilə düz mütənasib olmalıdır:

$$f(\lambda)d\lambda = C\varphi(\lambda)Vd\lambda. \quad (7.13)$$

Burada  $C$  – sabit ədəddir.  $f(\lambda)d\lambda$  adsız kəmiyyət olduğundan,  $Vd\lambda$  isə  $m^4$  ölçü vahidinə

malik olduğundan  $\varphi(\lambda)$  funksiyasının ölçü vahidi  $m^{-4}$  olmalıdır. Deməli,  $\varphi(\lambda) \sim \lambda^{-4}$  və

$$f(\lambda)d\lambda = C\lambda^{-4}Vd\lambda \quad (7.14)$$

yaza bilərik. Bu ifadə ixtiyari səlt mühit üçün və deməli, ixtiyari növ dalğa üçün doğrudur. Sərbəstlik dərəcəsinə görə enerjinin bərabər paylanması teoreminə əsasən hər bir rəqsə orta hesabla  $kT$  enerjisi düşdüyünü qəbul edərək  $V$  həcmindəki tam enerji üçün  $CkT\lambda^{-4}d\lambda$  və ya  $u(\lambda, T)d\lambda = CkT\lambda^{-4}d\lambda$  yaza bilərik. Buradan

$$u(\lambda, T) = \frac{CkT}{\lambda^4} \quad (7.15)$$

alınır. Göründüyü kimi, (7.15) ifadəsi (7.11) Reley-Cins düsturuna  $C$  sabit vuruğu dəqiqliyi ilə uyğun gəlir. Hesablamalarla müəyyən edilmişdir ki,  $V$  həcmi dolduran mühitin xarakterindən asılı olaraq  $C$  sabiti üçün müxtəlif qiymətlər alınır.  $V$  həcmi qazla dolmuşdursa, burada yalnız uzununa dalğalar yayılır və  $C=4\pi$  olur.  $V$  həcmi elektromaqnit şüalanması ilə dolduqda elektromaqnit dalğaları yalnız eninə dalğalar olduğundan, lakin polyarizasiya müstəviləri bir-birinə perpendikulyar olan iki asılı olmayan dalğa mövcud ola bildiyindən  $C=8\pi$  alınır. Nəhayət, bərk cisimdə həm eninə, həm də uzununa dalğalar yayıla bildiyindən  $C=12\pi$  olur.

Təcrübələrlə müəyyən edilmişdir ki, Reley-Cins düsturu yalnız dalğa uzunluğunun və temperaturun böyük qiymətlərində yaxşı nəticələr verir. Belə ki, Reley-Cins düsturunu spektrin uzaq infraqırmızı və radiodalğa diapazonlarında müvəffəqiyyətlə tətbiq etmək olar. Dalğa uzunluğunun kiçik qiymətlərində Reley-Cins düsturundan mütləq qara cismin şüalanma qabiliyyəti üçün alınmış qiymətlər təcrübi faktlardan kəskin fərqlənir. Bundan başqa, Reley-Cins düsturuna əsasən şüalanma enerjisinin inteqral sıxlığını tapmaq üçün, yəni Stefan-Bolsman qanununu almaq üçün (7.8) və ya (7.9) ifadələrini inteqrallasaq sonsuz böyük qiymətlər alınır:

$$u(T) = \int_0^{\infty} u(\omega, T)d\omega = \frac{kT}{\pi^2 c^3} \int_0^{\infty} \omega^2 d\omega = \infty, \quad (7.16)$$

$$\varepsilon(T) = f(T) = \int_0^{\infty} f(\omega, T)d\omega = \frac{kT}{4\pi^2 c^2} \int_0^{\infty} \omega^2 d\omega = \infty \quad (7.17)$$

Beləliklə, Reley-Cins düsturu termodinamika qanunları əsasında tapılmış Vin düsturunun şərtlərini ödəsə də, tamamilə mənasız nəticə verir. Belə ki, (7.16) və (7.17) düsturlarından göründüyü kimi, şüalanma enerjisinin sıxlığının (və ya şüalandırma qabiliyyətinin) yalnız sonsuz böyük qiymətində maddi cisim və şüalanma arasında tarazlıq yarana bilər. Başqa sözlə, cisim öz enerjisini tamamilə şüalandırma, yəni o, mütləq sıfır qədər soyumalıdır. Lakin təcrübələrdən məlumdur ki, istilik şüalanması ilə bu şüalanmanı yaradan maddi cisimlər arasında tarazlıq mütləq sıfır temperaturunda deyil, istənilən temperaturlarda yaranır və özü də bu tarazlıq zamanı şüalanan enerjinin sıxlığı cisimlərdə mövcud olan enerjinin sıxlığından çox azdır.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, Reley-Cins düsturu enerjinin spektral paylanmasını da düzgün təsvir etmir. Belə ki, (7.8) və ya (7.11) düsturlarından göründüyü kimi, istilik şüalanması spektrində enerjinin böyük hissəsi spektrin qıscadalğalı və ya böyük tezlikli oblastına uyğun gəlir. Təcrübə ilə nəzəriyyə arasındakı bu uyğunsuzluğu kvant nəzəriyyəsinin banilərindən biri olan P.S.Erenfest "ultrabənövşəyi fəlakət"

adlandırmışdır.

Beləliklə, istilik şüalanmasını izah edərkən klassik fizika müvəffəqiyyətsizliyə uğradı. Reley-Cins düsturu klassik statistik fizikanın əsasını təşkil edən teoremi tətbiq etməklə alındığından başa düşülmür ki, sərbəstlik dərəcələrinə görə enerjinin bərabər paylanması haqqında teorem nə üçün bəzi hallarda tətbiq oluna bilər, başqa hallarda isə tətbiq oluna bilməz. Lorensin obrazlı ifadəsinə görə "klassik fizikanın tənlikləri sönməkdə olan sobanın böyük uzunluğa malik dalğalarla yanaşı nə üçün sarı şüalar buraxa bilmədiyini izah etməkdə aciz qalmışdı".

## **Ə8. Mütləq qara cismin şüalanması üçün Plank düsturu**

Mütləq qara cismin şüalanması üçün nəzəri olaraq ümumi qanunun tapılması yolunda göstərilən çoxlu sayda cəhdlər bir sıra mühüm qanunların (Stefan-Bolsman, Vin, Reley-Cins qanunları) müəyyən edilməsi ilə nəticələnmiş olsa da məsələ ümumi şəkildə həll oluna bilmədi. Belə ki, həmin qanunların hər biri temperatur və tezliyin yalnız müəyyən intervalı üçün təcrübə ilə uyğun olan nəticələr verir. Belə ki, Vin düsturu alçaq temperatur və böyük tezliklərdə, Reley-Cins düsturu isə yüksək temperatur və kiçik tezliklərdə təcrübə ilə uyğun nəticələr verir. Deməli, mütləq qara cismin şüalandırma qabiliyyəti  $\mathcal{A}(\omega, T)$ , yəni Kirxhofun universal  $f(\omega, T)$  funksiyası üçün elə ümumi analitik ifadə tapmaq tələb olunurdu ki, həmin ifadə əsasında bu funksiya üçün qurulan qrafik  $T$  temperaturunun hər bir verilmiş qiymətində bütün  $\omega$  tezlikləri üçün təcrübə əyri ilə üst-üstə düşsün. 8.1 şəklində təcrübə əyri (1) ilə Vin və Reley-Cins düsturlarına əsasən  $\mathcal{A}(\lambda)$  funksiyası üçün qurulmuş qrafiklər (uyğun olaraq, 2 və 3) göstərilmişdir. Nəzəriyyə və təcrübə arasındakı bu uyğunsuzluğun səbəbi çox dərinədir. Belə ki, mütləq qara cismin şüalanma nəzəriyyəsinin əsaslandığı klassik elektrodinamika qanunları şüalanmaya səbəb olan elementar proseslərə tətbiq edildikdə düzgün olmayan nəticələr verir. Yaranmış vəziyyətdən çıxmaq üçün yeni ideya lazım idi. Belə bir ideyanı Plank irəli sürdü. Planka görə hər bir mütləq qara cisim sonsuz sayda harmonik osilyatorlar toplusu kimi fərz etmək olar ki, onların da hər biri ayrıca monoxromatik dalğa, hamısı isə birlikdə kəsilməz spektr şüalandırır. Bu ideyaya əsaslanaraq Plank mütləq qara cismin şüalandırma qabiliyyəti üçün əvvəlcədən məlum olan (7.9) Reley-Cins düsturunu aldı. Ona görə də Plank belə nəticəyə gəldi ki, bu uyğunsuzluğun səbəbi atom osilyatorlarına klassik fizika qanunlarının tətbiq edilməsinin qeyri-mümkünlüyüdür. Belə ki, klassik fizika qanunlarına görə tezliyi  $\omega$  olan osilyatorun enerjisi rəqs amplitudunun kvadratı ilə mütənasib olduğundan, onun enerjisi ixtiyari qiymət ala bilər və buna uyğun olaraq da osilyator vahid zamanda ixtiyari enerji şüalandıra bilər. Atom osilyatorları üçün bu cür sadə qanunların ödənmədiyini nəzərə alaraq, Plank klassik fizika təsəvvürlərinə zidd olan belə bir fərziyyə irəli sürdü ki, harmonik osilyatorun enerjisi ixtiyari deyil, yalnız  $0, E_0, 2E_0, 3E_0, \dots$  diskret sırasına daxil olan seçilmiş qiymətlər ala bilər;  $E_0$  – ossilyatorun yalnız  $\omega$  tezliyindən asılı olan kəmiyyətdir. Burada harmonik osilyator dedikdə yalnız sərbəst rəqslər edə bilən hissəcik deyil, məsələn, içərisi vakuüm olan boşluqda yaranan müəyyən tezlikli durğun dalğa da nəzərdə tutula bilər.

Əgər osilyator izolə olunmuşdursa, kifayət qədər zaman müddətindən sonra onun enerjisi tamamilə şüalanmaya sərf olunacaq və o, enerjisi  $E=0$  olan ən kiçik enerjili hala keçəcəkdir (kvant mexanikası təsəvvürlərinə görə harmonik osilyatorun ən kiçik enerjisi sıfırdan fərqlidir. Lakin o dövrdə kvant mexanikası yaranmamışdı, onun hələ ki, təməli qoyulurdu). Lakin osilyator divarlarının temperaturu sabit olan boşluqda yerləşmişdirsə, o, enerji şüalandırmaqla yanaşı həm də enerji udacaqdır və bunun nəticəsində o, həyəcanlanaraq daha yüksək enerjili hallara (enerji səviyyələrinə) keçəcəkdir. Bir müddətdən sonra şüalanma aktlarının sayı orta hesabla udma əks aktlarının sayına bərabər olacaq, yəni tamamilə müəyyən detal tarazlıq halı yaranacaqdır. Bu tarazlıq halında bütün mümkün olan enerji hallarına hər bir hal üçün müxtəlif ehtimalla həyəcanlanma baş verəcəkdir. Belə statistik tarazlıq halında osilyatorun  $\bar{E}$  orta enerjisini tapaq. Zərrəciklərin enerjiyə görə paylanması üçün Bolsman qanununa görə osilyatorun  $E_n$  enerjili halda olması ehtimalı  $P_n$  aşağıdakı düsturla təyin olunur:

$$P_n = Ae^{-\frac{E_n}{kT}} \quad (8.1)$$

burada  $A$  normallaşdırıcı vuruqdur və bütün  $P_n$ -lərin cəminin vahidə bərabər olması şərtinə əsasən tapılır. Doğrudan da  $\sum_{n=0}^{\infty} P_n$  cəmi osilyatorun enerjisinin mümkün olan qiymətlərdən birini alması ehtimalını göstərir ki, bu ehtimal da vahidə bərabərdir. Deməli,

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = A \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{E_n}{kT}} = 1. \quad (8.2)$$

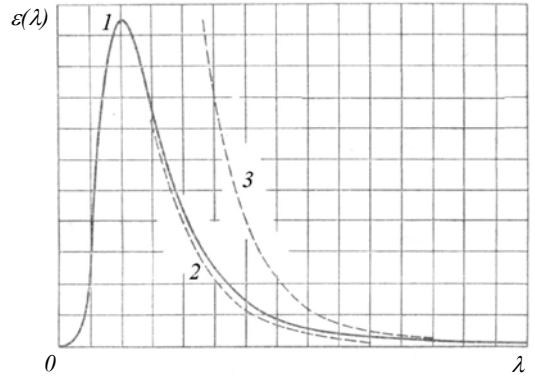
Buradan

$$A = \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{E_n}{kT}}} \quad (8.3)$$

(8.3) ifadəsini (8.1)-də yerinə yazsaq və Plankın ideyasına görə  $E_n = nE_0$  olduğunu nəzərə alsaq

$$P_n = \frac{e^{-\frac{nE_0}{kT}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{nE_0}{kT}}} \quad (8.4)$$

olar.



Шякил 8.1.

Fərz edək ki, biz hər hansı bir üsulla osilyatorun enerjisini ölçə bilirik. Bərabər  $\Delta t$  zaman fasilələrindən sonra  $N$  sayda belə ölçmələr apararaq. Enerji üçün alınan qiymətlərin cəmini ölçmələrin  $N$  sayına bölməklə biz enerjinin zamana görə  $\bar{E}$  orta qiymətini tapa bilirik. Ölçmələrin  $N$  sayının çox böyük qiymətində eyni bir  $E_n$  qiyməti verən ölçmələrin  $N_n$  sayı  $NP_n$  oldu-ğundan

$$\bar{E} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{\infty} N_n E_n = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{\infty} NP_n E_n = \sum_{n=0}^{\infty} P_n E_n \quad (8.5)$$

alırıq.

Beləliklə, harmonik osilyatorun enerjisinin orta qiyməti üçün aşağıdakı ifadəni tapmış oluruq:

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \sum_{n=0}^{\infty} P_n E_n = A \sum_{n=0}^{\infty} E_n e^{-E_n/kT} = \\ &= \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nE_0 e^{-nE_0/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nE_0/kT}} = E_0 \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-nx}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}}. \end{aligned} \quad (8.6)$$

Burada

$$x = \frac{E_0}{kT} \quad (8.7)$$

işarə edilmişdir.

(8.6) ifadəsində məxrəcdəki cəm, məlumdur ki, aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = \frac{1}{1 - e^{-x}}. \quad (8.8)$$

(8.8) ifadəsini  $x$ -ə görə diferensiallayaraq (8.6) ifadəsində kəsrin surətini tapa bilirik:

$$\frac{d}{dx} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = - \sum_{n=0}^{\infty} n e^{-nx} = \frac{-e^{-x}}{(1 - e^{-x})^2} \quad (8.9)$$

(8.8) və (8.9) ifadələrini (8.6)-da nəzərə alsaq

$$\bar{E} = \frac{E_0}{e^x - 1} = \frac{E_0}{e^{E_0/kT} - 1} \quad (8.10)$$

olar. (8.10) ifadəsini (7.8)-də nəzərə alaraq temperaturun verilmiş qiymətində şüalanmanın həcmi sıxlığı üçün

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^2} \cdot \frac{E_0}{e^{E_0/kT} - 1} \quad (8.11)$$

ifadəsini alırıq. Onda (4.10) düsturuna əsasən mütləq qara cismin şüalandırma qabiliyyəti üçün

$$\varepsilon(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{E_0}{e^{E_0/kT} - 1} \quad (8.12)$$

düsturunu yazı bilərik.

$$(8.10) \text{ ifadəsində } E_0 \rightarrow 0 \text{ olduqda } e^{\frac{E_0}{kT}} \approx 1 + \frac{E_0}{kT} \text{ olduğunu nəzərə alsaq osilyatorun}$$

orta enerjisi üçün  $\bar{E} = kT$  alırıq ki, bu da klassik fizikadan məlum olan nəticədir.  $E_0 \rightarrow 0$  limit halında (8.11)-(8.12) ifadələrindən uyğun olaraq, (7.8) və ya (7.9) Reley-Cins düsturu alınır. Bu, belə də olmalıdır. Çünki  $E_0 \rightarrow 0$  şərti klassik təsəvvürlərə qayıdış deməkdir və bu təsəvvürlərə görə osilyatorun enerjisi diskret olmayıb, kəsilməz qiymətlər almalıdır. Lakin Plank məsələni başqa cür qoydu:  $E_0 \rightarrow 0$  limit keçidini etməyib  $E_0$  kəmiyyətini elə seçək ki, (8.12) ifadəsi termodinamik mülahizələr əsasında alınmış (6.1) Vin düsturunun şərtlərini ödəsin. Bu məqsədlə (8.12) və (6.1) ifadələrini bərabərləşdirərək

$$\frac{1}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{\frac{E_0}{\omega}}{e^{\frac{E_0}{kT}} - 1} = F\left(\frac{\omega}{T}\right) \quad (8.13)$$

şərtini alırıq. Lakin, bildiyimiz kimi,  $E_0$  kəmiyyəti osilyatorun yalnız öz xarakteristikasıdır və ona görə də maddənin və şüalanmanın halını təyin edən və makroskopik parametr olan  $T$  temperaturundan asılı ola bilməz.  $E_0$  kəmiyyəti osilyatorun yalnız  $\omega$  məxsusi tezliyindən asılı ola bilər. Ona görə də (8.13) ifadəsinin sol tərəfinin yalnız  $\frac{\omega}{T}$  arqumentindən asılı funksiya olması üçün

$$E_0 = \hbar \omega \quad (8.14)$$

şərti ödənməlidir. Burada  $\hbar$  – sabitdir.  $F\left(\frac{\omega}{T}\right)$  funksiyası  $\frac{\omega}{T}$  arqumentinin universal funksiyası olduğu üçün deyirlər ki,  $\hbar$  sabiti də universal sabitdir. Sonralar  $\hbar$  - Plank sabiti adlandırılmışdır. Qeyd edək ki, əslində Plank sabiti  $E_0 = h\nu$  ifadəsindəki mütənasiblik əmsalına deyilir və Plankın özü məhz bu sabitdən istifadə etmişdir.  $\hbar$  ilə  $h$  arasında  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  münasibəti vardır.

Plank sabitinin ədədi qiyməti sonralar müxtəlif üsullarla yüksək dəqiqliklə təyin olunmuşdur:

$$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ C} \cdot \text{san},$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054588 \cdot 10^{-34} \text{ C} \cdot \text{san}.$$

Məlumdur ki, mexanikada ölçü vahidi "enerji  $\times$  zaman" olan kəmiyyət təsir adlanır. Məhz buna görə də Plank sabitini çox zaman təsir kvantu da adlandırırlar. Göründüyü kimi, Plank sabitinin ölçü vahidi həm də impuls momentinin vahidi ilə eynidir.

(8.14) ifadəsini (8.11) və (8.12)-də yerinə yazmaqla mütləq qara cismin şüalandırdığı enerji sıxlığı,  $u(\omega, T)$ , və deməli, mütləq qara cismin şüalandırma qabiliyyətini ifadə edən  $f(\omega, T) = \alpha(\omega, T)$  universal funksiyası üçün Plank düsturunu almış oluruq:



$$u(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{1}{e^{\hbar \omega / kT} - 1} \quad (8.14)$$

$$f(\omega, T) \equiv \varepsilon(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{1}{e^{\hbar \omega / kT} - 1} \quad (8.15)$$

Bir daha qeyd edək ki, (8.14) və (8.15) ifadələrinin əvəzinə  $u(\nu, T)$ ,  $f(\nu, T)$  və ya  $u(\lambda, T)$ ,  $f(\lambda, T)$  funksiyalarından istifadə etmək praktik cəhətdən əlverişli olur. Ona görə də (4.3) düsturundan istifadə etməklə bu funksiyaların ifadələrini yazaq:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu / kT} - 1} \quad (8.16)$$

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu / kT} - 1} \quad (8.17)$$

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi h c}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc / \lambda kT} - 1} \quad (8.18)$$

$$f(\lambda, T) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc / \lambda kT} - 1} \quad (8.19)$$

Kirxhofun universal  $f(\omega, T)$  funksiyası, yəni mütləq qara cismin şüalandırma qabiliyyəti üçün Plankın müəyyən etdiyi (8.15) ifadəsi bütün tezlik və temperaturlarda ən ciddi təcrübələrin nəticələri ilə tam uyğun gəlir. Beləliklə, Plank mütləq qara cismin şüalanması nəzəriyyəsi ilə əlaqədar olan problemi müvəffəqiyyətlə həll etmiş oldu. Bu zaman Plankın irəli sürdüyü və əsaslandığı enerji kvantları haqqında ideya müasir fizikanın nəzəri əsasını təşkil edən kvant fizikasının yaranmasının başlanğıcını qoydu. Qeyd edək ki, mütləq qara cismin şüalanması probleminin nəzəri həllində Plankın təcrübəçi fiziklərlə daim sıx əlaqədə olması da az rol oynamamışdır.

Plank düsturunun yuxarıda şərh olunan çıxarışı bu düsturun ədəbiyyatda mövcud olan çoxlu sayda çıxarış üsullarından biridir. Lakin bütün hallarda əsas fikir klassik fizika təsəvvürlərinə zidd olan enerji kvantları haqqında ideyaya əsaslanmaqdan ibarətdir. Plank düsturunun digər sadə və ibrətamiz çıxarışı Eynşteyn tərəfindən verilmişdir ki, növbəti paraqrafda bu barədə bəhs ediləcəkdir.

Plank düsturunun təcrübi faktlarla çox yaxşı uyğun gəlməsi göstərir ki, o, ümumidir və digər şüalanma qanunları bu düsturdan alınmalıdır. Doğrudan da, indi görəcəyimiz kimi, Stefan-Bolsman, Vin və Reley-Cins qanunları Plank düsturu vasitəsilə asanlıqla alınır. Bu zaman diqqətəlayiq cəhət ondan ibarətdir ki, həmin qanunlar təkcə formaca alınmır, həm də bu qanunlara daxil olan sabitlər ( $\sigma$  və  $b$ ) universal sabitlər olan  $h$ ,  $k$  və  $c$  ilə ifadə olunur. bu isə o deməkdir ki,  $\sigma$  və  $b$  sabitlərinin təcrübədən tapılmış qiymətlərinə əsasən  $h$  və  $k$  sabitlərini hesablamaq olar. Plank sabitinin ədədi qiyməti ilk dəfə məhz bu yolla tapılmışdır. Sonralar isə müxtəlif fiziki hadisələrə əsaslanaraq Plank sabitini təyin etmək üçün çoxlu sayda üsullar müəyyən edilmişdir və bütün hallarda eyni nəticə alınmışdır. Bundan başqa  $k$  Bolsman sabitini bilərək Avaqadro ədədini ( $N_A = R/k$ ) və

elementar yükü  $\left( e = F/N_A \right)$  böyük dəqiqliklə tapmaq olar. Burada  $R$  – universal qaz sabiti,  $F$  – Faradey ədədidir.

Əvvəlcə (8.14) Plank düsturuna əsasən Stefan-Bolsman qanununun çıxarılışına baxaq. Şüalanmanın inteqral (bütün tezliklər üçün) sıxlığı

$$u(T) = \int_0^{\infty} u(\omega, T) d\omega = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \int_0^{\infty} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \quad (8.20)$$

olar. Burada  $x = \hbar\omega/kT$  adsız dəyişənə keçək və  $d\omega = \frac{kT}{\hbar} dx$  olduğunu nəzərə alaq:

$$u(T) = \frac{k^4 T^4}{\pi^2 c^3 \hbar^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 e^{-x} dx}{1 - e^{-x}}. \quad (8.21)$$

(8.21) inteqralını elementar üsullarla hesablamaq mümkün deyildir və o, Rimanın daxil etdiyi zeta funksiya ilə ifadə olunur. (8.21) ifadəsində  $\frac{1}{1 - e^{-x}}$  funksiyanı sərəya ayıraraq inteqrallama aparsaq

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} x^3 e^{-x} (1 + e^{-x} + e^{-2x} + \dots) dx = \\ & = 6 \left( 1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots \right) = 6 \cdot \frac{\pi^4}{90} = \frac{\pi^4}{15} \approx 6,5 \end{aligned} \quad (8.22)$$

olar. Burada

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}} \quad (8.23)$$

olduğu və mötərizədəki sıranın  $\pi^4/90$  ədədinə yığıldığı nəzərə alınmışdır.

(8.22)-ni (8.21)-də nəzərə alsaq

$$u(T) = \frac{\pi^2 k^4}{15 c^3 \hbar^3} \cdot T^4 = \frac{8}{15} \frac{\pi^5 k^4}{c^3 \hbar^3} \cdot T^4 \quad (8.24)$$

olar ki, bu da (5.8) Stefan-Bolsman düsturudur. Göründüyü kimi, (5.8) düsturundakı *const* sabit vuruğu  $c$ ,  $h$  və  $k$  sabitləri vasitəsilə ifadə olunur.

Lakin praktikada mütləq qara cismin inteqral şüalandırma qabiliyyətindən, yəni (5.9) Stefan-Bolsman düsturundan istifadə etmək əlverişlidir. (4.10), (5.9) və (8.24) düsturlarına əsasən  $\sigma$  Stefan-Bolsman sabiti üçün  $c$ ,  $h$  və  $k$  sabitləri vasitəsilə aşağıdakı ifadəni yazaraq onun ədədi qiymətini nəzəri hesablama bilərik:

$$\sigma = \frac{\pi^2 k^4}{60 c^2 \hbar^3} = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 \hbar^3} = 5,67032 \cdot 10^{-8} \frac{Wt}{m^2 K^4} \quad (8.25)$$

Göründüyü kimi, Stefan-Bolsman sabiti  $\sigma$  üçün nəzəri olaraq tapılmış (8.25) qiyməti onun (5.10) təcürbi qiyməti ilə eynidir.

İndi isə Vinin (6.12) yerdəyişmə qanununun Plank düsturuna əsasən alınmasına

baxaq. Bunun üçün verilmiş  $T$  temperaturunda (8.19) funksiyasının maksimumuna uyğun gələn  $\lambda=\lambda_{maks}$  kəmiyyətini tapmaq lazımdır. Sadəlik naminə (8.19) funksiyasını  $x = \frac{hc}{\lambda kT}$  adsız dəyişəni vasitəsilə ifadə edək:

$$f(x, T) = \frac{2\pi k^5 T^5}{h^4 c^3} \cdot \frac{x^5}{e^x - 1} \quad (8.26)$$

(8.26)-dan görünür ki,  $f(x, T)$  funksiyasının maksimumu  $(e^x - 1)/x^5$  funksiyasının minimum qiymətinə uyğun gəlir. Ona görə də bu funksiyanın  $x$ -ə görə birinci tərtib törəməsini sıfıra bərabər etməklə aşağıdakı tənliyi alırıq:

$$xe^x - 5(e^x - 1) = 0 \quad (8.27)$$

(8.27) tənliyini ardıcıl yaxınlaşma üsulu ilə həll etmək olar. Belə ki,  $e^5 \gg 1$  olduğunu nəzərə alaraq birinci yaxınlaşmada (8.27) tənliyini  $xe^x - 5e^x \approx 0$  kimi yazaraq  $x \approx 5$  olduğunu tapırıq. İkinci yaxınlaşmada (8.27) tənliyi  $xe^5 - 5(e^5 - 1) \approx 0$  kimi yazılır və  $x$  tapılır və s. Bu qayda ilə (8.27) tənliyinin kökü

$$x = \frac{hc}{kT\lambda_{maks}} = 4,965 \quad (8.28)$$

olur. Buradan isə

$$T\lambda_{maks} = \frac{hc}{4,965k} = b \quad (8.29)$$

alınır ki, bu da Vinin (6.12) yerdəyişmə qanunudur.  $c$ ,  $h$  və  $k$  sabitlərinin məlum qiymətlərini nəzərə alaraq  $b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$  alırıq ki, bu da  $b$  sabitinin (6.13) təcrübə qiymətinə tam uyğun gəlir.

Əgər  $\lambda$  əvəzinə  $\omega$  tezliyindən istifadə etsək, onda (6.12) və ya (8.29) Vin qanunu

$$\frac{\omega_{maks}}{T} = const \quad (8.30)$$

kimi yazılmalıdır. Burada  $\omega_{maks}$  kəmiyyəti (8.15) düsturu ilə təyin olunan  $f(\omega, T)$  funksiyasının maksimum qiymətinə uyğun gələn dairəvi tezlikdir. (8.15) ifadəsində

$x = \frac{\hbar\omega}{kT} = \frac{hc}{\lambda kT}$  adsız dəyişəninə keçərək

$$f(x, T) = \frac{k^3 T^3}{4\pi^2 \hbar^2 c^2} \cdot \frac{x^3}{e^x - 1} \quad (8.31)$$

funksiyasının maksimum olması şərtindən

$$xe^x - 3(e^x - 1) = 0 \quad (8.32)$$

tənliyini alırıq. Burada  $x$  (8.27) tənliyindəki dəyişəndir. (8.32) tənliyinin kökü  $x^* = 2,821$  olur. Deməli,  $f(\omega, T)$  funksiyasının maksimumuna uyğun gələn dalğa uzunluğu

$$\lambda_{maks}^* T = \frac{hc}{kx^*} \quad (8.33)$$

tənliyi ilə müəyyən olunur. Beləliklə,  $f(\omega, T)$  funksiyasının  $\omega$ -dan asılılıq qrafikində

maksimum  $f(\lambda, T)$  funksiyasının  $\lambda$ -dan asılılıq qrafikindəki maksimuma nisbətən uzun dalğalı oblast tərəfə sürüşmüş olur və özü də bu zaman

$$\frac{\lambda_{maks}^*}{\lambda_{maks}} = \frac{x}{x^*} = \frac{4,965}{2,821} \approx 1,76 \quad (8.34)$$

şərti ödənilir. Bu isə təcrübədən tapılmış (6.35) şərti ilə eynidir.

Yuxarıda qeyd etdik ki,  $E_0 \rightarrow 0$  olduqda (8.11) və (8.12) ifadələrindən, uyğun olaraq, (7.8) və (7.9) Reley-Cins düsturu alınır. Plankın enerji kvantları haqqındakı hipotezinə görə  $E_0 = \hbar\omega$  olduğundan  $E_0 \rightarrow 0$  şərti  $\hbar \rightarrow 0$  şərtinə uyğundur. Deməli,  $\hbar \rightarrow 0$  şərti kvant təsəvvürlərindən klassik fizika təsəvvürlərinə keçidə uyğundur və bu şərt ödəndikdə enerjinin diskretliyi onun kəsilməzliyi ilə əvəz olunur.

(8.14) və ya (8.15) Plank düsturundan Reley-Cins qanunu asanlıqla alınır. Belə ki,  $\frac{\hbar\omega}{kT} \ll 1$  (yüksək temperatur və kiçik tezlik, yəni böyük dalğa uzunluğu) şərti ödəndikdə  $e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} \approx 1 + \frac{\hbar\omega}{kT}$  olduğunu nəzərə alsaq, (7.8) və (7.9) Reley-Cins düsturunu verir.

Digər limit halında, yəni  $\frac{\hbar\omega}{kT} \gg 1$  olduqda (aşağı temperatur və böyük tezlik, yəni kiçik dalğa uzunluğu) (8.15) düsturundan

$$\varepsilon(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} \quad (8.35)$$

düsturu alınır ki, bu da Vinin 1896-cı ildə təklif etdiyi (6.21) ifadəsinə tam uyğundur.

Göründüyü kimi, Plank düsturu "ultrabənövşəyi fəlakət"i aradan qaldırır. Bunun səbəbini aşağıdakı kimi izah etmək olar. (7.16) inteqralında  $u(\omega, T)$  kəmiyyəti üçün (7.8) Reley-Cins düsturu ilə təyin olunan ifadəni yazdıqda bu inteqral dağılır. Reley-Cins düsturu isə enerjinin sərbəstlik dərəcələrinə görə bərabər paylanması haqqında teoremə əsaslanır. (7.8) Reley-Cins düsturunu (8.14) Plank düsturu ilə müqayisə etdikdə görürük ki, müxtəlif tezlikli durğun dalğalar üçün hər bir sərbəstlik dərəcəsinə düşən orta enerji eyni deyildir və

$$\bar{E} = \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \quad (8.36)$$

ifadəsi ilə təyin olunur. (8.36) düsturundan görünür ki,  $\omega$  artdıqca  $\bar{E}$  sürətlə azalır və

məhz buna görə də  $\int_0^{\infty} u(\omega, T) d\omega$  inteqralı yığılır. Qeyd edək ki, hər bir sərbəstlik

dərəcəsinə düşən orta enerjinin (8.36) düsturu ilə təyin olunması, Eynşteynin göstərdiyi kimi, istilik tutumunun klassik nəzəriyyəsində olan ciddi çətinlikləri də aradan qaldırmağa imkan verir.

Plank düsturunun doğru olması faktı göstərir ki, hər bir sərbəstlik dərəcəsinə orta hesabla  $\frac{kT}{2}$  qədər enerji düşməsinə təsbit edən enerjinin sərbəstlik dərəcələrinə görə bərabər paylanması haqqında teorem yalnız klassik fizikada özünü doğruldur. Belə ki, bu teorem klassik mexanika təsəvvürlərinə əsaslanmış statistik mexanikadan alınan nəticədir.

Beləliklə, enerji kvantları haqqında fərziyyənin irəli sürüldüyü 1900-cu il yeni əsrin ilk ili olmaqdan başqa, həm də nəzəri fizikanın inkişafında yeni bir eranın başlanğıcı oldu.

Mütləq qara cismin (8.19), (8.24) və (8.29) şüalanma qanunlarının mühüm praktik əhəmiyyəti həm də ondan ibarətdir ki, bu qanunlara əsaslanaraq çox yüksək temperaturalara qədər qızmış cisimlərin temperaturunu təyin etmək olar. Əgər şüalanan cisim mütləq qara cisimdirsə və ya mütləq qara cisimdən az fərqlənsə, onda bu cismin temperaturunu mütləq qara cismin şüalanma qanunlarından hər hansı birinə əsasən təyin etmək olar. Şüalanan cisim boz cisimdirsə, onda  $\sim 2000^{\circ}\text{S}$ -dən yuxarı temperaturaların termoelementlər, bolometrlər və s. ilə ölçülməsi zamanı alınan nəticələr o qədər də etibarlı olmur. Belə yüksək temperatur oblastında cisimlərin temperaturunun dəqiq ölçülməsi üçün yalnız mütləq qara cismin şüalanması qanunlarına əsaslanmış üsullardan istifadə edilməsi əlverişlidir. Bu üsullar temperaturun ölçülməsinin optik üsulları və ya pirometrik üsullar, bu məqsədlə istifadə olunan cihazlar isə optik pirometrlər adlanır. Optik pirometrlər əsasən üç qrupa bölünür: 1) radiasiya, 2) parlaqlıq və 3) rəng pirometrləri.

Pirometrlərdən istifadə edilməsi qızmış cisim müşahidəçidən çox uzaqda yerləşdikdə (məsələn, Günəş və ulduzlar) onun temperaturunu bu cisimdən gələn istilik şüalanmasına əsasən təyin etməyə imkan verir.

## **Ə9. Plank düsturunun Eynşteynə görə çıxarılışı**

1916-cı ildə Eynşteyn, şüalanmanın mexanizmi haqqında Bor nəzəriyyəsinə əsaslanaraq, mütləq qara cismin şüalanması üçün Plank düsturunun yeni üsulla çıxarılışını təklif etdi. Bu zaman Eynşteyn məcburi şüalanma anlayışından istifadə etdi ki, bu da Lazer adlanan şüalanma mənbələrinin iş prinsipinin əsasını təşkil edir.

Fərz edək ki, divarlarının temperaturu  $T$  olan qapalı boşluq vardır. Aydın ki, bu divarlar Plank hipotezinə görə enerji kvantları buraxır və udur. Plankın təklif etdiyi enerji kvantlarını Eynşteyn fotonlar adlandırmışdır. Atomun və ya ümumiyyətlə, hər hansı bir atom sisteminin enerjisinin ala bildiyi mümkün qiymətlər  $E_1, E_2, E_3, \dots$  olsun. Atom foton şüalandırdıqda yüksək enerji səviyyəsindən aşağı enerji səviyyəsinə keçir. Atom foton udduqda isə tərs keçid baş verir, yəni o, aşağı enerji səviyyəsindən yüksək enerji səviyyəsinə keçir. Beləliklə, aşağı enerji səviyyəsindən yüksək enerji səviyyəsinə atom, yalnız foton udmaqla keçə bilər ki, bu da atoma təsir edən xarici şüalanmanın təsiri altında baş verir və məhz buna görə də məcburi keçid adlanır. Özbaşına, yəni spontan olaraq atom aşağı enerji səviyyəsindən yuxarı enerji səviyyəsinə keçə bilməz, çünki bu, enerjinin saxlanması qanununa zidd olardı. Deməli, atomun yüksək enerji səviyyəsinə keçidləri yalnız məcburi, yəni xarici təsirlər nəticəsində baş verən keçidlər ola bilər. Atomun yüksək enerji səviyyəsindən aşağı enerji səviyyəsinə keçidləri isə spontan və məcburi keçidlər ola bilər. Spontan keçid zamanı atom heç bir xarici təsir olmadan yüksək enerji səviyyəsindən aşağı enerji səviyyəsinə özbaşına keçir və foton şüalandırır. Spontan keçid atomdaxili prosesdir. Eynşteyn fərz etmişdir ki, fotonun udulmasına uyğun olan məcburi keçidin tərsi olan, yəni xarici şüalanmanın təsiri nəticəsində atomun yuxarı enerji səviyyəsindən aşağı enerji səviyyəsinə keçərək foton şüalandırması ilə baş verən məcburi keçid də mümkündür. Belə şüalanma məcburi şüalanma adlanır və bir çox

mühüm xassələrə malikdir. Belə ki, məcburi şüalanmanın istiqaməti, tezliyi, fazası və polarizasiyası tamamilə bu şüalanmaya səbəb olan xarici məcbureddici şüalanma üçün olduğu kimidir. Başqa sözlə, məcburi şüalanma və məcbureddici şüalanma bir-birilə koherentdir. Məhz bu xüsusiyyətinə görə məcburi şüalanma işığın gücləndirilməsi və generasiyası üçün işlədilən lazerlərin iş prinsipinin əsasını təşkil edir.

Spontan və məcburi şüalanma proseslərini təsvir etmək üçün Eynşteyn ehtimal nəzəriyyəsi metodlarını tətbiq etmişdir. Bu zaman o belə hesab etmişdir ki, tarazlıqda olan şüalanma üçün ehtimalın fiziki obyektlər ansamblına və ya onların özünü necə aparmasını idarə edən elementar qanunlara aid olmasının fərqi yoxdur.

Xarici şüalanma sahəsində çoxlu sayda eyni atomlara baxaq. Bu xarici şüalanma sahəsi izotrop və polarizasiya olunmamışdır (təbii işıq). Onda bir qədər sonra daxil ediləcək əmsalların şüalanmanın istiqamətindən və polarizasiyasından asılı olmadığını qəbul etmək olar. Atomun mümkün olan  $E_1, E_2, E_3, \dots$  enerjiləri sırasından ixtiyari iki  $E_n > E_m$  enerjili hal götürək və  $E_m$  enerjili halda olan atomların sayını  $N_m$ ,  $E_n$  enerjili halda olan atomların sayını isə  $N_n$  işarə edək.  $E_n$  səviyyəsindən  $E_m$  səviyyəsinə həm spontan, həm də məcburi keçidlər ola bilər.  $E_n$  səviyyəsində olan atomun  $\hbar\omega_{nm} = E_n - E_m$  enerjili foton buraxaraq  $E_m$  səviyyəsinə vahid zamanda spontan keçməsi ehtimalı  $A_{nm}$ , məcburi keçməsi ehtimalı  $B_{nm}$  və  $E_m$  səviyyəsindən  $E_n$  səviyyəsinə keçərək  $\hbar\omega_{mn} = E_m - E_n$  enerjili foton udmaqla baş verən məcburi keçidin ehtimalı isə  $B_{mn}$  olsun. Onda ehtimal nəzəriyyəsi təsəvvürlərinə əsasən  $E_n$  səviyyəsindən  $E_m$  səviyyəsinə vahid zamanda spontan keçən atomların  $N_{nm}^{sp}$  sayı  $E_n$  enerjili halda yerləşən atomların  $N_n$  sayı ilə düz mütənəsib olar:

$$N_{nm}^{sp} = A_{nm} N_n \quad (9.1)$$

məcburi keçid nəticəsində  $E_n$  səviyyəsindən  $E_m$  səviyyəsinə vahid zamanda keçən atomların  $N_{nm}^{m\ddot{a}r\ddot{a}b}$  sayı  $B_{nm}$  kəmiyyətindən başqa, Eynşteynin fərz etdiyi kimi, həm də məcbureddici şüalanmanın  $u(\omega_{nm})$  spektral sıxlığından asılı olmaqla  $E_n$  səviyyəsindəki atomların  $N_n$  sayı ilə düz mütənəsib olmalıdır:

$$N_{nm}^{m\ddot{a}r\ddot{a}b} = B_{nm} u(\omega_{nm}) N_n \quad (9.2)$$

Nəhayət,  $E_m$  səviyyəsindən  $E_n$  səviyyəsinə vahid zamanda keçən atomların sayı üçün analoji yolla

$$N_{mn}^{m\ddot{a}r\ddot{a}b} = B_{mn} u(\omega_{mn}) N_m \quad (9.3)$$

yaza bilərik.

$A_{nm}$ ,  $B_{nm}$  və  $B_{mn}$  kəmiyyətləri Eynşteyn əmsalları adlanır. Onlar atomun yalnız öz xarakteristikasıdır və ancaq  $\omega_{nm}$  tezliyindən asılı ola bilərlər.

Əgər atomların yerləşdiyi xarici şüalanma sahəsi tarazlıqdadırsa və  $T$  temperaturuna malikdirsə, onda  $E_n$  və  $E_m$  enerjili hallarda olan atomların  $N_n$  və  $N_m$  sayı zaman keçdikcə dəyişməməlidir. Bu isə detal tarazlığın yaranması deməkdir. Yəni vahid zamanda  $E_n$  səviyyəsindən  $E_m$  səviyyəsinə baş verən keçidlərin ümumi sayı  $E_m$  səviyyəsindən  $E_n$  səviyyəsinə baş verən keçidlərin sayına bərabər olmalıdır:

$$N_{nm}^{cn} + N_{nm}^{m\ddot{a}r\ddot{a}b} = N_{mn}^{m\ddot{a}r\ddot{a}b} \quad (9.4)$$

(9.1)-(9.3) ifadələrini nəzərə alsaq (9.4) düsturunu aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$A_{nm}N_n + B_{nm}u(\omega_{mn})N_n = B_{mn}u(\omega_{mn})N_m \quad (9.5)$$

Bolsman paylanmasına görə (bax: (8.1) düsturu)  $E_n$  enerjili halda olan atomların sayı

$$N_n = Ag_n e^{-\frac{E_n}{kT}} \quad (9.6)$$

düsturu ilə təyin olunur. burada  $g_n$ - $E_n$  enerji səviyyəsinin cırlaşma tərtibidir. (9.6)-nı (9.5)-də nəzərə alsaq

$$g_n A_{nm} e^{-E_n/kT} + g_n B_{nm} u(\omega_{mn}, T) e^{-E_n/kT} = g_m B_{mn} u(\omega_{mn}, T) e^{-E_m/kT} \quad (9.7)$$

olar. (9.7) ifadəsi şüalanma ilə mütləq qara cisim arasındakı tarazlıq şərtini ifadə edir.

Əgər  $E_n$  və  $E_m$  enerji səviyyələri cırlaşmamışdırsa, yəni bəsit səviyyələrdirsə ( $g_n = g_m = 1$ ), onda göstərmək olar ki,  $E_n$  yuxarı enerji səviyyəsindən  $E_m$  aşağı enerji səviyyəsinə məcburi keçidin ehtimalı  $B_{nm}$ ,  $E_m$  səviyyəsindən  $E_n$  səviyyəsinə məcburi keçidin  $B_{mn}$  ehtimalına bərabər olur:

$$B_{nm} = B_{mn} \quad (9.8)$$

Doğrudan da fiziki mülahizələrə əsasən aydındır ki, temperaturun sonsuz yüksəlməsi ( $T \rightarrow \infty$ ) zamanı şüalanmanın spektral sıxlığı da sonsuz böyük qiymətlər almalıdır ( $u(\omega, T) \rightarrow \infty$ ). Ona görə də (9.7) ifadəsinin hər iki tərəfini  $u(\omega, T)$ -yə bölüb, sonra  $T \rightarrow \infty$  şərti ilə limitə keçsək (9.8) ifadəsi alınır.

Fərz edək ki,  $E_n$  və  $E_m$  səviyyələri, uyğun olaraq,  $g_n$  və  $g_m$  tərtibdən cırlaşmışdır, yəni  $E_n$  səviyyəsi  $g_n$  sayda,  $E_m$  səviyyəsi isə  $g_m$  sayda bir-biri ilə üst-üstə düşən bəsit enerji səviyyələrindən ibarətdir. Aydındır ki, bu zaman  $E_n$  cırlaşmış səviyyəsindən atomun  $E_m$  alt səviyyəsinə keçməsi ehtimalı onun ümumiyyətlə  $E_m$  cırlaşmış səviyyəsinə keçməsi ehtimalından  $g_m$  dəfə, və buna analogi olaraq,  $E_m$  cırlaşmış səviyyəsindən  $E_n$  alt səviyyəsinə keçidin də ehtimalı  $g_n$  dəfə az olacaqdır. Yuxarıda isbat etdik ki, bu ehtimallar bir-birinə bərabərdir. Ona görə də cırlaşmış enerji səviyyələri üçün (9.8) ifadəsi

$$\frac{B_{nm}}{g_m} = \frac{B_{mn}}{g_n} \quad \text{və ya} \quad g_n B_{nm} = g_m B_{mn} \quad (9.9)$$

şəklinə düşür. Lakin şüalanmanın  $u(\omega_{mn}, T)$  spektral sıxlığı atomun hallarının cırlaşmış-cırlaşmamasından asılı olmadığı üçün baxılan  $E_n$  və  $E_m$  səviyyələrini bəsit səviyyələr hesab etmək olar. Lakin buna baxmayaraq biz məsələnin ümumi şəkildə həllini şərh edəcəyik.

(9.7) düsturuna əsasən

$$u(\omega_{mn}, T) = \frac{g_n A_{nm}}{g_m B_{mn} e^{\hbar\omega_{mn}/kT} - g_n B_{nm}} \quad (9.10)$$

yaza bilərik. Burada  $\hbar\omega_{mn} = E_n - E_m$  Bor düsturu nəzərə alınmışdır.

(9.9)-u (9.10)-da nəzərə alsaq

$$u(\omega_{mn}, T) = \frac{g_n A_{nm}}{g_m B_{mn}} \cdot \frac{1}{e^{\hbar\omega_{mn}/kT} - 1} \quad (9.11)$$

olar. Burada  $g_n A_{nm}/g_m B_{mn}$  nisbətini mütləq qara cismin şüalanmasının elementar kvant nəzəriyyəsinə əsasən tapmaq mümkün olmamışdır. Ona görə də Eynşteyn tezliyin kiçik,

temperaturun isə yüksək qiymətlərində, yəni  $\hbar\omega_{mn} \ll kT$  olduqda (9.11) ifadəsindən (7.8) Reley-Cins düsturunun alınması şərtindən istifadə etmişdir. Qeyd edək ki, (9.11) ifadəsində  $\omega_{mn}$  tezliyi üçün ümumiliyi pozmadan  $m$  və  $n$  indekslərini yazmamaq da olar. Çünki biz  $E_n$  və  $E_m$  səviyyələrini ixtiyari götürmüşük.

Beləliklə,  $\hbar\omega \ll kT$  olduqda (9.11) düsturu

$$u(\omega, T) = \frac{g_n A_{nm}}{g_m B_{mn}} \cdot \frac{kT}{\hbar\omega} \quad (9.12)$$

şəklinə düşür. (9.12) və (7.8) ifadələrinin müqayisəsindən

$$\frac{g_n A_{nm}}{g_m B_{mn}} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \quad (9.13)$$

alınır. (9.13)-ü isə (9.11)-də yerinə yazmaqla biz mütləq qara cismin şüalanma enerjisinin verilmiş temperaturda spektral sıxlığı  $u(\omega, T)$  üçün (8.14) Plank düsturunu alırırq.

Qeyd edək ki, əgər məcburi şüalanmanı nəzərə almasaq, yəni (9.7) və ya (9.10) ifadəsində  $B_{nm}=0$  yazsaq, onda (8.14) Plank düsturunun əvəzinə onun limit halı onun Vin düsturunu alırırq (bax: (8.35) və (4.10) düsturları):

$$u(\omega, T) = \frac{4}{c} \varepsilon(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} e^{-\hbar\omega/kT} \quad (9.14)$$

Bu isə o deməkdir ki, Plank düsturu məcburi şüalanmanın şübhəsiz mövcud olmasını təsdiq edir. Lakin aşağı temperaturlarda məcburi şüalanma spontan şüalanmaya nisbətən çox zəifdir. Məhz buna görə də  $\hbar\omega \gg kT$  olduqda, yəni yüksək tezlik və aşağı temperaturlarda Vin qanunu yaxşı ödəyir. Qeyd edək ki, mütləq qara cismin şüalanmasını öyrənərkən istifadə olunan tezliyin və temperaturun böyük və ya kiçik olması şərtlərini bir qədər dəqiqləşdirmək daha düzgün olardı. Tezliyin böyük və kiçikliyini adətən elektromaqnit dalğaları şkalasının görünən oblastına nəzərən müəyyən edirlər. Ona görə də böyük tezliklər (kiçik dalğa uzunluqları) dedikdə bu oblastın ultrabənövşəyi ucu tərəfdə yerləşən tezliklər başa düşülür. Temperatur oblastını isə infraqırmızı ( $\lambda \sim 10^{-2} sm$ ) və ultrabənövşəyi ( $\lambda \sim 10^{-7} sm$ ) şüalara uyğun olaraq müəyyənləşdirirlər. Belə ki,  $kT \sim \hbar\nu = \hbar c/\lambda$  ifadəsinə əsasən infraqırmızı dalğalar oblastına  $T \sim 10^2 K$ , ultrabənövşəyi oblasta isə  $T \sim 10^4 K$  temperaturu uyğun gəlir.

Mütləq qara cismin şüalanmasının elementar kvant nəzəriyyəsi çox mühüm olan, tezlik və temperaturun bütün oblastlarında təcrübə ilə diqqətəlayiq şəkildə uyğun gələn Plank düsturunun çıxarılmasına gətirsə də, bu nəzəriyyənin çatışmayan cəhətləri də vardır. Belə ki, həmin nəzəriyyəyə görə Eynşteyn əmsallarını hesablamaq mümkün deyildir və onların bu nəzəriyyəyə aid olmayan mülahizələr əsasında tapılmış nisbətindən istifadə olunur. Eynşteyn əmsallarının qiymətini nəzəri olaraq yalnız ardıcıl kvant nəzəriyyəsi vasitəsilə hesablamaq mümkün olmuşdur.

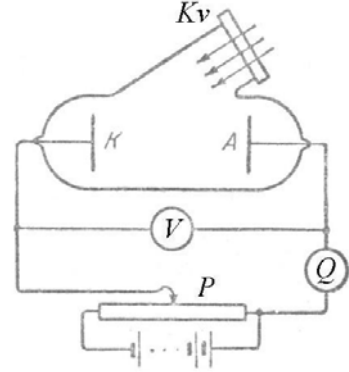
## Ə10. Fotoeffekt

İşıq dalğaları haqqında Plank hipotezinin doğru olmasını sübut edən hadisələrdən biri fotoeffektidir. Bu hadisənin təhlili müasir nəzəri təsəvvürlərin inkişafında çox mühüm rol oynamışdır. Bununla yanaşı fotoeffekt hadisəsi elm və texnikanın müxtəlif sahələrində geniş tətbiq olunan və daha zəngin perspektivə malik olan fotoelement adlanan qurğuların



iş prinsipinin əsasını təşkil edir.

Fotoeffekt hadisəsini 1887-ci ildə Hers kəşf etmişdir. Belə ki, mövcudluğu Maksvel tərəfindən nəzəri olaraq göstərilmiş elektromaqnit dalğalarını təcrübədə almaq üçün istifadə etdiyi vibratorun qılgılcım aralığının gərginlik verilmiş elektrodlarını ultrabənövşəyi işıqla şüalandırırdıqda Hers qılgılcım boşalmasının asanlaşdığını müşahidə etmiş, lakin buna ciddi diqqət yetirməmişdi. Sonra bu hadisəni Halvaks, Riçi və xüsusilə A. Q. Stoletov ətraflı tədqiq etmişdir. 1888-ci ildə A. Q. Stoletov Hers təcrübəsini təkrar edərək belə nəticəyə gəldi ki, işığın təsiri nəticəsində elektrodlardan elektrik yükləri çıxır və bu yüklər elektrodlar arasındakı elektrik sahəsinə düşərək sürətlənir, ətrafdakı qazı ionlaşdırır və qaz boşalması yaradır. Öz təcrübələrində A. Q. Stoletov ilk dəfə elektrodlar arasında çox da böyük olmayan potensiallar fərqi istifadə etmişdi. A. Q. Stoletov təcrübələrinin aparıldığı qurğunun sxemi 10.1 şəkildə verilmişdir. Bu təcrübələrdən alınan və bu gün də öz əhəmiyyətini itirməyən nəticələr aşağıdakılardır.



Шякил

1. Sink və ya volfram elektrodlar tərəfindən udulan ultrabənövşəyi şüaların ( $\sim 10^{15} \text{ Hz}$ ) təsiri daha böyükdür.
2. Boruda yüksək vakuum yaradıldıqda da yüklərin emissiyası baş verir və fotocərəyanın şiddəti elektrodun işıqlanması ilə düz mütənasıbdır.
3. İşığın təsiri ilə maddədən mənfi yüklər çıxır.

Bu nəticə aşağıdakı təcrübə ilə əsaslandırılmışdır. Əgər mənfi yüklənmiş və elektroskopa birləşdirilmiş sink lövhəni ultrabənövşəyi işıqla şüalandırısaq, elektroskop sürətlə boşalır. Bu təcrübəni müsbət yüklənmiş sink lövhə ilə təkrar etdikdə isə elektroskop boşalmır, yəni sink lövhənin yükü dəyişmir. Yüksək həssaslığa malik olan elektroskopdan istifadə etməklə müşahidə olunmuşdur ki, yüklənməmiş sink lövhəni ultrabənövşəyi işıqla şüalandırırdıqda, o, müsbət yüklənir, yəni əvvəlcə onun müsbət yükünü neytrallaşdıran mənfi yükün bir hissəsini itirir.

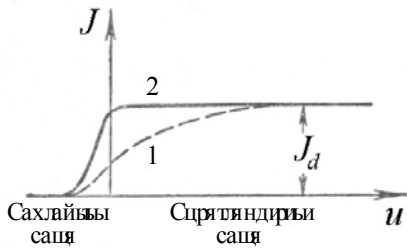
Bir neçə ildən sonra (1898) Lenard və Tomson işığın təsiri ilə qopmuş yüklərin  $K$  və  $A$  elektrodları arasındakı oblastda yaradılmış maqnit sahəsində və elektrik sahəsində meylinə əsasən onların mənfi yüklər olduğunu bir daha təsdiq etdilər və onlar üçün yükün kütləyə nisbətini hesablayaraq  $1,76 \cdot 10^{11} \text{ Kl/kq}$  qiymətini tapdılar ki, bu da elektronun yükünün onun kütləsinə olan nisbətində bərabərdir. Beləliklə, məlum oldu ki, işığın təsiri ilə maddədən qopan mənfi yüklər məhz elektronlardır.

Beləliklə, fotoelektrik effekti və ya fotoeffekt hadisəsi işığın təsiri ilə maddədən elektronların qoparılmasından ibarətdir. Bu elektronlar çox zaman fotoelektronlar adlanır. Fotoelektrik xassəsi təkcə metallar üçün deyil, yarımkəçirici, dielektrik və elektrolit maddələr üçün də müşahidə olunur. Bu zaman zəruri, lakin kafi olmayan şərt cismin üzərinə düşən işığın bu cismin səth qatında udulmasından ibarətdir. Fotoeffekt heç də yalnız ultrabənövşəyi şüaların təsiri ilə baş vermir. Məsələn, qələvi metallarda (litium, natrium, kalium, rubidium, sezium) görünən işığın təsiri ilə də fotoeffekt yaranır. Qələvi

metalların və digər metalların səthlərinin xüsusi işlənməsi onlarda hətta infraqırmızı şüaların təsiri ilə fotoeffektin baş verməsinə səbəb olur.

Fotoeffekt hadisəsini tədqiq etmək üçün Stoletov təcrübələrində istifadə olunan 10.1 sxemində  $K$  – işıqlandırılan metal lövhə sabit gərginlik mənbəyinin mənfəi,  $A$  – ikinci metal lövhə isə müsbət qütbünə birləşdirilir. Işığın təsiri ilə  $K$  katodundan qopan elektronlar gərginlik mənbəyinin yaratdığı sahənin təsiri altında  $A$  anoduna doğru hərəkət edərək dövrəni qapayır və fotocərəyan yaradır. Fotocərəyanın şiddəti qalvanometr (və ya ampermetr) vasitəsilə ölçülür. Aydınır ki, fotocərəyanın şiddəti vahid zamanda anoda çatan fotoelektronların sayını təyin edir. Hələ ilk tədqiqatlar zamanı müəyyən edildi ki, baxılan maddədən fotoeffekt hadisəsi onun işıqlandırılan səthinin təmizliyindən kəskin asılıdır. Ona görə də birqiyətli dəqiq nəticələr almaq üçün katodun səthi əvvəlcə ya mexaniki yolla ciddi şəkildə təmizlənməli, ya da vakuumda tozlanma yolu ilə nazik metal təbəqəsi ilə örtülməlidir. Milliken vakuumda yerləşən katodun səthindən nazik təbəqəni götürməyə və bununla da səthin yüksək dərəcədə təmiz olmasını təmin etməyə imkan verən cihaz hazırlamışdı. Bundan başqa təcrübələr vakuumda aparılmalıdır. Burada qazın olması hadisəni xeyli mürəkkəbləşdirir. Belə ki, burada olan qazlar katodun səthinin xassələrini kəskin dəyişə bilər, elektronların səthdən çıxmasını və anoda doğru hərəkət etməsini mürəkkəbləşdirir.

Düşən işığın intensivliyini və tezliyini sabit saxlamaqla katod və anod arasında  $u$  gərginliyini dəyişdikdə fotocərəyanın  $J$  şiddətini  $u$  gərginliyindən asılılığı 10.2 şəklində verilmiş 1 əyrisi ilə təsvir olunur. Bu əyri fotoeffektin müşahidə olunduğu və fotoelement adlanan cihazın voltamper xarakteristikası adlanır. Gərginliyi artırıqda onun müəyyən qiymətində voltamper xarakteristikası üfqi düz xəttə çevrilir ki, bu da fotocərəyanın maksimal qiymətinə uyğun gəlir. Fotocərəyanın bu maksimal qiyməti çox zaman doyma cərəyanı  $J_d$  adlanır. Doyma cərəyanı o zaman alınır ki, işığın təsiri ilə katodun səthindən vahid zamanda qopan elektronların hamısı anoda çatmış olsun. Gərginliyin sonrakı artırılması fotocərəyanın şiddətini dəyişmir. Əgər katodu sabit gərginlik mənbəyinin müsbət, anodu isə mənfəi qütbünə birləşdirsək, yəni fotoelektronların anoda doğru hərəkətinə mane olan tormozlayıcı gərginlik yaratsaq, onda fotocərəyanın şiddəti tədricən azalacaq və  $u_s$  saxlayıcı gərginliyində sıfır bərabər olacaqdır.



Шякил

Qeyd edək ki, təcrübə yüksək vakuum şəraitində aparılsa və elektrodlara (katod və anoda) elə forma verilsə ki, işıqlandırılmış səthdən vahid zamanda qopan elektronların hamısı sürətləndirici sahənin köməyi olmadan ikinci elektroda düşsün, onda gərginliyi artırıqda fotocərəyanın şiddəti artmayacaqdır. Tormozlayıcı gərginlik tətbiq etdikdə isə fotocərəyan zəifləyəcək və sıfır qədər azalacaqdır (şəkil 10.2, əyri 2). Fotocərəyanın gərginlikdən belə asılılığını almaq üçün elektrodların ən yaxşı yerləşmə forması sferik kondensatora uyğun gəlir; bu sferik kondensatorun

daxili kürəciyi işığa həssas olan səthə malik olub, xarici sferik köynəyə nisbətən çox kiçik ölçüdür. Fotoeffektin tədqiqi metodikasını təkmilləşdirmək üçün sferik kondensator metodundan istifadə edilməsini P. İ. Lukirski və S. S. Prilejyev təklif etmişlər. Onların qurğusunda anod daxili səthi gümüş təbəqəsi ilə örtülmüş sfera şəkilli şüşə balondan, katod isə bu balonun mərkəzində yerləşən işığa həssas kiçik metal kürəcikdən ibarətdir.

Doyma fotocərəyanının alına bilməsini təcrübədə A. Q. Stoletov müəyyən etmişdi. Doyma cərəyanı katoddan qoparılan bütün elektronların andoa çatması nəticəsində alındığı üçün, doyma fotocərəyanının şiddətini işığın fotoelektrik təsirinin kəmiyyət ölçüsü kimi götürmək olar.

Çox dəqiq ölçmələr nəticəsində Stoletov müəyyən etdi ki, doyma cərəyanının şiddəti metal tərəfindən udulan işığın verilmiş tezliyi üçün onun intensivliyi ilə düz mütənəsbdir. Lakin udulan işığın intensivliyi səthə düşən işığın intensivliyi ilə düz mütənəsb olduğundan Stoletov fotoeffekt üçün aşağıdakı təcrübə qanunu müəyyən etmişdir: doymuş fotocərəyanın şiddəti katodun səthinə düşən işığın intensivliyi ilə düz mütənəsbdir.

Bu qanun intensivliyin böyük intervalda müxtəlif qiymətləri üçün ciddi yoxlanmış və onun çox dəqiq ödəndiyi müəyyən edilmişdir. Ona görə də fotoelementlərdən həm də dəqiq fotometr kimi istifadə etmək mümkündür.

Qeyd edək ki, fotoeffekt üçün təcrübə ilə müəyyən edilmiş yuxarıda göstərilən qanun o zaman dəqiq ödənilir ki, doymuş fotocərəyan yalnız işığın təsiri ilə səthdən qoparılan elektronlar tərəfindən yaranmış olsun. Bunun üçün burada yüksək vakuüm yaradılmalıdır. Belə ki, içərisində qazlar olan boruda yuxarıda göstərilən qanundan kənar çıxışmalar (mütənəsbliyin pozulması) müşahidə olunur. Bunun səbəbi ondan ibarətdir ki, səthdən işıq tərəfindən qoparılmış elektronların yaratdığı cərəyana həm də boruda olan qazın ionlaşması nəticəsində yaranan cərəyan da əlavə olunur. Ona görə də içərisində qazlar olan boru vasitəsilə ölçmələr apararkən bu amil nəzərə alınmalıdır.

Fotocərəyanın gərginlikdən asılılıq qrafikindən (şəkil 10.2) görünür ki, katod və anod arasında potensiallar fərqi olmadıqda, yəni  $u=0$  olduqda fotocərəyanın şiddəti sıfırdan fərqli olur. Bu isə o deməkdir ki, işığın təsiri ilə katoddan qoparılan elektronlar müəyyən sürətə malik olurlar. Həmin qrafikdən aydın olur ki, tormozlayıcı gərginlik tətbiq etdikdə cərəyan şiddəti azalır. Bu, o deməkdir ki, qoparılan elektronların bir hissəsinin malik olduğu

$E_k = \frac{mv^2}{2}$  kinetik enerjisi tətbiq olunan gərginliyi dəf etmək üçün tələb olunan işdən

azdır. Tormozlayıcı gərginliyin elə saxlayıcı  $u_c$  qiyməti vardır ki, həmin qiymətdə fotocərəyanın şiddəti sıfıra bərabər olur, yəni ən sürətli elektronlar da daxil olmaqla qoparılan bütün elektronlar anoda çatmır (saxlanır). Beləliklə, qoparılan elektronların maksimal kinetik enerjisi (və ya maksimal sürəti  $v_{maks}$ ) aşağıdakı ifadədən təyin oluna bilər:

$$\frac{mv_{maks}^2}{2} = eu_s \quad (10.1)$$

(10.1) düsturundan görünür ki, təcrübədə  $u_s$  saxlayıcı gərginliyi ölçərək fotoelektronların  $v_{maks}$  sürətini təyin etmək olar.

Elektrodların hətta yuxarıda qeyd etdiyimiz ən əlverişli vəziyyətdə yerləşməsi zamanı tormozlayıcı gərginlik tətbiq etdikdə fotocərəyanın şiddətinin kəskin deyil, tədricən sıfıra qədər azalması (şəkil 10.2) göstərir ki, işığın təsiri ilə qoparılan elektronların sürətləri müxtəlifdir. Belə ki, kiçik sürətli elektronlar tormozlayıcı gərginliyin kiçik qiymətlərində saxlandığı halda ən sürətli elektronları saxlamaq üçün  $u_s$  saxlayıcı gərginliyinə bərabər olan böyük potensiallar fərqi tələb olunur. deməli, fotocərəyanın şiddətinin tormozlayıcı gərginlikdən asılı olaraq azalması xarakterini tədqiq edərək fotoelektronların sürətlərə görə paylanmasını da müəyyən etmək olar. Qoparılan elektronların sürətinin müxtəlif olmasını aşağıdakı kimi izah etmək olar: işıq metalın yalnız səthindən deyil, həm də onun

həcmnin dərinliklərindən elektron qopara bilər. Bu zaman metalın daxilindən qopmuş elektronların təsadüfi toqquşmalar nəticəsində səthə çatana qədər sürətləri müxtəlif cür azalır. Məhz buna görə də (10.1) düsturu ilə təyin olunan  $v_{maks}$  maksimal sürət fiziki maraq kəsb edir. Çünki işığın təsiri ilə qopan elektrona verilən kinetik enerji məhz bu sürətlə təyin olunur.

10.2 şəklində verilmiş qrafikə görə gərginlik artdıqca fotocərəyanın şiddətinin artmasını aşağıdakı kimi izah etmək olar. İşığın təsiri ilə sərbəstləşmiş elektron metalın səth qatı daxilində atomla toqquşaraq öz sürətini azaldaraq metaldan çıxmağa ləngiyə bilər və ya hətta metaldan xaricə çıxma bilməz. Tətbiq olunan elektrik sahəsi isə belə ləngimiş elektronların sürətlənməsinə və metaldan çıxmasına kömək edir. Məhz buna görə də katod və anod arasındakı gərginlik artdıqca fotocərəyanın da şiddəti artır.

Qeyd edək ki, sərbəst elektronun metalı tərk etməsi üçün də müəyyən iş görülməlidir ki, bu da çıxış işi  $A$  adlanır. Müxtəlif metallar üçün çıxış işi müxtəlifdir və məhz bunun da nəticəsində bir-biri ilə kontaktda olan iki müxtəlif metal parçası arasında kontakt potensialları fərqi yaranır. Çıxış işini termoelektron emissiyası hadisəsinə əsasən təyin etmək olar. Belə ki, qızdırılmış metalın səthindən vahid zamanda buraxılan elektronların sayı çıxış işindən asılıdır.

Beləliklə, yuxarıda deyilənlərə əsasən aydın olur ki,  $A$  çıxış işi ilə xarakterizə olunan səthdən işığın təsiri ilə  $v_{maks}$  maksimal sürəti ilə elektronun qopması üçün bu elektrona

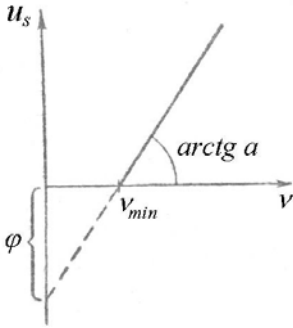
$$E = \frac{mv_{maks}^2}{2} + A = eu_s + eu_o \quad (10.2)$$

enerjisi vermək tələb olunur. Burada  $u_o = \frac{A}{e}$  çıxış potensialı adlanır.

(10.2) düsturuna əsasən fotoeffekt zamanı elektronun aldığı  $E$  enerjisini tapmaq olar. Lenardın və başqa alimlərin çoxsaylı təcrübə tədqiqatları nəticəsində müəyyən edildi ki, elektronun (10.2) düsturu ilə təyin olunan  $E$  enerjisi düşən monoxromatik işığın yalnız tezliyindən asılıdır və tezlik böyüdükcə artır. Buradan fotoeffekt üçün digər mühüm bir qanun tapıldı: işığın təsiri ilə verilmiş səthdən qopan elektronların maksimal sürəti düşən işığın intensivliyindən asılı olmayıb, yalnız onun tezliyindən asılıdır (Burada "verilmiş səth" dedikdə səthin maddəsinin və halının bütün proses zamanı dəyişməz qaldığı nəzərdə tutulur).

Fotoeffekt üçün təcrübə yolu ilə tapılmış bu qanun işığın dalğa nəzəriyyəsinə görə heç cür izah oluna bilmir. Belə ki, işığın dalğa nəzəriyyəsinə əsasən fotoeffekt hadisəsini keyfiyyətcə aşağıdakı kimi izah etmək olar. Metalın daxilində olan külli miqdar sərbəst elektronlar metalın səthində mövcud olan saxlayıcı sahə tərəfindən metal daxilində saxlanılır. Elektronun metaldan çıxış işi çox da böyük olmayıb bir neçə elektron voltudur. Düşən işıq dalğasının (ışıq elektromaqnit dalğasının bir növüdür) elektrik sahəsinin təsiri ilə sərbəst elektron rəqs etməyə başlayır. Bu rəqslərin enerjisi kifayət qədər böyük olduqda elektron saxlayıcı sahəyə üstün gəlir və metalı tərk edir, yəni fotoeffekt baş verir. Əgər elektron sərbəst deyil, atom ilə bağlıdırsa, yenə də o, işıq dalğasının elektrik sahəsinin təsiri altında rəqsə gələcək, lakin bu rəqsin enerjisinin tezlikdən asılılığı daha mürəkkəb, yəni rezonans xarakterli olacaqdır. Beləliklə, fotoeffekt hadisəsi işığın dalğa nəzəriyyəsi baxımından keyfiyyətcə izah oluna bilər. Lakin fotoeffekt üçün kəmiyyət qanunauyğunluqlarını işığın dalğa nəzəriyyəsi ilə izah etmək mümkün olmadı. Belə ki, dalğa nəzəriyyəsi baxımından elektronun məcburi rəqslərinin amplitudu düşən işığın

elektrik sahəsinin intensivlik vektorunun amplitudu ilə düz mütənasib olmalıdır. Digər tərəfdən işığın intensivliyi işıq dalğasının elektrik sahəsinin intensivlik vektorunun amplitudunun kvadratı ilə düz mütənasibdir. Deməli, dalğa nəzəriyyəsi baxımından düşən işığın intensivliyi artdıqca qopan fotoelektronların sürəti də artmalıdır. Həqiqətdə isə, yuxarıda göstəriləyi kimi, fotoelektronların sürəti düşən işığın intensivliyindən asılı deyildir.



Шякил

Fotoelektronların sürətinin düşən işığın yalnız tezliyindən asılı olması göstərir ki, (10.1) düsturuna görə  $u_c$  saxlayıcı gərginliyin də qiyməti düşən işığın intensivliyindən deyil, yalnız tezliyindən asılı olmalıdır. Milliken yuxarıda göstərilən qurğu ilə ölçmələr apararaq müəyyən etdi ki,  $u_c$  saxlayıcı gərginliyi düşən işığın  $\nu$  tezliyindən xətti asılıdır:

$$u_s = a\nu - \varphi. \quad (10.3)$$

Burada  $a$  və  $\varphi$  - müəyyən sabitlərdir və özü də  $a$  katodun materialından asılı deyildir. (10.3) funksiyasının qrafiki 10.3 şəklində verilmişdir.

(10.3) ifadəsini elektronun  $e$  yükünə vuraraq, (10.1) ifadəsini nəzərə alsaq

$$\frac{m\nu_{maks}^2}{2} = ae\nu - e\varphi \quad (10.4)$$

yaza bilərik. (10.4) ifadəsindən görünür ki, işığın təsiri ilə elektronların katoddan çıxması üçün ( $\nu_{maks}$  kəmiyyətinin həqiqi ədəd olması üçün)  $ae\nu \geq e\varphi$  və ya

$$\nu \geq \nu_{min} = \varphi/a \quad (10.5)$$

şərti ödənməlidir. Dalğa uzunluğu üçün isə

$$\lambda \leq \lambda_{maks} = \frac{ac}{\varphi} \quad (10.6)$$

şərti alınır. ( $c$  – işığın vakuumda sürətidir).  $\nu_{min}$  və  $\lambda_{maks}$  fotoeffektin qırmızı sərhəddi adlanır və 10.3 qrafikinə əsasən  $u_s=0$  qiymətinə uyğun gəlir.

Fotoeffektin qırmızı sərhəddinin olması o deməkdir ki, düşən işığın tezliyi  $\nu$  (dalğa uzunluğu  $\lambda$ ) katodun hazırlandığı maddə üçün xarakterik olan müəyyən  $\nu_{min}$  qiymətindən kiçik ( $\lambda_{maks}$  qiymətindən böyük) olduqda fotoeffekt baş vermir.

Fotoeffektin qırmızı sərhəddinin olması da işığın dalğa nəzəriyyəsinə əsasən heç cür başa düşülmür.

10.3 şəklində qrafiki verilmiş asılılıq, yəni düşən işığın tezliyi artdıqca  $u_s$  saxlayıcı gərginliyin / (10.1) düsturuna əsasən elektronların kinetik enerjisinin/ də artması adi klassik təsəvvürlərə ziddir. Əgər işığın təsiri ilə metaldan sərbəst elektronların qopduğunu fərz etsək, klassik fizika təsəvvürlərinə görə, düşən işığın verilmiş intensivliyində onun tezliyi artdıqca, işığın təsiri nəticəsində sərbəst elektronların kinetik enerjisi artmamalı, əksinə, azalmalıdır. Doğrudan da, düşən işıq dalğasının  $E_0 \cos \omega t$  elektrik vektorunun təsiri altında sərbəst elektronun hərəkət tənliyi

$$m\ddot{x} = eE_0 \cos \omega t$$

kimi yazıla bilər. Bu tənliyi inteqrallayaraq

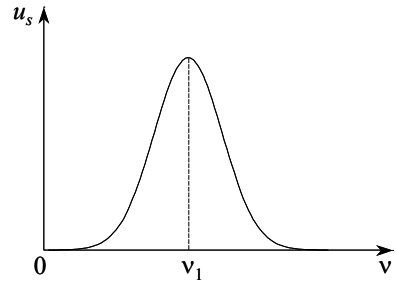
$$m\dot{x} = m\nu = \frac{eE_0}{\omega} \sin \omega t$$

və ya

$$E_\kappa = \frac{m\nu^2}{2} = \frac{1}{2m}(m\nu)^2 = \frac{1}{2m} \left( \frac{eE_0}{\omega} \right)^2 \sin^2 \omega t$$

alarlıq. Beləliklə, işıqın dalğa nəzəriyyəsinə görə sərbəst elektronların enerjisi düşən işıqın tezliyi böyüdükcə azalır. Buradan belə nəticə çıxarmaq olarmı ki, fotoeffekt hadisəsi zamanı qopan elektronlar metaldaki sərbəst elektronlar deyildir? Belə nəticə çıxarmaq üçün heç bir əsas yoxdur. Çünki təcrübələr göstərir ki, metalların işıq üçün qeyri-şəffaflığını və yüksək qaytarma əmsalına malik olmasını təmin edən məhz ən böyük optik fəallığa malik olan sərbəst elektronlardır. Göstərmək olar ki, 10.3 şəklində verilmiş asılılığı işıqın metalda atomlarla rəbitədə olan elektronlarla qarşılıqlı təsirinə əsaslanaraq da izah etmək olmur. Belə ki, işıq dalğasının zamandan asılı olaraq harmonik qanunla dəyişən elektrik sahəsinin atomla kvazielastik qüvvə ilə bağlı olan elektrona təsiri zamanı elektronun məcburi rəqslərinin amplitudunun işıq tezliyindən rezonans xarakterli asılılığı müşahidə olunmalıdır. Məhz buna görə  $u_s$  saxlayıcı gərginliyin də düşən işıqın tezliyindən asılılığı rezonans xarakterli olmalıdır (şəkil 10.4). Beləliklə,  $u_s$  saxlayıcı gərginliyin düşən işıqın  $\nu$  tezliyindən təcrübədə müşahidə olunan asılılığı (şəkil 10.3) metalda nə sərbəst, nə də bağlı elektronlar üçün işıqın dalğa nəzəriyyəsinə əsasən söylənən mülahizələrin heç birinə uyğun gəlmir.

A. Q. Stoletov həm də fotoeffekt hadisəsində gecikmə müddətini, yəni katodun ultrabənövşəyi şüalarla işıqlandırılmağa başladığı zaman anı ilə dövrdə fotocərəyanın yaranma anı arasındakı zaman müddətini də qiymətləndirmişdi. O, əvvəlcə müəyyən etdi ki, gecikmə müddəti hər halda  $10^{-4}$  saniyədən çox deyil. Sonralar aparılmış daha dəqiq ölçmələr göstərdi ki, fotoeffekt zamanı gecikmə müddəti  $10^{-9}$  saniyədən də azdır. Bu isə o deməkdir ki, fotoeffekt hadisəsi ətalətsiz olaraq baş verir, yəni katod işıqlanan anda fotocərəyan



Шякил

yarandır. Işıqın dalğa nəzəriyyəsi baxımından isə fotoeffekt zamanı gecikmə müddəti xeyli böyük alınır. Məsələn, aşağıdakı misala baxaq. Gücü  $P=100 \text{ Vt}$  olan elektrik lampası götürək. Sadəlik naminə onu izotrop şüalandıran nöqtəvi işıq mənbəyi hesab edək. Işıqın klassik dalğa nəzəriyyəsinə görə şüalanma enerjisi mənbədən bütün istiqamətlərdə kəsilməz olaraq yayılır. Fərz edək ki, işıq lampadan  $r$  məsafədə yerləşən və sinkdən düzəldilmiş müstəvi fotokatod üzərinə normal istiqamətdə düşür. Onda fotokatodda lampanın yaratdığı enerji işıqlanması  $\frac{P}{4\pi r^2}$  olar. Sinkdən elektronun çıxış işi

$A \approx 3,74 \text{ eV}$ -dur. Aydınır ki, məcburi rəqslər zamanı elektronun metaldan çıxmaq üçün əldə etdiyi enerji  $A$  çıxış işindən kiçik olmamalıdır. En kəsiyinin sahəsi  $\sigma$  olan atomun  $t$  zaman müddəti ərzində şüalanma nəticəsində aldığı maksimal enerji

$$E_{maks} = \frac{P}{4\pi r^2} \cdot \sigma \cdot t \quad (10.7)$$

olar. Aydındır ki, bu müddət ərzində elektrona verilən enerji  $E_{maks}$  qiymətindən az olacaqdır. Lakin elektronun metaldan çıxması üçün onun aldığı enerji  $A$  çıxış işindən çox olmamalıdır, yəni  $E_{maks} > A$  şərti ödənməlidir. Onda (10.7) düsturuna əsasən

$$t > \frac{4\pi r^2}{\sigma P} \cdot A \quad (10.8)$$

olmalıdır. Sink atomları arasındakı orta məsafə

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}} \quad (10.9)$$

düsturu ilə tapıla bilər. Burada  $N_A$  – Avogadro ədədi,  $M$ - sinkin molyar kütləsi,  $\rho$  - sinkin sıxlığıdır. Sink üçün  $M = 65 \cdot 10^{-3} \text{ kq/mol}$  və  $\rho = 7 \cdot 10^3 \text{ kq/m}^3$  olduğundan  $d = 2,49 \cdot 10^{-10} \text{ m}$  alırıq. Onda atomun en kəsiyini  $\sigma \approx d^2 \approx 6 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2$  kimi qiymətləndirmək olar. Əgər  $r = 1 \text{ m}$  götürsək, onda (10.8) düsturuna əsasən  $t \geq 1,25$  saniyə alınır. Deməli, işığın klassik dalğa nəzəriyyəsinə görə fotoeffekt gecikmə ilə baş verməlidir. Fotoelementlər əslində bizim misalda göstərilidiyindən xeyli zəif olan işıq seli ilə işlədiyindən, fotoeffektin gecikmə müddəti yuxarıdakı hesablamadan tapılan qiymətə nisbətən daha böyük olmalıdır. Lakin, qeyd etdiyimiz kimi, təcrübələr zamanı fotoeffekt gecikmədən, demək olar ki, katodun işıqlandığı anda baş verir. Fotoeffektin bütün elmi-texniki tətbiqləri məhz onun ətalətsiz baş verməsinə əsaslanmışdır.

Beləliklə, fotoeffektin təcrübədə müşahidə olunan bütün qanunları işığın dalğa təbiətli olması baxımından tamamilə anlaşılmaz qalır. Fotoelektronların kinetik enerjisinin (sürətinin) düşən işığın intensivliyindən asılı olmamasını işığa yalnız "buraxıcı mexanizm" kimi baxmaqla izah etməyə cəhd göstərilmişdir. Belə fərz edilirdi ki, elektron öz enerjisini düşən işıq dalğasının hesabına yox, metalda istilik hərəkəti hesabına toplayır. İşığın təsiri isə elektronları yalnız azad etməkdən ibarətdir. Lakin bu halda işığın tezliyinin təsiri tamamilə anlaşılmaz qalır. Bundan başqa bu mülahizələr doğrudan da düzdürsə, onda fotoeffekt metalın temperaturundan kəskin asılı olmalı idi. Halbuki təcrübələrdə belə asılılıq müşahidə olunmur.

1905-ci ildə Eynşteyn Plankın enerji kvantları haqqında ideyasını (bax: Ə8) inkişaf etdirərək işığın ancaq şüalanmasının deyil, həm də udulmasının kvantlarla baş verdiyi fərziyyəsini qəbul etməklə fotoeffekt hadisəsinin nəzəri izahını verdi. Eynşteynə görə udulan hər bir kvantın  $E = h\nu$  enerjisi elektronun metaldan qopması üçün lazım olan çıxış işinə və elektrona kinetik enerji verilməsinə sərf olunur. Ona görə də (10.2) ifadəsinin əvəzinə

$$h\nu = A + \frac{mV_{maks}^2}{2} \quad (10.10)$$

düsturunu yazmaq olar. (10.10) ifadəsi fotoeffekt üçün Eynşteyn tənliyi adlanır.

İşıq kvantlarını sonralar foton adlandırdılar.

Eynşteynə görə udulan foton metalın elektronu ilə qarşılıqlı təsir nəticəsində öz enerjisini bu elektrona verir. Bu qarşılıqlı təsir prosesini kürəciklərin toqquşmasına bənzətmək olar. Fotoeffekt fotonun elektronla qeyrielastic toqquşması nəticəsində baş

verir. Belə ki, bu toqquşma zamanı foton udulur və onun enerjisi elektrona verilir. Beləliklə, elektron kinetik enerjini tədricən deyil, bir toqquşma aktı nəticəsində dərhal alır. Fotoeffektin ətalətsiz baş verməsi də məhz bununla izah olunur.

Udulan fotonun enerjisi elektronun metal daxilindəki atomdan qopmasına da sərf oluna bilər. Bu elektronun enerjisi metal daxilində digər atomla qarşılıqlı təsir nəticəsində istilik enerjisinə çevrilə bilər. Metaldan qopan elektronun enerjisinin maksimum olması üçün metal daxilində o, sərbəst olmalı, yəni atomla rəbitədə olmamalı və metaldan çıxanda öz enerjisini istilik enerjisinə sərf etməməlidir. Bu halda elektronun fotonla toqquşma nəticəsində aldığı kinetik enerjinin bir hissəsi metalın səth qatında təsir edən qüvvələrə qarşı iş görülməsinə, yəni metaldan çıxış işinə sərf olunur. (10.10) tənliyini yazarkən fərz olunur ki, hər bir elektron bir dəfə fotonla toqquşur, yəni bu tənlik bir fotonlu proses üçün yazılmışdır. Lakin çox fotonlu proseslər də mümkündür. İşığın intensivliyi az olduqda (xətti optika) onların ehtimalı çox kiçikdir.

Fotoeffekt üçün (10.10) Eynşteyn tənliyini yazarkən fərz olunur ki, metalda sərbəst elektron fotonla toqquşaraq onu "udur". Lakin göstərmək olar ki, bu, enerjinin və impulsun saxlanması qanununa ziddir. Foton sükunət kütləsi olmayan zərrəcik kimi qəbul olunur və onun enerjisi və impulsu, uyğun olaraq,

$$E = \hbar \omega = h \nu \quad (10.11)$$

$$\vec{P} = \hbar \vec{k} \quad (10.12)$$

kimi təyin olunur. burada  $\vec{k}$  - dalğa vektorudur.

Foton enerjiyə malikdirsə, nisbilik nəzəriyyəsinə görə, onun impulsu da olmalıdır. Məsələn, işıq təzyiqinin mövcud olması fotonun impulsa malik olduğunu sübut edir. Nisbilik nəzəriyyəsinə görə hərəkət edən zərrəciyin  $E$  enerjisi və  $\vec{P}$  impulsu arasında aşağıdakı əlaqə vardır:

$$\left(\frac{E}{c}\right)^2 - P^2 = (m_0 c)^2 \quad (10.13)$$

Bu ifadə yazılarkən fərz olunur ki, hərəkət zamanı zərrəciyin daxili halı və onun sükunət kütləsi  $m_0$  dəyişmir. Foton vakuumdə  $v=c$  sürətilə hərəkət edir, yəni relyativistik zərrəcikdir. Ona görə də foton  $m_0$  sükunət kütləsinə malik olsaydı onun

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (10.14)$$

hərəkət kütləsi sonsuz böyük olardı. Ona görə də deyirlər ki, foton sükunət kütləsinə malik deyildir, yəni foton üçün  $m_0=0$  götürülməlidir. Beləliklə, foton üçün (10.13) düsturu

$$E = Pc \quad (10.15)$$

şəklinə düşür. Fotonun  $\vec{P}$  impulsu işığın yayıldığı istiqamətdə yönəldiyi üçün (10.15) ifadəsində kvadrat kök alarkən müsbət işarəsi saxlanmışdır.

Maddə ilə qarşılıqlı təsir zamanı fotonlar buraxıla, udula və ya səpələ bilər və bu zaman fotonların sayı saxlanmır. Lakin bütün bu proseslər zamanı enerjinin və impulsun saxlanması qanunları ödənməlidir.

Sərbəst elektron fotonu yalnız səpə bilər, onu uda və ya buraxa bilməz. Bu müddəanı



isbat etmək üçün fərz edək ki, sərbəst elektron sükunətdədir və o,  $\vec{P}_\phi$  impulsuna  $E_f$  enerjisinə malik bir foton buraxmışdır. Foton buraxdıqdan sonra elektronun impulsunu  $\vec{P}_e$ , enerjisini isə  $E_e$  ilə işarə edək. Onda impulsun və enerjinin saxlanması qanunlarına əsasən

$$\vec{P}_e + \vec{P}_\phi = 0, \quad E_e + E_f = m_0 c^2 \quad (10.16)$$

yaza bilərik. Burada  $m_0$  – elektronun sükunət kütləsidir.

(10.16) ifadələrinə əsasən

$$(cP_e)^2 = (cP_f)^2, \quad E_e^2 = E_f^2 - 2E_f m_0 c^2 + (m_0 c^2)^2$$

yaza bilərik. Bu ifadələri tərəf-tərəfə çıxaraq:

$$E_e^2 - (cP_e)^2 = E_f^2 - (cP_f)^2 - 2E_f m_0 c^2 + (m_0 c^2)^2 \quad (10.17)$$

Elektron üçün (10.13), foton üçün isə (10.15) ifadələrini (10.17)-də nəzərə alsaq

$$E_f m_0 c^2 = 0$$

yaza bilərik. Buradan görünür ki,  $E_f = 0$  olur, yəni sərbəst elektronun foton buraxması qeyri mümkündür. Eyni qayda ilə göstərə bilərik ki, sərbəst elektron fotonu uda bilməz. Bu nəticənin alınması əslində onunla əlaqədardır ki, yuxarıdakı mühakimələr zamanı elektronun sükunət kütləsinin dəyişməz qaldığı, yəni foton buraxılana qədər və foton buraxıldıqdan sonra elektronun sükunət kütləsinin eyni olduğu fərz edilir. Bu, o deməkdir ki, fotonun buraxılması nəticəsində elektronun daxili halı dəyişmir. Onda belə çıxır ki, foton buraxılarkən təpmə nəticəsində elektronun aldığı kinetik enerji hesabına onun tam enerjisi yalnız arta bilər. Buraxılan foton da öz növbəsində müsbət enerji aparır. Deməli, sərbəst elektronun foton buraxması və ya udması enerjinin saxlanması qanununun pozulmasına səbəb olardı.

Beləliklə, fotoeffekt hadisəsini izah etmək üçün metaldakı sərbəst elektron tərəfindən fotonun udulmasınının fərz edilməsi enerjinin və impulsun saxlanması qanunlarına zidd deyilmi? Məlum olur ki, burada heç bir ziddiyyət yoxdur. Metalda sərbəst elektron əslində heç də sərbəst deyildir. Belə ki, metal daxilində atomla rəhbər olmayan və bizim sərbəst adlandırdığımız elektron elə bil ki, bir qutuda yerləşmişdir və bu qutunun divarları yaxınlığında müəyyən saxlayıcı sahə təsir edir. Foton yalnız elektronla qarşılıqlı təsirdə olmur. Əslində hər iki zərrəciyin bütövlükdə metal ilə qarşılıqlı təsiri baş verir. Üç cismin qarşılıqlı təsiri zamanı enerjinin və impulsun saxlanması qanunları eyni zamanda ödəmə bilərlər. Fotonun impulsu həm elektrona, həm də metala verildiyi halda, onun enerjisi yalnız elektrona verilir, çünki metalın kütləsi sonsuz böyük hesab olunur.

(10.10) Eynşteyn tənliyi fotoeffekt üçün təcrübi yolla müəyyən edilmiş və yuxarıda göstərilən bütün qanunları izah etməyə imkan verir. Belə ki, düşən işığın intensivliyi işıq selindəki fotonların sayı ilə düz mütənəsbətdir. Digər tərəfdən aydındır ki, işığın təsiri ilə metaldan qopan elektronların sayı fotonların sayı ilə düz mütənəsbətdir. Deməli, işığın təsiri ilə qopan elektronların sayı düşən işığın intensivliyi ilə düz mütənəsb olmalıdır ki, bu da fotoeffekt üçün təcrübi yolla tapılmış birinci qanuna tam uyğundur. Beləliklə, doyma cərəyanının  $J_d$  şiddəti düşən işığın intensivliyi və ya düşən işıq seli  $\Phi$  ilə düz mütənəsbətdir:  $J_d \sim \Phi$ . Bu asılılıq da təcrübədə müşahidə olunur. Təcrübələr göstərir ki, düşən fotonların çox az bir hissəsi öz enerjisini ayrı-ayrı elektronlara verir. Digər fotonların enerjisi isə bütövlükdə metalın qızmasına sərf olunur. (10.10) tənliyinə əsasən hər bir qopan elektronun kinetik enerjisi (yəni sürəti) verilmiş maddə üçün düşən işığın

yalnız tezliyindən asılı olub, nə qədər fotonun digər elektronlarla toqquşmasından, yəni düşən işığın intensivliyindən asılı deyildir. Bu isə fotoeffekt üçün ikinci təcrübi qanuna tam uyğun gəlir. Bundan başqa (10.10) tənliyindən həm də görünür ki, düşən fotonun enerjisi metaldan elektronun çıxış işindən az olsa, bu foton fotoeffekt yarada bilməz. Fotoeffektin qırmızı sərhəddinin mövcud olması da məhz bununla izah olunur. Aydındır ki, fotoeffektin baş verə biləcəyi minimum  $\nu_{min}$  tezliyi (və ya maksimum  $\lambda_{maks}$  dalğa uzunluğu) (10.10) tənliyinə əsasən

$$h\nu_{min}=A \quad (10.18)$$

və ya

$$\nu_{min}=A/h \quad (10.19)$$

$$\lambda_{maks} = \frac{c}{\nu_{min}} = \frac{hc}{A} \quad (10.20)$$

kimi təyin olunur. bu, o deməkdir ki, tezliyi  $\nu < \nu_{min}$  (dalğa uzunluğu  $\lambda > \lambda_{maks}$ ) olan işıq verilmiş metalda fotoeffekt yarada bilməz.

Fotoeffektin qırmızı sərhəddini təyin edən  $\nu_{min}$  tezliyini (və ya  $\lambda_{maks}$  dalğa uzunluğunu) təcrübədə təyin etmək olar. Bu isə (10.18)-(10.20) düsturlarına əsasən elektronların metallardan  $A$  çıxış işini hesablamağa imkan verir. Müəyyən edilmişdir ki, müxtəlif metallar üçün çıxış işi müxtəlif olub, bir neçə elektron–volta bərabərdir. Bu sıra metallar üçün fotoeffektin qırmızı sərhəddi aşağıda göstərilmişdir:

Metal	K	Na	Li	Hg	Fe	Ag	Au	Ta
$\lambda_{maks}, nm$	550	540	500	273,5	262	261	265	305

Qeyd edək ki, yuxarıda şərh olunan mühakimələrə əsasən fotoeffekt zamanı gecikmə müddəti elektronların fotonla toqquşduqdan sonra metalın səthinə qədər hərəkət etməsi üçün lazım olan zaman müddətinə bərabər olmalıdır ki, bu da çox kiçikdir və təcrübə ilə tam uyğunluq təşkil edir.

Fotoeffekt üçün (10.10) Eynşteyn tənliyinin və ondan alınan nəticələrin təcrübədə yoxlanması yalnız işığın nəzəriyyəsi üçün deyil, həm də bütün fizika üçün böyük əhəmiyyət kəsb edir. Yuxarıda qeyd edildiyi kimi fotoeffekt və çıxış işi metalın səthinin halından (məsələn, səthin oksidləşməsindən, adsorbsiya olunmuş maddələrin olmasından və s.) kəskin şəkildə asılıdır. Məhz buna görə də fotoeffekt üçün Eynşteyn tənliyini uzun müddət kifayət qədər dəqiqliklə təcrübədə yoxlamaq mümkün olmamışdı. Lakin 10 il sonra, yəni 1916-cı ildə Millikenin apardığı təcrübələr vasitəsilə (10.10) Eynşteyn düsturunun doğru olduğu təsdiqləndi. Belə ki, Milliken bir sıra mürəkkəb və incə üsullar vasitəsilə vakuumba metalın səthinin təmizlənməsi, qurğunun müxtəlif hissələri arasında kontakt potensialları fərqi nəzərə alınması və s. ehtiyat tədbirlərini həyata keçirməklə çıxış işini ölçmüş və sonra fotoelektronların maksimal kinetik enerjisinin düşən işığın tezliyindən asılılığını tədqiq etmişdir (fotoelektronların maksimal kinetik enerjisi  $u_s$  saxlayıcı potensialını ölçməklə (10.1) düsturuna əsasən təyin olunur).  $\nu$  tezliyinin verilmiş qiymətində  $A$  və  $m\nu_{maks}^2/2$  kəmiyyətlərinin təcrübədə ölçülmüş qiymətlərini (10.10) düsturunda yazaraq Milliken  $h$  Plank sabitinin qiymətini təyin etdi ki, bu da tarazlıqda olan istilik şüalanması üçün spektral paylanma qanununa əsasən (bax: Ə8) və digər üsullarla tapılmış qiymətlərlə çox yaxşı uyğun gəlir.

Doğruluğu Milliken təcrübələri ilə sübut olunan (10.10) Eynşteyn tənliyi sonralar digər təcrübələrdə də yoxlandı. (10.10) tənliyini

$$h\nu = h\nu_{\min} + eu_s \quad (10.21)$$

və ya

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = h(\nu - \nu_{\min}) = eu_s \quad (10.22)$$

kimi də yazmaq olar. Düşən işığın tezliyini çox geniş intervalda – görünən işığın tezliyindən rentgen şüalarının tezliyinə qədər dəyişərək (10.22) tənliyi yoxlanmış və həmişə təcrübə ilə nəzəriyyə arasında tam uyğunluq alınmışdır. Rentgen şüaları ilə aparılan təcrübələrdə (10.22) tənliyinin yoxlanması  $\nu \gg \nu_{\min}$  olması sayəsində xeyli sadələşir. Ona görə də (10.22) ifadəsi sadələşərək

$$h\nu = eu_s \text{ və ya } \frac{hc}{\lambda} = eu_s \quad (10.23)$$

şəklinə düşür və  $u_c$  gərginliyini ölçərək  $\nu$  tezliyini ( və ya  $\lambda$  dalğa uzunluğunu) təyin etməyə imkan verir. Qeyd edək ki, bu üsul hətta ən sərt  $\gamma$ -şüaların da dalğa uzunluğunu təyin etmək üçün tətbiq olunur. belə şüalar üçün dalğa uzunluğu çox kiçik olduğundan kristallarda difraksiya üsulu ilə dəqiq nəticələr almaq mümkün olmur.

Qeyd edək ki, (10.23) düsturu işıq kvantlarının enerjisinin elektronun kinetik enerjisinə çevrildiyi düz fotoeffekt üçün deyil, həm də tərs fotoeffekt üçün doğrudur. Tərs fotoeffekt zamanı metalı bombardman edən elektronların kinetik enerjisi hesabına rentgen kvantları alınır. Rentgen borularında məhz belə proses baş verir. Bu halda (10.23) düsturunda  $u_c$  gərginliyi rentgen borusunda elektronları sürətləndirən gərginliyə bərabər götürülməlidir və onda (10.23) ifadəsi rentgen borusunda verilmiş gərginlikdə buraxıla bilən rentgen şüalarının maksimal tezliyini (minimal dalğa uzunluğunu) təyin etməyə imkan verir. Rentgen şüalarının maksimal tezlik sərhəddinin olması təcrübədə təsdiq olunur (E31) və onun ən mühüm əhəmiyyəti işığın kvant təbiətinə malik olmasını təsdiq edən təcrübi fakt olmasıdır.

Rentgen borusunda elektronlar antikatodu bombardman edərkən tormozlanır və bunun də nəticəsində tormozlanma rentgen şüaları yaranır. Bu şüalanmanın spektri görünən ağ işığın spektri kimi bütöv (kəsilməz) spektrdir. Məhz bu səbəbdən də kəsilməz rentgen şüalanması ağ rentgen şüalanması adlanır. Tormozlanma (ağ) rentgen şüalanmasının spektral paylanma ayrıları, yəni intensivliyin dalğa uzunluğundan asılılıq qrafikləri volfram antikatodu üçün 10.3 şəklində göstərilmişdir. Dalğa uzunluğunun böyük qiymətlərində intensivlik əyrisi meyllə düşərək dalğa uzunluğu artdıqca asimtotik olaraq sıfıra yaxınlaşır. Dalğa uzunluğunun kiçik qiymətlərində isə, əksinə, intensivlik əyrisi kəskin düşür və dalğa uzunluğunun müəyyən bir qiymətində absis oxunu kəsir. Dalğa uzunluğunun bu qiyməti kəsilməz rentgen şüalanmasının qısdalğalı sərhəddi adlanır. Bu sərhəd (10.23) düsturundan tapılır.

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eu} = \frac{12,4}{u} \text{ \AA} \text{ və ya } \nu_{\max} = \frac{eu}{h} \quad (10.24)$$

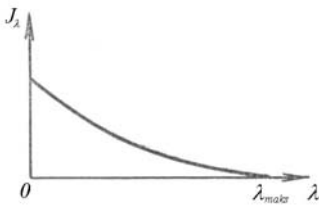
Burada  $u$  rentgen borusundakı sürətləndirici gərginlikdir və kilovoltla ölçülür. Tormozlanma rentgen şüalanmasının qısdalğalı sərhəddi antikatodun materialından asılı olmayıb, yalnız rentgen borusundakı  $u$  sürətləndirici gərginlikdən asılıdır. Əgər rentgen borusundakı gərginliyi (10.24) düsturu ilə təyin olunan və antikatodun materialından asılı

olan limit qiymətinə nisbətən artırsaq onda kəsilməz rentgen spektrinin fonunda nazik spektral xətlər meydana çıxır ki, bu xətlər çoxluğu da antikatodun xarakteristik rentgen şüalanmasının spektrini təşkil edir. Bu halda da rentgen spektrinin qısdalğalı sərhəddi mövcud olur və (10.24) düsturu ilə təyin olunur. Bir daha qeyd edək ki, belə qısdalğalı sərhəddin olması rentgen şüalanmasının korpuskulyar xassəsinin ən parlaq təzahürlərindən biridir.

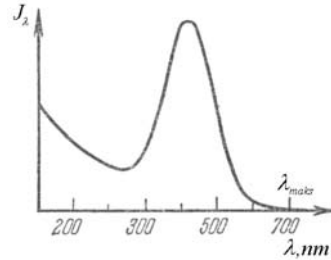
Rentgen şüalanmasının qısdalğalı sərhəddinin ölçülməsi Plank sabitinin dəqiq təyin olunmasına imkan verən üsullardan biridir. Bu məqsədlə (10.24) düsturundan istifadə edilir. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, həmin düstur sərt rentgen şüalarının və  $\gamma$ -şüaların dalğa uzunluğunu da dəqiq təyin etməyə imkan verir.

Fotoeffekt hadisəsini izah edərkən biz indiyə qədər işığın yalnız korpuskulyar (kvant) xassəyə malik olduğunu əsas götürmüşük. Lakin fotonlar həm də dalğa xassəsinə malikdirlər. Onda belə bir sual meydana çıxır ki, fotoeffekt hadisəsi zamanı fotonların (yəni, işığın) dalğa xassəsinə malik olması özünü biruzə verirmi? Məlum olur ki, selektiv (yəni, seçmə) fotoeffekt hadisəsi zamanı müşahidə olunan bir sıra qanunauyğunluqlar məhz işığın dalğa xassəsinin təzahürüdür.

Fotoeffekt zamanı yaranan fotocərəyanın şiddətinin düşən işığın dalğa uzunluğundan asılılığını tədqiq etmək məqsədilə monoxromatik işığın müəyyən enerjisində uyğun gələn doyma cərəyanının şiddətini təyin etmək lazımdır. Vahid dalğa uzunluğu intervalında udulan vahid şüa enerjisində uyğun gələn doyma fotocərəyanının şiddətini  $J_\lambda$  ilə işarə edək. Normal adlanan fotoeffekt üçün  $J_\lambda$  kəmiyyəti dalğa uzunluğu artdıqca monoton olaraq azalır və  $\lambda = \lambda_{maks}$  qırmızı (uzundalğalı) sərhəddə sıfıra bərabər olur (şəkil 10.5). Bu,



Шякил 10.5.

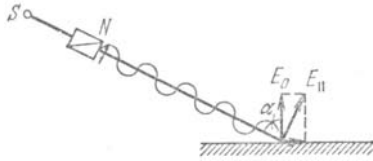


Шякил 10.6.

onu göstərir ki, dalğa uzunluğu kiçik olan işıq fotoeffekt üçün daha effektivdir (təsirlidir). Düşən işığın dalğa uzunluğu kiçik olduqca udulan hər vahid işıq enerjisində olan kvantların sayının az, lakin qısa dalğalar üçün hər bir  $h\nu = hc/\lambda$  kvantının böyük olduğunu nəzərə alsaq, daha "iri" kvantların elektron qopartmaq qabiliyyətinin necə də güclü artması 10.5 şəklindəki qrafikdən aydın görünür.

Lakin təcrübələr göstərir ki, heç də həmişə 10.5 şəklində göstərilən asılılıq müşahidə olunmur. Belə ki, fotoeffekt üçün qırmızı sərhəddi uzaq görünən və hətta infraqırmızı oblastda yerləşən və deməli, geniş intervalda dalğa uzunluğuna həssas olan bir sıra metallar, xüsusilə qələvi metallar üçün müəyyən spektral oblastda  $J_\lambda$  cərəyan şiddəti hər iki tərəfə sürətlə enən kəskin maksimuma malik olur (şəkil 10.6). Bu, selektiv və ya seçmə fotoeffekt adlanır.  $J_\lambda(\lambda)$  asılılığının qrafikində maksimumun meydana çıxması,

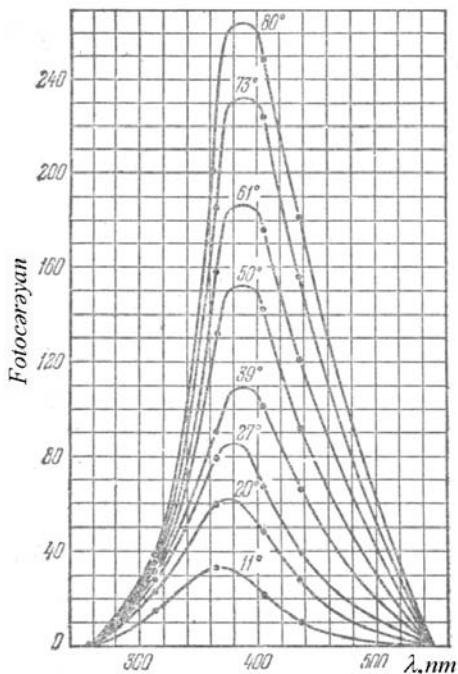
yəni selektiv fotoeffekt, harmonik osilyatorun məcburi rəqsləri zamanı rezonans maksimumunu xatırladır. Ona görə də belə demək olar ki, metalda elektronlar elə bil ki, müəyyən məxsusi tezliyə malikdir və metalın səthinə düşən həyəcanlaşdırıcı işıq tezliyi bu məxsusi tezliyə yaxın olduqda elektronların rəqslərinin amplitudu kəskin artır və onlar çıxış işinə üstün gələrək metalı tərk edirlər.



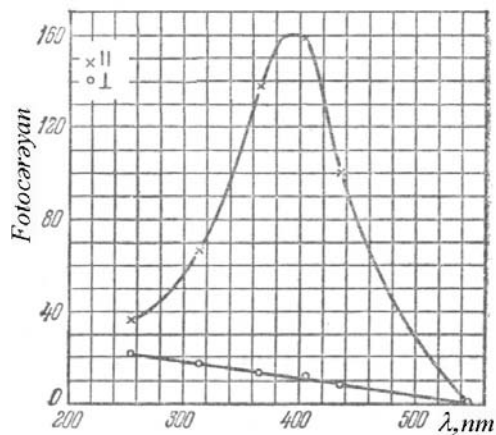
Шякил 10.7.

Selektiv fotoeffektin işıq dalğa xassəsini təzahür etdirən digər xüsusiyyəti ondan ibarətdir ki, selektiv fotoeffektin baş verməsi düşən işıqın polarizasiyasının istiqamətindən və düşmə bucağının qiymətindən kəskin asılıdır. Əgər düşən işıq dalğasının elektrik vektoru düşmə müstəvisinə perpendikulyardır, və ya işıq səthə normal boyunca düşürsə, selektiv fotoeffekt müşahidə olunmur. Əgər düşən işıq, elektrik vektoru düşmə müstəvisinə paralel ( $E_{\parallel}$ ) olmaqla polarizəlanmışdırsa (şəkil 10.7), selektiv fotoeffekt kəskin şəkildə güclənir. Əksinə,

polarizasiya müstəvisini  $90^\circ$  fırlatdıqda ( $E_{\perp}$ ) selektiv fotoeffekt itir. Birinci halda elektrik vektorunun metalın səthinə perpendikulyar yönəlmiş toplananı vardır; ikinci halda isə belə toplanan yoxdur. 10.7 şəkildən görünür ki,  $\alpha$  düşmə bucağı düz bucağa yaxın olduqca, yəni böyüdükcə, metalın səthinə perpendikulyar olan  $E_0$  toplananı da böyüyür. Bunun da nəticəsində selektiv fotoeffekt maksimumunun qiyməti düşmə bucağı böyüdükcə artır. Beləliklə, aydın olur ki, selektiv fotoeffekt hadisəsinin baş verməsində düşən işıq dalğasının elektrik vektorunun metalın səthinə perpendikulyar olan toplananı əsas rol oynayır. Belə ki, metaldan elektronu qoparmaq üçün işıqın elektrik vektorunun səthə normal toplananı səthə toxunan toplanana nisbətən daha təsirlidir. Məhz buna görə də elektrik vektoru düşmə müstəvisində yerləşməklə polyarlaşmış işıq metalın səthi üzrə sürüşərək düşdükdə ( $\alpha = 90^\circ$ ) selektiv fotoeffekt ən kəskin şəkildə baş verir. Başqa sözlə, düşmə bucağının kifayət qədər böyük qiymətlərində  $\vec{E}$  elektrik vektorunun istiqamətinin dəyişməsi, yəni bu vektorun necə yönəlməsi selektiv fotoeffekt oblastında  $J_{\lambda}$  fotocərəyanının şiddətinin kəskin dəyişməsinə səbəb olur. Yuxarıda deyilənləri əyani olaraq göstərmək üçün 10.8 şəkildə düşmə bucağının müxtəlif qiymətlərində, 10.9 şəkildə isə düşən işıqın müxtəlif polarizasiyalarında ( $E_{\perp}$  – elektrik vektoru düşmə müstəvisinə perpendikulyardır,  $E_{\parallel}$  – düşmə müstəvisindədir)  $J_{\lambda}(\lambda)$  asılılığının qrafikləri verilmişdir. Qeyd edək ki, 10.6, 10.8 və 10.9 şəkillərindəki ayrılar kalium və natrium ərintisinə aiddir və 10.9 qrafikləri düşmə bucağının  $\alpha = 60^\circ$  qiymətinə uyğundur. 10.9 şəkildən görünür ki, kalium və natrium ərintisi üçün selektiv fotoeffektin maksimumu  $\lambda = 390 \text{ nm}$  qiymətinə uyğun gəlir. Aşağıda bir sıra təmiz metallar üçün selektiv fotoeffekt zamanı maksimumun alındığı dalğa uzunluqları göstərilmişdir.



Шякил 10.8.



Шякил 10.9.

Qeyd edək ki, digər metallar üçün də selektiv fotoeffekt hadisəsi baş verir. Lakin onlar üçün maksimumlar spektrin qısdaldığı oblastında yerləşdiyindən çox çətin müşahidə olunurlar.

Metal	Cs	Rb	K	Na	Li	Ba	Mg	Al
$\lambda, nm$	510	480	435	340	280	400	250	215

Qələvi metallar üçün asanlıqla müşahidə olunan selektiv fotoeffekt maksimumu heç də təmiz metala deyil, adətən səthdə qaz izlərinin iştirakı ilə yaranan birləşmələrə mənsubdur. Çox böyük çətinliklər hesabına alınan təmiz səthlər üçün selektiv fotoeffekt xeyli dərəcədə zəif təzahür edir. Lakin buna baxmayaraq selektiv fotoeffekt hadisəsi və onun xarakteri fotoeffekt hadisəsini başa düşmək üçün işığın dalğa xassəsinə malik olması təsəvvürlərindən də istifadə edilməsinin əhəmiyyətini göstərir.

Fotoeffektin yuxarıda şərh olunan bütün qanunları və digər xüsusiyyətləri çox da böyük intensivliyə malik olmayan işıq üçün müəyyən edilmişdir. Işığın kvant xassələrinə əsaslanaraq fotoeffekt belə izah etdik ki, düşən işığın bir dənə fotonu öz enerjisini bir dənə elektrona verir və nəticədə həmin elektron metalı tərk edir. Bu, bir fotonlu proses adlanır. Lakin metalın səthinə düşən işığın intensivliyi kifayət qədər böyük olduqda (məsələn, lazer şüalanması) elektron  $N$  dənə fotonun enerjisini (yəni  $Nh\nu$  enerjisini) qəbul edə bilər. Bu, çoxfotonlu proses adlanır və bu proses zamanı qeyri-xətti fotoeffekt

hadisəsi baş verir. Çoxfotonlu və ya qeyri-xətti fotoeffektin qanunları yuxarıda baxılan birtəfotonlu və ya xətti fotoeffektin qanunlarına çox oxşardır. Belə ki, (10.10) tənliyinə oxşar olaraq çoxfotonlu fotoeffekt hadisəsi üçün

$$Nh\nu = A + \frac{m\nu_{maks}^2}{2} \quad (10.25)$$

tənliyini yazmaq olar. Bu halda da fotoeffekt üçün qırmızı sərhəd mövcuddur və (10.19)-(10.20) ifadələrinə uyğun olaraq

$$\nu_{\min} = \frac{A}{Nh} \quad (10.26)$$

$$\lambda_{maks} = \frac{Nhc}{A} \quad (10.27)$$

düsturları ilə təyin olunur. başqa sözlə, çoxfotonlu fotoeffektin qırmızı sərhəddinə uyğun gələn tezlik (dalğa uzunluğu) birtəfotonlu fotoeffekt üçün olduğuna nisbətən  $N$  dəfə kiçikdir (böyükdür). Fotoelektronların sayı ilə xarakterizə olunan  $J_d$  doyma cərəyanının şiddəti isə qeyri-xətti fotoeffekt zamanı düşən  $\Phi$  işıq selinin  $N$  dərəcəsi ilə düz mütənəsbdir:  $J_d \sim \Phi^N$ . Işığın polarizasiyasını və düşmə bucağını (şəkil 10.7) dəyişərək təcrübə yolu ilə müəyyən edilmişdir ki, qeyri-xətti fotoeffekt düşən işıq dalğasının elektrik vektorunun yalnız katodun səthinə perpendikulyar olan toplananı sayəsində baş verir.

Metalın səthinin lazer şüaları vasitəsilə işıqlandırılması zamanı baş verən çoxfotonlu fotoeffekt hadisəsini uzun müddət müşahidə etmək mümkün olmamışdı. Buna səbəb isə lazer şüalarının təsiri ilə metalın qızması və bunun nəticəsində baş verən termoelektron emissiyası hadisəsi olmuşdur. Termoelektron emissiyasının isə qırmızı sərhəddi yoxdur. Termoelektron emissiyasının fotoeffektə daxil olmayan təsirini, demək olar ki, tamamilə aradan qaldırmaq üçün  $10^{-11}$ - $10^{-12}$  s davam edən ifrat qısa müddətli lazer şüalanması impulslarından və katodun səthi boyunca sürüşən işıqlanmadan (düşmə bucağı  $\alpha \approx 85^\circ$ ) istifadə edilmişdir. Belə ki, hər iki üsul metalın qızmasını azaltmağa və termoelektron emissiyasını minimuma endirməyə imkan verir. Bu qayda ilə müxtəlif metallar ( $Na$ ,  $Ag$ ,  $Au$  və s.) və həm də yarımkeçirici maddələr üçün  $N=2, 3, 4, 5$  olduqda işığın intensivliyini çox geniş intervalda ( $0,1$ - $10^3$   $MVt/sm^2$ ) dəyişməklə çoxfotonlu fotoeffektin qırmızı sərhəddi təyin olunmuşdur. Işığın intensivliyi  $\sim 10^4$   $MVt/sm^2$  olduqda avtoelektron (və ya soyuq elektron) emissiyasına oxşar olan digər qeyri-xətti hadisə baş verir: düşən işıq dalğasının elektrik sahəsi metalın səthində potensial çəpəri dəyişir və bunun nəticəsində elektron çıxış işi əldə etmədən bu potensial çəpərdən "sorularaq" metalı tərk etmək imkanı qazanır. Elektronun potensial çəpərdən belə "sorulmasını" onun dalğa xassəsinə malik olmasını nəzərə almaqla kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsasən izah etmək olar.

Yuxarıda maddənin işıqlanan səthindən elektronların çıxaraq digər mühitə, xüsusi halda isə vakuuma keçməsi ilə baş verən fotoeffekt hadisəsi nəzərdən keçirildi ki, bu da fotoelektron emissiyası və ya xarici fotoeffekt adlanır. Bundan başqa daxili fotoeffekt hadisəsi də mövcuddur. Daxili fotoeffekt zamanı, xarici fotoeffektdən fərqli olaraq, düşən işığın təsiri ilə atomlardan qopan elektronlar maddəni tərk etməyib onun tərkibində qalır və nümunənin elektroneytrallığı pozulmur. Daxili fotoeffekt nəticəsində maddənin daxilində yükdaşıyıcıların konsentrasiyası və yürüklüyü dəyişir ki, bu da öz növbəsində düşən

ışığın təsiri altında maddənin elektrik xassələrinin dəyişməsinə səbəb olur. Daxili fotoeffekt hadisəsi yalnız yarımkeçirici və dielektrik maddələrdə baş verir. Belə ki, daxili fotoeffekt hadisəsi əslində işığın təsiri nəticəsində enerji səviyyələri üzrə elektronların yenidən paylanmasından ibarətdir. Əgər düşən işıq kvantının  $h\nu$  enerjisi qadağan olunmuş zonanın enindən böyükdürsə, onda kvantı udan elektron valent zonasından keçiricilik zonasına keçir. Bunun nəticəsində yükdaşıyıcıların əlavə cütü, yəni elektron və deşik meydana çıxır və maddənin elektrik keçiriciliyi artır. Əgər baxılan maddədə aşqarlar varsa, onda işığın təsiri altında elektronlar valent zonasından aşqarın enerji səviyyələrinə və ya aşqarın enerji səviyyələrindən keçiricilik zonasına keçə bilər. Birinci halda deşik, ikinci halda isə elektron fotokeçiriciliyi yaranır.

Fotomüqavimətlərin iş prinsipi də daxili fotoeffekt hadisəsinə əsaslanmışdır. Yaranan yükdaşıyıcıların miqdarı düşən işıq seli ilə düz mütənasib olduğundan, fotomüqavimətlərdən fotometriyada geniş istifadə olunur. spektrin görünən oblastında kükürlü kadmiumdan (*CdS*) hazırlanmış fotomüqavimətlərdən, infraqırmızı şüalanmanın detektoru kimi isə *PbS*, *PbSe*, *PbTe*, və *InSb* yarımkeçiricilərindən hazırlanmış fotomüqavimətlərdən istifadə olunur.

*p-n* keçid oblastında və ya metal ilə yarımkeçiricinin sərhəddində müşahidə olunan daxili fotoeffekt çox zaman ventil fotoeffekt adlanır. Belə ki, ventil fotoeffekt işığın təsiri altında fotoelektrik hərəkət qüvvəsinin (foto-e.h.q.) yaranmasından ibarətdir. Bu, bəzən fotoqalvanik effekt də adlanır. İşığın təsiri altında yaranmış və verilmiş oblast üçün qeyri-əsas olan yükdaşıyıcılar (*p*-oblastda elektronlar, *n*-oblastda isə deşiklər) maniasiz olaraq keçiddən keçirlər. Bunun nəticəsində *p*-oblastda müsbət, *n*-oblastda isə mənfi yüklərin artıqlığı yaranır ki, bu da heç bir xarici mənbə olmadan keçidə gərginlik tətbiq olunması və deməli, foto-e.h.q. yaranması deməkdir. Bu zaman *p-n* keçid nümunəsinə paralel olaraq qoşulmuş xarici müqavimətdə fotocərəyan axacaqdır. Beləliklə, işıq enerjisinin bir başa elektrik enerjisinə çevrilməsi baş verir. Çox da böyük olmayan işıqlanmalar üçün bu cərəyanın şiddəti *p-n* keçid nümunəsinin üzərinə düşən işıq seli ilə düz mütənasib olur. Fotoelektrik fotometrlərinin, məsələn, fotoqrafiyada tətbiq olunan eksponometrərin iş prinsipi məhz buna əsaslanmışdır. Günəş enerjisini elektrik enerjisinə çevirən fotoqalvanik elementlər bir-birinə ardıcıl birləşdirilmiş onlarla silisium *p-n* keçidlərindən ibarətdir və günəş batareyaları adlanır. Onlar yüksək faydalı iş əmsalına (~20%) malikdir və kosmik gəminin uçuşu zamanı onun bortunda yerləşdirilmiş müxtəlif radiocihazların elektrik enerjisi ilə təmin olunması üçün çox əlverişlidir. İstifadə olunan yarımkeçirici materialdan asılı olaraq müasir Günəş batareyalarında yaranan foto-e.h.q. 1-2 V, alınan cərəyanın sıxlığı bir neçə 10 mA/sm<sup>2</sup> və 1 kq kütlədən çıxış gücü isə bir neçə 100 Vt olur.

Daxili və xarici fotoeffekt hadisəsinə əsaslanaraq işıq siqnalını elektrik siqnalına çevirən və ümumi adı fotoelement olan çoxlu sayda cihazlar düzəldilmişdir. Fotoelementlər texnikada və elmi-tədqiqat işlərində geniş tətbiq olunurlar. Müasir dövrdə hər hansı bir obyektiv optik ölçmənin bu və ya digər növ fotoelementi tətbiq etmədən aparılması qeyri-mümkündür. Müasir fotometriya, spektrin çox geniş oblastında spektrometriya və spektrofotometriya, maddənin tərkibinin spektral analizi, işığın kombinasiya səpilməsi spektrlərinin öyrənilməsi zamanı həm də astrofizikada, biologiyada və s. müşahidə olunan həddən artıq zəif işıq sellərinin obyektiv ölçülməsini fotoelementlərsiz təsəvvür etmək qeyri-mümkündür. Bundan başqa infraqırmızı spektrlərin qeyd olunması spektrin uzundalğalı oblastı üçün xüsusi düzəldilmiş fotoelementlər vasitəsilə həyata keçirilir. Fotoelementlərin texnikada tətbiqi daha



genişdir. Belə ki, istehsal proseslərinə nəzarət edilməsi və bu proseslərin avtomatik idarə olunması, müxtəlif rabitə sistemləri, təsvirin verilməsi, lazerlərlə optik rabitə, kosmik texnikanın idarə olunması və s. müasir sənayedə və rabitə işində fotoelementlərin geniş tətbiq oblasıdır.

İlk fotoelementin yaradıldığı vaxtdan 100 ildən çox keçir. Daxili fotoeffektə əsaslanmış və fotokeçiricilik hadisəsindən istifadə etməklə ilk fotoelement 1875-ci ildə, xarici fotoeffektə əsaslanmış ilk vakuüm fotoelementi isə 1889-cu ildə yaradılmışdır. Maraqlıdır ki, daxili fotoeffektin xarici fotoeffektə nisbətən 50 il əvvəl kəşf olunmasına baxmayaraq, xarici fotoeffektə əsaslanan vakuüm fotoelementləri daha tez geniş tətbiq olunmuşdur. Yalnız 20-ci əsrin 40-cı illərində yarımkeçiricilər fizikasının sürətlə inkişafı və daxili fotoeffektin dərinə və ətraflı öyrənilməsi sayəsində yarımkeçirici materiallar əsasında fotoelementlər yaradılmasına başlanmışdır.

Vakuüm fotoelementlərinin çox mühüm üstünlüyü onların yüksək sabitliyə malik olması və fotocərəyanın şiddəti ilə düşən işıq selinin arasındakı asılılığın xətti olmasıdır. Məhz buna görə də onlar spektrin görünən və ultrabənövşəyi oblastları üçün obyektiv fotometriyada, spektrometriyada, spektrofotometriyada və spektral analizdə uzun müddət böyük üstünlüklə tətbiq olunmuşlar. Vakuüm fotoelementlərinin ən başlıca çatışmayan cəhəti optik ölçmələr zamanı bu cihazların verdiyi elektrik siqnalının zəif olmasıdır. Bu çatışmazlıq fotoelektron gücləndiricilərində tam aradan qalxmış olur. İlk fotoelektron gücləndiricisi 1934-cü ildə yaradılmışdır.

Xarici fotoeffekt hadisəsindən istifadə olunan bütün növ işıq qəbuledicilərinin böyük üstünlüyü onlarda xarici müqavimət dəyişdikdə fotocərəyanın şiddətinin dəyişməməsidir. Bu isə o deməkdir ki, fotocərəyanın kiçik qiymətlərində praktik olaraq istənilən qədər böyük müqavimət qoşmaq və bu müqavimətdə qeyd etmək və güclənmək üçün kifayət qədər əlverişli olan böyük gərginlik düşgüsü almaq olar. Digər tərəfdən müqaviməti kondensatorla əvəz etmək və bu kondensatorla gərginliyi ölçərək verilmiş zaman müddəti ərzində düşən işıq selinin orta qiymətini təyin etmək olar. Bu isə qeyri-stabil işıq mənbəyindən düşən işıq selini ölçmək üçün çox vacibdir. Belə hal, məsələn, spektroanalitik ölçmələr zamanı meydana çıxır.

Vakuüm fotoelementləri və fotoelektron gücləndiriciləri vasitəsilə spektrin infraqırmızı oblastında spektrometriya həyata keçirilə bilmir. Buna səbəb müasir fotokatodlar üçün fotoeffektin qırmızı sərhəddinin 1100 *nm*-dən böyük olmamasıdır. Ona görə də spektrin infraqırmızı oblastı üçün, yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, daxili fotoeffekt əsasında işləyən fotoelementlərdən istifadə edilir. Onlar 40 *mkm* dalğa uzunluğuna qədər həssasdırlar. Spektrin daha böyük dalğa uzunluğu oblastında işləmək üçün istilik qəbuledicilərindən istifadə olunur. Onlar şüalanmanın təsiri altında ya elektrik keçiriciliyini artırır, ya da şüalanmanın təsiri nəticəsində onlarda e.h.q. yaranır.

Yarımkeçirici fotoelementlərin çatışmayan cəhəti onlarda alınan elektrik siqnalının qiymətinin şüalanmadan xətti asılılığının çox da ciddi olmaması, və deməli, həssaslığın stabil olmamasıdır ki, bunu da aradan qaldırmaq üçün müxtəlif texniki üsullar vardır.

Çox böyük əksəriyyət təşkil edən hallarda fotoelementlərin tətbiqi zamanı onların həssaslığına çox da ciddi tələblər qoyulmasına ehtiyac olmur. Ona görə də daxili fotoeffekt əsasında işləyən fotoelementlər ölçülərinin kiçik olması, kiçik gərginliklə qidalanması və digər konstruktiv üstünlüklərə malik olması sayəsində avtomatik sistemlərdə, idarəetmə sistemlərində, günəş enerjisinin çevrilməsində, istehsalat nəzarət edilməsində və s. kimi oblastlarda geniş tətbiq olunur. Lakin bu fotoelementlərin çox da yüksək olmayan ətalətsizlik xassəsi onların bəzi hallarda tətbiq olunmasına imkan vermir.

Ümumiyyətlə, hər bir konkret məsələni həll etməkdən ötrü optimal növ fotoelementi seçmək üçün fotoelementlərin malik olduğu çoxlu sayda müxtəlif texniki xarakteristikaları əvvəlcədən bilmək vacibdir.

### **Ə11. Işıq kvantlarının mövcudluğunu təsdiq edən təcrübələr. Fotonlar**

Məlumdur ki, tarazlıqda olan istilik şüalanmasının spektrində enerjinin paylanması üçün təcrübədə alınan qanunauyğunluğu (spektral paylanma ayrılırları) izah etmək üçün Plank şüalanmanın  $E=h\nu$  enerji kvantları şəklində baş verdiyini fərz etmişdi. Fotoeffekt hadisəsinin təcrübədə müşahidə olunan qanunlarını izah etmək üçün isə Eynşteyn işığın həmin kvantlar şəklində udulmasını qəbul edərək, həm də belə hesab edirdi ki, işıq seli ayrı-ayrı enerji kvantlarından ibarətdir. 1926-cı ildə işıq kvantlarını fotonlar adlandırmışlar. Sonralar bir çox incə təcrübələr vasitəsilə işığın kvantlar şəklində buraxılması, udulması və yayılması haqqında olan fərziyyələr təsdiq olundu.

1925-ci ildə A. F. İoffe və N. İ. Dobronravov fotoeffekt hadisəsi zamanı işığın kvant təbiətinə malik olmasını, yəni onun enerji kvantları şəklində udularaq maddədən elektron qoparmasını təcrübədə sübut etdilər. Onlar görünən və ya ultrabənövşəyi şüalar əvəzinə kvantları xeyli "iri" olan rentgen şüalarından istifadə etdilər. Onların təcrübələrində kondensatorun elektrik sahəsində tarazlıqda yerləşən yüklü tozcuğun yükünün rentgen şüaları vasitəsilə dəyişməsinin xarakteri tədqiq edilirdi. Müəyyən sabit yükə malik olan tozcuq kondensatorun lövhələri arasındakı elektrik sahəsində fəzada asılı şəkildə tərپənməz dayanmışdılar və kənardan mikroskop vasitəsilə müşahidə olunur. Əgər tozcuğu rentgen şüalarının zəif seli ilə şüalandırısaq fotoeffekt baş verir. Zaman keçdikcə tozcuğun üzərinə düşən rentgen kvantı ondan elektron qoparır ki, bunun da nəticəsində tozcuğun yükü bir elektronun yükü qədər azalır və o, tarazlıq vəziyyətindən çıxır. Təcrübələr göstərdi ki, tozcuğun özünü aparması fotoeffektin məhz bu cür kvant təbiətinə tam uyğun gəlir.

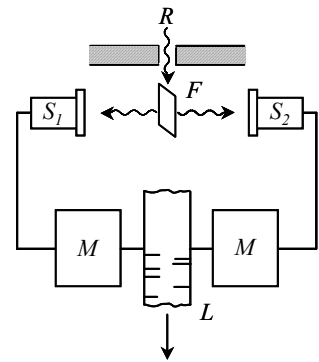
Təcrübələrlə müəyyən edildi ki, tozcuq orta hesabla hər 30 dəqiqədən bir tarazlıq vəziyyətindən çıxır, yəni rentgen şüaları hər 30 dəqiqədən bir tozcuqdan bir elektron qoparır. Bu müddət ərzində təqribən  $1,8 \cdot 10^6$  rentgen impulsu yaranır. Klassik təsəvvürlərə görə hər bir impulsun enerjisi bütün istiqamətlərdə sferik dalğa kimi yayılmalıdır. Rentgen şüaları buraxılan nöqtədən tozcuğun göründüyü cisim bucağı çox kiçik olduğundan bu impulslardan hər biri tozcuğa öz enerjisinin çox az bir hissəsini verə bilər ki, bu enerji də tozcuqda olan çoxlu sayda elektronlar arasında paylanır. Bu şərtlər daxilində tozcuqda olan elektronların enerjisinin böyük bir hissəsinin 30 dəqiqə ərzində yalnız bir elektronda toplanması və həmin elektronun da tozcuqdan qopub getməsi mümkün deyildir. Deməli, İoffe və Dobronravovun təcrübələrinin nəticələri işığın klassik dalğa nəzəriyyəsi baxımından başa düşülmür. Əksinə, işıq kvantları ideyasından istifadə olunan kvant nəzəriyyəsi baxımından bu nəticələr təbiidir.

Rentgen şüalarından istifadə etməklə aparılan fotoelektrik təcrübələri adi dalğa təsəvvürlərinə uyğun olaraq işıq enerjisinin bütün istiqamətlərdə bərabər yayıldığını, yoxsa ki, gah bir, gah da digər istiqamətdə enerji kvantları şəklində yayıldığını müəyyən etməyə imkan verir. Doğrudan da, görünən işıq kvantlarının enerjisi az olduğundan (məsələn, sarı işıq üçün  $\nu = 5 \cdot 10^{14}$  *hs*,  $h\nu = 3,31 \cdot 10^{-19}$  *C*), əksər təcrübələrdə onları qeydə

almaq üçün vahid zamanda çoxlu sayda kvantların olması tələb olunur. Belə olduqda isə bütün istiqamətlərdə uçan işıq kvantlarının təsadüfə paylanması yaratdığı təsiri bütün istiqamətlərdə bərabər yayılan dalğanın təsirindən fərqləndirmək çətinləşir. Kvantın enerjisi böyük olduqca (yəni, kvant "iri" olduqca) hər bir kvantın təsirini müşahidə etmək və deməli, işıq enerjisinin bütün istiqamətlərdə eyni deyil, gah bir, gah da digər istiqamətdə parıltılar şəklində paylanmasını müşahidə etmək asan olur. Rentgen kvantları isə məhz bu şərti ödəyir.

Klassik təsəvvürlərə görə şüalanma enerjisi mənbədən müxtəlif istiqamətlərə eyni zamanda yayılır. Əgər şüalanma enerjisinin yayılması kvantlarla baş verirsə, onda müxtəlif istiqamətlərdə yayılma eyni zamanda baş vermir. Çünki ayrı-ayrı kvantlar bir-birindən asılı olmayaraq buraxılır. Əgər doğrudan da belədirsə, onda bu effekt kvantlar "iri" olduqca özünü daha parlaq şəkildə büruzə verməlidir. Bu effekti, yəni işığın kvantlar şəklində yayılmasının doğruluğunu müşahidə etmək üçün Bote rentgen şüalarından istifadə etməklə 1924-cü ildə təcrübələr aparmışdır. Bote təcrübəsinin sxemi 11.1 şəklində göstərilmişdir.

Bote təcrübəsində tez işləyən iki dənə  $S_1$  və  $S_2$  heyger sayğacından istifadə edilir ki, bu sayğacalar hər bir rentgen kvantının keçməsinə kifayət qədər tez bir zaman müddətində qeydə alır. Heyger sayğacının iş prinsipi zərbə ilə ionlaşma hadisəsinə əsaslanmışdır. Heyger sayğacı içərisi bir neçə *mm c.st.* təzyiqində qazla doldurulmuş kiçik  $A$  silindrik kondensatordan ibarətdir (şəkil 11.2). Bu kondensatorun daxili köynəyi silindrin oxu boyunca yerləşən nazik metal məftildən və ya silindrin daxilində izolyatora bərkidilmiş metallik şiş ucdan ibarətdir. Bu kondensatorun daxili və xarici köynəkləri  $B$  batareyası və çox böyük  $R$  müqaviməti ilə birləşdirilmişdir.  $R$  müqavimətinin aşağı ucu yerlə birləşdirilir və kondensatorun köynəkləri arasında  $\sim 1000 V$  gərginlik yaradılır. Bunun nəticəsində nazik məftilin və ya şiş ucun ətrafında güclü və kəskin qeyri-bircins elektrik sahəsi yaranır. Sayğaca daxil olan hər hansı bir zərrəcik (o cümlədən foton) qaz molekullarını ionlaşdırır. Yaranan elektronlar və ionlar qeyri-bircins elektrik sahəsində sürətlənərək qaz molekulları ilə toqquşur və onları ionlaşdırır. Yeni yaranan elektronlar və ionlar da sürətlənir və s. Beləliklə, elektron-ion seli yaranır və sayğacdən böyük şiddətə malik elektrik cərəyanı impulsu keçir. Bunun nəticəsində tətbiq olunan gərginlik yenidən paylanır. Belə ki, gərginliyin əsas hissəsi  $R$  müqavimətinə düşür və kondensatordakı gərginlik, demək olar ki, sıfıra qədər azalır. Sayğacda cərəyan kəsilir, kondensatorda gərginlik artır və sayğac yenidən işçi halına qaydır. Sayğacdən keçən elektrik cərəyanı impulsunu sayğacın daxili köynəyinə birləşdirilmiş həssas  $E$  elektrometri vasitəsilə müşahidə etmək olar. Əgər qaz boşalmasının alışma vaxtı iki zərrəciyin ardıcıl olaraq sayğaca düşmə anları arasındakı zaman müddətindən kiçik olarsa, cərəyan impulsuna görə qazın ilk ionlaşmasını yaradan hər bir zərrəciyi ayrıca qeyd etmək (saymaq) olar. Müasir sayğacalar belə qeydiyyata apara bilən avtomat qurğularla təchiz olunmuşlar. Heyger sayğacı atom və nüvə fizikasında, kosmik şüaların,

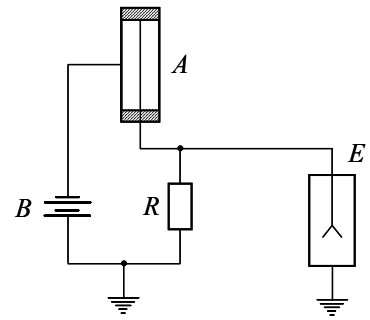


Жилдд

elementar zərrəciklərin öyrənilməsində böyük rol oynamışdır və mühüm əhəmiyyət kəsb etməkdə davam edir. Botenin istifadə etdiyi təcrübə qurğusunda (şəkil 11.1)  $S_1$  və  $S_2$  heyger sayğacları arasında simmetrik olaraq nazik dəmir və ya mis  $F$  lövhəsi (folqası) yerləşdirilmişdir. Bu lövhə yandan kifayət qədər böyük sərtliyə malik olan  $R$  rentgen şüaları ilə işıqlandırılır və bunun sayəsində onun özü xarakteristik rentgen şüalanmasının (rentgen flüoressensiyası) mənbəyinə çevrilir. Rentgen kvantının heyger sayğaclarından hər hansı birinə düşməsi dərhal ( $\sim 0,001$  saniyədən gec olmayaraq) elektrometrdə göstəricinin titrəyişinə səbəb olur. Bu titrəyişlər isə hərəkət edən  $L$  lentində xüsusi  $M$  mexanizmi vasitəsilə avtomatik qeyd olunur. Əgər klassik fizika təsəvvürlərinin tələb etdiyi kimi  $F$  mənbəyindən şüalanan enerji bütün istiqamətlərdə eyni yayılışda olsaydı, onda hər iki sayğac eyni zamanda işə düşməli və lentdəki qeydlər bir-birinin qarşısında alınmalıdır. Əgər  $F$  mənbəyi rentgen kvantlarını sağa və sola nizamsız və asılı olmayaraq buraxmış olsaydı, onda sayğacların da işə düşməsi zaman etibarlı ilə nizamsız və asılı olmadan baş verməli və bunun da nəticəsində  $L$  lentindəki qeydlər tamamilə nizamsız yerləşməlidir. Təcrübələrdə məhz belə mənzərə müşahidə olunur. Bu isə o deməkdir ki,  $F$  mənbəyinin rentgen flüoressensiya şüalanması təsadüfən gah sağ, gah da sol sayğaca doğru hərəkət edən kvantlar şəklində baş verir.

Beləliklə, Bote təcrübəsi əyani şəkildə isbat etdi ki, işıq nəinki enerji kvantları şəklində buraxılır və udulur, o, həm də enerji kvantları şəklində yayılır.

Yuxarıda təsvir olunan təcrübələrdə əslində rentgen şüalanmasının zəif sellərində flüktuasiyalar müşahidə olunmuş və öyrənilmişdir. Lakin görünən işıq ilə belə hadisələrin öyrənilməsi spektrin görünən oblastında kvantların enerjisinin az olması (kiçik kvantlar) sayəsində xeyli çətindir. Mövcud olan obyektiv qeydə alma üsullarının həssaslığı görünən işığın ayrı-ayrı kvantlarının qeydə alınması üçün kifayət deyil. Görünən işığın zəif sellərinin müşahidə olunması S. İ. Vavilovun təcrübələrində həyata keçirilmişdir. Vavilov belə bir amilə əsaslanmışdır ki, insan gözü işıq kvantlarına çox həssasdır. Belə ki, göz ayrıca bir kvanta reaksiya vermirsə də, təcrübələrin göstərdiyi kimi, minimum işıq hissiyatı üçün hər saniyədə gözə düşməsi tələb olunan kvantların sayı heç də çox deyildir. Vavilovun ölçmələrinə görə gözün maksimum həssaslıq oblastında ( $\lambda=550 \text{ nm}$ ) istirahət etmiş (yorğun olmayan) göz üçün minimum işıq hissiyatı (hissiyat astanası) bir saniyədə müşahidəçinin gözünə orta hesabla 200 kvant düşdükdə yaranır. Ümumiyyətlə isə müxtəlif müşahidəçilərin gözləri üçün həssaslıq astanası 10-larla fotondan bir neçə yüz fotona qədər intervalda dəyişir. Işığın belə intensivliyində Vavilov işıq selinin aydın ifadə olunan statistik xarakterli flüktuasiyalarını müşahidə etmişdir. Bu, o deməkdir ki, gözün qəbul etdiyi bəzi parıltılarda fotonların sayı həssaslıq astanasından az, digərlərində isə çox olur. O, görünən işığın zəif selində intensivliyin flüktuasiyalarını vizual müşahidə etmək üçün həssas üsul işləyib hazırlamışdır. Bu flüktuasiyaların çoxillik təcrübə tədqiqi nəticəsində Vavilov belə nəticəyə gəlmişdir ki, onlar qaz molekullarının sayının flüktuasiyalarına oxşar olaraq baş verir, yəni işıq seli fotonlardan ibarətdir. Öz aralarında koherent olan işıq şüalarında flüktuasiyaların tədqiqinə dair Vavilov təcrübələri göstərdi ki, koherent şüalarda flüktuasiyalar bir-birindən asılı olmayaraq baş verir. Bu isə onu



Шякил

göstərir ki, öz aralarında koherent olan şüalarda fotonlar özlərini bir-birindən asılı olmayaraq aparırlar.

Polyarizəlanmış işıq şüalarında da flüktuasiyaların bir-birindən asılı olmayaraq baş verdiyi təcrübə ilə təsdiq olundu. Bu isə polyarizasiya anlayışının ayrıca götürülmüş bir fotonu aid olduğunu göstərir. Polyarizasiya prosesi isə ondan ibarətdir ki, polyaroid üzərinə düşən işıq şüasındakı hər hansı bir foton polyaroiddən keçdikdən sonra uyğun polyarizasiyaya uğrayaraq polyarizə olunmuş şüalardan birinin daxilində hərəkət edir.

Beləliklə, yuxarıda göstərilən təcrübə faktlarının təhlili göstərir ki, işıq kvantlarının, fotonların mövcud olması haqqındakı fərziyyələr doğrudur. Belə demək olar ki,  $\nu$  tezliyinə malik işıq atomdan  $h\nu$  enerji kvantu kimi buraxılır. Bu kvant fəzədə işıq sürətinə bərabər sürətlə yayılır və maddə ilə qarşılıqlı təsir zamanı isə kvant kimi də udulur.

Deməli, təcrübələr vasitəsilə xüsusi işıq hissəciklərinin (kvantlarının), yəni fotonların mövcudluğu isbat olundu. Fotonun enerjisinin  $E = h\omega$  olduğu Plank tərəfindən fərz edilmiş (bax: Ə8) və fotonun bir zərrəcik kimi impulsa da malik olması qəbul olunmuşdur (bax: Ə10). Lakin fotonun impulsa malik olmasını aşağıdakı mülahizələr əsasında isbat etmək və bu impulsun qiymətini hesablamaq olar.

Fərz edək ki, cismin səthinə perpendikulyar olaraq  $\omega$  tezlikli işıq dalğası seli düşür və cisim tərəfindən udulur. Klassik elektrodinamikadan məlum olduğu kimi, cismin səthinə düşən işığın yaratdığı təzyiqliq elektromaqnit dalğasının enerjisinin  $W$  sıxlığına bərabərdir. Hər bir fotonun enerjisi  $h\omega$  olduğundan, səthə düşən işıq selinin vahid həcmində olan fotonların sayı  $W/h\omega$  olar. Fotonlar  $c$  işıq sürəti ilə hərəkət etdiyindən cismin vahid səthinə 1 saniyə ərzində düşən fotonların sayı  $cW/h\omega$  olar. Əgər bir fotonun impulsunu  $p$  ilə işarə etsək, ümumi impuls  $pcW/h\omega$  olar. Lakin cismin vahid səthinə 1 saniyə ərzində verilən impuls səthə göstərilən təzyiqliq bərabərdir ki, yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, bu təzyiqliq də elektromaqnit enerjisinin  $W$  sıxlığına bərabərdir. Beləliklə, ayrıca bir fotonun impulsunu hesablamaq üçün aşağıdakı ifadəni yazma bilərik:

$$\frac{pWc}{h\omega} = W$$

Buradan fotonun impulsu üçün

$$p = \frac{h\omega}{c} = \frac{E}{c} \quad (11.1)$$

alırıq.

Qeyd edək ki, (11.1) ifadəsini nisbilik nəzəriyyəsiindən məlum olan düsturlardan istifadə etməklə də almaq olar. Elektromaqnit dalğası impulsa malik olduğu üçün, fərz olunur ki, fotonun da impulsu olmalıdır. Bir-birinə nəzərən  $\vec{v}_0$  sabit sürətilə hərəkət edən iki  $K$  və  $K'$  hesablama sisteminə baxaq. Bu hesablama sistemlərinin  $x$  və  $x'$  oxlarını  $\vec{v}_0$  vektoru istiqamətində yönəldək. Fərz edək ki, foton da həmin istiqamətdə hərəkət edir.  $K$  və  $K'$  hesablama sistemlərində fotonun enerjisi, uyğun olaraq,  $h\omega$  və  $h\omega'$  olsun. Nisbilik nəzəriyyəsinə görə  $\omega$  və  $\omega'$  tezlikləri arasında aşağıdakı əlaqə vardır:

$$\omega' = \omega \frac{1 - v_0/c}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \quad (11.2)$$

Deməli,

$$E' = E \frac{1 - v_0/c}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \quad (11.3)$$

$K$  sistemində fotonun impulsunu  $\vec{P}$ ,  $K'$  sistemində isə  $\vec{P}'$  ilə işarə etsək, onda fotonun  $x$  oxu boyunca hərəkət etməsini nəzərə almaqla  $P_x = P$  və  $P'_x = P'$  yazıla bilər. Nisbilik nəzəriyyəsiyəndən məlumdur ki, bir inersial hesablama sistemindən digərinə keçdikdə hissəciyin enerji və impulsu aşağıdakı düstura uyğun olaraq çevrilir:

$$E' = \frac{E - v_0 P_x}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \quad (11.4)$$

Bizim baxdığımız halda (11.4) ifadəsində  $P_x$ -in əvəzinə  $P$  yazmaq olar. Onda (11.3) və (11.4) düsturlarının müqayisəsindən  $E(1 - v_0/c) = E - v_0 P$  və ya

$$P = \frac{E}{c} = \frac{\hbar\omega}{c}$$

alırıq ki, bu da (11.1) ifadəsinin eynidir.

Nisbilik nəzəriyyəsiyəndə göstərilir ki, impuls və enerji arasında  $E=pc$  (11.1) əlaqəsi yalnız  $c$  işıq sürətilə hərəkət edən və sükunət kütləsi sıfır bərabər olan zərrəciklər üçün mümkündür (bax: Ə10). Beləliklə,  $E=\hbar\omega$  kvant düsturuna və nisbilik nəzəriyyəsinin ümumi prinsiplərinə görə məlum olur ki, fotonun sükunət kütləsi sıfır bərabərdir və foton həmişə  $c$  işıq sürətilə hərəkət edir. Deməli,  $c$  işıq sürətindən kiçik sürətlə hərəkət edə bilən və ya sükunətdə ola bilən elektron, proton, neytron və s. zərrəciklərdən fərqli olaraq, foton xüsusi növ zərrəcikdir. Fotonun sükunət kütləsi sıfır bərabər olsa da, hərəkət edən fotonun kütləsi sıfırdan fərqlidir və bu kütlə nisbilik nəzəriyyəsiyəndə enerji ilə kütlə arasında əlaqəni müəyyən edən  $E=mc^2$  düsturuna əsasən tapılır:

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{\hbar\omega}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} \quad (11.5)$$

Onda  $c$  sürətilə hərəkət edən  $m$  kütləli fotonun impulsu

$$P = mc = \frac{\hbar\omega}{c^2} \cdot c = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{E}{c}$$

olar ki, bu da yenə (11.1) ifadəsinin eynidir.

(11.1) düsturunda  $\omega$  dairəvi tezliyin əvəzinə  $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$  yazsaq fotonun impulsu üçün

$$P = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} = \hbar k = \frac{h}{\lambda} \quad (11.6)$$

ifadəsi alınır. Burada  $\lambda$  - işığın dalğa uzunluğu,  $k=2\pi/\lambda$  isə dalğa ədədidir.

Foton elektromaqnit dalğasının yayıldığı istiqamətdə hərəkət edir. Bunu göstərmək üçün (11.6) ifadəsini vektor şəklində yazırlar:

$$\vec{P} = \hbar \vec{k} \quad (11.7)$$

Burada  $\vec{k}$  - dalğa vektorudur və onun ədədi qiyməti (11.6) düsturundan tapılır.  $\vec{k}$  dalğa vektoru dalğanın yayılma istiqamətini göstərir. Beləliklə, (11.7) düsturuna görə, fotonun  $\vec{P}$  impuls vektoru da dalğanın yayılması istiqamətində yönəlmişdir.

Elektromaqnit sahəsinin fotonlar çoxluğundan ibarət olması təsəvvürlərinə

əsaslanaraq mütləq qara cismin şüalandırma qabiliyyəti ilə tarazlıqda olan şüalanmanın enerji sıxlığı arasında əlaqəni ifadə edən düsturu almaq olar (bax: E4).

Fərz edək ki, tarazlıqda olan şüalanma ilə dolu boşluğun vahid həcmində tezliyi  $(\omega, \omega+d\omega)$  intervalında yerləşən  $dn_\omega$  sayda foton vardır. Onda həmin tezlik intervalına düşən enerji sıxlığı

$$du_\omega = u(\omega, T)d\omega = \hbar\omega dn_\omega \quad (11.8)$$

olar. Qaz molekullarına oxşar olaraq fotonlar boşluğun daxilində bütün istiqamətdə xaotik hərəkət edirlər. Ona görə də boşluğun divarının vahid səthinə vahid zamanda zərbə vuran fotonların sayı  $\frac{1}{4}cdn_\omega$  olar. Əgər divar mütləq qaradırsa, o, bütün bu fotonları uducaq və

deməli,  $\frac{1}{4}\hbar\omega c dn_\omega$  enerjisi alacaqdır. Tarazlıq şüalanması halında mütləq qara divar həmin enerjini şüalandıracaqdır. Beləliklə,

$$f(\omega, T)d\omega = \frac{1}{4}\hbar\omega c dn_\omega \quad (11.9)$$

yaza bilərik. (11.9) və (11.8) ifadələrinin müqayisəsindən

$$f(\omega, T) = \frac{c}{4}u(\omega, T) \quad (11.10)$$

alırıq ki, bu da bizə məlum olan (4.10) düsturunun eynidir.

Beləliklə, məlum olur ki, bir çox hallarda baş verən hadisələr zamanı işıq özünü fotonlar seli kimi aparır. Lakin unutmamaq olmasın ki, işığın interferensiya və difraksiyası kimi hadisələr yalnız işığın dalğa nəzəriyyəsi ilə izah oluna bilər. Beləliklə, işığın təbiətində korpuskul-dalğa dualizmi (ikili xassə) müşahidə olunur: bəzi hadisələrdə işığın dalğa təbiəti özünü büruzə verir və o, özünü elektromaqnit dalğası kimi aparır; digər hadisələrdə isə işıqkorpuskul təbiəti təzahür edir və o, özünü fotonlar seli kimi aparır. Bununla əlaqədar olaraq (11.6) düsturunun dərin fiziki mənəyə malik olduğu şübhəsizdir. Çünki bu düstur fotonun dalğa və korpuskul xassələrini ifadə edən kəmiyyətləri əlaqələndirir. Sonralar görəcəyik ki, korpuskul-dalğa dualizmi yalnız işıq zərrəciklərinə (fotonlara) xas olmayıb, həm də maddənin zərrəciklərinə (elektronlara, protonlara, atomlara və s.) aiddir.

İşıq dalğa və korpuskul xassəsinin təzahür etməsi hansı nisbətdə baş verir? Bu suala cavab vermək üçün hər hansı bir səthin işıqlanmasını həm dalğa, həm də korpuskul baxımından izah edək. Dalğa təsəvvürlərinə görə səthin müəyyən nöqtəsində işıqlanma düşən işıq dalğasının amplitudunun kvadratı ilə düz mütənasibdir. Korpuskul təsəvvürlərinə görə isə işıqlanma fotonlar selinin sıxlığı ilə düz mütənasib olmalıdır. Deməli, işıq dalğasının amplitudunun kvadratı ilə fotonlar selinin sıxlığı arasında bir başa mütənasiblik vardır. Enerji və impulsun daşıyıcısı fotondur. Ona görə də səthin foton düşən nöqtəsində enerji ayrılır. Dalğanın amplitudunun kvadratı isə fotonun səthdəki verilmiş nöqtəyə düşməsi ehtimalını müəyyən edir. Başqa sözlə, fəzanın verilmiş nöqtəsini daxilinə alan  $dV$  həcm elementində fotonun müşahidə olunması ehtimalı

$$dp = \chi A^2 dV \quad (11.11)$$

düsturu ilə təyin olunur. Burada  $\chi$  - mütənasiblik əmsalı,  $A$  – işıq dalğasının amplitududur.

Beləliklə, yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, fotonların işıq düşən səth üzrə paylanması statistik xarakter daşmalıdır, yəni flüktuasiyalı olmalıdır (bərabər paylanma olmamalıdır). Təcrübələrdə işıq düşən səthin bərabər işıqlanmasının səbəbi isə ondan ibarətdir ki, fotonlar selinin sıxlığı adətən çox böyük olur. Məsələn, oxuyarkən gözün yorulmaması üçün tələb olunan  $50 \text{ lk}$  işıqlanmada və  $550 \text{ nm}$  dalğa uzunluğunda  $1 \text{ sm}^2$  səthə 1 saniyə ərzində təqribən  $2 \cdot 10^{13}$  foton düşür. Nisbi flüktuasiya, yəni statistik kəmiyyətin onun orta qiymətindən nisbi meyli (fərqi) hissəciklərin sayının kvadrat kökü ilə tərs mütənasıbdır. Ona görə də fotonlar selinin yuxarıda göstərilən qiymətində flüktuasiyalar hiss olunmayacaq dərəcədə olur və səth bərabər işıqlanmış kimi görünür və bu da dalğa nəzəriyyəsinə tam uyğundur. Əgər fotonlar selinin sıxlığı çox kiçik olarsa, onda yuxarıda haqqında bəhs etdiyimiz Vavilov təcrübələrinin göstərdiyi kimi, işıq selində flüktuasiyalar müşahidə olunur ki, bu da işığın korpuskul xassəsinin təzahürüdür.

## Ə12. Kompton effekti

1922-ci ildə Artur Kompton fotonların mövcud olmasını sübut edən və onlar haqqında elmi təsəvvürləri daha da dərinləşdirən bir hadisəni təcrübədə müşahidə etdi. Kompton sərt rentgen şüalarının yüngül atomlardan təşkil olunmuş maddələrdən (qrafit, parafin və s.) səpilməsini tədqiq edərkən müəyyən etdi ki, səpilmə nəticəsində bu şüaların dalğa uzunluğu dəyişir. Komptonun bu təcrübələri apardığı qurğunun sxemi 12.1 şəklində verilmişdir. Rentgen şüalarının mənbəyi rentgen borusundakı molibden antikatodudur. Molibdenin xarakteristik monoxromatik rentgen şüalanmasından  $D$  diafraqmaları vasitəsilə ayrılmış nazik şüa dəstəsi  $SM$  səpici maddəsinin üzərinə yönəldilir. Səpilən şüaların spektral tərkibini tədqiq etmək üçün onlar bir sıra diafraqmalardan keçərək rentgen spektroqrafının  $Kr$  kristalına və sonra isə  $İK$  ionlaşma kamerasına və ya  $F$  fotolövhəsinə düşür.

Kompton effektini müşahidə etmək üçün səpilən şüaların dalğa uzunluğunu ölçmək lazımdır. Bu məqsədlə  $Kr$  kristallaşmadan əks olunan rentgen şüalarının bir-birilə interferensiyaya edərək difraksiya maksimumları əmələ gətirməsindən istifadə olunur. Belə ki, bu difraksiya maksimumları Breqq-Vulf düsturu ilə (Ə36) təyin olunan istiqamətlərdə alınır:

$$2d \sin \varphi = n\lambda. \quad (12.1)$$

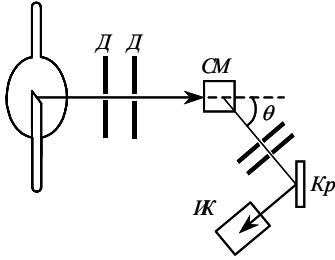
Burada  $d$  – kristalda atom müstəviləri arasındakı məsafə,  $\lambda$  – rentgen şüalarının dalğa uzunluğu.  $\varphi$  – sürüşmə bucağı, yəni atom müstəvisi ilə şüa arasındakı bucaq,  $n$  – difraksiya maksimumunun tərtibidir ( $n=1,2,3,\dots$ ).

$\varphi$  – sürüşmə bucağı qaralma xəttinin  $F$  fotolövhəsində vəziyyətinə əsasən tapılır, rentgen şüalarının  $\lambda$  dalğa uzunluğu isə (12.1) düsturundan təyin olunur. Təcrübələr zamanı məlum olmuşdur ki, səpilən şüaların içərisində düşən şüaların  $\lambda$  dalğa uzunluğuna malik şüalardan başqa dalğa uzunluğu  $\lambda' > \lambda$  olan şüalar da (sürüşmüş xətt) vardır. Şüaların səpilməsi zamanı dalğa uzunluğunun spektrin uzun dalğalı oblastına doğru  $\lambda' > \lambda$  dəyişməsi Kompton sürüşməsi, hadisənin özü isə Kompton effekti adlanır.

Təcrübələr göstərdi ki, dalğa uzunluğunun  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  dəyişməsi düşən rentgen şüalarının  $\lambda$  dalğa uzunluğundan və səpici maddənin kimyəvi tərkibindən asılı olmayıb, yalnız səpilmənin istiqamətindən asılıdır. Belə ki, düşən şüa ilə səpilən şüanın



istiqamətləri arasındakı bucağı  $\theta$  ilə işarə etsək (şəkil 12.1)



Жилшд 12.1.

$$\Delta\lambda = 2k \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (12.2)$$

şerti ödənilir. Burada  $k=0,0241 \text{ \AA}$  olub təcrübədən tapılmış sabitdir və  $\theta=90^\circ$  səpilmə bucağı üçün dalğa uzunluğunun dəyişməsinə bərabərdir.

Qeyd edək ki, Kompton effekti üçün təcrübi yolla tapılmış yuxarıda göstərilən qanunauyğunluqlar yalnız çox da sərt olmayan rentgen şüaları və yüngül atomlardan (məsələn,  $H$ ,  $C$ ,  $B$ ,  $Al$  və s.) təşkil olunmuş səpici maddələr üçün ödənilir. Belə ki, ağır atomlardan ibarət olan maddələrdən səpilmə zamanı Kompton

hadisəsi xeyli mürəkkəbləşir. Yüngül atomlardan ibarət maddələrdən səpilmə zamanı səpilən bütün şüaların dalğa uzunluğu praktik olaraq artmış olduğu halda, atomun sıra nömrəsi artdıqca şüaların əksər hissəsi dalğa uzunluğunu dəyişmədən səpilir.

Kompton effektini işığın dalğa nəzəriyyəsinə əsasən izah etmək olmur. Belə ki, sükunətdə olan elektronun üzərinə düşən elektromaqnit dalğasının təsiri altında elektron bu dalğanın tezliyinə bərabər tezliklə rəqs etməyə başlamalıdır. Rəqs edən elektron isə öz növbəsində rəqs tezliyinə, yəni düşən dalğanın tezliyinə bərabər tezlikli elektromaqnit dalğası şüalandırmalıdır. Beləliklə, dalğa nəzəriyyəsi baxımından sərbəst elektron işığı səpməlidir və bu zaman səpilən işığın tezliyi düşən işığın tezliyinə bərabər olmalıdır.

Əgər işığın  $\hbar\omega$  enerjisinə və  $\hbar\vec{k}$  impulsuna malik fotonlar selindən ibarət olduğunu fərz etsək, onda işığın sərbəst elektronlardan səpilməsi mənzərəsi başqa cür olar. Bu halda işığın səpilməsi prosesi foton ilə elektron arasında toqquşmadan ibarət olur. Maks Bornun obrazlı ifadə etdiyi kimi, Kompton effekti fotonlar və elektronlar arasında bilyard oyunudur. Məşhur fizik M. Bornun bu sözləri Kompton effektinin mahiyyətini qısa və aydın şəkildə ifadə edir. Bu toqquşma zamanı foton öz enerjisinin bir hissəsini elektrona verdiyindən o, nəinki hərəkət istiqamətini, həm də enerjisini dəyişir. Deməli, toqquşma nəticəsində fotonun enerjisi azalır, dalğa uzunluğu isə artır. Bu effekt qısa dalğalar, xüsusilə rentgen şüaları üçün özünü daha yaxşı büruzə verir. Belə sərt şüalarla toqquşma nəticəsində elektron çox böyük sürət alır və onun hərəkəti relyativistik mexanika qanunlarına tabe olur. Ona görə də rentgen şüalarının maddədən səpilməsi zamanı təcrübədə müşahidə olunan Kompton effektini nəzəri olaraq öyrəndikdə kütlənin sürətdən asılılığını nəzərə alan relyativistik mexanika düsturlarından istifadə olunmalıdır.

Kompton effektinin işığın fotonlar selindən ibarət olmasına əsaslanan nəzəriyyəsi (kvant nəzəriyyəsi) bir-birindən asılı olmayaraq Komptonun özü və Debay tərəfindən təklif olunmuşdur. Onlar belə hesab etmişlər ki, rentgen kvantının dalğa uzunluğunun dəyişməsi ilə nəticələnən səpilməsi onun elektronla bir dəfə elastik toqquşmasının nəticəsidir. /Elastik toqquşma zamanı foton öz enerjisini tamamilə elektrona və ya hər hansı başqa zərrəciyə verə bilməz. Çünki bu proses enerjinin və impulsun saxlanması qanunlarının pozulması ilə baş verərdi (bax:  $\text{E}10$ )/.

Komptonun təcrübə apardığı maddələrdə, yəni yüngül atomlardan ibarət olan maddələrdə elektronun atomla rabitə enerjisi toqquşma zamanı rentgen kvantının elektrona verdiyi enerjidən çox kiçikdir. Toqquşma zamanı rentgen kvantının atoma

verdiyi enerji səpilmə bucağının böyük qiymətlərində daha çox olur. Ona görə də səpilmə bucağı böyük olduqca yuxarıda göstərilən şərt daha yaxşı ödənilir. Lakin səpilmə bucağının bütün qiymətlərində yüngül atomlarda elektronların atomla rabitə enerjisini nəzərə almamaq, yəni bütün elektronları sərbəst hesab etmək olar (məhz buna görə rentgen şüalarından istifadə olunur!).

Kompton-Debay nəzəriyyəsində də bu amil əsas götürülür. Onda Kompton sürüşməsinin səpici maddənin növündən asılı olmaması, yəni bütün maddələr üçün eyni olması dərhal başa düşülür. Doğrudan da, nəzəriyyədə başlanğıcda fərz olunur ki, səpici maddə əslində yalnız sərbəst elektronlardan ibarətdir, yəni səpici maddənin fərdi xüsusiyyətləri nəzərə alınmır. Lakin bu, yalnız yüngül atomlar üçün mümkündür. Ağır atomların daxili elektronları üçün belə ideallaşdırma yaramır. Ona görə də elektronların rabitə enerjisinin nəzərə alınması təcrübələrdən alınmış və bir qədər sonra nəzəri yolla çıxaracağımız (12.2) düsturu ilə ifadə olunan sadə qanunauyğunluğun ağır atomlar üçün yuxarıda qeyd etdiyimiz pozulmalarına səbəb olur.

Atomda elektronların rabitə enerjisi görünən işıq fotonlarının enerjisindən böyükdür və məhz buna görə də spektrin görünən oblastında kompton effekti müşahidə olunmur.

İndi isə fotonun sərbəst elektronla toqquşmasına baxaq. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, bu iki zərrəciyin qarşılıqlı təsiri zamanı enerjinin və impulsun saxlanması qanunları ödənməli, həm də relyativistik mexanikaya uyğun olaraq kütlənin sürətdən asılılığı nəzərə alınmalıdır.

Fərz edək ki, sükunətdə olan sərbəst elektronun üzərinə enerjisi  $\hbar\omega$ , impulsu isə  $\hbar\vec{k}$  olan foton düşür (şəkil 12.2). Toqquşmaya qədər elektronun enerjisi  $m_0c^2$ , impulsu isə sıfıra bərabərdir. Burada  $m_0$  – elektronun sükunət kütləsi,  $c$  – işığın vakuumda sürətidir. Toqquşmadan sonra elektronun impulsu  $\vec{P}$ , enerjisi isə

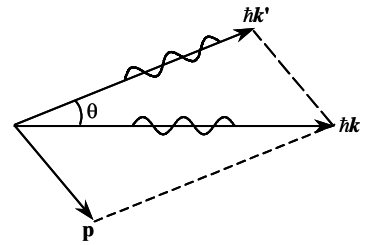
$$E = mc^2 = c\sqrt{P^2 + m_0^2c^2} \quad \text{olar /bax: (10.13) düsturu/.$$

Burada  $m = m_0/\sqrt{1-\beta^2}$  – toqquşmadan sonra böyük  $v$  sürəti almış elektronun kütləsi və  $\beta = v/c$ -dir. Onda toqquşmadan sonra elektronun kinetik enerjisi

$$\begin{aligned} E_{\text{кин}} &= mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) = \\ &= m_0c^2 \left( \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{3}{8}\beta^4 + \dots \right) \end{aligned} \quad (12.3)$$

olar. Əgər  $\beta \ll 1$ , yəni  $v \ll c$  olarsa, onda (12.3) ifadəsində  $\beta^4$  və daha yüksək tərtibli hədləri nəzərə almamaq və  $E_{\text{кин}} = m_0c^2 \cdot \frac{1}{2}\beta^2 = \frac{m_0v^2}{2}$  yazmaq olar ki, bu da qeyri-relyativistik mexanikada kinetik enerjinin ifadəsidir.

Elektronla toqquşma nəticəsində fotonun enerjisi və impulsu dəyişir, yəni, uyğun olaraq,  $\hbar\omega$  və  $\hbar\vec{k}'$  olur. Ona görə də baxılan hal üçün enerjinin və impulsun saxlanması qanunlarını aşağıdakı kimi yazmaq olar:



Жилшид 12.2.

$$\hbar\omega + m_0c^2 = \hbar\omega' + c\sqrt{P^2 + m_0^2c^2} \quad (12.4)$$

$$\hbar\vec{k} = \vec{P} + \hbar\vec{k}' \quad (12.5)$$

(12.4) tənliyini  $c$ -yə bölək və  $k = \omega/c$  olduğunu nəzərə alaraq onu aşağıdakı kimi yazaq:

$$\sqrt{P^2 + m_0^2c^2} = \hbar(k - k') + m_0c \quad (12.6)$$

(12.6) ifadəsini kvadrata yüksəldək:

$$P^2 = \hbar^2(k^2 + k'^2 - 2kk') + 2\hbar m_0c(k - k') \quad (12.7)$$

(12.5) ifadəsindən görünür ki,

$$P^2 = \hbar^2(\vec{k} - \vec{k}')^2 = \hbar^2(k^2 + k'^2 - 2kk'\cos\theta) \quad (12.8)$$

Burada  $\theta$  –  $\vec{k}$  və  $\vec{k}'$  vektorlarının istiqamətləri arasında qalan bucaqdır (şəkil 12.2).

(12.7) və (12.8) ifadələrinin müqayisəsindən tapırıq ki,

$$m_0c(k - k') = \hbar k k' (1 - \cos\theta) \quad (12.9)$$

(12.9) ifadəsini  $m_0ckk'$ -ə bölək və sonra  $2\pi$ -yə vuraq:

$$\frac{2\pi}{k'} - \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\hbar}{m_0c} (1 - \cos\theta). \quad (12.10)$$

(12.10) ifadəsində  $\frac{2\pi}{k} = \lambda$  və  $1 - \cos\theta = 2\sin^2\frac{\theta}{2}$  olduğunu nəzərə alsaq

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_k \sin^2\frac{\theta}{2} \quad (12.11)$$

yaza bilərik. Burada

$$\lambda_k = \frac{2\pi\hbar}{m_0c} = \frac{h}{m_0c} = 0,024263096 \text{ \AA} \approx 0,0243 \text{ \AA} \quad (12.12)$$

işarə edilmişdir və elektron üçün Kompton dalğa uzunluğu adlanır. Ümumiyyətlə isə kütləsi  $m$  olan hissəcik üçün Kompton dalğa uzunluğu

$$\lambda_k = \frac{h}{mc} \text{ və ya } \lambda_k = \frac{\hbar}{mc} \quad (12.13)$$

kimi işarə olunur. Aydındır ki, elektron üçün  $\lambda_k = 0,00386 \text{ \AA}$  olar.

Kompton dalğa uzunluğu mühüm sabitlərdən biri olub, sükunətdə olan sərbəst hissəcikdən fotonun  $\theta = \pi/2$  bucağı altında səpilməsi zamanı düşən şüanın dalğa uzunluğunun  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  dəyişməsinə bərabərdir. (12.12) düsturuna əsasən proton, neytron və digər elementar zərrəciklər üçün də Kompton dalğa uzunluğunu hesablamaq olar.

Göründüyü kimi, (12.11) düsturu təcrübi yolla tapılmış (12.2) ifadəsinə tam uyğun gəlir.

$$(12.9) \text{ düsturunda } k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c} \text{ və } k' = \frac{2\pi}{\lambda'} = \frac{2\pi\nu'}{c} \text{ olduğunu nəzərə alsaq}$$

$$c(\nu - \nu') = \frac{h}{m_0 c} \nu \nu' (1 - \cos \theta) \quad (12.14)$$

və ya

$$\frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) \quad (12.15)$$

yaza bilərik. Buradan

$$\nu' = \frac{\nu}{1 + 2 \frac{h \nu}{m_0 c^2} \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad (12.16)$$

alırıq. (12.16) dəyişmiş tezliyi hesablamaq üçün düsturdur.

Tezliyin  $\Delta \nu = \nu - \nu'$  dəyişməsinə aşağıdakı kimi hesablamaq olar:

$$\Delta \nu = \nu - \nu' = \frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda + \Delta \lambda} = \frac{c}{\lambda} \cdot \frac{\Delta \lambda}{\lambda + \Delta \lambda} = \nu \frac{\Delta \lambda}{\lambda + \Delta \lambda} \quad (12.17)$$

Buradan tezliyin nisbi dəyişməsi üçün

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda + \Delta \lambda} \quad (12.18)$$

alınır. (12.17) və (12.18) ifadələrində  $\Delta \lambda$  kəmiyyəti (12.11) düsturu ilə təyin olunur.

Komptonun apardığı və sonralar aparılan təcrübə ölçmələri (12.11) ifadəsindən hesablanmış qiymətlərlə tam uyğunluq təşkil edir ki, bu da yuxarıda şərh olunan Kompton-Debay nəzəriyyəsinin yüngül atomlardan təşkil olunmuş səpici maddələr üçün doğru olduğunu sübut edir.

Atomla rəbitə enerjisi böyük olan elektronlardan fotonların səpilməsi zamanı enerji və impuls mübadiləsi bütövlükdə atomla baş verir, yəni foton kütləsi çox böyük olan atomdan səpilir. Kütləsi çox böyük olan atom üçün (12.13) düsturu ilə təyin olunan Kompton dalğa uzunluğu və bunun da nəticəsində (12.11) düsturu ilə təyin olunan  $\Delta \lambda = \lambda' - \lambda$  Kompton sürüşməsi sonsuz kiçik, yəni praktik olaraq sıfıra bərabər olur. Ona görə də ağır atomlardan təşkil olunmuş maddələrdən səpilmə zamanı sürüşməmiş xəttin intensivliyi sürüşmüş xəttin intensivliyindən xeyli böyük olur və atomun sıra nömrəsi artdıqca bu nisbət böyüyür.

Yuxarıda şərh olunan Kompton-Debay nəzəriyyəsində fotonun səpildiyi elektron sükunətdə hesab olunur. Əgər elektron hərəkət edərsə, onda toqquşma zamanı o öz kinetik enerjisini fotona verərək dayana bilər. Nəticədə səpilən fotonun enerjisi artar, dalğa uzunluğu isə azalar. Belə proses tərs Kompton effekti adlanır.

Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, səpilmə bucağının böyük qiymətlərində elektronların sərbəst olması şərti daha yaxşı ödənilir. Buradan aydın olur ki, səpilmə bucağı böyüdükcə sərbəst elektronların nisbi sayı artır və buna uyğun olaraq, sürüşmüş xəttin intensivliyi də sürüşməmiş xəttin intensivliyinə nisbətən artmış olur. Bu isə Kompton sürüşməsinin səpilmə bucağından asılılığını müəyyən edir.

Kompton effektini müşahidə edərkən həddən artıq sərt şüalardan da istifadə etmək əlverişli deyildir. Belə ki, enerjisi böyük olan fotonun maddə ilə qarşılıqlı təsiri nəticəsində o, elektron-pozitron cütünə çevrilməyə başlayır. Fotonun enerjisi artdıqca bu proses daha da güclənir və enerjinin  $2m_0 c^2$  qiymətindən böyük olduğu hallarda Kompton

səpilməsini üstələyir.

Qeyd edək ki, sərbəst elektronlar və onların hərəkəti bir-birindən asılı olmadığı üçün, onlardan fotonların səpilməsi də asılı olmayaraq baş verdiyindən, sərbəst elektronlardan səpilməmiş şüalar koherent olmurlar. Lakin atomlardan səpilməmiş şüalar öz aralarında koherent ola bilər. Doğrudan da atomla rəhbərlikdə olan elektronların düşən elektromaqnit dalğasının təsiri altında baş verən rəqsləri sinxron olur və buna görə də belə elektronlardan səpilməmiş dalğalar öz aralarında və düşən dalğa ilə interferensiya edə bilər. Rentgen şüaları kristallardan keçərkən məhz belə interferensiya baş verir və o, Laue və Breqq-Vulfun məlum şərtləri ilə təyin olunur (Ə36).

Rentgen fotonu sərbəst elektronlardan səpilməyə bu elektron təpmə alır və məhz buna görə də "təpmə elektronu" adlanır. Təpmə elektronlarını Vilson kamerasında müşahidə etmək olar. Məlumdur ki, Vilson kamerasında adiabatik genişlənmə nəticəsində ifrat doymuş su buxarı yaratmaq olur. Kameraya düşən hissəcik öz yolunda molekulları ionlaşdırır və bu ionlar kondensasiya mərkəzinə çevrilir. Belə ki, ionların ətrafına yığılan buxar molekulları duman damcıları əmələ gətirir ki, bu damcılar da hissəciyin izini görürən edir. Bu iz çox zaman trek adlanır. Beləliklə, Vilson kamerası ilə aparılan tədqiqatlar səpilməmiş şüaların yayılma istiqaməti və "təpmə" elektronlarının hərəkət istiqamətini müəyyən etməyə imkan verir. Müəyyən edildi ki, səpilməmiş foton və "təpmə" elektronu eyni zamanda meydana çıxır.

Təpmə elektronları Vilson kamerasında D. V. Skobelsin tərəfindən müşahidə olunmuşdur. Belə ki, güclü maqnit sahəsində yerləşdirilmiş Vilson kamerasını radioaktiv preparatın  $\gamma$  - şüaları ilə şüalandırarkən kamerada yaranan "təpmə" elektronlarının trayektoriyası, radiusu

$$R = \frac{P_e'}{eB} \quad (12.19)$$

düsturu ilə təyin olunan çevrə olur. Burada  $B$  – maqnit sahəsinin induksiyası,  $P_e'$  - "təpmə" elektronun impulsudur. Bu  $R$  radiusunu ölçərək (12.19) düsturu vasitəsilə  $P_e'$  impulsunu, sonra isə

$$E^2 = (P_e'c)^2 + (m_0c^2)^2 \quad (12.20)$$

düsturuna əsasən elektronun enerjisini hesablamaq olar. Belə hesablamalar göstərdi ki, "təpmə" elektronları həqiqətən də relyativistik elektronlardır və məhz buna görə də onlar üçün hökmən nisbilik nəzəriyyəsindən istifadə etmək lazımdır.

### **Ə13. Işığın dalğa və foton təbiətinə əsasən Dopler effektinin izahı**

Məlumdur ki, işıq sürətini təyin etmək üçün müxtəlif üsullar mövcuddur. Bundan başqa, çoxlu sayda interferensiya və difraksiya hadisələri vardır ki, onlara əsasən işığın mühitdə  $\lambda$  və vakuumdakı  $\lambda_0 = n\lambda$  dalğa uzunluğunu təyin etməyə imkan verən metodlar təklif olunmuşdur. Burada  $n$  – mühitin mütləq sındırma əmsəlidir. Işığın sürətini və dalğa uzunluğunu bilərək isə şüalanmanın  $v = \nu/\lambda = c/\lambda_0$  tezliyini və  $T = 1/\nu = \lambda_0/c$  periodunu tapmaq olar ( $\nu$  – işığın mühitdə,  $c$  – vakuumdakı sürətidir).

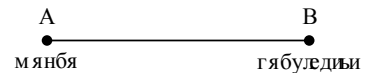
Buraxılan monoxromatik şüaların tezliyi (periodu) şüaları buraxan atomların daxilində baş verən proseslərin xarakteri ilə təyin olunur. Lakin bu tezlikləri bilavasitə

ölçmək üçün akustika və radiotexnikada tezlikləri birbaşa ölçməyə imkan verən metodlar kimi metod yoxdur. Biz onları  $c$  və  $\lambda_0$  kəmiyyətlərini ölçərək təyin edirik. Ona görə də müşahidə olunan işıqın tezliyi və ya dalğa uzunluğu atomun şüalandırdığı işıqın uyğun tezliyi və ya dalğa uzunluğundan fərqlənə bilər. Buna səbəb odur ki, qəbul edilən tezlik və ya dalğa uzunluğu təkcə onları doğuran atomdaxili proseslərdən deyil, həm də müşahidə cihazlarının hansı hesablaşma sistemində olmasından asılıdır. Müşahidə cihazının şüalanma mənbəyinə nisbətən sükunətdə və ya hərəkətdə olmasından asılı olaraq ölçülən tezlik və ya dalğa uzunluğu müxtəlif olacaqdır.

Rəqs mənbəyi və müşahidə cihazı bir-birinə nəzərən hərəkətdə olduqda müşahidə cihazının qeyd etdiyi tezliyin dəyişməsinə Dopler effekti deyilir. Bu effekti ilk dəfə 1842-ci ildə Dopler akustik (səs) dalğaları üçün kəşf etmişdir. O, müəyyən etmişdir ki, rəqs mənbəyi və müşahidə cihazı bir-birinə yaxınlaşdıqda qeyd olunan tezlik böyük, bir-birindən uzaqlaşdıqda isə kiçik olur.

Əvvəlcə səs dalğaları üçün Dopler effektini nəzərdən keçirək. Fərz edək ki, qazda və ya mayədə dalğa mənbəyindən müəyyən məsafədə mühitin rəqslərini qəbul edən və bizim gələcəkdə qəbuledici adlandıracağımız qurğu yerləşmişdir. Əgər dalğaların mənbəyi və qəbuledicisi bu dalğaların yayıldığı mühitə nisbətən sükunətdədirsə, onda qəbuledicinin qeyd etdiyi tezlik mənbəyin rəqslərinin  $\nu_0$  tezliyinə bərabər olar. Əgər ayrılıqda mənbə və ya qəbuledici, yaxud onların hər ikisi eyni zamanda mühitə nisbətən hərəkət etmiş olsa, onda Dopler effektinə uyğun olaraq, qəbuledicinin qeyd etdiyi  $\nu$  tezliyi, mənbəyin rəqslərinin  $\nu_0$  tezliyindən fərqli olmalıdır.

Əvvəlcə mənbəyin və qəbuledicinin onları birləşdirən  $AB$  düz xətti boyunca hərəkət etdiyi sadə hala baxaq (şəkil 13.1). Mənbəyin və qəbuledicinin mühitə nisbətən sürətini, uyğun olaraq,  $\nu_m$  və  $\nu_q$  dalğaların mühitdə yayılma sürətini isə  $\nu$  ilə işarə edək.



Шякил

Bundan başqa, mənbə qəbulediciyə doğru hərəkət etdikdə, yəni ona yaxınlaşdıqda  $\nu_m > 0$ , qəbuledicidən əks istiqamətə hərəkət etdikdə, yəni ondan uzaqlaşdıqda isə  $\nu_m < 0$  olduğunu qəbul edək. Buna oxşar olaraq, qəbuledici mənbəyə doğru hərəkət etdikdə (yaxınlaşdıqda)  $\nu_q > 0$ , mənbədən əks istiqamətə hərəkət etdikdə (uzaqlaşdıqda)  $\nu_q < 0$  olduğunu şərtləşək.

Əgər qəbuledici sükunətdədirsə və  $\nu_0$  tezliyi ilə rəqs edən mənbə  $AB$  düz xətti boyunca (şəkil 13.1)  $\nu_m$  sürətilə hərəkət edərsə, onda qəbulediciyə nəzərən dalğanın sürəti  $\nu - \nu_m$  və onun qəbul etdiyi dalğanın uzunluğu

$$\lambda = \frac{\nu - \nu_m}{\nu_0} \quad (13.1)$$

olar. Əgər mənbə sükunətdədirsə və qəbuledici  $AB$  düz xətti boyunca  $\nu_q$  sürətilə hərəkət edərsə, onda qəbulediciyə nəzərən dalğanın sürəti  $\nu + \nu_q$  və onun qəbul etdiyi tezlik

$$\nu = \frac{\nu + \nu_q}{\lambda} \quad (13.2)$$

olar.

Beləliklə, mənbə hərəkətdə, qəbuledici isə sükunətdə olduqda qeyd olunan  $\nu$  tezliyi

(13.1) düsturuna əsasən aşağıdakı kimi təyin olunur

$$v = \frac{v}{\lambda} = v_0 \frac{v}{v - v_m} = \frac{v_0}{1 - v_m/v} \quad (13.3)$$

Mənbə sükunətdə, qəbuledici isə hərəkətdə olduqda (13.2) düsturuna əsasən  $v$  tezliyi üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$v = \frac{v + v_q}{v/v_0} = v_0(1 + v_q/v) \quad (13.4)$$

Qeyd edək ki, mənbə sükunətdə olmaq şərtilə qəbuledici hərəkət etdikdə qəbuledicinin qeyd etdiyi dalğa uzunluğu dəyişməz qalır, tezlik və dalğanın sürəti isə qəbulediciyə nisbətən dəyişmiş olur. Səsin sürətinin, tezliyinin və səs dalğasının uzunluğunun təyini üzrə aparılan təcrübələr də bunu təsdiq edir.

$\lambda$  üçün (13.1) ifadəsini (13.2)-də nəzərə alsaq

$$v = v_0 \frac{v + v_q}{v - v_m} \quad (13.5)$$

yaza bilərik.

(13.5) düsturundan görünür ki, mənbə və qəbuledici bir-birinə doğru hərəkət edərsə, yəni onlar arasındakı məsafə azalırsa, onda qəbuledicinin qeyd etdiyi  $v$  tezliyi mənbəyin rəqslərinin tezliyindən böyük, əks halda isə kiçik olur. Tezliyin dəyişməsi isə

$$\Delta v = v - v_0 = v_0 \cdot \frac{v_m + v_q}{v - v_m} \quad (13.6)$$

olar. Göründüyü kimi, bu halda qəbuledicinin qeyd etdiyi və (13.5) düsturu ilə təyin olunan  $v$  tezliyi, mənbəyin və qəbuledicinin mühitə nəzərən  $v_m$  və  $v_q$  sürətlərindən müxtəlif cür asılıdır.

Nəhayət, belə bir xüsusi hala baxaq ki, mənbə və qəbuledici eyni bir istiqamətdə hərəkət edir. Bu halda (13.5) düsturu aşağıdakı şəkllə düşür:

$$v = v_0 \frac{v + v_q}{v + v_m} \quad (13.7)$$

$v_m = v_q$  olduqda (13.7)-dən  $v = v_0$  alınır. Beləliklə, mənbə və qəbuledici birlikdə hərəkət etsə, yəni bir-birinə nəzərən sükunətdə olsa, onda Dopler effekti meydana çıxmır. Əgər  $v_m \neq v_q$  olsa, onda Dopler effekti yaranır və özü də bu zaman tezliyin müşahidə olunan dəyişməsi  $v_m - v_q$  sürətlər fərqindən deyil,  $v_m$  və  $v_q$  sürətlərinin özündən asılıdır. Ona görə də baxılan halda Dopler effekti yalnız mənbəyin qəbulediciyə nisbətən sürətini deyil, həm də mənbə və qəbuledicinin mühitə nisbətən sürətini təyin etməyə imkan verir.

Yuxarıda mənbə və qəbuledicinin eyni bir  $AB$  düz xətti boyunca hərəkət etdiyi və müşahidənin də həmin düz xətt üzrə aparıldığı hala baxdıq. Əgər müşahidə istiqaməti hərəkət istiqaməti ilə müəyyən  $\varphi$  bucağı əmələ gətirirsə (şəkil 13.2), onda (13.3) və (13.4) düsturlarında  $v_m$  və  $v_q$  sürətlərinin əvəzinə onların  $AB$  düz xətti üzrə proyeksiyasını ( $v_m \cos \varphi$  və  $v_q \cos \varphi$ ) götürmək lazımdır. Onda mənbə hərəkət edən hal üçün

$$v = \frac{v_0}{1 - \frac{v_m \cos \varphi}{v}} = \frac{v_0(1 + v_m \cos \varphi / v)}{1 - (v_m \cos \varphi / v)^2}, \quad (13.3a)$$

qəbuledici hərəkət edən hal üçün isə

$$v = v_0(1 + v_q \cos \varphi / v) \quad (13.4a)$$

yaza bilərik.



### Шякил

Beləliklə, mənbə və qəbuledicinin mühitdə hərəkət etdiyi hal üçün biz bir-birindən  $1/(1 - v_m \cos \varphi / v)$  vuruğu ilə fərqlənən iki müxtəlif (13.3a) və (13.4a) düsturlarını aldıq. Bu düsturları fərqləndirən vuruq  $(v_m / v)^2$  kimi ikinci tərtib kiçik kəmiyyət qədər vahiddən fərqlənir. Ona görə də akustikada baxılan bir çox hallarda bu fərq çox da böyük olmur və onu nəzərə almırlar. Lakin həmin fərq prinsiplial əhəmiyyət kəsb edir və müasir texniki vasitələrdən istifadə etdikdə praktik olaraq böyük qiymətlər alır. Məsələn, müasir təyyarələrin  $1000 \text{ km/saat}$  və daha böyük sürətlə uçduğu hallar üçün  $(v_m / v)$  80% təşkil edir ki, bunun da nəticəsində (13.3a) və (13.4a) düsturlarının bir-birindən fərqi xeyli böyük olur.

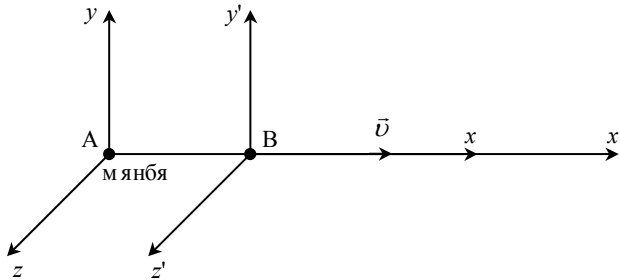
Qeyd edək ki, Dopler hadisəsi 1845-ci ildə Beys və Ballot tərəfindən təcrübədə öyrənilmiş və nəzəri olaraq müəyyən edilmiş düsturların doğruluğu təsdiq edilmişdir. Belə ki, dəmir yol stansiyasından keçən qatarın platformasında qoyulmuş musiqi alətinin səsinin yüksəkliyinin dəyişməsi müşahidəçi musiqiçilər tərəfindən adi eşitmə yolu ilə müəyyən edilmişdir. Sonralar bu təcrübələr qatarın sürəti  $120 \text{ km/saat}$  qiymətinə qədər artırılmaqla təkrar edilmişdir. Bundan başqa, səsin uralığının dəyişməsinə əsasən də səs rəqslərinin tezliyinin dəyişməsinə təyin etmək olar. Belə ki, səsin uralığı rəqs tezliyindən asılıdır: rəqs tezliyi böyüdükcə səsin uralığı da artır. Məsələn, fit verməkdə olan qatar böyük sürətlə müşahidəçiyə yaxınlaşıb, onun yanından keçərək uzaqlaşdıqda fitin uralığının necə dəyişdiyi aydın eşidilir.

(13.5) düsturundan görünür ki, səs dalğaları üçün Dopler effekti səsin yayıldığı mühitə nisbətən mənbəyin və qəbuledicinin sürətləri ilə təyin olunur. Işıq dalğaları üçün də Dopler effekti müşahidə olunur. Lakin bu halda tezliyin dəyişməsi (13.5) düsturundan fərqli olan ifadə ilə təyin olunur. Bu, onunla əlaqədardır ki, elektromaqnit dalğalarının yayılmasını təmin edən hər hansı bir xüsusi mühit yoxdur və ona görə də işıq mənbəyinin və qəbuledicinin "mühitə" nisbətən sürəti anlayışı öz mənasını itirir. Ona görə də işıq dalğaları üçün Dopler effekti, yəni tezliyin dəyişməsi mənbəyin və qəbuledicinin yalnız bir-birinə nisbətən sürəti ilə təyin olunur. vakuumda mütləq hərəkət anlayışının mənası yoxdur, yalnız mənbəyin və qəbuledicinin bir-birinə nisbətən hərəkətindən danışmaq olar (nisbilik prinsipi). Deməli, işıq üçün Dopler effektini təsvir edən düsturlar da bir-birindən fərqlənməməli və eyni olmalıdır. Əks halda biz sistemin vakuumda mütləq hərəkəti



haqqında danışmaq üçün prinsipcə imkan əldə etmiş olarıq ki, bu da nisbilik prinsipi ilə ziddir. Doğrudan da, yuxarıda qeyd olunduğu kimi, mənbəyin və qəbuledicinin mühitə nisbətən hərəkətinə baxıldıqda tezliyin Dopler dəyişməsi üçün bir-birindən  $(v_m/v)^2$  kimi ikinci tərtib kiçik kəmiyyətlə fərqlənən iki müxtəlif düstur alınır. Bu isə Dopler sürüşməsinə bilərək  $(v_m/v)^2$  dəqiqliyi ilə mənbəyin və ya qəbuledicinin mütləq sürətini təyin etməyə imkan verir. Nisbilik nəzəriyyəsi təsəvvürlərinə görə isə bu, mümkün deyil. Ona görə də nisbilik nəzəriyyəsi baxımından hər iki hal üçün eynibir düstur alınmalıdır.

İşıq mənbəyi ilə bağlı hesablama sistemini  $K$ , qəbuledici ilə bağlı hesablama sistemini isə  $K'$  ilə işarə edək (şəkil 13.3).



### Шякил

$x$  və  $x'$  oxlarını  $K'$  sisteminin (yəni, qəbuledicinin)  $K$  sisteminə (yəni mənbəyə) nisbətən hərəkət sürəti  $\bar{v}$  istiqamətində yönəldək. Mənbəyin qəbulediciyə doğru  $x$  oxu boyunca şüalandırdığı müstəvi işıq dalğası üçün  $K$  sistemində aşağıdakı ifadəni yazıb bilərik:

$$E(x, t) = A \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) + \varphi_0 \right] \quad (13.8)$$

burada  $\omega$  - mənbə ilə bağlı olan hesablama sistemində dairəvi tezlikdir, yəni mənbəyin dairəvi tezliyidir;  $c$  - işığın vakuumda sürəti,  $\varphi_0$  - başlanğıc fazadır. Burada fərz olunur ki, işıq dalğası vakuumda yayılır və ona görə də faza sürəti  $c$ -yə bərabər götürülmüşdür. (hər bir dalğanın yayılma sürəti faza sürəti  $v_f$ , superpozisiya nəticəsində alınmış dalğalar qrupunun yayılma sürəti isə qrup sürəti  $v_{qr}$  adlanır. Əgər dalğalar dispersiyasız mühitdə yayılırsa, yəni  $v_f = const$  olarsa,  $v_{qr} = v_f$  olur).

Nisbilik prinsipinə görə bütün inersial hesablama sistemlərində təbiətin qanunları eyni cür olmalıdır. Deməli,  $K'$  hesablama sistemində (13.8) dalğası üçün

$$E'(x', t') = A' \cos \left[ \omega' \left( t' - \frac{x'}{c} \right) + \varphi_0' \right] \quad (13.9)$$

yaza bilərik. Burada  $\omega'$  - qəbuledici ilə bağlı olan  $K'$  hesablama sistemində dairəvi tezlikdir, yəni qəbuledicinin qeyd etdiyi tezlikdir. (13.9) düsturunda  $c$  işıq sürətindən başqa bütün kəmiyyətlər ştrixlə yazılmışdır və nəzərə alınmışdır ki, işığın vakuumda sürəti bütün inersial hesablama sistemlərində eynidir.

$K'$  sistemində dalğanı təsvir edən düsturu  $K$  sistemində yazılmış düsturda  $x$  və  $t$

kəmiyyətlərindən Lorens çevrilmələri vasitəsilə  $x'$  və  $t'$  kəmiyyətlərinə keçməklə də almaq olar. Belə ki,  $K$  və  $K'$  sistemlərinin baxılan qayda ilə hərəkəti üçün nisbilik nəzəriyyəsiindən məlum olan

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad y = y', \quad z = z' \quad (13.10)$$

Lorens çevrilmələrini (13.8) ifadəsində nəzərə alsaq

$$E(x', t') = A \cos \left\{ \omega \left[ \frac{t' + \frac{v}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{x' + vt'}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right] + \varphi_0 \right\} \quad (13.11)$$

yaza bilərik. (13.11) ifadəsini aşağıdakı kimi yazaq:

$$E(x', t') = A \cos \left\{ \omega \left[ \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left( t' - \frac{x'}{c} \right) \right] + \alpha \right\}. \quad (13.12)$$

Aydındır ki, (13.12) ifadəsi də  $K'$  sistemində eynilə (13.9) dalğasını təsvir edir. Ona görə də (13.12) və (13.9) düsturlarının müqayisəsinə əsasən aşağıdakı ifadəni yazmaq olar:

$$\omega' = \omega \cdot \frac{1 - v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \omega \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}. \quad (13.13)$$

(13.13) ifadəsində mənbəyin  $\omega$  tezliyini  $\omega_0$ , qəbuledicinin  $\omega'$  tezliyini  $\omega$  ilə işarə edərək

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}} \quad (13.14)$$

alırıq. Dairəvi tezlik üçün  $\omega = 2\pi\nu$  olduğunu nəzərə alsaq

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}} \quad (13.15)$$

yaza bilərik.

(13.14) və (13.15) ifadələrində qəbuledicinin mənbəyə nisbətən  $v$  sürəti cəbri kəmiyyətdir. Belə ki, qəbuledici mənbədən uzaqlaşdıqda  $v > 0$  və (13.14)-(13.15) düsturlarına əsasən  $\omega < \omega_0$  ( $\nu < \nu_0$ ) olur; qəbuledici mənbəyə yaxınlaşdıqda  $v < 0$  və  $\omega > \omega_0$  ( $\nu > \nu_0$ ) olur.

$v \ll c$  olan hal üçün, yəni qeyri-relyativistik hal üçün, (13.15) düsturunu təqribi olaraq aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\nu \approx \nu_0 \frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}} \approx \nu_0 \left( 1 - \frac{v}{c} \right) \left( 1 + \frac{v}{c} \right)$$

Burada  $v/c$  tərtibli hədlə kifayətlənsək

$$v = v_0 \left( 1 - \frac{v}{c} \right) \quad (13.16)$$

alarıq. (13.16) düsturuna əsasən tezliyin nisbi dəyişməsi üçün

$$\frac{\Delta v}{v_0} = -\frac{v}{c} \quad (13.17)$$

alarıq. Burada  $\Delta v = v - v_0$  işarə edilmişdir.

Əgər qəbuledici ilə  $K$  sistemi, mənbə ilə isə  $K'$  sistemi bağlı olsa idi biz yenə də (13.14) və (13.15) düsturunu alardıq. Aydınır ki, mənbə və qəbuledicini birləşdirən düz xətt yerdəyişmə sürətinin istiqaməti ilə  $\varphi$  bucağı əmələ gətirsə, onda (13.15) və (13.16) düsturlarının əvəzinə, uyğun olaraq,

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \varphi}, \quad (13.18)$$

$$v = v_0 (1 - \beta \cos \varphi) \quad (13.19)$$

ifadələrini yazmaq olar. Burada  $\beta = \frac{v}{c}$  işarə edilmişdir. Burada nəzərə almaq lazımdır ki, (13.18) və (13.19) düsturları qəbuledicinin mənbəyə nisbətən hərəkət etdiyi hal üçündür. Əgər mənbə qəbulediciyə nisbətən hərəkət etsə, həmin ifadələrdə  $\beta$ -ni  $-\beta$  ilə əvəz etmək lazımdır.

$\varphi = 0$  olduqda (13.18) və (13.19) ifadələrindən (13.15) və (13.16) alınır.  $\varphi = \pi/2$  olduqda isə (13.15)-dən

$$v = v_0 \sqrt{1 - \beta^2} \approx v_0 \left( 1 - \frac{1}{2} \beta^2 \right) \quad (13.20)$$

olduğunu yazı bilərik. Beləliklə, nisbilik nəzəriyyəsinə görə işığın yayılma istiqaməti hərəkət istiqamətinə perpendikulyar olduqda da Dopler effekti meydana çıxır. Bu, onun Dopler effekti adlanır. Yuxarıda araşdırılan Dopler effekti isə çox zaman uzununa Dopler effekti adlanır.

Qeyd edək ki, akustikada onun Dopler effekti meydana çıxmır. Bu, (13.3a), (13.4a) düsturlarından da bilavasitə görünür ( $\varphi = \pi/2$  olduqda  $v = v_0$  olur).

(13.20) ifadəsindən görünür ki, nisbi sürət vektoru qəbuledici və mənbəyi birləşdirən düz xəttə perpendikulyar olduqda (məsələn, işıq mənbəyi mərkəzində qəbuledici yerləşən çevrə üzrə hərəkət etdikdə) qəbuledicinin qeyd etdiyi tezlik kiçilir. Eninə Dopler effekti zamanı tezliyin nisbi dəyişməsi

$$\frac{\Delta v}{v_0} = -\frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \quad (13.21)$$

olur ki, bu da  $\left( \frac{v}{c} \right)^2$  ilə düz mütənasibdir və deməli, uzununa Dopler effektində tezliyin

(13.17) düsturu ilə təyin olunan nisbi dəyişməsindən  $\left( \frac{v}{c} \right)$  ilə düz mütənasibdir) xeyli kiçikdir.

Eninə Dopler effektinin mövcud olmasını təcrübi yolla ilk dəfə 1938-ci ildə Ayvıs isbat etmişdir. Bu məqsədlə o, kanal şüalarında hidrogen atomlarının şüalanma tezliyinin dəyişməsinə ölçmüşdür (əgər qaz boşalması borusunun katodunda dar kanal açılrsa, müsbət ionların bir hissəsi bu kanaldan keçərək katodun arxasında ion dəstəsi yaradır ki, bu da kanal (müsbət) şüaları adlanır. Müsbət ionlar dəstəsi ilk dəfə məhz bu üsulla alınmışdır). Ayvısın təcrübələrində atomların sürəti təqribən  $2 \cdot 10^6$  m/s olmuşdur. Bu təcrübələr Lorens çevirmələrinin doğruluğunu bilavasitə təsdiq edir.

Ümumi halda nisbi sürət vektorunu biri şüa istiqamətində digəri isə şüanın istiqamətinə perpendikulyar olan iki toplanana ayırmaq olar ki, bu zaman birinci toplanan uzununa, ikinci toplanan isə eninə Dopler effektinin yaranmasını təmin edəcəkdir.

Uzununa Dopler effekti astrofizikada geniş tətbiqlərə malikdir. Məsələn, bu effekt əsasında ulduzların radial sürətini təyin etmək olar. Belə ki, ulduzların spektrlərində xətlərin nisbi sürüşməsinə ölçərək (13.15) düsturuna əsasən  $v$  sürətini təyin etmək olar.

Şüa buraxan, yəni işıq saçan qazın molekullarının istilik hərəkəti Dopler effekti nəticəsində spektral xətlərin genişlənməsinə səbəb olur. İstilik hərəkətinin xaosik olması sayəsində molekulların sürətlərinin bütün istiqamətləri spektroqrafa nəzərən eyni ehtimallıdır. Ona görə də qəbuledicinin qeydə aldığı şüalanmada (13.16) düsturuna əsasən  $v_0(1-v/c)$ -dən  $v_0(1+v/c)$ -yə qədər intervalda olan bütün tezliklər vardır. Burada  $v_0$  – molekulların buraxdığı şüaların tezliyi,  $v$  – molekulların istilik hərəkətinin sürətidir. Beləliklə, spektral xəttin qeyd olunan eni

$$\delta v_D = 2v_0 \frac{v}{c} \quad (13.22)$$

olacaqdır ki, buna da spektral xəttin Dopler eni deyilir. Burada  $v$  – molekulların ən ehtimallı sürətinə bərabər hesab olunur.  $v = \sqrt{2kT/M}$ . Spektral xətlərin Dopler genişlənməsinin qiymətinə əsasən molekulların istilik hərəkətinin sürətini və deməli, şüalanan qazın temperaturunu təyin etmək olar.

Məlumdur ki, fotoeffekt və Kompton effekti işığın dalğa nəzəriyyəsinə görə izah edilə bilmir. Bu hadisələr işığa fotonlar seli kimi baxmaqla, yəni işığın kvant təbiətli olmasına əsasən müvəffəqiyyətlə izah olunur. Lakin elə hadisələr də vardır ki, onları işığın həm dalğa, həm də kvant təbiətinə əsasən izah etmək olar. Belə hadisələrə misal olaraq Dopler effektini, işığın qayıtma və sınımasını, Vavilov-Çerenkov şüalanmasını göstərmək olar.

Yuxarıda Dopler effektinin klassik, yəni dalğa nəzəriyyəsinə əsasən izahı həm relyativistik və həm də qeyri-relyativistik hal üçün şərh olundu. İndi isə işığın kvant təbiətinə əsasən Dopler effektinin izahına baxaq. Sadəlik naminə əvvəlcə qeyri-relyativistik, sonra isə relyativistik halı nəzərdən keçirək.

Fərz edək ki, vakuumda müəyyən inersial hesablaşma sistemində  $M$  kütləli işıq mənbəyi  $v$  sürəti ilə hərəkət edir. Bu mənbəyin enerjisi onun  $\frac{1}{2}Mv^2$  kinetik enerjisi ilə həyəcanlanmış atomlarının  $E$  daxili enerjisinin cəminə bərabərdir. İşığın şüalanması nəticəsində mənbəyin daxili enerjisi dəyişir və  $E$  başlanğıc qiymətindən  $E'$  son qiymətə qədər azalır. Bundan başqa buraxılan işığın təzyiqi nəticəsində mənbə təpməyə məruz qalır və onun sürəti  $v' - v$  qədər dəyişir. Beləliklə, enerjinin və impulsun saxlanması qanunlarına əsasən aşağıdakı ifadələri yazmaq olar:

$$\frac{1}{2} Mv^2 + E = \frac{1}{2} Mv'^2 + E' + E_u \quad (13.23)$$

$$M\bar{v} = M\bar{v}' + \bar{P}_u \quad (13.24)$$

Burada  $E_s$  və  $\bar{P}_u$  - baxılan hesablama sistemində şüalanmanın enerjisi və impulsudur.

(13.24) tənliyini kvadrata yüksəldək, sonra  $2M$ -ə bölək və alınan ifadəni (13.23)-dən çıxaraq:

$$E - E' = E_u - \bar{v}' \bar{P}_u - \frac{P_u^2}{2M}. \quad (13.25)$$

(13.24) ifadəsindən  $\bar{v}' = \bar{v} - \bar{P}_u/M$  olduğunu (13.25)-də nəzərə alsaq

$$E - E' = E_u - \bar{v}' \bar{P}_u + \frac{P_u^2}{2M} \quad (13.26)$$

yaza bilərik. Əgər mənbəyin  $M$  kütləsi böyükdürsə, onda (13.26) ifadəsində sağ tərəfdə üçüncü həddi nəzərə almamaq olar. Onda

$$E - E' = E_u - \bar{v}' \bar{P}_u \quad (13.27)$$

alırıq. Şüalanma əsasən relyativistik obyekt olduğundan onun impulsu və enerjisi üçün  $P_s = E_s/c$  düsturunu yazmaq olar. Onda (13.27) aşağıdakı şəkllə düşər.

$$E - E' = E_u \left( 1 - \frac{v}{c} \cos \varphi \right) \quad (13.28)$$

Burada  $\varphi$  - mənbəyin hərəkət istiqaməti ilə şüanın istiqaməti, yəni  $\bar{v}$  və  $\bar{P}_u$  vektorlarının istiqamətləri arasındakı bucaqdır.

Göründüyü kimi, (13.28) ifadəsi alınarkən heç bir kvant təsəvvüründən istifadə edilməmişdir. Biz yalnız enerjinin və impulsun saxlanması qanunlarından istifadə etmişik ki, bu qanunlar da həm klassik fizikada, həm də kvant fizikasında doğrudur. İndi şüalanmanın fotonlar şəklində baş verdiyini qəbul edək. Fərz edək ki, bir foton buraxılmışdır. Mənbəyin hərəkət etdiyi hesablama sistemində, yəni bizim baxdığımız inersial hesablama sistemində fotonun tezliyini  $\nu'$  ilə işarə etsək  $E_s = h\nu'$  olar. Mənbəyin sükunətdə olduğunu hesablama sistemində isə fotonun tezliyi  $\nu$  olsun. Belə hesablama sistemində mənbəyin daxili enerjisinin dəyişməsi yalnız fotonun buraxılması nəticəsində baş verdiyi üçün bu sistemdə  $E - E' = h\nu$  yazmaq olar. Bu ifadələri (13.28)-də nəzərə alsaq

$$\nu' = \frac{\nu}{1 - \frac{v}{c} \cos \varphi} \quad (13.29)$$

olduğunu tapırıq. Bu ifadə qeyri-relyativistik mexanika əsasında alındığı üçün, o,  $v/c$ -yə nəzərən yalnız birinci tərtib dəqiqliklə doğrudur. Ona görə də (13.29) əvəzinə həmin dəqiqliklə

$$\nu' = \nu \left( 1 + \frac{v}{c} \cos \varphi \right) \quad (13.30)$$

yaza bilərik ki, bu da (13.19) düsturu ilə eynidir.

İndi isə işığın fotonlar selindən ibarət olduğuna əsaslanaraq Dopler effekti üçün relyavistik halda düsturun alınmasına baxaq. Aydındır ki, bu düstur  $\nu$  sürətinin bütün mümkün olan qiymətlərində doğru olmalıdır. Relyavistik halda cismin (mənbəyin) tam enerjisini onun kinetik enerjisi ilə daxili enerjisinin cəmi kimi göstərməyin mənası yoxdur. Ona görə də  $E$  və  $E'$  - baxılan inersial hesablama sistemində mənbəyin uyğun olaraq, işıq şüalanana qədər və işıq şüalandıqdan sonra tam enerjisidir. Mənbəyin uyğun sükunət enerjisini  $E_0$  və  $E_0'$  ilə işarə edək. Bu halda enerjinin və impulsun saxlanması qanunlarını aşağıdakı kimi yazaq:

$$E' = E - E_s \quad (13.31)$$

$$\vec{P}' = \vec{P} - P_u \quad (13.32)$$

(13.32) tezliyini  $c$ -yə vuraq, sonra hər iki tənliyi kvadrata yüksəldək və tərəf-tərəfə çıxaraq. Onda

$$\begin{aligned} E^2 - (Pc)^2 &= E_0^2 \\ E'^2 - (P'c)^2 &= E_0'^2 \\ E_s &= cP_s \end{aligned}$$

məlum ifadələrini nəzərə almaqla

$$E_0'^2 = E_0^2 - 2EE_u + 2c^2 \vec{P} \vec{P}'_u \quad (13.33)$$

yaza bilərik. Burada  $\beta = v/c$  işarə edərək

$$P = mv = \frac{E}{c^2} v = \frac{E\beta}{c} \quad (13.34)$$

olduğunu nəzərə alaq. Onda

$$E_0'^2 - E_0^2 = 2EE_s(1 - \beta \cos \varphi)$$

və ya

$$E_0 - E_0' = \frac{2E}{E_0 + E_0'} E_u (1 - \beta \cos \varphi) \quad (13.35)$$

olar. Burada  $\varphi$  – yuxarıda olduğu kimi, mənbəyin hərəkət istiqaməti ilə şüanın istiqaməti arasındakı bucaqdır. Əgər mənbəyin kütləsi çox böyükdürsə, (13.35) düsturunda  $E_0' = E_0$  yazmaq olar. Bundan başqa  $E = E_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$  olduğunu da nəzərə alsaq, (13.35) in əvəzinə

$$(E_0 - E_0') \sqrt{1 - \beta^2} = E_u (1 - \beta \cos \varphi) \quad (13.36)$$

ifadəsini yaza bilərik.

Relyavistik hala baxarkən də biz hələlik kvant təsəvvürlərindən istifadə etməmişik. İndi isə (13.36) düsturunda, qeyri-relyavistik halda olduğu kimi,  $E_0 - E_0' = h\nu$  və  $E_s = h\nu'$  kvant ifadələrindən istifadə etsək

$$\nu' = \nu \cdot \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \varphi} \quad (13.37)$$

ifadəsini alırıq ki, bu da dalğa nəzəriyyəsinə əsasən relyavistik halda alınan (13.18) düsturu ilə eynidir.

İşığın foton nəzəriyyəsinə əsasən Dopler effekti üçün qeyri-relyavistik və relyavistik hallarda alınan (13.30) və (13.37) düsturlarının dalğa nəzəriyyəsinə əsasən alınan uyğun (13.19) və (13.18) ifadələri ilə üst-üstə düşməsinin dərin fiziki mənası vardır. Belə ki, foton nəzəriyyəsində (13.30) və (13.37) düsturları hər bir halda enerji və impulsun saxlanması qanunları /((13.23)–(13.24) və (13.31)–(13.32)/ əsasında alınmış (13.28) və (13.36) ifadələrindən tapılmışdır. İşığın buraxılması zamanı enerji və impulsun saxlanması qanunları əsasında alınmış (13.28) və (13.36) ifadələri işığın dalğa təbiətli və ya fotonlar selindən ibarət olmasından asılı olmayaraq həmişə doğrudur. Kvant xarakterli yeganə fərziyyə ondan ibarətdir ki, fotonun enerjisi onun tezliyi ilə birqıymətli təyin olunur. Daha dəqiq desək, fotonun enerjisi ilə işığın tezliyi arasındakı əlaqə xüsusi xarakterə malik olub  $h$  Plank sabiti vasitəsilə  $E=h\nu$  kimi ifadə olunur.  $E$  və  $\nu$  kəmiyyətləri arasındakı əlaqənin məhz belə olması Lorens çevrilmələrindən də görünür. Belə ki,  $E$  və  $\nu$  kəmiyyətləri üçün Lorens çevrilmələri eynidir. Yalnız bunun sayəsində  $E=h\nu$  ifadəsi relyavistik invariant olur.

Biz (13.26) ifadəsində  $P_u^2/2M$  həddini çox kiçik hesab edərək nəzərə almadıq. Həmin həddi və  $P_s=E_s/c$ ,  $E-E'=h\nu$ ,  $E_s=h\nu'$  olduğunu nəzərə aldıqda (13.26) ifadəsi

$$\nu = \nu' - \nu' \frac{v}{c} \cos \varphi + \nu' \frac{h\nu'}{2Mc^2} \quad (13.38)$$

şəklinə düşür. (13.38) ifadəsi  $\nu'$ -ə nəzərən kvadrat tənlikdir. Bu ifadədə sağ tərəfdəki ikinci və üçüncü hədlər birinci həddə nisbətən çox kiçik olduğundan həmin hədlərdə  $\nu'=\nu$  yazmaq olar. Onda

$$\nu' = \nu + \nu \frac{v}{c} \cos \varphi - \nu \frac{h\nu}{2Mc^2} \quad (13.39)$$

alırıq. Beləliklə, mənbəyin (atomun) hərəkəti nəticəsində tezliyin nisbi dəyişməsi

$$\frac{\nu' - \nu}{\nu} = \frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{v}{c} \cos \varphi - \frac{h\nu}{2Mc^2} \quad (13.40)$$

olar.

(13.40) ifadəsinin sağ tərəfindəki birinci hədd, gözlənilmədiyi kimi, (13.19) və (13.30) ifadələrinə tam uyğundur. İkinci hədd isə kvant xarakterlidir. Çünki bu həddə  $h$  Plank sabiti daxil olduğundan formal olaraq da belə demək olar. Bu hədd onu göstərir ki, foton buraxana qədər sükunətdə olan atom ( $\nu=0$ ), foton buraxandan sonra hökmən hərəkətə gəlməlidir. Belə ki, buraxılan foton  $\vec{P}'$  impulsuna malikdirsə, onda atom modulca  $\vec{P}'$ -ə bərabər, istiqamətcə isə əks olan impuls almalıdır. Bu hərəkət sənişin tullandıqdan sonra qayığın hərəkətinə tam oxşardır. Ona görə də tezliyin  $-h\nu/2Mc^2$  sürüşməsi təpmə nəticəsində sürüşmə adlanır.

Əgər atom tərəfindən fotonun buraxılması deyil, udulması baş verərsə, yenə də enerji və impulsun saxlanması qanunlarını tətbiq edərək (13.40) düsturunun əvəzinə

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = -\frac{v}{c} \cos \varphi + \frac{h\nu}{2Mc^2} \quad (13.41)$$

ifadəsini alırıq. Bu o deməkdir ki, fotonun udulması zamanı tezliyin dəyişməsi,

buraxılması zamanı dəyişməyə əks işarə ilə bərabərdir.

Biz bir atom tərəfindən fotonun buraxılması və ya udulması kimi elementar prosesə baxdıq. Əgər atomlar sisteminin, məsələn atomar qazın udma və ya buraxma spektrinə baxılsa, onda "adi" Dopler sürüşməsi  $v \cos \phi / c$  və təpmə nəticəsində sürüşmə  $h\nu / 2Mc^2$  müxtəlif hadisələrə səbəb olur. Qazın atomları müxtəlif sürətlərlə müxtəlif istiqamətlərdə hərəkət edir. Ona görə də sürətin müşahidə istiqamətində, yəni  $\vec{P}'$  istiqamətində  $\nu$  proyeksiyasından asılı olan  $v \cos \phi / c$  həddi bütövlükdə qazın şüalanma (udulma) xətlərinin enlənməsini ifadə edəcəkdir. (13.22) düsturuna əsasən spektral xəttin yarımını

$$\delta\nu = \frac{\nu}{c} v = \frac{\nu}{\lambda} \quad (13.42)$$

olar. Burada  $v = \sqrt{2kT/M}$  ən ehtimalı sürət,  $k$  – Bolsman sabiti,  $T$  – qazın mütləq temperaturu,  $M$  – qaz molekulunun kütləsidir.

Təpmə nəticəsində tezliyin sürüşməsi atomun sürətindən asılı olmadığından o, bütün atomlar üçün eyni olub, atomların istilik hərəkəti nəticəsində enlənmiş spektral xəttin maksimumunun  $h\nu^2 / 2Mc^2$  qədər sürüşməsində özünü büruzə verir:

$$\frac{h\nu^2}{2Mc^2} = \frac{h}{2M} \cdot \frac{1}{\lambda^2}. \quad (13.43)$$

Spektral xəttin (13.43) sürüşməsinin onun (13.42) eninə olan nisbətini qiymətləndirək:

$$\frac{\frac{h}{2M} \cdot \frac{1}{\lambda^2}}{\frac{\nu}{\lambda}} = \frac{h}{2M\lambda\nu} = \frac{h}{2\lambda\sqrt{2kTM}} = 1,55 \cdot 10^{-8} \frac{1}{\lambda\sqrt{TA}} \quad (13.44)$$

Burada  $A$  – atom kütləsi,  $\lambda$  isə santimetrlə ölçülən dalğa uzunluğudur. Beləliklə, hətta alçaq temperatur və yüngül atomlar üçün təpmə nəticəsində xəttin sürüşməsi onun enindən  $10^{-9} sm$  dalğa uzunluğu, yəni spektrin bütün rentgen oblastı tərtibində ( $\sim 10^{-9}$  dəfə) kiçikdir. Lakin spektrin qısadalğalı oblastında ( $\lambda < 10^{-9} sm$ ,  $\gamma$ -şüalar) isə əksinə, spektral xəttin sürüşməsi onun enindən böyük olur. Buraxma və udma xətlərinin sürüşməsi əks işarəli olduğundan paradoksal vəziyyət yaranır. Hər hansı bir atom tərəfindən buraxılan foton bu növ atomlardan ibarət olan qazda udula bilmir. Məhz bu səbəbdən də  $\gamma$ -kvantların qazlarda rezonans udulmasını təcrübədə uzun müddət müşahidə etmək mümkün olmamışdır. Lakin bu effekt 1958-ci ildə Messbauer tərəfindən kristallarda kəşf edilmişdir. İş ondadır ki, kristalın tərkibinə daxil olan hər bir atom, digər bütün atomlarla sərt rabitəlidir və bunun nəticəsində udulan fotonun impulsu bir atoma deyil, bütövlükdə kristala verilir. Kristalın böyük kütləyə (atom miqyasında) malik olması nəticəsində təpmə impulsu nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik olur və buraxma və udma xətləri bir-birinə nisbətən praktik olaraq sürüşməmiş olur.

Spektrin optik oblastında, (13.44)-dən görüldüyü kimi, təpmə effekti nəticəsində spektral xəttin sürüşməsi çox kiçik olur. Ancaq buna baxmayaraq müəyyən şərtlər daxilində optik kvant generatorlarının (lazerlərin) şüalanmasının spektral xassələrində belə sürüşmə özünü büruzə verə bilər ki, bu da 1975-ci ildə təcrübədə müşahidə olunmuşdur.



## Ə14. Foton nəzəriyyəsinə görə işıqın qayıtması və sınıması

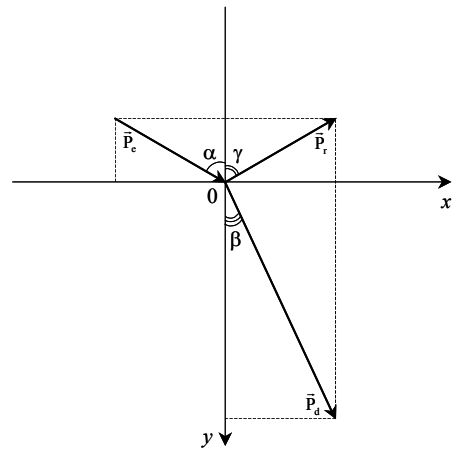
Məlumdur ki, işıq üçün Nyutonun korpuskulyar nəzəriyyəsinə görə işıqın bir mühitdən digərinə keçərkən sınıması qanunu (1.1) düsturu ilə ifadə olunur. bu düstura görə sındırma əmsalı böyük olan mühitdə işıqın yayılma sürəti böyük olmalıdır. Lakin suda işıqın sürətini ölçməyə imkan verən Fuko təcrübəsindən sonra (1850-ci il) belə hesab edildi ki, işıqın korpuskulyar nəzəriyyəsi tam təkzib olunmalıdır. Fuko təcrübəsi göstərdi ki. Işıqın suda sürəti onun vakuumdakı sürətindən kiçikdir. Dalğa nəzəriyyəsinə görə belə nisbət işıqın yalnız faza sürətinə aid olmalıdır. Fuko təcrübəsində isə, işıq hətta dalğa təbiətli hesab olunsa da, qrup sürəti ölçülmüşdür. Ona görə də işıqın korpuskulyar nəzəriyyəsini rədd etmək üçün Fuko təcrübəsini əsas götürərkən əlavə olaraq həm də qeyd olunmalıdır ki, bu təcrübədə işıqın sürəti dispersiyasız mühitdə ölçülmüşdür. Belə mühitlərdə faza və qrup sürətləri bir-birinə bərabərdir. Korpuskulyar nəzəriyyənin doğru olmadığını isə bir qədər ehtiyatla demək lazımdır. Belə ki, ümumiyyətlə işıqın korpuskulyar nəzəriyyəsinin deyil, məhz Nyutonun təklif etdiyi şəkildə korpuskulyar nəzəriyyənin doğru olmadığı nəzərdə tutulmalıdır.

Nyutonun korpuskulyar nəzəriyyəsində işıqın qayıtması və sınıması klassik mexanika (Nyuton mexanikası) təsəvvürlərinə əsasən izah edilir. Lakin işıq üçün Eynşteynin təklif etdiyi foton nəzəriyyəsinə görə işıq kvantlarına (fotonlara) klassik mexanika qanunlarını tətbiq etmək olmaz. Belə ki, fotonlar ikili təbiətə malikdir. Onlar yayılarkən özlərini dalğa kimi aparır və yalnız maddə ilə qarşılıqlı təsirdə olduqda zərrəcik (korpuskul) xassəsini bürüzə verirlər. Qayıtma və sınıma işıqın yayılmasının xüsusi halları olduğundan bu hadisələr üçün işıqın foton nəzəriyyəsinin verdiyi nəticələrdən klassik dalğa nəzəriyyəsinin nəticələri də alınmalıdır.

Qeyd edək ki, vakuumda olduğu kimi, mühitdə də işıqın fotonlar şəklində yayılmasını qəbul etmək olar. Bunun üçün fərz olunmalıdır ki, mühit sükunətdədir. Yəni hadisələrin öyrənilməsi hesablaşma sisteminə nəzərən mühit sükunətdə olmalıdır. Belə hesablaşma sistemi seçilmiş və ya imtiyazlı (üstün) sistem adlanır. Burada əsas məsələ ondan ibarətdir ki, mühitdə fotonun enerjisi və impulsu nəyə bərabərdir? Bu sualın cavabı ondan ibarətdir ki, mühitdə fotonun enerjisi və impulsu elektromaqnit sahəsi ilə mühitin uyğun olaraq enerjisi və impulsunun cəmindən ibarətdir. Sadəlik naminə hesab edirik ki, mühit izotropdur və onun xassələri  $n(\omega)$  sındırma əmsalı ilə xarakterizə olunur.

Foton təsəvvürlərinə görə qayıtma və sınıma zamanı fotonların ümumi sayı dəyişməməlidir. Əgər iki mühiti ayıran sərhəd tərpənməzdirsə, onda qayıdan və keçən fotonların enerjisi də dəyişmir. Bu müddəanı əvvəlcə qayıtma üçün isbat edək. Bu məqsədlə fərz edək ki, foton mühitə vakuumdən düşür. Düşən fotonun enerjisi  $E_e = \hbar\omega$  olub,  $\omega$  tezliyi ilə birqıymətli təyin olunur. Qayıdan foton da düşən foton kimi vakuumda yayıldığından onun enerjisi və tezliyi arasında da belə bir münasibət olmalıdır. Lakin tərpənməz sərhəddən qayıtma zamanı  $\omega$  tezliyi dəyişmir. Çünki əks halda qayıtma zamanı işıqın rəngi dəyişmiş olardı ki, bu da baş vermir. Deməli, əks olunan fotonun da enerjisi  $E_r = \hbar\omega$  olur, yəni  $E_r = E_e$  alırıq. Fotonun enerjisi və impulsu arasında  $E = Pc$  əlaqəsi olduğunu nəzərə alsaq 14.1 şəklinə əsasən  $P_e = P_r$ ,  $P_{ex} = P_{rx}$ ,  $P_{ex} = P_e \sin \alpha$ ,  $P_{rx} = P_r \sin \gamma$  və  $\alpha = \gamma$  yazıla bilər ki, bu da işıqın qayıtma qanunudur.

İndi isə işığın sınımasına baxaq. Fərz edək ki,  $N_e$  sayda monoxromatik fotonlardan ibarət olan paralel işıq dəstəsi vakuumdən mühitin tərپənməz sərhəddinə  $\alpha$  bucağı altında düşür. Qayıdan fotonların sayı  $N_r$ , sərhəddən keçən fotonların sayı  $N_d$ , hər bir fotonun enerjisi isə, uyğun olaraq  $E_r$  və  $E_d$  olsun. /Burada düşən fotonlar  $e$  (*entfallende*), qayıdan fotonlar  $r$  (*reflektierende*), keçən fotonlar isə  $d$  (*durchgehende*) indeksləri ilə işarə edilmişdir/.



Жилшд 14.1.

Enerjinin saxlanması qanununa görə

$$N_e E_e = N_r E_r + N_d E_d \quad (14.1)$$

yaza bilərik. Fotonların sayının dəyişməz olması şərtinə əsasən isə

$$N_e = N_r + N_d \quad (14.2)$$

olar. Yuxarıda isbat edilmiş  $E_r = E_e$  bərabərliyindən və (14.1)–(14.2) düsturlarından görünür ki,  $E_d = E_e$  olmalıdır, yəni keçən fotonun enerjisi düşən fotonun enerjisinə bərabərdir. Deməli, mühitdə fotonlar üçün də  $E_d = \hbar\omega$  münasibəti doğrudur.

İndi isə mühitdə fotonun impulsuna baxaq. (14.1) və (14.2) düsturlarına oxşar olaraq

$$N_e \vec{P}_e = N_r \vec{P}_r + N_d \vec{P}_d, \quad N_e = N_r + N_d \quad (14.3)$$

yaza bilərik.  $E_e = E_r = E_d$  bərabərliyindən,  $E = Pc$  ifadəsindən və 14.1 şəklindən aydın olur ki, düşən, qayıdan və keçən fotonun impulsunun səthə toxunan boyunca yönəlmiş proyeksiyaları bir-birinə bərabər olmalıdır:

$$P_{ex} = P_{rx} = P_{dx}. \quad (14.4)$$

Həmin fotonların impulslarının səthə normal boyunca proyeksiyaları üçün isə

$$N_e P_{ey} = N_r P_{ry} + N_d P_{dy} \quad (14.5)$$

yaza bilərik. Lakin düşən foton səthə yaxınlaşır, qayıdan foton səthdən uzaqlaşır və ona görə də onların impulslarının səthin normalı üzrə proyeksiyaları üçün  $P_{ry} = -P_{ey}$  olduğunu (14.50-də nəzərə alsaq

$$(N_e + N_r) P_{ey} = N_d P_{dy}$$

və ya

$$(N_e + N_r) P_{ey} = (N_e - N_r) P_{dy} \quad (14.6)$$

yaza bilərik. 14.1 şəklinə əsasən  $P_{ey} = P_e \cos \alpha$  və  $P_{dy} = P_d \cos \beta$  olduğunu (14.6)-da nəzərə alsaq

$$P_d = \frac{N_e + N_r}{N_e - N_r} \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} P_e \quad (14.7)$$

olar.

Aydındır ki,  $P_d$  və  $P_e$  arasındakı əlaqə yalnız mühitin xassələri ilə təyin olunur və düşən işığın necə polarizasiya olmasından asılı ola bilməz. Bu isə (14.7) ifadəsini xeyli

sadələşdirməyə imkan verir. Fərz edək ki, düşən işıq düşmə müstəvisinə perpendikulyar polarizəlanmışdır. Onda düşən bütün fotonların elektrik vektorları kollinear olacaq (yəni, bir müstəvi üzərində yerləşəcək) və məlum Frenel düsturuna əsasən

$$\frac{N_r}{N_e} = \frac{n \cos \beta - \cos \alpha}{n \cos \beta + \cos \alpha} \quad (14.8)$$

yazmaq olar. Burada nəzərə aldığımız ki, monoxromatik dalğada bütün fotonlar koherentdir və ona görə də  $N_r/N_e$  qayıdan və düşən işığın intensivliklərinin deyil, amplitudlarının nisbətinə bərabərdir. (14.8) düsturunda bu nisbət üçün müsbət işarəsi götürülmüşdür, çünki  $N_r$  və  $N_e$  ədədləri həmişə müsbətdir. (14.8)-i (14.7)-də nəzərə alsaq

$$P_d = n P_e \quad (14.9)$$

olar. Lakin 14.1 şəklində və (14.4) bərabərliyinə əsasən

$$P_d \sin \beta = P_e \sin \alpha \quad (14.10)$$

olduğundan (14.9) və (14.10) düsturlarının müqayisəsinə əsasən

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (14.11)$$

alırıq ki, bu da işığın məlum sınma qanunudur.

Yuxarıda deyilənlərə əsasən belə nəticə çıxarmaq olar ki, fotonun enerjisi və impulsu, vakuumdakı kimi, mühitdə də

$$E = \hbar \omega, \vec{P} = \hbar \vec{k} \quad (14.12)$$

düsturları ilə təyin olunur. Lakin mühitdə dalğa ədədi vakuumdakından  $n$  dəfə çoxdur:

$$K = \frac{n \omega}{c} \quad (14.13)$$

Əgər baxılan mühitdə işığın faza sürəti üçün  $v = c/n$  və dalğa uzunluğu üçün  $\lambda = 2\pi v/\omega$  olduğunu qəbul etsək, onda

$$K = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (14.14)$$

yaza bilərik. Vakuumdakı  $v=c$  olduğuna görə (14.14) düsturu daha ümumdür. Mühitdə fotonun enerjisi və impulsu arasında əlaqə

$$E = P v = \frac{P c}{n} \quad (14.15)$$

düsturu ilə təyin olunur. Qeyd edək ki, (14.15) ifadəsi yalnız mühitin sükunətdə olduğu hesablaşma sistemində doğrudur.

Maraqlıdır ki, göründüyü kimi, işığın sınmasının foton nəzəriyyəsi Nyutonun korpuskulyar nəzəriyyəsinə oxşardır. Hər iki nəzəriyyədə işıq şüasının sınma bucağı impulsun səthə toxunan toplanmasının saxlanması qanununa əsasən təyin olunur. Lakin Nyuton nəzəriyyəsi impulsun saxlanması qanununu sərhəddə normal istiqamətdə yönəlmiş və işıq korpuskuluna təsir edən qüvvənin istiqaməti ilə əlaqələndirir. Foton üçün isə belə fərziyyənin heç bir mənası yoxdur. Hər iki nəzəriyyənin nəticələrinin bir-birindən kəmiyyətə fərqlənməsi isə onunla əlaqədardır ki, Nyutonun nəzərdə tutduğu

korpuskulun impulsu onun sürətilə düz mütənasib olduğu halda, fotonun mühitdə impulsu üçün bu, tərs mütənasib asılılıqdır. Məhz buna görə də foton nəzəriyyəsi mühitin sındırma əmsalı üçün klassik dalğa nəzəriyyəsindən alınan nəticəni verir.

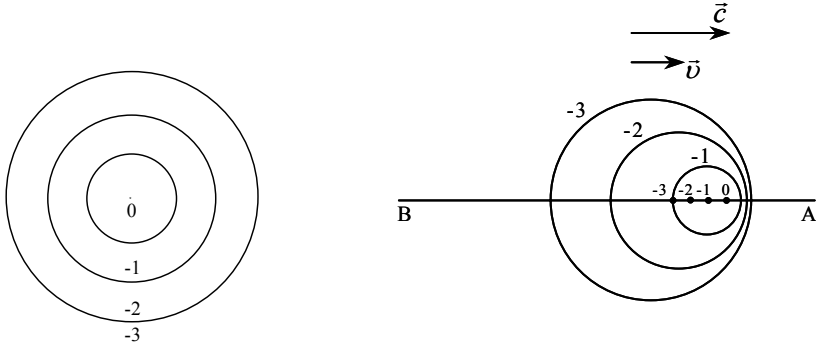
Mühitdə fotonlar haqqında təsəvvürlər yalnız işığın sınmasına deyil, sonralar görəcəyimiz kimi, bir çox başqa hadisələrə də tətbiq oluna bilər.

Yuxarıda qeyd olunduğu kimi, qayıtma və sınma zamanı fotonların ümumi sayı dəyişir. Əgər səthə yalnız bir dənə foton düşsə, onda düşəndən sonra o, ya qayıdan, ya da ki, keçən foton kimi müşahidə olunacaqdır. Çünki fotonun hissələri yoxdur, yalnız bütöv foton mövcuddur. Qayıdan fotonun impulsunun ədədi qiyməti düşən fotonun impulsuna bərabər, istiqaməti isə başqadır. Keçən fotonun isə impulsu düşən fotonun impulsundan həm istiqamətə, həm də ədədi qiymətə fərqlənir. Bu, elementar proses zamanı, yəni bir foton üçün impulsun saxlanması qanunun pozulması deyilmi? İmpulsun saxlanması qanunu, yuxarıda tələb etdiyimiz kimi, bəlkə statistik qanundur? Belə suallara müasir kvant nəzəriyyəsi dolğun cavab verir. Belə ki, fotonların interferensiyası hadisəsi belə nəticə çıxarmağa imkan verir ki, foton səthə düşərkən onun klassik fizika təsəvvürlərinə əsasən təsvir oluna bilməyən yeni halı yaranır. Bu halda foton qismən qayıtma, qismən də sınma halında olur və impulsun saxlanması qanunu elementar proses zamanı da ödənilir. Əgər fotonu müşahidə etmək üçün təcrübə aparılsa, onda bu təcrübədə ya qayıdan, ya da ki, keçən foton müşahidə olunacaqdır. Lakin müşahidə (kvant mexanikasında buna ölçmə deyilir) zamanı sistemin halı dəyişir, impulsun saxlanması qanununun pozulması baş vermir. Fotonun məhz hansı halda – qayıtma yoxsa ki, sınma halında müşahidə olunacağını əvvəlcədən tam yəqinliklə demək mümkün deyildir. Belə ki, fotonun bu və ya başqa halda olması ehtimalından danışmaq olar.

### **Ə15. Vavilov-Çerenkov şüalanması. Mühitdə Dopler effekti**

Dalğa təsəvvürlərinə əsaslanaraq mexanikada Max, optikada isə P. A. Çerenkov və S. İ. Vavilov tərəfindən kəşf edilmiş maraqlı bir effekti izah etmək olar. Əvvəlcə mexanikada həmin effekte baxaq. Yerlə bağlı və havaya nisbətən sükunətdə olan hesablama sistemində periodik olaraq impulslar şəklində dalğa buraxan akustik şüalandırıcı götürək. Əgər şüalandırıcı havaya nisbətən sükunətdədirsə, onda ardıcıl buraxılmış impulsların dalğa cəbhələri konsentrik sferalar şəklində olacaqdır. Belə ki,  $t=1, -2, -3$  və s. əvvəlki zaman anlarında buraxılmış impulsların dalğa cəbhələri  $t=0$  zaman anında, sxematik olaraq, 15.1 şəklində göstərilmiş kimi olacaqdır.

İndi fərz edək ki, şüalandırıcı, impulsların  $c$  yayılma sürətindən kiçik olan  $v$  sürətilə, məsələn, sağa doğru hərəkət edir. Bu halda  $t=0$  anında, yəni şüalandırıcı sıfır nöqtəsinə gəldikdə impulsların dalğa cəbhələrinin vəziyyəti 15.2 şəklində göstərilmişdir. Göründüyü kimi, impulsların dalğa cəbhələri bir-birinin daxilində yerləşmiş, kəsişməyən və konsentrik sferalar sistemindən ibarətdir. Aydınlıq üçün qeyd edək ki, 15.2 şəklində



Шякил 15.1.

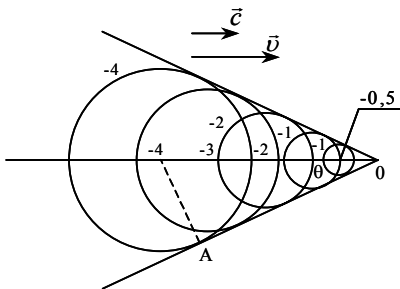
Шякил 15.2.

şüalandırıcının sürətinin  $v$ , impulsun  $c$  yayılma sürətinin yarısına bərabər olduğu hal ( $v=c/2$ ) təsvir edilmişdir. Üfqü ox üzərindəki rəqəmlər şüalandırıcının ani vəziyyətlərini göstərir. Havaya nisbətən sükunətdə olan  $A$  müşahidəçisi  $B$  müşahidəçisinə nisbətən vahid zamanda daha çox sayda impulslar qəbul edəcəkdir ki, bu da Dopler effektinin yaranması deməkdir.

İndi fərz edək ki, şüalandırıcı sağa doğru  $v > c$  sürətilə hərəkət edir. Bu halda ardıcıl impulslara uyğun dalğa cəbhələri kəsişəcək və həm də, kəsişən dalğaların interferensiyası baş verəcəkdir. Bu hal sxematik olaraq 15.3 şəklində  $v=2c$  halı üçün göstərilmişdir. Sadə qurma yolu ilə məlum olur ki, dalğa cəbhələrinin ümumi qurşayanı təpəsi mənbəyin olduğu nöqtədə yerləşən konus əmələ gətirir. Bu, Max konusu adlanır. Max konusunun təpə bucağının yarısı, 15.3 şəklindən göründüyü kimi,  $\cos \theta = \frac{c}{v}$  düsturu ilə təyin olunur.

Hərəkət edən mənbə (şüalandırıcı) impuls şəklində deyil, kəsilməz olaraq dalğalar buraxdıqda da eyni mənzərə alınır.

Qeyd edək ki, bu konusu (daha doğrusu, suyun müstəvi səthi vasitəsilə konusun



kəsiyini) sakit suyun səthində yayılan eninə dalğaların çox da böyük olmayan sürətindən böyük sürətlə teploxodun hərəkəti zamanı müşahidə etmək olar. Bundan başqa tirciyi vannada suyun səthinə perpendikulyar olaraq hərəkət etdirməklə 15.2 və 15.3 şəkillərində təsvir olunmuş mənzərəni asanlıqla müşahidə etmək olar. Güllə və ya mərmnin havada hərəkəti də belə sıxlaşma dalğası ilə müşayiət olunur ki, məhz həmin dalğa xarakterik fit və ya viyılıtının yaranmasına səbəb olur. Bütün bu hallarda

dalğanın yaranması, yəni bərabərsürətli hərəkət edən cismin şüalanması (dalğa buraxması) mexanizmi eynidir.

Klassik elektrodinamika təsəvvürlərinə əsasən məlumdur ki, elektromaqnit dalğalarının şüalanması elektronların və ya ümumiyyətlə yüklü zərrəciklərin təcillə, yəni dəyişən sürətlə hərəkəti zamanı baş verir. Lakin bu zaman gizli şəkildə nəzərdə tutulur ki, elektromaqnit dalğası buraxan yüklü zərrəciyin hərəkət sürəti işığın vakuumdakı sürətindən böyük ola bilməz. Çünki, nisbilik nəzəriyyəsinə görə sükunət kütləsinə malik olan zərrəcik nəinki işığın vakuumdakı sürətindən böyük, hətta bu sürətə bərabər olan sürətlə də hərəkət edə bilməz. Deməli, bərabərsürətli hərəkət edən yüklü zərrəcik elektromaqnit dalğası şüalandırmamalıdır. Lakin digər tərəfdən, yuxarıda göstərdiyimiz kimi, mexaniki sistemlər üçün cismin mühitdə hərəkət sürəti bu mühitdə elastiki dalğaların yayılma sürətindən böyük olduqda və özü də cisim təcilsiz, yəni bərabərsürətli hərəkət etdikdə xüsusi növ dalğa yaranır.

Müəyyən edilmişdir ki, mühitdə təcilsiz hərəkət edən yüklü zərrəciyin, xüsusi halda elektronun hərəkət sürəti həmin mühitdə işığın yayılma sürətindən böyük olduqda bu yüklü zərrəcik elektromaqnit dalğası şüalandırır. Burada xüsusi qeyd etmək lazımdır ki, işığın vakuumba yayılma sürəti ( $c=3 \cdot 10^8$  m/s) deyil, məhz verilmiş mühitdə yayılma sürəti nəzərdə tutulur. Mütləq sındırma əmsalı  $n$  olan mühitdə işığın sürəti isə məlum olduğu kimi,  $c/n < c$  olur. Çünki normal dispersiya oblastında  $n > 1$  olur. Deməli, mühitdə yüklü zərrəciyin hərəkət sürəti bu mühitdə işığın yayılma sürətindən böyük ola bilər və nisbilik nəzəriyyəsinin qoyduğu məhdudiyət aradan qalxır. Burada işığın faza sürəti, yəni eyni fazalı səthin hərəkət sürəti nəzərdə tutulur.

Mühitdə işığın yayılma sürətindən böyük sürətlə təcilsiz hərəkət edən elektronların elektromaqnit dalğası şüalandırmasını S.İ.Vavilovun rəhbərliyi altında işləyən M. A. Çerenkov ilk dəfə 1934-cü ildə kəşf etmişdir. Məhz buna görə də həmin şüalanma Vavilov-Çerenkov şüalanması (və ya effekti) adlanır. Çerenkov radioaktiv element olan radiumun  $\gamma$ -şüalarının təsiri nəticəsində məhlulların işıqlanmasını tədqiq edirdi. Radioaktiv şüaların təsiri ilə mayelərin görünən işıqlanması Çerenkovun təcrübələrindən hələ 25 il əvvəl Mariya Kuri tərəfindən müşahidə olunmuşdu. Lakin M. Kuri bu işıqlanmanı adi lüminessensiyaya aid etmişdi. Bundan başqa fransız fiziki Mallenin 1926-1929-cu illərdə bu sahədə apardığı və Çerenkova məlum olmayan tədqiqat işlərində də həmin işıqlanmanın düzgün izahı verilmişdi.

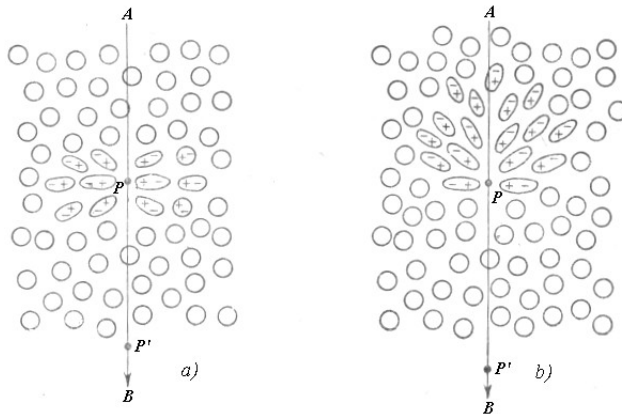
Radiumun  $\gamma$ -şüalarının təsiri altında məhlulların işıqlanmasını tədqiq edərək Çerenkov göstərdi ki, məhlulun lüminessensiyası ilə yanaşı həlledicinin özünün də zəif işıqlanması müşahidə olunur. Məlum oldu ki, ümumiyyətlə bütün təmiz mayelər, məsələn su, benzol və s. üçün belə işıqlanma müşahidə olunur. Bütün bu ilkin tədqiqatların ən mühüm nəticəsi həmin zəif işıqlanmanın lüminessensiya olmadığını isbat etməkdən ibarət oldu. Bu, ona görə çox mühüm hesab olunur ki, bir çox təmiz mayelər, məsələn su, ultrabənövşəyi şüaların təsiri altında zəif göy işıqlanma verir ki, bu da özünün bütün xassələrinə görə lüminessensiyaya aid edilməlidir. Radiumun  $\gamma$ -şüalarının təsiri nəticəsində yaranan və Çerenkovun tədqiq etdiyi zəif işıqlanmanın bir sıra xassələri isə onu lüminessensiyadan kəskin şəkildə fərqləndirir. Bu xüsusi xassələri isə Çerenkov işıqlanmasının zəif olması ilə əlaqədar olaraq böyük çətinliklə həyata keçirilə bilən təcrübələrlə müəyyən etdi. Bu xassələr aşağıdakılardır:

1. Məhlulların lüminessensiyası həmin məhlulda kiçik konsentrasiya ilə olan aşqarlar (kalium yod, anilin və s.) tərəfindən "söndürüldüyü" halda,  $\gamma$ -şüaların

təsiri altında təmiz mayelərin işıqlanması belə sönməyə məruz qalmır;

2. Lüminessensiya işığı müəyyən polyarizasiyaya malikdir və həmin aşqarların olması və sadəcə qızdırmaq sayəsində bu polyarizasiya zəiflədiyi halda, Çerenkov şüalanmasının polyarizasiyasına bu amillər təsir etmir;
3. Sonlu davamətmə ( $10^{-7}$ – $10^{-8}$  s.) müddəti ilə xarakterizə olunan lüminessensiyadan fərqli olaraq Vavilov-Çerenkov şüalanması "ani"dir;
4. Vavilovun düzgün olaraq fərz etdiyi kimi, şüalanma heç də elektromaqnit təbiətinə malik  $\gamma$ -şüalar tərəfindən deyil, bu  $\gamma$ -şüaların mühitdə yaratdığı böyük sürətli elektronlar tərəfindən yaranır. Belə ki, sonralar həmin xüsusi xassələrə malik olan şüalanma radioaktiv maddələrin  $\beta$ -şüalar şəklində buraxdığı böyük sürətli elektronlar seli vasitəsilə də alınmış oldu;
5. Sonrakı təcrübələr göstərdi ki, Vavilov-Çerenkov şüalanması müəyyən istiqamətdə baş verir, yəni o,  $\gamma$ -şüaların istiqaməti ilə müəyyən bucaq əmələ gətirməklə yalnız irəliyə buraxılır. Lüminessensiya zamanı isə işıq bütün istiqamətlərdə bərabər şüalanır.

Məhz bu sonuncu xassə Vavilov-Çerenkov şüalanmasının mühitdə işığın sürətindən böyük sürətlə təcilsiz hərəkət edən elektron tərəfindən baş verdiyinə əsaslanan düzgün izahını vermək üçün əsas rol oynadı. Vavilov-Çerenkov şüalanmasının klassik nəzəriyyəsi 1937-ci ildə İ. Y. Tamm və İ. M. Frank tərəfindən, kvant nəzəriyyəsi isə 1940-cı ildə V. L. Qinzburq tərəfindən enerji və impulsun saxlanması qanunlarına əsasən yaradılmışdır. Çerenkov, Tamm və Frank bu sahədə elmi nailiyyətə görə 1958-ci ildə Nobel mükafatına layiq görülmüşdür.



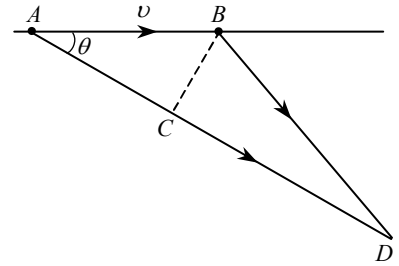
**Шякил 15.4.**

Elektron mühitdə böyük sürətlə hərəkət edərkən elektromaqnit dalğasının şüalanmasını keyfiyyətcə aşağıdakı kimi izah etmək olar. Sadəlik naminə fərz edək ki, elektron sərt mühitdə, məsələn şüşədə, hərəkət edir. Mühitin molekullarının kürə şəklində olduğunu fərz edək. Əgər elektron bu mühitdə, məsələn. AB düz xətti boyunca hərəkət edirsə (şəkil 15.4a), onda elektron bu düz xətt üzərindəki hər hansı P nöqtəsində olduqda onun ətrafında mühit polyarlaşacaqdır. Belə ki, molekullar elə deformasiya olunacaq ki,

onların müsbət yüklü hissəsi hərəkət edən elektron tərəfdə, mənfi yüklü hissəsi isə əks tərəfdə yerləşsin. Başqa sözlə, molekullar özlərini  $P$  nöqtəsinə nisbətən müəyyən qayda ilə yönəlmiş elementar dipollar kimi aparacaqdır. Elektron öz trayektoriyası üzrə  $P$  nöqtəsindən digər  $P'$  nöqtəsinə keçdikdə  $P$  nöqtəsində polyarlaşma itir ki, bu da qısa müddətli elektromaqnit impulsunun şüalanmasına səbəb olur. Bu zaman  $PP'$  oxuna nəzərən polyarlaşmanın tam simmetriyasına əsasən aydındır ki,  $P$  nöqtəsindən böyük məsafələrdə sahə, və deməli, şüalanma mövcud olmayacaqdır.

Yuxarıdakı mülahizələr zamanı nəzərə almaq lazımdır ki, polyarlaşmanın itməsi bir an içində deyil, müəyyən zaman müddəti (relaksasiya müddəti) ərzində baş verir. Əgər elektronun sürəti işığın mühitdəki sürətinə yaxındırsa, onda mühitin polyarlaşmasının simmetriyası pozulacaqdır (şəkil 15.4b). Belə ki, elektronun əvvəlcə olduğu oblastda polyarlaşma itməyə macal tapmamış  $P$  nöqtəsi olan oblastda polyarlaşma artıq baş vermiş olur. Simmetriyanın pozulması isə o deməkdir ki, elektronun yolu boyunca hər bir nöqtədə ani elektromaqnit impulsu yaranır və bu da öz növbəsində böyük məsafələrdə sahə yaradır. Lakin bu kompensə olunmamış ani impulslardan fəzada yayılan dalğanın əmələ gəlməsi üçün elektronun trayektoriyasının müxtəlif nöqtələrində yaranan impulslar arasında müəyyən koherentlik şərti ödənməlidir.

İndi isə fərz edək ki, elektron (və ya hər hansı yüklü zərrəcik) bircinsli mühitdə sabit  $v$  sürətilə hərəkət edir. Hərəkət edən elektronun sahəsi mühiti təşkil edən atom və molekulları həyəcanlandırır və onlar elektromaqnit dalğaları şüalandıran mənbələr olurlar. Elektronun təcilsiz hərəkəti zamanı bu dalğalar koherentdirlər və öz aralarında interferensiya edə bilirlər. Elektronun  $v$  sürəti işığın mühitdəki  $v_{faza}=c/n$  faza sürətindən böyük olduqda müxtəlif zaman anlarında (yəni, trayektoriyanın müxtəlif nöqtələrində) elektronun buraxdığı dalğalar, müəyyən şərtlər ödəndikdə, müşahidə nöqtəsinə eyni vaxtda gələ bilər. Doğrudan da fərz edək ki, elektron  $t_1$  zaman anında  $A$ ,  $t_2$  zaman anında isə  $B$  nöqtəsindən keçmişdir (şəkil 15.5).  $AB$  məsafəsini elektron  $t_2-t_1=AB/v$  zaman müddəti ərzində keçmişdir.  $D$  müşahidə nöqtəsinə  $A$  və  $B$  nöqtələrindən dalğalar, uyğun olaraq,  $t_1+AD/v_{faza}$  və  $t_2+BD/v_{faza}$  zaman anlarında gəlmiş olar. Bu zamanların fərqi



Шякил 15.5.

$$\Delta t = (t_2 - t_1) - \frac{AD - BD}{v_{faza}} = \frac{AB}{v} - \frac{AD - BD}{v_{faza}} \quad (15.1)$$

olar. Əgər  $D$  nöqtəsi kifayət qədər uzaqdadırsa, onda  $AD - BD \approx AC = AB \cos \theta$  yaza bilərik. Onda (15.1) əvəzinə

$$\Delta t = AB \left( \frac{1}{v} - \frac{\cos \theta}{v_{faza}} \right) \quad (15.2)$$

alırıq. Şərtə görə  $v > v_{faza}$  olduğundan aydındır ki,  $\Delta t = 0$  olması, yəni  $A$  və  $B$  nöqtələrindən dalğaların  $D$  nöqtəsinə eyni vaxtda çatması üçün



$$\cos \theta = \frac{v_{faza}}{v} = \frac{c}{nv} = \frac{1}{n\beta} \quad (15.3)$$

şerti ödənməlidir. Burada  $\beta = v/c$  işarə edilmiş və  $n = c/v_{faza}$  mühitin mütləq sındırma əmsəlidir. (15.3) şərti ödəndikdə,  $AB$  düz xətt parçasının uzunluğundan asılı olmayaraq, bütün dalğalar  $D$  nöqtəsinə eyni vaxtda gələcək və bu halda interferensiya zamanı onlar bir-birini gücləndirəcəkdir. Qalan bütün hallarda elektronun yolunu elə parçalara bölmək olar ki, bu parçaların hər birinin kənar nöqtələrindən  $D$  nöqtəsinə gələn dalğaların yollar fərqi  $\lambda$ -ya bərabər olsun. Belə parçaların bütün nöqtələrindən gələn dalğalar interferensiya nəticəsində bir-birini söndürəcəkdir. Deməli, mühitin elektronun hərəkət yolunda yerləşən bütün nöqtələrindən gələn dalğalar da bir-birini söndürəcəkdir. Beləliklə, elektron (daha dəqiq desək, elektronun hərəkət etdiyi mühit) istənilən istiqamətdə deyil, yalnız (15.3) şərti ilə təyin olunan istiqamətdə elektromaqnit dalğası şüalandıracaqdır.

Bir daha qeyd edək ki, nəzəriyyənin əsas nəticəsi olan (15.3) ifadəsindən görüldüyü kimi, şüalanma yalnız  $\beta n > 1$ , yəni  $v > v_{faza} = c/n$  şərti ödəndikdə baş verə bilər.  $\beta n = 1$  şərti isə şüalanmanın baş verə biləcəyi astana enerjisini təyin edir ki, bu enerji də mühitin  $n$  mütləq sındırma əmsəlinə asılıdır.

Sonralar müəyyən edildi ki, protonların, mezonların və digər yüklü zərrəciklərin böyük sürətli hərəkəti zamanı da mühitin işıqlanması baş verir.

Yuxarıdakı mülahizələrdən aydın olur ki, (15.3) düsturuna işığın mühitdə yalnız  $v_{faza}$  faza sürəti daxil olmalıdır. Çünki rəqslərin fazası və onunla birlikdə interferensiya zamanı dalğaların bir-birini gücləndirməsi şərti məhz faza sürəti ilə təyin olunur. (15.3) düsturundan görünür ki,  $n(\omega) < 1/\beta$  şərtini ödəyən  $\omega$  tezlikli dalğaların şüalanması qeyri-mümkündür. Ona görə də işığın dispersiyası nəticəsində (15.3) şərtinin ödənmədiyini qısa dalğalar üçün Vavilov-Çerenkov şüalanmasının spektri qırılır. Məsələn, xüsusi halda rentgen şüaları üçün  $n < 1$  olduğundan, rentgen dalğalarının Vavilov-Çerenkov şüalanması baş verə bilməz.

Əgər elektronun mühitdə hərəkəti sırf təcilsizdirsə, onda şüalanma yalnız (15.3) şərti ilə təyin olunan konusun səthi üzrə baş verərdi. Lakin hərəkətin dəyişən sürətli olması sayəsində bu səthin yayılması baş verir. Lakin hətta belə yayılmanın olmasına baxmayaraq şüalanmanın istiqamətlənmiş olması onu göstərir ki, mühitin elektron tərəfindən həyəcanlandırılan atom və molekullarının elektronun bütün hərəkət yolu boyunca olmasa da, hər halda bu yolun işıq dalğasının uzunluğu tərtibində olan həssəsində şüalanması koherentdir. Deməli, baxılan hadisə mühitin atomar quruluşundan praktik olaraq asılı deyil və makroskopik elektromaqnit nəzəriyyəsi çərçivəsində öyrənilə bilər. Tamm və Frank məsələyə məhz bu cür yanaşmışlar. Onlar müəyyən etmişlər ki, elektronun  $v$  sürətinin işıq rəqslərinin  $T(\omega) = 2\pi/\omega$  periodu ərzində dəyişməsi işığın mühitdəki  $v_{faza}(\omega)$  faza sürətinə nisbətən çox kiçik olduqda, yəni

$$T(\omega) \left| \frac{dv}{dt} \right| \ll v_{faza}(\omega) \quad (15.4)$$

şerti ödəndikdə mayelərdə və bərk cisimlərdə Vavilov-Çerenkov şüalanmasına elektronun enerji itgisi hər santimetr yolda bir neçə min elektron-volt tərtibində olur ki, bu da digər səbəblər üzündən enerji itgiləri ilə müqayisədə nəzərə alınmayacaq dərəcədə azdır.

Aydındır ki, elektronun şüalanması onun tormozlanmasına səbəb olur. Elektronun təcillə hərəkəti özlüyündə şüalanmaya gətirir. Lakin yuxarıda deyilənlərdən görünür ki,

bu şüalanmanın Vavilov-Çerenkov şüalanmasını müəyyən edən interferensiya ilə heç bir əlaqəsi yoxdur. Belə ki, əgər elektrona onu tormozlayan bütün qüvvələri tarazlaşdıran qüvvə tətbiq edilsə, elektronun təcili olmaz, lakin Vavilov-Çerenkov şüalanması yenə də baş verir. Mühitdə işığın faza sürətindən böyük sürətlə təcilsiz (bərabərsürətli) hərəkət edən elektronun elektromaqnit dalğası şüalandırmasını məhz belə başa düşmək lazımdır.

Aydındır ki, (15.3) şərtinə əsasən, Vavilov-Çerenkov şüalanması təpə bucağı  $2\theta$  olan konusun səthi üzrə baş verməlidir və ona görə də bu şüalanmanı qeydə alan fotolövhdə konusun bu fotolövhe ilə kəsiyi, yəni dairəvi həlqə alınmalıdır. Təcrübələr zamanı bu həlqə kəskin xətt kimi deyil, müəyyən sonlu enə malik həlqə kimi alınır. Buna səbəb odur ki, müxtəlif uzunluğa malik dalğalar üçün  $n$  sınıma əmsalının qiyməti müxtəlif olduğundan, konusun səthi üzrə yayılan işıq dəstəsi mühitin öz daxilində spektral parçalanmaya (dispersiya) məruz qalır. Ona görə də həlqənin daxili hissəsi qırmızı, kənar hissəsi isə bənövşəyi rəngdə olmalıdır. Təcrübələr zamanı alınmış rəngli fotoşəkillər də bunu sübut edir.

İndi isə işığın foton nəzəriyyəsinə əsasən Vavilov-Çerenkov şüalanmasının izahına baxaq. Fərz edək ki, işıq mənbəyi mütləq sındırma əmsalı  $n(\omega)$  olan izotrop mühitdə hərəkət edir. Bu halda işığın buraxılması zamanı enerji və impulsun saxlanması qanunlarını, eynilə mənbəyin vakuumda hərəkəti üçün olduğu kimi, həmin işarələri saxlamaqla, (13.31) və (13.32) düsturları ilə yazmaq olar. Aydındır ki, biz baxılan mühitin sükunətdə olduğu hesablama sistemindən istifadə edirik. Qeyd edək ki, yalnız saxlanma qanunları vasitəsilə işığın buraxılması və ya buraxılmaması məsələsini həll etmək olmaz. Bu məqsədlə daha mükəmməl elektrodinamika tənliklərindən istifadə etmək lazımdır. Lakin saxlanma qanunları ödənmirsə, şüalanma qeyri-mümkündür. Beləliklə, saxlanma qanunları hadisənin mexanizmini açmır, onların ödənməsi şüalanma üçün yalnız zəruri, lakin kafi olmayan şərtidir.

Mühitdə enerji ilə impuls arasındakı əlaqəni  $P_s = nE_s/c$  kimi yazaraq (13.31) və (13.32) tənliklərinin E13-də çevrilməsinə oxşar çevrilmələr apararaq

$$E_0^2 - E_0'^2 = E_u^2(n^2 - 1) - 2EE_u(\beta n \cos \theta - 1) \quad (15.5)$$

ifadəsini alırıq. Burada  $\theta$ -mənbəyin hərəkət istiqaməti ilə şüanın istiqaməti arasındakı bucaqdır. Gözlənilməli kimi,  $n=1$  olduqda (15.5) ifadəsindən (13.35) düsturu alınır. Lakin vakuumdakından fərqli olaraq (15.5) tənliyində nəzərə alınır ki, baxılan hadisədə təkə şüa buraxan atom və şüalanmanın özü deyil, həm də atomun hərəkət etdiyi mühit iştirak edir. Mühitin iştirakı fenomenoloji olaraq onun sındırma əmsalı vasitəsilə nəzərə alınır.

(15.5) tənliyini hərəkət zamanı daxili halı dəyişməyən, yəni həmişə eyni bir kvant halında yerləşən zərrəciyin hərəkətinə tətbiq edək. Əgər zərrəcik dayanıqlıdırsa və onun ətraf mühitlə qarşılıqlı təsir enerjisi bu zərrəciyi yüksək enerjili hala keçirmək üçün kifayət deyildirsə, onda həmin zərrəciyin daxili halı həmişə dəyişməz qalacaqdır. Məsələn, elektronun, protonun və hətta hərəkət zamanı parçalanmayan və ya hər hansı digər çevrilməyə məruz qalmayan dayanıqsız elementar zərrəciyin hərəkəti zamanı bu şərt ödənəcəkdir. Bütün belə hallarda zərrəciyi bəsit (quruluşsuz) hesab edərək onun daxili sərbəstlik dərəcələrini nəzərə almamaq olar. Zərrəciyin  $m_0$  sükunət kütləsi və  $E_0 = m_0 c^2$  sükunət enerjisi hərəkət zamanı sabit qalır. Ona görə də (15.5) tənliyində  $E_0' = E_0$  yazmaq olar. Onda, işığın buraxılması həqiqətən baş verirsə, yəni  $E_s \neq 0$  olarsa,

$$E_s(n^2 - 1) - 2E(\beta n \cos \theta - 1) = 0 \quad (15.6)$$

alarıq.  $E = E_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$  olduğunu nəzərə alsaq

$$E_u = \frac{2E_0}{(n^2 - 1)\sqrt{1 - \beta^2}} (\beta n \cos \theta - 1) \quad (15.7)$$

və buradan

$$\cos \theta = \frac{1}{\beta n} + \frac{(n^2 - 1)\sqrt{1 - \beta^2}}{2\beta n} \cdot \frac{E_u}{E_0} \quad (15.8)$$

olar.

Əgər zərrəcik bir kvant buraxmışdırsa,  $E_s = \hbar \omega$  olar və (15.8) düsturu aşağıdakı şəkllə düşər:

$$\cos \theta = \frac{1}{\beta n(\omega)} + \frac{[n^2(\omega) - 1]\sqrt{1 - \beta^2}}{2\beta n(\omega)} \cdot \frac{\hbar \omega}{E_0} \quad (15.9)$$

(15.9) düsturunun sağ tərəfindəki ikinci hədd  $\hbar \omega$  kvantını buraxarkən şüalanan hissəciyin təpməsini nəzərə alır. Bu hədd vahidə nisbətən çox kiçik olduqda onu nəzərə almamaq olar ki, onda

$$\cos \theta = \frac{1}{\beta n(\omega)} \quad (15.10)$$

klassik (15.3) düsturu alınır.

(15.10) düsturundan görünür ki,  $\cos \theta > 1$ , yəni işıq yalnız irəliyə doğru buraxıla bilər.  $\omega$  tezlikli işığın buraxılması üçün  $\beta n(\omega) > 1$  şərtinin ödənməsi zəruridir. Bu şərt (15.9) düsturundan da alınır. Çünki bu düsturun sağ tərəfindəki hər iki hədd həmişə müsbətdir. Əgər  $n(\omega) = c/v_{faza}$  düsturuna əsasən işığın mühitdə faza sürəti anlayışını daxil etsək, onda

$$v > v_{faza} \quad (15.11)$$

şərti alınır. Bu isə o deməkdir ki, mühitdə hərəkət edən zərrəcimə işıq buraxması üçün onun  $v$  sürəti işığın bu mühitdəki  $v_{faza}$  faza sürətindən hökmən böyük olmalıdır. Buradan aydın olur ki, vakuumda hərəkət edən zərrəciyin işıq buraxması mümkün deyildir. Çünki işığın vakuumda sürəti  $v_{faza} = c$  olduğundan, zərrəciyin hərəkət sürəti nisbilik nəzəriyyəsinə görə  $v > c$  ola bilməz. Qeyd edək ki, zərrəcik işığın buraxılması üçün lazım olan enerjini öz kinetik enerjisinin azalması hesabına əldə edir. Çünki şərtə görə işıq buraxılarkən zərrəciyin daxili halı dəyişməz qalır. Bu səbəbdən də zərrəciyin hərəkəti yavaşdır. Lakin bunula əlaqədar olaraq yaranan təcil özlüyündə hadisənin mexanizminə təsir etmir. Məhz bu mənada deyirlər ki, (15.11) şərti ödəndikdə yüklü zərrəciyin mühitdə təcilsiz (bərabərsürətli) hərəkəti zamanı da işığın buraxılması mümkündür.

İndi isə şüalanan zərrəciyin hərəkət zamanı daxili halının dəyişdiyini fərz edək. Buna misal olaraq hərəkət edən atomu və ya ionu göstərmək olar. Bu halda işığın buraxılması atomun daxili enerjisinin və kinetik enerjisinin hesabına baş verir. E13-də olduğu kimi, sükunətdə olan atomun şüalandırdığı işığın tezliyini  $\omega$ , hərəkət edən atomun buraxdığı işığın tezliyini isə  $\omega'$  ilə işarə edək. Bundan başqa

$$E_0^2 - E_0'^2 = (E_0 + E_0')(E_0 - E_0') = [2E_0 - (E_0 - E_0')](E_0 - E_0') \quad (15.12)$$

olduğunu (15.5)-də nəzərə alaraq və sadəlik naminə  $E_s^2$  və  $(E_0 - E_0')^2$  kiçik kəmiyyətləri

nəzərə almayaq. Bu kəmiyyətlər  $\hbar^2$  ilə mütənəsb olduğu üçün çox kiçikdirlər. Deməli, bizim istifadə etdiyimiz yaxınlaşmada  $\hbar$  ilə düz mütənəsb olan hədlər saxlanır,  $\hbar^2$  ilə düz mütənəsb olan hədlər isə nəzərə alınmır. Məhz bu yaxınlaşma sayəsində son ifadələrdə  $\hbar$  Plank sabiti qalmır və Dopler effekti üçün klassik nəticə alınır. Beləliklə, (15.12)-ni (15.5)-də yazaraq və  $E = E_0/\sqrt{1-\beta^2}$  olduğunu nəzərə alaraq aşağıdakı klassik ifadəni yaza bilərik /bax:(13.36)/:

$$E_u = \frac{(E_0 - E'_0)\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \beta n \cos\theta}. \quad (15.13)$$

Burada aşağıdakı kimi üç hal ola bilər:

1.  $1 - \beta n = 1 - \frac{v}{v_{faza}} > 0$ , yəni mənbəyin sürəti işığın mühitdəki faza sürətindən

kiçikdir. Bu halda  $1 - \beta n \cos\theta > 0$  və (15.13) ifadəsində kəsrin məxrəci müsbət işarəlidir. Şüalanma zamanı həmişə  $E_s > 0$  olduğundan, deməli, şüalanmanın baş verməsi üçün hökmən  $E_0 - E'_0 > 0$  olmalıdır, yəni şüalanma nəticəsində atom daha yüksək enerji səviyyəsindən daha aşağı enerji səviyyəsinə keçməlidir. Məsələn, xüsusi misal kimi qeyd edək ki, baxılan halda həyəcanlanmamış atom şüa buraxa bilməz. (15.13) ifadəsində enerjiden tezliyə keçmək üçün  $E_s = \hbar\omega'$  və  $E_0 - E'_0 = \hbar\omega$  yazmaq kifayətdir. Burada nəzərə alınır ki, sükunətdə olan atom  $E_0$  enerjili yuxarı səviyyədən  $E'_0$  enerjili aşağı səviyyəyə keçərkən onun daxili enerjisinin bütün dəyişməsi şüalanmaya sərf olunur. Beləliklə, (15.13) düsturundan

$$\omega' = \frac{\omega\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \beta n \cos\theta} = \frac{\omega\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{v}{v_{faza}} \cos\theta} \quad (15.14)$$

ifadəsi alınır. Göründüyü kimi, (15.14) düsturu vakuum üçün olan uyğun (13.37) düsturundan məxrəcdə işığın vakuumdakı  $c$  sürətinin əvəzinə mühitdə  $v_{faza}$  sürətinin olması ilə fərqlənir. Eninə Dopler effektində ( $\cos\theta=0$ ) isə mühitin heç bir təsiri yoxdur. Bu effekt yalnız zamanın relyavistik ləngiməsi ilə təyin olunur.

2.  $1 - \beta n = 1 - \frac{v}{v_{faza}} < 0$ , yəni mənbəyin sürəti işığın mühitdəki faza sürətindən

böyükdür. V. L. Qinzburq və İ. M. Frankın göstərdiyi kimi, bu halda anomal (ışq sürətindən böyük) Dopler effekti baş verir. Burada iki hal mümkündür:

a) İşığın buraxılması elə  $\theta$  bucağı altında baş verir ki, (15.13) ifadəsində məxrəc müsbət olsun, yəni  $\cos\theta < 1/\beta n$ . Başqa sözlə, şüalanma Çerenkov konusundan, yəni  $\cos\theta = 1/\beta n$  şərti ilə təyin olunan konusdan kənara doğru istiqamətlənmişdir. Bundan əvvəl baxdığımız 1 halında olduğu kimi, bu halda da şüalanma  $E_0 > E'_0$  olduqda, yəni atom yuxarı enerji səviyyəsindən aşağı enerji səviyyəsinə keçdikdə baş verə bilər. Şüalanan işığın  $\omega'$  tezliyi yenə də (15.14) düsturu ilə təyin olunur.

b) Şüalanma elə  $\theta$  bucağı altında baş verir ki, (15.13) ifadəsində məxrəc mənfi işarəli olsun, yəni  $\cos\theta > 1/\beta n$ . Bu isə o deməkdir ki, şüalanma  $\cos\theta = 1/\beta n$  Çerenkov konusunun daxilində yayılır. Bu halda şüalanmanın baş verməsi üçün  $E_0 < E'_0$  şərti ödənməlidir, yəni şüa buraxan atom aşağı enerji səviyyəsindən yuxarı enerji səviyyəsinə keçmədi, yəni

həyəcanlanmalıdır. Işığın buraxılması və atomun həyəcanlanması onun kinetik enerjisinin hesabına baş verir. Bu halda  $E_0' - E_0 = \hbar\omega$  ifadəsində  $\omega$ , sükunətdə olan atom  $E_0'$  enerjili yuxarı səviyyədən  $E_0$  enerjili aşağı səviyyəyə keçərkən buraxıla biləcək işıq tezliyidir. Bu  $\omega$  tezliyi həm də sükunətdə olan atomun  $E_0$  enerjili aşağı səviyyədən  $E_0'$  enerjili yuxarı səviyyəyə tərs keçidi zamanı uda biləcəyi işığın tezliyinə bərabərdir.  $E_s$  kəmiyyəti yenə də  $E_s = \hbar\omega'$  kimi təyin olunur və ona görə də baxılan hal üçün biz aşağıdakı düsturu alırıq:

$$\omega' = \frac{\omega\sqrt{1-\beta^2}}{\beta n \cos\theta - 1} = \frac{\omega\sqrt{1-\beta^2}}{\frac{v}{v_{faza}} \cos\theta - 1}. \quad (15.15)$$

3.  $1 - \beta n = 1 - \frac{v}{v_{faza}} = 0$ , yəni atom işığın mühitdə faza sürətinə bərabər sürətlə

hərəkət edir. Bu halda, əgər atom yüklüdirsə (ion), Vavilov-Çerenkov şüalanması baş verir.

1904-cü ildə, yəni nisbilik nəzəriyyəsi yaranmamışdan bir il əvvəl A. Zommerfeld vakuumda işıq sürətindən böyük sürətlə hərəkət edən yüklü hissəciyin şüalanması haqqında elmi iş çap etdirmişdi. Lakin bir ildən sonra nisbilik nəzəriyyəsi çap olundu və bu nəzəriyyəyə əsasən, yüklü zərrəciyin vakuumda işıq sürətindən böyük sürətlə hərəkəti mümkün olmadığı üçün Zommerfeldin həmin elmi işi öz mənasını itirmiş hesab olundu və unuduldu. Frank və Tamm Vavilov-Çerenkov şüalanmasının izahını verdikdən sonra Zommerfeldin yuxarıda göstərilən elmi işindən xəbərdar olmuşlar. Bununla əlaqədar olaraq Tamm ona Nobel mükafatı təqdim edilərkən oxuduğu mühazirədə göstərmişdir ki, Vavilov-Çerenkov şüalanmasının mexanizmi həddən artıq sadə imiş. Bu hadisənin mümkünlüyü onun faktik olaraq müşahidə olunduğu vaxtdan xeyli əvvəl klassik elektrodinamika qanunlarına görə asanlıqla əvvəlcədən nəzəri olaraq söylənə bilərdi. Lakin bu ona görə ləngimişdir ki, uzun müddət ərzində fiziklər yüklü zərrəciyin yalnız təcillə hərəkət edərkən şüalana bildiyini və özü də bu hərəkətin sürətinin işıq sürətindən böyük ola bilmədiyini qəbul etmişlər. Lakin başa düşməmişlər ki, maddi cisimlər üçün sürətin maksimal qiyməti dedikdə işığın yalnız vakuumda  $c$  sürəti nəzərdə tutulur. Zərrəciyin mühitdə işığın faza sürətindən böyük sürətlə hərəkət etməsi nisbilik nəzəriyyəsinə zidd deyildir.

Vavilov-Çerenkov şüalanması eksperimental nüvə fizikasında və elementar zərrəciklər fizikasında müxtəlif tətbiqlərə malikdir. Bu şüalanmanın zəif olmasına baxmayaraq işığı qəbulədən cihazların böyük həssaslığı hətta bir dənə yüklü zərrəciyin doğurduğu şüalanmanı qeydə almağa imkan verir. Vavilov-Çerenkov şüalanmasına görə zərrəciyin yükünü, sürətini, hərəkət istiqamətini və tam enerjisini təyin etməyə imkan verən cihazlar yaradılmışdır. Nüvə reaktorunun işinə nəzarət üçün Vavilov-Çerenkov şüalanmasının tətbiqi də praktik əhəmiyyət kəsb edir.

Çerenkov sayğacı adlanan qurğuların iş prinsipi Vavilov-Çerenkov şüalanmasına əsaslanmışdır. Bu sayğacalar, şüalanması fotoçoxaldıcılar vasitəsilə qeydə alınan yüklü relyativistik (böyük sürətli) zərrəciklərin detektorlarıdır. Çerenkov sayğacalarının əsas vəzifəsi eyni impulsa, lakin müxtəlif sürətə malik olan relyativistik zərrəcikləri ayırmaqdan ibarətdir. Məsələn, fərz edək ki, relyativistik protonlardan və  $\pi$ -mezonlardan ibarət olan dəstə eninə bircinsli maqnit sahəsindən keçir. Keçən zərrəciklərin

trayektoriyasının istiqaməti onların yalnız impulsları ilə təyin olunacaq və sürətlərindən asılı olmayacaqdır. Diafraqmaların köməyi ilə eyni impulsa malik olan protonları və  $\pi$ -mezonları ayırmaq olar. Kütlələri fərqli, impulsları isə eyni olduğuna görə  $\pi$ -mezonların  $v_\pi$  sürəti protonların  $v_p$  sürətindən bir qədər böyük olacaqdır. Əgər alınan dəstəni qazın içərisindən buraxsaq və qazın  $n$  mütləq sındırma əmsalını elə seçsək ki,  $v_\pi > \frac{c}{n} > v_p$  şərti

ödənsin. Onda  $\pi$ -mezonlar Vavilov-Çerenkov şüalanması verəcək, protonlar isə bu şüalanmanı verməyəcəkdir. Beləliklə, sayğac yalnız  $\pi$ -mezonları qeyd edəcək, protonları isə qeyd etməyəcəkdir. Sayğacın kamerasındakı qazın təzyiqini dəyişməklə onun  $n$  mütləq sındırma əmsalını dəyişmək olar.

Nəhayət, belə bir məsələni araşdıraraq ki, mühitdə təcilsiz hərəkət edən yüklü zərrəciyin hərəkət sürəti işığın bu mühitdə faza sürətindən kiçik olsa elektromaqnit şüalanması yarana bilərmi? Əgər mühit bircinslidirsə, şüalanma baş verməyəcək. Doğrudan da, hərəkət edən yüklü zərrəcik öz yolunda mühitin atom və molekullarını həyəcanlandıracaq və onlar şüa buraxacaqlar. Lakin interferensiya nəticəsində bu şüalanmalar bir-birini söndürəcəkdir. Çünki zərrəciyin təcilsiz hərəkəti və mühitin bircinsli olması sayəsində bu şüalanmaların amplitudu eyni olacaq, zərrəciyin hərəkət etdiyi məsafə böyüdükcə isə onların fazaları xətti artacaq. Lakin mühit qeyri-bircinslidirsə, onda sönmə olmayacaq və şüalanma baş verəcəkdir. Bu, keçid şüalanması adlanır və onun mümkünliyünü ilk dəfə 1944-cü ildə V. L. Qinzburq və İ. M. Frank göstərmişlər.

Keçid şüalanmasının mənşəyini aşağıdakı misaldən əyani şəkildə başa düşmək olar. Əgər elektron (və ya digər yüklü zərrəcik) ideal metalın müstəvi sərhəddi qarşısında yerləşmişdirsə, onda metaldan xaricdə elektrik sahəsinə elektrondan və bu elektronun metalın səthində "elektrik xəyalından" ibarət olan bir dipolun elektrik sahəsi kimi baxmaq olar. Elektron metala doğru hərəkət etdikdə onun elektrik xəyalı da ona doğru hərəkət edir və dipolun elektrik momenti azalır ki, bunun da nəticəsində şüalanma baş verir. Elektron metalın sərhəddini keçən anda elektronun və onun elektrik xəyalının annihilasiyası baş verir. Buna oxşar olaraq, elektron metaldan vakuuma keçəndə də keçid şüalanması baş verir.

Yüklü zərrəcik iki dielektrikin sərhəddini keçəndə də keçid şüalanmasının yaranması buna oxşar olaraq izah edilə bilər.

Keçid şüalanmasından relyativistik zərrəciklər sayğacında bu zərrəciklərin sürətini təyin etmək üçün istifadə olunur.

## Ə16. Cazibə sahəsində fotonun hərəkəti

Foton nəzəriyyəsi baxımından cazibə sahəsində işığın tezliyinin dəyişməsi və işıq şüasının əyilməsini də izah etmək olar. Bu məqsədlə enerjinin saxlanması qanunundan və fotonun enerjisi ilə tezliyi arasında  $E = \hbar\omega$  münasibətindən istifadə edəcəyik.

Nisbilik nəzəriyyəsinə görə məlumdur ki, enerji ilə kütlə arasında  $E = mc^2$  əlaqəsi vardır və özü də ətalət kütləsi qravitasiya kütləsinə bərabərdir. Bu müddəaları sabit cazibə (qravitasiya) sahəsində yayılan  $E$  enerjisinə malik olan məhdud işıq dəstəsinə tətbiq edək.

Bu qravitasiya sahəsinin potensialı  $\varphi(\vec{r})$  fəzada dəyişə bilər. Işıq  $m = \frac{E}{c^2}$  qravitasiya

kütləsinə malik olduğundan, cazibə sahəsi işıq yayılarkən onun üzərində iş görür. Belə ki, işıq qravitasiya potensialı  $\varphi$  olan nöqtədən qravitasiya potensialı  $\varphi + d\varphi$  olan nöqtəyə keçdikdə işığın enerjisinin dəyişməsi

$$dE = -Gmd\varphi = -\frac{E}{c^2}d\varphi \quad (16.1)$$

olar. Burada  $G$ –ümumdünya cazibə sabitidir. (16.1) ifadəsini 1 nöqtəsindən 2 nöqtəsinə hərəkət üçün inteqrallayaraq

$$\ln \frac{E_2}{E_1} = \frac{G}{c^2}(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (16.2)$$

alarıq. (16.2) ifadəsi ümumi xarakter daşıyır, yəni o, həm klassik fizikada və həm də kvant fizikasında doğrudur. (16.2) ifadəsində hələlik heç bir kvant fərziyyəsi yoxdur. Lakin enerji ilə tezlik arasında kvant nəzəriyyəsiindən məlum olan münasibəti nəzərə alsaq tezliklərin nisbətini tapmaq olar. Doğrudan da, işıq dəstəsinin yalnız bir dənə fotondan ibarət olduğunu fərz etsək və fotonun enerjisinin  $E = \hbar\omega$  olduğunu nəzərə alsaq (16.2) ifadəsindən

$$\ln \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{G}{c^2}(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (16.3)$$

yaza bilərik. Göründüyü kimi, son ifadədə Plank sabiti yoxdur, yəni son nəticə Plank sabitinin ədədi qiymətindən asılı deyildir. Kvant nəzəriyyəsiindən alınan nəticə klassik fizikanın uyğun nəticəsi ilə üst-üstə düşdüyü bütün hallarda məhz belə olmalıdır.

(16.3) ifadəsi cazibə sahəsində işığın tezliyinin necə dəyişməsinə müəyyən edir. Bu düstur ilk dəfə ulduzların cazibə sahəsində spektral xətlərin sürüşməsinə əsaslanmaqla astronomiyada yoxlanmışdır. Messbauer effektindən istifadə etməklə 1960-cı ildə Paund və Rebke həmin düsturu Yer şəraitində də yoxlamışlar. Onların təcrübəsində Yerin cazibə sahəsində işığın şaquli istiqamətdə 19,6 m məsafə keçdiyi zaman tezliyin dəyişməsi ölçülmüşdür.

İndi isə cazibə sahəsində işıq şüasının əyilməsinin necə təyin olunduğuna baxaq. Bu məsələ ilk dəfə 1911-ci ildə Eynşteyn tərəfindən qoyulmuş və ümumi nisbilik nəzəriyyəsi yaranmamışdan qabaq cazibə sahəsi ilə təcilli hərəkətin ekvivalentliyi prinsipinə əsaslanmaqla həll edilmişdir. Lakin həmin məsələnin tam həlli yalnız ümumi nisbilik nəzəriyyəsi çərçivəsi daxilində mümkündür. Bizim aşağıda nəzərdən keçirəcəyimiz mülahizələr formaca kvant nəzəriyyəsi kimi görünsə də, mahiyyətcə klassik fizika təsəvvürlərinə əsaslanır və ümumi nisbilik nəzəriyyəsinin verdiyi nəticədən yalnız sabit vuruqla fərqlənən nəticəyə gətirir.

Fərz edək ki, foton Günəşin və ya  $M$  kütləli digər səma cisminin yanından keçir. Əgər cazibə sahəsi olmasaydı bu foton düzxətli hərəkət edərdi. Foton  $m$  ətalət kütləsinə malikdir və ekvivalentlik prinsipinə görə ətalət kütləsi həmişə qravitasiya kütləsinə bərabərdirsə bu, fotonun relyativistik kütləsidir, çünki onun sükunət kütləsi yoxdur. Ona görə də fotonu Günəşin mərkəzinə doğru yönəlmiş  $GMm/R^2$  ümumdünya cazibə qüvvəsi təsir edəcəkdir. Burada  $R$  – Günəşin mərkəzindən fotonu qədər olan məsafədir. Bu qüvvənin tangensial toplananının təsiri nəticəsində, yuxarıda göstərdiyimiz kimi, işığın tezliyi dəyişir. Həmin qüvvənin normal toplananı isə fotonun trayektoriyasını, yəni şüanı əyir. Məhz buna görə də işıq şüası Günəşin yanından keçdikdə onun mərkəzinə doğru

əyilməlidir (meyl etməlidir). İşıq şüasının bu meyl bucağını hesablayaq. Cazibə sahəsi



olmadıqda şüa  $AB$  düz xətti boyunca yönəlmiş olardı (şəkil 16.1). Sadəlik naminə belə hesab edəcəyik ki, cazibə sahəsində şüa  $AB$  düz xəttindən çox az fərqlənir. Cazibə sahəsində şüanın meyl bucağının tapılması bütün hərəkət müddəti ərzində fotonə təsir edən  $F_n$  normal qüvvənin  $\int F_n dt$  impulsunun hesablanması məsələsinə gətirilir. Bu inteqral fotonun həqiqi trayektoriyası boyunca hesablanmalıdır. Lakin baxılan halda həyəcanlaşma metodunu tətbiq etmək, yəni inteqralı hesablayarkən fotonun həqiqi trayektoriyasını ondan çox az fərqlənən həyəcanlanmamış düzxətli  $AB$  trayektoriyası ilə əvəz etmək olar. Fərz edək ki, həyəcanlanmamış şüa Günəşin kənarına toxunaraq keçir. Onda 16.1 şəklindən görüldüyü kimi,

$$F_n = G \frac{Mm}{R^2} \cos \theta = G \frac{Mm}{r^2} \cos^3 \theta,$$

$$x = r \operatorname{tg} \theta, dx = \frac{r}{\cos^2 \theta} d\theta$$

ifadələrini yazmaq olar. Burada  $r$  – Günəşin radiusudur. Deməli,

$$\int F_n dt = \int F_n \frac{dx}{c} = \frac{GMm}{cr} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos^3 \theta d\theta = \frac{2GMm}{cr} \quad (16.4)$$

bu qüvvə impulsu fotonun impulsunun dəyişməsinə bərabər olmalıdır. Baxılan halda fotonun impulsunun ədədi qiyməti sabit qalır, yalnız istiqaməti dəyişir. Fotonun impulsunun istiqamətinin bu dəyişməsi kiçik  $\alpha$  bucağı qədər olsa, onda impulsun dəyişməsi  $mc\alpha$  kimi təyin olunur. Onda

$$\frac{2GMm}{cr} = mc\alpha \quad \text{və ya} \quad \alpha = \frac{2GM}{c^2 r} \quad (16.5)$$

alırıq. Aydındır ki, (16.5) düsturu ilə təyin olunan  $\alpha$  bucağı fotonun hərəkət trayektoriyasının, yəni işıq şüasının meyl bucağına bərabərdir. Qeyd edək ki, ümumi nisbilik nəzəriyyəsi bu meyl bucağı üçün 2 dəfə çox olan qiymət verir.

$$\Phi = \frac{4GM}{c^2 r} \quad (16.6)$$

Bu düsturdan Günəş üçün  $\Phi=1,75''$  qiyməti alınır ki, bu da təcrübədən tapılmış qiymətə uyğun gəlir.

## Ə17. Işığın kimyəvi təsiri

Fotokimya hadisələri, yəni işığın təsiri altında baş verən kimyəvi reaksiyalar da işığın foton nəzəriyyəsinə əsaslanmaqla izah oluna bilər. Doğrudan da, reaksiya işığın müəyyən minimum tezliyində baş verir və reaksiyanın baş verməsi üçün molekul həmin tezlikli enerji kvantını (fotonu) udmalıdır.

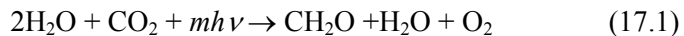
Işığın təsiri ilə kimyəvi çevrilmələr hələ XVIII əsrdə məlum idi və o vaxtdan etibarən sisteməlik olaraq elmi baxımdan tədqiq edilir. Fotokimyəvi çevrilmələr çox müxtəlifdir. Məsələn, işığın təsiri nəticəsində maddənin polimerləşməsi, yəni ilkin məhsulun molekul və ya atomlarından təşkil olunmuş iri kompleks molekulaların əmələ gəlməsi mümkündür. Buna misal olaraq işığın təsiri altında sarı rəngli fosforun qırmızı fosforə çevrilməsini

göstərmək olar. Fosforun qırmızı modifikasiyası sarı fosfordan bir sıra fiziki və kimyəvi xassələrinə görə fərqlənir. Sarı fosforu qısa dalğa uzunluğuna malik olan işıqla uzun müddət işıqlandırdıqda o, qırmızı fosfora çevrilir. Maraqlıdır ki, fosforun polimerləşməsinə işığın təsiri olmadan, məsələn, qızdırmaq yolu ilə və ya müəyyən kimyəvi reaksiyalar nəticəsində də almaq olar.

İşığın təsiri ilə, polimerləşmənin əksinə olaraq, mürəkkəb molekulların öz tərkib hissələrinə ayrılması da müşahidə olunur. Məsələn, ammoniyakın (NH<sub>3</sub>) azot və hidrogenə, gümüş bromidin (AgBr) gümüş və bromu ayrılması işığın təsiri ilə baş verə bilər. Bundan başqa işığın təsiri ilə mürəkkəb molekulların yaranması da baş verir. Məsələn, xlor və hidrogen qazlarının (Cl<sub>2</sub> və H<sub>2</sub>) qarışığını işıqlandırdıqda partlayışla müşayiət olunan dərəcədə sürətlə gedən reaksiya nəticəsində hidrogen xlorid (HCl) molekulu yaranmasını buna misal göstərmək olar.

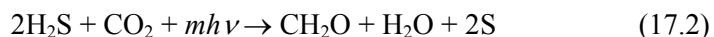
Fotokimyəvi reaksiyalardakı elementar proses, maddənin molekulu tərəfindən düşən işıq fotonunun udulmasından və işığı udmuş molekulu kimyəvi çevrilməsindən ibarət olur.

Fotokimyəvi proseslər zamanı ən fəal olan qısa dalğalı göy, bənövşəyi şüalardır. Bunun da səbəbi aydındır: Həmin şüaların fotonlarının enerjisi daha çoxdur. Bir çox fotokimyəvi reaksiyalar təbiətdə və texnikada çox mühüm rol oynayır. Bitkilərin yaşıl hissəsində işığın təsiri altında karbon turşusunun fotokimyəvi parçalanması daha mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Bu reaksiya Yer planetində üzvi həyatın uzun müddət mövcud olmasının əsas səbəblərindən olan prosesi, yəni karbonun dövr etməsi prosesini təmin etdiyi üçün çox böyük əhəmiyyət kəsb edir. Heyvanların və bitkilərin tənəffüsü nəticəsində fasiləsiz olaraq karbonun oksidləşməsi baş verir, yəni CO<sub>2</sub> qazı yaranır. Karbonun ayrılması və onun orqanizm tərəfindən mənimsənilməsi üçün yararlı formaya çevrilməsi kimi tərs proseslər isə fotokimyəvi proseslərdir. İşığın təsiri ilə ali bitkilərdə və təkhüceyrəli orqanizmlərdə karbon turşusu aşağıdakı sxem üzrə əmələ gəlir:



sonra isə CH<sub>2</sub>O qarışığa aldehidi polimerləşərək n(CH<sub>2</sub>O) → C<sub>n</sub>H<sub>2n</sub>O<sub>n</sub> molekullarının, yəni karbohidratların yaranmasına səbəb olur. Karbohidratlara bir sıra şəkərlər də aiddir ki, onlar sonrakı çevrilmələrdə nişasta və bitki toxumalarını təşkil edən digər mühüm birləşmələr verə bilər. Bu növ fotosintez mürəkkəb molekulyar komplekslərdə baş verir və bir sıra ardıcıl, lakin hələlik tam aydın olmayan proseslərdən ibarətdir. İşığın bilavasitə iştirak etdiyi ilkin proses (fotosintezin işıq mərhələsi) fotonun pigmentlərdə (xlorofil və s.) udulmasından ibarətdir. Həyəcanlanma enerjisi molekulyar zəncir boyunca yayılaraq (eksitonlar) bir sıra kimyəvi reaksiyaların baş verməsinə səbəb olur (fotosintezin qaranlıq mərhələsi). CO<sub>2</sub> molekulu parçalanma enerjisi 110 kkal/mol (yəni, hər molekulu üçün 5 eV) olduğundan bir dənə CH<sub>2</sub>O molekulu fotosintez üçün dalğa uzunluğu 700 nm olan ən azı üç dənə foton tələb olunur ki, bu da xlorofilin maksimal udmasına uyğun gəlir. Beləliklə, aydın olur ki, fotosintez doğrudan da çoxpilləli prosesdir. Həqiqətdə isə udulan fotonların sayı daha çox və bəzi hallarda səkkizdən də artıq olur.

Bir sıra bitkilərdə digər fotokimyəvi reaksiyalar baş verir. Məsələn, bəzi bakteriyalar üçün oksigen zəhərləyici təsir göstərdiyindən su əvəzinə aşağıdakı sxem üzrə hidrogen sulfid (H<sub>2</sub>S) istifadə olunur:



Bu reaksiya nəticəsində qarışığa aldehidi və kükürd ayrılır. Azotun fotokimyəvi ayrılması

da təbiətdə böyük rol oynayır.

Artıq çoxdan başa düşmüşlər ki, işığın kimyəvi təsiri onun udulması ilə əlaqədardır və yalnız udulan işıq kimyəvi təsir yarada bilər. Senabye (1782), Bunzen və Rosko (1855) və digər alimlərin apardığı tədqiqatlar nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, fotokimyəvi reaksiya verən maddənin miqdarı  $Q$ , udulan  $\Phi$  işıq seli və  $t$  işıqlanma müddəti ilə, yəni udulan işıq enerjisi ilə düz mütənasibdir:

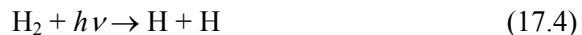
$$Q = k\Phi t \quad (17.3)$$

Burada  $k$  mütənasiblik əmsalı olub, baş verən fotokimyəvi reaksiyanın təbiətindən asılıdır. Beləliklə,  $k$  əmsalının ədədi qiyməti udulan hər vahid işıq enerjisinə (məsələn, 1 *Coula*) düşən fotokimyəvi reaksiya verən maddə miqdarını təyin edir.

(17.3) ifadəsi fotokimyəvinin əsas qanunu adlanır.

Fotokimyəvi proseslərin kəmiyyətcə tədqiqi belə bir faktla əlaqədar olaraq xeyli çətinləşir ki, işığın təsiri ilə baş verən ilkin proses sırf kimyəvi xarakter daşıyan çoxlu sayda əlavə (ikinci) reaksiyalarla müşayiət olunur. Aydın ki, yalnız ilkin proses udulan işığın enerjisi hesabına baş verir; sonrakı bütün əlavə (ikinci) proseslərdə baş verən çevrilmələr kimyəvi çevrilmələrdir, yəni atomların qarşılıqlı yerləşməsinin və deməli, sistemin daxili enerjisinin dəyişməsi ilə əlaqədar olan çevrilmələrdir.

Əlavə proseslərin mövcudluğu müxtəlif fotokimyəvi proseslərin sürətlərinin müxtəlif olmasını, yəni bir reaksiyadan digərinə keçdikdə (17.3) ifadəsindəki  $k$  mütənasiblik əmsalının qiymətinin min və hətta yüz min dəfələrlə dəyişməsinə başa düşməyə imkan verir. İşığın təsirini fərqləndirən qanunauyğunluqları, əlbəttə, fotokimyəvi proses adlandırılan ilkin prosesdə axtarmaq lazımdır. 1905-ci ildə işıq kvantları hipotezini irəli sürən Eynşteyn fotokimyəvi (ilkin) proseslər üçün çox sadə olan belə bir qanun təklif etmişdir: hər bir udulan  $h\nu$  kvantına işığı udan bir dənə molekulun çevrilməsi uyğun gəlir. Bu, bəzən ekvivalentlik qanunu da adlanır. Bu qanunun təcrübədə yoxlanması yalnız elə reaksiyalar üçün mümkündür ki, həmin reaksiyalarda ilkin və əlavə (ikinci) prosesləri bir-birindən ayırmaq mümkün olsun və ya əlavə proseslər heç baş verməsin. Təbiidir ki, sürətlə gedən reaksiyalarda əlavə proseslərin rolu daha böyükdür. Məsələn, hidrogen xloridin ( $\text{HCl}$ ) partlayışla gedən yaranması prosesində ilkin proses yalnız xlorun parçalanmasından ibarətdir. Məlumdur ki, hidrogen ( $\text{H}_2$ ) və xlor ( $\text{Cl}_2$ ) qazlarının qarışığı qaranlıqda uzun müddət qala bilər. Lakin bu qarışığın kifayət qədər yüksək tezlikli işıqla, hətta zəif işıqlandırılması zamanı partlayış baş verir. Bunun səbəbi əlavə proseslər ardıcılığının yaranmasıdır. Hidrogen molekulu ( $\text{H}_2$ ) fotonu udaraq dissosiasiyaya uğraya bilər (ilkin reaksiya):



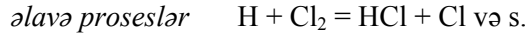
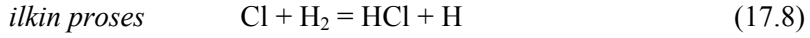
Lakin atomar hidrogen molekulyar hidrogendən xeyli fəal olduğu üçün bu reaksiyadan dərhal sonra ikinci reaksiya baş verir:



Beləliklə, H və Cl atomları ayrılır və onlar  $\text{Cl}_2$  və  $\text{H}_2$  molekulları ilə qarşılıqlı təsirdə olur və s.



Beləliklə, az miqdarda fotonun udulması ilə bir dəfə həyəcanlanan reaksiya çox böyük sürətlə (yəni, partlayış şəklində) davam edir. Bu zəncirvari reaksiyanı aşağıdakı kimi də yazmaq olar:



Belə zəncirvari reaksiyalarda zəncir çox uzun (milyonlarla həlqədən ibarət) ola bilər. Lakin hər hansı təsadüfi aşqar və ya qabın divarı ayrılmış hidrogeni (və ya xloru) zəbt edərsə, zəncir qırılır və reaksiya dayanır. Qarışığa xlor və ya hidrogen atomlarını hərisliklə zəbt edən hər hansı maddə əlavə etməklə, zəncirvari reaksiyanın inkişafını süni surətdə ləngitmək olar. Bu cür akseptor maddənin tətbiq olunması reaksiyanın yavaş tempə (kiçik sürətlə), yəni partlayışsız getməsinə imkan verir. Əlavə proseslərin bu qayda ilə aradan qaldırılması və ya əlavə proseslərlə mürəkkəbləşməyən reaksiyaların öyrənilməsi nəticəsində yuxarıda qeyd olunan Eynşteyn qanununu təcrübədə yoxlamış və onun doğru olduğunu göstərmişlər. Udulan monoxromatik işıqın ( $\nu$  tezliyinin) enerjisinin və fotokimyəvi reaksiya verən maddənin miqdarının ölçülməsini tələb edən belə etibarlı təcrübələr 1916-cı ildə Varburq tərəfindən aparılmışdır. O, işığın təsiri ilə hidrogen bromidin (HBr) parçalanması reaksiyasını öyrənmişdir. Ölçmələr göstərdi ki, udulan işığın hər bir kvantı bir dənə HBr molekulunu parçalayır, yəni reaksiya



tənziminə uyğun surətdə baş verir. Foton nəzəriyyəsinə görə aydındır ki, işığın udulması kimyəvi çevrilmə üçün çox mühüm stimül (rəhn) ola bilər. Doğrudan da, molekul tərəfindən fotonun udulması bu molekula,  $h\nu = \frac{3}{2}kT$  bərabərliyinə uyğun olaraq, on minlərlə dərəcə temperaturda istilik hərəkətinin orta kinetik enerjisinə ekvivalent olan çox böyük miqdar enerji verir.

Aydındır ki, kiçik dalğa uzunluğuna malik olan işıq daha kimyəvi fəal olmalıdır. Eynşteyn qanununa görə bir fotonun udulması bir dənə molekulun çevrilməsinə səbəb olduğundan, ilkin proses (məsələn, işığı udan molekulun dissosiasiyası) üçün tələb olunan  $D$  aktivləşmə enerjisindən böyük  $h\nu$  kəmiyyətinə uyğun olan dalğalar yalnız fəal ola bilər. Eyni zamanda bir molekul tərəfindən iki və daha çox fotonun udulması ehtimalı çox kiçik olduğundan fəal işığın limit tezliyini təyin edən şərt

$$h\nu \geq D \quad (17.10)$$

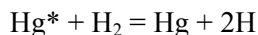
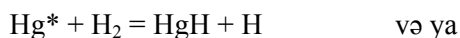
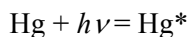
kimi yazıla bilər. Bu şərt və Eynşteynin yuxarıda göstərilən ekvivalentlik qanunu işığın intensivliyi nisbətən kiçik olan hallarda doğrudur. Işıqlanma kifayət qədər böyük olduqda vəziyyət əsaslı şəkildə dəyişir, yəni eyni zamanda iki, üç və daha çox sayda fotonların udulması baş verir. Bunun da nəticəsində tələb olunan  $D$  aktivləşmə enerjisi bir neçə foton tərəfindən verilir və (17.10) şərti təcrübəyə uyğun gəlir. Qeyd edək ki, eyni bir molekul tərəfindən bir neçə fotonun ardıcıl udulması da buna bənzər nəticəyə gətirir. Doğrudan da, fərz edək ki, bir fotonun udulması nəticəsində molekul müəyyən həyəcanlanmış hala keçmişdir və özü də bu fotonun enerjisi aktivləşmə enerjisindən kiçikdir, yəni reaksiya baş verə bilməz. Əgər fotonlar seli kifayət qədər böyükdürsə, onda həyəcanlanmış halda olduğu müddət ərzində molekul daha bir foton udmağa "macal" tapır və enerjisi yüksək olan növbəti hala keçir və s. Bir çox molekullar (məsələn,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{SF}_6$ ,  $\text{BCl}_3$  və s.) üçün onlarla sayda infraqırmızı fotonların ( $\lambda=10 \text{ mkm}$ ) ardıcıl udulması və nəticədə hətta molekulun dissosiasiyası müşahidə edilmişdir.

Molekulların çoxfotonlu həyəcanlanması çox güclü şüalanma ( $10 \text{ MVt/sm}^2$  və daha

çox) tələb edir və yalnız lazerlər yaradıldıqdan sonra mümkün olmuşdur. Lazer şüalarının monoxromatik olması fotokimyəvi reaksiyaları hətta müəyyən dərəcədə idarə etməyə də imkan verir. Çünki bir çox reaksiyaların getməsi üçün molekulun hər hansı bir sərbəstlik dərəcəsini və ya sərbəstlik dərəcələri qrupunu həyəcanlandırmaq lazım gəlir. Qızdırmaqla həyəcanlandırdıqda enerjinin sərbəstlik dərəcələrinə görə bərabər paylanması qanununa görə bütün sərbəstlik dərəcələri həyəcanlanır. Bunun əksinə olaraq, monoxromatik şüa ilə işıqlandırma məhz bizi maraqlandıran kimyəvi reaksiya üçün fəal olan sərbəstlik dərəcəsini həyəcanlandırmağa imkan verir. Bu üsuldən istifadə edərək, kiçik aktivləşmə enerjisi tələb edən reaksiyaların olması nəticəsində qızdırmaq yolu ilə baş verməyən reaksiyaları həyata keçirmək olar. Reaksiya verən işığın intensivliyini dəyişməklə kimyəvi proseslərin getməsi sürətinə nəzarət etmək olar və s. İdarə oluna bilən kimyəvi reaksiyaların həyata keçirilməsi isə kimya texnologiyasında çox mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, (17.10) şərti ödəndikdə ilkin fotokimyəvi reaksiya mümkündür. Bunun üçün isə molekul həmin şərti ödəyən  $\nu$  tezlikli işığı udmalıdır. Əgər  $\nu$  tezliyi udma zolağından kənarında yerləşirsə nə udma, nə də fotokimyəvi reaksiya baş verməyəcəkdir. Lakin belə olan halda, tədqiq olunan maddəyə udma zolağına  $\nu$  tezliyi də daxil olan digər maddəni əlavə etməklə, fotokimyəvi parçalanma prosesini həyata keçirmək olar. Belə ki,  $h\nu$  fotonu bu ikinci maddənin (sensibilizatorun) molekulu tərəfindən udulur və bu molekul öz ehtiyat enerjisini tədqiq olunan maddənin molekulu ilə toqquşarkən ona verir. Bu növ reaksiyalar sensibilizə olunmuş fotokimyəvi reaksiyalar adlanır. Belə reaksiyaların getməsi üçün parçalanmalı olan maddənin molekulu ilə həyəcanlanmış sensibilizator molekulunun toqquşması sensibilizator molekulunun aldığı əlavə enerjini şüalanma (flüorossensiya) və ya hər hansı yolla itirməsindən qabaq baş verməlidir. Ona görə də sensibilizatorun təsir etməsi üçün zəruri şərt onun molekulları ilə tədqiq olunan maddənin molekullarının kifayət qədər tez-tez toqquşmaq imkanının olmasından ibarətdir. Məsələn, reaksiya qazda baş verirsə, təzyiqli kifayət qədər artırmaqla buna nail olmaq mümkündür.

Belə prosesə misal olaraq dalğa uzunluğu  $\lambda=253,7\text{ nm}$  olan işığın təsiri altında hidrogen və oksigendən hidrogen peroksidin ( $\text{H}_2\text{O}_2$ ) alınmasını göstərmək olar. Belə işıq nə hidrogen, nə də oksigen tərəfindən udulmur və onların qarışığında heç bir dəyişiklik törəmə bilməz. Lakin hidrogen və oksigenin qaz qarışığı olan qaba bu dalğa uzunluğuna malik olan işığı çox yaxşı udan civə buxarı daxil etdikdə aşağıdakı sxem üzrə reaksiya baş verir:



Burada  $\text{Hg}^*$  – həyəcanlanmış civə atomunu işarə edir. Sonra isə hidrogen atomlarının oksigenlə reaksiyaya girməsi nəticəsində  $\text{H}_2\text{O}_2$  əmələ gəlir.

Sensibilizatorların iştirakı ilə reaksiyalar geniş yayılmışdır. Məsələn, karbonun assimlyasiya (mənimsənilmə) prosesi bitkilərin bütün yaşıl hissələrinin tərkibinə daxil olan xlorofilin sensibilizator rolu oynadığı fotokimyəvi reaksiyadır. Bundan başqa fotoqrafiya texnikasında da sensibilizatorlardan geniş istifadə olunur.

Texniki cəhətdən ən əhəmiyyətli olan fotokimyəvi reaksiya fotolövhənin və ya fotolentin işığına həssas olan təbəqəsində gedən reaksiyadır.

Hələ 1839-cu ildə müəyyən edilmişdir ki, üzəri gümüş yodid ilə örtülmüş metal lövhə işığın təsirindən dəyişilir. Həmin lövhəyə civə buxarı ilə təsir edilərsə, lövhənin işıq təsir etmiş yerlərində civə, lövhəyə çökür, işıq təsir etməmiş yerləri isə olduğu kimi qalır. Gümüş yodidi hiposulfatda həll edərkən parlaq lövhənin işıq təsir etmiş yerlərində ağ civə amalqaması alınır (amalqama – civə ilə bəzi metalların qatışıqına deyilir). Belə bir lövhəyə müəyyən bucaq altında baxarkən cismin xəyalını görmək olur.

Hal-hazırda işığa həssas olan fotoqrafiya lövhələrini, üzəri gümüş bromidin jelatin (yapışqanlı maddə) içərisindəki emulsiyası ilə örtülmüş şüşədən və sellüloiddən hazırlayırlar. Bu emulsiya quruyarkən işığa daha çox həssas olur. Müasir şəkilçəkmə üsullarına əsasən gecə vaxtı küçə işığında dərhal şəkil çəkmək mümkündür.

Quru gümüş bromidli lövhəni fotoaparatın içərisində qaranlıqda yerləşdirərək obyektiv vasitəsilə onun üzərində cismin həqiqi xəyalını alırlar. Bundan başqa lövhəni, ona az təsir edən zəif qırmızı işıqla işıqlandırılmış otaqda fotoaparatdan çıxarsaq, onun üzərində nəzərə çarpacaq bir dəyişiklik baş vermir. Əgər lövhəni aşkarlayıcı məhlul içərisinə (hidroksinon, metol və s.) daxil etsək, lövhənin işıq təsir etmiş yerlərinin qaraldığını görürük. Lövhənin çox işıqlanmış yerləri daha çox qara olur. Lövhənin işıqlanmamış yerləri isə dəyişilmir, bu yerlərdə rəngsiz gümüş bromid olduğu kimi qalır. Aşkarlama nəticəsində neqativ alınır. Neqativdəki işıqlı yerlər şəkli çəkilən cismin tutqun yerlərinə, qara yerlər isə bu cismin işıqlı yerlərinə uyğun gəlir. Lövhədə alınmış xəyalın sonradan işığın təsiri ilə dəyişilməməsi üçün aşkarlanmış şəkil hiposulfit ( $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ ) məhlulunun içərisinə salınır ki, burada aşkarlama zamanı parçalanmaya uğramamış gümüş bromid həll olunur. Neqativ suda yuyulduqdan sonra qurudulur. Bunun üçün neqativin altına işığa həssas müəyyən tərkibli gümüş təbəqəsi ilə örtülmüş bir vərəq kağız (fotokağız) qoyulur və neqativi işıqlandırırırlar. Sonra fotokağızın aşkarlanması nəticəsində neqativin neqativi, yəni pozitiv alınır ki, bu da şəkli çəkilən obyektin işıqlı yeri işıqlı, qaranlıq yeri isə qaranlıq olan xəyalıdır. Pozitivi də neqativ kimi müəyyən kimyəvi məhlulla bərkidir və sonra su ilə yuyaraq qurudurlar. Pozitiv almaq üsulları çox müxtəlifdir. Bəzən neqativi işıqlandırarkən fotokağızda elə xəyal alınır ki, sonradan onu aşkarlamağa ehtiyac qalmır.

Müasir dövrdə fotokimyə texnikası yüksək dərəcədə inkişaf etmişdir. Şekli təbii rəngində almaq (rəngli foto), infraqırmızı şüalar vasitəsilə qaranlıqda şəkil çəkmək mümkündür.

Göründüyü kimi, fotoqrafiyada da ilkin fotokimyəvi proses və əlavə kimyəvi reaksiyalar baş verir. Belə ki, fotoqrafiya prosesi fotolövhənin və fotolentin işığa həssas təbəqəsinin işıqlandırılmasından və onun sonrakı kimyəvi işlənməsindən (aşkarlanmasından) ibarətdir. İşığın təsiri ilə fotolövhədə və ya fotolentdə baş verən ilkin fotokimyəvi prosesin nəticəsi gümüş bromidin parçalanmasından ibarətdir. Özü də bu zaman metal gümüş xırda hissəciklər şəklində ayrılır və gizli xəyal əmələ gətirir. Bu gizli xəyalın alınması səbəbi uzun müddət anlaşılmaq qalmışdır. Məlum idi ki, gizli xəyal uzun müddət (illərlə) dəyişməz qalır və aşkarlamadan sonra şəkli çəkilən obyektin ən xırda detallarını verə bilər. Beləliklə, gizli xəyal bilavasitə müşahidə oluna bilmərsə də, həddən artıq davamlıdır. Müasir təsəvvürlərə görə gizli xəyalın alınması prosesini aşağıdakı kimi təsvir etmək olar. İşığa həssas təbəqəni təşkil edən gümüş duzlarının tərkibinə gümüş ionları daxildir. İşığın təsiri nəticəsində fotoeffekt baş verir ki, bunun da nəticəsində azad olunan elektronlar müsbət gümüş ionlarına birləşir və onlar neytral gümüş atomlarına çevrilir. Ayrı-ayrı atomlar və ya xırda kolloidlər şəklində metal gümüş isə gizli xəyalı təşkil edir.

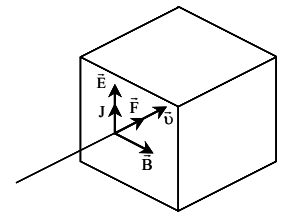
Beləliklə, fotoqrafiya da tipik foton prosesidir və onun əsasını gümüş bromidin fotokimyəvi parçalanması reaksiyası təşkil edir. Işığın təsiri heç də həmişə qısa müddət ərzində olmur. Işığın uzunmüddətli kimyəvi təsirini biz rəngin solmasında görürük ki, bu da rəng maddəsinin əsasən fotokimyəvi oksidləşməsindən ibarətdir. Rəng yalnız işıq təsir etdiyi müddətdə solur. Işığın təsiri ilə rəngin dəyişməsi hadisələri insan və heyvanların gözündə baş verən və görmə hissini yaranmasının əsasını təşkil edən bir çox proseslərin başa düşülməsi üçün də mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Hal-hazırda bir çox fotokimyəvi reaksiyalar kimyəvi istehsalatda istifadə olunur və bilavasitə sənaye əhəmiyyəti kəsb edir.

## Ə18. Işığın təzyiqi

Müəyyən edilmişdir ki, işıq düşdüüyü səthə təzyiq göstərir. Işığın maddəyə göstərdiyi təsirlər içərisində işıq təzyiqi işığın elektromaqnit nəzəriyyəsinin inkişaf etdirilməsində, işığın təbiətinə aid ümumi fəlsəfi baxışların formalaşmasında və bir çox kosmik hadisələrin izah edilməsində özünə məxsus xüsusi rolu olması ilə fərqlənir.

Işığın düşdüüyü səthə təzyiq göstərməsi haqqında ideya kometlərin quyruğunun olması faktını Günəş işığının təzyiqinin nəticəsi kimi izah edən Kepler tərəfindən hələ 1619-cu ildə irəli sürülmüşdü. Nyutonun axın nəzəriyyəsi də işıq təzyiqinin olması ideyasına gətirir: mənəbdən axan işıq hissəcikləri onları qaytaran və ya udan cisimlərə zərbə endirərək öz impulslarının bir hissəsini onlara verir, yəni təzyiq yaradırlar.

Işığın təzyiqə malik olmasını nəzəriyyədə və təcrübədə sübut etmək üçün uzun dövr lazım olmuşdur. Nəhayət, XIX əsrdə Maksvel elektromaqnit dalğalarının nəzəriyyəsini yaratdıqdan sonra göstərdi ki, bu dalğalar təzyiqə malik olmalıdır. Maksvelə görə işıq da elektromaqnit dalğası olduğundan işıq təzyiqi də mövcud olmalıdır. Doğrudan da, elektromaqnit dalğası (bu, eninə dalğadır) maddənin səthinə (bu səth güzgü və ya tutqun ola bilər) düşdükdə aşağıdakı kimi təsir yaradır: bu dalğanın işıq düşən səthin müstəvisində yerləşən elektrik vektorunun təsiri ilə bu vektor istiqamətində elektrik cərəyanı yaranır və düşən işıq dalğasının maqnit sahəsi Amper qanununa görə bu cərəyana müəyyən qüvvə ilə təsir edir. Sol əl qaydasına görə bu qüvvənin istiqaməti işığın yayılma istiqamətində olur (şəkil 18.1). Beləliklə, işığın elektromaqnit nəzəriyyəsinə görə işıq düşdüüyü səthə təzyiq göstərməlidir. Maksvel göstərmişdir ki, işığın səthə göstərdiyi təzyiq qüvvəsi işığın intensivliyindən asılıdır. Düşən işıq paralel şüa dəstəsi olduqda mütləq qara cismin səthinə işığın  $P$  təzyiqi işıq enerjisinin



Шякил

$$u = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \quad (18.1)$$

sıxlığına, yəni vahid həcmdəki işıq enerjisinə bərabərdir. (18.1) ifadəsində  $\varepsilon$  – mühitin dielektrik nüfuzluğu,  $\mu$  – mühitin maqnit nüfuzluğu,  $\varepsilon_0$  və  $\mu_0$  – uyğun olaraq, elektrik və maqnit sabitləri ( $\varepsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Kl}^2/\text{n} \cdot \text{m}^2$ ,  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7} \text{ n/A}^2$ ).  $E$  – elektrik sahəsinin intensivliyi,  $B$  – maqnit sahəsinin induksiyasıdır. Burada fərz olunur ki, üzərinə işıq düşən cisim mütləq qara cisimdir, yəni bu cisim üzərinə düşən bütün işıq enerjisini tam udur.

Əgər cismin səthinin  $R$  qaytarma əmsalı sıfıra bərabər deyilsə, yəni o, boz cisimdirsə, onda işığın təzyiqi

$$P=(1+R)u \quad (18.2)$$

olar. İdeal güzgü üçün  $R=1$  olduğundan işığın təzyiqi

$$P=2u \quad (18.3)$$

olar. Əgər  $1 \text{ sm}^2$  səthə  $1 \text{ s}$  ərzində düşən işıq enerjisini (ışıqlanma)  $W$  ilə işarə etsək, onda işıq enerjisinin sıxlığı  $u=W/c$  olar ( $c$  – işıq sürətidir). Onda işığın təzyiqini ümumi şəkildə

$$P = \frac{W}{c}(1 + R) \quad (18.4)$$

kimi yazmaq olar. Günəşli gündə  $1 \text{ m}^2$  qara səthə günəş şüalarının göstərdiyi təsir qüvvəsini Maksvel nəzəri hesablamış və  $\sim 4mN$  qiymətini tapmışdır. Əgər boşluğun daxili divarlarına bütün istiqamətlərdə işıq düşsə, onda mütləq qara səthə göstərilən təzyiq

$$P = \frac{1}{3}u \quad (18.5)$$

olar. Burada  $u$  – boşluğun daxilində şüa enerjisinin sıxlığıdır.

Maksvel nəzəriyyəsindən alınan işığın təzyiqə malik olması kimi bir nəticənin düzgünlüyünü təcrübədə isbat etmək üçün bir çox cəhdlər edilmiş, lakin onların hamısı səmərəsiz qalmışdı. Bir çox alimlər isə hətta işıq təzyiqinin təcrübədə aşkara çıxarılması imkanına, sadəcə olaraq, inanmırdılar. Lakin rus fiziki P. N. Lebedev qarşıya çıxan böyük çətinlikləri aradan qaldırmaq üçün çox həssas və mürəkkəb təcrübələrlə işığın təzyiqə malik olmasını müşahidə etmiş və ölçə bilmişdi. O, əvvəlcə 1899-cu ildə işığın bərk cisimlərə, sonra isə 1909-cu ildə qazlara göstərdiyi təzyiqi ölçmüşdü. Lebedev öz işləri haqqında ilk dəfə 1899-cu ildə İsveçrədə keçirilən qurultayda məlumat vermiş, 1900-cu ildə isə Parisdə fiziklərin konqresində ətraflı məruzə etmişdir. İşığın təzyiqinə aid Lebedevin işlərinin geniş icmalı V. A. Fabrikant tərəfindən hazırlanmış və çap edilmişdir (UFN, 42, vıp.2, 1950).

Qeyd edək ki, P. N. Lebedevin təcrübə aparmaq üçün yaratdığı qurğu və onun apardığı təcrübələr o dövr üçün fiziki eksperiment incəsənətinin parlaq bir nümunəsi idi.

İşığın bərk cismə etdiyi təzyiqi müşahidə etmək və ölçmək üçün Lebedevin istifadə etdiyi qurğuda elektrik qövsündən çıxan işıq bir sıra linza və güzgülər sistemindən keçərək burma tərəzisinin yüngül diski üzərinə düşür. Bu disk daxilindən havası çıxarılmış şüşə balonun içində nazik teldən asılmışdır. İşığın təsiri nəticəsində burma tərəzisinin döndüyü bucağın qiymətini bilərək, işığın təzyiqini təcrübədə hesablamaq olar. Lebedevin təcrübələrində işıq enerjisinin bilavasitə mexaniki enerjiyə çevrilməsi də mühüm əhəmiyyət kəsb edən bir faktır.

İşığın bərk cismə təzyiqini təcrübədə təyin edərkən Lebedev bir çox çətinlikləri aradan qaldırmalı olmuşdu ki, bunların da içərisində qazın konveksiyası nəticəsində yaranan təsiri və radiometrik təsiri xüsusi qeyd etmək lazımdır. Çünki bu təsirlər işığın təzyiqindən yüz min dəfələrlə böyükdür.

Nazik teldən asılmış yüngül disklərin üzərinə işıq düşərkən onun təzyiqindən əlavə radiometrik qüvvə adlanan bir qüvvə də meydana çıxır ki, onun da qiyməti, qeyd edildiyi kimi, işığın təzyiq qüvvəsindən təqribən  $10^5$  tərtib böyükdür. Seyrəlmiş qazda radiometrik təsirin əmələ gəlməsinin səbəbi diskin işığa tərəf olan səthinin işıq düşməyən



arxa tərəfdəki səthə (qaranlıq səthə) nisbətən çox qızmasıdır. Balonda qalmış qaz molekulları diskin qızmış tərəfindən daha böyük sürətlə əks olunur ki, bunun da nəticəsində disk "təpməyə" məruz qalır. Özü də bu təpmə işıqlanan qızmış tərəfdə, soyuq olub işıqlanmayan tərəfə nisbətən böyük olur. Külli miqdarda molekulların zərbələri nəticəsində, ölçmək istədiyimiz işığın təzyiq qüvvəsinin yönəldiyi tərəfə yönəlmiş olan əvəzləyici təpmə qüvvəsi yaranır. Lebedev işığın radiometrik təsirini nəzərə almaqla yanaşı, bu təsirin azaldılması üsullarını da axtarıb tapmışdı. O, müəyyən etmişdi ki, balonda qaz seyrəkləşdikcə və səthlərin temperatur fərqi azaltmaq üçün diskləri çox nazik götürdükcə radiometrik təsir azalır. Bununla əlaqədar olaraq o vaxt üçün çətin problemlərdən biri olan yüksək vakuumun alınması məsələsi meydana çıxdı ki, Lebedev bu məsələni də müvəffəqiyyətlə həll etdi.

Radiometrik təsirin yox edilməsini necə yoxlamaq olar? Əgər diskin bir səthi güzgü, digər səthi isə qara olsa, onda işığın güzgü səthə göstərdiyi təzyiq qara səthə göstərdiyi təzyiqdən təqribən iki dəfə çox olmalıdır. Əksinə, qara səthi işıqlandırıldıqda onun qızması çox olduğundan radiometrik təsir güzgü səthi işıqlandırarkən olduğundan böyük olmalıdır. Lebedev təcrübələrində doğrudan da, diskin güzgü səthinə işıq təzyiqinin qara səthə nisbətən təqribən iki dəfə çox olduğu müşahidə edildi ki, bu da radiometrik təsirin praktik olaraq aradan qaldırılmasını sübut etdi.

Radiometrik təsirdən başqa yüngül diskə, yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, əlavə olaraq, konveksiya qüvvələri də təsir edir ki, onlar da işığın təzyiq qüvvəsindən on minlərlə dəfə ( $\sim 10^4$ ) böyükdür. Konveksiya qüvvələrinin əmələ gəlməsinə səbəb düşən işığın təsiri ilə disk qızarkən onun ətrafında olan qaz təbəqələrinin də qızmasıdır. Bunun nəticəsində diskin işıqlanan tərəfindəki qaz təbəqələri ilə qaranlıq tərəfindəki qaz təbəqələri arasında temperatur fərqi yaranır ki, bu da konveksiya axınının yaranmasına səbəb olur. Qazın güclü seyrəldilməsi (vakuumun artması) nəticəsində bu konveksiya təsirini kəskin azaltmaq olar. Lakin Lebedev konveksiya təsirini yox etmək üçün eyni mənbədən çıxan işıq şüalarını mütəhərrik güzgü vasitəsilə növbə ilə diskin gah bir üzünə, gah da digər üzünə yönəltdi. Beləliklə, Lebedev kənar təsirləri minimuma qədər azalda bilmişdi.

Lebedev təcrübələrindən işığın təzyiqi üçün tapılmış ədədi qiymət Maksvel nəzəriyyəsi ilə alınan qiymətə  $\sim 20\%$  dəqiqliklə uyğun gəlirdi. Bir neçə il sonra, yəni 1923-cü ildə Qerlax vakuum alınması üçün daha mükəmməl üsullardan istifadə edərək, Lebedev təcrübələrini təkrar etdi. Vakuum texnikasının o dövr üçün müasir sayılan və yüksək vakuum alınmasına imkan verən üsullarından istifadə olunması nəinki təcrübələrin həyata keçirilməsini asanlaşdırdı, həm də Maksvel nəzəriyyəsi ilə alınan nəticələrdən  $\sim 2\%$  fərqlənən nəticələr əldə edilməsinə imkan verdi.

Beləliklə, P. N. Lebedevin işıq təzyiqinin ölçülməsinə aid təcrübələri göstərdi ki, düşən işıq həm udan, həm də qayıtan səthə təzyiq edir və işığın təzyiq qüvvəsi düşən şüa enerjisi ilə düz mütənəzib olub, işığın rəngindən asılı deyildir. İlk dəfə belə bir mühüm fakt aydın oldu ki, işıq da təbiətdəki bütün cisimlər kimi kütləyə malikdir. Ona görə də Lebedevin bu tədqiqatları işığın təbiətinin aydınlaşdırılması kimi dərin bir problemin həll edilməsi yolunda mühüm addımdır. Bununla əlaqədar olaraq akademik S. İ. Vavilov demişdir ki, Lebedevin kəşfindən sonra fizika üçün işıq, tam mənası ilə, hərəkətdə olan materiyanın bir forması oldu və işığın materiyyaya qarşı qoyulması məsələsi həmişəlik rədd edildi.

Foton nəzəriyyəsinə əsaslanaraq da, işığın düşdüyü səthə təzyiq göstərdiyini isbat etmək olar. Doğrudan da, bu nəzəriyyəyə görə işıq təzyiqinin yaranmasını düşən

fotonların impulsunun işığı udan və ya qaytaran səthə verilməsinin nəticəsi kimi izah etmək olar. Bu zaman üzərinə işıq düşən cismin impulsu dəyişir ki, bu da Nyutonun II qanununa görə həmin cismə qüvvə təsir etməsinə uyğundur.

Səthə normal boyunca düşən və  $1 \text{ san}$  ərzində  $1 \text{ sm}^2$  səthə  $W$  enerjisi gətirən  $\nu$  tezlikli monoxromatik işıq selində  $N$  sayda foton varsa,

$$Nh\nu = W \quad (18.6)$$

yaza bilərik ki, buradan da  $N=W/h\nu$  alınır. (10.11) və (10.15) düsturlarına görə hər bir fotonun impulsu  $h\nu/c$  olduğundan, udulan hər bir foton cismə  $h\nu/c$ , əks olunan hər bir foton isə  $2h\nu/c$  impulsunu verəcəkdir. Burada nəzərdə tutulur ki, əks olunma zamanı fotonun impulsu  $(+\frac{h\nu}{c}, -\frac{h\nu}{c})$  intervalında, yəni  $2h\nu/c$  qədər dəyişir.

Beləliklə, mütləq udulma zamanı  $1 \text{ san}$  ərzində  $1 \text{ sm}^2$  səthə verilən impuls

$$N \cdot \frac{h\nu}{c} = \frac{W}{c} \quad (18.7)$$

olar. Lakin  $1 \text{ san}$  ərzində  $1 \text{ sm}^2$  səthə verilən impuls bu səthə edilən təzyiqlə bərabərdir. Deməli, fotonları udan səthə işıq tərəfindən edilən təzyiqlə  $P=W/c$ , fotonları tam qaytaran səthə isə bu təzyiqlə  $P=2W/c$  olar. Ümumi halda, işıq qaytarma əmsalı  $R$  olan səthə düşdükdə,  $1 \text{ san}$  ərzində düşən  $N$  sayda fotonun  $(1-R)N$  foton udulur,  $RN$  foton isə əks olunur. Bu halda  $1 \text{ sm}^2$  səthə verilən impuls, yəni edilən təzyiqlə

$$(1-R)N \cdot \frac{h\nu}{c} + RN \cdot \frac{2h\nu}{c} = N \cdot \frac{h\nu}{c}(1+R) = \frac{W}{c}(1+R) \quad (18.8)$$

olur ki, bu da Maksvel nəzəriyyəsinə əsaslanan (18.4) düsturu ilə eynidir.

İşıqlə təzyiqlənin mövcud olmasının dalğa nəzəriyyəsi və ya korpuskulyar (foton) nəzəriyyə vasitəsilə isbat edilməsi ilə yanaşı onun təcrübədə müşahidə olunması və ölçülməsi mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Belə ki, P. N. Lebedevin işlərinə həm də fotonun impulsu malik olmasının təcrübə isbatı kimi baxmaq olar. Bundan başqa məlum olur ki, impulsun saxlanması qanunu tamamilə ümumi olub, həm maddə cisimlər üçün, həm də elektromaqnit sahəsinin kvantları olan fotonlar üçün doğrudur. Deməli, işıq enerjisi ilə yanaşı həm də impulsu malikdir və materiyanın maddə formasından fərqli olan digər bir formada təzahür edir.

İşıqlə təzyiqlə malik olması Kainatda baş verən bir sıra hadisələri izah etməyə imkan verir. Belə ki, işıqlə qaza göstərdiyi təzyiqlə təcrübədə Lebedev tərəfindən müşahidə olunması faktı, kometa quyruqlarının Günəş şüaları tərəfindən itələnmənin nəticəsi olması haqqında Keplerin yuxarıda qeyd olunan hipotezini təsdiqlədi. Lebedevin təcrübələrindən sonra işıqlə təzyiqləni kosmik proseslərə aid olan bütün nəzəriyyələrdə hesaba alınmalı oldu.

Burada qeyd etmək yerinə düşərdi ki, sonralar müəyyən olduğu kimi, kometaların quyruqlarının əmələ gəlməsi və onlar Günəşə yaxınlaşdıqca bu hadisənin daha parlaqla təzahür etməsi çox mürəkkəb bir prosesdir və təkcə işıqlə təzyiqlə əsaslanaraq bütün müxtəlifliyi ilə izah oluna bilmir.

Adi şəraitdə işıqlə təzyiqlə çox kiçik olsa da, bəzi hallarda onun təsiri çox böyük ola bilər. Məsələn, ulduzların daxilində milyonlarla dərəcəyə çatan çox yüksək temperaturlarda elektromaqnit şüalanmasının təzyiqlə olduqca böyük qiymətə çata bilər ki, bu da qravitasiya qüvvələri ilə birlikdə ulduzdaxili proseslərdə mühüm rol oynayır. Belə

ki, ulduzların məhdud ölçüyə malik olmasında işıq təzyiqinin mühüm rolu vardır. Astronomik müşahidələrdən məlumdur ki, kütləsi müəyyən maksimum qiymətdən böyük olan ulduzlar yoxdur. Bu fakta diqqəti cəlb edərəkən Eddinqton ulduzların ölçülərinin artmasına mane olan aşağıdakı səbəbləri göstərir. Ulduzun kütləsi və onunla yanaşı kənar layların mərkəzə doğru cəzb olunduğu qüvvə artdıqca, onun daxili təbəqələrinin sıxılması üçün görülən iş də artır və buna uyğun olaraq daxili təbəqələrin temperaturu milyonlarla dərəcəyə qədər artır. Lakin temperaturun artması ulduzun daxilində şüalanma enerjisinin sıxlığının, və deməli, işıq təzyiqinin artması deməkdir. Hesablamalara əsasən müəyyən edilmişdir ki, cazibə qüvvəsi ilə daxili işıq təzyiqi tərəfindən yaradılan itələmə qüvvəsi arasındakı tarazlıq ulduzun müəyyən məhdud kütləyə malik olmasına səbəb olur. Belə ki, baxılan ulduzun kütləsi bundan böyük ola bilməz. Böyük kütləli ulduzlar dayanıqsızdır və parçalanmalıdır. Doğrudan da, ulduzların bu mülahizələr əsasında hesablanmış maksimum kütlələri astrofiziki müşahidələrə uyğun gəlir.

## II FƏSİL. ELEKTRONUN YÜKÜ VƏ KÜTLƏSİ

### Ə19. Elektronun kəşfi

Bizim eradan bir neçə əsr əvvəl qədim yunan alimləri yunla sürtülmüş kəhrəbanın yüngül cisimləri özünə cəzb etdiyini müəyyən etmişlər. XVI əsrin sonunda isə ingilis həkimi Hilbert bu hadisəni ətaflı öyrənərək kəşf etdi ki, sürtünmə nəticəsində yüngül cisimləri cəzb etmək xassəsi təkcə kəhrəbada olmayıb, şüşə, kükürd, qətran və bir çox digər maddələrə də aiddir. Cisimlərdə bu cür xassənin əmələ gəlməsi elektriclənmə adlandırılmışdır. Kəhrəba yunanca elektron deməkdir və elektrik adı da bu sözdən götürülmüşdür. Kəhrəba və ya hər hansı başqa bir maddə sürtünmə nəticəsində yüngül cisimləri cəzb etmək xassəsinə malik olduqda onları elektriclənmiş və ya elektrik yükünə malik olan cisimlər adlandırmağa başladılar. Sonralar müəyyən edildi ki, elektriclənmiş (yəni, elektrik yükünə malik) cisimlər arasında ümumdünya cazibə qarşılıqlı təsirinə oxşar olaraq, məsafənin kvadratı ilə tərs mütənasib olaraq azalan, lakin ümumdünya cazibə qarşılıqlı təsirindən çox böyük olan qarşılıqlı təsir baş verir. Bu qarşılıqlı təsir elektromaqnit qarşılıqlı təsiri adlandırıldı. Məsələn, hidrogen atomunda elektronun nüvəyə cəzb olunduğu elektrik qüvvəsi ümumdünya cazibə qüvvəsindən  $10^{39}$  dəfə böyükdür.

Beləliklə, müəyyən edildi ki, kütlə cismin ətalət ölçüsü olduğu kimi, elektrik yükü də cismin elektromaqnit qarşılıqlı təsirinə girmək qabiliyyətinin kəmiyyət ölçüsüdür. Cisimdən ayrıca, əlahiddə götürülmüş elektrik yükü yoxdur, o, cismin daxili xassəsidir. Başqa sözlə, elektrik yükünə malik olmayan cisimlər (onlara elektroneytral cisimlər də deyilir) ola bilər, lakin cisimsiz elektrik yükü ola bilməz.

Elektrik yükünün nədən ibarət olması məsələsi alimləri çoxdan maraqlandırmışdır. İlk vaxtlar belə hesab edirdilər ki, elektriclənmə hadisəsi müəyyən çəkisiz substansiya – elektrik mayesi ilə əlaqədardır. Belə ki, hər bir cisimdə müsbət və mənfi olmaqla iki cür elektrik mayesi vardır. Bunlardan birinin artıqlığı cismin müsbət, digərinin artıqlığı isə mənfi elektriclənməsinə səbəb olur. Hər iki maye bərabər miqdarda olduqda, bir-birinin təsirini yox edir və cisim yüklənməmiş olur. Digər qrup alimlər belə hesab edirdilər ki, yalnız bir növ elektrik mayesi mövcuddur və bu maye hər bir yüklənməmiş cisimdə müəyyən miqdarda olmalıdır. Bunun artıqlığı cismin müsbət, çatışmazlığı isə mənfi elektriclənməsinə səbəb olur. Lakin tədriclə yeni-yeni təcrübi faktların təhlili elektrik mayesinin mövcud olması haqqındakı yanlış təsəvvürləri rədd etdi. Belə ki, turşu və duzların suda məhlullarından elektrikin keçməsinin və qaz boşalmasının öyrənilməsi nəticəsində məlum oldu ki, elektrik yükü diskretdir, yəni o, elementar elektrik yükləri adlanan bərabər hissələrə bölünə bilər (latınca *diskretus* – fasiləli, ayrı-ayrı hissələrdən ibarət deməkdir). Həm də müəyyən edildi ki, elementar elektrik yüklərini kiçik hissəciklər daşıyır və məhz onların yerdəyişməsi cisimlərin elektriclənməsinə səbəb olur.

Elektroliz hadisəsi üçün Faradeyin müəyyən etdiyi məlum qanunlar elektrik yükünün diskret olması haqqındakı təsəvvürlərin ilk təcrübi əsası olmuşdur. Faradey qanunlarına görə elektroliz zamanı elektrod üzərində ayrılan maddənin kütləsi  $m$  aşağıdakı düsturla təyin olunur:

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{n} \cdot q \quad (19.1)$$

Burada  $M$  – ayrılan maddənin molyar kütləsi,  $n$  – bu maddənin valentliyi,  $q$  – elektrolitdən keçən yükün miqdarı,  $F$  isə 1 mol birvalentli maddə ayırmaq üçün elektrolitdən keçməsi tələb olunan elektrik yükünə bərabər olan sabit kəmiyyətdir və Faradey ədədi adlanır:  $F=96500 \text{ Kl/mol}$ . Aydınır ki, 1 mol  $n$  valentli ( $n=1,2,3$  və s.) maddə ayırmaq üçün elektrolitdən  $nFKl$  yük keçməlidir.

1 mol birvalentli maddə ayırmaq üçün elektrolitdən keçməsi tələb olunan 96500 Kl yükü 1 molda olan bütün ionlar daşıyır, çünki elektrodada ayrılan maddə əvvəlcə məhlulda ionlar şəklində olur. Deməli, maddənin 1 molunda olan atomların sayını bilərək, birvalentli maddənin hər bir ionunun yükünü tapmaq olar. Maddənin 1 molunda atomların sayı müxtəlif üsullarla təyin olunmuşdur və  $N_A=6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  Avogadro ədədinə bərabərdir. Beləliklə,  $F$  Faradey ədədini  $N_A$  Avogadro ədədinə bölməklə elektroliz zamanı birvalentli maddənin hər bir ionunun daşdığı  $q_0$  yükünü tapmaq olar:

$$q_0 = \frac{F}{N_A} = \frac{96500 \frac{\text{Kl}}{\text{mol}}}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Kl} . \quad (19.2)$$

Bu  $q_0$  yükü ionun daşıya biləcəyi minimum (ən kiçik) elektrik yüküdür və birvalentli ionun yükünə bərabərdir.  $n$  valentli maddənin 1 molunu ayırmaq üçün elektrolitdən  $nFKl$  yük keçməli olduğundan,  $n$  valentli ionun da yükü  $nq_0$  olar. Yəni çoxvalentli ionların yükü birvalentli ionun yükündən tam ədəd dəfə çoxdur. Beləliklə, elektrolitlərin ionları müəyyən minimum (elementar) yükün tam misli qədər yük daşıyır: müxtəlif ionların daşdığı yüklər  $q_0, 2q_0, 3q_0, \dots$  qədər olur və məsələn,  $0,9q_0; 1,5q_0; 2,3q_0$  və s. kəsr ədədlə ifadə olunan yükə malik olan ionlara təsadüf olunmur. Elektrik yükü diskret qiymətlər alır. Başqa sözlə, Faradeyin şərafinə söylədiyi nitqində Helmholsun dediyi kimi "əgər biz elementlərin atomlarının varlığını qəbul ediriksə, onda biz bundan çıxan nəticədən də yaxamızı qurtara bilmərik – yəni, həm mənfi və həm də müsbət elektrik yükləri də özlərini elektrik yükünün atomları kimi aparan müəyyən elementar yüklərdən ibarətdir".

Faradey qanunlarından elektrik yükünün diskret qiymətlər alması kimi təcrübi faktın meydana çıxması elektrik hadisələri haqqında təlimin inkişaf etməsində böyük rol oynamışdır. Belə ki, bu nəticə, minimum yük daşıyan hissəciklərin mövcud olması fikrinin ortaya çıxmasına səbəb oldu. Doğrudan da, sonralar qazlarda elektrik boşalmasının öyrənilməsi sayəsində elektron kəşf olundu.

Təcrübələrdən məlumdur ki, qaz boşalması borusunda təzyiq  $10^{-3} \text{ mm civə sütunu}$  tərtibində olduqda bütün boru qaralır, yəni qaz artıq işıqlanmır, lakin katodun qarşısındakı şüşə divar sarımtıl-yaşıl rəngdə işıqlanmağa başlayır. Əgər bu halda, katodun qarşısında, məsələn, ulduz şəkilli metal ekran qoyulsa və elektrodlar yüksək gərginlik mənbəyinə birləşdirilsə, borunun katod qarşısındakı divarında ulduzun kəskin kölgəsi alınır və həmin divarın qalan hissəsində sarımtılyaşıl rəngdə parlaq işıqlanma əmələ gəlir. Elektrodların qütblərini dəyişdikdə kölgə yox olur. Təsvir olunan təcrübə göstərir ki, katodun səthi, işıq şüaları kimi düz xətt boyunca yayılan xüsusi növ şüalar buraxır. Əvvəllər belə hesab edirdilər ki, bu şüalanma öz təbiətinə görə işıq şüalarının eynidir və ona görə də onu katod şüaları adlandırmışlar.

Katoda sferik çökük səth forması verərək katod şüalarını bir nöqtəyə toplamaq olar. Əgər həmin nöqtəyə nazik metal lövhə (məsələn, platin) qoyulsa, katod şüaları həmin

lövhyə dəyərək onu ağ rəng alana qədər közərdə bilər. Deməli, katod şüaları enerjiyə malikdir.

Katod şüalarının özü görünmədiyi halda bir çox maddələri işıqlanmağa (lüminessensiya etməyə) məcbur edir. Məsələn, yuxarıda təsvir olunan təcrübədə qaz boşalması borusunun şüşəsi həmin şüaların təsiri ilə işıqlanırdı. Katod şüalarının bu xassəsi, lüminessen ekran hazırlamaqla onların yolunu izləməyə imkan verir. Bundan başqa, katod şüaları qalınlığı  $0,003-0,03 \text{ mm}$  olan metal lövhələrdən keçə bilər, fotolövhyə işıq şüaları kimi təsir edir və havanı ionlaşdırır.

Katod şüalarının təbiətini müəyyən etmək üçün fransız alimi Perren aşağıdakı kimi təcrübədən istifadə etmişdir. O, katod şüalarının yoluna içi boş metal silindr qoymuşdur ki, şüalar oraya, tələyə düşən kimi düşürdü. Perren bu silindri elektrometrlə birləşdirmişdi. Əgər katod şüaları özləri ilə elektrik yükü daşıyarsa, onda onlar silindrə düşərək öz elektrik yükünü həmin silindrə verəcək və elektrometr bunu dərhal aşkara çıxaracaqdır. Məlum olmuşdur ki, elektrometr bu təcrübə zamanı mənfi yüklə yüklənmişdir. Lakin katod şüalarının hansı işarəli yük daşdığını dəqiq müəyyən etmək üçün əlavə tədqiqat da aparmaq tələb olunurdu. Bu məqsədlə qaz boşalması borusuna iki müstəvi lövhədən ibarət kondensator lehimlənmiş və katod şüaları dəstəsinin bu kondensatorun lövhələri arasından keçərkən müsbət yüklü lövhəyə doğru cəzb olunduğu müşahidə olunmuşdur. Bu təcrübə qəti surətdə göstərdi ki, katod şüaları mənfi yüklü hissəciklər selindən ibarətdir. Bundan başqa müəyyən edildi ki, katod şüalarındakı hissəciklərin hamısının yükü eyni olub, ədədi qiymətcə (19.2) düsturu ilə təyin olunan  $q_0$  yükünə bərabərdir və hər bir hissəciyin kütləsi hidrogen atomunun kütləsindən təqribən 2000 dəfə kiçikdir. Bu hissəcikləri C. Tomson elektron adlandırdı. Yeri gəlmişkən qeyd etmək lazımdır ki, elektroliz zamanı birvalentli ionun yükünü işarə etmək üçün hələ 1891-ci ildə H. Stoni adlı alim "elektron" anlayışından istifadə edilməsi təklifini irəli sürmüşdü. Lakin elektron anlayışı, C. Tomsonun yuxarıda təsvir olunan tədqiqat işlərinin nəticələrini əks etdirən və "Fəlsəfə jurnalında" 1897-ci ildə çap olunmuş "Katod şüaları" adlı məqaləsindən sonra, fizika elminə daxil olmuşdur. Beləliklə, elektronun kəşfi tarixi 1897-ci il, elektronu kəşf edən alim isə C. Tomson hesab edilir. C. Tomson təcrübələr vasitəsilə sübut etdi ki, katod şüaları qaz boşalması borusunda olan çox seyrəkləşmiş qazın müsbət ionlarının metal katoda zərbələri nəticəsində bu katoddan çıxan elektronlar selindən ibarətdir. Aydınır ki, qaz boşalması borusundan qaz tamamilə çıxarılsa, katod şüaları alınmaz.

Hal-hazırda bir çox dəqiq ölçmələr nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, elektronun yükü  $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Kl}$ , kütləsi isə  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kq}$ -dır.

Sonralar belə təsəvvür formalaşmışdır ki, bütün cisimlər elementar zərrəcik adlanan hissəciklərdən təşkil olunmuşdur və elektron da bu elementar zərrəciklərdən biridir. Hal-hazırda 250-dən artıq elementar zərrəcik məlumdur. Elementar zərrəciklərin bəziləri müsbət (məsələn, proton), bəziləri mənfi (məsələn, elektron) elektrik yükünə malikdir. Elektrik yükü olmayan elementar zərrəciklər də vardır (məsələn, neytron). Təcrübələr göstərir ki, elementar zərrəcik yükə malikdirsə, bu yük dəqiq məlumdur və ədədi qiymətcə elementar yükə, yəni  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Kl}$  bərabərdir. Başqa sözlə, yüklü elementar zərrəciklərin hamısının yükü ədədi qiymətcə elementar yükə bərabərdir və yalnız işarəcə fərqlənə bilər. Elementar zərrəciyin yükü bölünməzdir. Belə ki, məsələn, elektronun yükünün bir hissəsini ondan qoparmaq olmaz. Bunun niyə belə olduğu hələlik məlum deyildir.

Qeyd edək ki, elementar zərrəcik dedikdə bəsit, yəni daxili quruluşu olmayan hissəcik başa düşülür. Lakin son zamanlar belə fərz olunur ki, elementar zərrəcik adlandırılan hissəciklərin özləri də kvarklar adlanan digər zərrəciklərdən təşkil olunmuşdur. Kvarklar haqqında nəzəriyyə kvant xromodinamikası adlanır.

## **Ə20. Elektronun yükünün Milliken üsulu ilə təyini**

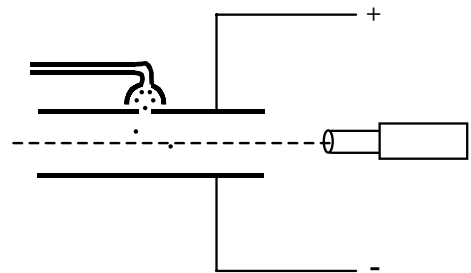
Elektronun yükünün bilavasitə təyin olunması ilk dəfə 1911-ci ildə R. Millikenin apardığı təcrübələr nəticəsində mümkün olmuşdur. Bu təcrübələrdə kiçik hissəciklərdə yaranan çox kiçik elektrik yükləri ölçülmüşdür. Milliken təcrübələrinin əsas ideyası aşağıdakıdan ibarətdir. Elektron nəzəriyyəsinin əsas təsəvvürlərinə görə hər həansı bir cismin elektrik yükünə malik olması həmin cisimdə olan elektronların və ya yükü elektronun yükünün tam mislinə bərabər olan müsbət ionların sayının dəyişməsi nəticəsində baş verir. Bu zaman ixtiyari cismin elektrik yükü yalnız sıçrayışla və özü də elektronun yükünün tam mislinə bərabər olan miqdarda dəyişməlidir. Ona görə də təcrübədə elektrik yükünün diskret dəyişdiyini müəyyən edərək, elektronların mövcud olmasını təsdiq etmək və bir elektronun yükünü (elementar yükü) təyin etmək olar.

Aydın ki, belə təcrübələrdə ölçülməli olan elektrik yükü çox kiçik olub, bir neçə elektron yükünə bərabər olmalıdır. Əks halda, bir elektronun əlavə olunması və ya qoparılması ümumi yükün faizlə ifadə olunan çox kiçik dəyişməsinə səbəb olar ki, bu dəyişmə də yükün ölçülməsi zamanı təcrübənin qaçılmaz xətalrı fonunda hiss oluna bilməz.

Milliken təcrübələrindən məlum oldu ki, hissəciklərin yükü doğrudan da sıçrayışla dəyişir və özü də yükün bu dəyişməsi müəyyən sonlu yükün tam mislləri qədərdir.

A. F. İoffe 1912-ci ildə Milliken üsuluna oxşar üsulla işığın təsiri ilə maddədən qopan elektronların (fotoeffekt) yükünü təyin etmişdir. Son illər isə Milliken təcrübələrinin müasir modifikasiyası olan təcrübələr elektrik yükü kəsr ədəd olan və kvark adlanan hissəciklərin müşahidə olunması məqsədilə aparılır.

Millikenin tətbiq etdiyi təcrübə üsul çox kiçik yağ damcılarının elektrik yükünü bilavasitə ölçməkdən ibarətdir. Milliken təcrübəsinin sxemi 20.1 şəklində göstərilmişdir. Cihazın əsas hissəsi çox ciddi şəkildə hazırlanmış və köynəkləri bir neçə min volt gərginliyə malik olan mənbəyə birləşdirilmiş üfqü müstəvi kondensatordan ibarətdir. Köynəklər arasındakı gərginliyi dəyişmək və dəqiq ölçmək mümkündür. Xüsusi pulverizator vasitəsilə alınmış çox kiçik yağ damcılarını müstəvi kondensatorun yuxarıda yerləşmiş köynəyindəki deşikdən keçərək köynəklər arasındakı fəzaya daxil olur. Hər bir yağ damcısının hərəkəti mikroskop vasitəsilə müşahidə oluna bilər. Kondensator yağ damcılarını havanın konveksiya



**Шякил 20.1.**

axınlarından qoruyan və temperaturu sabit saxlanan xüsusi mühafizə örtüyü ilə əhatə olunmuşdur. Pulverizatorun səpələnərkən yağ damcıları yüklənmiş olur.

Əgər kondensatorun köynəklərinə gərginlik verilməsə, damcı şaquli istiqamətdə aşağıya doğru bərabərsürətli hərəkət edəcəkdir. Çünki damcının ölçüləri çox kiçikdir və ona təsir edən  $mg - F_A$  qüvvəsi havanın müqavimət qüvvəsi ilə tarazlaşır. Burada  $mg - F_A$  damcıya təsir edən ağırlıq qüvvəsi,  $F_A$  isə ona təsir edən Arximed qüvvəsidir. Havanın müqavimət qüvvəsi isə Stoks qanununa görə

$$F = 6\pi\eta a v_d \quad (20.1)$$

düsturu ilə təyin olunur. Burada  $a$  – damcının radiusu,  $\eta$  – havanın daxili sürtünmə əmsali (özlülüyü),  $v_d$  isə damcının düşmə sürətidir.

Yağ damcısının  $a$  radiusunu hesablamaq üçün

$$6\pi\eta a v_d = mg - F_A \quad (20.2)$$

şərtindən istifadə etmək olar. Damcının sıxlığını  $\rho$ , havanın sıxlığını isə  $\rho_0$  ilə işarə etsək

$$mg = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho g, F_A = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho_0 g \quad (20.3)$$

yaza bilərik. (20.3) düsturlarını (20.2)-də nəzərə alsaq, yağ damcısının radiusu üçün

$$a = 3 \sqrt{\frac{\eta v_d}{2(\rho - \rho_0)g}} \quad (20.4)$$

ifadəsi alınır. Mikroskopun görüş sahəsində iki üfqi xətt arasındakı məsafəni keçmək üçün sərf olunan vaxtı ölçərək damcının  $v_d$  düşmə sürətini təyin etmək və (20.4) düsturuna əsasən onun radiusunu hesablamaq olar.

İndi isə kondensatorun köynəklərinə gərginlik (potensiallar fərqi) verməklə elə elektrik sahəsi yaradaq ki, bu sahənin təsiri nəticəsində yağ damcısı yuxarıya doğru bərabərsürətli hərəkət etmiş olsun. Bunun üçün kondensatorun daxilindəki elektrik sahəsinin intensivliyi  $E$  elə seçilməlidir ki,

$$qE - (mg - F_A) = 6\pi\eta a v_E \quad (20.5)$$

şərti ödənməmiş olsun. Burada  $q$  – yağ damcısının yükü,  $v_E$  – yağ damcısının yuxarıya doğru bərabərsürətli hərəkətinin sürətidir.

(20.2) və (20.5) ifadələrinə əsasən

$$q = \frac{6\pi\eta a}{E}(v_d + v_E) \quad (20.6)$$

yaza bilərik. Damcının  $a$  radiusunu (20.4) düsturuna əsasən taparaq (20.6) düsturuna əsasən  $q$  yükünü hesablamaq olar. Lakin praktik cəhətdən əlverişli olması üçün (20.4) düsturundan  $a$  kəmiyyətini  $v_d$  ilə ifadə edərək, yağ damcısının  $q$  yükünü təyin etmək üçün aşağıdakı kimi bir dənə ifadə almaq olar:

$$q = \frac{9\pi(v_d + v_E)}{E} \sqrt{\frac{2\eta^3 v_d}{g(\rho - \rho_0)}} \quad (20.7)$$

Kondensatorun köynəkləri arasındakı havanı rentgen şüaları, ultrabənövşəyi və ya radioaktiv şüalar vasitəsilə ionlaşdıraraq, bu zaman yaranan ionlar yağ damcısına



birdəşərək onun yükünü diyişdirəcəkdir. Bu halda sahənin  $E$  intensivliyini dəyişməsək, damcının qalxma sürəti  $v_E$  dəyişər və  $v_E'$  olar. Onda (20.7) düsturuna əsasən

$$q_1 = \frac{9\pi(v_d + v_E')}{E} \sqrt{\frac{2\eta^3 v_d}{g(\rho - \rho_0)}} \quad (20.8)$$

yaza bilərik. (20.7)-dən (20.8)-i çıxsaq

$$\Delta q = q - q_1 = \frac{9\pi(v_E - v_E')}{E} \sqrt{\frac{2\eta^3 v_d}{g(\rho - \rho_0)}} \quad (20.9)$$

alarıq. Yüku bir neçə dəfə dəyişməklə eyni bir damcı ilə çoxlu sayda ölçmələr aparmaq olar.

Milliken təcrübəsində əvvəlcə damcının pulverizatorndan səpələnərkən malik olduğu  $q_0$  yükü, sonra isə havanın ionlaşdırılması nəticəsində malik olduğu  $q_1, q_2$  və s. yükləri təyin edilmişdir. Tapılmış yükləri və onların  $q_1 - q_0, q_2 - q_0, \dots$  dəyişmələrini müqayisə etməklə, onların ən böyük ortaql bölənini təyin etmək olar ki, bu da elektronun yükünə bərabər olmalıdır. Milliken təcrübələrindən alınan nəticələrin təhlili elektrik yükünün diskret təbiətli olmasını tam və bilavasitə sübut edir. Belə ki, (20.7) düsturuna görə damcının yükünün mütləq qiyməti  $v_d + v_E$  cəmi ilə (20.9) düsturuna görə isə damcının yükünün dəyişməsi  $v_E - v_E'$  sürətlər fərqi ilə düz mütənasibdir və təcrübələrin nəticələri göstərdi ki, mütənasiblik əmsalı hər bir hal üçün eyni bir kəmiyyətin tam misllərinə bərabərdir.

Elektronun yükünün mütləq qiymətini dəqiq təyin etmək üçün (20.7) düsturuna müəyyən düzəliş verilməlidir. Doğrudan da, təcrübələr göstərir ki, müxtəlif radiuslu damcıların yükünü təyin etdikdə, damcının radiusu kiçildikcə, əvvəlcə  $q$  üçün eyni bir sabit qiymət alınır. Lakin çox kiçik radiuslu damcılardan istifadə etdikdə radiusun azalması  $q$ -nün sürətlə artmasına səbəb olur. Guya ki, elektronun yükü sabit qiymətə malik deyildir və damcının radiusundan asılıdır. Belə mənasız nəticənin alınmasını Milliken Stoks qanununun çox kiçik damcıların hərəkəti üçün ödənilməməsi ilə izah edirdi. Doğrudan da, Stoks qanununda fərz olunur ki, hərəkət edən cisim kürə formasındadır və özü də bu kürə səlt (arasıkəsilməz) mühitdə hərəkət edir. Qazda hərəkət edən damcının ölçüləri qaz molekullarının sərbəst yolunun uzunluğu tərtibində olduqda axırıncı fərziyyə ödənilmir. Beləliklə, sərbəst yolun  $\lambda$  uzunluğunun damcının  $a$  radiusuna olan nisbəti  $\lambda/a$  Stoks qanununun tətbiq oluna bilməsi üçün meyar kimi götürülə bilər. Belə ki, yalnız  $\frac{\lambda}{a} \ll 1$  olduqda Stoks qanunu tətbiq oluna bilər, əks halda isə bu qanun tətbiq edilə bilməz.

Çox kiçik damcılar üçün Stoks qanunun (20.1) ifadəsi əvəzinə

$$F = \frac{6\pi\eta a v_d}{1 + A \frac{\lambda}{a}} \quad (20.10)$$

düsturundan istifadə edilməsi təklif olunmuşdur. Burada  $A$  – müəyyən sabitdir. Göründüyü kimi, (20.10) düsturu elə tərtib olunmuşdur ki,  $A \frac{\lambda}{a} \rightarrow 0$  olduqda o, Stoks qanununun (20.1) ifadəsinə keçir. Stoks qanununun düzəliş edilmiş (20.10) ifadəsindən

istifadə etsək, damcının yükünün mütləq qiyməti üçün (20.7) əvəzinə aşağıdakı ifadəni alarıq:

$$q_0 = \frac{9\pi(\nu_d + \nu_E)}{E} \sqrt{\frac{2\eta^3 \nu_d}{g(\rho - \rho_0) \left(1 + A \frac{\lambda}{a}\right)^3}}. \quad (20.11)$$

Bu düsturla damcının yükünün mütləq qiymətini tapmaq üçün  $A$  sabiti də məlum olmalıdır. Lakin Milliken müəyyən etdi ki,  $A$  sabitini bilmədən də damcının yükünün qiymətini təyin etmək olar. Belə ki, (20.7) və (20.11) düsturlarına əsasən

$$\frac{q_0}{q} = \left(1 + A \frac{\lambda}{a}\right)^{-3/2}$$

və ya

$$q_0^{2/3} \left(1 + A \frac{\lambda}{a}\right) = q^{2/3} \quad (20.12)$$

yaza bilərik. Sərbəst yolun  $\lambda$  uzunluğu qazın  $P$  təzyiqi ilə tərs mütənasib olduğundan ( $\lambda \sim 1/P$ ), (20.12) ifadəsini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$q_0^{2/3} \left(1 + \frac{B}{Pa}\right) = q^{2/3} \quad (20.13)$$

Burada  $B$  – yeni sabitdir.

Təzyiqi dəyişməklə, təzyiqin hər bir qiymətinə uyğun  $q$  yükünün qiymətini düzəlişsiz (20.7) düsturu ilə hesablasaq, (20.13) düsturuna əsasən  $q^{2/3}$  ilə  $1/Pa$  arasında xətti asılılıq alınmalıdır. Ölçmələr göstərdi ki, (20.13) düsturunun verdiyi xətti asılılıq həqiqətən mövcuddur (şəkil 20.2).

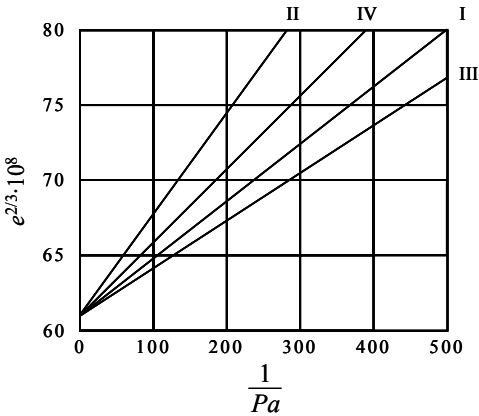
$B/Pa$  həddi (20.13) düsturunda kiçik düzəliş olduğundan, damcının  $a$  radiusunu Stoksun düzəliş edilməyən düsturuna əsasən (20.4) ifadəsi ilə hesablamaq olar.  $P$  təzyiqini santimetr civə sütunu ilə, damcının  $a$  radiusunu isə santimetrlə ifadə etdikdə  $B$  sabiti üçün Milliken  $B=6,17 \cdot 10^{-4}$  qiymətini tapmışdı.

(20.13) düsturunda  $1/Pa=0$ , yəni  $1/P=0$

və ya  $a=\infty$  götürsək, yəni Stoks qanunu tətbiq oluna bilən hala keçsək  $\left(\frac{\lambda}{a} \ll 1\right)$ ,

$q^{2/3} = q_0^{2/3}$  və ya  $q=q_0$  alarıq. Beləliklə, damcının yükünün  $q_0$  həqiqi qiymətini tapmaq üçün düz xətti ordinat oxunu kəsənə qədər uzatmaq lazımdır.

20.2 şəklində müxtəlif təbiətli damcılar üçün yuxarıdakı qayda ilə qurulmuş dörd qrafik göstərilmişdir: I – yağ damcılarının havada, II – yağ damcılarının hidrogendə, III –



Шякил 20.2.

civə damcılarının havada və IV – şellak (yapışqanlı lak) damcılarının havada hərəkətinə uyğundur. Bu düz xəttlərin dördü də ordinat oxunu eyni bir nöqtədə kəsir. Bu isə o deməkdir ki, elektronun yükü nə damcının təbiətindən və nə də damcını əhatə edən qazın təbiətindən asılı deyildir.

Milliken təcrübələri mühüm prinsipial əhəmiyyət kəsb edir. Belə ki, bu təcrübələr tam aydınlıqla elektrik yükünün atomar (diskret) təbiətə malik olduğunu sübut edir. Elektronun yükü üçün Millikenin tapdığı  $e = 4,770 \cdot 10^{-10} SQSE_q$  qiyməti uzun müddət ən dəqiq qiymət hesab olunmuşdur. Lakin sonralar müəyyən edildi ki, bu qiymətin təyində sistemə xətaya yol verilmişdir. Belə ki, Milliken öz hesablamalarında havanın daxili sürtünmə əmsalı (özlülüyü) üçün  $\eta = 1822,6 \cdot 10^{-7}$  qiymətini götürmüşdür. Daha dəqiq ölçmələr nəticəsində məlum oldu ki,  $\eta = 1832 \cdot 10^{-7}$  olmalıdır.  $\eta$ -nın daha dəqiq qiymətini nəzərə alıqda Milliken təcrübələrindən elektronun yükü üçün  $e = 4,805 \cdot 10^{-10} SQSE_q$  qiyməti alınır ki, bu da digər üsullarla tapılmış daha dəqiq qiymətə tam uyğundur.

Elektronun yükünü təyin etmək üçün digər üsullar da mövcuddur və yeri gəldikcə onlar haqqında məlumat verəcəyik. Bu üsullar vasitəsilə elektronun yükü üçün tapılmış bütün qiymətləri müqayisə edərək, belə nəticəyə gəlmişlər ki, hal-hazırda elektronun yükünün (yəni, elementar yükün) dəqiq qiyməti  $e = 1,602189 \cdot 10^{-19} Kl$ -dur.

Yük ilə yanaşı olaraq elektronu xarakterizə edən əsas sabitlərdən biri də onun kütləsidir. Elektronun kütləsi çox kiçikdir. Məhz buna görə də Milliken təcrübəsində damcı yükünü dəyişən zaman bir neçə elektron alıb və ya itirdikdə onun düşmə sürəti və deməli, kütləsi praktik olaraq dəyişmir. Lakin elektrona elektrik və maqnit sahələrinin təsiri ilə təcil verildikdə onun ətalət kütləsinə malik olması faktı özünü göstərir. Məhz buna görə də elektronun kütləsini təyin etmək üçün istifadə olunan üsulların hamısı onun elektrik və maqnit sahələrindəki hərəkətinin öyrənilməsinə əsaslanır. Beləliklə, elektrik və maqnit sahələrində yüklü zərrəciyin hərəkətinin öyrənilməsi kimi ümumi məsələyə baxılması zərurəti meydana çıxır.

Elektron emissiyası və qaz boşalması hadisələri vakuumba toqquşmasız hərəkət edən elektron və ion dəstələri almağa imkan verir. Bu yüklü hissəciklər elektrik və ya maqnit sahəsinə daxil olduqda, onlar müəyyən qüvvənin təsirinə məruz qalaraq öz əvvəlki hərəkətini dəyişirlər.

Elektrik yükünə malik müxtəlif hissəciklərin elektrik və maqnit sahələrində hərəkətini öyrənərək onların yükünün kütləsinə nisbətini ( $q/m$ ) təyin etmək və buradan da həmin zərrəciklərin təbiəti və onların yarandığı proseslər haqqında qiymətli məlumatlar almaq olar. Elektronlar və ionlar dəstəsinə elektrik və maqnit sahələri ilə təsir edərək bu dəstələri idarə etmək, yəni onların hərəkət istiqamətini dəyişmək olar ki, bu da osilloqraf, elektron mikroskopu, yüklü zərrəciklərin sürətləndiricisi, televiziya borusu və s. kimi mühüm elektron cihazlarının iş prinsipinin əsasını təşkil edir.

Əgər  $q$  yükünə malik olan hissəcik  $\vec{E}$  intensivliyinə malik elektrik sahəsi və  $\vec{B}$  induksiyasına malik maqnit sahəsi mövcud olan fəzada hərəkət edərsə, ona təsir edən yekun qüvvə

$$\vec{F} = \vec{F}_{el} + \vec{F}_{maqn.} \quad (20.14)$$

olar. Onda Nyutonun ikinci qanununa görə yüklü hissəciyin hərəkət tənliyi

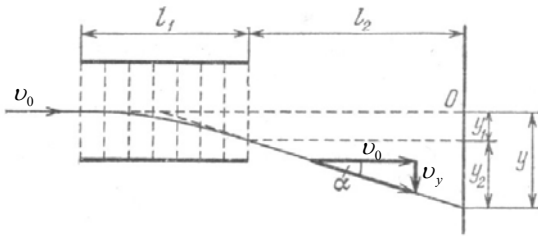
$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{el} + \vec{F}_{maqn.} \quad (20.15)$$

kimi yazıla bilər. Bu vektor tənliyini isə hər biri uyğun koordinat oxu boyunca hərəkəti təsvir edən üç dənə skalyar tənlik kimi yazmaq olar.

Növbəti paraqraflarda yüklü zərrəciyin elektrik və maqnit sahələrində hərəkətinin xüsusi hallarına baxılacaqdır.

### Ə21. Yüklü hissəciklərin eninə bircinsli elektrostatik sahədə hərəkəti

Fərz edək ki, eyni yüklü hissəciklər dəstəsi  $X$  oxu boyunca  $\vec{v}_0$  sürəti ilə hərəkət edərək üfqi yerləşdirilmiş müstəvi kondensatorun elektrik sahəsinə daxil olur (şəkil 21.1). Hissəciyin  $\vec{v}_0$  sürət vektoru elektrik sahəsinin istiqamətinə perpendikulyar olduğu üçün bu, eninə elektrik sahəsi adlanır. Əgər kondensatorun köynəkləri arasındakı məsafə



Шякил

onların  $l_1$  uzunluğuna nisbətən çox kiçikdirsə, onda lövhələrin kənarında təhrif olma effektlərini nəzərə almamaq və kondensatorun elektrik sahəsini bircinsli hesab etmək olar.  $Y$  oxunu elektrik sahəsi istiqamətində yönəltək,  $E_x = E_z = 0$ ,  $E_y = E$  olar. Burada  $E_x$ ,  $E_y$  və  $E_z$  kondensatorun elektrik sahəsinin  $\vec{E}$  intensivlik vektorunun koordinat oxları üzrə proyeksiyalarıdır. Baxılan halda maqnit sahəsi yoxdur və ona görə də

yüklü hissəciyə təsir edən maqnit qüvvəsi sıfır bərabərdir:  $\vec{F}_{maqn.} = 0$ . Beləliklə, kondensatorun köynəkləri arasında hərəkət edən yüklü zərrəcik üçün (20.25) hərəkət tənliyi aşağıdakı şəkllə düşür:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{el} = q\vec{E} \quad (21.1)$$

Baxılan halda yüklü hissəciyə yalnız  $Y$  oxu boyunca yönəlmiş elektrik sahəsi tərəfindən qüvvə təsir edir. Ona görə də hissəciyin trayektoriyası  $XY$  müstəvisində yerləşir və onun (21.1) hərəkət tənliyi aşağıdakı kimi iki tənliyə parçalanır:

$$\frac{dv_x}{dt} = 0 \quad (21.2)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{q}{m} E \quad (21.3)$$

(21.2) tənliyini inteqrallayaraq

$$v_x = \frac{dx}{dt} = const = v_0 \quad (21.3)$$

alırıq. (21.3) tənliyinin inteqrallanması isə

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{q}{m} Et + C \quad (21.4)$$

verir. Burada  $t = \frac{l_1}{v_0}$  – hissəciyin kondensator daxilində hərəkət müddəti,  $C$  – inteqrallama sabitidir.  $t=0$  başlanğıc zaman anında, yəni hissəcik kondensatora daxil olan anda  $v_y=0$  olduğundan, (21.4) düsturuna əsasən  $C=0$  alırıq. Ona görə də

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{q}{m} Et \quad (21.5)$$

olar.

Hissəciyin hərəkət trayektoriyasını, yəni  $y=y(x)$  asılılığını tapmaq üçün (21.3) və (21.5) tənliklərini inteqrallamaq və alınan ifadələrdən  $t$ -ni yox etmək lazımdır. Beləliklə,

$$x = v_0 t$$

$$y = \frac{q}{2m} Et^2 \quad (21.6)$$

və buradan da

$$y = \frac{qE}{2m v_0^2} x^2 \quad (21.7)$$

alınır ki, bu da parabolanın tənliyidir. Deməli, elektrik sahəsinə perpendikulyar istiqamətdə hərəkət edən yüklü zərrəciyin hərəkət trayektoriyası parabolanın bir qoludur.

Hissəciyin kondensator daxilində hərəkət müddətinin  $t=l_1/v_0$  qiymətini (21.5)-də nəzərə alsaq, kondensatordan çıxan anda onun  $v_0$  sürətinə perpendikulyar olan sürəti

$$v_y = \frac{q}{m} E \frac{l_1}{v_0} \quad (21.8)$$

olar. Kondensatordan çıxan anda hissəciyin öz əvvəlki hərəkət istiqamətindən  $y_1$  meyli isə (21.7) düsturunda  $x=l_1$  yazmaqla tapıla bilər:

$$y_1 = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E \cdot \frac{l_1}{v_0^2} \quad (21.9)$$

Kondensatordan çıxandan sonra hissəcik  $\vec{v}_0$  vektoru ilə  $\alpha$  bucağı əmələ gətirən istiqamətdə düzxətli hərəkət edir. (21.3) və (21.8) ifadələrinə əsasən

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_0} = \frac{q}{m} E \frac{l_1}{v_0^2} \quad (21.10)$$

yaza bilərik. Beləliklə, kondensatordan çıxandan sonra hissəcik əlavə olaraq

$$y_2 = l_2 \operatorname{tg} \alpha = \frac{q}{m} E \frac{l_1 l_2}{v_0^2} \quad (21.11)$$

meyl edərək ekrana çatır. Burada  $l_2$ –kondensatorun hissəcik çıxan ucundan ekrana qədər olan məsafədir.

Son nəticədə hissəciyin öz əvvəlki istiqamətindən meyli (yəni, ekran üzərindəki 0

nöqtəsinə nəzərən meyli)

$$y = y_1 + y_2 = \frac{q}{m} E \frac{l_1}{v_0^2} \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) \quad (21.12)$$

olur. (21.10) düsturunu (21.12)-də nəzərə alsaq

$$y = \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) tg \alpha \quad (21.13)$$

yaza bilərik. Buradan görünür ki, elektrik sahəsini tərk etdikdən sonra hissəcik elə hərəkət edir ki, guya o, sahəni yaradan kondensatorun mərkəzindən (21.10) düsturu ilə təyin olunan  $\alpha$  bucağı altında hərəkətə başlamışdır.

(21.10) düsturundan görünür ki, yüklü hissəciyin eninə elektrik sahəsində meyl bucağı onun  $q/m$  xüsusi yükündən asılıdır.

Yuxarıdakı mühakimələrdə biz hissəciyin yükünün müsbət işarəli olduğunu və kondensatorun köynəkləri arasındakı elektrostatik sahənin  $\vec{E}$  intensivlik vektorunun  $Y$  oxu istiqamətində yönəldiyini fərz etdik. Lakin bu mühakimələr eyni zamanda mənfə yüklü zərrəciklərin hərəkətinə də tətbiq oluna bilər. Məsələn, elektronun elektrik və ya maqnit sahəsində hərəkətindən bəhs edildikdə nəzərə almaq lazımdır ki, elektron mənfə yüklü olduğundan onun meylinin istiqaməti müsbət yüklü hissəciyin meylinin istiqamətinin əksinə yönəlmiş olacaqdır. Ona görə də biz gələcəkdə  $q$  ilə hissəciyin elektrik yükünün ədədi qiymətini işarə edəcəyik.

## **Ə22. Yüklü hissəciklərin uzununa elektrostatik sahədə hərəkəti**

Fərz edək ki,  $q$  yüklü hissəcik onun hərəkəti istiqamətində yönəlmiş elektrostatik sahəyə (uzununa sahə) düşür. Bu istiqamət  $X$  oxu boyunca yönəlmiş olsun. Onda  $E_x = E$  və  $E_y = E_z = 0$  olar. Bu halda (21.1) hərəkət tənliyi aşağıdakı skalyar tənliklə əvəz olunur:

$$\frac{d v_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{q}{m} E \quad (22.1)$$

Bu tənliyi bir dəfə inteqrallasaq

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{q}{m} Et + C_1 \quad (22.2)$$

alarıq. Burada sadəlik naminə  $v_x = v$  işarə edilmişdir.  $C_1$  – inteqrallama sabitidir və başlanğıc şərtlərdən tapılır. Doğrudan da  $t=0$  olduqda  $v = v_0$  olduğundan  $C_1 = v_0$  alırıq və (22.2) tənliyi aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\frac{dx}{dt} = v = \frac{q}{m} Et + v_0 \quad (22.3)$$

(22.3) tənliyini inteqrallasaq

$$x = \frac{1}{2} \frac{q}{m} Et^2 + v_0 t + C_2 \quad (22.4)$$

alarıq.  $t=0$  başlanğıc zaman anında  $x=x_0$  olduğunu qəbul etsək elektrostatik sahə boyunca hərəkət edən yüklü hissəciyin (22.4) hərəkət tənliyi aşağıdakı şəkllə düşər:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{qE}{2m} t^2 \quad (22.5)$$

Göründüyü kimi, (22.5) ifadəsi düzxətli bərabərtəcilli hərəkətin tənliyidir.

İndi isə (22.1) tənliyinin hər iki tərəfini  $v$ -yə vursaq və  $v \frac{dv}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{dt}$  olduğunu nəzərə alsaq

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{mv^2}{2} \right) = qEv \quad (22.6)$$

yaza bilərik. Elektrik sahəsinin potensialını  $\varphi$  ilə işarə etsək,  $E = E_x = -\frac{d\varphi}{dx}$  və

$E v = -\frac{d\varphi}{dx} \frac{dx}{dt} = -\frac{d\varphi}{dt}$  olar. Onda (22.6) tənliyi

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{mv^2}{2} \right) = -q \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{və ya} \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{mv^2}{2} + q\varphi \right) = 0$$

şəklinə düşür. Buradan isə

$$\frac{mv^2}{2} + q\varphi = \text{const} \quad (22.7)$$

alınır.

(22.7) tənliyində  $q\varphi$  kəmiyyəti sahənin potensialı  $\varphi$  olan nöqtədə  $q$  yükünün potensial enerjisi olduğundan, bu tənlik enerjinin saxlanması qanununu ifadə edir. Yük potensialı  $\varphi_1$  olan nöqtədən  $\varphi_2$  olan nöqtəyə hərəkət edərsə və  $\varphi_1 - \varphi_2 = u$  olarsa, (22.7) tənliyini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qu \quad (22.8)$$

$v_1=0$  olduqda isə

$$\frac{mv^2}{2} = qu \quad (22.9)$$

alarıq.

Atom fizikasında əksər hallarda enerji elektronvolt ( $eV$ ) adlanan vahidlə ölçülür. Potensiallar fərqi  $1V$  olan sürətləndirici sahədən keçdikdə elektronun malik olduğu enerji  $1 eV$  adlanır:

$$1 eV = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Kl} \cdot 1 V = 1,6 \cdot 10^{-19} C.$$

$1 \text{ mol}$  elektronlara ( $N_A = 6,028 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ) düşən enerji  $1 eV \cdot \text{mol}^{-1} = 9,64 \cdot 10^4 C \cdot \text{mol}^{-1} = 23,04 \text{ kkal} \cdot \text{mol}^{-1}$  olar.

Əgər yüklü hissəciyin başlanğıc  $v_0$  sürət vektoru elektrik sahəsinin  $\vec{E}$  intensivlik

vektoru ilə müəyyən  $\alpha$  bucağı əmələ gətirirsə, onda  $\vec{v}_0$  vektorunu  $\vec{E}$  vektoruna paralel olan  $\vec{v}_{0T}$  və perpendikulyar olan  $\vec{v}_{0n}$  toplananlarına ayırmaq olar.

### Ə23. Yüklü hissəciklərin bircinsli maqnit sahəsində hərəkəti

1820-ci ildə Amper təcrübələr yolu ilə müəyyən etmişdir ki, elektrik cərəyanı axan naqilə maqnit sahəsində

$$F_A = BIl \sin \alpha \quad (23.1)$$

düsturu ilə təyin olunan qüvvə ilə təsir edir. Sonralar bu qüvvə Amper qüvvəsi, (23.1) ifadəsi ilə Amper qanunu adlandırıldı. Burada  $B$  – maqnit sahəsinin induksiyası,  $J$  – naqildəki cərəyan şiddəti,  $l$  – naqilin maqnit sahəsində yerləşən hissəsinin uzunluğu,  $\alpha$  – cərəyanın istiqaməti ilə  $\vec{B}$  vektoru arasında qalan bucaqdır. Amper qüvvəsinin istiqaməti məlum sol əl qaydası ilə təyin olunur.

Elektrik cərəyanı yüklü hissəciklərin (elektronların və ya ionların) nizamlı hərəkəti olduğundan deyə bilərik ki, maqnit sahəsində hərəkət edən elektrik yükünə qüvvə təsir edir. Bu qüvvəni təyin etmək üçün (23.1) ifadəsində

$$Jl = Nqv \quad (23.2)$$

olduğunu nəzərə alaq:

$$F_A = NqvB \sin \alpha \quad (23.3)$$

Burada  $N$  – naqilin daxilində hərəkət edən, yəni cərəyan yaradan yüklü zərrəciklərin sayı,  $q$  – bir dənə hissəciyin yükü,  $v$  – hissəciklərin hərəkət sürətidir. Qəbul edilmişdir ki, cərəyanın istiqaməti müsbət yüklü hissəciklərin hərəkət istiqaməti ilə, yəni onların  $\vec{v}$  sürət vektorunun istiqaməti ilə üst-üstə düşür.

(23.3) düsturundan görünür ki, maqnit sahəsində cərəyanlı naqilə təsir edən qüvvə naqil daxilində hərəkət edərək elektrik cərəyanını yaradan yüklü hissəciklərin sayı ilə düz mütənəsbdir. Buradan belə nəticə çıxarmaq olar ki, hərəkət edən bir dənə yüklü hissəciyə maqnit sahəsində təsir edən qüvvə

$$F_{maq.} = qvB \sin \alpha \quad (23.4)$$

olar. Bu qüvvəni bəzən maqnit qüvvəsi də adlandırırlar. Maqnit qüvvəsi  $\vec{v}$  və  $\vec{B}$  vektorlarına perpendikulyar istiqamətdə yönəlir və onun istiqaməti sol əl qaydası ilə təyin olunur; sol əlimizi elə tutsaq ki,  $\vec{B}$  vektoru ovcumuza daxil olsun və dörd barmağımız isə müsbət yüklü hissəciklərin hərəkət istiqamətində (mənfi yüklü hissəciklərin hərəkətinin əksi istiqamətində) yönəlsin, onda  $90^\circ$  bucaq altında açılmış baş barmaq yüklü hissəciyə təsir edən  $\vec{F}_{maq.}$  qüvvəsinin istiqamətini göstərəcəkdir.

(23.4) düsturunu  $\vec{v}$  və  $\vec{B}$  vektorlarının vektorial hasilindən istifadə etməklə aşağıdakı kimi də yazmaq olar:

$$\vec{F}_{maq.} = q[\vec{v}\vec{B}]. \quad (23.5)$$

(23.4) və (23.5) ifadələrindən görünür ki, yüklü hissəcik maqnit sahəsinin induksiya

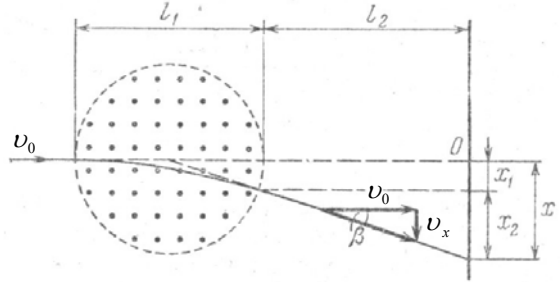


vektoru boyunca hərəkət etsə, yəni  $\vec{B}$  və  $\vec{v}$  vektorları bir-birinə paralel (və ya antiparalel) olsa, hissəciyə təsir edən maqnit qüvvəsi sıfır bərabər olar:  $\vec{F}_{maqn.} = 0$ .

Qeyd edək ki, (23.4) və (23.5) ifadələri təcrübi faktlar əsasında alınmışdır və bu ifadələrə daxil olan  $\vec{v}$  sürəti hissəciyin maqnit sahəsinə nisbətən sürətidir.

İndi isə fərz edək ki, başlanğıc sürəti  $\vec{v}_0$  olan  $q$  yükünə malik hissəcik induksiyası  $\vec{B}$  olan bircinsli maqnit sahəsinə daxil olmuşdur və özü də  $\vec{v}_0$  vektoru  $\vec{B}$  vektoruna perpendikulyardır, yəni (23.4)

düsturunda  $\alpha = 90^\circ$ -dir (şəkil 23.1; maqnit sahəsi şəkil müstəvisinə perpendikulyar olub bizə doğru yönəlmişdir və sahə oblastı punktilə çəkilmiş çevrə ilə hüdudlanmışdır). Hissəciyin maqnit sahəsində hərəkət yolunun uzunluğu  $l_1$ , maqnit sahəsindən ekrana qədər olan yolunun uzunluğu isə  $l_2$  olsun. Maqnit sahəsinin təsiri altında hissəcik



Шякил 23.1.

$a_x = \frac{F_{maqn.}}{m} = \frac{q}{m} v_0 B$  təcilini alar. Onda

maqnit sahəsindən çıxan anda hissəciyin meyli

$$x_1 = \frac{Q_x \cdot t^2}{2} = \frac{q v_0 B}{2m} t^2 \quad (23.6)$$

olar. Lakin hissəcik  $v_0 = const$  sürəti ilə üfqi istiqamətdə hərəkət etdiyindən  $t = \frac{l_1}{v_0}$  olduğunu nəzərə alsaq, (23.6) ifadəsini aşağıdakı kimi yazı bilərik:

$$x_1 = \frac{q B l_1^2}{m 2v_0} \quad (23.7)$$

Burada nəzərdə tutulur ki, hissəciyin maqnit sahəsində meyli çox kiçikdir və ona görə də  $a_x$  təcili sabit olub,  $\vec{v}_0$  sürət vektoruna perpendikulyardır.

Maqnit sahəsindən çıxdıqdan sonra ekrana qədər hərəkət etdikdə hissəciyin meyli bucağı  $\beta$  aşağıdakı kimi təyin olunur.

$$tg\beta = \frac{v_x}{v_0} = \frac{a_x t}{v_0} = \frac{qB}{m} \frac{l_1}{v_0} \quad (23.8)$$

Onda bu yolda hissəciyin əlavə meyli

$$x_2 = l_2 tg\beta = \frac{qB}{m} \cdot \frac{l_1 l_2}{v_0} \quad (23.9)$$

olar.

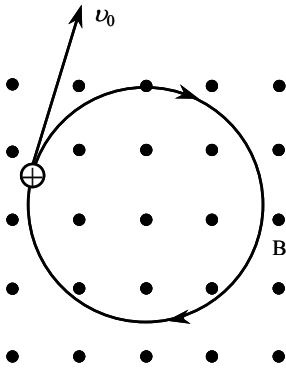
Beləliklə, (23.7)-(23.9) düsturlarına əsasən maqnit sahəsindən keçərək ekrana qədər məsafəni qət etdikdə yüklü hissəciyin öz əvvəlki hərəkət istiqamətindən tam meyli

aşağıdakı düsturla təyin olunur:

$$x = x_1 + x_2 = \frac{qB}{m} \frac{l_1}{v_0} \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) = \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) tg\beta \quad (23.10)$$

(23.10) ifadəsindən görünür ki, maqnit sahəsində kiçik meyl edən yüklü hissəciklər maqnit sahəsini tərk etdikdən sonra elə istiqamətdə hərəkət edirlər ki, guya onlar meyletdirici maqnit sahəsi mövcud olan fəza oblastının mərkəzindən qiyməti (23.8) düsturu ilə təyin olunan  $\beta$  bucağı altında hərəkətə başlamışlar.

Maqnit sahəsində hərəkət edən yüklü hissəciyin trayektoriyasını tapaq. Əvvəlcə, yuxarıdakı kimi sadə hala baxaq, yəni fərz edək ki, yüklü hissəciyin  $\vec{v}_0$  başlanğıc sürəti bircinsli maqnit sahəsinin  $\vec{B}$  induksiya vektoruna perpendikulyardır (şəkil 23.2). Bu



Шякил

halda yüklü hissəcik üçün hərəkət tənliklərini həll etmədən də onun hərəkətinin əsas xüsusiyyətlərini müəyyən etmək olar. Hər şeydən əvvəl onu qeyd edək ki, maqnit sahəsində hərəkət edən yüklü hissəciyə təsir edən qüvvə həmişə bu hissəciyin sürət vektoruna perpendikulyar istiqamətdə yönəlmişdir. Bu isə o deməkdir ki, həmin  $\vec{F}_{maq.}$  qüvvəsinin gördüyü iş həmişə sıfıra bərabərdir və deməli, hissəciyin sürətinin ədədi qiyməti və enerjisi hərəkət zamanı dəyişmir, yəni sabit qalır. Hissəciyin sürətinin ədədi qiyməti dəyişmədiyi üçün və  $\alpha = 90^\circ$  olduğundan (23.4) düsturuna əsasən təyin olunan  $F_{maq.}$  qüvvəsinin  $F_{maq.} = qv_0B$  ədədi qiyməti də sabit qalır. Bu qüvvə hərəkət istiqamətinə perpendikulyar olduğundan mərkəzəqaçma qüvvəsidir. Məlumdur ki, ədədi qiymətcə sabit olan mərkəzəqaçma qüvvəsinin təsiri altında baş verən hərəkət çevrə üzrə bərabərsürətli hərəkətdir. Deməli, baxılan halda

yüklü hissəciyin maqnit sahəsində hərəkət trayektoriyası çevrədir və bu çevrənin  $R$  radiusu aşağıdakı şərtdən tapılır:

$$\frac{mv_0^2}{R} = qv_0B. \quad (23.11)$$

Buradan

$$R = \frac{mv_0}{qB} = \frac{v_0}{\frac{q}{m} \cdot B} \quad (23.12)$$

alırıq. Yüklü hissəciyin kinetik enerjisi üçün (22.9) ifadəsinə əsasən

$$v_0 = \sqrt{2 \frac{q}{m} u} \quad (23.13)$$

olduğunu (23.12)-də nəzərə alsaq

$$R = \frac{1}{\sqrt{\frac{q}{m}}} \cdot \frac{\sqrt{2u}}{B} \quad (23.14)$$

yaza bilərik.

Yüklü hissəciklərin maqnit sahəsində çevrə üzrə hərəkətinin mühüm xüsusiyyəti ondan ibarətdir ki, hissəciyin fırlanma periodu onun enerjisindən asılı deyildir. Doğrudan da fırlanma periodunun

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} \quad (23.15)$$

ifadəsində çevrənin  $R$  radiusu üçün (23.12) düsturunu nəzərə alsaq

$$T = \frac{2\pi}{\frac{q}{m} B} \quad (23.16)$$

olar. Fırlanmanın tezliyi  $\nu$  və dairəvi tezliyi  $\omega$  aşağıdakı düsturlarla təyin olunur:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{q}{2\pi} B, \quad (23.17)$$

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{q}{m} B = \omega_c. \quad (23.18)$$

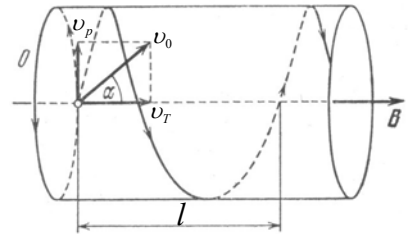
Beləliklə, maqnit sahəsində çevrə boyunca hərəkət edən yüklü hissəciyin fırlanma periodu və tezliyi yalnız maqnit sahəsinin induksiyasından və bu zərrəciyin yükünün onun kütləsinə olan nisbətindən (xüsusi yükündən) asılıdır.

(23.18) düsturu ilə təyin olunan  $\omega_c$  dairəvi tezliyi bəzən tsiklotron tezliyi də adlanır.

Sabit maqnit sahəsinin istiqamətinə perpendikulyar olan müstəvidə yerləşən çevrə boyunca hərəkət edən yüklü hissəciyin dairəvi fırlanma tezliyinə tsiklotron və ya qiromaqnit tezliyi deyilir.

Bu vaxta qədər biz fərz edirdik ki, yüklü hissəciyin başlanğıc sürət vektoru  $\vec{v}_0$  maqnit sahəsinin  $\vec{B}$  induksiya vektoruna perpendikulyardır. İndi isə  $\vec{v}_0$  və  $\vec{B}$  vektorlarının bir-birinə nəzərən  $\alpha \neq 90^\circ$  bucaq altında yönəldiyi ümumi hala baxaq (şəkil 23.3). Bu halda  $\vec{v}_0$  sürət vektorunu maqnit sahəsinin istiqamətinə paralel olan  $v_{0T} = v_0 \cos \alpha$  və perpendikulyar olan  $v_{0p} = v_0 \sin \alpha$

kimi iki toplanana ayırmaq əlverişlidir.  $v_{0p}$  toplananı sayəsində yüklü hissəcik (23.4) düsturuna əsasən təyin olunan  $F_{maqni} = qBv_{0p}$  maqnit qüvvəsinin təsiri altında maqnit sahəsinin istiqamətinə perpendikulyar olan müstəvidə yerləşən çevrə boyunca bərabərsürətli hərəkət edir. Bu çevrənin radiusu (23.12) düsturunda  $v_0$  əvəzinə  $v_{0p} = v_0 \sin \alpha$  yazmaqla tapıla bilər. Yüklü hissəciyin maqnit sahəsinə paralel istiqamətdə hərəkəti zamanı (23.4) düsturuna əsasən  $F_{maqni} = 0$  olduğundan,  $v_{0T}$  toplananı əlavə qüvvə yaranmasına səbəb olmur. Ona görə də hissəcik sahə istiqamətində  $v_{0T} = v_0 \cos \alpha$  sürəti ilə düzxətli bərabərsürətli hərəkət edir. Bu iki hərəkətin toplanması nəticəsində yüklü hissəcik 23.3 şəklində göstərilmiş silindrik spiral üzrə vintvari hərəkət edəcəkdir. Bu



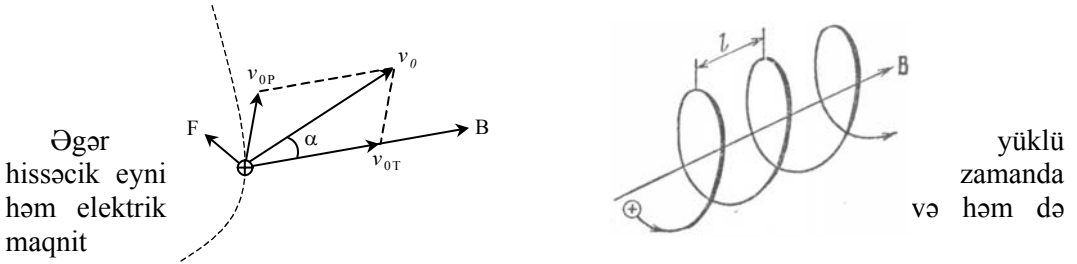
Шякил 23.3.

vintin oxu maqnit sahəsinin istiqaməti ilə üst-üstə düşür. Həmin vintin  $l$  addımı isə  $v_{0T}$  sürətini (23.16) düsturu ilə təyin olunan fırlanma perioduna vurmaqla tapılır:

$$l = v_{0T} \cdot T = \frac{2\pi m v_0}{qB} \cos \alpha. \quad (23.19)$$

Qeyd edək ki, hissəciyin vint üzrə hərəkət istiqaməti onun yükünün işarəsindən və trayektoriyaya hansı istiqamətdə baxılmasından asılıdır. Bu zaman  $\alpha < \frac{\pi}{2}$  olduqda

hissəcik bizdən uzaqlaşır,  $\alpha > \frac{\pi}{2}$  olduqda isə bizə doğru hərəkət edir (şəkil 23.4). Onda müsbət yüklü hissəcik spiral boyunca saat əqrəbinin əksi istiqamətində, mənfi yüklü hissəcik isə spiral boyunca saat əqrəbi istiqamətində hərəkət etmiş olar.



Шякил 23.4.

sahəsindədirsə, ona təsir edən qüvvə (20.14), (21.1) və (23.5) düsturlarına əsasən

$$\vec{F} = \vec{F}_{el} + \vec{F}_{maq.} = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}] \quad (23.20)$$

kimi təyin olunur. bu ifadə ilk dəfə Lorens tərəfindən təcrübi yolla alındığı üçün (23.20) düsturu ilə təyin olunan  $\vec{F}$  kəmiyyəti Lorens qüvvəsi də adlanır. Lakin çox zaman (23.20) düsturunda maqnit sahəsi ilə əlaqədar olan ikinci həddi Lorens qüvvəsi adlandırırlar.

İndi isə yüklü hissəciyə eyni zamanda təsir edən  $F_{el}$  və  $F_{maq.}$  qüvvələrinin bir-birinə nisbətini tapaq. Bu məqsədlə iki eyni işarəli nöqtəvi  $q_1$  və  $q_2$  yüklərinin bir-birinə paralel düz xətlər boyunca işığın vakuumdakı  $c$  sürətinə nisbətən çox kiçik olan eyni  $v$  sürəti ilə hərəkətinə baxaq (şəkil 23.5).  $v \ll c$  olduqda hərəkət edən yüklü hissəciyin elektrik sahəsi həmin hissəcik sükunətdə olduqda onun yaratdığı elektrik sahəsindən praktik olaraq fərqlənmir. Ona görə də bizim baxdığımız yüklü hissəciklərə təsir edən  $F_{el}$  qüvvəsi aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$F_{el.1} = F_{el.2} = F_{el.} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (23.21)$$

Məlumdur ki,  $v$  sürəti ilə hərəkət edən yüklü hissəciyin bu hissəcikdən  $r$  məsafədə yaratdığı maqnit sahəsinin  $\vec{B}$  induksiyası

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}\vec{r}]}{r^3} \quad (23.22)$$

ifadəsi ilə hesablanır. Onda bizim baxdığımız yüklü hissəciklərə təsir edən  $F_{maq.}$  qüvvəsi (23.5) və (23.22) düsturlarına əsasən

$$F_{maq.1} = F_{maq.2} = F_{maq.} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_1 q_2 v^2}{r^2} \quad (23.23)$$

düsturu ilə tapıla bilər (burada  $\vec{r}$  radius vektorunun  $\vec{v}$  sürət vektoruna perpendikulyar olduğu nəzərə alınmışdır).

(23.21) və (23.23) düsturlarına əsasən

$$\frac{F_{maq.}}{F_{el.}} = \epsilon_0 \mu_0 v^2 = \frac{v^2}{c^2} \quad (23.24)$$

alırıq. (23.24) ifadəsinin  $v \ll c$  şərti daxilində alınmasına baxmayaraq o,  $v < c$  olan ixtiyari  $v$  üçün də doğrudur.

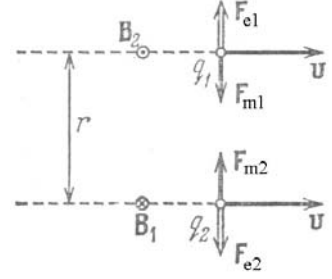
23.5 şəklindən görüldüyü kimi,  $\vec{F}_{el.}$  və  $\vec{F}_{maq.}$  qüvvələrinin istiqaməti bir-birinə əksdir. Bu şəkil eyni işarəli və özü də müsbət yüklərə aiddir. Əgər həmin yüklərin hər ikisi mənfi işarəli olarsa, qüvvələrin istiqaməti həmin cür qalacaq, lakin  $\vec{B}_1$  və  $\vec{B}_2$  vektorlarının istiqaməti əksinə dəyişəcəkdir. Müxtəlif işarəli yüklər üçün  $\vec{F}_{el.}$  və  $\vec{F}_{maq.}$  qüvvələrinin istiqaməti 23.5 şəklinə göstərilən istiqamətlərin əksinə olacaqdır.

(23.24) ifadəsindən görünür ki,  $F_{maq.}$  maqnit qüvvəsi  $F_{el.}$  kulon qüvvəsinə nisbətən  $v^2/c^2$  dəfə kiçikdir. Bu onunla izah olunur ki, hərəkət edən yüklü hissəciklər arasında maqnit qarşılıqlı təsiri relyativistik effektdir. Əgər işıq sürəti sonsuz böyük olsa, maqnetizm yox olar.

## Ə24. Elektronun yükünün onun kütləsinə nisbətinin təyin edilməsi üsulları

Məlum olduğu kimi (ƏƏ21, 23) yüklü hissəciyin elektrik və maqnit sahələrində meylı onun yükünün kütləsinə olan nisbətindən ( $q/m$ ) asılıdır. Bu nisbəti çox zaman hissəciyin xüsusi yükü də adlandırırırlar. Ona görə də yüklü hissəciyin elektrik və ya maqnit sahəsində meylini bilərək onun xüsusi yükünü, yəni  $q/m$  nisbətini tapmaq olar. Lakin bu zaman nəzərə almaq lazımdır ki, istər eninə elektrik sahəsində, istərsə də eninə maqnit sahəsində yüklü hissəciyin meylı  $q/m$ -dən başqa onun sürətindən də asılıdır. Belə ki,

elektrik sahəsində meyl (21.9) və (21.12) düsturlarına əsasən  $\frac{q}{m v_0^2}$ , maqnit sahəsində



Шякил 23.5.

meyl isə (23.7) və (23.10) düsturlarına əsasən  $\frac{q}{m\nu_0}$  ilə təyin edilir. Ona görə də elektrik

və maqnit sahələrinin hər hansı birində meyli ölçməyə imkan verən təcrübədən  $q/m$ -i təyin etmək olmur.

Hissəciyin sürətinin məlum olub-olmamasından asılı olaraq  $q/m$  nisbətini təyin etmək üçün müxtəlif cür üsullardan istifadə olunur. Əgər hissəciyin  $\nu_0$  sürəti məlumdursa və ya təcrübədə müəyyən qayda ilə təyin oluna bilərsə, onda yalnız bir sahədə – ya maqnit sahəsində, ya da elektrik sahəsində meyli ölçməklə kifayətlənmək olar. Əgər hissəciyin  $\nu_0$  sürəti məlum deyilsə, onda hissəciyin  $q/m$  xüsusi yükünü təyin etmək üçün onun həm elektrik, həm də maqnit sahəsində meylini ölçmək tələb olunur. Çünki iki məchulu təyin etmək üçün ən azı iki tənlik lazımdır.

Hissəciyin xüsusi yükünü ( $q/m$ ) təyin etmək üçün istifadə olunan birinci növ üsula misal olaraq termoelektronların xüsusi yükünü ( $e/m$ ) təyin etməkdən ötəri Buşun təklif etdiyi maqnit fokuslanma üsuluna baxaq. Buş təcrübəsinin sxemi 24.1 şəklində verilmişdir. Qızmış  $K$  katodundan qopan termoelektronlar bu katod ilə  $D_1$  diafraqması (anod) arasında yaradılmış elektrik sahəsində sürətlənilirlər.  $D_2$  diafraqması dairəvi yarıq şəklindədir və bu dairənin mərkəzi elektron dəstəsinin oxu üzərindədir.  $D_2$  diafraqması yalnız təpə bucağı  $2\alpha$  olan konusun doğurduğu üzrə hərəkət edən elektronları buraxır.  $D_1$  diafraqmasının arxasında elektronlar elektrik sahəsi olmayan fəzada hərəkət edərək lüminessensiyaedici  $E_k$  ekranına düşürlər. Qurğunun göstərilən bütün bu hissələri içərisindən hava çıxarılmış silindrşəkilli şüşə borunun daxilində yerləşdirilmişdir.

Xaricdən bu borunun üzərinə uzun sarğac (solenoid) geydirilmişdir ki, bu da borunun daxilində elektron dəstəsinin oxuna paralel istiqamətdə məlum  $\vec{B}$  induksiyasına malik olan bircinsli maqnit sahəsi yaratmağa imkan verir. Ə23-dən məlum olduğu kimi, bu halda elektronlar silindrik spiral üzrə vintvari hərəkət etməlidir. Ona görə də  $D_1$  diafraqmasından eyni  $\alpha$  bucağı altında çıxan bütün elektronlar dəstənin oxunu yenidən  $l$ ,  $2l$  və s. məsafələrdə kəsəcəkdir. Burada  $l$  – vintin addımıdır və (23.19) düsturu ilə təyin olunur. Bu kəsişmə nöqtələrində elektron dəstəsinin ən kəsiyi ən kiçik olacaqdır, yəni həmin nöqtələrdə elektron dəstəsi fokuslanacaqdır. Əgər maqnit sahəsinin induksiyasını və ya elektronların sürətini dəyişsək, onda elektron dəstəsinin ekrandakı yayılmış ilkin xəyalı periodik olaraq

parlaq işıqlı ləkəyə çevriləcəkdir.  $D_1$  diafraqması ilə  $E_k$  ekranı arasındakı  $L$  məsafəsi  $l$ -ə bərabər olduqda, elektron dəstəsi 24.1a şəklindəki kimi,  $L=2l$  olduqda 24.1b şəklindəki kimi və s. olacaqdır.

Elektron dəstəsinin ekranda fokuslanması şərti

$$L = n l \quad (24.1)$$

olar. Burada  $n=1,2,3,\dots$ (23.19) ifadəsini (24.1)-də yerinə yazsaq

$$L = \frac{2\pi\nu_0 \cos \alpha}{\frac{e}{m} \cdot B} \cdot n \quad (24.2)$$

alarıq. Elektronların  $\nu_0$  sürəti  $K$  katodu ilə  $D_1$  diafraqması arasındakı  $u$  gərginliyi ilə təyin olunur:

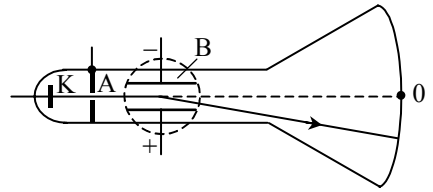
$$\frac{m\nu_0^2}{2} = eu, \quad \nu_0 = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} u}. \quad (24.3)$$

(24.30)-ü (24.2)-də yazaraq tapırıq ki,

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 n^2 u \cos^2 \alpha}{L^2 B^2}. \quad (24.4)$$

Beləliklə, elektron dəstəsinin ekranda fokuslanmasına uyğun gələn  $u$  və  $B$  kəmiyyətlərini ölçərək, (24.4) düsturuna əsasən elektronun xüsusi yükünü, yəni  $e/m$  nisbətini təyin etmək olar.

İkinci növ üsula aid bir neçə misal göstərmək olar ki, bunlardan biri Tomson üsuludur. Məlumdur ki, elektronun xüsusi yükünü ilk dəfə 1897-ci ildə Tomson 24.2 şəklində təsvir olunmuş qaz boşalması borusu vasitəsilə təyin etmişdir.  $A$  anodundakı deşikdən keçən elektron dəstəsi (katod şüaları) müstəvi kondensatorun lövhələri arasından keçərək flüorossensiyaedici ekran üzərinə düşərək işıqlı ləkə yaradır. Kondensatorun lövhələrinə gərginlik verərək elektron dəstəsinə praktik olaraq biricinsli elektrik sahəsi ilə təsir etmək olar. Qaz boşalması borusu bu elektrik sahəsinə perpendikulyar istiqamətdə biricinsli maqnit sahəsi yarada bilən elektromaqnitin qütbləri arasında yerləşdirilir. Bu maqnit sahəsinin oblastı 24.2 şəklində dairəvi punktir xətlə əhatə olunmuşdur. Elektrik və maqnit sahələrinin heç biri olmadıqda elektron dəstəsi ekran üzərindəki  $0$  nöqtəsinə düşür. Bu sahələrdən hər birinin təsiri nəticəsində elektron dəstəsi şaquli istiqamətdə meyl edə bilər ki, bu meylin qiyməti elektrik sahəsində (21.12), maqnit sahəsində isə (23.10) düsturu ilə təyin olunur.



Шякил 24.2.

Yalnız maqnit sahəsinin təsiri ilə elektron dəstəsinin ekranda yaratdığı işıqlı ləkənin

$$x = \frac{e}{m} B \frac{l_1}{\nu_0} \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) \quad (24.5)$$

meylini ölçərək Tomson həm də elektrik sahəsinə qoşmuş və onun intensivliyini elə seçmişdir ki, işıqlı ləkə yenidən  $0$  nöqtəsinə düşsün. Bu halda elektrik və maqnit sahələri elektron dəstəsinə qiymətcə bərabər, lakin istiqamətcə əks olan qüvvə ilə təsir etmiş olur, yəni

$$eE = e\nu_0 B \quad (24.6)$$

şərti ödənilir. (24.5) və (24.6) tənliklərini birgə həll edərək Tomson  $\nu_0$  və  $e/m$  kəmiyyətlərini tapmışdır:

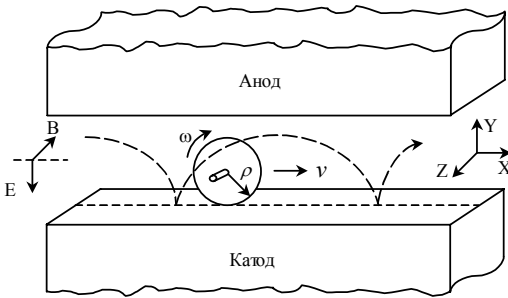
$$\nu_0 = \frac{E}{B} \quad (24.7)$$

$$\frac{e}{m} = \frac{xE}{B^2 l_1 \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right)} \quad (24.8)$$

Elektronun xüsusi yükünü təyin etməyə imkan verən digər üsul maqnetrondan istifadə edilməsinə əsaslanır. Maqnetron – qızdırılmış katodu və soyuq anodu olan və xarici maqnit sahəsində yerləşdirilmiş ikielektrodlu elektron lampasına (vakuum diodu) oxşardır. Maqnetronda maqnit sahəsi elektrik cərəyanı axan sarğac və ya elektromaqnit vasitəsilə yaradılır.

Əvvəlcə katod və anodu bir-birinə paralel yerləşən lövhələr şəklində olan müstəvi maqnetrona baxaq (şəkil 24.3). Bu halda maqnetronun mərkəzi hissəsində  $\vec{E}$  elektrik sahəsi bircinsli olur. Bizim bircinsli hesab edəcəyimiz  $\vec{B}$  maqnit sahəsi isə elektrik sahəsinə perpendikulyar istiqamətdə yönəlmişdir.

Maqnit sahəsi olmadıqda katoddan çıxan və praktik olaraq başlanğıc sürəti olmayan elektronların hamısı elektrik sahəsinin təsiri altında katodun səthinə perpendikulyar



**Шякил 24.3.**

istiqamətdə düz xətlər boyunca hərəkət edərək anodun üzərinə düşür. Elektrik sahəsi ilə eyni zamanda maqnit sahəsi də olduqda, Lorens qüvvəsinin təsiri altında elektronların trayektoriyası əyilir və katodun səthi üzrə  $\vec{E}$  və  $\vec{B}$  vektorlarına perpendikulyar istiqamətdə diyirlənən dairənin çevrəsi üzərində yerləşən nöqtənin cızdığı tsikloida şəklini alır. Maqnit sahəsinin  $\vec{B}$  induksiyası kifayət qədər böyük olduqda elektronların trayektoriyaları anod müstəvisini kəsmir və 24.3 şəklində göstəriləndə kimi olur. Bu halda elektronların heç biri anoda çatmır.

Deməli, maqnetronda elektronların trayektoriyaları, elektrik sahəsi olmayan haldakı kimi ( $\vec{E} \perp \vec{B}$ ) çevrə şəklində olmayıb, əyrilik radiusu dəyişən xətlər şəklində olur. Bu, ona görə baş verir ki, elektron öz hərəkəti zamanı elektrik sahəsinin müxtəlif ekvipotensial səthlərinə düşür və nəticədə onun sürətinin modulu dəyişir. Məhz buna görə də elektrona təsir edən Lorens qüvvəsinin modulu və deməli, trayektoriyanın bu qüvvə tərəfindən törədilən əyilməsi də dəyişir.

Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, katod və anod arasındakı  $u$  gərginliyinin hər bir qiyməti üçün maqnit sahəsinin induksiyasının müəyyən  $B_k$  limit qiyməti var ki,  $B=B_k$  olduqda elektronların trayektoriyaları anodun səthinə toxunmuş olur.  $B < B_k$  olduqda bütün elektronlar anoda çatır və maqnetrondan keçən elektrik cərəyanının şiddəti maqnit sahəsi olmayan haldakı qiymətə malik olur.  $B > B_k$  olduqda isə elektronların heç biri anoda çatmır və lampadan elektrik cərəyanı keçmir.

Müstəvi maqnetronda elektronun hərəkət trayektoriyasının tsikloida şəklində olduğunu isbat edək (şəkil 24.3). Baxdığımız halda elektronun hərəkət tənlikləri aşağıdakı kimi olar:



$$m \frac{dv_x}{dt} = e v_y B$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = eE - e v_x B. \quad (24.9)$$

Koordinat başlanğıcını katodun səthi üzərində götürsək, elektronun başlanğıc sürəti sıfıra bərabər olar və məsələnin başlanğıc şərtləri kimi

$$t=0, x=y=0, v_x=v_y=0 \quad (24.10)$$

ifadələrini yazı bilərik. Bilavasitə yerinə yazaraq yoxlamaq olar ki, (24.10) başlanğıc şərtləri daxilində (24.9) hərəkət tənliklərinin həlli aşağıdakı kimi olmalıdır:

$$x = vt - \rho \sin \omega_c t$$

$$y = \rho(1 - \cos \omega_c t) \quad (24.11)$$

(24.11) ifadələri isə tsikloida əyrisinin parametrik formada tənlikləridir. Burada  $\omega_c$  – (23.18) düsturu ilə təyin olunan tsiklotron tezliyidir,  $v$  və  $\rho$  kəmiyyətləri isə aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$v = \frac{E}{B}, \rho = \frac{v}{\omega_c}. \quad (24.12)$$

Yuxarıda qeyd edildiyi kimi,  $B=B_k$  olduqda tsikloida anodun səthinə toxunur. Deməli, bu halda

$$d=2\rho \quad (24.13)$$

şərti ödənməlidir. Burada  $d$  – katod və anod arasındakı məsafədir.  $\rho$  və  $v$  üçün (24.12),  $\omega_c$  üçün isə (23.18) ifadəsini və  $E=u/d$  olduğunu (24.13)-də nəzərə alsaq, elektronun xüsusi yükü üçün

$$\frac{e}{m} = \frac{2u}{B_k^2 d^2} \quad (24.14)$$

düsturunu yazı bilərik. Beləliklə, müstəvi maqnetronunda elektrik cərəyanının kəsilməyə başladığı anda maqnit sahəsinin  $B_k$  induksiyasını təcrübədə ölçərək (24.14) düsturuna əsasən  $e/m$  nisbətini təyin etmək olar.

Praktikada çox zaman müstəvi maqnetronlardan deyil, silindrik maqnetronlardan istifadə edilir. Silindrik maqnetron xarici silindr anod, daxili silindr isə katod olmaqla iki konsentrik metal silindrdən ibarətdir. Bu maqnetronunda elektronların yolu xeyli mürəkkəbdir. Hesablamalarla müəyyən edilmişdir ki, silindrik maqnetronundan istifadə etdikdə elektronun xüsusi yükünü aşağıdakı düsturla təyin etmək olar:

$$\frac{e}{m} = \frac{8u}{(b^2 - a^2)B_k^2} \quad (24.15)$$

Burada  $u$  – katod və anod arasındakı gərginlik,  $B_k$  – maqnit sahəsinin induksiyasının yuxarıda göstərilən limit qiyməti,  $a$  – katodun,  $b$  – anodun radiusudur.

Qeyd edək ki, maqnetron təkcə elektronun xüsusi yükünü təyin etmək üçün deyil, quruluşunu bir qədər dəyişməklə, həm də yüksək tezlikli elektrik rəqslərini generasiya etmək üçün işlədilir. Ona görə də ifrat yüksək tezlik radiotexnikasında maqnetronlar

mühüm rol oynayır.

Elektronun  $e/m$  xüsusi yükünü təyin etmək üçün istifadə olunan ən dəqiq müasir üsullardan biri iki kondensator üsuludur. Közərdilmiş  $F$  telindən çıxan elektronlar  $F$  katodu ilə  $A$  anodu arasında olan elektrik sahəsində sürətlənir (şəkil 24.4).  $A$  anodunda olan deşikdən və  $D_1$  diafraqmasından keçən elektronlar dəstəsi  $K_1$  kondensatoruna daxil olur. Bu kondensatora yüksək tezlikli  $B$  generatorundan dəyişən potensiallar fərqi verilir. Bu dəyişən sahənin təsiri altında elektron dəstəsinin istiqaməti periodik olaraq dəyişir və ümumiyyətlə, elektron dəstəsi  $P_2$  ekranı tərəfindən tutulur.  $P_2$  ekranında olan  $D_2$  deşiyindən yalnız elə elektronlar keçəcək ki, onlar  $K_1$  kondensatorundan keçən anda potensial əyrisi sıfırdan keçmiş olsun (şəkil 24.4). Sonra bu elektronlar  $K_2$  kondensatoruna daxil olur.  $K_2$  kondensatoru da  $K_1$  kondensatorunun birləşdiyi  $B$  generatoruna birləşdirilmişdir ki, bunun da nəticəsində hər iki kondensatorun sahələri eyni fazalı olur. Beləliklə, elektronlar hər bir period müddətində iki dəfə  $K_2$  kondensatoruna düşür və onlar  $K_2$  kondensatorundan keçən anda  $B$  generatorundakı rəqslərin fazasından asılı olaraq bu və ya başqa dərəcədə aşağı və ya yuxarı meyl edir. Göstərmək olar ki,  $K_2$  kondensatorundan keçən elektronlar yalnız iki simmetrik istiqamətdə meyl edə bilər. Doğrudan da, məsələn, elektron  $K_1$  kondensatorundan  $K_2$  kondensatoruna  $t_1=OA$  (şəkil 24.4) müddətində gəlirsə,  $K_2$  kondensatorunda bəzi elektronlar  $AB = +V_1$ , digərləri isə  $A'B' = -V_1$  potensialına təsadüf edir və buna görə də  $S$  flüoressensiyaedici ekranda simmetrik yerləşmiş iki dənə işıqlı ləkə alınır.

Sürətləndirici potensialı dəyişməklə elektronların sürətini elə dəyişmək olar ki,  $t_1$  zamanı generatorun yarımperioduna ( $T/2$ ) və ya ümumiyyətlə  $nT/2$ -yə bərabər olsun ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ). Bu şərt ödəndikdə elektronlar  $K_2$  kondensatorundan meyl etmədən keçir və flüoressensiyaedici ekrandakı iki dənə simmetrik işıqlı ləkə bir-birinin üzərinə düşür.  $K_1$  və  $K_2$  kondensatorları arasındakı məsafəni  $l$ , generatorun tezliyini  $\nu$  ilə işarə etsək, belə elektronların sürəti  $v = \frac{l}{T/2} = 2l/T = 2l\nu$  və ya ümumiyyətlə

$$v = \frac{2l}{nT} = \frac{2l\nu}{n} \quad (24.16)$$

olar. Digər tərəfdən

$$eu = \frac{mv^2}{2} \quad (24.17)$$

yaza bilərik. Burada  $u - F$  katodu ilə  $A$  anodu arasındakı sürətləndirici gərginlikdir. (24.16) və (24.17) ifadələrindən

$$\frac{e}{m} = \frac{v^2}{2u} = \frac{2l^2\nu^2}{n^2u} \quad (24.18)$$

alırıq.

İki kondensatorlu üsulun mühüm üstünlüyü ondan ibarətdir ki, o, elektron dəstəsinin adətən çətin aradan qaldırılma bilən xətalara meydana çıxması ilə əlaqədar olan meylinin ölçülməsini tələb etmir.

Elektronun xüsusi yükünü təyin etmək üçün yuxarıda baxılan üsullardan başqa digər üsullar da mövcuddur ki, gələcəkdə, yeri gəldikcə, onları da şərh edəcəyik. İndi isə nəzərdən keçirdiyimiz üsullar vasitəsilə  $e/m$  üçün alınmış əsas nəticələri göstərək.

Hər şeydən əvvəl onu qeyd etmək vacibdir ki, yüklü hissəciyin yükünün onun kütləsinə nisbətini ( $q/m$ ) təyin etmək üçün qoyulan təcrübələr elektronun mövcudluğunun kəşf edilməsinə səbəb oldu. Belə ki, əvvəllər qeyd etdiyimiz kimi, 1897-ci ildə C. C. Tomson aloysuz boşalma zamanı katoddan çıxan mənfi yüklü hissəciklər selinin (katod şüalarının) elektrik və maqnit sahələrində meylini tədqiq edərək o dövr üçün tamamilə gözlənilməz olan nəticələr aldı. Məlum oldu ki, katod şüalarında  $q/m$  nisbəti boşalma borusundakı qazın təbiətindən, təzyiqindən və katodun hazırlandığı materialdan asılı deyildir. Ən təəccüblüsü o idi ki, katod şüalarındakı hissəciklər üçün  $q/m$  nisbəti ən yüngül olan hidrogen ionu üçün elektroliz üzrə təcrübələrdən tapılmış qiymətdən çox böyük idi. Tomson təcrübələrinin nəticələrinin təhlili göstərdi ki, katod şüalarındakı hissəciklər (o dövrdə onların təbiəti hələ məlum deyildi) qazın və elektrodların hazırlandığı materialın yüklənmiş atomları olmayıb, bütün maddələr üçün ümumi olan, atomlardan asılı olmayaraq katod şüalarında sərbəst şəkildə mövcud ola bilən və atoma nisbətən çox kiçik kütləyə malik olan yüklənmiş elementar hissəciklərdir.

Sonralar müəyyən edildi ki,  $\beta$ -hissəciklər, termoelektron emissiyası, fotoeffekt, avtoelektron emissiyası zamanı yaranan mənfi yüklü hissəciklər və həm də metallarda elektrik cərəyanını təmin edən hissəciklər üçün də  $q/m$  nisbəti katod şüalarındakı hissəciklər üçün olan nisbət kimidir. Beləliklə, aydın oldu ki, bütün elektronlar eynidir və onlar bütün maddələrin atomlarının tərkib hissələrindən biridir.

Elektronlar üçün  $e/m$  nisbətini təyini üzrə aparılan bütün təcrübələr nəticəsində müəyyən edilmişdir ki,

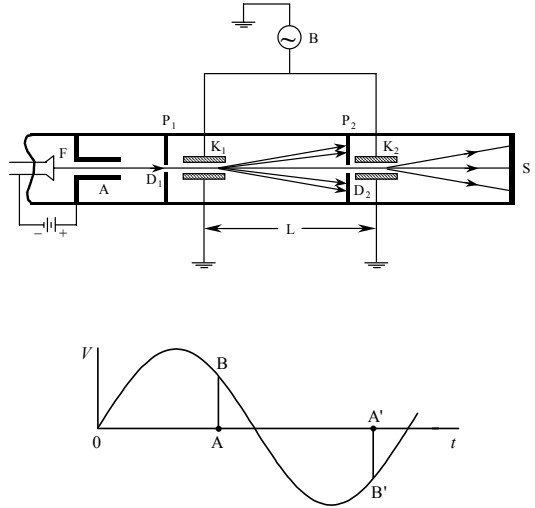
$$\frac{e}{m} = 1,759 \cdot 10^{11} \frac{Kl}{kq} \quad (24.19)$$

Elektronun  $e$  yükü təcrübə yolu ilə ayrıca ölçülə bildiyindən (E20), (24.19) düsturuna əsasən elektronun kütləsini tapmaq olar:

$$m = \frac{e}{1,759 \cdot 10^{11} Kl/kq} = 9,109 \cdot 10^{-31} kq . \quad (24.20)$$

Bu, elektronun sükunət kütləsidir.

İndi isə elektronun  $m$  kütləsi ilə hidrogen atomunun  $m_H$  kütləsini müqayisə edək. Bunun üçün  $e/m_H$  nisbətini, yəni elektronun yükünün hidrogen atomunun kütləsinə olan nisbətini bilmək lazımdır. Aydındır ki, bu nisbət  $F$  Faradey ədədinin (E19) hidrogenin  $M_{1H}$  atom kütləsinə olan nisbətində bərabər olmalıdır. Doğrudan da,  $F=e/N_A$  və



Шякил 24.4.

$M_{\text{H}} = m_{\text{H}} \cdot N_A$  olduğundan  $\frac{e}{m_{\text{H}}} = \frac{F}{M_{\text{H}}}$  alırıq.  $F=96500 \text{ Kl/mol}$ ,  $M_{\text{H}}=1,00797 \times 10^{-3} \text{ kq/mol}$  olduğunu nəzərə alsaq

$$\frac{e}{m_{\text{H}}} = 9,5737 \cdot 10^7 \text{ Kl/kq} \quad (24.21)$$

olar.

(24.19) və (24.21) ifadələrinin müqayisəsindən

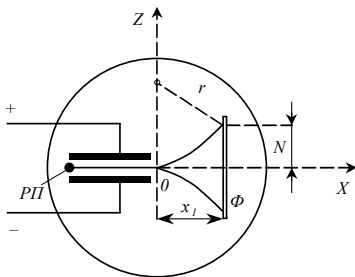
$$\frac{m_{\text{H}}}{m} = 1837,3 \quad (24.22)$$

alıriq. Deməli, elektronun kütləsi hidrogen atomunun kütləsindən  $\sim 1837$  dəfə kiçikdir.

Nəhayət, qeyd edək ki, elektrik və maqnit sahələrində meylinə görə təkcə elektronların deyil, ionların da xüsusi yükünü tapmaq olar. İonların xüsusi yükünü bilərək isə tədqiq olunan maddənin bir dənə atomunun kütləsini böyük dəqiqliklə tapmaq olar. Ona görə də qaz atomlarının ionları üçün  $q/M$  nisbətinin ölçülməsi atomların kütləsini dəqiq təyin etməyin mühüm üsulu kimi müasir fizikada geniş tətbiq olunur. Bu məqsədlə istifadə olunan cihazlar kütlə spektroqrafı (hissəciklər dəstəsinin vəziyyəti fotoqrafik üsulla təyin olunur) və ya kütlə spektrometri (hissəciklər dəstəsi elektrik üsulları ilə qeyd olunur) adlanır (bax: Ə27).

## Ə25. $\beta$ -hissəciklərin xüsusi yükünün təyini

Məlumdur ki, radioaktiv maddələrin atomlarının nüvələri özbaşına olaraq müxtəlif şüalar buraxırdılar. Bu, təbii radioaktivlik adlanır. XIX əsrin sonunda müəyyən edilmişdi ki, radioaktiv şüalar içərisində böyük sürətlə hərəkət edən və  $\beta$ -hissəciklər adlanan mənfi yüklü hissəciklər seli də vardır.  $\beta$ -hissəciklərin elektrik və maqnit sahələrində meylinin



Шякил 25.1.

təcrübi öyrənilməsi onların təbiətini müəyyən etməyə imkan verdi. Belə təcrübələrdən birinin sxemi 25.1 şəklində göstərilmişdir.  $PP$  radioaktiv preparatı tərəfindən buraxılan  $\beta$ -hissəciklər müstəvi kondensatorun lövhələri arasındakı dar boşluqda vakuumda hərəkət edərək  $\Phi$  fotoqrafik lövhənin üzərinə düşürlər. Bütün cihaz elektrik sahəsinin istiqamətinə və  $\beta$ -hissəciklərin hərəkət istiqamətinə perpendikulyar olan güclü maqnit sahəsində yerləşdirilir. Beləliklə, kondensatorun lövhələri arasında hərəkət edən hissəciklər eyni zamanda elektrik və maqnit sahəsinin təsiri altında olur.

Hissəciyə kondensatorun elektrik sahəsi tərəfindən təsir edən qüvvə  $qE$ , maqnit sahəsi tərəfindən təsir edən qüvvə isə  $q\nu_0 B$  olar. Hissəciyin kondensatordan meyl etmədən keçməsi üçün ona təsir edən tam qüvvə sıfır bərabər olmalıdır, yəni  $qE = q\nu_0 B$  şərti ödənməlidir. Buradan

$$v_0 = \frac{E}{B} \quad (25.1)$$

alırıq. (25.1) düsturu ilə təyin olunan sürətdən fərqli olan hissəciklər isə kondensatorun lövhələrinin üzərinə düşür və dəstədən çıxırlar. Beləliklə, kondensatordan yalnız eyni sürətə malik olan  $\beta$ -hissəciklər dəstəsi keçir. Kondensatordan kənarında isə bu dəstəyə yalnız maqnit sahəsi təsir edir və o, çevrə qövsü üzrə əyilir. Bu çevrənin radiusu (23.12) düsturu ilə və ya həmin düsturda  $v_0$  üçün (25.1)-i nəzərə alsaq

$$R = \frac{E}{\frac{q}{m} \cdot B^2} \quad (25.2)$$

ifadəsi ilə təyin olunur.

Əgər  $\vec{E}$  və  $\vec{B}$  sahələrinin istiqamətini eyni zamanda əksinə dəyişsək, dəstə digər tərəfə əyilmiş olar.

Dəstənin  $Z_1$  meylini fotolövhə üzərində ölçərək və kondensatorun kənarından fotolövhəyə qədər olan  $x_1$  məsafəsini bilərək  $R$  radiusunu təyin etmək olar. Doğrudan da  $XOZ$  koordinat sisteminin başlanğıcı  $O$  nöqtəsində yerləşsə (şəkil 25.1), hissəciklərin trayektoriyasının tənliyini

$$(R - z)^2 + x^2 = R^2 \quad (25.3)$$

kimi yazmaq olar. Burada  $x = x_1$  və  $z = z_1$  yazaraq  $R$ -i tapsaq

$$R = \frac{x_1^2 + z_1^2}{2z_1} \quad (25.4)$$

alarıq. Beləliklə,  $E$  və  $B$  kəmiyyətlərini bilərək (25.2) və (25.4) düsturlarına əsasən  $\beta$ -hissəciklər üçün  $q/m$  nisbətini tapmaq olar.

$\beta$ -hissəciklərin mənbəyi kimi müxtəlif radioaktiv preparatlardan istifadə etməklə, müxtəlif sürətə malik olan  $\beta$ -hissəciklər almaq olar. Qeyd edək ki,  $\beta$ -hissəciklərin sürəti çox böyük olub işığın vakuumdakı sürətinə yaxındır. Müəyyən edilmişdir ki, müxtəlif sürətə malik  $\beta$ -hissəciklər üçün  $q/m$  qiyməti eyni deyildir və hissəciklərin sürəti böyük olduqca kiçilir (cədvəl 25.1).

İndiki dövrdə hissəciyin yükünün onun hərəkət sürətindən asılı olduğunu söyləməyə heç bir əsas yoxdur. Digər tərəfdən, nisbilik nəzəriyyəsinə əsasən, hərəkət edən hər hansı bir cismin kütləsi onun hərəkət sürətindən asılıdır:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Burada  $m$  – hissəcik  $v$  sürəti ilə hərəkət edərkən,  $m_0$  isə hissəcik sükunətdə olarkən onun kütləsidir. Ona görə də nisbilik nəzəriyyəsi baxımından müxtəlif sürətlərlə hərəkət edən  $\beta$ -hissəciklər üçün ölçülən  $q/m$  kəmiyyəti deyil,  $q/m_0$  kəmiyyəti, yəni sükunətdə olan  $\beta$ -hissəciklərin xüsusi yükü sabit qalmalıdır.

$$\frac{q}{m_0} = \frac{q/m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (25.5)$$

Aparılan təcrübələr bu müddəanı təsdiq edir. 25.1 cədvəlində ölçülən  $q/m$  qiymətinə əsasən (25.5) düsturu vasitəsilə tapılan  $q/m_0$  qiymətləri verilmişdir. Bu cədvəldən görüldüyü kimi  $q/m_0$  nisbəti doğrudan da sabit qalır və  $\beta$ -hissəciklərin sürətindən asılı deyildir. Beləliklə, bu təcrübələr nisbilik nəzəriyyəsinin kütlənin sürətdən asılı olması haqqında müddəasını bilavasitə təsdiq edir. Həmin təcrübələrin çox mühüm bir əhəmiyyəti həm də ondan ibarətdir ki,  $\beta$ -hissəciklər üçün tapılmış  $q/m_0$  nisbətinin elektronun xüsusi yükünə bərabər olması müəyyən edildi. Deməli,  $\beta$ -hissəciklər işıq sürətinə yaxın sürətlə hərəkət edən elektronlardır.

## Ə26. Elektronun kütləsinin onun sürətindən asılılığı

Elektronun kütləsinin onun sürətindən asılı olduğunu göstərən fakt ilk dəfə 1901-ci ildə, yəni nisbilik nəzəriyyəsinin meydana çıxmasından dörd il əvvəl Kaufman tərəfindən təcrübədə müəyyən edilmişdir. Kaufmanın üsulunda radium preparatından alınan elektronlar eyni zamanda bir-birinə paralel və ya perpendikulyar olan eninə elektrik və maqnit sahələrindən keçir. Hər iki halda elektronların sahələrdəki meyli bir-birinə perpendikulyar olur. (21.12) və (23.10) düsturlarına əsasən elektronun elektrik və maqnit sahəsində meyli

$$y = A \frac{e}{m\nu^2}, \quad (26.1)$$

$$x = C \frac{e}{m\nu} \quad (26.2)$$

kimi təyin olunur. Burada

$$A = El_1 \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) \quad (26.3)$$

$$C = Bl_1 \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) \quad (26.4)$$

cihaz sabitləridir. Eyni sürətə malik olan elektronların hamısı hər iki sahədən keçdikdən sonra fotolövhənin eyni bir nöqtəsinə düşər. Fərz edək ki, elektron dəstəsi müxtəlif sürətli elektronlardan ibarətdir. Bu halda elektronların izi fotolövhədə müəyyən bir əyri verir. Bu əyrini tapmaq üçün (26.1) və (26.2) ifadələrindən  $\nu$ -ni yox edək. Onda

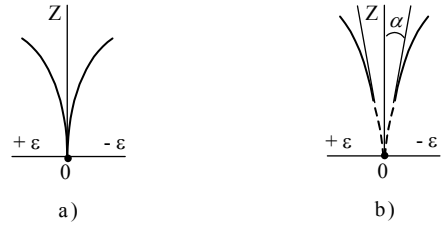
$$\frac{x^2}{y} = \frac{C^2}{A} \frac{e}{m} \quad (26.5)$$

alırıq. Əgər  $e/m$  sabit olarsa,

$$\frac{C^2}{A} \frac{e}{m} = K = const \quad (26.6)$$

yaza bilərik. Deməli, həmin əyri parabolanın bir qolu olur (şəkil 26.1). Maqnit sahəsinin istiqamətini sabit saxlayaraq, elektrik sahəsinin istiqamətini gah bir, gah da digər tərəfə dəyişmiş olsaq, 0 nöqtəsində ümumi toxunanı  $X$  oxu olan iki parabola qolu alınmalı idi (şəkil 26.1a). Lakin Kaufman müəyyən etdi ki, təcrübələrdə alınan əyrilər parabola parçaları deyildir. Bu isə o deməkdir ki, (26.5) ifadəsində  $e/m$  kəmiyyəti sabit qalmır,

yəni müxtəlif sürətlər üçün müxtəlifdir. Deməli, elektronun kütləsi onun sürətindən asılıdır (elektronun yükü haqqında bunu demək olmaz). 26b şəklində Kaufmanın təcrübədə aldığı fotosəklin sxematik görünüşü göstərilmişdir. Koordinat başlanğıcı olaraq radiumun buraxdığı və elektrik və maqnit sahələrində meyl etməyən  $\gamma$  şüaların yaratdığı ləkə götürülmüşdür. Şəkildən görünür ki, dəstədə sürəti işıq sürətindən az fərqlənən elektronların olmasına baxmayaraq ayrılar koordinat başlanğıcına çatmır. Bundan başqa, hər iki əyrinin davamına 0 nöqtəsində çəkilən toxunanlar  $x$  oxunun üzərinə düşməyib, onunla sıfırdan fərqli  $\alpha$  bucağı əmələ



Шякил 26.1.

gətirir. Məhz buna görə də  $x = 0$  olanda  $x/y$  sonlu qiymətə malik olur, yəni  $\frac{x^2}{y} = \frac{x}{y} \cdot x = 0$

olur. Belə fotosəkillər, izin formasından asılı olmayaraq, elektronların müxtəlif sürəti üçün  $e/m$  nisbətini təyin etməyə imkan verir. Doğrudan da, əyrinin hər hansı bir nöqtəsinin koordinatlarını ölçməklə (26.1) və (26.2) düsturlarına əsasən  $e/m$  və  $v$  kəmiyyətlərini hesablamaq olar. Lakin fotolövhdədə alınan izlər kifayət qədər aydın olmadığından belə ölçmələrin dəqiqliyi yüksək olmur. Buna baxmayaraq həmin ölçmələr sürətin artması ilə kütlənin də şübhəsiz artdığını keyfiyyətcə göstərir. Kütlənin sürətdən asılılığını kəmiyyətcə təyin etmək üçün isə Kaufmanın təcrübələrindəki dəqiqlik qənaətbəxş deyildir. Məsələ burasındadır ki, Kaufman öz təcrübələrini apardığı dövrdə elektronun kütləsinin onun sürətindən asılılığını ifadə edən və nəzəriyyədən alınmış aşağıdakı iki düsturdan hansının doğru olduğunu müəyyən etmək lazım idi: 1) elektronu bərk və sıxıla bilməyən kürəcik hesab etməklə Abrahamın aldığı

$$m = m_0 \cdot \frac{3}{4\beta} \left( \frac{1+\beta^2}{2\beta} \ln \frac{1-\beta}{1+\beta} - 1 \right), \quad \beta = v/c \quad (26.7)$$

və 2) elektronu öz hərəkəti istiqamətində sıxıla bilən kürəcik hesab etməklə Lorensin tapdığı

$$m = m_0 / \sqrt{1-\beta^2} \quad (26.8)$$

düstur. Məlumdur ki, (26.8) düsturu həm də nisbilik nəzəriyyəsindən alınır. Bu iki düsturdan hansının doğru olduğunun müəyyən edilməsi mühüm və prinsiplial məsələ olduğu üçün Kaufmanın təcrübələrindən sonra müxtəlif alimlər çoxlu sayda təcrübələr qoydular və bu məsələ böyük mübahisələrə səbəb oldu. Buna səbəb isə belə təcrübələrin həyata keçirilməsinin olduqca çətin olması və hər iki düsturdan  $m$  üçün alınan qiymətlərin bir-birindən çox az fərqlənməsi idi.

Kaufmandan sonra bütün birinci tədqiqatçılar öz təcrübələrini (26.8) Lorens-Eynşteyn düsturunun xeyrinə şərh edirdilər. Lakin onların təcrübələrində də çatışmayan cəhətlər var idi. Ən çox inandırıcı nəticələr 1921-ci ildə Gün, Lavanşi və Ratnovski tərəfindən alınmışdı ki, onların təcrübələri nisbi sürəti  $\beta = 0,2 \div 0,5$  kimi çox kiçik intervalda olan katod şüaları ilə aparılmışdı.

Sonralar aparılan müvəffəqiyyətli təcrübələrdən biri Kapitsa-Trikker təcrübəsidir. Bu

təcrübələrdə Trikker elektronları sürətlərinə görə ayırmaq üçün P. L. Kapitsanın təklif etdiyi sxemdən istifadə etmişdir. Bu sxem mahiyyətə, monoxromatik şüa almaq üçün işlədilən monoxromatorlara oxşar olaraq elektronlar üçün götürülmüş "fokal monoxromator"dan ibarətdir. Bu monoxromatorun iş prinsipi eyni sürətə malik olan elektronların ox simmetriyasına malik olan uzununa maqnit sahəsində fokuslanmasına əsaslanmışdır. (23.19) və (24.2) düsturlarına əsasən məlumdur ki, belə sahə elektronları

$$l = \frac{2\pi v \cos \alpha}{\frac{e}{m} \cdot B} \quad (26.9)$$

ifadəsi ilə təyin olunan  $l$  məsafəsində fokuslayır.  $B$  və  $\alpha$ -nın verilmiş qiymətlərində  $l$  məsafəsi  $v$  və  $e/m$ -dən asılı olur, yəni müxtəlif sürətli elektronlar müxtəlif nöqtələrdə fokuslanır. Kapitsa-Trikker təcrübələrində sürətləndirici potensial  $\pm 5000 V$  qiymətini ala bilər və ona görə də elektronları sürətləndirmək və ya yavaşıtmaq, yəni onların sürətini dəyişmək mümkündür. Sürətin  $\beta=0,8$  nisbi qiymətində (bu isə sürətləndirici potensialın  $340,5 \cdot 10^5 V$  qiymətinə uyğun gəlir) (26.8) Lorens-Eynşteyn düsturundan  $m/m_0=1,666$  qiyməti alınır. Sürətləndirici potensialın dəyişməsi  $5000V$  olduqda isə kütlə cəmi  $0,06\%$  dəyişir ki, bu da təcrübənin dəqiqliyindən kiçikdir. Beləliklə,  $5000 V$  gərginliyə malik olan sahə elektronları hiss olunacaq dərəcədə sürətləndirə və ya tormozlaya bilirsə də, onların kütləsini praktik olaraq dəyişmir. (26.9) düsturundan alınır ki, elektronun sürətinin  $\Delta v$  qədər dəyişməsi nəticəsində fokusun yeri

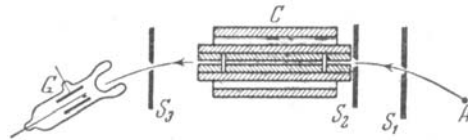
$$\Delta l = \frac{2\pi \Delta v \cos \alpha}{\frac{e}{m} \cdot B} \quad (26.10)$$

qədər dyişir.  $\Delta v$  və  $B$  məlum olduqda  $\Delta l$ -i ölçməklə verilmiş sürət üçün  $e/m$  nisbətini hesablamaq olar.

Trikkerin apardığı ölçmələr göstərdi ki, sürəti  $\beta=0,8$  olan elektronların kütlələrinin sürətdən asılılığı  $1-2\%$  dəqiqliyi ilə Lorens-Eynşteyn düsturuna tabe olduğu halda, həmin şərtlər daxilində Abraham və Lorens-Eynşteyn düsturlarının verdiyi nəticələr arasındakı fərq  $5\%$ -ə yaxındır.

Elektronun kütləsinin onun sürətindən asılılığını təyin etmək üçün 1938-ci ildə Tsan və Spiss başqa üsuldən istifadə etmişlər. Fərz edək ki,  $A$  nöqtəsində elektronlar mənbəyi yerləşdirilmişdir (şəkil 26.2). Bircinsli maqnit sahəsini şəkil müstvisinə perpendikulyar yönəlmiş olsaq,  $S_1$  və  $S_2$  yarıqları dəstədən elə elektronları ayıracaq ki, onların sürəti

$$\frac{mv^2}{R} = e v B \quad (26.11)$$



Шякил

şərtini ödəsin. Burada  $R$  –  $S_1$ ,  $S_2$  və  $S_3$  yarıqlarının yerləşdiyi trayektoriyanın əyrilik radiusudur.  $S_1$  və  $S_2$  yarıqlarından keçən elektronlar  $C$  kondensatoruna daxil olur.

Həmin kondensator elektrik sahəsinə perpendikulyar olan maqnit sahəsində yerləşdiyindən, elektronların sürəti üçün çox dəqiq filtr rolunu oynayır (Ə25). Bütün yarıqlardan və kondensatordan keçən ayrı-ayrı elektronları saymaq üçün  $G$



qəbuledicisində qoyulmuş Heyger sayğacından (E11) istifadə olunur. Təcrübə zamanı maqnit sahəsinin müəyyən qiymətində kondensatorun lövhələri arasında elə potensiallar fərqi seçilir ki,  $G$  sayğacına düşən elektronların sayı maksimum olsun. Kondensatorun elektrik sahəsinin intensivliyi  $E$  olarsa, (25.1) düsturuna əsasən kondensatordan elə elektronlar keçər ki, onların sürəti

$$v = \frac{E}{B} \quad (26.12)$$

şərtini ödəsin. (26.11) və (26.12) düsturlarına əsasən

$$\frac{e}{m} = \frac{E}{RB^2} \quad (26.13)$$

alarıq.

Kapitsa-Trikker təcrübələrində olduğu kimi, Tsan və Spissin təcrübələri də göstərdi ki, sürəti  $\beta = 0,745$  olan elektronlar üçün təcrübə nəticələri ilə (26.8) Lorens-Eynşteyn düsturundan hesablanan nəticələr arasındakı fərq 1,5%-dən çox deyildir. Bu istiqamətdə aparılan sonrakı təcrübələr, məsələn, 1963-cü ildə Meyer və başqalarının təcrübələri də həmin nəticəni təsdiq edir.

Beləliklə, hesab etmək olar ki, hal-hazırda (26.8) Lorens-Eynşteyn düsturu yuxarıda verilmiş sürətlər intervalı üçün göstərilən dəqiqliklə təcrübədə təsdiq olunmuşdur. Ümumi mülahizələrə əsasən təsdiq etmək olar ki, işıq sürətinə yaxın olan sürətlər ( $\beta \rightarrow 1$ ) üçün də bu düsturun düzgünlüyü heç bir şübhə doğurmamalıdır.

Böyük sürətlə hərəkət edən hissəciklərin kütləsini sürətdən asılılığı məsələsi son dövrlərdə böyük texniki əhəmiyyət kəsb etmişdir. Belə ki, kütlənin sürətdən asılı olması faktının özü və bu asılılığı kəmiyyətcə ifadə edən düstur elementar zərrəcikləri sürətləndirən müasir nəhəng texniki qurğuların nəzəri əsasını təşkil edir. Bu qurğularda sürətləndirilən hissəciklər radiusu 100 metrə qədər olan çevrə üzrə hərəkət edərək 10 milyardlarla elektronvolt enerji əldə edirlər. Ona görə də sürətləndirici qurğuların texniki hesablamalarında kütlənin sürətdən asılılığı əsas rol oynayır və bu məqsədlə istifadə olunan Lorens-Eynşteyn düsturu ilə ən kiçik uyğunsuzluq həmin qurğunun işini tamamilə qeyri-mümkün edərdi. Deməli, hal-hazırda sürətlərin mümkün olan bütün intervalı üçün (26.8) düsturunun düzgün olduğunu qəbul etmək olar.

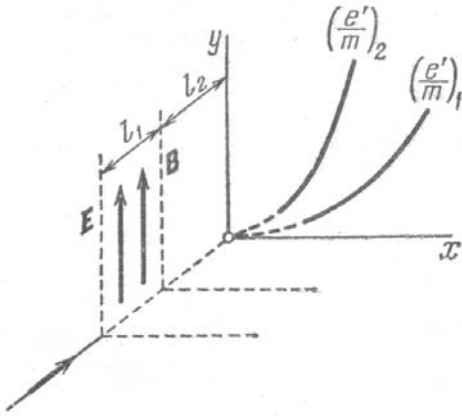
Qeyd edək ki, nisbilik nəzəriyyəsinin qurulmasına əslində Lorensin elektron nəzəriyyəsi gətirib çıxarmışdır. Elektron nəzəriyyəsinin müxtəlif variantları, yuxarıda deyildiyi kimi, elektronun kütləsinin onun sürətindən real asılılığını göstərirdi. Nisbilik nəzəriyyəsinə əsaslandırmağa çalışanlar elektron nəzəriyyəsinin bu təsəvvürlərini nisbilik nəzəriyyəsinə aid etmişlər. Lakin Eynşteyn özünün elmi işlərinin heç birində kütlənin sürətdən asılılığı haqqında bəhs etməmişdir. Müasir nəzəri fizika kurslarında isə kütlə dedikdə hissəciyin invariant qalan xarakteristikası başa düşülür və "relyativistik kütlə" və ya "hərəkət kütləsi" kimi anlayışlar isə ümumiyyətlə daxil edilmir. Nisbilik nəzəriyyəsinə kütlənin deyil, faktik olaraq relyativistik impulsun sürətdən Nyuton mexanikasından fərqli olan asılılığı müəyyən edilir.

## **Ə27. İonların xüsusi yükünün təyini. Kütlə spektroqrafları**

Yüklü hissəciyin xüsusi yükünü təyin etmək üçün əvvəlki paraqrlarda təsvir olunan üsullar dəstədəki bütün hissəciklərin sürəti eyni olduqda yararlıdır. Məsələn, katoddan çıxan və elektron dəstəsini təşkil edən elektronlar katod və anod arasında yaradılmış potensiallar fərqi vasitəsilə sürətlənir və buna görə də dəstədəki elektronların sürəti bir-birindən çox az fərqlənir. Əgər belə olmasaydı elektron dəstəsi ekranda yayılmış işıqlı ləkə yaradardı və ölçmələr aparmaq mümkün olmazdı.

İonlar böyük həcmdə olan qaz molekullarının ionlaşması hesabına yaranır. İonların bu həcmə müxtəlif yerlərində yarandığı üçün eyni olmayan potensiallar fərqi keçdiyindən onların sürətləri müxtəlif olur. Məhz buna görə də elektronun xüsusi yükünü təyin etmək üçün istifadə olunan üsullar ionlar üçün tətbiq oluna bilmir. Tomson 1907-ci ildə bu çətinliyi aradan qaldırmağa imkan verən "parabolalar üsulunu" təklif etmişdir.

Tomsonun təcrübəsində müsbət yüklü ionların nazik dəstəsi bir-birinə paralel, lakin dəstəyə perpendikulyar istiqamətdə yönəlmiş bircinsli elektrik və maqnit sahələri təsir edən oblastdan keçir (şəkil 27.1). Bu zaman ionlar maqnit sahəsinin təsiri altında  $x$  oxu, elektrik sahəsinin təsiri altında isə  $y$  oxu boyunca meyl edir. (23.10) və (21.12) düsturlarına əsasən bu meyllər aşağıdakı kimi təyin olunur:



Шякил 27.1.

bu oblastın sərhəddindən fotolövheyə qədər olan məsafədir ki, həmin fotolövhe də onun üzərinə düşən ionları qeydə almağa imkan verir.

(27.1) və (27.2) ifadələri  $q/m$  xüsusi yükünə və  $v$  sürətinə malik olan ionun fotolövhe üzərinə düşdüyü nöqtənin koordinatlarını təyin edir. Eyni  $q/m$  xüsusi yükə, lakin müxtəlif sürətlərə malik olan ionlar fotolövhenin müxtəlif nöqtələrinə düşərək müəyyən əyri şəklində iz qoymalıdır. (27.1) və (27.2) ifadələrinə əsasən bu əyrinin  $y=y(x)$  tənliyi aşağıdakı kimi olar:

$$y = \frac{E}{B^2 l_1 (l_1/2 + l_2)} \cdot \frac{q}{m} x^2. \quad (27.3)$$

(27.3) ifadəsindən görünür ki,  $q/m$  xüsusi yükü eyni, lakin  $v$  sürəti müxtəlif olan ionlar fotolövhe üzərində parabolalar şəklində iz qoyur.  $q/m$  xüsusi yükü müxtəlif olan ionlar isə müxtəlif parabolalar üzrə iz qoymalıdır. Cihazın parametrlərini, yəni  $E$ ,  $B$ ,  $l_1$  və  $l_2$  kəmiyyətlərini bilərək,  $x$  və  $y$  meyllərini ölçərək (27.3) düsturuna əsasən ionların hər bir parabolaya uyğun gələn  $q/m$  xüsusi yükünü tapmaq olar. Sahələrdən birinin istiqamətini əksinə dəyişdikdə uyğun koordinatın işarəsi də dəyişir və ilkin parabolalara simmetrik olan parabolalar alınır. Bir-birinə simmetrik olan iki parabolanın uyğun nöqtələri

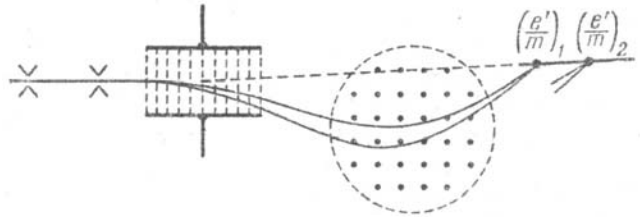
arasındaki məsafəni yarı bölərək  $x$  və  $y$  koordinatlarını tapmaq olar. Elektrik və maqnit sahələri olmadıqda dəstənin fotolövuhə üzərində qoyduğu iz nöqtə olur ki, bu da koordinat başlanğıcına uyğundur.

Qeyd edək ki, Tomsonun parabolalar üsulu ionların xüsusi yükünü təyin etməkdən başqa, həm də müxtəlif növ atomların kütlələrinin müxtəlif olmasına əsaslanaraq atomların kütləsini də dəqiq təyin etməyə imkan verir. İonun yükü elektronun yükünün tam misillərinə bərabər olmalıdır, yəni  $q = e, 2e, 3e, \dots$ . Bütün ionlar birqat yüklənmişdirsə (27.3) düsturundan ionun kütləsini tapmaq olar. Dəstədə birqat yüklənmiş ionlardan başqa, ikiqat, üçqat və s. ionlar da (məsələn,  $O^+$  və  $O^{2+}$ ) təsadüf olunursa, onda belə ionların verdiyi parabolalar kütlənin  $m/2$ ,  $m/3$  və s. qiymətlərinə uyğun gəlir. Məsələn,  $O^{2+}$  ionunun verdiyi parabola kütləsi 8 olan iona uyğun gəlir. Lakin, bir çox xarici əlamətlərə görə çox qat yüklənmiş ionların parabolasını birqat yüklənmiş ionların parabolasından fərqləndirmək olur.

Kimyəvi təmiz neonla təcrübələr apararkən Tomson müşahidə etdi ki, bu qaz iki parabola verir və onlar nisbi atom kütləsinin 20 və 22 qiymətlərinə uyğun gəlir. Məhz bu nəticə əsasında fərz edildi ki, neon atomlarının kimya baxımından bir-birindən fərqlənməyən iki müxtəlif növü mövcud olmalıdır. Müasir anlayışla bu, o deməkdir ki, neonun iki izotopu vardır. Sonralar məlum oldu ki, neonun üç izotopu (20, 21 və 22) vardır (E40). Bu fərziyyənin doğru olması ionların xüsusi yükünün təyin olunması üsulunu təkmilləşdirmiş Aston tərəfindən isbat olundu.

Elektrik və maqnit sahələrinin müxtəlif kombinasiyaları vasitəsilə yüklü zərrəcikləri fokuslama üsulları parabolalar üsuluna nisbətən böyük üstünlüyə malikdir. Bu prinsipdə qurulan cihazlar kütlə spektroqrafları adlanır. Belə cihaz ilk dəfə 1918-ci ildə Aston tərəfindən yaradılmışdır.

Aston spektroqrafının quruluşu aşağıdakı kimidir (şəkil 27.2). Müsbət yüklü ionlar alçaq təzyiqli boruda gedən boşalma zamanı alınır. Bu ionlar katoddan olan deşikdən onun arxasına kanal şüaları şəklində keçir və orada təhlil olunurlar. Bu məqsədlə dəstə eni  $0,02 \text{ mm}$  olan iki kollimator yarıqları vasitəsilə paralel şüalar şəklinə salınır. Bu paralel dəstə kondensatorun lövhələri arasında yaradılmış bircinsli elektrik sahəsinə düşür və burada ionlar (21.9) düsturuna



Шякил 27.2.

uyğun olaraq  $\frac{q}{m v^2}$  ilə mütənasib olaraq meyl edirlər. Beləliklə, verilmiş  $q/m$  xüsusi yükünə malik ionların sürəti kiçik olduqca, onların elektrik sahəsində meyli daha böyük olur. Məhz buna görə də ionlar elektrik sahəsindən səpilməmiş dəstə kimi çıxır və maqnit sahəsinə düşürlər. Elektrik və maqnit sahələri bir-birinə paralel və ya antiparalel olan Tomson üsulundan fərqli olaraq, Astonun cihazında maqnit sahəsi elektrik sahəsinə perpendikulyar yönəlmişdir. Ona görə də maqnit sahəsində ionların meyli onların elektrik sahəsindəki meyli ilə bir müstəvidə yerləşir. Maqnit sahəsinin istiqaməti isə elə seçilir ki,

ionların elektrik sahəsindəki meyli ilə maqnit sahəsindəki meyli bir-birinin əksinə olsun. Belə şəraitdə maqnit sahəsi  $q/m$ -i eyni, sürəti isə müxtəlif olan ionları fotolövhə üzərində eyni bir nöqtəyə toplayır, yəni fokuslayır. Doğrudan da ionların kondensatordakı meyli  $\frac{q}{m\nu^2}$ , onların maqnit sahəsindəki trayektoriyasının əyrilik radiusu isə (23.12) düsturuna görə  $\frac{m\nu}{q}$  ilə düz mütənasib olduğundan, elektrik sahəsində çox meyl edən ionlar maqnit

sahəsində əyrilik radiusu kiçik olan trayektoriya üzrə hərəkət edir (şəkil 27.2). Nəticədə maqnit sahəsi səpələnən ionlar dəstəsini bir nöqtəyə fokuslayır.

Aston cihazının yuxarıda təsvir olunan iş prinsipini yaxşı dərk etmək üçün optikadan məlum olan analoji hadisəni xatırlayaq. Ağ işığın paralel dəstəsi üçbucaqlı prizmadan keçərək spektrə ayrılır. Bunun qarşısında əksinə qoyulmuş və böyük dispersiyaya malik olan digər prizma isə müxtəlif rəngli şüaları ağ "fokusa" toplayır. Burada birinci prizma elektrik, ikinci prizma isə maqnit sahəsinə, müxtəlif dalğa uzunluğuna malik şüalar isə  $q/m$ -i eyni olan müxtəlif sürətli ionlara uyğundur.

Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki,  $q/m$  xüsusi yükü digər qiymətə malik olan ionlar başqa nöqtələrdə fokuslanmalıdır: 27.2 şəklində  $q/m$ -in yalnız bir qiyməti üçün ionların trayektoriyaları göstərilmişdir. Müəyyən edilmişdir ki,  $q/m$  xüsusi yükü müxtəlif olan dəstələrin fokuslandığı nöqtələr eyni bir düz xətt üzərində yerləşir (27.2 şəklində bu düz xətt punktlı göstərilmişdir). Aston fotolövhəni bu düz xətt boyunca yerləşdirərək həmin fotolövhə üzərində hər biri  $q/m$ -in müəyyən bir qiymətinə uyğun gələn bir sıra ştrixlər almışdı. Fotolövhədə alınmış xəyalın optik xətti spektrin fotoqrafiyasına oxşar olduğunu nəzərə alaraq, Aston bu xəyalı kütlə spektrogramı, öz cihazını isə kütlə spektroqrafı adlandırmışdır.

Aston spektroqrafında alınan kütlə spektrogramlarında ştrixlər (xətlər) arasındakı məsafə (cihazın dispersiyası) o qədər böyükdür ki, kütlələrin ölçülməsi və qiymətləri çox yaxın olan kütlələrin bir-birindən fərqləndirilməsi çox böyük dəqiqliklə aparıla bilər. Doğrudan da, 16 sm uzunluğa malik spektrdə kütlələri iki dəfədən bir az çox fərqlənən atomların xətləri yerləşir və kütlənin 1% dəyişməsinə fotolövhənin müxtəlif yerlərində xətlər arasında 1,5–3 mm məsafə uyğun gəlir.

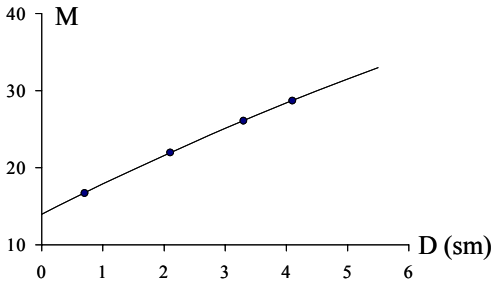
Bu spektrlərə əsasən kütlələri aşağıdakı kimi təyin edirlər. Kütlə spektri vasitəsilə kütlənin yalnız nisbi qiyməti təyin edilə bildiyindən, əvvəlcə "standart" olaraq hər hansı müəyyən bir kütlə seçilir. Məsələn, kütlənin fiziki şkalasında kütləsi 16 olan  $^{16}\text{O}$  oksigen izotopunun kütləsi əsas götürülür. Sonra məlum olmayan kütlələri təyin etmək üçün absis oxunda xətlərin fotolövhə üzərində götürülmüş müəyyən nöqtədən olan məsafəsini, ordinat oxunda isə uyğun kütlələri qeyd etməklə dərəcələnmə əyrisi qurulur. Bu kütlələr şkalası nisbəti dəqiq məlum olan kütlələrə uyğun ştrixlərin (xətlərin) köməyi ilə qurula bilər. Məsələn, O oksigen atomuna və  $\text{O}_2$  oksigen molekuluna uyğun olan xətlərə uyğun gələn kütlə 16 və 32-dir. Birqat  $\text{O}^+$  və ikiqat  $\text{O}^{2+}$  yüklənmiş oksigen atomlarına isə 16 və 8 kütlələri uyğun gəlir və s.

27.3 şəklində misal olaraq Aston kütlə spektroqrafına uyğun dərəcələnmə əyrisi verilmişdir. Göründüyü kimi, bu əyri düz xətdən çox az fərqlənir ki, bu da yüksək dəqiqlik alınmasını xeyli asanlaşdırır.

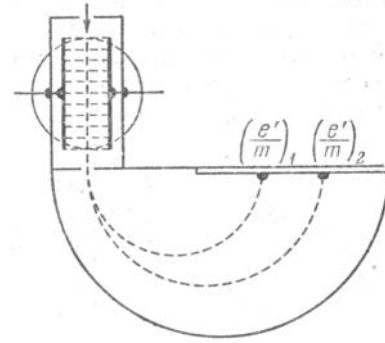
Digər növ kütlə-spektroqrafı Beyntric tərəfindən yaradılmışdır. Beyntric öz cihazında elektrik və maqnit sahələrinin başqa cür kombinasiyasından istifadə etmişdir. Onun qurduğu kütlə-spektroqrafı çox sadə quruluşa malikdir. Lakin alınan nəticələr bir

çox hallarda Aston spektroqrafının verdiyi nəticələrdən daha dəqiq olur. Beynbricin kütlə spektroqrafının sxemi 27.4 şəklində verilmişdir.

İonlar dəstəsi əvvəlcə sürətlər selektoru (filtri) adlanan hissədən keçir ki, burada da dəstədən sürəti yalnız müəyyən qiymətə malik olan ionlar ayrılır. Belə ki, selektorda



Шякил 27.3.



Шякил 27.4.

ionlar dəstəsi bir-birinə perpendikulyar olan və ionları əks istiqamətlərdə meyl etdirən elektrik və maqnit sahələrinin eyni zamanda təsirinə məruz qalır. Ona görə də selektorun çıxış yarığında yalnız elə ionlar keçəcəkdir ki, onlar üçün elektrik və maqnit sahələrinin yaratdığı meyillər bir-birini kompensasiya etmiş olsun. Bu isə  $qE=qvB$  şərti ödəndikdə baş verə bilər. Deməli, selektordan çıxan ionların sürəti, onların yükündən və kütləsindən asılı olmayaraq, eyni bir  $v=E/B$  qiymətinə bərabər olacaqdır. Selektordan çıxan kimi bu eyni sürətli ionlar hərəkət istiqamətinə perpendikulyar yönəlmiş və induksiyası  $\vec{B}'$  olan digər bircinsli maqnit sahəsi oblastına düşürlər. Bu maqnit sahəsində isə onlar radiusu (23.12) düsturuna əsasən  $q/m$ -dən asılı olan çevrələr üzrə hərəkət edirlər.

$$R = \frac{m}{q} \cdot \frac{v}{B'}. \quad (27.4)$$

Bu ionlar yarımqəvrə cızaraq fotolövhnin üzərində selektorun çıxış yarığında  $2R$  məsafədə yerləşmiş nöqtəyə toplanırlar. Deməli,  $q/m$  xüsusi yükü eyni olan ionlar fotolövhe üzərində nazik zolaq şəklində iz qoyurlar. Cihazın parametrlərini bilərək ionların xüsusi yükünü təyin etmək olar. İonun yükü  $e$  elementar yükün tam misillərinə bərabər olduğundan ( $q = ne$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ) tapılmış  $q/m$  qiymətlərinə əsasən ionların kütləsini təyin etmək olar. İonların kütləsini fotolövhe üzərindəki izlərə əsasən birbaşa da təyin etmək olar. Belə ki, eyni  $v$  sürətinə malik olan ionların kütləsi (27.4) düsturuna əsasən onların cızdığı çevrələrinin radiusu ilə düz mütənasibdir:

$$m = \frac{qB'}{v} \cdot R = const \cdot R. \quad (27.5)$$

Ona görə də izlərin fotolövhe üzərində başlanğıc kimi götürülmüş hər hansı xətdən olan məsafəsi də kütlə ilə düz mütənasib olar. Bu cihazın şkalasının xətti olması, izlərin simmetrik olması sayəsində intensivlikləri ilə bir-birindən hətta kəskin fərqlənən izləri

müqayisə etməyə imkan verməsi və yüksək ayırd etmə qabiliyyətinə malik olması ona Aston kütlə-spektroqrafına nisbətən böyük üstünlük verir.

Hal-hazırda kütlə spektroqraflarının çoxlu sayda təkmilləşdirilmiş növləri vardır. Bundan başqa ionları fotolövhə ilə deyil, elektrik qurğusu vasitəsilə qeydə almağa imkan verən kütlə-spektrometrləri də yaradılmışdır.

Kütlə spektroqrafları hər bir növdən olan atomların kütləsini çox böyük dəqiqliklə ( $10^{-5}$ ) təyin etməyə imkan verir. Fotoqrafik fotometriya üsullarından istifadə edərək spektrin müəyyən xətlərində fotolövhənin qaralması dərəcəsinə görə bu xətlərə uyğun kütlələrin faizlə tərkibini müqayisə etmək olar. Lakin əvvələn, fotoqrafik fotometriya üsulları çox böyük zəhmət tələb edir və alınan nəticələr çox da dəqiq olmur və ikincisi, kütlə spektrometrləri izotopların faizlə tərkibini daha tez və dəqiq təyin etməyə imkan verir. Kütlə spektrometrlərində müəyyən kütləyə malik olan ionların qeydə alınması fotoqrafik üsulla yox, ionun daşdığı yükün miqdarına və ya ion cərəyanının şiddətinə görə elektrik üsulu ilə aparılır. Buna görə də faizlə tərkibi təyin etmək üçün əlavə ölçülər tələb olunmur, çünki elektrik ölçü cihazının (elektrometr və ya qalvanometr) göstərişi, sadəcə olaraq, verilmiş növ ionların sayı ilə düz mütənasib olur.

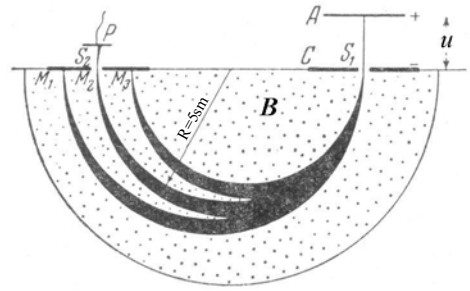
Kütlə spektrometrləri həm də atomun kütləsini təyin etməyə imkan verir, lakin bu zaman dəqiqlik kütlə-spektroqrafının dəqiqliyindən az olur. Son dövrlərdə kütlə spektrometrləri, onlardan qazların kimyəvi təhlili (məsələn, karbohidrogenlərin təhlili) üçün geniş istifadə edilməsi ilə əlaqədar olaraq, böyük praktik əhəmiyyət kəsb etmişlər. Bundan başqa, izotopların elektromaqnit üsulu ilə ayrılmasında istifadə olunan qurğular kütlə spektrometrləri əsasında yaradılmışdır.

Kütlə spektrometrlərinin əsas xüsusiyyətlərindən biri səpələnən ion dəstəsini fokuslamaqdır. Aston kütlə spektroqrafında fokuslama dedikdə eyni kütləyə (əslində eyni  $q/m$ -ə), lakin müxtəlif sürətə malik olan ionların bir nöqtəyə (fokusa) yığılması başa düşülür. Bu məqsədlə, hər şeydən əvvəl, ion dəstəsini bir-birindən uzaq məsafədə qoyulmuş iki yarıqdan (şəkil 27.2) keçirməklə paralel şüa şəklinə salırlar. Lakin bu, çoxlu sayda ionların itməsinə səbəb olur. Belə ki, optika dili ilə desək, cihaz xəyalın kəskinliyində qazanır, işıq şiddətində isə itirir. Kütlə spektrometrlərinin konstruksiyasında səpələnən ion dəstəsinin müxtəlif fokuslama üsullarından istifadə edilir. Burada Aston kütlə spektroqrafındakı kimi yalnız sürətlərə görə deyil, həm də istiqamətlərə görə fokuslama üsulları tətbiq olunur. Bu məsələnin həlli "elektron həndəsi optikasının" inkişafı ilə, yəni yüklü hissəciklərin elektrik və maqnit sahələrindəki yollarını hesablamaq üçün mexanika və həndəsi optika arasındakı oxşarlıqdan istifadə edilməsi ilə əlaqədar olaraq xeyli asanlaşmışdır. Bu üsul son dövrlərdə müxtəlif praktik tələblərlə, o cümlədən televiziya texnikasının tələbatı və elektron mikroskoplarının yaradılması və s. ilə əlaqədar olaraq xeyli inkişaf etmişdir.

İlk kütlə spektrometri Aston kütlə spektroqrafı ilə təxminən eyni vaxtda Dempster tərəfindən yaradılmışdır. Sonralar Blekni, Beynbric və Cordan tərəfindən daha mükəmməl kütlə spektrometrləri qurulmuşdur.

Dempster kütlə spektrometrinin sxemi 27.5 şəklində verilmişdir. Burada eninə maqnit sahəsi vasitəsilə istiqamətləri  $180^\circ$  məsafəyə (və ya  $\pi$  radiana) fokuslama üsulundan istifadə olunur. Bu üsulla  $q/m$ -in müəyyən qiymətinə malik olan ionlar dəstəsi, dəstənin bütün yolu boyunca təsir edən bircinsli eninə maqnit sahəsində yarımçevrə cızaraq fokuslanırlar.

İon dəstəsini almaq üçün anodun üzərinə metalın duzunu töküblər qızdırırlar. Seyrəl dilmış qazlarda boşalma zamanı anoddan metalın müsbət ionları anod şüaları şəklində çıxır və o nların enerjisi çox kiçik olur. Buna görə də sonrakı sürətlənmə zamanı qazanın enerji başlanğıc enerjiyə nisbətən çox böyük olduğundan ionların enerjisi təqribən eyni olur. Dempsterin cihazında  $A$  mənbəyindən bu qayda ilə buraxılan ionlar  $A$  və  $C$  arasında yaradılmış  $u$  potensiallar fərqi təsiri altında bərabər enerji alır. Səpələnmiş ionlar dəstəsi  $S_1$  yarığından keçərək induksiya  $\vec{B}$  olan biricinsli eninə maqnit sahəsinin təsir etdiyi oblasta daxil olur. Bu oblastda ionlar radiusu (23.12) düsturuna əsasən



Шякил 27.5.

kimi təyin olunan yarımqəvrələr cızaraq hərəkət edir və  $q/m$ -i müxtəlif olan ionlar, 27.5 şəklindən göründüyü kimi, müxtəlif nöqtələrdə fokuslanırlar. İonlar eyni enerjiyə malikdirsə (baxılan halda bu məhz belədir)

$$\frac{mv^2}{2} = qu \quad (27.6)$$

yaza bilərik. (27.5) və (27.6) düsturlarından isə

$$R^2 = \frac{2m}{qB^2} \cdot u \quad (27.7)$$

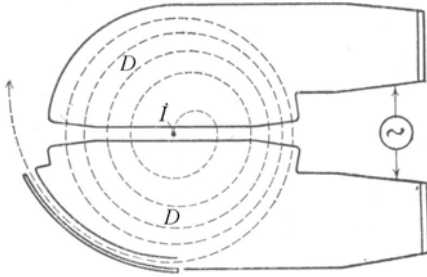
alırıq. Bu düsturdan isə görünür ki, sürətləndirici  $u$  potensiallar fərqi seçməklə  $q/m$ -in verilmiş qiymətində  $R$  əyrilik radiusu üçün elə müəyyən qiymət almaq olar ki, (məsələn, 27.5 şəklində  $R=5\text{ sm}$ ),  $S_2$  yarığından bizim istədiyimiz kütləyə malik olan ionları buraxmaq mümkün olsun. Bu halda  $P$  kollektoruna verilən potensial (və ya kollektorda ionların cərəyan şiddəti) verilmiş kütləli ionların sayının ölçüsü olur.

### Ə28. Tsiklotron rezonansı. Elektronun effektiv kütləsi

Hissəciyin maqnit sahəsində fırlanma tezliyinin onun enerjisindən asılı olmaması (Ə23) yüklü hissəcikləri sürətləndirmək üçün işlədilən və tsiklotron adlanan qurğularda istifadə olunur. Tsiklotron ağır hissəcikləri (ionları) alçaq gərginlikdən istifadə etməklə sürətləndirməyə imkan verir.

Tsiklotronun iş prinsipi sxematik olaraq 28.1 şəklində təsvir olunmuşdur. İonların sürətləndirilməsi içi boş metal qutu şəklində olan duantlar adlanan iki dənə  $D$  elektrodları arasındakı fəza oblastında baş verir. Duantlar arasında güclü generator vasitəsilə bir neçə  $10\text{ kV}$  dəyişən gərginlik yaradılır. Buna görə də duantlar arasındakı yarıqda ionları

sürətləndirən elektrik sahəsi yaranmış olur. İonlar isə xüsusi  $I$  ion mənbəyində alçaq tezlikli qaz boşalmasında alınır və duantlar arasındakı yarığa mərkəzinə daxil edilir. Duantların özləri isə bütövlükdə vakuum kamerasında yerləşir və bu kamera da böyük elektromaqnitin qütbləri arasında qoyulmuşdur.



Шякил 28.1.

Tsiklotronda ionların pilləli sürətlənməsi baş verir. Belə ki, duantlar arasındakı yarığa düşən hər bir ion elektrik sahəsində sürətlənərək duantlardan birinin içinə daxil olur. Burada o, maqnit sahəsinin təsiri altında yarımçevrə cızaraq fırlanma periodunun yarısına bərabər olan zaman müddətindən sonra yenidən duantlar arasındakı yarığa düşür və əgər generatorun  $\omega$  tezliyi  $\omega_c$  tsiklotron tezliyinə (E23) bərabədirsə, bu anda elektrik sahəsinin istiqaməti əksinə dəyişir; ion təkrarən sürətlənərək ikinci duanta daxil olur və burada o, daha böyük radiuslu çevrə üzrə hərəkət edir. İonun maqnit sahəsində fırlanma müddəti onun enerjisindən asılı

olmadığı üçün o, duantlar arasındakı yarıqdan növbəti dəfə keçdikdə gərginliyin fazası yenidən  $\pi$  qədər dəyişəcək və ionun yenidən sürətlənməsi baş verəcək və s. Beləliklə, ion açılan spiral üzrə hərəkət edərək öz enerjisini kəsilməz olaraq artıracaqdır. Maqnit sahəsi təsir edən oblastın kənarında ya bombardman edilməsi nəzərdə tutulan hədəf qoyulur, ya da sürətləndirilmiş ion dəstəsi kameradan kiçik pəncərə vasitəsilə lazımi istiqamətdə buraxılır.

Deyilənlərdən aydın olur ki, tsiklotronda ionların sürətlənməsi şərti (23.18) düsturu ilə təyin olunur

$$\omega = \omega_c = \frac{q}{m} B \quad (28.1)$$

Duantlar arasında dəyişən gərginliyin amplitudu  $u_0$ , ionların yarıqdan keçmələrinin ümumi sayı  $n$  olarsa, onda ionların sürətlənərək aldığı maksimal enerji  $W_{maks} = nqu_0$  olar. Bu maksimal enerji həm də maqnit sahəsinin  $B$  induksiyasından və orbitin radiusunun mümkün olan maksimal qiymətindən, yəni maqnitin  $R$  radiusundan asılıdır. Doğrudan da (23.14) düsturuna əsasən tsiklotronda ionun ala bildiyi maksimal enerji

$$W_{maks} = qu_0 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m} \quad (28.2)$$

düsturu ilə təyin oluna bilər. Məsələn, hidrogen atomunun müsbət ionları sürətləndirilsə, onda  $\frac{q}{m} = 0,96 \cdot 10^8 \text{ Kl/kq}$ ,  $q = e$  və orta ölçülü tsiklotron üçün  $B \approx 1 \text{ Tl}$ ,  $R \approx 0,5 \text{ m}$  götürsək, (28.2) düsturuna əsasən  $W_{maks} = 12 \cdot 10^6 \text{ eV} = 12 \text{ MeV}$  alırıq. Belə tsiklotron böyük və mürəkkəb bir qurğudur. Onun maqnitinin kütləsi bir neçə yüz tondur. Yüksək tezlikli generatoru, maqnitini və vakuum nasoslarını təmin etmək üçün yüzlərlə kilovat güc tələb olunur. Sürətlənmiş ionlar dəstəsinin yaratdığı elektrik cərəyanının şiddəti isə milliampere tərtibindədir.

Qeyd edək ki, hissəciklərin sürətlənməsini praktik olaraq həyata keçirəndə ionlar



dəstəsinin yaxşı fokuslanmasını təmin etmək, yəni dəstəni duantların mərkəzi müstəvisinin yaxınlığında saxlamaq və onun duantların qapaqlarına düşməsinin qarşısını almaq lazım gəlir. Buna isə əsasən maqnit sahəsini maqnitin mərkəzindən kənarlarına doğru azaltmaqla yüngülcə qeyri-bircinsli etməklə nail olurlar. Maqnit induksiyasının bu zaman yaranan radial toplananı dağılan ionlar dəstəsinə mərkəzi müstəviyə qaytaran əlavə Lorens qüvvələrinin meydana çıxmasına səbəb olur.

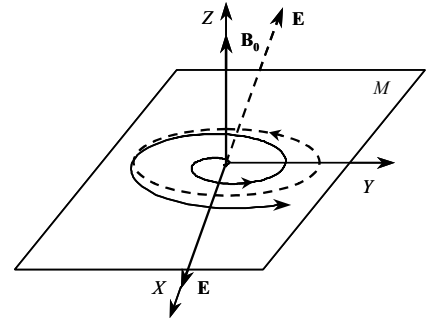
(28.2) düsturuna uyğun olaraq, maqnitin radiusunu böyütməklə ionların maksimal enerjisini, yəni onların sürətini istənilən qədər artırmaq olmaz. Belə ki, hissəciyin kütləsinin onun sürətindən asılı olması (E25) hissəciyin sürətlənməsini məhdudlaşdırır. İonların enerjisinin kifayət qədər artması zamanı onların kütləsi də artır və  $\omega_c$  tsiklotron tezliyi azalır. Bunun da nəticəsində (28.1) rezonans şərti pozulur və sürətlənmə nəhayət ki, baş vermir.

Hərəkət edən hissəciyin kütləsinin onun sükunət kütləsinə nisbəti  $m/m_0$  həmin hissəciyin  $v$  sürətinin işığın vakuumdakı  $c$  sürətinə olan  $v/c$  nisbətindən asılıdır (E25). Digər tərəfdən (23.13) düsturuna əsasən hissəciyin enerjisinin verilmiş qiymətində onun sürəti  $\sqrt{m}$  ilə tərs mütənəsbdir. Məhz buna görə də yüngül hissəciklər (məsələn, elektronlar) üçün kütlənin sürətdən asılı olaraq dəyişməsi effekti ağır hissəciklərdən (ionlardan) fərqli olaraq enerjinin nisbətən kiçik qiymətlərində baş verir və bu səbəbdən də tsiklotron elektronları sürətləndirmək üçün praktik olaraq yaramır. Lakin tsiklotrondan istifadə edərək elektronun xüsusi yükünü təyin etmək olar. Özü də bu üsulun əsas üstünlüyü ondan ibarətdir ki, o, yalnız vakuumdakı və ya seyrəldilmiş qazlarda olan elektronlara deyil, həm də bərk cisimlərdə olan keçiricilik elektronlarına (sərbəst elektronlar) da tətbiq oluna bilər. Tədqiq olunan maddənin nümunəsi sabit maqnit sahəsində yerləşdirilir və eyni zamanda bu nümunə maqnit sahəsinə perpendikulyar yönəlmiş dəyişən elektrik sahəsinin təsirinə məruz qalır. Bu zaman ionların tsiklotronunda sürətlənməsinə oxşar olan hadisə baş verir. Lakin bu halda sürətlənən hissəciklər keçiricilik elektronları olur və duantlar arasındakı sürətləndirici elektrik sahəsinin rolunu elektromaqnit dalğasının elektrik sahəsi oynayır. Bu şərtlər daxilində sərbəst elektronun özünü necə aparmasını keyfiyyətcə nəzərdən keçirək. İnduksiyası  $\vec{B}_0$  olan sabit maqnit sahəsində elektron  $\vec{B}_0$  vektoruna perpendikulyar olan və  $M$  müstəvisində yerləşən (şəkil 28.2) çevrə üzrə (E23)  $\omega_c$  tsiklotron tezliyi ilə /bax (23.18)/ hərəkət edəcəkdir:

$$\omega_c = \frac{e}{m} B_0 . \quad (28.3)$$

Bu hərəkəti  $M$  müstəvisində bir-birinə perpendikulyar olan iki harmonik rəqsə ayırmaq və elektrona sabit maqnit sahəsində eyni bir  $\omega_c$  tezliyi və  $\pi/2$  fazalar fərqi ilə  $X$  və  $Y$  oxları boyunca rəqs edən iki dənə harmonik osilyator kimi baxmaq olar.

İndi isə fərz edək ki, elektrona həm də elektromaqnit dalğasının elektrik sahəsinin  $M$



Шякил 28.2.

müstəvisində yerləşən və  $\omega$  tezliyi ilə dəyişən  $\vec{E}$  elektrik sahəsi təsir edir. Bu zaman nəzərdə tutulur ki, elektromaqnit dalğasının uzunluğu elektronun hərəkət etdiyi orbitin radiusundan çox böyükdür və ona görə də  $\vec{E}$  intensivliyinin ani qiyməti orbitin bütün nöqtələrində eynidir. Bu şərt daxilində yuxarıda göstərilən osilyatorların hər birinə  $\omega$  tezliyi ilə dəyişən xarici periodik qüvvə təsir edəcək və onlar  $\omega$  tezlikli məcburi rəqslər edəcəkdir. Lakin məlumdur ki,

$$\omega = \omega_c \quad (28.4)$$

şərti ödəndikdə rezonans hadisəsi baş verir və bu zaman osilyatorun rəqs amplitudu və onun enerjisi ən böyük qiymət alır və sönmə olmadıqda isə zaman keçdikcə bu qiymət qeyri-məhdud olaraq artır. Buna görə də rezonans zamanı sərbəst elektron elektromaqnit dalğasının enerjisi hesabına enerji qazanaraq açılan spiral şəkilli trayektoriya üzrə hərəkət edəcək (şəkil 28.2), elektromaqnit dalğası isə udulacaqdır. Əslində elektronlar toqquşmalara məruz qalırlar və onlar qazandıqları enerjini bu toqquşmalar zamanı bərk cismin kristal qəfəsinə verirlər. Bundan sonra elektronların sürətlənməsi prosesi yenidən başlayır. Buna görə də rezonans olmadıqda da elektromaqnit dalğasının enerjisinin udulması baş verir. Rezonans zamanı isə bu udulma maksimum olur.

Təsvir olunan hadisə tsiklotron rezonansı adlanır. Lakin tsiklotron rezonansının mənşəyi Lorens qüvvəsinin təsiri altında elektronların trayektoriyasının əyilməsi ilə, yəni maddənin diamaqnit xassələrini şərtləndirən effektlə əlaqədar olduğundan onu çox zaman diamaqnit rezonansı da adlandırırlar.

Elektron sərbəst qaçış müddəti  $\tau$  ərzində nə qədər çox tam dövr edə bilirsə, yəni  $\omega\tau$  hasili vahidə nisbətən böyük olduqca rezonans udulması daha güclü baş verir. Rezonans udulmasının ümumiyyətlə hiss olunacaq dərəcədə olması üçün heç olmazsa  $\omega\tau \sim 1$  şərtinin ödənməsi zəruridir. Adətən bu  $\omega \sim 10^{10} \text{ Hz}$  tezliklərdə, yəni santimetr diapazonunda olan radiodalğalar oblastında baş verir. Bundan başqa  $\tau$ -nın böyüməsi də bu məqsəd üçün əlverişli olduğundan tədqiq olunan maddəni bəzi hallarda aşağı temperaturalara qədər soyudurlar.

Tsiklotron rezonansını müşahidə etmək üçün tədqiq olunan maddəni, məsələn kiçik kristalı içərisində durğun elektromaqnit dalğası yaradıla bilən rezonans boşluğunda yerləşdirirlər. İçərisində nümunə olan bu rezonatoru sabit bircinsli maqnit sahəsi yaradan elektromaqnitin qütbləri arasında yerləşdirir və  $\omega/\omega_c$  nisbətindən asılı olaraq elektromaqnit enerjisinin udulmasını ölçürlər. Bu zaman generatorun  $\omega$  tezliyini sabit saxlamaq,  $B_0$  induksiyasını dəyişməklə (28.3) düsturu ilə təyin olunan  $\omega_c$  tsiklotron tezliyini dəyişmək əlverişlidir. Beləliklə, rezonansa uyğun gələn  $\omega_c$  tezliyi təcrübə yolu ilə təyin olunur. onda (28.3) düsturundan istifadə etməklə elektronun  $e/m$  xüsusi yükünü, elektronun  $e$  yükünü bilərək isə buradan onun kütləsini tapmaq olar.

Müxtəlif kristallarda tsiklotron rezonansının tədqiqi göstərdi ki, bu təcrübələr zamanı keçiricilik elektronlarının sərbəst kütləsi üçün tapılan qiymət vakuumda sərbəst elektronun kütləsi üçün alınmış  $m$  qiymətinə bərabər olmur. Elektronun effektiv kütləsi adlanan bu  $m_{ef}$  onun vakuumdakı  $m$  kütləsindən böyük və ya kiçik ola bilər. Tsiklotron rezonansı üzrə aparılmış təcrübələr göstərir ki, xarici elektrik və maqnit sahələrinin təsiri altında elektronların kristallardakı hərəkəti onların həqiqi kütləsi ilə deyil,  $m_{ef}$  effektiv kütləsi ilə təyin olunur. Bundan başqa, müəyyən edilmişdir ki, elektronun effektiv kütləsi  $\vec{B}_0$  induksiya vektorunun istiqamətindən də asılıdır.

İlk baxışdan təəcüblü görünən bu nəticələrin sadə izahı vardır. Belə ki, bu nəticələrin ümumi səbəbi ondan ibarətdir ki, keçiricilik elektronları daim kristalın fazada periodik dəyişən elektrik sahəsinin təsiri altındadırlar və onların hərəkəti heç də yalnız xarici sahələrin təsiri ilə deyil, həm də kristalın özünün periodik sahəsinin də təsiri ilə təyin olunur. Ona görə də yalnız xarici sahələrin təsirini nəzərə almaqla elektronların hərəkətini təsvir etməyə cəhd göstərdikdə, hərəkət qanunlarında biz elektronun həqiqi  $m$  kütləsinin əvəzinə digər daha mürəkkəb bir kəmiyyət olan  $m_{ef}$  effektiv kütlə alırıq. Əgər kristalın özünün daxili sahəsi nəzərə alınsa və elektronların hərəkəti üçün kvant qanunlarından istifadə edilsə, bütün mühüm təcrübi nəticələri nəinki keyfiyyətcə, həm də kəmiyyətcə izah etmək mümkün olur.

Müxtəlif kristallarda effektiv kütlələrin tədqiqi müasir bərk cisim fizikasında mühüm rol oynayır və elektronların kristal daxilində hərəkət xüsusiyyətləri haqqında qiymətli məlumatlar əldə etməyə imkan verir.

### Ə29. Elektromaqnit kütlə

Sükunətdə olan elektron yalnız elektrostatik sahə yaradır. Elektronu hərəkətə gətirsək, əlavə maqnit sahəsi yaranır və bunun üçün müəyyən iş görmək lazımdır. Əksinə, əgər hərəkət edən elektronu dayandırsaq, maqnit sahəsi yox olmalıdır. Elektromaqnit induksiya qanununa görə isə maqnit sahəsi yox olduqda əlavə elektrik sahəsi yaranmalıdır. Bu zaman, enerjinin saxlanması qanununa görə, yaranan elektrik sahəsinin istiqaməti elə olur ki, o, tormozlanan elektronu sürətləndirməyə çalışsın. Bütün hadisə elə baş verir ki, elə bil elektronun sahəsi ilə əlavə bir ətalət əlaqədardır. Buna görə də elektronun  $P$  impulsunu  $P_m$  adi və ya mexaniki impuls və sahənin ətaləti ilə əlaqədar olan  $P_e$  impulsunun cəmi kimi təsəvvür etmək olar:

$$P = P_m + P_e \quad (29.1)$$

Nyutonun ikinci qanununa görə elektrona təsir edən qüvvə

$$F = \frac{dP}{dt} = \frac{dP_m}{dt} + \frac{dP_e}{dt} \quad (29.2)$$

olar.  $P_m$  mexaniki impulsun zamana görə  $\frac{dP_m}{dt}$  dəyişməsi sadəcə olaraq  $m_m \frac{dv}{dt} = m_m \dot{v}$

kimi yazıla bilər ki, burada da  $m_m$  – "mexaniki kütlə"dir.  $\frac{dP_e}{dt} = m_e \dot{v}$  kimi göstərsək, onda  $m_e$  əmsalı elektromaqnit kütlə olar. Beləliklə, (29.2) əvəzinə

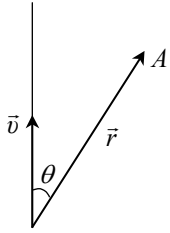
$$F = (m_m + m_e) \dot{v} = m \dot{v} \quad (29.3)$$

yaza bilərik ki, burada da  $m = m_m + m_e$  işarə edilmişdir.

Elektromaqnit kütlə anlayışı hələ 1881-ci ildə C. C. Tomson tərəfindən daxil edilmişdir. O, fərz edirdi və nəzəri cəhətdən əsaslandırırırdı ki, elektronun bütün kütləsi elektromaqnit təbiətlidir. Tomsonun bu fərziyyəsi sonralar tamamilə qəbul edilmiş və Q. A. Lorens, A. Puankare və M. Abraham tərəfindən daha da inkişaf etdirilmişdir.

Elektronun quruluşu haqqında müəyyən fərziyyə qəbul etməklə  $m_e$  kütləsinin qiymətini hesablamaq mümkündür.  $v$  sürəti ilə hərəkət edən elektrona sıxlığı  $e v$  olan

elektrik cərəyanı kimi baxmaq olar. Elektronun  $r$  məsafədə olan müəyyən  $A$  nöqtəsində bu cərəyanın yaratdığı maqnit sahəsinin intensivliyi



$$H = \frac{e v \sin \theta}{c r^2} \quad (29.4)$$

olar (şəkil 29.1). Bu sahənin enerji sıxlığı  $H^2/8\pi$  olduğundan  $A$  nöqtəsini daxilinə alan  $dV$  həcm elementindəki enerji

$$dW = \frac{H^2}{8\pi} dV = \frac{e^2 v^2 \sin^2 \theta}{8\pi c^2 r^4} r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi \quad (29.5)$$

### Шякил

düsturu ilə təyin olunar. Hərəkət edən elektronun yaratdığı maqnit sahəsinin tam enerjisini hesablamak üçün fərz edək ki, elektron  $r_0$  radiusuna malik olan kürəcikdir və onun yükü bu kürənin səthi boyunca bərabər paylanmışdır. Onda elektronun daxilində sahə sıfır, xaricində isə sferik simmetriyaya malik olar. Maqnit sahəsinin tam enerjisini hesablamak üçün (29.5) ifadəsini  $r, \theta, \varphi$  dəyişənləri üzrə ( $r_0 \leq r \leq \infty, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ) inteqrallayaq:

$$W = \int dW = \frac{e^2 v^2}{8\pi c^2} \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r^2} \int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{e^2 v^2}{4r_0 c^2} \int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta \quad (29.6)$$

Sonuncu inteqralı hesablamaq üçün yeni  $x = \cos \theta$  dəyişəni daxil edək. Onda

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta &= \int_0^{\pi} (1 - \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta = - \int_1^{-1} (1 - x^2) dx = \\ &= \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

olar. Beləliklə,

$$W = \frac{1}{3} \frac{e^2 v^2}{r_0 c^2} \quad (29.7)$$

alırıq.

Sükunətdə olan elektronu hər hansı xarici qüvvənin təsiri ilə hərəkətə gətirib ona  $c$  işıq sürətinə nisbətən kiçik olan  $v$  sürəti versək, bu zaman görülən iş yalnız kinetik enerjinin 0-dan  $\frac{m_e v^2}{2}$ -yə qədər artmasına yox, həm də enerjisi (29.7) düsturu ilə təyin olunan maqnit sahəsinin yaranmasına sərf olunar. Deməli, belə çıxır ki, elektronun kütləsi guya  $m_m$ -dən böyükdür.  $m_e$  əlavə kütləsi (elektromaqnit kütlə)

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{3} \frac{e^2 v^2}{r_0 c^2} \quad (29.8)$$

şərtindən tapılır, yəni

$$m_e = \frac{2}{3} \frac{e^2}{r_0 c^2} \quad (29.9)$$

olur.

Bu nəticə yükün kürəciyin səthi boyunca bərabər paylanması fərziyyəsi əsasında

alınır. Aydındır ki, digər fərziyyələr əsasında bundan fərqli nəticələr alınacaqdır. Məsələn, yükün  $r_0$  radiuslu kürəciyin bütün həcmi boyunca bərabər sıxlıqla paylandığını fərz edərək hesablamalar aparmaqla

$$m_e = \frac{4}{5} \frac{e^2}{r_0 c^2} \quad (29.10)$$

ifadəsini almışlar.

Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, elektron nəzəriyyəsinin yarandığı ilk dövrlərdə elektronun tam kütləsinin elektromaqnit təbiətli olması fikri hamı tərəfindən qəbul edilmişdi, yəni belə hesab edirdilər ki,  $m_m=0$  və  $m_e=m$ -dir. Kütlənin tamamilə elektromaqnit təbiətli olması fərziyyəsi əsasında Lorensin kütlənin sürətdən asılılığı üçün tapdığı (26.8) düsturunun təcrübə ilə yaxşı uyğun gəlməsi həmin fərziyyənin doğru olmasını təsdiq edən fakt kimi qəbul olunurdu. Lakin bu fikir müasir dövrdə tam inandırıcı sayıla bilməz. Çünki, nisbilik nəzəriyyəsinə görə təbiətdən asılı olmayaraq istənilən kütlənin sürətdən asılılığı (26.8) düsturu ilə verilir. Ona görə də (26.8) düsturunun təcrübədə təsdiq olunması kütlənin təbiəti haqqında müəyyən hökm etməyə imkan vermir.

Elektronun bütün kütləsinin onun elektromaqnit sahəsinin nəticəsi olması haqqında fərziyyə elektronun "klassik radiusu"nu hesablamağa imkan verir. Yükün səth və həcm üzrə paylanması üçün alınan (29.9) və (29.10) düsturlarından elektronun klassik radiusu üçün, uyğun olaraq,

$$r_0 = \frac{2}{3} \frac{e^2}{mc^2} \quad (29.11)$$

$$r_0 = \frac{4}{5} \frac{e^2}{mc^2} \quad (29.12)$$

alırıq. Göründüyü kimi bu ifadələr bir-birindən az fərqlənir.

Göstərmək olar ki, sükunətdə olan elektronun kütləsinin sırf elektrik təbiətli olması hipotezinə uyğun olan "radiusu"

$$r_0 = \frac{1}{2} \frac{e^2}{mc^2} \quad (29.13)$$

kimi təyin olunur. Doğrudan da nöqtəvi yükün elektrostatik sahəsinin intensivliyi

$$E = \frac{e}{r^2}, \quad (29.14)$$

bu sahənin tam enerjisi isə

$$W = \frac{1}{8\pi} \int E^2 dV \quad (29.15)$$

düsturları ilə ifadə olunur.  $W$ -ni hesablamaq üçün yükün yenə də radiusu  $r_0$  olan kürənin səthində bərabər paylandığını fərz edək. Onda kürənin daxilində  $E=0$  olar və sahənin tam enerjisini hesabladıqda  $r$  üzrə olan integralı  $r_0$ -dan  $\infty$ -a qədər götürmək lazımdır:

$$W = \frac{e^2}{8\pi} \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r^2} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{e^2}{2r_0}. \quad (29.16)$$

nisbilik nəzəriyyəsinə əsasən istənilən  $W$  enerjisinə  $\frac{W}{c^2}$  kütləsi uyğun gəlir (E10).

Ümumiyyətlə isə

$$m = m_m + \frac{W}{c^2} = m_m + \frac{e^2}{2r_0c^2} \quad (29.17)$$

yazmaq olar. "Mexaniki" kütləni sıfıra bərabər hesab etsək ( $m_m=0$ ), (29.17) düsturundan  $r_0$  üçün (29.13) ifadəsi alınır.  $m_m \neq 0$  olsa,  $r_0 > \frac{e^2}{2mc^2}$  şərti ödənməlidir. Beləliklə,  $\frac{e^2}{2mc^2}$  kəmiyyəti elektronun "radiusu"nun aşağı sərhəddi olur.

Elektronun quruluşu haqqındakı fərziyyələr hələlik tamamilə ixtiyari olduğundan (29.11), (29.12) və (29.13) düsturlarında tərtibi 1 olan əmsalları, yəni 2/3, 4/5, 1/2 vuruqlarını nəzərə almasaq,  $r_0$  üçün aşağıdakı sadə ifadəni yazmaq olar:

$$r_0 = \frac{e^2}{mc^2}. \quad (29.18)$$

(29.18) düsturundan hesablanmış  $r_0$  kəmiyyəti elektronun "klassik radiusu" adlanır:

$$r_0 = \frac{e^2}{mc^2} = \frac{e}{c} \cdot \frac{e}{mc} = \frac{4,8 \cdot 10^{-10}}{3 \cdot 10^{10}} \cdot 1,76 \cdot 10^7 = 2,8 \cdot 10^{-13} \text{ sm} \quad (29.19)$$

"Elektronun radiusu"nu bilavasitə təyin edən təcrübi üsul yoxdur. Lakin elektronun işıqla qarşılıqlı təsiri zamanı onun "effektiv kəsiyi"nin  $r_0^2$  tərtibində olduğunu sübut edən faktlar vardır. Məsələn, rentgen şüalarının sərbəst elektronlardan səpilməsi nəzəriyyəsi elektronun effektiv kəsiyi üçün

$$\sigma_e = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 = \frac{8\pi}{3} r_0^2 \quad (29.20)$$

ifadəsini verir.

Lakin bütün bunlara baxmayaraq, elektrona, radiusu  $r_0$  olan kürənin həcmi tutan elektrik yükü kimi baxmaq tamamilə əsassızdır. Belə ki, bu yükü sonlu həcmdə saxlayan qüvvələr yalnız elektromaqnit qüvvələri ola bilməz. Doğrudan da, elektromaqnit qüvvələrindən başqa digər təbiətli qüvvələr də olmasa, elektron öz dayanıqlığını saxlaya bilməz.  $(10^{-13} \text{ sm})^3$  tərtibli həcmdə hər hansı qayda ilə paylanmış yükün ayrı-ayrı hissələri arasındakı qarşılıqlı elektrostatik itələmə qüvvələri elektronu mütləq parçalayardı.

Ümumiyyətlə qeyd etmək lazımdır ki, elektronun təbiəti problemi müasir nəzəri fizikanın hələlik həll edilməmiş ən çətin problemlərindən biridir. Elektronun sonlu ölçüyə malik olması fikri nisbilik nəzəriyyəsinin tələblərinə uyğun gəlmir, elektronun nöqtəvi (ölçüsüz) olduğunu qəbul etmək isə digər mühüm çətinliklərə gətirir. Məsələn,  $r_0 \rightarrow 0$

olduqda elektronun  $\frac{e^2}{r_0}$  məxsusi enerjisi sonsuz böyük olur. Bu məsələlər nəzəri fizikada

indinin özündə də geniş müzakirə obyektidir və onların şərhini bu kitabın nəzərdə tutulan çərçivəsindən kənara çıxır.

### III FƏSİL. RENTGEN ŞÜALARI

#### Ə30. Rentgen şüalarının kəşfi

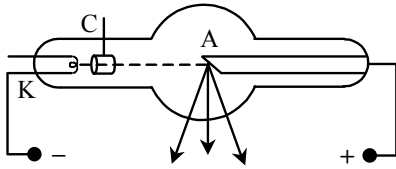
Alman alimi V. Rentgen 1895-ci ildə katod şüalarını tədqiq edərkən o vaxta qədər məlum olmayan yeni şüalanma müşahidə etmişdi. Katod şüaları üçün Rentgenin istifadə etdiyi borunun sxemi 30.1 şəklində göstərilmişdir. Rentgen öz müşahidələrini aşağıdakı kimi təsvir edir: Qara kartonla kəp örtülmüş boruda hər dəfə boşalma baş verəndə platin-sineroidli barium ilə örtülmüş kağız parçası parlaq işıqlanır, yəni fosforessensiya baş verir. Bununla əlaqədar olaraq belə fərz etmək olar ki, Günəşin görünən və ultrabənövşəyi şüaları və elektrik qövsünün şüaları üçün qeyri-şəffaf olan qara karton intensiv fosforessensiya yarada bilən naməlum şüalar üçün şəffaf olur... "Bu şüaları Rentgen ömrünün sonuna qədər "X-şüalar" (iks şüalar), yəni naməlum şüalar adlandırmışdı. Lakin həmin şüalar digər alimlər tərəfindən Rentgen şüaları adlandırılır.

Bir sıra təcrübələr vasitəsilə Rentgen müəyyən etdi ki, bu şüalar adi işıq üçün qeyri-şəffaf olan kağız, ağac, ebonit, insan bədəni, metal təbəqələr və s. cisimlərdən keçir. Yüngül atomlardan təşkil olunmuş və sıxlığı az olan materiallar rentgen şüaları üçün ağır atomlardan təşkil olunmuş və sıxlığı çox olan materiallara nisbətən daha şəffafdır. Məsələn, qurğuşun lövhə rentgen şüalarını həmin qalınlıqda olan alüminium lövhəyə, bədəndə sümüklər isə əzələlərə nisbətən daha çox udur. Məsələn, rentgen şüalarının mənbəyi ilə ekran arasında əlimizi yerləşdirsək, ekranda əlin zəif kölgəsi fonunda sümüklərin kəskin kölgəsini müşahidə edə bilərik.

Təcrübələrlə rentgen şüalarının digər xassələri də müəyyən edildi. Rentgen şüaları kimyəvi təsirə malikdir. Belə ki, bu şüaların təsiri ilə fotolövhə və ya fotokağız qaralır. Rentgen şüaları vasitəsilə fotoqrafiya məhz bu xassəyə əsaslanır. Qeyd edək ki, bu, kölgə fotoqrafiyasıdır, yəni rentgen şüalarının müxtəlif sıxlığa malik materiallardan müxtəlif keçmə qabiliyyətinə əsasən alınır. Rentgen şüalarının bu xüsusiyyətləri onların tibbdə və texnikada tətbiqi üçün böyük praktik əhəmiyyət kəsb edir. Rentgen şüaları vasitəsilə fosforessensiyaedici ekranda və ya fotoqrafik lövhədə predmetin daxilində mövcud olan defektləri və dəyişiklikləri (maşın hissələrinin daxilindəki defektləri, orqanizmdə baş verən dəyişiklikləri və s) müşahidə etmək olar. Rentgen şüalarının kimyəvi təsirə malik olmasından insan orqanizminin bəzi xəstəliklərə (məsələn, xərçəng xəstəliyinə) məruz qalmış üzvlərini müalicə etmək üçün istifadə edilir. Bu zaman canlı orqanizmin daxili üzvlərinə rentgen şüaları ilə təsir edilməsi imkanı xüsusilə vacibdir. Bundan başqa, görünən şüalar üçün tam şəffaf olan və tərkibində qurğuşunlu birləşmələr olan bəzi şüşələr rentgen şüalarını kəskin udur. Lakin tərkibində natrium duzları olan adi şüşə həm görünən şüalar, həm də rentgen şüaları üçün yaxşı şəffafdır.

Yeni şüaları kəşf etdikdən sonra Rentgen çoxlu sayda təcrübələrlə bu şüaların yaranması şərtini də müəyyən etdi. Rentgen müəyyən etdi ki, bu şüalar borunun divarının katod şüaları düşərək tormozlandığı hissəsində yaranır. Ona görə də Rentgen bu şüaların alınmasını və istifadə olunmasını ən yaxşı təmin edən formaya malik olan boru düzəltdi. Rentgen borusunun quruluşunun əsas xüsusiyyətləri müasir dövrdə istifadə olunan borularda da saxlanmışdır (şəkil 30.1). Müasir rentgen borularında katod kimi adətən

qızdırılmış yoğun volfram məftildən istifadə olunur. Termoelektron emissiyası nəticəsində katoddan çıxan intensiv elektron seli anod və katod arasında yaradılmış bir



Шякил 30.1.

neçə 10 kV-a bərabər böyük potensiallar fərqi sayəsində sürətlənərək anodun səthinə düşür. Elektron dəstəsini bir yerə toplamaq məqsədilə katodun səthinə çökük edir və qızdırılan məftil spiral orada yerləşdirilir. Beləliklə, elektron dəstəsi fokuslanmış olur. İstiliyi yaxşı ötürmək üçün anodu misdən düzəldirlər və onun səthinə preslənmiş volfram, platin və ya digər ağır atomlu metal lövhə (anodun güzgüsü) sürətlənmiş və fokuslanmış elektron dəstəsi üçün hədəf rolunu oynayır. Elektronların hədəfə maniasız çatması

üçün rentgen borusunda yüksək vakuum yaradılır.

Anoda çataaraq ona zərbə vuran elektronların enerjisinin çox hissəsi istiliyə çevrilir və yalnız az bir hissəsi (1-3%) rentgen şüalanmasına sərf olunur və ya əks olunan elektron dəstəsinin enerjisi kimi qalır. Ona görə də güclü rentgen borularında anod qızır və hətta o, əriyə bilər. Ona görə də rentgen borularında anodu soyutmaq lazım gəlir. Bu məqsədlə anodun içində düzəldilmiş kanallarda soyuducu maye (su və ya yağ) dövr edir. Anodun çəp vəziyyətində olması borunun şüşə divarından rentgen şüalarının kənara çıxmasını təmin edir.

Rentgen şüaları qazlara təsir edərək onları ionlaşdırır. Belə ki, rentgen borusunun yaxınlığında qoyulmuş yüklənmiş elektroskop boru işlədikdə tez bir müddət ərzində yüksüzləşir. Buna səbəb odur ki, rentgen şüalarının təsiri ilə elektroskopun ətrafındakı hava ionlaşır və keçirici olur. Beləliklə, rentgen şüalarını tədqiq etmək üçün flüoressensiyaedici ekrandan, fotolövhədən və elektroskopu olan ionlaşma kamerasından istifadə etmək olar. Müəyyən edilmişdir ki, rentgen şüaları fotoeffekt yaradır (E10). Bundan başqa, rentgen şüalarını onların istilik təsirinə əsasən də tədqiq etmək olar. Lakin bu üsulun böyük çətinliyi ondan ibarətdir ki, rentgen şüaları zəif udulduğu üçün onların hiss olunacaq dərəcədə udulmasından ötrü qalın metal təbəqələrdən istifadə etmək tələb olunur və belə böyük kütləli metalda istilik miqdarının azacıq dəyişməsinə isə müşahidə etmək çox çətinidir.

Beləliklə, Rentgen özünün kəşf etdiyi şüaların aşağıdakı xassələrini təcrübədə müəyyən etmişdi: bir çox materiallar rentgen şüaları üçün şəffafdır, onlar elektrik və maqnit sahələrində meyil etmirlər, müsbət və ya mənfi yüklənmiş cisimlər rentgen şüalarının təsiri altında yüklərini itirirlər (ionlaşdırıcı təsir), rentgen şüaları bir çox maddələrdə flüoressensiya yaradır. Rentgen həm də müəyyən etdi ki, rentgen şüaları qayıtmır və sınımr, difraksiya və interferensiya etmir. Sonralar məlum oldu ki, rentgen şüaları bu xassələrə də malikdir, lakin o dövrdə həmin xassələri müşahidə etməyə imkan verən çox incə təcrübələri həyata keçirmək mümkün deyildi.

### Ə31. Rentgen şüalarının təbiəti

Rentgen özü belə hesab edirdi ki, onun kəşf etdiyi şüalar uzununa işıq dalğalarıdır. Lakin o, bu fikrin üzərində təkidlə durmur və digər fikirlərin də mövcud ola bilməsini mümkün sayırdı. Rentgen şüalarını tədqiq edən digər alimlər (Stoks, Qoldqammer və b.)



fərz edirdilər ki, bu şüalar sürətli elektronların anoda zərbə vuraraq tormozlanması zamanı yaranan elektromaqnit dalğalarıdır. Lakin rentgen şüalarının bir sıra xassələri onların dalğa təbiətli olmasını şübhə altına alırdı. Ümumiyyətlə, isə onların əksər xassələrini öyrənmək böyük çətinliklərlə qarşılaşırdı. Bir mühtədən digərinə keçdikdə rentgen şüalarının qayıtmasını və sınımasını uzun müddət müşahidə etmək mümkün olmamışdı. Rentgen bu şüaların səpilməsinin yalnız zəif izlərini müşahidə edə bilmişdi ki, bunu da onların təkə dalğa deyil, həm də korpuskulyar təbiəti ilə izah etmək olardı.

Rentgen şüalarının dalğa təbiətli olması haqqında hipotez üçün xüsusilə çətinlik törədən amil ondan ibarət idi ki, Rentgenin və bir sıra digər tədqiqatçıların bu şüaların interferensiyasını müşahidə etmək məqsədilə apardıqları təcrübələr müsbət nəticə vermirdi. Sonralar (1910-cu il) müəyyən edildi ki, bu ilkin təcrübələrin müvəffəqiyyətsizliyinə səbəb rentgen şüalarının dalğa uzunluğunun görünən işığın və ultrabənövşəyi şüaların dalğa uzunluğuna nisbətən xeyli kiçik olmasıdır.

Qeyd edək ki, Rentgenin ilk elmi işləri çap olunandan sonra Stoks 1897-ci ildə rentgen şüalarının təbiəti haqqında ümumiyyətlə müasir təsəvvürlərə uyğun gələn fikir söyləmişdi. Stoks belə hesab edirdi ki, rentgen şüaları anoda zərbə vuran elektronların sürətinin kəskin dəyişməsi nəticəsində yaranan qısa elektromaqnit impulslarıdır. Hərəkət edən yükün sürətinin belə dəyişməsinə elektrik cərəyanının və deməli, bu cərəyanın yaratdığı maqnit sahəsinin zəifləməsi kimi baxmaq olar. Maqnit sahəsinin dəyişməsi ətraf fəzada dəyişən elektrik sahəsi induksiyaalayır ki, bu da öz növbəsində dəyişən maqnit sahəsi yaradır və s. Beləliklə, Maksvel nəzəriyyəsinə uyğun olaraq fəzada işıq sürətilə yayılan elektromaqnit impulsu yaranır.

Rentgen borusunda katod və anod arasında yaradılan gərginlik  $u$  olarsa, onda elektronlar  $eu$  enerjisinə qədər sürətlənir. Bu elektronlar anodun səthinə düşərək kəskin şəkildə tormozlanır və elektromaqnit dalğalarının mənbəyi olurlar. Məlumdur ki, elektromaqnit şüalanmasının  $P$  gücü hissəciyin  $e$  yükü ilə onun  $a$  hərəkət təcilinin hasilinin kvadratı ilə düz mütənasibdir:

$$P \sim e^2 a^2 \quad (31.1)$$

Doğrudan da məlumdur ki, şüalanmanın gücü dipol momentinin zamana görə ikinci tərtib törəməsinin kvadratı ilə düz mütənasibdir. Dipol momenti  $\vec{d} = q\vec{r}$  olduğundan  $P \sim \ddot{d}^2 = (q\ddot{r})^2 = q^2 a^2$  alırıq. Əgər bütün tormozlanma müddəti  $t$  ərzində elektronun təcili sabit qalmışdırsa (bərabətəcilli hərəkət), onda şüalanmanın gücü də sabit qalır və tormozlanma müddəti ərzində elektronun şüalandırdığı enerji

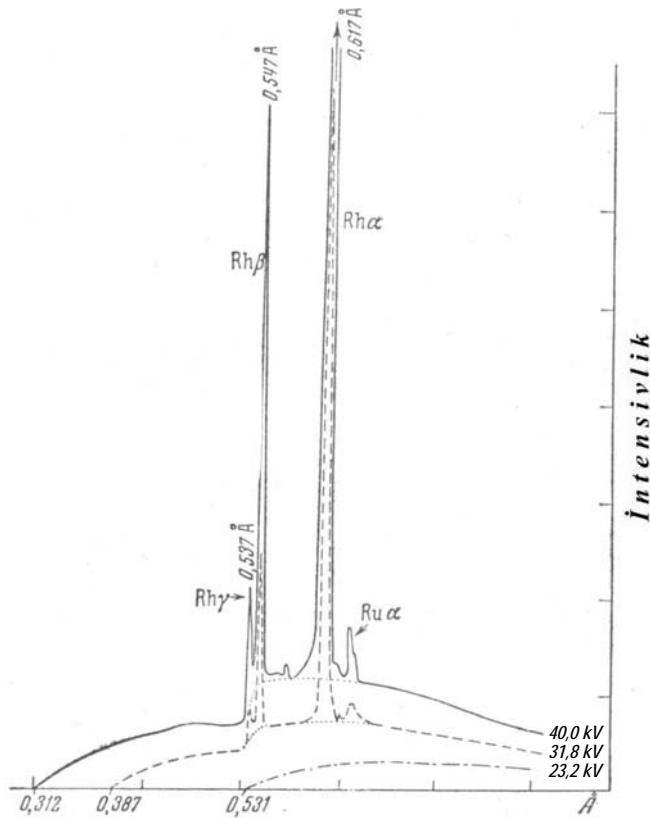
$$E = Pt \sim e^2 a^2 t = \frac{e^2 v_0^2}{t} \quad (31.2)$$

düsturu ilə təyin olunur. Burada  $v_0$  – elektronun tormozlanmağa başladığı anda malik olduğu sürətdir.

(31.2) düsturundan görünür ki, güclü şüalanma sürətli elektronların kəskin tormozlanması zamanı alına bilər. Rentgen borularında  $50 \text{ kV}$  qədər gərginlik yaradılır. Belə potensiallar fərqi keçən elektron  $0,4c$  sürətini alır ( $c$  – işığın vakuumda sürətidir). Betatronda isə elektronlar  $50 \text{ MeV}$ -ə bərabər olan enerjiyə qədər sürətləndirilə bilər ki, bunun da nəticəsində onların sürəti  $\sim 0,99995c$  olur. Betatronda sürətləndirilmiş elektron dəstəsini bərk hədəf üzərinə istiqamətləndirərək çox kiçik uzunluğa malik olan rentgen şüaları alırlar. Dalğa uzunluğu kiçik olduqda şüaların maddədə udulması az olur. Ona

görə də betatronada alınan rentgen şüaları xüsusilə böyük nüfuzetmə qabiliyyətinə malik olur.

Klassik elektrodinamikaya görə elektron tormozlanarkən uzunluğu sıfırdan sonsuzluğa qədər olan bütün elektromaqnit dalğaları yaranmalıdır. Başqa sözlə, bu şüalanma ağ işıq kimi bütöv spektrə malikdir. Məhz bu mənada tormozlanma rentgen şüalanmasına bəzən "ağ" rentgen şüalanması da deyirlər. Tormozlanma şüalanmasının bütöv spektri aşağıdakı xarakterik xüsusiyyətlərə malikdir. Bu spektrdə şüalanma gücünün dalğa uzunluğundan asılılıq qrafikində maksimum vardır (şəkil 10.3). Bu, o deməkdir ki, dalğa uzunluğunun müəyyən qiymətində şüalanma gücü maksimum olur. Elektronların sürəti artdıqca, yəni rentgen borusundakı  $u$  gərginliyi böyüdükcə şüalanma gücünün maksimumuna uyğun olan dalğa uzunluğu kiçilməlidir. 31.1 şəklində  $u$  gərginliyinin müxtəlif qiymətlərində, tormozlanma şüalanmasının gücünün dalğa



Шякил

uzunluğuna görə paylanması üçün təcrübədə alınmış qrafiklər verilmişdir. Göründüyü kimi, nəzəriyyədən alınan nəticə təcrübədə əsasən təsdiq olunur. Lakin burada klassik elektrodinamikanın tələblərinə uyğun gəlməyən prinsiplial təcrübə fakt özünü göstərir. Belə ki, şüalanma gücünün paylanması əyriləri heç də koordinat başlanğıcına ( $\lambda=0$ ) doğru getmir, maksimumdan sol tərəfdə kəskin aşağı düşür və dalğa uzunluğunun müəyyən

$\lambda = \lambda_{min}$  qiymətində kəsilir.  $\lambda_{min}$  dalğa uzunluğu bütöv spektrin qısa dalğalı sərhəddi adlanır. Təcrübə yolu ilə müəyyən edilmişdir ki, tormozlanma rentgen şüalanması spektrinin qısa dalğalı sərhəddi  $\lambda_{min}$  yalnız sürətləndirici  $u$  gərginliyindən asılıdır:

$$\lambda_{min} = \frac{12390}{u} \quad (31.3)$$

(31.3) düsturunda  $\lambda_{min}$  anqstremlə,  $u$  isə voltla ifadə olunur. Beləliklə,  $u=100 \text{ kV}$  olduqda bütöv spektrdə ən kiçik dalğa uzunluğu  $\lambda_{min}=0,124 \text{ \AA}$  olur. Burada alınan çox mühüm nəticə ondan ibarətdir ki, tormozlanma rentgen şüalanmasının xarakteri anodun hazırlandığı maddənin növündən asılı deyil və o, yalnız sürətləndirici gərginliklə təyin olunur.

Tormozlanma rentgen şüalanması spektrinin təcrübədə müşahidə olunan qısa dalğalı sərhəddinin mövcud olması şüalanmanın kvant təbiətli olmasını, yəni Plankın enerji kvantları haqqında fərziyyəsinin doğruluğunu sübut edən ən tutarlı faktlardan biridir. Belə ki, qısdalğalı sərhəddin mövcudluğu şüalanmanın kvant təbiətli olmasından bilavasitə alınır. Doğrudan da, əgər şüalanma tormozlanma zamanı elektronun itirdiyi enerjinin hesabına baş verirsə, onda kvantın  $\hbar\omega$  enerjisi elektronun  $eu$  enerjisindən böyük ola bilməz:

$$\hbar\omega \leq eu \quad (31.4)$$

Buradan görünür ki, şüalanmanın tezliyi  $\omega_{maks}=eu/\hbar$  qiymətindən böyük, şüalanan dalğanın uzunluğu isə

$$\lambda_{min} = \frac{2\pi c}{\omega_{maks}} = \frac{2\pi\hbar c}{eu} \quad (31.5)$$

qiymətindən kiçik ola bilməz.

Beləliklə, görürük ki, (31.5) düsturu təcrübədən tapılmış (31.3) empirik ifadəsi ilə eynidir. Bu ifadələri müqayisə edərək  $\hbar$  Plank sabitinin qiymətini təyin etmək olar. Müəyyən edilmişdir ki, Plank sabitinin qiymətini təyin etmək üçün tormozlanma rentgen şüalanması spektrinin qısdalğalı sərhəddinin ölçülməsinə əsaslanan metod bu məqsədlə istifadə olunan bütün digər metodlara nisbətən ən dəqiqdir.

Qeyd edək ki, tormozlanma rentgen şüalanması anodu bombardman edən elektronların enerjisi çox da böyük olmadıqda alınır. Lakin elektronların enerjisi müəyyən bir qiymətə bərabər və ya ondan böyük olduqda xarakteristik rentgen şüalanması adlanan şüalanma baş verir.

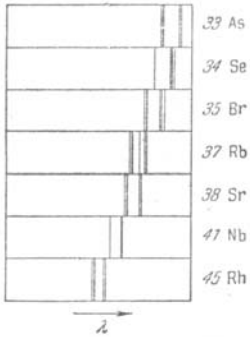
Anodu bombardman edən elektronların enerjisi anod maddəsinin atomlarının daxili elektron təbəqələrindən elektron qopara biləcək qiymətə bərabər və ya ondan böyük olduqda tormozlanma şüalanmasının bütöv spektrinin fonunda kəskin xətlər çoxluğu alınır ki, bunlar da xarakteristik rentgen şüalanmasının xətləridir. Bu spektral xətlərin tezliyi anodun hazırlandığı maddənin təbiətindən asılıdır, yəni bu maddə üçün xarakterikdir; məhz bu səbəbdən də xarakteristik şüalanma anlayışından istifadə edilir. Belə ki, optik şüalanma spektri maddəni xarakterizə etdiyi kimi, xarakteristik şüalanma spektri də anod maddəsinə xarakterizə edir. Belə ki, rentgen şüası almaq üçün həyəcəndirilən elementin sərbəst və ya kimyəvi birləşmənin tərkibində olmasından asılı olmayaraq, hər bir element özünəməxsus müəyyən xarakteristik rentgen spektri verir. Elə bu xüsusiyyəti ilə də rentgen spektrləri optik spektrlərdən kəskin şəkildə fərqlənir. Eyni

bir maddə onun atomar və ya molekulyar halda olmasından asılı olaraq müxtəlif optik spektrlər verir. Məsələn, oksigen atomunun, oksigen molekulunun və su molekulunun optik spektrləri tamamilə müxtəlifdir və molekulun tərkibinə daxil olan atomların spektrlərinin additiv cəmi deyildir.

Xarakteristik şüalanma meydana çıxan zaman rentgen spektrinin dəyişməsinə aid maraqlı bir misal olaraq 31.1 şəklində radium elementinin xarakteristik rentgen şüalanmasının  $K$  seriyası göstərilmişdir. Absis oxu üzərində rentgen şüalarının dalğa uzunluqları qeyd olunmuş və hər spektrin qısa dalğalı sərhəddi göstərilmişdir. Ordinat oxu üzərində isə intensivliklər qeyd edilmişdir. Müxtəlif əyrilər həyəcanlandırıcı elektronların enerjilərinin müxtəlif qiymətlərinə uyğun gəlir. Şəkildən görünür ki, elektronların enerjisi  $23,2 keV$  olanda spektr hələ bütövdür. Lakin enerji  $31,8 keV$  olduqda bütöv spektrin üzərinə bir-birindən kəskin fərqlənən spektral xətlərdən ibarət olan xətti spektr əlavə olunur. Enerjinin  $40 keV$  qiymətində isə spektrin xarakteri dəyişmiş, lakin xətlərin intensivliyi kəskin artır ( $Ru \propto$  xətti radium nümunəsində aşqar şəklində olan ruteniuma məxsusdur).

Optik spektrlərdə olduğu kimi, rentgen spektrlərində də spektral xətlər üçün xüsusi işarələr daxil edilmişdir. Belə ki, müşahidə olunan xətlər seriyalar şəklində qruplaşdırılır. Bu seriyalar  $K, L, M, N$  və  $O$  hərfləri ilə işarə edilir. Hər bir seriyada xətlərin sayı o qədər də çox deyildir və bu xətlər tezliyin artmasına uyğun olaraq  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots$  indeksləri ilə işarə olunur:  $K_\alpha, K_\beta, K_\gamma, \dots; L_\alpha, L_\beta, L_\gamma, \dots$  və s.

Müxtəlif elementlərin rentgen spektrləri bir-birinə oxşayır. Atomun  $Z$  sıra nömrəsi artdıqca onun rentgen spektrləri bütövlükdə öz quruluşunu dəyişmədən spektrlərin qısalı dalğalı hissəsinə tərəf sürüşür (şəkil 31.2). Bu isə onu təsdiq edir ki, rentgen spektrləri atomların bir-birinə oxşar olan daxili təbəqələrindəki elektronların keçidləri nəticəsində alınır.



Шякил

Rentgen spektrlərində  $K$ - və  $L$ -seriyaların intensivliyi ən böyükdür.  $K$ -şüalanma və  $L$ -şüalanma anlayışları ilk dəfə 1908-ci ildə İsveçrə alimi Barkla tərəfindən daxil edilmişdir. Lakin atomun elektron quruluşu haqqında müasir təsəvvürlərə uyğun olaraq rentgen spektrlərində seriyaların alınmasını aşağıdakı kimi izah etmək olar. Anodu bombardman edən elektronun enerjisi kifayət qədər böyük olduqda o, anod maddəsini təşkil edən atomların daxilinə nüfuz edərək onun daxili təbəqələrindən elektron qoparır və qopan elektronun yerində vakansiya yaranır.

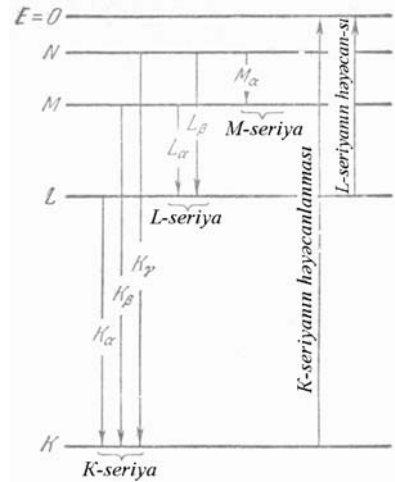
Yuxarı təbəqədən bu vakans yerə elektronun keçməsi nəticəsində xarakteristik rentgen şüalanması yaranır. Elektron daha yuxarı laydan ( $n$  baş kvant ədədinin eyni qiymətinə uyğun gələn elektron təbəqələri çoxluğu elektron layı adlanır) ən dərin laya ( $n=1$ ) keçdikdə  $K$ -şüalanma baş verir. Məhz buna görə də  $K$ -seriyanın xətlərinin intensivliyi daha böyük olur. Buna oxşar olaraq elektron yuxarı laylardan  $n=2$  olan laya keçdikdə  $L$ -şüalanma baş verir və s. (şəkil 31.3). Başqa sözlə, rentgen spektrlərində  $K$ - və  $L$ -seriyalar sıra nömrəsi böyük olan atomlar üçün, hidrogen atomunun spektrindəki Layman və Balmer seriyalarına uyğun gəlir. Deyilənlərə uyğun olaraq, bir çox hallarda,  $n=1$  layını  $K$ -lay,  $n=2$  layını  $L$ -lay adlandırırlar. Sonrakı laylar isə əlifba sırası ilə  $M$ -,  $N$ - və  $O$ -lay adlanır. Rentgen spektrlərində  $K$ -seriya ən qısa dalğalı və böyük tezliyə malik olan seriyadır.

Aydındır ki,  $L$ -şüalar  $K$ -şüalara nisbətən daha kiçik enerjiyə və böyük dalğa uzunluğuna malikdir. Rentgen spektrlərinin daha kiçik enerjiyə və ya dalğa uzunluğuna malik olan digər seriyaları da müşahidə olunur. Məsələn,  $M$ -layda vakansiya olduqda  $M$ -seriya,  $N$ -layda vakansiya olduqda  $N$ -seriya və s. alınır (şəkil 31.3).  $M$ - və  $N$ -seriyalar yalnız ağır elementlərdə müşahidə olunur. Əslində, müəyyən olunmuşdur ki, bütün bu seriyalar spektrin optik hissəsində də təbii olaraq davam edirlər, lakin uyğun xətlər yalnız xüsusi şəraitdə (yüksək tərtibdə ionlaşmış atomlarda) meydana çıxır.

Daha böyük enerjili  $K$ -seriya kiçik enerjili  $L$ -,  $M$ -,  $N$ -seriyalarla müşayiət olunacaqdır. Belə ki,  $K_{\alpha}$  keçidi  $L$ -layında vakansiya yaradır və bu vakansiya  $L_{\alpha}$  keçidi ilə ləğv olunur və bu da öz növbəsində  $M_{\alpha}$ -keçidinə və deməli,  $M$ -layında vakansiyaya gətirir və s. Biz burada nəzərə almırıq ki,  $L$ ,  $M$ ,  $N$ , və s. laylar öz növbəsində elektron təbəqələrindən təşkil olunmuşlar. Ona görə də məsələn,  $K$ -seriyanın  $K_{\alpha}$  xəttinin  $L$ -layındakı  $2s$ -təbəqədən və ya  $2p$ -təbəqədən keçid nəticəsində alındığı, spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində xətlərin meydana çıxan incə quruluşu da nəzərə alınmalıdır.

Qeyd edək ki, rentgen spektrləri sadəliyi və bir tipli olması ilə optik spektrlərdən fərqlənir. Optik spektrlər adətən çox mürəkkəb olub, yüzlərlə xətdən (məsələn, dəmirin optik spektri) ibarətdir. Rentgen spektrlərində isə xətlərin sayı azdır. Elementdən elementə keçdikdə optik spektrlər kəskin dəyişir və onların quruluşunda elementlərin xassələrinin periodikliyi ilə paralel gedən periodiklik müşahidə olunur. Bunun əksinə olaraq, rentgen spektrləri tamamilə bir tiplidir və heç bir periodikliyə malik deyildir. Yüngül elementlərdən ağır elementlərə keçdikdə müşahidə olunan yeganə bir dəyişiklik spektrdə xətlərin qısalmağalığı oblasta doğru monoton sürüşməsidir. Nəhayət, rentgen spektrləri tam mənası ilə atomu xarakterizə edir (xarakteristik şüalanma) və atom hər hansı kimyəvi birləşmənin tərkibinə daxil olduqda onlar, birinci yaxınlaşmada dəyişməzlər. Optik və rentgen spektrlərinin xarakterindəki bu kəskin fərqlər onların atomun müxtəlif hissələrindəki keçidlər nəticəsində yaranması ilə əlaqədardır. Belə ki, optik spektrlər atomun xarici elektron təbəqələrindəki elektronların keçidləri nəticəsində alındığı halda, rentgen spektrləri atomun daxili elektron təbəqələri arasında keçidlərlə əlaqədar olaraq yaranır.

Rentgen spektrlərində  $K$  seriyası ən sadə quruluşa malikdir. O, üç xətdən ibarətdir:  $K_{\alpha}$ ,  $K_{\beta}$  və  $K_{\gamma}$ .  $K_{\alpha}$  xətti ən uzun dalğalı və ən parlaq xətdir. O, aydın görünən dubletdir. Bu dubletin komponentləri  $K_{\alpha_1}$  və  $K_{\alpha_2}$  kimi işarə edilir. Dalğa uzunluğuna və intensivliyinə görə  $K_{\beta}$  xətti  $K_{\alpha}$  xəttindən sonra dayanır.  $K_{\beta}$  xətti də dubletdir, lakin bu dubletin xətləri bir-birinə o qədər yaxındır ki, onları heç də həmişə ayırmaq mümkün olmur.  $K_{\gamma}$  isə  $K$ -seriyanın ən qısa dalğalı xəttidir. 31.2 şəklində göstərilmiş radiumun xarakteristik şüalanma spektri  $K$ -seriyasına misal ola bilər. Şəkildən görünür ki, bu seriya  $K_{\alpha}$ ,  $K_{\beta}$  və  $K_{\gamma}$  kimi üç xətdən ibarətdir. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi  $K_{\alpha}$  xətti dubletdir, yəni bir-biri ilə müəyyən qanunla bağlı olan və çox yaxın yerləşmiş iki xətdən ibarətdir. Lakin cihazın



Шякил 31.3.

ayır etmə qabiliyyəti kiçik olduğundan  $K_\alpha$  xəttinin bu "incə quruluşu" 31.1 şəklində görünür. Qeyd edək ki,  $L$ -seriyasındakı xətlərin də sayı o qədər çox deyildir. Lakin  $L$ -seriyası  $K$ -seriyasına nisbətən mürəkkəb quruluşa malikdir.

Rentgen spektrləri üçün enerji səviyyələri haqqında gələcəkdə (Ə122) bəhs edəcəyik.

### Ə32. Mozli qanunu

İngilis alimi Mozli 1913-cü ildə rentgen spektrindəki xətlərin  $\omega$  tezliyi ilə bu xətləri buraxan elementin  $Z$  sıra nömrəsi arasında müəyyən asılılıq olduğunu tapmışdır. O, göstərmişdir ki, Rentgen spektrlərində  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$  və  $L_\alpha$  xətlərinin tezliyini aşağıdakı düsturlarla ifadə etmək olar:

$$\omega_{K_\alpha} = R(Z-1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \quad (32.1)$$

$$\omega_{K_\beta} = R(Z-1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) \quad (32.2)$$

$$\omega_{L_\alpha} = R(Z-0,75)^2 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \quad (32.3)$$

Burada  $R=2,07 \cdot 10^{16} \text{ rad/s}$  – Ridberq sabitidir. Göründüyü kimi, (32.1)–(32.3) ifadələrini ümumi şəkildə aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\omega = R(Z-\sigma)^2 \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (32.4)$$

Lakin çox zaman (32.4) əvəzinə Mozli qanununu ifadə edən aşağıdakı düsturdan istifadə edilir:

$$\sqrt{\omega} = c(Z-\sigma). \quad (32.5)$$

Burada  $c$  və  $\sigma$  – müəyyən sabitlərdir.

(32.5) düsturuna uyğun olaraq Mozli qanunu aşağıdakı kimi ifadə olunur: Rentgen spektrində hər bir xəttin tezliyinin kvadrat kökü  $Z$  sıra nömrəsinin xətti funksiyasıdır.

$K_\alpha$  və  $L_\alpha$  xətləri üçün  $\sqrt{\omega}$  kəmiyyətinin  $Z$ -dən asılılığı üçün təcrübi yolla qurulmuş qrafiklər 32.1 şəklində göstərilmişdir. Mozli qanununun təcrübədə necə dəqiq ödənməsi bu qrafiklərdən aydın görünür. Qeyd edək ki, Mozli qanunu rentgen spektrinin bütün seriyaları üçün spektral xətlərin tezliyinin kvadrat kökü  $\sqrt{\omega}$  ilə  $Z$  sıra nömrəsi arasında xətti asılılıq olduğunu müəyyən edir. Lakin çox diqqətlə baxdıqda məlum olur ki,  $K_\alpha$  xətti üçün qrafik heç də tamamilə düz xətt deyildir.

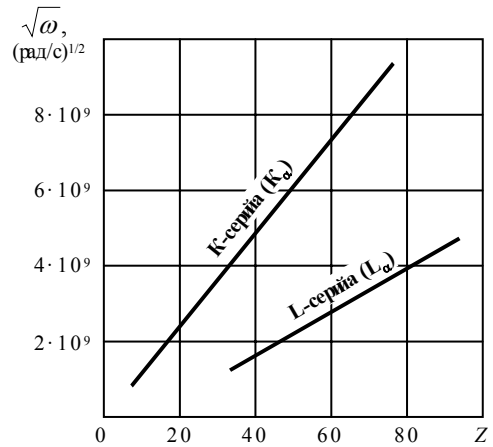
Mozli özünün kəşf etdiyi qanunun sadə izahını da vermişdir. O, müəyyən etmişdir ki, (32.4) düsturu ilə təyin olunan tezliyə malik xətlər yükü  $(Z-\sigma)e$  olan nüvənin yaratdığı mərkəzi sahədə hərəkət edən elektronun  $n_2$  nömrəli enerji səviyyəsindən  $n_1$  nömrəli enerji səviyyəsinə keçidi zamanı buraxılan xətlərlə üst-üstə düşür. Burada  $\sigma$  – ekranlaşma sabitidir və onun mənası aşağıdakı mülahizədən aydın olur: rentgen şüaları buraxılarkən keçidlər edən hər bir elektrona nüvənin göstərdiyi cazibə təsiri digər elektronlar tərəfindən müəyyən qədər zəiflənilir, yəni ekranlaşdırılır. Bu ekranlaşdırıcı təsiri nəzərə almaq üçün də  $Z$ -dən müəyyən  $\sigma$  kəmiyyəti çıxılmalıdır.

Qeyd edək ki, (32.4) düsturunda nəzərdə tutulur ki, ekranlaşma sabiti  $\sigma$  hər iki term üçün eynidir. Əslində isə, məsələn,  $K$ -term üçün ekranlaşma  $L$ -term üçün ekranlaşmadan azdır. Çünki  $L$ -layda yerləşən elektronu  $K$ -laydakı iki elektrondan başqa  $L$ -laydakı digər elektronlar da ekranlayır. Lakin  $K$ -laydakı hər bir elektronu yalnız bir dənə digər elektron ekranlayır. Ona görə də (32.4) düsturunu daha dəqiq olaraq aşağıdakı kimi yazmaq lazımdır:

$$\omega = R \left[ \frac{(Z - \sigma_1)^2}{n_1^2} - \frac{(Z - \sigma_2)^2}{n_2^2} \right]. \quad (32.6)$$

Mozli qanunu rentgen spektrindəki xətlərin təcrübədə ölçülmüş  $\lambda$  dalğa uzunluğuna əsasən ( $\omega = 2\pi c / \lambda$ ) verilmiş elementin  $Z$  sıra nömrəsini dəqiq təyin etməyə imkan verir. Məhz buna görə də həmin qanun Mendeleyev cədvəlində elementlərin düzgün yerləşdirilməsi üçün böyük rol oynamışdır.

Dövrü sistemdə elementlərin atom çəkirlərinə və kimyəvi xassələrinə görə yerləşdirilməsinin heç də bütün hallarda tam inamla aparılmadığını nəzərə alsaq, Mozli qanununun böyük əhəmiyyəti daha da aydın olar. O dövrdə kəşf olunmamış elementlərə uyğun olan yerlər Mendeleyev cədvəlində boş qalmışdı.  $Z=58$ -dən  $Z=71$ -ə qədər yerləri nadir torpaq elementləri (lantanoidlər) tuturdu. Bu elementlərin kimyəvi xassələri bir-birinə çox yaxın və bəzi hallarda atom çəkiliəri çox da dəqiq məlum olmadığından onların sıra nömrəsi üzrə düzgün ardıcılıqla yerləşdirilmiş olması şübhə doğururdu. Mozli qanunu bütün bu çətinlikləri aradan qaldırdı. Mozli tam dəqiqliklə göstərdi ki, hidrogenlə uran arasında sıra nömrələri fərqli olan müxtəlif növ atomların dəqiq sayı 92 olmalıdır. Bununla da, o, hələlik kəşf edilməmiş elementlərin dəqiq sayını göstərmiş oldu. Bundan başqa, Mozli, Mendeleyevin atom çəkirlərinin qiymətinə uyğun ardıcılıqla düzmədiyi elementlərin (Co–Ni, Ar–K, Te–J) düzgün yerləşdirilmiş olmasına şübhələri də aradan qaldırdı. Beləliklə də Mozli qanunu ilk dəfə olaraq sübut etdi ki, elementin kimyəvi fərdiliyini atom çəkisi deyil, onun Mendeleyev cədvəlindəki  $Z$  sıra nömrəsi təyin edir. İzotopların kəşf edilməsi bu nəticəni təsdiq etdi.



Шякил 32.1.

Nəhayət qeyd edək ki, Mozli qanununda rentgen şüalarına xas olan və Ė31-də göstərdiyimiz bir xüsusiyyət də çox aydın şəkildə ifadə olunmuşdur: bu xüsusiyyət ondan ibarətdir ki, atomun  $Z$  sıra nömrəsi dəyişdikcə rentgen spektrləri də monoton dəyişir (şəkil 31.3). Lakin atomların bir çox xassələri, məsələn, valentliyi, xüsusi həcmi, optik spektrləri və s.  $Z$ -in dəyişməsinə görə periodik dəyişir. Bu fərq isə Ė31-də qeyd etdiyimiz kimi, onunla əlaqədardır ki, rentgen spektrləri atomun daxili elektron təbəqələri arasında baş verən keçidlər nəticəsində alınır və görünür ki, müxtəlif atomlarda nüvəyə yaxın oblastlar eyni quruluşa, xarici elektron təbəqələri isə periodik olaraq dəyişən quruluşa malikdir.

### **Ė33. Rentgen şüalarının udulması**

Rentgen şüalarının əsas xüsusiyyətlərindən biri, onların adi işıq üçün qeyri-şəffaf olan maddələrdən keçməsidir. Rentgen özü tədqiq olunan maddənin arxasında flüoressensiyaedici ekran yerləşdirməklə bu şüaların həmin xassəsinə ətraflı tədqiq etmişdi. Təcrübələrlə müəyyən edilmişdir ki, rentgen şüaları özünəməxsus udulma qanununa malikdir və onların maddədə udulması, bu maddənin optik xassələrindən asılı deyildir. Məsələn, işıq üçün qeyri-şəffaf olan qara kağız və ya kartondan keçərkən rentgen şüalarının udulması çox az olduğu halda, işıq üçün rəngsiz və şəffaf olan həmin qalınlıqda qurğuşunlu şüşədə onların udulması çoxdur. Belə şüşənin müəyyən qalınlığında onun üzərinə düşən rentgen şüaları praktik olaraq tam udulur. Məhz buna görə də bu şüşələrdən rentgen qurğuları ilə işləyən adamları şüalanmadan qorumaq üçün istifadə edilir.

Rentgen müəyyən etmişdi ki, sıxlığı böyük olan maddələrdə rentgen şüaları daha çox udulur. Məsələn, qurğuşun lövhədə bu şüaların udulması, həmin qalınlıqda alüminium lövhədə udulmaya nisbətən xeyli çoxdur. Belə ki, adi işıq üçün qeyri-şəffaf olan nazik alüminium vərəqlər texniki rentgen borularında (sürətləndirici gərginlik  $\sim 100$  kV) alınan şüalar üçün demək olar ki, tamamilə şəffafdır. Ümumiyyətlə isə, tərkibində ağır elementlər olan birləşmələr rentgen şüalarını daha yaxşı udur.

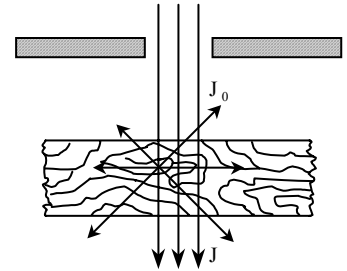
Öz tədqiqatlarında Rentgen həm də müşahidə etdi ki, rentgen şüalarının eyni bir maddə tərəfindən udulması bu şüaların alınma şərtindən asılı olaraq müxtəlif cür olur. Çox udulan rentgen şüaları yumşaq, az udulan rentgen şüaları isə sərt rentgen şüaları adlandırılır. Beləliklə, şüaların maddənin içinə nüfuz etmək qabiliyyəti onların sərtlik dərəcəsinə xarakterizə edir. Ümumiyyətlə isə, rentgen şüalarının sərtliyini onların hər hansı müəyyən maddə (məsələn, alüminiumda) udulması qabiliyyətinə əsasən müqayisə edirlər. Selektiv (seçmə) udulma hallarından başqa, daha sərt şüalar digər bütün maddələrdə az udulacaqdır.

Tibbdə və texnikada rentgen şüalarının tətbiqi, onların, bu paragrafda tanış olacağımız udulma qanunlarına əsaslanmışdır. Rentgen şüalarının paralel dəstəsi maddənin müəyyən qatından keçdikdə zəifləyir, yəni dəstənin intensivliyi azalır. Bu zəifləmə bir-birindən əsaslı şəkildə fərqlənən iki prosesin, yəni səpilmənin və udulmanın nəticəsində baş verir.

Səpilmə nəticəsində zəifləmə onunla əlaqədardır ki, şüaların bir hissəsi kənara meyl edərək dəstədən çıxır (şəkil 33.1). Bu hadisə işığın tutqun (bulanıq) mühitdən keçdikdə səpilməsinə tam oxşardır. Fərq yalnız ondan ibarətdir ki, işıq üçün mühitin tutqunluğu bu



mühitdə, sındırma əmsalı onun sındırma əmsalından fərqli olan kifayət qədər iri hissəciklərin asılı halda olması nəticəsində yarandığı halda, rentgen şüalarının dalğa uzunluğunun kiçik olması sayəsində, işıq üçün şəffaf olan ixtiyari mühit bu şüalar üçün "tutqun" olur. Çünki bu halda səpici mərkəzlər maddənin (mühitin) atom və molekulları olur. Buna oxşar molekulyar səpilmə işıq üçün də müşahidə olunur. Lakin işıq üçün bu, çox zəif effekt olur. Bunu aşağıdakı müqayisədən də görmək olar. Qalınlığı 1 km olan təmiz su qatından keçərkən paralel işıq dəstəsi səpilmə nəticəsində  $e \approx 2,7$  dəfə zəiflədiyi halda ( $e$  – natural loqarifmin əsasıdır), paralel rentgen şüaları dəstəsi yalnız səpilmə nəticəsində (udulma nəzərə alınmır) 5 sm qalınlıqda olan təmiz su qatından keçərkən  $e$  dəfə zəifləyir. Işığın molekulyar səpilməsinin asanlıqla müşahidə olunması üçün mühitdə külli miqdarda lokal sıxlaşma və seyrəkləşmələr (sıxlığın fluktuasiyaları) yaranmalıdır. Belə hal, hər bir maddə üçün, məsələn, onun böhran temperaturunun yaxın ətrafında müşahidə olunur ki, buna da böhran opalesensiyası deyilir.



Шякил

Udulma (və ya absorbsiya) nəticəsində dəstənin zəifləməsi ondan irəli gəlir ki, rentgen şüalarının enerjisinin bir hissəsi maddədə həqiqi udulmaya məruz qalır, yəni son nəticədə istiliyə çevrilir.

Əvvəlcə udulma prosesini nəzərdən keçirək. Paralel rentgen şüaları dəstəsi monoxromatikdirsə, yəni eyni dalğa uzunluğuna malik olan şüalardan ibarətdirsə, qalınlığı  $dx$  olan sonsuz nazik təbəqədə (qatda) onun zəifləməsi

$$-dJ = \mu J dx \quad (33.1)$$

kimi sadə qanunla ifadə oluna bilər. Burada  $J$  – təbəqənin üzərinə düşən dəstənin intensivliyi,  $\mu$  – zəifləməni xarakterizə edən əmsaldır. (33.1) ifadəsini

$$\frac{dJ}{J} = -\mu dx$$

kimi yazaraq inteqrallasaq

$$J = \text{const} \cdot e^{-\mu x} \quad (33.2)$$

alırıq.  $x=0$  olduqda intensivliyin  $J_0$  olduğunu qəbul etsək, (33.2) ifadəsində  $\text{const}=J_0$  yazıla bilər.

Beləliklə, rentgen şüalarının sonlu  $x=d$  qalınlıqlı təbəqədə udulma qanunu

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu d} \quad (33.3)$$

kimi olar. Burada  $J_0$ –udan maddənin üzərinə düşən,  $J$  isə udulmadan sonra rentgen şüalarının intensivliyi,  $d$  – uducu qatın qalınlığı,  $\mu$  – şüaların sərtliyini xarakterizə edən udulma əmsalıdır. Üstlü funksiyanın  $\mu d$  dərəcəsi adsız ədəd olduğundan,  $\mu$  udulma əmsalının vahidi  $\text{sm}^{-1}$  olar.

Qeyd edək ki, rentgen şüalarının intensivliyinin onlar metallarda udularkən ayrılan istilik miqdarına görə təyin edilməsi prinsipcə ən optimal, lakin praktik cəhətdən ən çətin (E30) üsuldür. Ona görə də rentgen şüalarının intensivliyini bu şüaların müşahidə oluna bilən digər təsirlərinə əsasən təyin edirlər. Belə ki, rentgen şüalarının yaratdığı flüoressensiyanın intensivliyinə, onların təsiri altında baş verən fotokimyəvi reaksiyanın,

xüsusi halda isə fotoqrafik lövhənin qaralmasının sürətinə və ionlaşma cərəyanının şiddətinə əsasən də rentgen şüalarının intensivliyini təyin etmək olar. Bu üsullar içərisində ionlaşma üsulu daha ətraflı öyrənilmişdir. İonlaşma üsulundan istifadə etdikdə çalışırlar ki, rentgen şüaları qalın qaz qatı və ya ağır atomlu qaz doldurulmuş ionlaşma kamerasında tam udulsun. Hal-hazırda quruluş analizi üçün istifadə olunan standart rentgen qurğularında adətən Heyger sayğacından (E11) istifadə olunur.

(33.3) düsturundan görünür ki, şüaların intensivliyini  $e = 2,718$  dəfə azaldan təbəqənin qalınlığı  $d_0$  olarsa,  $\mu = 1/d_0$  alınır. Rentgen şüalarının sərtliyini bəzən müəyyən maddənin (adətən alüminiumun) bu şüaların intensivliyini iki dəfə azaldan qatının  $D$  qalınlığı ilə xarakterizə edirlər. Bu  $D$  qalınlığı ilə  $\mu$  və  $d_0$  arasında aşağıdakı sadə əlaqə vardır.

$$D = \frac{\ln 2}{\mu} = 0,693/\mu = 0,693d_0 \quad (33.4)$$

Şüaların intensivliyini iki dəfə azaldan maddə qatının qalınlığı yarımqaranlıq adlanır və  $d_{1/2}$  işarə edilir.

Rentgen şüalarının sərtliyi geniş intervalda dəyişir. Belə ki, alüminiumda  $D$  kəmiyyətinin 0,0006-dan 6 *sm*-ə qədər, yəni 10000 dəfə dəyişməsinə uyğun olan rentgen şüalarından istifadə olunur.

Rentgen borusundan bircins olmayan rentgen şüalarının, yəni müxtəlif sərtliyə malik olan şüalar "qarışıqının" çıxması sayəsində bu şüaların udulma qabiliyyətinin və onların sərtliyinin qiymətləndirilməsi çətinləşir. Lakin rentgen şüalarını müəyyən uducu maddədən buraxdıqda nisbətən yumşaq şüalar udulur və nəticədə xeyli dərəcədə bircins olan şüa dəstəsi alınır. Bu, rentgen şüalarının filtrasiyası (süzülməsi) adlanır.

Rentgenin özü rentgen şüalarının sərtliyi anlayışını daxil edərək göstərmişdi ki, bu sərtlik borunun iş rejimi ilə təyin olunur. Belə ki, elektronları sürətləndirmək üçün anod və katod arasında yaradılmış potensiallar fərqi, yəni anodu bombardman edən elektronların sürəti böyük olduqca rentgen şüaları daha sərt olur. Deməli, qızdırılan katoda malik olan eyni bir rentgen borusu yaradılan sürətləndirici potensiallar fərqi ilə təyin olunan istənilən sərtliyə malik rentgen şüaları almaq üçün istifadə oluna bilər. Bu borularda potensiallar fərqi artırılması ilə rentgen şüalarının sərtliyi sürətlə artır. Təcrübələrlə müəyyən edilmişdir ki, idarə oluna bilən rentgen borularında alınmış rentgen şüalarının udulma əmsalı  $\mu$  anod və katod arasında yaradılmış  $u$  potensiallar fərqi ilə kubu ilə təqribən tərs mütənasibdir:

$$\mu \sim 1/u^3 \quad (33.5)$$

Müəyyən maddə qatından keçərkən paralel rentgen şüaları dəstəsinin zəifləməsi həm həqiqi udulmanın və həm də səpilmənin nəticəsi olduğundan (33.3) düsturundakı  $\mu$  zəifləmə əmsalı,  $\tau$  həqiqi udma əmsalı ilə  $\sigma$  səpilmə əmsalının cəminə bərabər olar:

$$\mu = \tau + \sigma \quad (33.6)$$

$\tau$  və  $\sigma$  əmsalları və deməli,  $\mu$  əmsalı da maddənin kütləsi ilə mütənasibdir. Ona görə də "kütlə əmsallarından", yəni  $\mu/\rho$ ,  $\tau/\rho$  və  $\sigma/\rho$  kəmiyyətlərindən istifadə etmək əlverişli olur. Burada  $\rho$  – uducu maddənin sıxlığıdır. Zəifləmə, həqiqi udulma və səpilmə kütlə əmsallarından istifadə edilməsinin üstünlüyü ondan ibarətdir ki, bu zaman uducu maddənin sıxlığı nəzərə alınır.

Aydındır ki, (33.3) düsturunu

$$J = J_0 e^{-\frac{\mu}{\rho} \rho d} \quad (33.7)$$

kimi yazmaq olar. Burada  $\rho d$  hasili qalınlığı  $d$  və en kəsiyi  $1 \text{ sm}^2$  olan sütundakı maddənin kütləsinə bərabərdir və  $\mu/\rho$ -nun ölçü vahidi  $\text{sm}^2/\text{q}$ -dir.  $\rho d=1$  olduqda (33.7)-dən

$J = J_0 e^{-\frac{\mu}{\rho}}$  alınır; buradan da görünür ki,  $\mu/\rho$  kəmiyyəti hər kvadrat santimetrində  $1 \text{ q}$  maddə olan təbəqədə rentgen şüalarının zəifləməsini xarakterizə edir.

Nəzəri hesablamalar üçün atom əmsalları adlanan  $\mu_a$ ,  $\tau_a$  və  $\sigma_a$  kəmiyyətlərindən istifadə etmək daha əlverişli olur. Müəyyən element üçün bu əmsalları tapmaq üçün  $\mu/\rho$ ,  $\tau/\rho$  və  $\sigma/\rho$  kəmiyyətlərini ("kütlə əmsallarını") atomun  $m_0$  mütləq kütləsinə, yəni həmin elementin  $M$  atom kütləsinin  $N_A$  Avogadro ədədinə olan nisbətində vurmaq lazımdır:

$$\mu_a = \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{M}{N_A}, \quad \tau_a = \frac{\tau}{\rho} \cdot \frac{M}{N_A}, \quad \sigma_a = \frac{\sigma}{\rho} \cdot \frac{M}{N_A}. \quad (33.8)$$

Beləliklə, məsələn,  $\mu_a$  atom əmsalı hər kvadrat santimetrində  $1$  atom olan təbəqədə zəifləməni xarakterizə edir. (33.8) ifadələrindən görünür ki,  $\mu_a$ ,  $\tau_a$  və  $\sigma_a$  atom əmsallarının ölçü vahidi  $\text{sm}^2$ -dir. Ona görə də bu əmsalları rentgen şüalarının, uyğun olaraq, zəifləməsi, həqiqi udulması və səpilməsi üçün atomun effektiv kəsiyi də adlandırmaq olar.

$\tau_a$  atom udulma əmsalı üçün empirik yolla tapılmış və kifayət qədər yaxşı ödənen aşağıdakı düstur məlumdur:

$$\tau_a = c Z^4 \lambda^3 \quad (33.9)$$

Burada  $c$  – müəyyən sabit,  $Z$  – elementin sıra nömrəsi və  $\lambda$  – dalğa uzunluğudur. Ona görə də (33.8) və (33.9) düsturlarına əsasən həqiqi udulmanın kütlə əmsalı üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$\frac{\tau}{\rho} = \frac{\tau_a N_A}{M} = \frac{c N_A}{M} Z^4 \lambda^3 \quad (33.10)$$

və ya  $c' = c N_A$  işarə etsək

$$\frac{\tau}{\rho} = \frac{c'}{M} Z^4 \lambda^3 \quad (33.11)$$

(33.10) və (33.11) düsturlarından görünür ki, elementin  $Z$  sıra nömrəsi artdıqca müəyyən dalğa uzunluğuna malik olan şüaların udulması  $Z^4$  ilə düz mütənasib olaraq kəskin artır.

Rentgen şüalarının udulmasının digər mühüm xüsusiyyəti ondan ibarətdir ki, bu udulma sırf atom xassəsidir və ona görə də udulmanın molekul əmsalı molekulun tərkibinə daxil olan kimyəvi elementlərin atom udulma əmsallarının additiv cəminə bərabərdir. Məhz buna görə də təbiətdə mövcud olan sonsuz sayda müxtəlif kimyəvi birləşmələr üçün molekul udulma əmsallarını hesablamaq üçün elementlərin atom udulma əmsallarını bilmək kifayətdir.

(33.10) və (33.11) düsturları və rentgen şüalarının udulmasının additiv olması bu şüaların "rentgenə salma"da istifadə olunmasının əsasını təşkil edir. Məsələn, insan

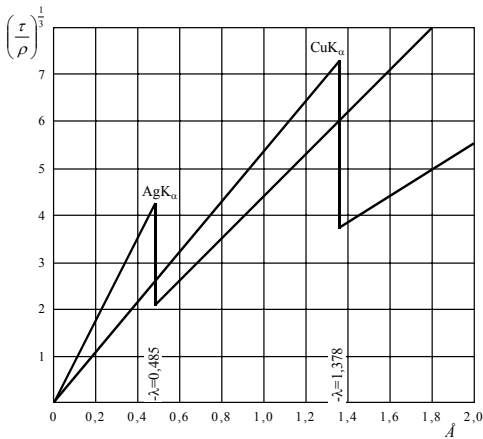
bədənində sümüyün və ətin udma əmsallarını müqayisə edək. Sümüyün tərkibini əsasən  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$  birləşməsi, yəni kalsium fosfat təşkil edir; ətin şüa udması isə əsasən onun tərkibinə daxil olan suyun ( $\text{H}_2\text{O}$ ) hesabına olur. Ca, P, O və H atomlarının sıra nömrəsi, uyğun olaraq, 20, 15, 8 və 1 olduğundan (33.9) düsturuna əsasən  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$  və  $\text{H}_2\text{O}$  maddələrinin udma əmsallarının nisbəti üçün

$$\frac{3 \cdot 20^4 + 2 \cdot 15^4 + 8 \cdot 8^4}{2 \cdot 1^4 + 1 \cdot 8^4} \approx 3 \left( \frac{5}{2} \right)^4 + 2 \left( \frac{15}{8} \right)^4 + 8 = 150$$

alınır. Deməli, sümüyün udma əmsalı ətin udma əmsalından ~150 dəfə böyükdür. Praktik məqsədlər üçün kütlə əmsallarının nisbətini bilmək daha vacibdir. Əgər baxılan hal üçün (33.10) düsturunu tətbiq etsək, bu maddələrin kütlə əmsallarının nisbəti üçün ~68 alınır. Bu isə rentgenoqramlarda sümüyün xəyalının nə üçün kəskin alındığını tam izah edir.

(33.10) və (33.11) düsturlarından həm də görünür ki, dalğa uzunluğu böyükdükcə rentgen şüaları daha çox udulmalıdır. Əksinə, dalğa uzunluğu kiçik olduqca rentgen şüalarının nüfuz etmə qabiliyyəti böyük olur, yəni onların sərtliyi böyük olur. Əgər absis oxu üzərində  $\lambda$  dalğa uzunluğunu,

ordinat oxu üzərində isə  $\sqrt[3]{\tau/\rho}$  kəmiyyətini göstərməklə (33.10) və ya (33.11) düsturuna görə qrafik qursaq, verilmiş element üçün bu qrafik düz xətt olar (şəkil 33.2). Lakin dalğa uzunluğunun müəyyən bir qiymətində udulma kəskin sıçrayışla azalır və sonra yenidən xətti qanunla dəyişir. 33.2 şəklindən görünür ki, mis üçün bu sıçrayış  $\lambda=1,3785 \text{ \AA}$ , gümüş üçün isə  $\lambda=0,485 \text{ \AA}$  qiymətində müşahidə olunur. Bu böhran dalğa uzunluqları aşağıdakı mənaya malikdir. Hər hansı bir elementi (məsələn, Cu və ya Ag) dalğa uzunluğu getdikcə kiçilən



Шякил

monoxromatik rentgen şüaları ilə şüalandırırsa, həyəcanlandıran (düşən) rentgen şüalarının dalğa uzunluğunun müəyyən qiymətində element flüoressensiya şüalanması şəklində özünün xarakteristik şüalanmasını buraxmağa başlayır. Udulmanın sıçrayışa uğradığı böhran dalğa uzunluğu, verilmiş dalğa uzunluqlu xarakteristik flüoressensiya şüalanmasını yaratmaq (həyəcanlandırmaq) üçün lazım olan böhran dalğa uzunluğu ilə üst-üstə düşür. Udulma sıçrayışının meydana çıxması (33.9) və (33.10) düsturlarında  $c$  sabitinin böhran dalğa uzunluğundan kiçik və böyük dalğa uzunluqlarında (bu və digər tərəfdə) müxtəlif qiymət alması ilə nəzərə alınmışdır.

### Ѐ34. Rentgen şüalarının səpilməsi

Rentgen şüalarının səpilməsi üçün müşahidə olunan qanunauyğunluq spektrin optik hissəsindəki işıq üçün (görünən işıq və ultrabənövşəyi şüalar) səpilmə qanunundan fərqlənir. Məlum olduğu kimi, spektrin dalğa uzunluğu  $10^{-5} sm$ , yəni atomun ölçülərindən ( $10^{-8} sm$ ) çox böyük olan optik hissəsində səpilən şüaların intensivliyi dalğa uzunluğunun dördüncü dərəcəsi ilə tərs mütənəsibdir. (Səmanın mavi rəngdə olmasını izah edən Reley qanunu). Rentgen şüaları oblastında isə dalğa uzunluğu atomun ölçüləri tərtibində olduğu üçün bu şüaların səpilməsi qanunu da başqa cür olur. Belə ki, rentgen şüalarının səpilməsi dalğa uzunluğundan asılı deyildir. Səpilməni düşən rentgen dalğasının elektromaqnit sahəsinin təsiri altında elektronların məcburi rəqslərinin nəticəsi hesab edərək, C. C. Tomson rentgen şüalarının öyrənilməsinin hələ ilk dövründə səpilmənin atom əmsalı üçün nəzəri olaraq aşağıdakı düsturu almışdı:

$$\sigma_a = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2 c^4} Z. \quad (34.1)$$

Burada  $e$  və  $m$  – elektronun yükü və kütləsi,  $c$  – işığın vakuumda sürətidir. Kimyəvi elementin bu düstura daxil olan  $Z$  sıra nömrəsi neytral atomda elektronların sayına bərabərdir. Digər tərəfdən, yuxarıda qeyd edildiyi kimi,  $\sigma_a$  kəmiyyətinin ölçü vahidi  $sm^2$ -dir. Beləliklə,  $\frac{\sigma_a}{Z} = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2 c^4}$  kəmiyyətinə rentgen şüalarının səpilməsi üçün bir elektronun effektiv kəsiyi kimi baxmaq olar. Bu düsturda sabitlərin *SQSE* sistemində məlum  $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ ,  $\frac{e}{mc} = 1,76 \cdot 10^7$ ,  $c = 3 \cdot 10^{10}$  qiymətlərini yazmaqla elektronun effektiv kəsiyi üçün

$$\sigma_a = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2 c^4} = 6,57 \cdot 10^{-25} sm^2 \quad (34.2)$$

qiymətini alırıq. Bu effektiv kəsiyin radiusu

$$r_0 = \sqrt{\frac{\sigma_a}{\pi}} = 4,57 \cdot 10^{-13} sm \quad (34.3)$$

olar. Bu kəmiyyət elektronun klassik radiusu (E29)  $r_0 = e^2/mc^2$  ilə eyni tərtibdədir.

(34.1) düsturundan Tomson aşağıdakı maraqlı üsulla atomdakı elektronların sayını tapmaq üçün istifadə etmişdir. (33.8) düsturuna əsasən  $\sigma_a$ -nın ifadəsini (34.1)-də yazmaqla səpilmənin kütlə əmsalı üçün

$$\frac{\sigma}{\rho} = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2 c^4} \cdot \frac{N_A Z}{M} = \sigma_a \frac{N_A Z}{M} \quad (34.4)$$

alırıq.

(34.2)-ni (34.4)-də nəzərə alsaq

$$\frac{\sigma}{\rho} = 6,57 \cdot 10^{-25} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{Z}{M} \approx 0,40 \frac{Z}{M} \quad (34.5)$$

olar. Tomsonun tapdığı (34.5) düsturunun təcrübədə yoxlanması göstərdi ki, o, yüngül elementlər üçün kifayət qədər yaxşı ödənilir.  $\sigma/\rho$  kəmiyyəti üçün təcrübədən tapılmış

qiymət dalğa uzunluğundan asılı olmayıb 0,20-yə bərabər olmuşdu. Bu qiyməti (34.5)-də yazaraq

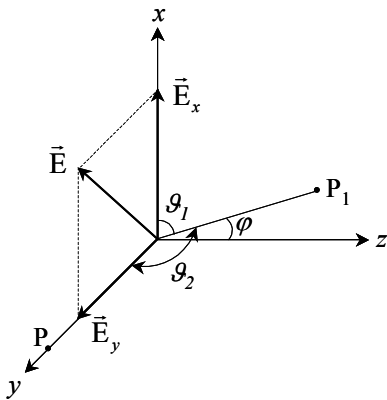
$$0,20 = 0,40 \frac{Z}{M} \text{ və ya } Z=M/2 \quad (34.6)$$

alırıq. Bu, o deməkdir ki, hər bir yüngül elementin (hidrogendən başqa) sıra nömrəsi onun nisbi atom kütləsinin yarısına bərabər olmalıdır. Doğrudan da, Mendeleev cədvəlinin başlanğıcında olan elementlər üçün bu qayda təqribən ödənilir: He ( $M=4, Z=2$ ), Li ( $M=7, Z=3$ ), C ( $M=12, Z=6$ ) və s. (34.6) kimi maraqlı bir düsturun alınmasının fiziki səbəbləri nüvə qüvvələrinin təbiəti ilə əlaqədardır.

İndi isə rentgen şüalarının səpilməsinin maraqlı və mühüm xassələrini nəzərdən keçirək.

Rentgen şüalarının səpilməsi şüalanmanın dualist (dalğa və korpuskul) təbiətini aydın şəkildə sübut edən hadisələrdən biridir. Belə ki, rentgen şüalarının səpilməsinin bəzi xassələri (polarizasiya, intensivlik) dalğa nəzəriyyəsinə görə, digər xassələri (səpilmə zamanı tezliyin dəyişməsi) isə rentgen şüalarının korpuskulyar təbiətinə əsasən asanlıqla izah oluna bilər.

Rentgen şüalarının səpilməsinin dalğa nəzəriyyəsiindən çıxan mühüm nəticələrdən biri ondan ibarətdir ki, düşən şüa polarizə olunmamışdırsa da səpilən şüa ümumiyyətlə



Шякил 34.1.

qismən, müəyyən şərtlər ödəndikdə isə tamamilə polarizəlanmış olur. Bu polarizasiyanın yaranmasına baxaq: fərz edək ki,  $Z$  oxuna paralel istiqamətdə yayılan müstəvi monoxromatik elektromaqnit dalğası  $O$  nöqtəsində olan elektronun üzərinə düşür (şəkil 34.1). Bu dalğanın elektrik vektoru elektrona təsir edərək onu harmonik rəqs etməyə məcbur edir. Bunun nəticəsində elektron sferik dalğa şüalandırır ki, bu dalğa da məhz səpilən dalğadır. Düşən dalğanın yayılma istiqamətinə perpendikulyar olan  $Y$  oxu üzərində yerləşmiş  $P$  nöqtəsində bu dalğanın polarizasiyasına baxaq. Düşən dalğa polarizə olunmadığına görə onun  $\vec{E}$  elektrik vektorunun istiqaməti ixtiyari ola bilər, lakin bu vektor həmişə  $XOY$  müstəvisi üzərində yerləşir. Bu vektoru  $E_x$  və  $E_y$  toplananlarına ayırmaq.

Elektrodinamikadan məlumdur ki, elektronun dipol şüalanmasının elektrondan  $R$  məsafədə ani intensivliyi

$$J = \frac{\dot{p}^2}{4\pi c^3 R^2} \sin^2 \theta = \frac{e^2 \ddot{r}^2}{4\pi c^3 R^2} \sin^2 \theta \quad (34.7)$$

düsturu ilə təyin olunur, yəni  $\sin^2 \theta$  ilə düz mütənasibdir. Böyük sürətlər üçün Sommerfeld

$$J = \frac{\dot{p}^2}{4\pi c^3 R^2} \cdot \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^6} \quad (34.7a)$$

düsturunu almışdır ki, bu da  $\beta$ -nin istənilən qiymətində təcrübə ilə uyğun gəlir. Burada  $\theta$  – elektronun rəqslərinin istiqaməti ilə müşahidə nöqtəsinə doğru istiqamət arasındakı bucaq,  $\vec{P} = e\vec{r}$  – dipol momenti,  $c$  – işığın vakuumda sürətidir. Burada  $\ddot{P}$  və  $\dot{r}$  kəmiyyətlərinin qiyməti  $t - R/c$  zaman anına aiddir. Deməli,  $E_y$  toplananının təsiri altında elektronun rəqsləri  $OP$  istiqamətində şüalanma verməyəcəkdir, çünki bu istiqamət üçün  $\theta=0$  olur. Beləliklə,  $P$  nöqtəsinə yalnız  $E_x$  toplananının təsiri altında rəqslər nəticəsində yaranan səpilməmiş şüalanma gəlir ki, bu şüalanma da xətti polarizəlanmışdır və onun elektrik vektoru dalğanın düşmə istiqamətindən və  $P$  müşahidə nöqtəsindən keçən müstəviyə perpendikulyar olan düz xətt boyunca rəqs edir.

Səpilməmiş rentgen dalğasının polarizə olunması haqqında nəzəri olaraq alınmış bu nəticə Norrenberq güzgüləri ilə aparılan optik təcrübəyə oxşar olan Barkla təcrübəsi vasitəsilə təsdiq olunur.  $S_1$  istiqamətində yayılan rentgen şüaları polarizator rolunu oynayan  $R_1$  lövhəsinə (kömür və ya parafin) düşür (şəkil 34.2). Yuxarıda deyilənlərə əsasən  $S_2$  istiqamətində səpilməmiş şüalar tamamilə polarizə olunmalıdır. Bu polarizasiya analizator rolunu oynayan digər  $R_2$  lövhəsi vasitəsilə müşahidə olunur. Bu məqsədlə  $R_2$  lövhəsi  $K$  ionlaşma kamerası ilə birlikdə  $S_2$  istiqamətinə paralel olan  $ox$  ətrafında 34.2 şəklində göstərilən punktirli xətt boyunca fırladılır. Təcrübə göstərir ki,  $S_3$  istiqaməti  $S_1$  istiqamətinə paralel olduqda (34.2 şəklində göstərilən vəziyyət)  $K$  kamerasında səpilməmiş şüaların maksimum intensivliyi,  $S_3$  və  $S_1$  istiqamətləri bir-birinə perpendikulyar olduqda, yəni şəkildə göstərilmiş vəziyyətə nisbətən  $90^\circ$  fırlanmadan sonra isə minimum intensivliyi qeyd olunur. Bu, məhz belə də olmalıdır. Çünki, deyilənlərə əsasən düşən dalğanın elektrik vektoru  $R_2$  lövhəsində elektronların  $S_1$  və  $S_2$ -yə perpendikulyar istiqamətdə baş verən rəqslərini yaradır.

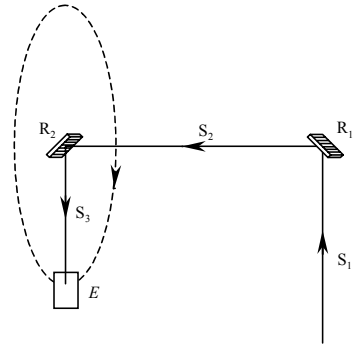
İndi isə səpilməmiş şüaların intensivliyini hesablayaq. Bu məqsədlə  $Z$  oxu istiqamətində yayılan müstəvi dalğanın təsiri altında elektronun məcburi rəqslərinə baxaq (şəkil 34.3). Əvvəlcə fərz edək ki, dalğa xətti polarizə olunmuşdur və onun  $\vec{E}$  elektrik vektoru yalnız  $x$  oxu boyunca  $\omega$  tezliyi ilə rəqs edir:

$$E = E_0 e^{i\omega t}. \quad (34.8)$$

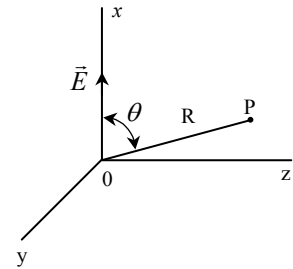
Elektrodinamikadan məlum olduğu kimi, düşən dalğanın intensivliyi

$$J_0 = c\rho = \frac{cE^2}{4\pi} \frac{erq}{sm^2 \cdot san} \quad (34.9)$$

olar.  $E$  elektrik sahəsi elektronun  $x$  oxu boyunca baş verən  $\omega$  tezlikli məcburi rəqslərini yaradır. Bu rəqslər yeni sferik dalğaların mənbəyi olur ki, elektrondan  $R$  məsafədə yerləşən müəyyən  $P$  nöqtəsində bu dalğaların ani intensivliyi (34.7) ifadəsinə uyğun olaraq



Шякил 34.2.



Шякил

$$J = \frac{e^2 \ddot{x}^2}{4\pi c^3 R^2} \sin^2 \theta \quad (34.10)$$

düsturu ilə hesablanır. Burada  $\theta - P$  müşahidə nöqtəsinə doğru istiqamət ilə elektronun rəqslərinin istiqaməti arasında qalan bucaqdır. Sahənin  $eE$  qüvvəsinin təsiri altında hərəkət edən elektronun  $\ddot{x}$  təcili  $eE/m$  olar. Onda (34.10) düsturu aşağıdakı şəkllə düşər:

$$J = \frac{e^4 E^2}{4\pi c^3 m^2 R^2} \sin^2 \theta. \quad (34.11)$$

(34.9) düsturundan  $E^2$  kəmiyyətini düşən dalğanın  $J_0$  intensivliyi ilə ifadəsini (34.11)-də yazsaq

$$J = J_0 \frac{e^4}{c^4 m^2 R^2} \sin^2 \theta \quad (34.12)$$

alarıq. Bu isə səpilmiş şüaların  $P$  nöqtəsində intensivliyini təyin edən düsturdur. Deməli, düşən şüa xətti polarizə olunmuşdursa, səpilən şüanın intensivliyinin istiqamətlərə görə paylanmasına  $\sin^2 \theta$  daxildir, yəni rəqslər istiqamətində ( $\theta = 0$ ) intensivlik sıfıra bərabərdir və  $\theta = \pi/2$  olduqda şüalanmanın intensivliyi maksimum olur.

(34.12) düsturundan istifadə edərək elektronun bütün istiqamətlərdə səpdiyi dalğa enerjisini də hesablamaq olar. Doğrudan da elektrondan  $R$  məsafədə yerləşmiş  $ds = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi$  səth elementindən keçən enerji

$$dW = J ds = J_0 \frac{e^4}{m^2 c^4} \sin^3 \theta d\theta d\varphi \quad (34.13)$$

olar. Bu ifadəni bütün istiqamətlər üzrə inteqrallasaq

$$W = \int dW = J_0 \frac{e^4}{m^2 c^4} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

və ya

$$W = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2 c^4} J_0 \quad (34.14)$$

olar. Düşən dalğa polarizə olunmamışdırsa, səpilən dalğanın intensivliyinin istiqamətdən asılılığı bir qədər başqa cür olur. Bu hala baxaq. Fərz edək ki, düşən dalğa yenə də  $Z$  oxuna paralel istiqamətdə yayılır (şəkil 34.1) və onun elektrik vektoru  $XOY$  müstəvisi üzərində yerləşir. Bu vektoru  $\vec{E}_x$  və  $\vec{E}_y$  toplananlarına ayıraq və səpilən şüanın intensivliyini  $XOY$  müstəvisindəki  $P_1$  nöqtəsində hesablayaq. Düşən şüalanma polarizə olunmadığı üçün onun  $\vec{E}$  elektrik vektoru  $XOY$  müstəvisində ixtiyari istiqamətdə yönələ bilər. Lakin  $\vec{E}_x$  və  $\vec{E}_y$  toplananlarının kvadratlarının orta qiyməti bir-birinə bərabər olar:

$$\overline{E_x^2} = \overline{E_y^2} = \frac{1}{2} E_0^2 \quad (34.15)$$

Onda, (34.9) düsturuna görə, bu toplananlara uyğun intensivliklər də bir-birinə bərabər olmalıdır:



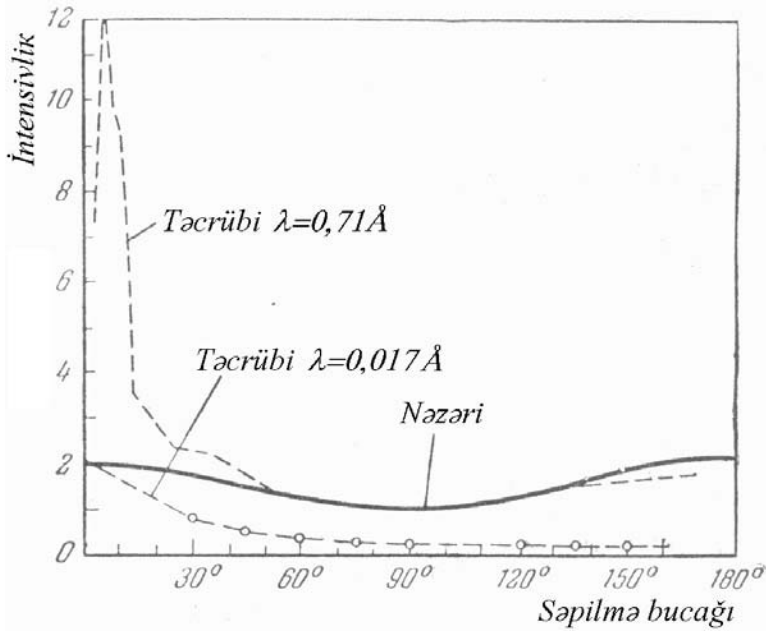
$$J_x = J_y = \frac{1}{2} J_0 \quad (34.16)$$

$E_x$  və  $E_y$  toplananlarından hər biri səpilən dalğa yaradır və  $P_1$  nöqtəsində bu səpilən dalğaların hər birinin intensivliyi, (34.12) düsturuna görə, aşağıdakı kimi olar:

$$J_1 = J_x \frac{e^4}{m^2 c^4 R^2} \sin^2 \theta_1 = \frac{1}{2} J_0 \frac{e^4}{m^2 c^4 R^2} \cos^2 \varphi \quad (34.17)$$

$$J_2 = J_y \frac{e^4}{m^2 c^4 R^2} \sin^2 \theta_2 = \frac{1}{2} J_0 \frac{e^4}{m^2 c^4 R^2} \quad (34.18)$$

Burada  $\theta_1 = 90^\circ - \varphi$  və  $XOZ$  müstəvisi ilə  $Y$  oxu arasında qalan  $\theta_2$  bucağının  $90^\circ$  və ona görə də  $\sin^2 \theta_2 = 1$  olduğu nəzərə alınmışdır.  $\vec{E}_x$  və  $\vec{E}_y$  toplananlarının rəqsləri koherent olmadığından  $P_1$  nöqtəsində intensivlik  $J_1$  və  $J_2$  intensivliklərinin cəminə bərabər olar:



Шякил 34.4.

$$J = J_1 + J_2 = J_0 \frac{e^4}{m^2 c^4 R^2} \frac{1 + \cos^2 \varphi}{2} \quad (34.19)$$

Təcrübi yoxlamalar göstərir ki, dalğa uzunluğu çox da kiçik olmayan rentgen şüaları üçün (37.19) düsturundan alınan nəticələr təcrübə ilə qənaətbəxş şəkildə üst-üstə düşür. 34.4 şəklində bütöv xətt intensivliyin (34.19) düsturuna görə hesablanmış paylanmasını, qırıq xətlər isə bir-birindən kəskin fərqlənən iki müxtəlif dalğa uzunluqları üçün təcrübədən

alınmış paylanması göstərir. Göründüyü kimi, daha böyük uzunluğa malik dalğalar ( $\lambda=0,71 \text{ \AA}$ ) və çox da kiçik olmayan səpilmə bucaqları üçün təcrübi nəticələr nəzəriyyədən alınmış qrafiklə yaxşı uyğun gəlir.  $30^\circ$ -dən kiçik səpilmə bucaqları üçün təcrübi və nəzəri nəticələrin bir-birindən kəskin fərqlənməsi onunla izah olunur ki, (34.19) düsturunun yuxarıda verilən sadə çıxarılışında atomun qonşu elektronları tərəfindən səpilən dalğaların interferensiyası nəzərə alınmır.

Kiçik dalğa uzunluğuna ( $\lambda=0,017 \text{ \AA}$ ) malik olan şüalar üçün təcrübi qrafik bütün interval boyunca nəzəri əyridən fərqlənir. Belə ki, təcrübi əyri  $90^\circ$ -yə yaxın səpilmə bucaqlarında nəzəriyyənin tələb etdiyi minimuma malik deyildir və səpilmə şüalarının təcrübədən tapılmış intensivliyi səpilmə bucağının bütün qiymətlərində nəzəriyyədən tapılmış intensivlikdən kiçikdir. Bu uyğunsuzluq göstərir ki, rentgen şüalarının səpilməsinin klassik dalğa nəzəriyyəsi dalğa uzunluğunun kiçik qiymətlərində tamamilə yarasızdır. Qeyd edək ki, belə halda rentgen şüalarının səpilməsi korpuskulyar nəzəriyyəyə əsasən öyrənilməlidir. Bu məsələyə isə E12-də baxılmışdır.

### Ə35. Rentgen şüalarının difraksiyası

E30-da qeyd edildiyi kimi, rentgen şüalarının dalğa təbiətli olmasını təcrübədə təsdiq etmək üçün Rentgenin göstərdiyi ilk cəhdlər uğursuz oldu. Buna səbəb əlbəttə ki, rentgen şüalarının dalğa uzunluğunun kiçik olması sayəsində onların difraksiyasının və interferensiyasının adi işıq üçün istifadə olunan difraksiya qəfəslərində həyata keçirilməsinin qeyri-mümkünlüyü idi. Hələ ilkin təcrübələrlə müəyyən edilmişdi ki, rentgen şüalarının dalğa uzunluğu  $10^{-8} \text{ sm}$  ( $1 \text{ \AA}$ ) tərtibindədir. Kristalın vahid həcmindəki atomların sayını tapmaq üçün cəhd göstərdikdə Maks Laue bərk cisimdə atomlar arasındakı orta məsafəni hesablamalı olmuşdu. O, müəyyən etdi ki,  $N_A$  Avoqadro ədədini, maddənin  $M$  molyar kütləsini və  $\rho$  sıxlığını bilərək atomlar arasındakı məsafənin orta qiymətini tapmaq olar. Bunun üçün Laue sadə kubik qəfəsə malik olan kristal maddəyə (məsələn, NaCl) baxmışdır. Belə maddədə bir molekulun kütləsi  $m_0=M/N_A$ , vahid həcmdəki molekulun sayı  $N=\rho/m_0=\rho N_A/M$ , NaCl kristalının kubik qəfəsində hər molekul iki atomdan ibarət olduğu üçün  $1 \text{ m}^3$  həcmdə olan atomların sayı isə  $2N$  olar.  $1 \text{ m}^3$  həcmli kubun tili üzrə  $n$  atom yerləşmişdirsə,  $n^3=2N$  və ya  $n=\sqrt[3]{2N}$  yazıla bilər. Onda iki qonşu atom arasındakı orta məsafə  $d=1/n$  və ya

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{2\rho N_A}} \quad (35.1)$$

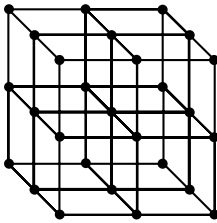
düsturu ilə təyin olunur. Xörək duzu (NaCl) üçün  $M=58,45 \cdot 10^{-3} \text{ kq/mol}$ ,  $\rho=2,165 \cdot 10^3 \text{ kq/m}^3$  olduğunu (35.1)-də nəzərə alsaq  $d=2,814 \text{ \AA}$  olar.

Beləliklə, Laue müəyyən etdi ki, kristallarda qonşu atomlar arasındakı orta məsafə  $10^7-10^8 \text{ sm}$  intervalında, yəni rentgen şüalarının dalğa uzunluğu tərtibində qiymət ala bilər. Məhz bu fakt əsasında Laue belə fərz etdi ki, kristal qəfəsində atomların düzgün yerləşməsi rentgen şüalarının interferensiyasını müşahidə etmək üçün kristaldan təbii difraksiya qəfəsi kimi istifadə edilməsinə imkan verə bilər. Kristallarda difraksiya metoduna əsasən rentgen şüalarının dalğa təbiətli olmasını isbat etdiyinə görə M. Laue 1914-cü ildə Nobel mükafatına layiq görüldü. Laue metodunu inkişaf etdirərək kristallarda rentgen şüalarının

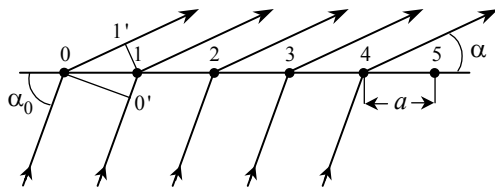
difraksiyasının hesablanması üçün başqa üsul təklif etmiş U. Breqq və onun oğlu L. Breqq 1915-ci ildə Nobel mükafatına layiq görülmüş oldu.

Lauenin başına belə fikir gəldi ki, kristalların simmetriyası onlarda düzgün növbələşən və atom və ya molekulardan təşkil olunmuş elementar özəklərin olması ilə əlaqədardır. Belə özəklərdən ibarət olan təbəqələr kristal daxilində bir-birindən rentgen şüalarının dalğa uzunluğu tərtibində olan müəyyən bərabər məsafələrdə yerləşirlər. Bu cür düzgün növbələşən qeyri-bircinsliklər isə görünən işıqla aparılan təcrübələrdə istifadə olunan difraksiya qəfəsinə oxşar, lakin təbii olan difraksiya qəfəsi əmələ gətirir. Fərqli yalnız ondan ibarətdir ki, kristal üçölçülü qəfəsidir. Deməli, rentgen şüalarının difraksiyasını almaq üçün ən sadə və praktik baxımdan ən əlverişli üsul difraksiya qəfəsi əvəzində kristaldan istifadə edilməsinə əsaslanan üsuldur.

Kristal dedikdə fəzada müəyyən qanunauyğunluqla paylanmış atomlar, molekullar və ya ionlar çoxluğu başa düşülür. Kristalı təşkil edən bu hissəcikləri düz xətt parçaları ilə müəyyən qaydada birləşdirdikdə alınan həndəsi fiqur kristal qəfəsi adlanır. Məsələn, 35.1 şəklində sadə kubik kristal qəfəsinin sxemi göstərilmişdir. Kristal qəfələri sadə (primitiv) və mürəkkəb olmaqla iki yerə bölünür. Eyni atomlardan təşkil olunmuş və elementar özəyi təpələrində səkkiz atom yerləşmiş paralelopiped şəklində olan kristal qəfəsi sadə qəfəs adlanır. Digər bütün hallarda kristal qəfəsi mürəkkəb qəfəs olur. Mürəkkəb qəfəs bir-birinə daxil edilmiş bir neçə sadə qəfəsdən ibarətdir. Mürəkkəb qəfəsdən rentgen şüalarının difraksiyası zamanı yaranan difraksiya mənzərəsi mürəkkəb qəfəsi təşkil edən sadə qəfələrdən alınmış difraksiya mənzərələrinin interferensiyası nəticəsində andığı üçün sadə qəfələrdən difraksiyanı öyrənməklə kifayətlənmək olar.



Шякил



Шякил

Sadə qəfəsin hər hansı iki atomunu düz xətlə birləşdirsək, fəzada atomların paylanmasının periodik olması sayəsində bu düz xətt üzərində bir-birindən bərabər məsafədə yerləşmiş külli miqdar atom olacaqdır. Belə düz xətlər atom düz xətləri, üzərində atomlar yerləşən müstəvilər isə atom müstəviləri adlanır. Bir müstəvi üzərində yerləşməyən və hər hansı bir atomda kəşifən üç ixtiyari atom düz xətlərini düzbucaqlı (ümumiyyətlə isə çəpbucaqlı) koordinat sisteminin  $x$ ,  $y$ ,  $z$  koordinat oxları kimi götürmək olar. Onda sadə qəfəsin atomlarının koordinatları aşağıdakı kimi təyin olunur:  $x_{lmn}=la_1$ ,  $y_{lmn}=ma_2$ ,  $z_{lmn}=na_3$ . Burada  $l$ ,  $m$ ,  $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$  tam qiymətlər alır,  $a_1$ ,  $a_2$  və  $a_3$  – sabit ədədlərdir və kristal qəfəsinin periodları adlanır. Belə qəfəsin elementar özəyi təpələrində atomlar yerləşən və tilləri  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  olan paralelopipeddir.

Üçölçülü sadə kristal qəfələrdən difraksiya olunma şərtini tapmaq üçün ardıcıl olaraq birölçülü, ikiölçülü və üçölçülü qəfələrə baxaq.

Bir düz xətt üzərində 0,1,2,3,4,5,... səpici mərkəzlərin (atomların) yerləşdiyini (şəkil 35.2) və bu birözlü (xətti) qəfəsin üzərinə müstəvi dalğa düşdüyünü fərz edək. Ümumiliklə nəminə fərz edək ki, dalğanın səthinin normalı qəfəslə  $\alpha_0$  bucağı əmələ gətirir. 0,1,2,3,... səpici mərkəzlərin hər biri yeni sferik dalğanın mənbəyi olur və bu koherent sferik dalğalar bütün istiqamətlərdə yayılır. Bu sferik dalğalar ona görə koherentdirlər ki, onları eyni bir ilkin dalğa həyəcanlandırmışdır.  $\alpha$  bucağı ilə xarakterizə olunan istiqamətdə yayılan dalğalara baxaq. 35.2 şəkildən görüldüyü kimi, hər cüt qonşu atomlardan (0,1;1,2;2,3;...) keçən şüaların yollar fərqi  $a(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$  olar. Burada  $a$  – iki qonşu atom arasındakı məsafədir.  $\alpha$  istiqamətində difraksiya maksimumu alınması üçün

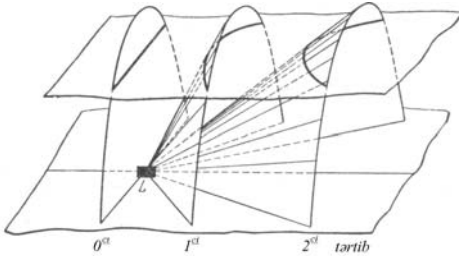
$$a(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = n\lambda \quad (35.2)$$

şərti ödənməlidir. Burada  $n$  – tam ədəddir. (35.2)-dən tapırıq ki,

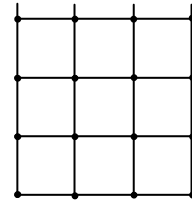
$$\cos\alpha = \cos\alpha_0 + n\frac{\lambda}{a} \quad (35.3)$$

(35.3) düsturundan görünür ki, xətti qəfəs özünü spektral cihaz kimi aparır, yəni hər bir  $\lambda$  dalğa uzunluğuna  $\alpha$  bucağının müəyyən bir qiyməti uyğun gəlir. Beləliklə,  $n=1$  qiymətində birinci tərtib,  $n=2$  qiymətində ikinci tərtib və s. spektr alınır. Simmetrik istiqamətlərdə də  $n=-1, -2$  və s. qiymətlərində birinci, ikinci və s. tərtib spektrlər alınır. Bu spektrlərin çoxluğu isə birözlü müxtəliflik yaradır.

Hər bir səpici mərkəzin sferik dalğa mənbəyi olduğunu nəzərə alsaq, verilmiş dalğa



Шякил 35.3.



Шякил 35.4.

uzunluğu üçün müəyyən (məsələn, birinci) tərtib interferensiya maksimumuna uyğun olan istiqamətlər fəzada təpə bucağı  $\alpha$  olan konusun səthi üzərində yerləşir. 35.3 şəkildə xətti qəfəs  $L$  hərflə ilə işarə edilmişdir. Əgər bu qəfəsdən müəyyən məsafədə flüoressensiyaedici ekran və ya fotolöhə yerləşdirsək, interferensiya konuslarının bu ekranda izi hiperbolalar verər ki, bu hiperbolaların da hər birinin üzərində müəyyən dalğa uzunluğu üçün interferensiya maksimumları yerləşmişdir.

İndi isə müstəvi, yəni ikiölçülü qəfəsə baxaq (şəkil 35.4). xassələri iki müxtəlif istiqamətdə periodik dəyişən hər bir struktur iki ölçülü qəfəs adlanır. Buna misal olaraq bir-biri ilə çarpazlaşan, yəni biri digərinin üzərinə ştrixləri müəyyən bucaq altında kəsişmək şərti ilə qoyulmuş iki dənə birözlü difraksiya qəfəsini göstərmək olar. Deməli, aydındır ki, bu qəfəsə  $x$  və  $y$  oxlarına paralel yerləşmiş xətti qəfəslərin ikiqat müxtəlifliyi kimi baxmaq olar. Fərz edək ki, ikiölçülü qəfəsin üzərinə normalı  $x$  və  $y$  oxları ilə  $\alpha_0$  və  $\beta_0$  bucaqları əmələ gətirən müstəvi dalğa düşür. Birözlü qəfəs halında olduğu kimi,

burada da hər bir atoma sferik dalğa mənbəyi kimi baxaraq interferensiya maksimumlarının alındığı istiqamətləri xarakterizə edən  $\alpha$  və  $\beta$  bucaqları üçün aşağıdakı şərtlərin ödəndiyini yaza bilərik:

$$a(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = n_1\lambda \quad (35.4)$$

$$a(\cos\beta - \cos\beta_0) = n_2\lambda$$

Burada  $n_1$  və  $n_2$  – tam ədədlərdir. Aydındır ki, (35.4) ifadələrindən birincisi  $x$ , ikincisi isə  $y$  oxuna paralel olan xətti qəfəslər üçün interferensiya maksimumunun alınması şərtidir. Əgər qəfəs müstəvisindən müəyyən məsafədə flüorensensiyaedici ekran yerləşdirilsə müstəvi qəfəsi təşkil edən xətti qəfəslər sisteminin hər biri ekranda öz hiperbolalar sistemini verir və (35.4) şərtlərinin hər ikisi yalnız bu hiperbolaların kəsişdiyi nöqtələr üçün ödənər (şəkil 35.5).

(35.4) ifadələrindən

$$\cos\alpha = \cos\alpha_0 + n_1 \frac{\lambda}{a} \quad (35.5)$$

$$\cos\beta = \cos\beta_0 + n_2 \frac{\lambda}{a}$$

yaza bilərik. Buradan görünür ki, hər bir  $\lambda$  dalğa uzunluğuna  $\alpha$  və  $\beta$  bucaqlarının müəyyən qiyməti uyğun gəlir, yəni müstəvi qəfəs üzərinə düşən şüalanmanı spektrə ayırır. Lakin bu zaman, xətti qəfəsdən fərqli olaraq, spektrlərin sadə deyil, ikiqat müxtəlifliyi alınır. Doğrudan da, hər bir spektr  $n_1$  və  $n_2$  kimi bir cüt ədədlə xarakterizə olunur. Beləliklə, məsələn,  $(+1,+1)$ ,  $(+1,+2)$ ,... və həm də  $(+1,-1)$ ,  $(+1,-2)$ ,... tərtibli spektrlər alınır ki, bu da 35.5 şəklində aydın görünür.

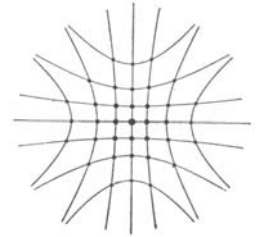
Nəhayət, üçölçülü qəfəsə, yəni fəza qəfəsinə baxaq. Onu  $x$ ,  $y$  və  $z$  oxlarına paralel olan üç dənə xətti qəfəslər sisteminə ayırmaq olar. Bu halda interferensiya maksimumları aşağıdakı şərtləri ödəyən  $\alpha$ ,  $\beta$  və  $\gamma$  bucaqları ilə təyin olunan istiqamətlərdə alınır:

$$\begin{aligned} a(\cos\alpha - \cos\alpha_0) &= n_1\lambda \\ a(\cos\beta - \cos\beta_0) &= n_2\lambda \\ a(\cos\gamma - \cos\gamma_0) &= n_3\lambda \end{aligned} \quad (35.6)$$

Burada  $n_1$ ,  $n_2$  və  $n_3$  – tam ədədlərdir. Bu şərtlərdən interferensiya maksimumları üçün yönəldici kosinusları təyin edək:

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \cos\alpha_0 + n_1 \frac{\lambda}{a} \\ \cos\beta &= \cos\beta_0 + n_2 \frac{\lambda}{a} \\ \cos\gamma &= \cos\gamma_0 + n_3 \frac{\lambda}{a} \end{aligned} \quad (35.7)$$

Göründüyü kimi, burada interferensiya maksimumunun tərtibi üç dənə  $n_1$ ,  $n_2$  və  $n_3$  kimi tam ədədlə təyin edilir. Bununla yanaşı həm də yeni şərt meydana çıxır: interferensiya maksimumları ixtiyari deyil, yalnız müəyyən dalğa uzunluqları üçün alınır.



Шякил 35.5.

Doğrudan da (35.7) şərtlərindən başqa fəzada ixtiyari istiqamət üçün avtomatik olaraq aşağıdakı şərtlər də ödənilir:

$$\cos^2 \alpha_0 + \cos^2 \beta_0 + \cos^2 \gamma_0 = 1 \quad (35.8)$$

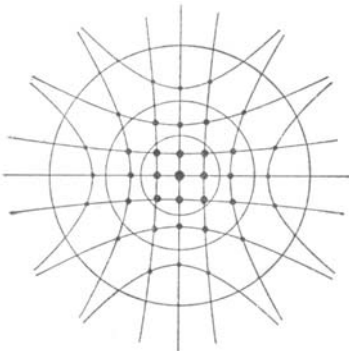
$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

Ona görə də (35.6) şərtlərindən interferensiya maksimumunun yalnız yönəldici kosinusları deyil, həm də bu maksimumu verən dalğanın uzunluğu da təyin olunur. Doğrudan da (35.7) bərabərliklərini kvadrata yüksəldərək toplasaq və (35.8) ifadələrini nəzərə alsaq

$$\lambda = -2a \frac{n_1 \cos \alpha_0 + n_2 \cos \beta_0 + n_3 \cos \gamma_0}{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2} \quad (35.9)$$

olar. Bu isə o deməkdir ki, verilmiş  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ , və  $\gamma_0$  bucaqları ilə təyin olunan istiqamətdə düşən dalğa difraksiyaya uğradıqdan sonra  $(n_1, n_2, n_3)$  tərtibli interferensiya maksimumunun alınması üçün düşən dalğanın uzunluğu (35.9) şərtini ödəməlidir.

Xətti və müstəvi qəfəslərə baxarkən istifadə edilən həndəsi təsvir bu məhdudiyyətin səbəbini başa düşməyə imkan verir. Sadəlik naminə fərz edək ki, düşən müstəvi dalğanın normalı  $z$  oxu istiqamətində yönəlmişdir və ekran isə  $z$  oxuna perpendikulyar yerləşdirilmişdir. Onda  $z$  oxuna paralel yerləşən xətti qəfəslər üçün interferensiya maksimumlarının istiqamətləri ekranda çevrələr sistemi verən konusların səthi üzrə yerləşmiş olar və özü də hər bir çevrə müəyyən  $\lambda$  dalğa uzunluğuna və  $n_3 = \text{const}$  olan



Шякил 35.6.

müəyyən interferensiya tərtibinə uyğun gələr (şəkil 35.6) (Əgər xətti qəfəslər  $z$  oxuna paralel olmasa və ekran da bu oxa perpendikulyar yerləşməsə, çevrələr əvəzinə ellipslər alınır, lakin bütün mülahizələr bu hallar üçün də öz qüvvəsində qalır). Digər tərəfdən  $xy$  müstəvisinə paralel yerləşmiş müstəvi qəfələrdən hər biri dalğa uzunluğunun verilmiş qiymətində iki sistem hiperbolaların kəsişmə nöqtələrində yerləşən interferensiya maksimumları verir (şəkil 35.5).  $\lambda = \text{const}$  olduqda (35.7) şərtlərinin üçünün də ödənməsi üçün 35.6 şəklində göstərilən çevrələr hiperbolaların kəsişmə nöqtələrindən keçməlidir ki, bu da verilmiş bir dənə müəyyən dalğa uzunluğu üçün çox az ehtimallıdır. Beləliklə, fəza qəfəsinin üzərinə monoxromatik şüalanma və ya xətti spektrə malik olan şüalanma düşdükdə interferensiya maksimumlarının

alınması ehtimalı çox az olur. Əksinə, fəza qəfəsinin üzərinə bütöv spektrə malik olan şüalanma düşdükdə interferensiya maksimumunun yaranması şərtlərini ödəyən heç olmasa bir dənə münasib dalğa uzunluğu həmişə tapıla bilər. Beləliklə, bütöv spektrə malik olan şüalanma fəza qəfəsindən keçdikdən sonra interferensiya edən monoxromatik şüalar sistemə ayrılır və ekranda (fotolövhdə) interferensiya maksimumlarına uyğun olan və simmetrik yerləşən ləkələr alınır. Bu ləkələri gözlə müşahidə etmək mümkün olsaydı, onların müxtəlif rəngli olduğunu görərdik.

Qeyd edək ki, yuxarıdakı mülahizələr istənilən dalğa uzunluğu və mərkəzləri arasındakı məsafə ixtiyari olan qəfəslər üçün, aşağıdakı məhdudiyyət nəzərə alınmaqla,

doğrudur:  $\lambda$  dalğa uzunluğu qəfəsin  $a$  parametrindən kiçik olmalıdır. Çünki  $\lambda \geq a$  olarsa,  $n \frac{\lambda}{a} > 1$  olur və bu halda heç bir dalğa uzunluğu üçün (35.3), (35.5) və (35.7) şərtləri ödənə bilməz (kosinus funksiyanın qiyməti 1-dən böyük ola bilməz). Digər tərəfdən  $\lambda \ll a$  olduqda, interferensiya maksimumunun alınması şərtləri ödənə bilirsə də,  $\alpha$ ,  $\beta$  və  $\gamma$  bucaqları çox kiçik olur və interferensiyanın müşahidə olunması xeyli çətinləşir. Məhz buna görə də rentgen şüalarının kristallardan difraksiyası üçün bu şüaların dalğa uzunluğunun kristalda atomlar arasındakı məsafə tərtibində olması xüsusilə əlverişli bir amildir.

Görünən işığın difraksiyasını almaq üçün münasib olan  $a$  periodlu fəza qəfəsini ultrasəs dalğalarından istifadə etməklə süni yolla alırlar. Maye və bərk cisimlərdə dalğa uzunluğu ( $10^{-4}$ – $10^{-5}$  sm) görünən işığın dalğa uzunluğu ( $7 \cdot 10^{-5}$ – $4 \cdot 10^{-5}$  sm) ilə eyni tərtibdə olan ultrasəs dalğaları almaq olar. Ona görə də mayədə və ya bərk cisimdə durğun müstəvi ultrasəs dalğaları yaratsaq, mühitdə əmələ gələn sıxlaşma və seyrəkləşmələr sistemi görünən işıq üçün çox yaxşı difraksiya qəfəsi olur. Təbiidir ki, bir-birinə qarşılıqlı perpendikulyar və ya hər hansı digər bucaqlar altında yönəlmiş istiqamətlərdə yayılan üç dənə ultrasəs dalğası görünən işığın difraksiyası üçün münasib olan perioda malik fəza qəfəsi yarada bilər. Təcrübələrlə müəyyən edilmişdir ki, bu, doğrudan da belə olur. Belə ki, eyni periodlu üç dənə ultrasəs dalğası yaradılan mayedən (məsələn, ksiloldan) görünən işıq keçdikdə onun yaratdığı difraksiya mənzərəsi aydın müşahidə olunmuş və fotolövhdə qeyd olunmuşdur. Bu difraksiya mənzərəsinin kvars kristalından keçərkən rentgen şüalarının verdiyi difraksiya mənzərəsi ilə müqayisəsi göstərir ki, rentgen şüalarının təbii kristalından və görünən işığın isə ultrasəs vasitəsilə süni yaradılmış fəza qəfəsindən difraksiya mənzərələri tamamilə oxşardır.

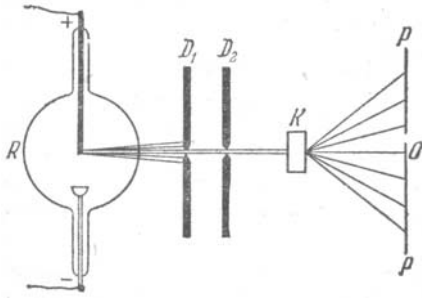
### **Ə36. Rentgen şüalarının kristallarda difraksiyasının müşahidə olunması üsulları**

İşıq dalğalarının difraksiyasından fərqli olaraq rentgen şüalarının difraksiyası linza və güzgülersiz həyata keçirilir. Çünki rentgen şüalarına təsir edən belə qurğuları yaratmaq üçün material hələlik məlum deyildir.

Rentgen şüalarının kristallarda difraksiyasını müşahidə etmək üçün üç üsul məlumdur.

1. Laue üsulu. Laue 1912-ci ildə kristallardan keçən rentgen şüalarının difraksiyasını müşahidə etmiş və beləliklə də onların dalğa xassəsinə malik olduğunu sübut etmişdir. (35.7) şərtlərindən görünür ki, difraksiyaya uğramış şüalar üç müxtəlif istiqamətdə yönəlmiş konusların səthi üzərində eyni zamanda yerləşməlidir. Lakin üç konus ümumiyyətlə bir düz xətt üzrə kəsişmir. Buradan görünür ki, monokristalın üzərinə monoxromatik rentgen şüası düşdükdə səpilməmiş şüaların diskret dəstələri ümumiyyətlə yaranmır və bütün istiqamətlərdə az və ya çox dərəcədə bərabər səpilmə baş verir. Burada kristaldan keçərkən öz istiqamətini dəyişməyən şüa müstəsnalıq təşkil edir. Lakin müəyyən seçilmiş dalğa uzunluğuna malik olan şüalar üçün üç konus ümumi doğuranlara malik ola bilər. Məhz buna görə də Laue üsulunda monokristal bütöv (kəsilməz) spektrə malik olan rentgen şüaları ilə şüalandırılır. Çünki belə şüalanmanın tərkibində elə dalğa uzunluğuna malik olan rentgen şüaları ola bilər ki, onlar üçün (35.7) şərtlərinin üçü də

eyni zamanda ödənməmiş olsun. (35.7) ifadələri çox zaman Laue şərtləri də adlanır. Lauenin və onun əməkdaşlarının həyata keçirdiyi təcrübənin sxemi 36.1 şəklində verilmişdir. Rentgen borusundan gələn tormozlanma rentgen şüalarından  $D_1$  və  $D_2$  diafraqmaları vasitəsilə ayrılmış nazik rentgen şüa dəstəsi  $K$  monokristalı üzərinə düşür və bu kristaldan keçərək  $PP$  fotoqrafik lövhəyə çatır. Fotolövhəni aşkarladıqdan sonra onun üzərində rentgen şüalarının ilkin istiqamətinə uyğun gələn mərkəzi ləkədən başqa, onun ətrafında düzgün yerləşmiş bir sıra digər ləkələr də müşahidə olunur. Belə fotolövhə laueqram adlanır. Laueqramda ləkələrin vəziyyəti verilmiş kristal üçün tam müəyyəndir və bu kristalı digər kristalla əvəz etdikdə ləkələrin də vəziyyəti dəyişir. Rentgen şüalarının dalğa təbiətli olmasını və buna görə də kristalın fəza qəfəsindən keçərkən difraksiyaya uğramasını qəbul etsək, fotolövhədə müəyyən düzgün qayda ilə yerləşmiş ləkələrin



Шякил 36.1.

alınmasını kəmiyyətcə tam şəkildə izah etmək olar (Ə35). Doğrudan da, kristal düzgün fəza qəfəsi şəklində yerləşmiş atomlar çoxluğundan ibarətdir və bu qəfəsdə atomlar arasındakı məsafə nanometrin hissələri qədərdir (məsələn, NaCl kristalında Na və Cl atomları arasındakı məsafə Ə35-də göstərilədiyi kimi,  $0,2814 \text{ nm}$ -dir). Kristalın düyün nöqtələrindən keçirilmiş paralel müstəvilər sistemində hər bir müstəvi üzərindəki hər bir atom kristal üzərinə düşən rentgen dalğalarını səpən mərkəz olur və özü də bu zaman səpilən dalğalar öz aralarında koherent olur. Çünki onlar eyni bir düşən dalğa tərəfindən həyəcanlandırılmışdır. Səpilən dalğalar bir-biri ilə interferensiya edərək müəyyən istiqamətdə maksimumlar verir ki, bu maksimumlar da

fotoqrafik lövhədə ayrı-ayrı difraksiya ləkələrini yaradır. Qeyd edək ki, səpici müstəvilərdə atomların yerləşməsi sıx olduqca, səpilən şüanın intensivliyi də çox olur. Buna görə də praktik olaraq çox az sayda paralel müstəvilər sistemindən səpilmə müşahidə olunur.

Laueqramda ləkələrin vəziyyətinə və nisbi intensivliyinə görə kristal qəfəsdə səpici mərkəzlərin yerləşməsi və onların təbiəti, yəni onların atomlar, atomlar qrupu və ya ionlar olması haqqında təsəvvür əldə etmək olar. Məhz buna görə də rentgen şüalarının kristallardan difraksiyası onların dalğa təbiətli olmasını bilavasitə və inandırıcı şəkildə sübut etməkdən başqa, həm də kristal qəfəslərin təcrübə öyrənilməsinin əsasını qoydu. Belə ki, Lauenin kəşfi sayəsində kristalların quruluşunun məhsuldar şəkildə tədqiqi mümkün oldu. Sonralar Laue metodu molekulların, mayələrin və hətta qazların quruluşunu tədqiq etmək üçün tətbiq edilmişdir. Bu tədqiqatlar molekulun tərkib hissələrində rentgen şüalarının difraksiyasının müşahidəsinə əsaslanır. Bu zaman laueqramlardakı difraksiya mənzərəsinin çox da aydın olmamasına baxmayaraq, onların tədqiqindən mühüm nəticələr alınır.



O dövrdə belə hesab edirdilər ki, Lauenin kəşfi rentgen şüalarının korpuskulyar deyil, məhz dalğa təbiətli olmasını təsdiq edir. Müasir dövrdə məlumdur ki, korpuskullar da difraksiya mənzərəsi verə bilər. Şüalanmanın dalğa və korpuskulyar təbiətli olması haqqında əvvəlki paraqraflarda (ƏƏ1,10) ətraflı bəhs edilmişdir.

Qeyd edək ki, Laue metodundan istifadə etməklə çox mühüm əhəmiyyətə malik iki məsələ həll olunur. birincisi, difraksiya qəfəsi kimi istifadə olunan kristalın quruluşu məlum olarsa, rentgen şüalarının dalğa uzunluğunu təyin etmək üçün imkan yaranır. Beləliklə, rentgen şüalarının spektroskopiyası yaradılmışdır ki, bu da atomun quruluşunun mühüm xüsusiyyətlərini müəyyən etməyə imkan verir. İkincisi, quruluşu məlum olmayan kristal qəfəsdən  $\lambda$  dalğa uzunluğu məlum olan rentgen şüalarının difraksiyasını müşahidə edərək, həmin kristal qəfəsin quruluşunu, yəni bu kristalı təşkil edən ionların, atomların və ya molekulların vəziyyətini və onlar arasındakı məsafəni tapmaq olar. Bu yolla kristalların quruluşunu öyrənən rentgen quruluş təhlil adlı elm sahəsi yaradılmışdır ki, bu da molekulyar fizikada mühüm nəticələr alınmasının əsasını təşkil edir.

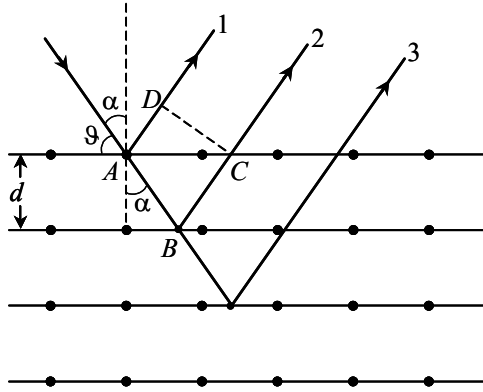
2. Breqq üsulu. Bu üsulda monokristal monoxromatik rentgen şüaları ilə şüalandırılır. Yuxarıda təsvir olunan Laue üsulu rentgen şüalarının  $\text{E}35$ -də baxılmış fəza qəfəsindən difraksiyasına əsaslanmışdır. Burada xarakterik xüsusiyyət ondan ibarətdir ki, qəfəsin periodunun verilmiş qiyməti üçün qəfəs üzərinə düşən şüanın verilmiş istiqamətində maksimumlar yalnız müəyyən dalğa uzunluqları üçün müşahidə olunur. Ona görə də əgər kristal üzərinə "ağ" rentgen şüalanması (kəsilməz spektr), yəni ən müxtəlif uzunluqlara malik dalğalar çoxluğundan ibarət rentgen şüa dəstəsi düşsə, kristal bu dəstədən yalnız müəyyən uzunluqlu dalğaları ayıracaqdır (düşən kəsilməz spektri monoxromatikləşdirəcəkdir). Əksinə, əgər düşən rentgen şüa dəstəsi monoxromatikdirsə (və ya monoxromatikliyə çox yaxındırsa), düşmə bucağı, dalğa uzunluğu və qəfəs sabiti arasında uyğun münasibət olmadıqda biz maksimumlar müşahidə edə bilməyəcəyik və yalnız müntəzəm səpilmə müşahidə edəcəyik.

U. Q. Breqq və onun oğlu U. P. Breqq və onlardan asılı olmayaraq rus fizik-kristalloqrafı Y. V. Vulf rentgen şüalarının kristallardan difraksiyasının öyrənilməsi və hesablanması üçün başqa metod təklif etmişlər. Breqq-Vulf metodunun mahiyyəti ondan ibarətdir ki, Laue rentqenoqramındakı hər bir ləkəyə səpilmə deyil, əks olunmuş rentgen şüalarının interferensiyası nəticəsində alınmış maksimumun izi kimi baxılır.

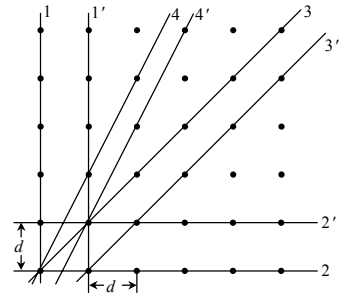
Sadəlik naminə 36.2 şəklinə təsvir olunmuş sadə kubik kristal qəfəsə baxaq. Elə koordinat sistemi seçək ki, onun  $x$ ,  $y$ ,  $z$  oxları kubun tillərinə paralel olsun. Onda  $xy$  müstəvisində atomların yerləşməsi 36.3 şəklinə verildiyi kimi olar. Kristalı  $xy$  müstəvisinə perpendikulyar kəsən ixtiyari müstəvi bu  $xy$  müstəvisində düz xətt şəklinə (məsələn, 1 və ya  $1'$ , 2 və ya  $2'$ ) iz qoyur. Aydın ki, biz bütün kristalı onun təbii üzlərinə paralel olan  $1,1', \dots$  və ya  $2,2', \dots$  kimi bir sıra müstəvilərə bölə bilərik. Bu müstəvilərdə atomların yerləşmə sıxlığı eyni olacaqdır və həmin müstəvilər bir-birindən elementar kubik özəyin tilinə bərabər olan eyni bir  $d$  məsafəsində yerləşəcəkdir. Lakin 36.3 şəklinə görünür ki, kristalın müstəvilərə bölünməsinə çoxlu sayda digər üsullarla da həyata keçirmək olar. 36.3 şəklinə buna misal olaraq,  $3,3', \dots$ ;  $4,4', \dots$  müstəviləri göstərilmişdir. Bu müstəvilər  $1,1', \dots$  və  $2,2', \dots$  müstəvilərindən atomların yerləşmə sıxlığı və müstəvilər arası məsafənin qiyməti ilə fərqlənir.

Məlumdur ki, dalğaların özünü aparması Huygens-Frenel prinsipi ilə müəyyən olunur. bu prinsip işıq dalğalarının interferensiyası və difraksiyasının nəzəriyyəsini qurmağa imkan verir. Huygens-Frenel prinsipinə görə dalğa cəbhəsinin hər bir nöqtəsinə

ikinci dalğaların mənbəyi kimi baxılır və bu ikinci dalğalar onlar arasında müəyyən faza münasibətləri olduqda bir-biri ilə interferensiya edirlər. Dalğanın müstəvi səthdən əks



Шякил



Шякил

olunması ondan ibarətdir ki, bu səthin hər bir nöqtəsi özünü ikinci dalğaların mənbəyi kimi aparır və bu ikinci dalğalar bir-biri ilə interferensiya edərək düşmə bucağına bərabər olan qayıtma bucağı altında əks olunan dalğa verirlər.

Rentgen dalğaları kristal üzərinə düşdükdə kristal qəfəsin düyünləri ikinci dalğaların mənbəyi olur. Əgər bu düyünlər bir müstəvi üzərində yerləşmişdirsə, dalğanın həmin müstəvidən düşmə bucağına bərabər olan qayıtma bucağı altında əks olunması baş verir. Əks olunan dalğanın intensivliyi müstəvidə düyünlərin yerləşməsi sıxlığından asılıdır. Belə ki, bu sıxlıq azaldıqca əks olunan dalğanın intensivliyi azalır və əksinə.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, kristalın fəza qəfəsinin düyün nöqtələrindən çoxlu sayda müstəvilər keçirmək olar (şəkil 36.3). Bu müstəvilərin hər biri üzərinə düşən dalğanı elə istiqamətdə əks etdirir ki, qayıtma bucağı düşmə bucağına bərabər olsun. Qeyd edək ki, bu şərt dalğanın uzunluğundan asılı deyildir: müxtəlif uzunluqlu dalğaların hamısı eyni cür əks olunur. Lakin verilmiş istiqamətdə əks olunma əslində yalnız bir müstəvidən deyil, buna paralel olan digər bütün müstəvilərdən də baş verir. Müxtəlif müstəvilərdən əks olunmuş bütün bu dalğalar, eyni bir ilkin dalğa tərəfindən həyəcanlandırıldıqları üçün, öz aralarında koherentdirlər. Başqa sözlə, dalğa bir-birinə paralel müstəvilər çoxluğundan əks olunduqda onun amplitudu düşmə bucağına bərabər olan qayıtma bucağı altında əks olunaraq yayılan ikinci dalğalar arasında bölünür. Əgər ikinci dalğaların fazaları fərqi  $2\pi$ -nin tam misllərinə bərabərdirsə, onlar bir-birini gücləndirir və həqiqətən də qayıdan dalğa mövcud olur və yayılır. Əgər həmin fazalar fərqi  $2\pi$ -nin tam misllərinə bərabər deyilsə, onda qayıdan dalğa mövcud olmur. Bir-birinə paralel olan müstəvilər sistemindən dalğanın əks olunması şərti Breqq-Vulf şərti adlanır. Bu şərtin tapılmasına baxaq. Bu məqsədlə bir-birinə paralel olan hər hansı müstəvilər sisteminə, məsələn, kristalın təbii səthinə paralel olan müstəvilər sisteminə baxaq (36.3 şəklində  $1, 1', \dots$  və ya  $2, 2', \dots$  müstəvilər sistemi). Fərz edək ki, bu müstəvilər üzərinə dalğa uzunluğu  $\lambda$  olan paralel monoxromatik şüa dəstəsi düşür (şəkil 36.2). 36.2 şəklindən görünür ki, qonşu müstəvilərdən əks olunmuş 1 və 2 şüalarının yollar fərqi

aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\Delta = AB + BC - AD \quad (36.1)$$

Burada  $AB + BC = \frac{2d}{\cos \alpha}$  və  $AD = 2d \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha$

olduğunu nəzərə alsaq

$$\Delta = \frac{2d}{\cos \alpha} - \frac{2d \sin^2 \alpha}{\cos \alpha} = 2d \cos \alpha \quad (36.2)$$

olar.

Qonşu müstəvilərdən əks olunmuş dalğaların fazalar fərqi  $\Delta \varphi = k \cdot \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta$  kimi

təyin olunur. burada  $k = 2\pi/\lambda$  – dalğa ədədidir. Məlumdur ki, konstruktiv interferensiyanın alınması üçün  $\Delta \varphi = 2\pi m$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) şərti ödənməlidir. Deməli, paralel müstəvilər sistemindən əks olunan dalğaların interferensiyası nəticəsində maksimumların alınması şərti

$$2d \cos \alpha = m \lambda \quad (36.3)$$

kimi olar. Burada  $d$  – qonşu müstəvilər arasındakı məsafə,  $\lambda$  – düşən dalğanın uzunluğudur. (36.3) şərtini  $\alpha$  düşmə bucağı vasitəsilə deyil, həm də  $\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha$  sürüşmə

bucağı (düşən şüa ilə müstəvi arasında qalan bucaq) vasitəsilə yazırlar.

$$2d \sin \theta = m \lambda \quad (36.4)$$

(36.3) və ya (36.4) düsturları Breqq-Vulf şərti adlanır və bu şərt rentgen şüaları spektroskopiyasının əsasını təşkil edir.

Breqq-Vulf şərtindən görünür ki, paralel müstəvilər sistemi üzərinə monoxromatik olmayan dalğa düşdükdə, bu dalğanın yalnız (36.3) və ya (36.4) şərtini ödəyən  $\lambda$  uzunluğuna malik olan toplananı əks olunacaqdır. Əgər düşən qeyri-monoxromatik dalğanın belə  $\lambda$  uzunluqlu toplananı yoxdursa, əks olunan dalğa yaranmayacaqdır. Əgər düşən dalğa monoxromatikdirsə, onda o, yalnız (36.4) şərtini ödəyən  $\theta$  bucağı altında düşdükdə əks olunma baş verəcəkdir. Deməli, kristalın fəza qəfəsinin düyünlərindən keçirilmiş hər bir paralel müstəvilər sistemindən hər bir  $\lambda$  dalğa uzunluğu üçün müəyyən istiqamətdə (və ya bir neçə istiqamətdə) interferensiya maksimumu alınır. Kristalın fəza quruluşu məlumdursa, bu maksimumları müşahidə etməklə dalğa uzunluğunu təyin etmək, və əksinə, dalğa uzunluğu məlum olduqda kristalın quruluşu haqqında təsəvvür əldə etmək olar.

(36.3) və ya (36.4) Breqq-Vulf düsturunu çıxararkən biz dalğaların kristala daxil olarkən və oradan çıxarkən sınımasını nəzərə almadıq. Məsələ burasındadır ki, rentgen şüaları üçün sınıma əmsalı  $n \approx 1$  olur. Lakin rentgen şüalarının az da olsa sınımasını nəzərə aldıqda (36.3) Breqq-Vulf şərti dəyişir. Görünən işıq üçün olduğu kimi, rentgen şüalarının da sınıması dalğaların vakuumba və mühitlərdə yayılma sürətinin müxtəlif olmasının nəticəsidir. Rentgen şüalarının sınımasını nəzərə almaq o deməkdir ki,  $\alpha_d$  düşmə bucağı  $\alpha_c$  sınıma bucağına bərabər olmur. Ona görə də şüaların optik yollar fərqi üçün (36.1) əvəzinə

$$\Delta_1 = n(AB + BC) - AD \quad (36.5)$$

yazmaq lazımdır. Burada  $n$  – mühitin vakuuma nisbətən sındırma əmsalıdır (fərz olunur

ki, şüa kristalın səthinə vakuumdən düşür). 36.2 şəklinə əsasən  $AB + BC = 2d/\cos\alpha_c$ ,  $AD=2d\sin\alpha_s$  və  $\sin\alpha_d/\sin\alpha_s=1$  olduğunu (36.5)-də nəzərə alsaq

$$\Delta_1 = \frac{2dn}{\cos\alpha_c} - \frac{2dn\sin^2\alpha_c}{\cos\alpha_c} = 2dn\cos\alpha_c \quad (36.6)$$

yaza bilərik. Onda şüaların sınıması da nəzərə alınmaqla qayıtma şərti

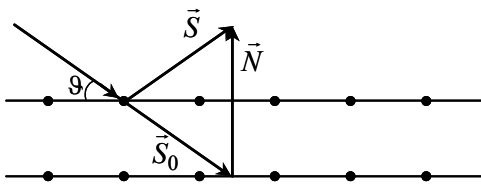
$$2dn\cos\alpha_c = m\lambda \quad (36.7)$$

kimi olur. (36.3) düsturundan fərqli olaraq (36.7) düsturunda  $\alpha_c$ -şüanın sınıma (düşmə yox) bucağı,  $\lambda$  – vakuumdə (mühitdə yox) dalğa uzunluğudur.

Biz yuxarıda şüaların iki qonşu paralel müstəvidən əks olunmasına baxdıq. Əslində isə bir-birinə paralel olan çoxlu sayda müstəvilərdən əks olunma baş verir, yəni əks olunmuş iki şüa dəstəsi deyil, çoxlu sayda şüa dəstələri arasında interferensiya baş verir. Lakin bu çoxqat əksolunmalar interferensiya maksimumunun yaranması şərtini dəyişmir və eynilə optikada olduğu kimi (Fabri-Pero interferometrinin və ya Lümmer-Qerke lövhəsinin nəzəriyyəsi) geniş interferensiya zolaqları əvəzinə nazik xətlərin alınmasına səbəb olur ki, bu da rentgen şüalarının spektroskopiyasında həmin metodun tətbiqinin çox əlverişli olduğunu göstərir. (36.3) və ya (36.4) şərti isə olduğu kimi qalır.

Yuxarıda biz kristalın təbii üzlərinə (səthlərinə) paralel olan müstəvilər sistemindən əksolunmaya baxdıq. Eyni qayda ilə 3,3',...; 4,4',... kimi paralel müstəvilər sistemindən (şəkil 36.3) əksolunmaya da baxmaq olar. Rentgen quruluş analiz metodlarına həsr olunmuş kurslarda isbat olunur ki, Laue rentgenoqramında hər bir ləkə müəyyən paralel müstəvilər sistemindən əksolunmuş rentgen şüalarının interferensiyasının nəticəsidir. Beləliklə, yuxarıda qeyd edildiyi kimi, Breqq-Vulf metodu Laue metoduna ekvivalentdir. Lakin Breqq-Vulf üsulu rentgen şüaları spektroskopiyasının əsasını təşkil etdiyinə və kristalların quruluşunun öyrənilməsində ən məhsuldar üsullardan biri olduğuna görə özünəməxsus müstəqil əhəmiyyət kəsb edir.

Breqq-Vulf metodunun Laue metoduna ekvivalent olduğunu aşağıdakı kimi sadə yolla da isbat etmək olar. Kristal qəfəsin elementar özəyi olan paralelopipedin  $\vec{a}_1, \vec{a}_2$  və



Шякил

$\vec{a}_3$  tillərini çəpbucaqlı koordinat sisteminin bazis vektorları kimi götürək. Onda qəfəsin hər bir atomunun radius-vektoru

$$\vec{r} = x\vec{a}_1 + y\vec{a}_2 + z\vec{a}_3 \quad (36.8)$$

kimi təyin olunur. Burada  $x, y, z$  koordinatları tam qiymətlər alır. Düşən şüa istiqamətində vahid vektor  $\vec{s}_0$ , difraksiya nəticəsində alınmış şüalardan biri istiqamətində vahid vektor isə  $\vec{s}$  olsun

(şəkil 36.4). Onda (35.6) Laue şərtlərini aşağıdakı kimi vektor tənlikləri şəklində yaza bilərik / (35.6) ifadələri kubik qəfəs üçün yazılmışdır/:

$$\begin{aligned} (\vec{s} - \vec{s}_0)\vec{a}_1 &= n_1\lambda \\ (\vec{s} - \vec{s}_0)\vec{a}_2 &= n_2\lambda \\ (\vec{s} - \vec{s}_0)\vec{a}_3 &= n_3\lambda \end{aligned} \quad (36.9)$$

Düşən və əks olunan şüaların arasında qalan bucağın tən bölməni boyunca yönəlmiş

$\vec{N} = \vec{s} - \vec{s}_0$  vektoru daxil etsək, (36.9) ifadələrinin əvəzinə

$$(\vec{N}\vec{a}_1) = n_1\lambda, (\vec{N}\vec{a}_2) = n_2\lambda, (\vec{N}\vec{a}_3) = n_3\lambda \quad (36.10)$$

yaza bilərik. (36.10) Laue şərtlərindən (36.4) Breqq-Vulf şərtinin alındığını göstərək. Bu məqsədlə baxılan Breqq əks olunmasının baş verdiyi müstəviyə perpendikulyar olan  $\vec{N} = \vec{s} - \vec{s}_0$  vektorunun uzunluğunu hesablayaq.  $\vec{s}_0$  və  $\vec{s}$  vahid vektorları arasında qalan bucaq  $\theta$  sürüşmə bucağının iki mislinə bərabər olduğundan

$$N^2 = (\vec{s} - \vec{s}_0)^2 = 2 - 2(\vec{s}\vec{s}_0) = 2 - 2\cos 2\theta = 2(1 - \cos 2\theta) = 4\sin^2 \theta \quad (36.11)$$

yaza bilərik. Buradan  $|\vec{N}| = N = 2\sin \theta$  alınır. Baxılan Breqq əks olunmasının baş verdiyi atom müstəvisinin  $XY$  koordinat müstəvisi olduğunu fərz etsək, iki qonşu müstəvi arasındakı  $d$  məsafəsi

$$d = (\vec{a}_3\vec{n}) = \left( \vec{a}_3 \frac{\vec{N}}{N} \right) = \frac{(\vec{a}_3\vec{N})}{2\sin \theta}$$

kimi təyin olunur. (36.10) ifadələrindən istifadə edərək

$$d = \frac{n_3\lambda}{2\sin \theta} \quad (36.12)$$

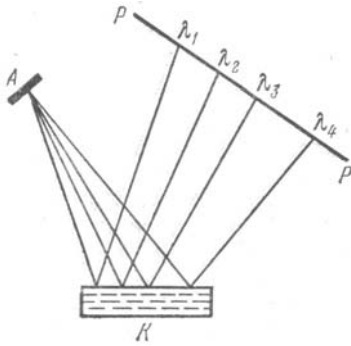
alırıq ki, bu da (36.4) Breqq-Vulf şərtidir.

Bir daha qeyd edək ki, (36.4) Breqq-Vulf şərti kristal qəfəs üzərinə düşən  $\lambda$  uzunluğuna malik dalğanın  $\theta$  sürüşmə bucağının məhz hansı qiymətində intensiv şəkildə əks olunduğunu müəyyən edir. Bundan fərqli olan uzunluğa malik dalğalar  $\theta$  bucağının həmin qiymətində bütün istiqamətlərdə bərabər səpiləcək və fotoemulsiyada qaralma maksimumları əmələ gətirməyəcək yalnız ümumi fon verəcəkdir. Fəza qəfəsindən difraksiyanın məhz bu xüsusiyyətindən rentgen şüalarının spektroqrafı adlanan cihaz düzəltmək üçün istifadə edilir. İstənilən dalğa uzunluğu üçün difraksiya maksimumlarının yerini kristal qəfəsi vasitəsilə müəyyən etməyə imkan verən müxtəlif üsullar mövcuddur. Belə üsullardan biri 1913-cü ildə Mozlinin təklif etdiyi enli şüa dəstəsindən istifadə edilməsinə əsaslanır. Enli şüa dəstəsi üsulunun mahiyyəti ondan ibarətdir ki, kristal qəfəs üzərinə şüalar mümkün olan bütün sürüşmə bucaqları altında düşən dağılan geniş dəstə şəklində göndərilir (şəkil 36.5). Bu zaman (36.4) Breqq-Vulf şərtinə görə müxtəlif uzunluğa malik olan dalğalar müxtəlif bucaqlar altında əks olunacaq və nəticədə  $PP$  fotolövhasi üzərində alınan hər bir ləkə müəyyən dalğa uzunluğuna uyğun olacaqdır ki, bu da kristal üzərinə düşən rentgen impulsunun (şüalanmasının) spektrə ayrılması deməkdir. Bu metod rentgen şüalarının spektroqrafiyası üzrə ilkin, lakin çox mühüm tədqiqatlar zamanı geniş istifadə edilmiş və hal-hazırda yalnız tarixi maraq kəsb edir.

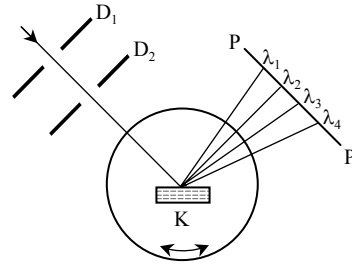
Rentgen şüalarının spektroskopiyasında fırlanan (yırğalanan) kristal metodundan geniş istifadə olunur. Bu metodda rentgen şüaları  $K$  kristalı üzərinə paralel dəstə şəklində düşür (şəkil 36.6), kristal isə saat mexanizmi vasitəsilə yırğalanır (yəni, gah bu, gah da digər tərəfə dönür) və düşən rentgen şüalarının istiqaməti ilə mümkün olan bütün sürüşmə bucaqları əmələ gətirir. Ona görə də düşən rentgen şüa dəstəsi spektrə ayrılır.

Yırğalanan kristal metodu müasir rentgen spektral cihazların iş prinsipinin əsasını təşkil edir.

Yuxarıda göstərilən metodlar rentgen şüalarının müəyyən dalğa uzunluqlarının ayrılması (monoxromatorlar) və ya monoxromatik şüaların dalğa uzunluğunun təyin



Шякил



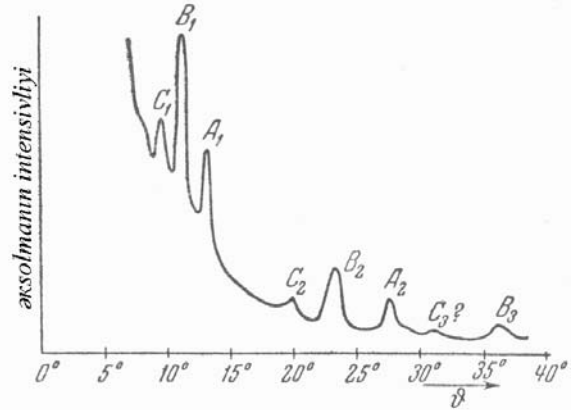
Шякил

edilməsi (spektrometrlər) üçün istifadə olunur.

Rentgen spektroqrafının iş prinsipi aşağıdakı kimidir. Rentgen şüalarının paralel dəstəsi fırlana bilən masa üzərində yerləşmiş və fotolövvhə ilə əhatə olunmuş kristalın səthinə düşür. Bir çox hallarda fotolövvhə əvəzinə kristalla birlikdə, lakin iki dəfə böyük bucaq qədər dönə bilən ionlaşma kamerasından istifadə olunur (qaytarıcı müstəvi səth  $\varphi$  bucağı qədər döndükdə əks olunan şüanın istiqaməti  $2\varphi$  bucağı qədər dəyişir). Rentgen şüalarının təsiri altında kamerada yaranan ionlaşma cərəyanının şiddəti bu şüaların intensivliyinin ölçüsüdür. Əgər şüalanma xətti spektrə malik olub bir sıra  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$  diskret dalğa uzunluqlarından ibarətdirsə, hər bir dalğa (36.4) Breqq-Vulf düsturu ilə təyin olunan bucaq altında əks olunacaqdır. Beləliklə, kristalın dönmə bucağından asılı olaraq rentgen şüalarının intensivliyinin dəyişməsinə göstərən əyri müxtəlif tərtibli əksolunmalarda təkrarlanan bir sıra maksimumlara malik olmalıdır. 36.7 şəklində belə əyriyə misal olaraq platin anodlu rentgen borusundan çıxan rentgen şüalarının NaCl kristalından əks olunması zamanı alınmış əyri göstərilmişdir. Üç dənə əks olunma tərtibində ardıcıl olaraq təkrarlanan üç dənə kəskin  $A_1, B_1, C_1$  maksimumları platinin üç dənə  $K_\alpha, K_\beta$  və  $K_\gamma$  spektral xətlərinə uyğun gəlir. Xətlərdən kənarında əksolunma intensivliyinin sıfırdan fərqli olmasını və sürüşmə bucağı böyüdükcə sistematik olaraq artmasını aşağıdakı kimi izah etmək olar. Platin anodu elektronlarla bombardman etdikdə xarakteristik şüalanmadan başqa kəsilməz spektrə malik olan tormozlanma şüalanması da yaranır. Bunun nəticəsində platinin spektral xətləri kəsilməz fona əlavə olunur. Rentgen spektrlərinin fotoqrafiyasına misal 31.3 şəklində verilmişdir.

3. Debay-Şerer üsulu. Rentgen şüalarının difraksiyasını almaq üçün Laue və Breqq-Vulf üsullarından başqa Debay-Şerer, həm də Hell tərəfindən 1916-cı ildə təklif olunmuş üsuldan da geniş istifadə olunur. Metalların, digər polikristal maddələrin və toz şəkilli kristallik materialların kristal quruluşunun rentgen quruluş analiz vasitəsilə tədqiqi bu üsula əsaslanır. Debay-Şerer üsulunda Laue və Breqq-Vulf üsullarını tətbiq etmək üçün lazım olan böyük kristal (monokristal) əvəzində, mümkün qədər xırda toz şəklində salınmış və sıxmaqla silindrik sütun formasını almış kristal tozundan istifadə olunur. Məhz buna görə də Debay-Şerer üsulu bəzən kristal tozları üsulu adlanır.

Tədqiq olunan silindr şəkilli nümunə (polikristal) mümkün olan bütün istiqamətlərdə nizamsız yönəlmiş xırda kristalciqlar çoxluğundan ibarət olub, kiçik masa üzərində yerləşir. Lakin Breqq-Vulf üsulundakından fərqli olaraq tədqiq olunan nümunə tərpənməz qalır. Nümunə üzərinə  $\lambda$  dalğa uzunluğu məlum olan monoxromatik rentgen şüası göndərilir və difraksiya mənzərəsinin debayqram adlanan fotosəkli çəkilir. Debayqramın alınması mexanizmini aşağıdakı kimi izah etmək olar. Tədqiq olunan nümunənin daxilində nizamsız yönəlmiş külli miqdar kristalciqlar içərisində yəqin ki, çoxlu sayda elə yönəlmiş kristalciqlar tapıla bilər ki, verilmiş  $\lambda$  dalğa uzunluğu üçün onlar Breqq-Vulf şərtini ödəmiş olsunlar. Belə kristalciqlardan əks olunmuş şüalar oxu düşən şüa boyunca yönəlmiş, təpə bucağı isə iki qonşu atom müstəvisi arasındakı  $d$  məsafəsi ilə təyin olunan konusun səthi üzrə yayılacaqdır (şəkil 36.7). 36.7 şəklində bir dənə kristalciqdan əks olunma göstərilmiş və kristalciqın özü kiçik güzgü kimi təsvir olunmuşdur. Bu  $d$  məsafələri diskret çoxluq təşkil etdiyi üçün nümunənin arxasında təpələri və oxları ümumi olan konusların diskret çoxluğu yaranır. Əgər  $AA'$  fotolövəsi bu konusların ümumi oxuna perpendikulyar vəziyyətdə yerləşdirilsə, onun üzərində alınmış debayqram konsentrik çevrələrdən ibarət olar. Bu çevrələrin radiusunu ölçərək  $\theta$  bucağının mümkün olan qiymətlərini təyin etmək və sonra isə (36.4) Breqq-Vulf düsturuna əsasən qonşu müstəvilər arasındakı uyğun  $d$  məsafələrini hesablamaq olar. Bu nəticələrdən istifadə edərək isə nümunənin kristal quruluşunu müəyyən etmək olar. Bütün qonşu müstəvilər arasındakı məsafələri tapmaq üçün fotolövəni, nümunəni dairəvi qurşaq şəklində əhatə edən lent formasında götürürlər.



Шякил 36.7.

Bir daha qeyd edək ki, bütöv spektrə malik olan rentgen şüaları vasitəsilə alınan laueqramlardan fərqli olaraq debayqramlar monoxromatik şüalanma yolu ilə alınır. Bütöv spektrə malik olan rentgen şüaları vasitəsilə kəskin difraksiya həlqələri olan debayqramların alınması mümkün deyildir.

Kristal tozları üsulunun ən böyük üstünlüyü ondan ibarətdir ki, o, yüksək keyfiyyətli böyük kristallar tələb etmir. Təbiətdə çox az sayda maddələr belə kristallar şəklində təsadüf olunur. Laboratoriya şəraitində isə monokristalları almaq (göyertmək) isə heç də həmişə mümkün olmür. Lakin kristal tozunu almaq xeyli sadədir.

### Ə37. Rentgen şüalarının dalğa uzunluğunun və Avocado ədədinin təyini

Ə36-da şərh olunmuş üç üsuldan rentgen şüalarının difraksiyasını müşahidə etmək və öyrənmək üçün müvəffəqiyyətlə istifadə edilərək bu şüaların da elektromaqnit dalğasının bir növü olduğu təcrübədə təsdiq olunmuşdur. Rentgen şüalarının dalğa uzunluğunu

böyük dəqiqliklə təyin etmək üçün, difraksiya hadisələrinə əsaslanaraq, cihazlar düzəldilmişdir. Bu isə rentgen şüaları fizikasında yeni hadisələrin, məsələn, Kompton effektinin (E12) kəşfinə səbəb olan yeni çoxlu sayda müxtəlif eksperimentlər üçün yol açmışdır. Bu hadisələrə əsaslanan rentgen quruluş analiz maddənin quruluşunu öyrənmək üçün çox effektiv üsullardan biri olaraq qalmaqda davam edir. Kristallarda difraksiyadan rentgen şüalarının idarə edilməsi üçün istifadə olunması son dövrlərdə xüsusilə böyük inkişaf tapmış rentgen optikasının əsasını təşkil edir.

Kristallarda qonşu müstəvilər arasındakı  $d$  məsafələri rentgen şüalarının difraksiyasından asılı olmayaraq (35.1) düsturu ilə təyin edilə bildiyindən, (36.4) Breqq-Vulf şərtinə əsasən rentgen şüalarının dalğa uzunluğunu hesablamaq olar. Bu qayda ilə misin  $K_\alpha$  xəttinin dalğa uzunluğu üçün

$$\lambda = (1,537302 \pm 0,000031) \cdot 10^{-8} \text{ sm} \quad (37.1)$$

qiyməti tapılmışdır. Göründüyü kimi, burada dəqiqlik o qədər böyükdür ki,  $1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ sm}$  əlverişli vahid hesab oluna bilmir, çünki vergüldən sonra dəqiq təyin olunmuş rəqəmlərin sayı xeyli çoxdur. Ona görə də rentgen spektroskopiyasında çox zaman  $X$  adlanan və aşağıdakı kimi təyin olunan vahiddən istifadə edilir:

$$1X = 10^{-3} \text{ \AA} = 10^{-11} \text{ sm} \quad (37.2)$$

$X$  vahidi ilə (37.1) ifadəsi aşağıdakı kimi yazılır:

$$\lambda = (1537,302 \pm 0,031) \cdot X. \quad (37.3)$$

Qeyd edək ki,  $\lambda$  üçün tapılmış bu qiymət müəyyən sistemə malikdir. Bu bərdə aşağıda bəhs edəcəyik. Burada isə misin  $K_\alpha$  xəttinin dalğa uzunluğunun təcrübədə təyin olunmuş (37.1) və ya (37.3) qiyməti, rentgen şüaları spektroskopiyasında dalğa uzunluğunun təyin olunması dəqiqliyini nümayiş etdirmək məqsədi ilə verilmişdir.

Rentgen şüalarının sınma əmsalı vahiddən çox az fərqlənir. Uzun müddət hətta belə hesab edirdilər ki, rentgen şüaları ümumiyyətlə sınırlar. Lakin böyük dalğa uzunluğuna (2-3  $\text{\AA}$ ) malik rentgen şüaları üçün Breqq-Vulf düsturundan sistemə kənara çıxmalar, yəni bu düsturun kifayət qədər dəqiq ödənməməsi halları müşahidə olunurdu ki, bunu da rentgen şüalarının kristalda sınmasının nəticəsi kimi izah edirdilər (Xatırladaq ki, E36-da (36.3) və ya (36.4) Breqq-Vulf düsturunu çıxararkən rentgen şüalarının sınımadığı, yəni onlar üçün sınma əmsalının 1-ə bərabər olduğu fərz edilir. Həmin paraqrafda rentgen şüalarının sınması nəzərə alınmaqla da bu düstur çıxarılmışdır). Bu kənara çıxmaların xarakteri göstərdi ki, havadan kristala keçərkən rentgen şüalarının sınma əmsalı  $n < 1$  olur. Bu isə o deməkdir ki, işıq, məsələn şüşədən havaya çıxdıqda düşmə bucağının müəyyən limit qiymətindən böyük olan qiymətlərində adətən tam daxili qayıtma adlanan tam qayıtmaya uğradığı kimi, rentgen şüaları da havadan bərk cismə keçdikdə tam qayıtmaya uğraya bilər. 1923-cü ildə Kompton göstərdi ki, rentgen şüaları havadan bərk cismə keçdikdə onlar üçün doğrudan da tam qayıtma hadisəsi müşahidə olunur və o, tam qayıtmanın limit bucağını tapmaqla sınma əmsalını təyin etdi. Sıxlığı  $2,52 \text{ kq/m}^3$  olan kronqlas maddəsində dalğa uzunluğu  $\lambda = 1,279 \text{ \AA}$  olan rentgen şüaları üçün tam qayıtmanın limit bucağı  $11'$  olmuşdu ki, bu da sınma əmsalının 1-dən  $5 \cdot 10^{-6}$  qədər kiçik, yəni  $n = 0,999995$  qiymətinə uyğun gəlir.

Bu kəşf göstərdi ki, adi difraksiya qəfəsi ilə də rentgen şüalarının spektrlərini almaq mümkündür. Lakin bunun üçün düşmə bucağının, tam qayıtmanın limit bucağından böyük, yəni sürüşmə bucağının çox kiçik qiymətlərində adi qəfəsdən əks etdirici qəfəs



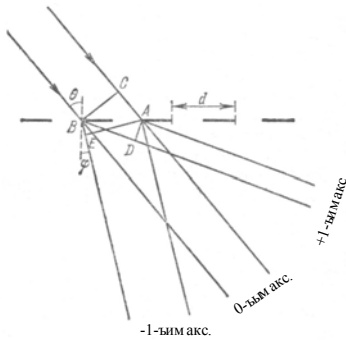
kimi istifadə etmək lazımdır. Başqa sözlə, şüalar kristal qəfəs üzərinə normal boyunca deyil, normalla böyük düşmə bucağı əmələ gətirərək (kiçik sürüşmə bucağı) çəp istiqamətdə düşməlidir. Tam qayıtmanın limit bucağının maksimal qiyməti müxtəlif dalğa uzunluqları və müxtəlif maddələr üçün  $10'$  ilə  $3^\circ$  arasında dəyişdiyindən, rentgen şüalarının difraksiyası üçün işlədilən qəfəslər optikada işlədilən adi difraksiya qəfəslərindən kobud ( $d \gg \lambda$ ) olmalıdır. Bu, ilk baxışda paradoksal görünür. Lakin nəzərə almaq lazımdır ki,  $\theta$  sürüşmə bucağının kiçik qiymətlərində periodu  $d$  olan difraksiya qəfəsi özünü normal boyunca düşən şüalar üçün periodu  $d \sin \theta$  olan difraksiya qəfəsi kimi aparır. Bunu göstərmək üçün fərz edək ki, müstəvi dalğa difraksiya qəfəsi üzərinə  $\alpha$  bucağı altında düşür və  $\varphi$  bucağı altında difraksiya edir (şəkil 37.1). Bir-birinə uyğun iki dalğanın yollar fərqi

$$BC - AD = d \sin \alpha - d \sin \varphi,$$

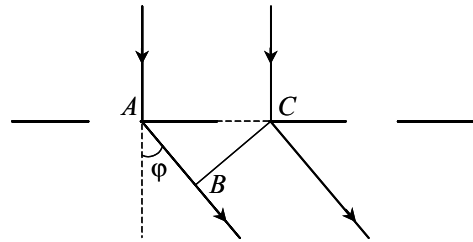
difraksiya maksimumlarının yaranması şərti isə

$$d(\sin \alpha - \sin \varphi_m) = m \lambda \quad (37.4)$$

kimi olar. Burada  $\varphi_m$  –  $m$  tərtibli maksimum verən difraksiya olunmuş şüaların istiqamətini təyin edən bucaqdır və  $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$  tam qiymətlərini alır. (37.4) düsturunu



Шякил



Шякил

aşağıdakı kimi də yazmaq olar:

$$2d \cos \frac{\alpha + \varphi_m}{2} \sin \frac{\alpha - \varphi_m}{2} = m \lambda. \quad (37.5)$$

Əgər qəfəs kifayət qədər kobuddursa, yəni onun  $d$  periodu düşən dalğanın  $\lambda$  uzunluğundan xeyli böyükdürsə, onda difraksiya bucaqları kiçik olur və  $\varphi_m$  bucağı  $\alpha$  düşmə bucağından az fərqlənir. Ona görə də bu halda  $(\alpha + \varphi_m)/2 \approx \alpha$ ,  $\sin \frac{\alpha - \varphi_m}{2} \approx (\alpha - \varphi_m)/2$  qəbul etmək və (37.5) əvəzinə

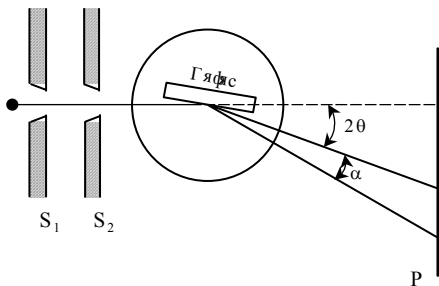
$$d \cos \alpha \cdot (\alpha - \varphi_m) = m \lambda \quad (37.6)$$

yazmaq olar.

(37.6) ifadəsini difraksiya qəfəsi üzərinə normal boyunca düşən müstəvi dalğanın difraksiyası zamanı alınan  $d \sin \varphi_m = m \lambda$  və ya  $\varphi_m$  bucağının çox kiçik qiymətləri üçün  $d \varphi_m = m \lambda$  düsturu ilə müqayisə edək (şəkil 37.2). Bu müqayisə göstərir ki, sıfırıncı

(mərkəzi) maksimum ilə  $m$  tərtibli maksimumun istiqaməti arasındakı  $\alpha - \varphi_m$  bucağı elə hesablanır ki, guya şüa periodu kiçilərək  $d \cos \alpha$  (və ya  $\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha$  sürüşmə bucağı ilə

yazsaq  $d \sin \theta$ ) olan difraksiya qəfəsinin üzərinə normal boyunca düşür. Əgər  $\alpha$  düşmə bucağı  $90^\circ$ -yə, yəni sürüşmə bucağı  $0^\circ$ -yə yaxın olsa, qəfəsin periodu xeyli kiçilmiş olur. Beləliklə, kobud difraksiya qəfəsinin üzərinə düşmə bucağı  $90^\circ$ -yə yaxın olan şüa dəstəsi göndərməklə çox aydın difraksiya mənzərəsi müşahidə etmək olar. Məsələn, üzərində millimetrlik bölgülər cızılmış xətkəş, qramofon valları və s. üzərinə adi işıq şüalarını kifayət qədər çəp bucaq altında yönəltməklə hətta auditoriyada nümayiş etdirilə bilən müxtəlif tərtibli gözəl difraksiya spektrləri almaq olar.  $\theta = 10'$  olan sürüşmə bucağının sinusu  $3 \cdot 10^{-3}$ -ə bərabər olduğundan, hətta çox kobud difraksiya qəfəsinin effektiv periodu sürüşmə bucağının belə qiymətlərində o qədər kiçik olur ki, rentgen şüalarının da difraksiyasını müşahidə etmək imkanı yaranır. Məsələn, sürüşmə bucağının bu qiymətində hər  $mm$ -də 50 xətti olan difraksiya qəfəsi özünü hər  $mm$ -də 17000 xətti olan qəfəs kimi aparır. Müqayisə üçün xatırladaq ki, müasir ən yaxşı difraksiya qəfələrinin hər  $mm$ -də 1200 xətt olur. Rentgen şüalarının dalğa uzunluğu görünən işıq dalğalarının uzunluğundan minlərlə dəfə kiçik olduğundan, süni yolla düzəldilmiş hər cür difraksiya qəfəsi rentgen şüaları üçün həddən artıq kobuddur, çünki bu halda  $d/\lambda \sim 1000$  olur. Lakin rentgen şüalarının tələb olunan çəp bucaq altında düşməsinə təmin edərək, 1925-ci ildə Kompton və Dyuen, nisbətən kobud ( $d=0,02 \text{ mm}$ ) difraksiya qəfəsində onların aydın müşahidə olunan difraksiya mənzərəsini almağa nail olmuşlar. Beləliklə, çəp bucaq altında düşmə metodu adi optik difraksiya qəfələri vasitəsilə rentgen şüalarının çox aydın difraksiya mənzərəsini almağa imkan verir. Burada həm də rentgen şüalarının mütləq sınıma əmsalının 1-dən kiçik olması məsələni xeyli sadələşdirir. Belə ki, bu fakt sayəsində elə düşmə bucaqları seçmək olar ki, düşən rentgen şüaları tam daxili qayıtmaya uğrasın. Beləliklə, optik difraksiya qəfəsinin köməyi ilə monoxromatik rentgen şüasının dalğa uzunluğunu dəqiq təyin etmək olar. Sonra bu rentgen şüasının təbii kristaldan difraksiyasını öyrənərək bu kristalın qəfəs sabitinin mütləq (yəni, digər müxtəlif kəmiyyətlərdən istifadə etmədən) təyini həyata keçirmək olar. Bundan sonra isə həmin kristal rentgen spektroqrafında rentgen şüalarının dalğa uzunluğunun mütləq ölçülməsi üçün istifadə oluna bilər.



Шякил 37.3.

37.3 şəklində optik qəfəs vasitəsilə difraksiya spektrlərini almaq üçün aparılan təcrübənin sxemi göstərilmişdir. Bu təcrübə əsasında misin (dalğa uzunluqları  $1,392 \text{ \AA}$  və  $1,542 \text{ \AA}$ ) və xromun (dalğa uzunluqları  $2,084 \text{ \AA}$  və  $2,291 \text{ \AA}$ )  $K$  seriyasının spektrləri  $1 \text{ mm}$ -də ən çoxu 287 xətt olan adi difraksiya qəfəsi vasitəsilə alınmış və bu spektrlərin bir neçə tərtib maksimumları aydın görünən fotosəkli əldə edilmişdir. Bu təcrübədə alınmış spektrlərə görə dalğa uzunluğunu təyin etmək üçün çəp düşən şüalar halında difraksiya

qəfəsinin (37.4) tənliyindən istifadə edirlər. Bu tənlikdə  $\alpha$  və  $\varphi_m$  bucaqlarını 37.3 şəklində göstərilən  $\theta$  və  $\beta$  sürüşmə bucaqları ilə əvəz etsək  $\alpha = 90^\circ - \theta$ ,  $\varphi_m = 90^\circ - (\theta + \beta)$ /

$$d[\cos \theta - \cos(\theta + \beta)] = m\lambda \quad (37.7)$$

və ya

$$2d \sin \frac{2\theta + \beta}{2} \sin \frac{\beta}{2} = m\lambda \quad (37.8)$$

alırıq. (37.7) və ya (37.8) ifadəsi rentgen spektroskopiyasında praktik istifadə olunan tənlikdir və o, rentgen şüalarının dalğa uzunluğunun mütləq təyini üçün imkan yaradır. Doğrudan da, difraksiya qəfəsinin  $d$  sabiti ya bilavasitə komparatorla və ya da optikada istifadə olunan adi qayda ilə, yəni qəfəsi müəyyən spektroskopik standartla görə dərcələməklə təyin edilə,  $\theta$  və  $\beta$  sürüşmə bucaqları isə böyük dəqiqliklə bilavasitə ölçülə bilər.  $d$ -ni təyin etmək üçün praktikada adətən mis buxarı spektrinin göy xəttindən ( $\lambda=5153,25 \text{ \AA}$ ) istifadə edilir. Rentgen şüalarının dalğa uzunluğunun belə mütləq təyinin dəqiqliyi 0,002–0,004% olur.

Lakin eyni bir spektral xəttin dalğa uzunluğu üçün kristal qəfəsdən difraksiya vasitəsilə tapılmış qiymətin, mütləq təyin edilmiş qiymətdən həmişə bir tərəfə orta hesabla 0,15% fərqlənməsi, yəni bu fərqin təcrübənin xətasından təqribən 100 dəfə böyük olması tədqiqatçıların böyük təəccübünə səbəb oldu. Dalğa uzunluğunun kristaldan difraksiya üsulu ilə ölçülməsində buraxılan səhvin mənbəyini tapmaq məqsədilə uzun müddət aparılan və müsbət nəticə verməyən tədqiqatlardan sonra, rentgen spektroskopiyası sahəsində çalışan mütəxəssislər belə qənaətə gəldilər ki, səhvin mənbəyi heç də aparılan ölçmələrdə deyil,  $N_A$  Avoqadro ədədinin o dövrdə (1931-1935-ci illər) qəbul edilmiş qiymətinin dəqiq olmamasındadır.

Avoqadro ədədini təyin etmək üçün çoxlu sayda müxtəlif metodlar məlumdur. Lakin rentgen şüalarının dalğa uzunluğunun mütləq təyininə əsaslanaraq Avoqadro ədədi üçün müasir dövrdə ən dəqiq qiymət tapılmışdır. Belə ki, optik difraksiya qəfəsi üzərinə çəp bucaq altında düşən rentgen şüalarının dalğa uzunluğunu (37.7) və (37.8) düsturuna əsasən dəqiq təyin etdikdən sonra həmin rentgen şüasının daş duzun kristal qəfəsindən difraksiya mənzərəsi alınır və buradan rentgen şüasının dalğa uzunluğunun məlum qiymətinə əsasən kristal qəfəsin periodu, yəni bu qəfəsi təşkil edən qonşu ionlar arasındakı məsafə tapılır. Bu isə 1 *molda* olan molekulların dəqiq sayını, yəni Avoqadro ədədini tapmağa imkan verir. Avoqadro ədədinin bu qayda ilə tapılması üsulu hal-hazırda ən etibarlı sayılır. Avoqadro ədədi üçün 1955-ci ilə qədər istifadə olunan  $6,0247 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  qiyməti əvəzinə 1974-cü ildən etibarən bu üsula əsasən tapılmış  $6,022045 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  qiymətindən istifadə edilməsi tövsiyyə olunmuşdur.

## IV FƏSİL. BOR-ZOMMERFELD NƏZƏRİYYƏSİ

### Ə38. Atom spektrlərində qanunauyğunluqlar. Spektral qaydalar

Maddi cisimlər elektromaqnit şüalanmasının mənbəyidir və həyəcanlandırma üsulundan asılı olaraq şüalanmanın prinsipinə iki növü vardır (Ə2):

1. İstilik şüalanması,
2. Lüminessensiya.

İstilik şüalanması cisimlərin qızdırılması hesabına baş verir. Belə ki, qızdırılmış cisimdə atom və molekullar bir-biri ilə toqquşaraq müəyyən enerji əldə edir. Sonra isə onlar daha kiçik enerjili hallara qayıdaraq bu enerjini şüalandırırlar. Beləliklə, istilik şüalanması üçün enerji mənbəyi atom və molekulların istilik hərəkətinin kinetik enerjisidir.

Məlumdur ki, lüminessensiyanın çoxlu sayda müxtəlif növləri vardır. Həyəcanlandırma mexanizmi üçün istilik hərəkətinin kinetik enerjisi əsas olmayan bütün hallarda işıq şüalanması lüminessensiya adlanır.

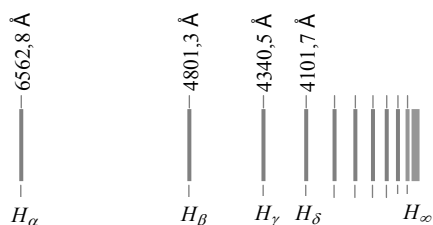
XIX əsrin ikinci yarısında şüalanma spektrlərini ciddi tədqiq etməyə başlamışlar. Müəyyən edilmişdir ki, bərk və maye maddələrin şüalanma spektri kəsilməz (bütöv) spektrdir. Molekulların spektrləri isə aralarında kəskin sərhəd olmayan enli zolaqlardan ibarətdir. Ona görə də molekulların spektri zolaqlı spektr adlanır. Atomların spektrləri isə tamamilə başqa formaya malikdir. Belə ki, onlar bir-birindən ayrı yerləşən kəskin xətlərdən ibarətdir. Məhz bununla əlaqədar olaraq atomların spektri xətti spektr adlanır. Maraqlıdır ki, hər bir kimyəvi element üçün özünəməxsus xətti spektr vardır və bu spektrin forması atomların həyəcanlandırılması üsulundan asılı deyildir. Ona görə də spektrinə görə bu spektri verən elementi təyin etmək olar. Maddənin kimyəvi tərkibinin spektral analizi məhz buna əsaslanmışdır.

Spektrlərdə xətlər ilk baxışda nəzərə çarpmayan müəyyən qanunauyğunluqla yerləşmişdir. Xətti spektrlərdə şüalanma xətlərinin yerləşməsi qanunauyğunluğunu tapmaq və həmin qanunauyğunluqları izah etmək fiziki tədqiqatların çox əhəmiyyətli bir

məsələsi olmuşdur. Bu istiqamətdə ilk addımlar spektrlərdə ayrı-ayrı xətlərin vəziyyətini düzgün təsvir etməyə imkan verən empirik düsturların seçilməsindən ibarət olmuşdur. Belə ilk müvəffəqiyyətli addım isveçrəli fizik Balmer tərəfindən atılmışdır.

Müşahidələr nəticəsində atomar hidrogenin şüalanma spektrinin görünən və ultrabənövşəyi oblastında yerləşən xətlərə uyğun dalğa uzunluqları təyin edilmişdi. Bu spektrin görünən oblastdakı xətləri  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$  və  $H_\delta$  kimi işarə olunmuşdur (şəkil 38.1). Görünür ki,

bu xətlər müəyyən qayda üzrə yerləşmişlər. Böyük dalğa uzunluğuna malik xətlərdən



Шякил

kiçik dalğa uzunluqlu xətlərə keçdikcə xətlər arasındakı məsafə qanunauyğun surətdə azalır.

1885-ci ildə Balmer göstərmişdi ki, hidrogen atomunun spektrinin görünən oblastında yerləşən və yuxarıda göstərilən dörd xəttə uyğun dalğa uzunluqlarını çox dəqiq şəkildə

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad (38.1)$$

empirik düsturu ilə təyin etmək olar. Burada  $n = 3,4,5,6$  tam qiymətlərini yazmaq lazımdır və  $B$  – empirik sabitdir:  $B=3645,6 \text{ \AA}$ .

(38.1) düsturundan hesablanmış dalğa uzunluqlarının təcrübədən tapılmış və Balmerə məlum olan dalğa uzunluqları ilə necə uyğun gəldiyi 38.1 cədvəlindən görünür.

**Cədvəl 38.1**

Xətlər	(38.1) Balmer düsturundan hesablanmış qiymətlər (Å)	Təcrübə yolu ilə Anqstremın tapdığı qiymətlər (Å)	Fərq (Å)
$H_\alpha$	6562,08	6562,10	0,02
$H_\beta$	4860,80	4860,74	-0,06
$H_\gamma$	4340,00	4340,10	0,10
$H_\delta$	4101,30	4101,20	-0,10

Hidrogen atomunun spektrinin görünən hissəsində yerləşən bu dörd xətdən başqa, o zaman ultrabənövşəyi oblasta düşən beş xətt yerdəki mənbələrin, 10 xətt isə ağ ulduzların spektrində məlum idi. Lakin (38.1) Balmer düsturunda  $n = 7,8,9, \dots$  tam ədədlərini yazmaqla bu ultrabənövşəyi xətlərin dalğa uzunluqlarının hesablanmış və təcrübədə müşahidə olunmuş qiymətləri arasındakı uyğunluq nisbətən pis idi. Sonralar məlum oldu ki, bu uyğunsuzluğa səbəb o dövrdə həmin xətlərin dalğa uzunluqlarının təcrübə ölçülməsindəki dəqiqliyin az olmasıdır və Balmer düsturu doğrudur.

(38.1) Balmer düsturunu hal-hazırda istifadə edilən şəkildə göstərmiş olsaq, bu düstur ilə ifadə olunan qanunauyğunluq daha aydın görünər. Bu məqsədlə onun şəklini elə dəyişmək lazımdır ki, o, dalğa uzunluğunu deyil, tezliyi və ya dalğa ədədini hesablamağa imkan versin.

Məlumdur ki, dairəvi tezlik  $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi c}{\lambda}$  kimi təyin olunur ( $c$  – işığın vakuumdakı sürətidir). Onda (38.1) düsturunu nəzərə alsaq,

$$\omega = \frac{2\pi c}{B} \cdot \frac{n^2 - 4}{n^2} = \frac{8\pi c}{B} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (38.2)$$

$$\nu = \frac{4c}{B} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (38.3)$$

yaza bilərik. (38.2) və (38.3) düsturlarında  $n=3,4,5,6, \dots$  tam qiymətlərini alır.  $R$  isə spektroskopiyaya üzrə məşhur alim olan İsveçli Ridberqin şərafinə adlandırılmış Ridberq sabitidir və onun qiyməti hər bir hal üçün uyğun şəkildə təyin olunur. Məsələn, (38.2) düsturunda

$$R = \frac{8\pi c}{B} = 2,067 \cdot 10^{16} \frac{\text{rad}}{\text{san}}, \quad (38.4)$$

(38.3) düsturunda isə

$$R = \frac{4c}{B} = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ san}^{-1} \quad (38.5)$$

olur.

Spektral xətləri xarakterizə etmək üçün spektroskopiyada tezlikdən deyil, dalğa uzunluğunun tərs qiymətinə bərabər olan və dalğa ədədi adlanan kəmiyyətdən istifadə olunur:

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\omega}{2\pi c} = \frac{\nu}{c}. \quad (38.6)$$

(38.6) düsturu ilə təyin olunan dalğa ədədi 1 sm uzunluqda yerləşən dalğaların sayına bərabərdir və onu  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c}$  kimi təyin olunan dalğa ədədi ilə qarışdırmaq lazım deyil. Dalğa ədədi  $\tilde{\nu}$  üçün yazılmış Balmer düsturu

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{B} \cdot \frac{n^2 - 4}{n^2} = \frac{4}{B} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (38.7)$$

kimi olur. Göründüyü kimi, (38.7) düsturu (38.2) və (38.3) düsturlarına oxşayır. Lakin burada Ridberq sabiti

$$R = \frac{4}{B} = 109721,3 \text{ sm}^{-1} \quad (38.8)$$

qiymətinə malikdir. Yeri gəlmişkən qeyd edək ki, Ridberq sabitinin dəqiq spektroskopik ölçmələr nəticəsində tapılmış empirik qiyməti

$$R = 109677,581 \text{ sm}^{-1} \quad (38.9)$$

Bor-Zommerfeld nəzəriyyəsinə və kvant mexanikasına əsasən universal sabitlər vasitəsilə hesablanmış dəqiq nəzəri qiyməti isə

$$R = 109737,303 \text{ sm}^{-1} \quad (38.10)$$

kimidir.

Spektroskopiyada adətən dalğa ədədindən ( $\text{sm}^{-1}$  vahidlərində) istifadə edilir. Çünki hal-hazırda dalğa uzunluğu, və deməli, dalğa ədədi çox böyük dəqiqliklə təyin oluna bildiyi halda, işığın sürəti, və deməli, tezliyi nisbətən kiçik dəqiqliklə təyin olunur.

Balmer düsturu dedikdə spektroskopiyada məhz (38.7) düsturu nəzərdə tutulur. Bu düsturdan görünür ki,  $n$  artdıqca, qonşu xətlərin dalğa ədədləri arasındakı fərq azalır və  $n \rightarrow \infty$  olduqda bu fərq  $\tilde{\nu} = \frac{R}{2^2} = \frac{R}{4}$  sabit qiymətinə yaxınlaşır. Beləliklə, spektr boyunca

$\tilde{\nu} = R/4$  limit vəziyyətinə doğru irəlilədikcə xətlər sıxlaşaraq bir-birinə yaxınlaşır (şəkil 38.1). Müşahidələr göstərir ki, xəttin  $n$  nömrəsi artdıqca, onun intensivliyi də qanunauyğun olaraq azalır. Beləliklə, (38.7) düsturundan alınan spektral xətlərin düzülüşünü sxematik göstərsək və xəttin intensivliyini şərti olaraq onun uzunluğu ilə ifadə etsək, 38.2 şəklində göstərilmiş mənzərə alınır.

Düzülüş ardıcılığında və intensivliyin paylanması müəyyən qanunauyğunluq müşahidə olunan (məsələn, 38.2 şəklindəki kimi) spektral xətlər çoxluğu ümumiyyətlə spektral seriya adlanır.  $n \rightarrow \infty$  olduqda dalğa ədədinin limit qiyməti seriyanın sərhəddi adlanır və bu qiymətə yaxınlaşdıqca spektral xətlər sıxlaşaraq bir-birinə qovuşur. 38.1 şəklində hidrogen atomunun spektrində Balmer seriyasının sərhəddi  $H_\infty$  ilə işarə edilmişdir.

Yer şəraitindəki şüalanma mənbələrinin köməyi ilə atomar hidrogenin çoxlu sayda spektral xətlərinin alınması müxtəlif təcrübi çətinliklərlə əlaqədardır. Buna görə də Vud 1920-ci ildə Balmer seriyasından yalnız 22 xəttin fotosəklini ala bilmiş və 20 xətti isə ölçməyə nail olmuşdur. Bu seriyanın ən çox sayda xətlərini (37 xəttə kimi) günəş xromosferinin və protuberanslarının (Günəş səthi üzərində yaranan közərmiş qaz kütlələrinin) spektrində ölçmək mümkün olmuşdur.



**Шякил 38.2.**

Sonrakı tədqiqatlar göstərdi ki, hidrogen atomunun spektrində Balmer seriyasından başqa digər bir neçə seriyalar da vardır. Belə ki, spektrin ultrabənövşəyi oblastında Layman seriyası yerləşir. Digər seriyalar isə infraqırmızı oblastda yerləşir. Bu seriyaların xətləri (38.7) ifadəsinə oxşar olaraq aşağıdakı düsturlarla verilə bilər (hər bir seriya onu kəşf edən alimin adı ilə adlandırılmışdır):

$$\text{Layman seriyası } \tilde{\nu} = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), n=2,3,4,\dots \quad (38.11)$$

$$\text{Paşen seriyası } \tilde{\nu} = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), n=4,5,6,\dots \quad (38.12)$$

$$\text{Breket seriyası } \tilde{\nu} = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), n=5,6,7,\dots \quad (38.13)$$

$$\text{Pfund seriyası } \tilde{\nu} = R \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right), n=6,7,8,\dots \quad (38.14)$$

$$\text{Hemfri seriyası } \tilde{\nu} = R \left( \frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2} \right), n=7,8,9,\dots \quad (38.15)$$

(38.7) və (38.11)-(38.15) düsturlarından görüldüyü kimi hidrogen atomunun spektrindəki bütün xətlər üçün  $\tilde{\nu}$  dalğa ədədlərini aşağıdakı kimi bir dənə düstur vasitəsilə təyin etmək olar:

$$\tilde{\nu} = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (38.16)$$

Burada  $n$  ədədi  $m$ -in verilmiş qiymətində  $(m+1)$ -dən başlayaraq tam qiymətlər alır və həm də Layman seriyası üçün  $m=1$ , Balmer seriyası üçün  $m=2$ , Paşen seriyası üçün  $m=3$  və s. olur. (38.16) ifadəsi ümumiləşmiş Balmer düsturu adlanır. Balmer seriyasındakı kimi,  $n \rightarrow \infty$  olduqda hər bir seriyada xətlərin dalğa ədədi  $R/m^2$  qiymətinə yaxınlaşır ki, bu da həmin seriyanın sərhəddi adlanır.

Həyəcanlanmış atom öz enerjisini iki üsulla verə bilər: 1) şüalanma yolu ilə və 2) digər hissəciklə toqquşma zamanı enerjisini həmin hissəciyə verməklə, yəni şüalanma olmadan. Əgər atom uducu şüanın dalğa ədədinə (tezliyinə) bərabər tezlikli şüa buraxaraq həyəcanlaşmadan qabaqkı həlınə qayıdarsa, bu, rezonans şüalanması, spektrdə bu şüalanmaya uyğun xətt isə rezonans xətti adlanır.

$$T(n) = \frac{R}{n^2} \text{ əvəz edərək}$$

$$\frac{R}{1^2}, \frac{R}{2^2}, \frac{R}{3^2}, \dots \quad (38.17)$$

ardıcılığını götürsək, hidrogen atomunun spektrindəki ixtiyari xətt üçün  $\tilde{\nu}$  dalğa ədədi bu ardıcılıqdakı iki ədədin fərqi kimi təyin oluna bilər. (38.17) ardıcılığındakı  $T(n)$  ədədləri spektral termlər və ya sadəcə termlər adlanır. Məsələn, Balmer seriyasının birinci xəttinin dalğa ədədi  $T(2) - T(3)$ , Pfund seriyasının ikinci xəttinin dalğa ədədi  $T(5) - T(7)$  və s. olur. Beləliklə, (38.16) düsturunu

$$\tilde{\nu} = T(m) - T(n) \quad (38.18)$$

kimi yazıla bilər. Deməli, verilmiş (38.17) termlər sistemini bilsək, bu atomun spektrində istənilən xəttin dalğa ədədini (38.18) düsturuna əsasən iki termin fərqi kimi tapa bilərik. Bu qayda 1908-ci ildə Rits tərəfindən müəyyən edilmişdir və Ritsin kombinasiya prinsipi adlanır.

Ritsin kombinasiya prinsipini başqa şəkildə aşağıdakı kimi də ifadə etmək olar. Əgər atomun spektrində verilmiş seriyanın iki spektral xəttinin dalğa ədədləri məlumdursa, onların fərqi həmin atomun spektrində hər hansı üçüncü spektral dalğa ədədinə bərabər olur. Məsələn, fərz edək ki, Layman seriyasının birinci və ikinci xətlərinin dalğa ədədləri məlumdur:

$$\tilde{\nu}_1 = T(1) - T(2), \quad \tilde{\nu}_2 = T(1) - T(3).$$

Onda  $\tilde{\nu}_2 - \tilde{\nu}_1$  fərqi Balmer seriyasının birinci xəttinin dalğa ədədini verir:

$$\tilde{\nu}_2 - \tilde{\nu}_1 = T(2) - T(3).$$

Digər daha mürəkkəb atomların spektrlərinin tədqiqi göstərdi ki, onların spektrlərində də hər bir xəttin dalğa ədədi bu atom üçün xarakterik olan iki termin fərqi kimi göstərilə bilər. Lakin mürəkkəb atomlar üçün termlərin ifadəsi hidrogen atomu üçün olan  $T(n) = R/n^2$  düsturuna nisbətən daha mürəkkəbdir. Məsələn, qələvi metal atomlarının termləri hidrogen atomunun termlərinə çox oxşayan ən sadə ifadəyə malikdir.

$$T(n) = \frac{R_1}{(n + \alpha)^2}. \quad (38.19)$$

Burada  $\alpha$  və  $R_1$  – müəyyən sabit kəmiyyətlərdir. (38.19) düsturunu Ridberq təklif etmişdir. Bu düsturdakı  $\alpha$  düzəlişi düzgün kəsr olub, eyni bir seriyanın bütün xətləri üçün təqribən sabit qalır. Daha dəqiq olaraq isə termlər

$$T(n) = \frac{R}{\left(n + \alpha + \beta/n^2\right)^2} \quad (38.20)$$

düsturu ilə təyin olunurlar. Burada  $\beta$  – ikinci düzəlişdir və  $\alpha$ -ya nisbətən çox kiçikdir.  $n \rightarrow \infty$  olduqda  $T(n) \rightarrow R/n^2$  olur, yəni  $n$  tam ədədi böyüdükcə bütün termlər daha çox



"hidrogenəbənzər"ləşirlər.

Litium atomu misalında Ridberq qələvi metal atomları üçün üç dənə müxtəlif seriya müəyyən etmişdir: baş seriya, 1-ci əlavə seriya, 2-ci əlavə seriya. Baş seriya ən parlaq və nisbətən asan alınan xətlərdən ibarətdir. Baş seriyanın birinci (baş) xətti verilmiş elementin spektri üçün daha xarakterikdir. Bundan başqa, baş seriyanın xətləri, həm də udulmada müşahidə olunur. Bu üç seriyanın hər biri üçün dəyişən term kifayət qədər dəqiqliklə (38.19) düsturu şəklində göstərilə bilər. Bu zaman  $\alpha$  düzəlişini baş seriyanın dəyişən termi üçün  $p$ , 1-ci əlavə seriyanın dəyişən termi üçün  $d$ , 2-ci əlavə seriyanın dəyişən termi üçün isə  $s$  ilə işarə etmək qəbul olunmuşdur. Birinci əlavə seriyanın xətləri yaygın, 2-ci əlavə seriyanın xətləri isə kəskin olduğu üçün bu seriyalar, uyğun olaraq, "diffuz" və "kəskin" seriyalar da adlanır.  $\alpha$  düzəlişinin  $p$ ,  $d$ , və  $s$  hərfləri ilə işarə edilməsi də ingiliscə *principal* (baş), *diffuse* (diffuz) və *sharp* (kəskin) sözlərinin ilk hərflərinə uyğundur.

Müəyyən edilmişdir ki, 1-ci və 2-ci əlavə seriyaların xətləri eyni bir sərhəddə yaxınlaşır. Ona görə də qələvi metallar üçün Ridberqin müəyyən etdiyi spektral seriyaların düsturları aşağıdakı kimi olar:

$$\begin{aligned} \text{Baş seriya} & \quad \tilde{\nu} = A - \frac{R}{(n+p)^2}, \quad n=2,3,4,\dots \\ \text{1-ci əlavə seriya} & \quad \tilde{\nu} = B - \frac{R}{(n+d)^2}, \quad n=3,4,5,\dots \\ \text{2-ci əlavə seriya} & \quad \tilde{\nu} = B - \frac{R}{(n+s)^2}, \quad n=2,3,4,\dots \end{aligned} \quad (38.21)$$

Burada  $A$  – baş seriyanın,  $B$  – əlavə seriyaların sərhəddidir.  $s$ ,  $p$ ,  $d$  düzəlişləri düzgün kəsrldir, lakin onların işarəsi əlavə mülahizələrsiz qeyri-müəyyən qalır. Məhz buna görə də  $n$  iki ardıcıl tam ədəddən birinə bərabər qiymət alır. Məsələn, empirik faktlar əsasında müəyyən edilmişdir ki, litium atomunun spektrində 2-ci əlavə seriyanın birinci xətti üçün  $n+s=2,59$  olmalıdır. Aydındır ki, bu ədədi ya  $2+0,59$  kimi, ya da  $3-0,41$  kimi göstərmək olar; birinci halda  $n=2$ , ikinci halda isə  $n=3$  olur. Müəyyən edilmişdir ki,  $s$ ,  $p$ ,  $d$  düzəlişlərinə elə işarələr yazmaq olar ki, bütün qələvi metalların baş və 2-ci əlavə seriyaları üçün  $n$  ədədi 2-dən 1-ci əlavə seriya üçün isə 3-dən başlayaraq tam qiymətlər alsın və özü də düzəlişlərin ədədi qiymətləri üçün  $|s| > |p| > |d|$  şərti ödənsin. Sonralar seriyaların (38.21) düsturlarındakı  $A$  və  $B$  sərhədləri də müəyyən edildi:

$$A = \frac{R}{(1+s)^2}, \quad B = \frac{R}{(1+p)^2}. \quad (38.22)$$

Bundan başqa, spektrin infraqırmızı oblastında daha bir seriya müəyyən edildi ki, bu da Berqman seriyası və ya əsas (*fundamental*) seriya adlanır. Bu seriyanın düsturu

$$\tilde{\nu} = C - \frac{R}{(n+f)^2}, \quad n=4,5,6,\dots \quad (38.23)$$

$C$  sərhəddi isə

$$C = \frac{R}{(3+d)^2} \quad (38.24)$$

kimidir.

Beləliklə, qələvi metal atomlarının spektrlərində müşahidə olunan seriyalar (38.21)-(38.24) düsturlarına əsasən, aşağıdakı kimi təyin olunur.

$$\text{Baş seriya} \quad \tilde{\nu} = \frac{R}{(1+s)^2} - \frac{R}{(n+p)^2}, \quad n=2,3,4,\dots$$

$$\text{Kəskin seriya} \quad \tilde{\nu} = \frac{R}{(2+p)^2} - \frac{R}{(n+s)^2}, \quad n=2,3,4,\dots$$

$$\text{Diffuz seriya} \quad \tilde{\nu} = \frac{R}{(2+p)^2} - \frac{R}{(n+d)^2}, \quad n=3,4,5,\dots$$

$$\text{Əsas seriya} \quad \tilde{\nu} = \frac{R}{(3+d)^2} - \frac{R}{(n+f)^2}, \quad n=4,5,6,\dots$$

Bəzən  $\frac{R}{(n+x)^2}$  termini simvolik olaraq  $nX$  kimi işarə edərək (38.25) ifadələrini aşağıdakı kimi də yazırlar.

$$\text{Baş seriya} \quad \tilde{\nu} = 1S - nP, \quad n=2,3,4,\dots$$

$$\text{Kəskin seriya} \quad \tilde{\nu} = 2P - nS, \quad n=2,3,4,\dots$$

$$\text{Diffuz seriya} \quad \tilde{\nu} = 2P - nD, \quad n=3,4,5,\dots$$

$$\text{Əsas seriya} \quad \tilde{\nu} = 3D - nF, \quad n=4,5,6,\dots$$

Sonralar isə termin  $X$  simvolunun qarşısında (38.19) düsturunda məxrəcdəki ədədin tam hissəsini deyil, baş kvant ədədi adlanan tam ədədin yazılması qəbul olunmuşdur.

Hydrogen atomunun və qələvi metal atomlarının spektrlərində müşahidə olunmuş seriyalardan başqa,  $\text{He}^+$  ionunun da spektrində Pikerinq və Fauler tərəfindən spektral seriyalar müşahidə olunmuşdur. Bu seriyalar üçün də Balmer düsturuna oxşar düsturlar tapılmışdır.

Yuxarıda qeyd etdik ki, Ritsin kombinasiya prinsipinə görə atomun şüalanma spektrindəki bütün xətlərin dalğa ədədləri bu atomun spektral termlərinin müxtəlif kombinasiyaları kimi göstərilə bilər. Müəyyən edilmişdir ki, bu qayda ilə tapılan dalğa ədədləri daha yüksək dəqiqliyə malikdir. Lakin atomun spektral termlərinin düşünülə bilən heç də bütün kombinasiyaları spektrdə faktik olaraq mövcud olan xətlərə uyğun gəlmir. Belə ki, spektral termlərin bəzi kombinasiyaları qadağan olunmuşdur. Termlərin hansı kombinasiyalarının yol verilə bilən və ya qadağan olduğunu göstərən qaydalar seçmə qaydaları adlanır. Kombinasiya prinsipi və seçmə qaydaları əvvəlcə empirik yolla müəyyən edilmiş və sonralar nəzəri olaraq əsaslandırılmışdır.

Qeyd edək ki, dalğa ədədləri (və ya tezliklər) üçün kombinasiya prinsipi ilə ifadə olunan qanuna uyğunluqlar klassik fizika təsəvvürlərinə kəskin şəkildə ziddir. Doğrudan da, elektronun bir sərbəstlik dərəcəsinə malik olduğunu qəbul etsək, onun spektri bir əsas tezlikdən və tezliyin obertonlarından ibarət olar. Elektronun rəbətəsi ona üç sərbəstlik dərəcəsi yazmağa imkan verirsə, spektrdə üç əsas tezlik və onların obertonları alınır. Həqiqətdə isə atom spektrlərində, ümumiyyətlə, heç bir obertonlar, yəni harmonik sıra təşkil edən tezliklər müşahidə olunmur.

Ümumiyyətlə isə maddi cisimlərin dayanıqlı şəkildə mövcud olması faktının özü klassik fizika baxımından başa düşülmür. Çoxlu sayda təcrübələrlə müəyyən edilmişdir ki, maddi cisimlərin atomlarına müsbət və mənfi yüklər daxildir və özü də bu yüklər

atomun ölçüləri ilə təyin olunan sonlu həcmdə yerləşirlər. Klassik elektrodinamikadan məlum olan İrnsou teoreminə görə yüklər arasında yalnız dinamik tarazlıq mövcud ola bilər. Deməli, hökmən belə hesab edilməlidir ki, atomda müsbət və mənfi yüklər bir-birinə nisbətən hərəkətdədir. Bu hərəkətin hansı qanun üzrə baş verməsini bilmək bizim indi apardığımız mühakimə üçün əhəmiyyət kəsb etmir. Əgər yük sonlu həcm daxilində daim hərəkətdədirsə, bu hərəkət təcilli hərəkət olmalıdır. Klassik elektrodinamikaya görə isə təcillə hərəkət edən yük özü ilə müəyyən enerji aparan elektromaqnit dalğaları şüalandırmalıdır. Deməli, atomdakı yüklər daim elektromaqnit şüalanması şəklində öz enerjisini itirməlidir. Bu isə o deməkdir ki, atomların stasionar halı, və deməli, maddi cisimlərin dayanıqlı şəkildə mövcud olması qeyri-mümkündür. Buna görə də atom hadisələrinə klassik elektrodinamikanın tətbiqi təcrübi faktlara kəskin zidd olan nəticələrə gətirir.

Əgər yuxarıda göstərilən ziddiyyəti nəzərə almasaq və atomun şüalanma nəticəsində itirdiyi enerjinin hər hansı üsulla kompensə olduğunu fərz etsək də yenə klassik nəzəriyyə xətti spektrlərdəki qanunauyğunluqları heç cür izah edə bilmir. Klassik nəzəriyyəyə görə şüalanma yüklərin təcillə hərəkətinin nəticəsidir. Əgər bu hərəkət periodik baş verirsə, onda şüalanma tezliklərini təyin etmək üçün yüklərin hərəkətini Furye sırası şəklində göstərmək lazım gəlir ki, bu sırada da əsas tezlik və onun tam misillərinə bərabər olan digər tezliklər iştirak edir. Beləliklə, şüalanma spektrin də əsas tezliklə yanaşı onun tam misillərinə bərabər olan tezlikli obertonlar da olmalı, yəni spektral seriyalar bir-birindən eyni məsafədə yerləşmiş xətlər yığımindan ibarət olmalıdır. Lakin bu, təcrübədə müşahidə olunan mənzərəyə tamamilə ziddir. Hər bir spektral seriyanın müxtəlif xətlərinin əsas tezliklərə uyğun gəldiyini fərz etsək, onda bütün seriyaların xətlərindən elə bir sıra xətlər seçmək olar ki, onların tezlikləri bir-birindən eyni məsafədə yerləşmiş olsun. Lakin spektrlərdə belə xətlər toplusu müşahidə olunmur. Xüsusi halda, xətlərin sıxlaşmasını izah etmək olmur. Məsələn, yuxarıda qeyd olunduğu kimi,  $n$  ədədi böyüdükcə (38.2), (38.3) və (38.7) Balmer seriyasında  $\omega$ ,  $\nu$ , və  $\tilde{\nu}$  kəmiyyətləri, uyğun olaraq,  $R/4$  sərhəd qiymətinə yaxınlaşır və qonşu xətlər arasındakı məsafə isə qeyri-məhdud surətdə azalır. Spektral seriyalarda müşahidə olunan bu təcrübi fakt şüalanmanın klassik nəzəriyyəsiindən alınan nəticələrə ziddir. Beləliklə, atomların şüalanması üçün təcrübədə müşahidə olunan qanunauyğunluqlar klassik fizika təsəvvürlərinə əsaslanmış şüalanma nəzəriyyəsiindən alınan nəticələrə ciddi şəkildə ziddir. Klassik təsəvvürləri yalnız prinsipial şəkildə dəyişməklə atomların şüalanma spektrlərindəki qanunauyğunluqları izah etmək olar. Kombinasiya prinsipi isə atom daxili hərəkətlərin tabe olduğu yeni qanunların özünə məxsus ifadəsidir.

### Ə39. Təbii radioaktivlik hadisəsi

Xarici təsir olmadan atomların şüa buraxaraq çevrilməsi təbii radioaktivlik adlanır. Təbii radioaktivlik hadisəsini ilk dəfə 1896-cı ildə fransa fiziki A. Bekkerel kəşf etmişdir. Radioaktivlik hadisəsinin kəşfi rentgen şüalarının kəşfindən dərhal sonra olmuşdur. Rentgen şüalarının buraxılması qaz boşalması borusunun şüşə divarının katod şüaları ilə bombardman edilməsi nəticəsində ilk dəfə müşahidə olunmuşdur. Bu bombardman

etmənin ən effektiv nəticəsi şüşənin böyük intensivliklə yaşıl rəngli işıqlanması və lüminessensiya hadisəsi idi. Ona görə də əvvəlcə belə fikirləşirdilər ki, rentgen şüalanması lüminessensiyanın nəticəsidir və işıqla həyəcanlandırma nəticəsində baş verən bütün lüminessensiyalar rentgen şüalanması ilə müşayiət olunur. A. Bekkerel bu fərziyyənin təcrübədə yoxlanması ilə məşğul olmağa başladı. O, lüminessensiyaedici maddəni işıqla həyəcanlandırdıqdan sonra nümunəni qara kağıza bükülmüş fotolöhənin üzərinə qoyurdu. Nüfuzedici şüaların (yəni nəzərdə tutulan rentgen şüalarının) buraxılması aşkarlandıqdan sonra fotolövhənin qaralması ilə müşahidə oluna bilərdi. Bekkerelin sınaqdan keçirdiyi bütün lüminessensiyaedici maddələrdən yalnız uran duzu qara kağıza bükülmüş fotolövhədə qaralma yaratmışdı. Lakin Bekkerel müəyyən etdi ki, əvvəlcədən işığın həyəcanlandırıcı təsirinə məruz qalmayan uran duzu nümunəsi də fotolövhədə güclü işıqla həyəcanlandırılmış uran duzu nümunəsinin yaratdığı eyni qaralmanı yaradır. Bu təcrübi faktdan belə nəticə çıxır ki, uran duzunun buraxdığı şüalar heç də lüminessensiya ilə əlaqədar deyildir və uran duzunun şüalanması xarici təsirlərdən asılı olmayaraq baş verir. Uranın lüminessensiya etməyən digər duzları ilə aparılan təcrübələr bu mühüm nəticəni təsdiq edirdi: uranın bütün duzları nüfuzedici şüalar buraxır. Müəyyən edildi ki, nümunənin tərkibində uranın miqdarı çox olduqca şüalanmanın intensivliyi də böyük olur (fotolövhə daha çox qaralır). Ona görə də Bekkerel bu şüaları "uran" şüaları adlandırdı. Müəyyən edildi ki, "uran" şüaları adlandırılan bu yeni kəşf olunmuş şüalar, Rentgen şüaları kimi, müxtəlif maddələrdən, və o cümlədən nazik metal lövhədən keçmək qabiliyyətinə malikdir. "Uran" şüaları qaz içərisindən keçərkən onu ionlaşdırır və bəzi maddələrdə (məsələn, sink sulfiddə, platin-sineroidli bariumda və s) lüminessensiya yaradır.

Bekkerelin kəşfindən sonra fransa fizikləri Mariya-Sklodovskaya-Küri və Pyer Küri müəyyən etdilər ki, "uran" şüalarına oxşar görünməyən xüsusi şüalar buraxan başqa maddələr də vardır. Ona görə də həmin şüaları radioaktiv şüalar, bu şüaları buraxan maddələri radioaktiv maddələr, maddələrin bu cür şüalar buraxması xassəsini isə radioaktivlik adlandırdılar.

Əslən Polşadan olan Mariya Küri öz əsas elmi işlərini Fransada əri Pyer Küri ilə birlikdə yerinə yetirmişdir. Bekkerel uranın radioaktivliyini kəşf etdikdən sonra M. Küri məlum olan çoxlu sayda kimyəvi elementləri və onların müxtəlif birləşmələrini, onların da radioaktivlik xassəsinə malik olub-olmadığını müəyyən etmək məqsədilə tədqiq etməyə başladı. M. Küri öz təcrübələrində radioaktiv şüaların əsas əlaməti kimi onların havanı ionlaşdırması xassəsindən istifadə edirdi. Çünki bu əlamət radioaktiv şüaların fotolövhəyə təsir göstərmək qabiliyyətinə nisbətən daha həssasdır. Radioaktiv preparatın ionlaşdırıcı təsiri sxemi 39.1 şəklində verilmiş təcrübə ilə müşahidə olunurdu. Bu şəkildə  $K$  – ionlaşma baş verən kameranın korpusu,  $E$  – bu kameranın korpusundan  $I$  izoləedici ilə ayrılmış elektrod,  $P$  – tədqiq olunan preparat,  $R$  – böyük müqavimət ( $10^8$ - $10^{12}$  om),  $B$  – batareya,  $EM$  – elektrometrdir. İonlaşdırıcı şüalanmanın təsiri ilə kamerada yaranan bütün ionlar, batareyanın yaratdığı kifayət qədər böyük gərginlikdə, elektrodlara yığılır və kameradan preparatın ionlaşdırıcı təsiri ilə düz mütənasib olan cərəyan keçir. İonlaşdırıcı şüalar olmadıqda kameradakı hava özünü dielektrik kimi aparır və elektrik cərəyanı yaranmır.

Təcrübələrdən M. Kuri aşağıdakı nəticələri almışdı.

1. Yalnız uran deyil, həm də onun bütün kimyəvi birləşmələri radioaktivlik xassəsinə malikdir. Bundan başqa torium adlı kimyəvi element və onun bütün birləşmələri də radioaktivdir.

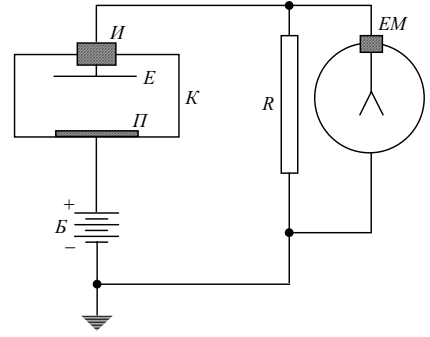
2. Preparatın radioaktivliyi onun kimyəvi tərkibinə daxil olan miqdarda götürülmüş saf uran və ya toriumun radioaktivliyinə bərabərdir.

Buradan görünür ki, tərkibinə radioaktiv element daxil olan molekulun xassələri bu elementin radioaktivliyinə təsir etmir. Beləliklə, radioaktivlik molekulyar hadisə olmayıb, radioaktiv elementin atomlarının daxili xassəsidir.

Kimyəvi saf elementlər və onların birləşmələri ilə yanaşı M. Kuri və P. Kuri müxtəlif təbii mineralları da tədqiq edirdilər. Mineralların radioaktivliyi onların tərkibində uran və toriumun olmasının nəticəsi hesab edilirdi. Lakin məlum oldu ki, bəzi minerallar gözlənilmədiyindən daha böyük radioaktivliyə malikdir. Məsələn, uran filizi onun tərkibində olan uranla müqayisədə dörd dəfə böyük ionlaşma yaradır. Uran filizinin belə böyük radioaktivliyə malik olmasını onun tərkibində kimyəvi analiz ilə müəyyən edilə bilməyəcək kiçik miqdarda naməlum radioaktiv element aşqarının mövcudluğu ilə izah etmək olar. Filizin tərkibində az miqdarda olmasına baxmayaraq bu element, çox miqdarda olan urana nisbətən daha çox radioaktiv şüalanma verir. Deməli, həmin elementin radioaktivliyi uranın radioaktivliyinə nisbətən dəfələrlə çox olmalıdır. Bu mülahizələrə əsaslanaraq P. Kuri və M. Kuri uran filizindən bu hipotetik elementi kimyəvi yolla ayırmaq qərarına gəldilər. Bir neçə illik gərgin işdən sonra onlar radioaktivliyi uranın radioaktivliyinə nisbətən milyon dəfədən də çox olan saf elementin qramın bir neçə onda birinə bərabər miqdarını ala bildilər. Bu elementi radium (yəni, şüalanan) adlandırdılar.

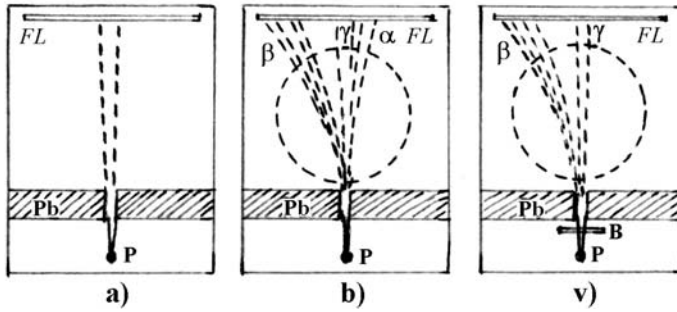
Kimyəvi xassələrinə görə radium (Ra) qələvi torpaq metallara aiddir və atom kütləsi 226-dır. Kimyəvi xassələri və atom kütləsi nəzərə alınaraq radium Mendeleyev cədvəlində o vaxta qədər boş qalan 88-ci xanada yerləşdirildi.

Filizlərdə radium elə bil ki, uranı müşayiət edir. Lakin onun miqdarı, 3 t filizdə təqribən 1 q olmaqla, çox azdır. Ona görə də radiumun əldə edilməsi çox çətin prosesdir. Radium çox nadir və bahalı metallardan biridir. O, radioaktiv şüaların zəngin mənbəyi kimi qiymətləndirilir.



Шякил 39.1.

M. Kuri, P. Kuri və digər alimlərin sonrakı tədqiqatları nəticəsində çoxlu sayda radioaktiv elementlər aşkar edildi. Məlum oldu ki, Mendeleev cədvəlində sıra nömrəsi  $Z > 83$  olan bütün elementlər radioaktivdir. Sıra nömrəsi 85 və 87 olan və təbiətdə mövcud

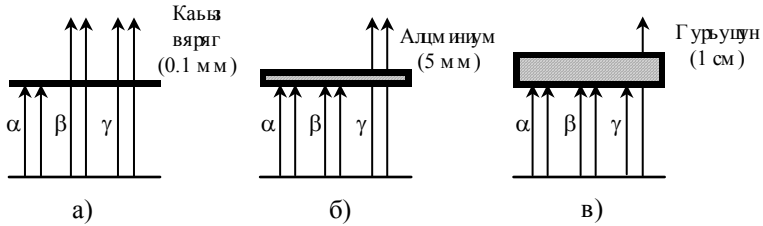


Шякил 39.2.

olmayan elementlərdən başqa digər radioaktiv elementlər uran, radium və toriumun tərkibində aşqar kimi tapılmışdır. Tallium ( $Z=81$ ), qurğuşun ( $Z=82$ ) və sürmənin ( $Z=83$ ) radioaktiv izotopları da bu yolla müəyyən edilmişdir. Adi halda bu üç element radioaktiv deyildir. Onların uran, radium və toriuma qarışmış yalnız nadir izotopları radioaktivlik xassəsinə malikdir. Mendeleev cədvəlinin sonunda yerləşən elementlərlə yanaşı həm də samarium, kalium və rubidium da radioaktivdir. Lakin bu elementlərin radioaktivliyi zəifdir və çətinliklə müşahidə olunur.

Yuxarıda qeyd etdik ki, radioaktiv şüalanma ionlaşdırıcı və fotoqrafik təsirə malikdir. Maraqlıdır ki, böyük sürətli yüklü hissəciklər və təbiətcə elektromaqnit dalğası olan rentgen şüaları da bu iki növ təsirə malikdir. Ona görə də radioaktiv şüaların elektrik yükünə malik olub-olmadığını müəyyən etmək üçün onlara elektrik və maqnit sahəsi ilə təsir etmək lazımdır. Bu məqsədlə aşağıdakı kimi təcrübə aparılmışdır (şəkil 39.2). Havası çıxarılmış qutuda Pb qurğuşun arakəsmədəki kiçik yarığın qarşısında P radioaktiv preparatı (məsələn, radium dönəcəyi), yarığın əks tərəfində isə FL fotoqrafik lövhəsi yerləşdirilmişdir. Fotolövhəni aşkarladıqda onun üzərində yarığın qara zolaq şəklində xəyalı görünür. Deməli, qurğuşun arakəsmə radioaktiv şüaları keçməyə qoymur və onlar yalnız dar yarıqdan nazik dəstə şəklində keçə bilirlər. İndi isə qutunu güclü maqnitin qütbləri arasında elə yerləşdirək ki, maqnit sahəsinin  $\vec{B}$  induksiya vektoru şəkil müstəvisinə perpendikulyar istiqamətdə bizə doğru yönəlsin və fotolövhəni yenidən FL vəziyyətinə qoyaq (şəkil 39.2b). Fotolövhəni aşkarladıqda onun üzərində indi bir deyil, üç dənə qara zolaq alındığı görünür və özü də ortadakı zolaq preparatdan gələn şüanın yarıqdan keçdikdən sonra düz xətt üzrə yayılmasına uyğundur. Beləliklə, radioaktiv şüa dəstəsi maqnit sahəsində üç dəstəyə parçalanır və bu dəstələrdən ikisi maqnit sahəsində əks istiqamətlərə meyl edir, üçüncüsü isə meyl etmir. Maqnit sahəsində meyl edən iki dəstənin meyli əks istiqamətlərdə olduğu üçün belə nəticə çıxarmaq olar ki, həmin dəstələr əks işarəli yükə malik hissəciklər selidir. Burada müsbət yüklü hissəcikləri  $\alpha$ -hissəciklər, onların selini (dəstəsini)  $\alpha$ -şüalar, mənfi yüklü hissəcikləri  $\beta$ -hissəciklər, onların selini  $\beta$ -şüalar, maqnit sahəsində meyl etməyən neytral şüa dəstəsini isə  $\gamma$ -şüalar adlandırmışlar ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  – yunan əlifbasının ilk hərfləridir). Maqnit sahəsi  $\alpha$ -hissəcikləri  $\beta$ -

hissəciklərə nisbətən çox az meyl etdirir.  $\alpha$ -,  $\beta$ - və  $\gamma$ -şüalar öz xassələrinə, xüsusi halda isə maddəyə nüfuz etmə qabiliyyətlərinə görə bir-birindən kəskin fərqlənir. Onların nüfuz etmə qabiliyyətini tədqiq etmək üçün həmin cihazdan (şəkil 39.2v) istifadə etmək olar. Bu məqsədlə  $P$  preparatı ilə yarıq arasında qalınlığını artırmaq mümkün olan ekranlar yerləşdirir və maqnit sahəsində fotoqrafiyalar alaraq ekranın hansı qalınlığında fotolövə üzərində hər bir növ şüanın izinin itdiyini qeyd edirlər. Bu qayda ilə müəyyən edilmişdir ki, hamıdan əvvəl  $\alpha$ -şüaların izi itir. Belə ki,  $\alpha$ -şüalar qalınlığı  $0,1\text{ mm}$  olan

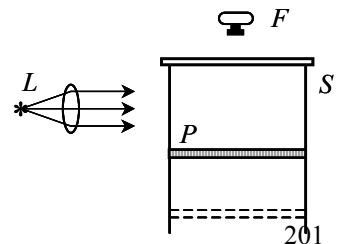


Шякил 39.3.

kağız vərəqdə tam udulurlar (şəkil 39.2v; 39.3a). Alüminium ekranın qalınlığı artdıqca  $\beta$ -şüalar zəifləyir və ekranın qalınlığı bir neçə millimetr olduqda isə onlar udulur (şəkil 39.3b).  $\gamma$ -şüaların nüfuz etmə qabiliyyəti ən böyükdür. Qalınlığı  $1\text{ sm}$  olan alüminium ekran  $\gamma$ -şüaların intensivliyini, demək olar ki, azaltmır. Sıra nömrəsi böyük olan atomlardan təşkil olunmuş maddələr  $\gamma$ -şüaları daha yaxşı udur. Bu xassəsinə görə  $\gamma$ -şüalar rentgen şüalarına oxşayır. Məsələn,  $1\text{ sm}$  qalınlığında qurğuşun ( $Z=82$ ) ekran  $\gamma$ -şüaları təqribən iki dəfə zəiflədir (şəkil 39.3v).

$\alpha$ -,  $\beta$  və  $\gamma$ -şüaların xassələrindəki fərqlər özünü Vilson kamerasında əyani şəkildə göstərir. Böyük sürətə malik olan yüklü hissəciklərin yolunu müşahidə etməyə imkan verən Vilson kamerası (şəkil 39.4) şüşə qapağı olan və içərisində  $P$  porşeni hərəkət edə bilən şüşə  $S$  silindrindən ibarətdir. Silindrin daxilində porşen üzərindəki həcmdə doymuş su (və ya spirt) buxarı olan hava vardır. Porşen kəskin olaraq aşağıya doğru hərəkət etdirildikdə sürətlə genişlənmə nəticəsində kameradakı hava soyuyur və onun tərkibində olan doymuş su buxarı ifrat doymuş hala keçir. Bunun nəticəsində kondensasiya mərkəzlərində buxarın kondensə olunması üçün şərait yaranır. Baxılan halda kondensasiya mərkəzləri havanın ionlaşması nəticəsində alınan ionlar ola bilər. Belə ki, hər bir ion su molekullarını polyarlaşdıraraq özünə doğru cəzb edərək kondensasiyanı asanlaşdırır. Toz hissəcikləri də kondensasiya mərkəzi ola bildiyindən Vilson kamerasında olan havanı çox ciddi şəkildə bu hissəciklərdən təmizləyirlər.

Vilson kamerasında su buxarı ifrat doymuş halda olan zaman buraya düşən sürətli yüklü hissəcik kamera daxilində hərəkət edərək öz yolu boyunca ionlar zənciri yaradır. Hər bir ionda su damcısı əmələ gəlir və hissəciyin trayektoriyası dumanlı iz şəklində görünən olur. Kameranı kənardan güclü  $L$  lampası ilə işıqlandıraraq, kameranın şəffaf qapağından  $F$  fotoaparatu vasitəsilə həmin dumanlı izlərin fotosəklini almaq və sonra onları tədqiq etmək olar. Beləliklə, Vilson kamerası bir dənə hissəciyin (məsələn,  $\alpha$ - və ya  $\beta$ -



Шякил

hissəciyin) uçuş trayektoriyasını (izini) müşahidə etməyə imkan verir. Məhz buna görə də Vilson kamerasını "mikroaləmə açılmış pəncərə" adlandırırlar. Vilson kamerasında yaranmış dumanlı izlər uzun müddət qalmır. Belə ki, kameranın divarlarından istilik alaraq hava qızır və damcılar buxarlanır. Yenidən izlər almaq üçün kameranın daxilində olan ionları elektrik sahəsi vasitəsilə aradan çıxarmaq, havanı porşen vasitəsilə sıxmaq, sıxılma nəticəsində qızmış havanın soyumasını gözləmək, sonra havanı yenidən sürətlə genişləndirmək və təcrübəni təkrar etmək lazımdır.

P. L. Kapitsa və D. V. Skobeltsın Vilson kamerasını maqnit sahəsində yerləşdirməklə bir fiziki cihaz kimi onun imkanlarını xeyli artırmışlar. Belə ki, yüklü hissəciyin maqnit sahəsində trayektoriyası əyilir. Ona görə də izin əyilmə istiqamətinə əsasən hissəciyin yükünün işarəsini, izin əyrilik radiusunu ölçərək isə hissəciyin yükü və kütləsi məlum olduqda onun sürətini təyin etmək olar (E23).

Atmosfer təzyiqində havada  $\alpha$ -hissəciklər üçün izin uzunluğu təqribən 5 sm-dir və  $\beta$ -hissəciklər üçün izin uzunluğuna nisbətən çox kiçikdir.  $\alpha$ -hissəciklərin izi  $\beta$ -hissəciklərinə nisbətən xeyli enlidir. Bu isə göstərir ki,  $\beta$ -hissəciklərin ionlaşdırma qabiliyyəti azdır.

$\gamma$ -şüalar maqnit sahəsində meyl etmir və ona görə də Vilson kamerasında onların trayektoriyası mənbədən çıxan düz xətt şəklindədir. Fotoşəkillərdə belə düz xətt şəklində izlər yoxdur. Deməli,  $\gamma$ -şüalar öz yolunda ionlaşmış atomlar zənciri yaratmırlar.  $\gamma$ -şüaların maddəyə təsiri nadir hallarda onların atomlardan elektron qoparmasından ibarətdir.  $\gamma$ -şüaların enerjisi hesabına bu elektronlar böyük sürət alır və mühidə hərəkət edərək atomları ionlaşdırır. Belə elektronların kamera daxilində maqnit sahəsində əyilmiş trayektoriyaları fotoşəkillərdə aydın görünür. Bu elektronların əksəriyyəti kameranın divarlarından çıxır.

Qeyd etmək lazımdır ki, radioaktiv maddələrin əksəriyyəti yalnız bir növ hissəciklər, yəni yalnız  $\alpha$ -hissəciklər və ya yalnız  $\beta$ -hissəciklər buraxır. Bu hissəciklərin buraxılması əksər hallarda (lakin, həmişə yox)  $\gamma$ -şüaların buraxılması ilə müşayiət olunur.

Radioaktiv şüaların yuxarıda şərh olunan xassələri tədqiq olunduqdan sonra bu şüaların təbiətini müəyyən etmək məsələsi meydana çıxdı. Əvvəlcə maqnit sahəsində meyl etməyən  $\gamma$ -şüaları nəzərdən keçirək. Öz xassələrinə görə  $\gamma$ -şüalar rentgen şüalarına çox oxşayır. Rentgen şüaları kimi  $\gamma$ -şüalar da havanı ionlaşdırır, fotolövhyə təsir edir, maqnit sahəsində meyl etmir, kristallardan keçərkən difraksiyaya uğrayır və düşükləri ekranın maddəsinin atomlarının sıra nömrəsi böyük olduqca ekran tərəfindən daha çox udulurlar. Bir sıra radioaktiv maddələrin buraxdığı  $\gamma$ -şüaların nüfuzetmə qabiliyyəti tibbdə və texnikada istifadə olunan rentgen şüalarına nisbətən xeyli çoxdur. Lakin rentgen şüalarının nüfuzetmə qabiliyyəti (və ya deyildiyi kimi, sərtliyi), elektronları sürətləndirən gərginlik böyüdükcə, artır. Bir neçə milyon volt gərginliklə sürətlənən elektronlar tormozlandıqda nüfuzetmə qabiliyyətinə görə ən sərt  $\gamma$ -şüalardan heç də geri qalmayan rentgen şüaları yaranır.

$\gamma$ -şüaların və sərt rentgen şüalarının xassələrinin bir-birinə uyğun gəlməsi onların eyni təbiətli olmasını göstərir. Məlumdur ki, rentgen şüaları dalğa uzunluğu kiçik olan elektromaqnit dalğalarıdır. Deməli,  $\gamma$ -şüalar da dalğa uzunluğu çox kiçik, yəni kvantlarının  $\varepsilon = h\nu = hc/\lambda$  enerjisi çox böyük olan elektromaqnit dalğalarıdır. Digər elektromaqnit şüaları kimi  $\gamma$ -şüalar da işığın vakuumba sürətinə bərabər olan  $c = 300000 \text{ km/san}$  sürətlə yayılırlar. Eyni uzunluğa malik olan  $\gamma$ -şüalar ilə rentgen şüaları



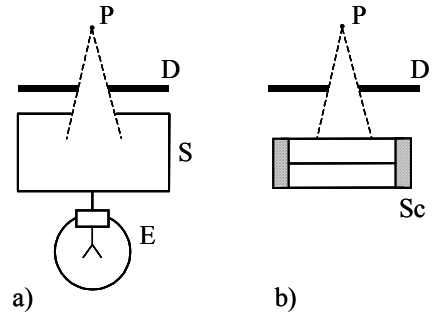
alınma üsulundan başqa heç nə ilə bir-birindən fərqlənmirlər.

Ölçmələr göstərir ki, müxtəlif radioaktiv maddələrin buraxdığı  $\gamma$ -şüaların kvantlarının enerjisi də müxtəlifdir. Belə ki, enerjisi bir neçə on kilo elektronvoltadan ( $keV$ ) bir neçə meqaelektronvolta ( $MeV$ ) qədər olan  $\gamma$ -kvantlar müşahidə olunur ki, bu da  $10^{-8}$ - $10^{-11}$  sm dalğa uzunluğu intervalına uyğun gəlir.

$\alpha$ - və  $\beta$ -hissəciklərin təbiətini müəyyən etmək üçün hər bir hissəciyin yükünü və kütləsini ayrılıqda ölçmək lazımdır.

Hissəciyin yükünün ölçülməsi prinsipcə, çox sadədir. Belə ki, hissəciklər dəstəsinin müəyyən zaman müddəti ərzində daşdığı  $Q$  yükünü ölçmək və onu bu müddət ərzində dəstədə keçən hissəciklərin  $n$  sayına bölmək lazımdır:  $q=Q/n$ .

$\alpha$ - və ya  $\beta$ -hissəciklərin yükünü sxemi 39.5 şəklinə verilmiş təcrübə ilə ölçmək olar. Sabit intensivliklə  $\alpha$ - və ya  $\beta$ -hissəciklər buraxan  $P$  radioaktiv preparatı  $D$  diafraqmasının qarşısında qoyulur və bu diafraqmadan hissəciklərin nazik dəstəsi keçir. Diafraqmadan keçən bütün hissəciklər həssas  $E$  elektrometrinə birləşdirilmiş və içərisi boş olan  $S$  silindrinə (Faradey silindrinə) daxil olur. Elektrometrin əqrəbinin meylinə əsasən silindrə daxil olan hissəciklər dəstəsinin ümumi  $Q$  yükü təyin olunur (şəkil 39.5a). Sonra isə preparatın və diafraqmanın vəziyyətini dəyişmədən silindr və elektrometri hissəcikləri sayan  $Sc$  sayğacı ilə əvəz edir (şəkil 39.5b) və  $Q$  yükünün ölçüldüyü zaman müddətinə bərabər olan müddət ərzində diafraqmadan keçən hissəciklərin  $n$  sayını tapırlar. Bu qayda ilə aparılan təcrübələr



Шякил

nəticəsində müəyyən edilmişdir ki,  $\alpha$ -hissəciklər elementar yükün iki mislinə bərabər olan müsbət,  $\beta$ -hissəciklər isə elementar yükə bərabər olan mənfi yükə malikdir.

$\alpha$ - və  $\beta$ -hissəciklərin sürəti məlum olmadığı üçün onların kütləsinin ölçülməsi ionların kütləsinin ölçülməsinə (E27) nisbətən çətindir. Sürəti məlum olmayan yüklü hissəciyin maqnit sahəsində meylinə əsasən bu hissəciyin kütləsini və sürətini ayrılıqda təyin etmək olmur və bu kəmiyyətlər arasında yalnız müəyyən əlaqə yaratmaq olur (E23). Digər belə bir əlaqə həmin yüklü hissəciyin əlavə olaraq elektrik sahəsində meylinə əsasən tapıla bilər (E21). Hissəciyin kütləsi və sürəti arasında əlaqə yaradan iki tənliyi bilərək, bu kəmiyyətlərin hər birini ayrılıqda təyin etmək olar (E24, 27).

Təcrübələrlə müəyyən edildi ki,  $\beta$ -hissəciyin kütləsi elektronun kütləsinə bərabərdir. Hissəciyin kütləsi onun hərəkət sürətindən asılı olduğu üçün bu fikir əslində aşağıdakı kimi ifadə olunmalıdır: sürətləri eyni olan elektron və  $\beta$ -hissəciyin kütləsi eynidir və ya elektronun və  $\beta$ -hissəciyin sükunət kütləsi eynidir.  $\alpha$ -hissəciklər üçün belə dəqiqləşdirməyə ehtiyac yoxdur. Çünki  $\alpha$ -hissəciklərin sürəti işıq sürətindən çox kiçik olduğu üçün  $\alpha$ -hissəciyin təcrübədə tapılan kütləsi praktik olaraq onun sükunət kütləsinə bərabər olur.

Yuxarıda göstərilidiyi kimi,  $\beta$ -hissəciyin yükü də elektronun yükünə bərabərdir. beləliklə, aydın olur ki,  $\beta$ -hissəciklər radioaktiv maddədən çıxan sürətli elektronlar selidir. Qeyd edək ki, bu nəticə əslində E25-dən də məlumdur.

$\beta$ -hissəciklərin sürəti müxtəlifdir və hətta işığın vakuumdakı sürətinin 99%-nə qədər

ola bilir. Buna uyğun olaraq  $\beta$ -hissəciklərin enerjisi bir neçə  $MeV$ -ə çatır.

Vilson kamerası ilə aparılan təcrübələr göstərdi ki,  $\beta$ -hissəciklərin böyük meylini yaradan elektrik və ya maqnit sahəsində  $\alpha$ -hissəciyin trayektoriyası demək olar ki, əyilmir. Buradan belə nəticə çıxarmaq olar ki,  $\alpha$ -hissəciyin kütləsi  $\beta$ -hissəciyin (yəni, elektronun) kütləsinə nisbətən çox böyükdür.

Nəhayət, maqnit sahəsində  $q/mv$  (E23), elektrik sahəsində isə  $q/mv^2$  (E21) ilə mütənasib olan meyllərinə əsasən  $\alpha$ -hissəciklərin sürətini və kütləsini təyin etmək olar. Radiumun buraxdığı  $\alpha$ -hissəciklərin sürəti üçün

$$v = 1,992 \cdot 10^4 \text{ km/san} \approx \frac{1}{15} c,$$

$\alpha$ -hissəciyin xüsusi yükü üçün isə

$$\frac{q_\alpha}{m_\alpha} = 0,482 \cdot 10^8 \text{ Kl/kq}$$

qiyməti alınır.  $q_\alpha = 2e$  olduğunu nəzərə alsaq,  $\alpha$ -hissəciyin kütləsi üçün

$$m_\alpha = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kq} = 4 \text{ a.k.v.}$$

tapırıq. Burada 1 a.k.v. =  $1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kq}$  – atom kütlə vahididir.

Digər tərəfdən

$$\frac{q_\alpha}{m_\alpha} = \frac{2e}{m_\alpha} = \frac{2eN_A}{m_\alpha N_A} = \frac{2F}{M_\alpha} = 0,482 \cdot 10^8 \frac{\text{Kl}}{\text{kq}}$$

$$\frac{F}{M_{1H}} = 0,96 \cdot 10^8 \frac{\text{Kl}}{\text{kq}}$$

olduğundan ( $F$  – Faradey sabiti,  $M_\alpha$  – 1 mol  $\alpha$ -hissəciyin kütləsi,  $M_{1H}$  – hidrogenin molyar kütləsidir)

$$\frac{F}{M_{1H}} : \frac{2F}{M_\alpha} = \frac{M_\alpha}{2M_{1H}} = \frac{0,96 \cdot 10^8}{0,482 \cdot 10^8} = 2$$

yaza bilərik. Buradan

$$\frac{M_\alpha}{M_{1H}} = 4, M_\alpha = 4M_{1H} = M_{4He}, m_\alpha = m_{He}$$

alırıq, yəni  $\alpha$ -hissəciyin kütləsi helium atomunun kütləsinə bərabərdir. Deməli,  $\alpha$ -hissəciklər təsirsiz qaz olan heliumun ikiqat müsbət ionlarıdır:  $He^{2+}$ . Əgər bu, doğrudan da belədirsə, onda yavaş hərəkət edən  $\alpha$ -hissəciklər özlərinə elektron birləşdirərək helium qazı əmələ gətirməlidir. Bu hadisəni təcrübə yolu ilə ilk dəfə Rezerford müşahidə etdi. O, radioaktiv maddə olan radon qazını şüşə ampulaya doldurulmuş və bu ampulanı qalın divarlı və böyük həcmli qapalı qabda yerləşdirmişdi. Ampulanın divarları elə nazik idi ki, onun içərisində olan radon qazının buraxdığı bütün  $\alpha$ -hissəciklər həmin divarlardan keçərək xaricə çıxa bilirdilər. Bir neçə gündən sonra spektral analiz yolu ilə xarici qabda doğrudan da heliumun olduğu aşkar edildi. Beləliklə, Rezerfordun bu təcrübəsi təkzibolunmaz şəkildə isbat etdi ki,  $\alpha$ -hissəciklər heliumun böyük sürətlə hərəkət edən ikiqat müsbət ionlardır (müasir təsəvvürlərə görə helium atomlarının nüvələridir).  $\alpha$ -hissəciklərin sürəti  $\beta$ -hissəciklərin sürətinə nisbətən çox kiçikdir və 10000-20000  $km/san$  intervalında dəyişir.  $\alpha$ -hissəciklərin kinetik enerjisi isə 4-10  $MeV$  intervalında qiymət alır.

Atomun daxilində müsbət yükün paylanma xarakterinin öyrənilməsində atomların  $\alpha$ -

hissəciklərlə "zondlanması"na aid aparılmış təcrübələr atom fizikasında mühüm əhəmiyyət kəsb etmişdir.

#### Ə40. Atom haqqında ümumi məlumat. İzotoplar

Atom yunanca "atomos" sözündən götürülmüş və bölünməz deməkdir. Hələ eramızdan xeyli əvvəl yaşamış qədim yunan alimləri (Demokrit və b.) təbiətdəki bütün cisimlərin xırda və bölünməz xüsusi hissəciklərdən, yəni atomlardan ibarət olması haqqında fikir söyləmişdilər. Məhz bu fikrə əsaslanaraq bu gün də kimyada və fizikada belə hesab olunur ki, bütün cisimlər atom və molekul adlanan ayrı-ayrı çox kiçik hissəciklərdən təşkil olunmuşdur. Atom dedikdə kimyəvi elementin fiziki və kimyəvi xassələrini müəyyən edən ən kiçik hissəcik başa düşülür. Molekul isə atomlardan təşkil olunmuş daha mürəkkəb hissəcikdir.

XIX əsrin axırına qədər atomun bölünməzliyi haqqında fərziyyə elmdə əsas götürülür və belə hesab edilirdi ki, atomlar maddənin sadə və bölünməz hissəcikləridir. Lakin elmin sonrakı inkişafı atomun bölünməzliyi haqqındakı təsəvvürlərin doğru olmadığını göstərdi. Müəyyən edildi ki, atom heç də sadə hissəcik olmayıb, xeyli mürəkkəb olan quruluşa malikdir. Optika, xüsusi halda isə işığın elektromaqnit nəzəriyyəsi bu müddəanın doğru olduğunu göstərirdi. İsbat edilmişdi ki, elektromaqnit dalğaları və deməli, işıq elektrik yüklərinin təcillə hərəkət etməsi nəticəsində buraxılır. Həm də məlum idi ki, maddənin atomları da görünən elektromaqnit dalğaları buraxır və özü də hər bir elementin atomları üçün xarakteristik olan şüalanma, yəni spektr alınır (Ə38). Buradan təbii olaraq belə nəticə çıxır ki, atomların daxilində hərəkət edə bilən elektrik yükləri olmalıdır. Metalların və qazların elektrik keçiriciliyinin, termoelektron emissiyasının, fotoeffektin və təbii radioaktivliyin (Ə39) öyrənilməsi göstərdi ki, atomların tərkibində kütləsi atomun kütləsinə nisbətən çox kiçik olan mənfi yüklü hissəciklər – elektronlar vardır. Atom bütövlükdə elektroneytral olduğu üçün atomun daxilində elektronlarla yanaşı müsbət yüklü hissəciklər də mövcud olmalıdır. Beləliklə, atomlar daha sadə hissəciklərdən təşkil olunmuş mürəkkəb hissəciklərdir. Atomun tərkib hissələri elektronlardan və sonra görəcəyimiz kimi, müsbət yüklü nüvədən ibarətdir. Nüvənin özü də müsbət yüklü zərrəciklərdən – protonlardan və yüksüz zərrəciklərdən – neytronlardan təşkil olunmuşdur və daha mürəkkəb quruluşa malikdir.

Atomlar molekullara nisbətən daha dayanıqlı və möhkəm sistemlərdir. Doğrudan da, hər bir molekulu nisbətən asanlıqla onu təşkil edən atomlara ayırmaq olar. Bu məqsədlə maddəni, məsələn, qızdırmaq kifayətdir. Belə ki, qaz halında olan azotu və ya hidrogeni təqribən 2000 °S temperatura qədər qızdırdıqda  $N_2$  və ya  $H_2$  molekullarının əksər hissəsi uyğun atomlara parçalanır. Bu zaman həm də qeyd etmək yerinə düşər ki,  $N_2$  və  $H_2$  təbiətdə ən möhkəm molekullar sırasına aiddir. Otaq temperaturunda və ya azacıq qızdırdıqda ammonium xlorid ( $NH_4Cl$ ) molekulu, məsələn, ammonyaka ( $NH_3$ ) və hidrogen xloridə ( $HCl$ ) parçalanır. Bir parça metal natriumu suya atdıqda baş verən kimyəvi reaksiya nəticəsində su molekulu ( $H_2O$ ) parçalanır, qaz halında hidrogen ( $H_2$ ) ayrılır və aşındırıcı  $NaOH$  yaranır, yəni molekulların radikal (kəskin) çevrilməsi baş verir. Atomların isə belə çevrilmələrini həyata keçirmək uzun müddət mümkün olmamışdı. Çox güclü təsirlər (qızdırma, təzyiqin dəyişməsi, güclü elektrik boşalmalarının buraxılması və s.) atomların yalnız çox kiçik dəyişməsinə səbəb olur: məsələn, atomlar ionlaşırlar, yəni onlardan bir və ya bir neçə elektron qopa bilir.

İon onu atomdan fərqləndirici bəzi xüsusiyyətlərə malik olsa da, o, atomun əsas xassələrini özündə saxlayır; özünə elektronlar birləşdirərək ion yenidən çox asanlıqla neytral atoma çevrilə bilər. Atoma müxtəlif kimyəvi və fiziki təsirlər yolu ilə bir atomu digərinə çevirmək, xüsusən də "nəcib olmayan" elementlərdən qızıl almaq üçün əlkimyaçıların uzun müddət göstərdikləri cəhdlər boş çımışdır. Yalnız son dövrlərdə bir elementin atomlarının dərin dəyişikliklərə uğrayaraq digər elementlərin atomlarına çevrilməsi ilə nəticələnən hadisələr kəşf olunmuşdur. Bu hadisələr radioaktiv əvrilmələr və nüvə reaksiyalarına aiddir və nüvə fizikasında öyrənilir.

Atom və molekulların ölçüləri çox kiçik olduğu üçün onları bilavasitə görmək mümkün deyildir. Lakin son dövrlərdə ion proyektoru və ya ion mikroskopu adlanan cihaz vasitəsilə ayrı-ayrı atomların xəyallarını almaq və ölçülərini qiymətləndirmək mümkün olmuşdur. Müəyyən edilmişdir ki, atom və molekulların ölçüləri  $10^{-8}$  sm, kütləsi isə  $10^{-26}$  kq tərtibindədir.

Atom və molekulların kütləsi çox kiçik olduğundan praktikada onların kütləsinin ədədi qiymətindən deyil, nisbi qiymətindən istifadə etmək əlverişli olur. Beynəlxalq razılaşmaya görə hər bir atom və molekulun kütləsi karbon atomunun kütləsinin  $1/12$  hissəsi ilə müqayisə olunur. Verilmiş maddənin bir dənə molekulunun (atomunun)  $m_0$  kütləsinin karbon atomunun  $m_{0C}$  kütləsinin  $1/12$ -nə olan nisbətinə bu maddənin nisbi molekul (atom) kütləsi  $M_r$  deyilir:

$$M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12}m_{0C}}. \quad (40.1)$$

Nisbi kütlə  $M_r$  adsız kəmiyyətdir və baxılan maddənin bir dənə molekulunun (atomunun) kütləsinin karbon atomunun kütləsinin  $1/12$ -dən neçə dəfə fərqləndiyini göstərir.

Atom və molekulların ölçüsü çox kiçik olduğu üçün istənilən makroskopik cisimdə atom və molekulların sayı da çox böyük ədədlərlə ifadə olunduğundan, onların nisbi sayını göstərmək daha əlverişlidir. Bu məqsədlə, verilmiş cisimdə olan atom və molekulların sayını  $0,012$  kq karbondakı atomların sayı ilə müqayisə etmək qəbul olunmuşdur. Cisimdəki atom və molekulların sayı maddə miqdarı adlanan fiziki kəmiyyətlə ifadə olunur. Verilmiş cisimdəki molekulların (atomların)  $N$  sayının  $0,012$  kq karbondakı atomların  $N_A$  sayına olan nisbətində maddə miqdarı deyilir.

$$\nu = \frac{N}{N_A}. \quad (40.2)$$

BS vahidlər sistemində maddə miqdarının vahidi  $1$  mol adlanır.  $0,012$  kq karbondakı atomların sayı qədər molekul (atom) daxil olan maddə miqdarına  $1$  mol deyilir.

$1$  mol maddədə olan atom və ya molekulların  $N_A$  sayına XIX əsrdə yaşamış italiya alimi Avoqadronun şərəfinə, Avoqadro ədədi deyilir. Tərifindən görüldüyü kimi, bütün maddələr üçün  $N_A$  Avoqadro ədədi eyni olub  $1$  mol, yəni  $0,012$  kq karbondakı atomların sayına bərabərdir. Ona görə də karbon atomunun  $m_{0C}$  kütləsini bilərək, Avoqadro ədədini tapmaq olar. Müəyyən edilmişdir ki,  $m_{0C}=1,995 \cdot 10^{-26}$  kq-dır. Onda

$$N_A = \frac{0,012 \frac{kq}{mol}}{m_{0C}} = \frac{0,012}{1,995 \cdot 10^{-26}} \frac{1}{mol} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad (40.3)$$

alarıq.

(40.1) düsturu ilə təyin olunan  $M_r$  nisbi molekul (atom) kütləsi anlayışından başqa molyar kütlə  $M$  anlayışından da geniş istifadə olunur. Maddənin 1 molunun kütləsinə həmin maddənin molyar kütləsi deyilir, yəni maddənin molyar kütləsi  $M$  onun bir dənə molekulunun (atomunun)  $m_0$  kütləsi ilə  $N_A$  Avogadro ədədinin hasilinə bərabərdir:

$$M = m_0 N_A \quad (40.4)$$

BS sistemində molyar kütlənin vahidi  $1 \frac{kg}{mol}$ -dur.  $M$  molyar kütləni  $M_r$  nisbi molekul kütləsi ilə ifadə etmək olar. Bu məqsədlə (40.1) və (40.3) düsturlarından  $m_0$  və  $N_A$  üçün ifadələri (40.4)-də nəzərə almaq lazımdır. Onda

$$M = 10^{-3} M_r \text{ (kg/mol)} \quad (40.5)$$

olur.

İstənilən  $\nu$  maddə miqdarının  $m$  kütləsini (40.2) və (40.3) düsturlarını nəzərə almaqla

$$m = m_0 N = m_0 \nu N_A = \nu M \quad (40.6)$$

kimi təyin etmək olar. Buradan  $\nu$  maddə miqdarı üçün (40.2) ilə yanaşı

$$\nu = \frac{m}{M} \quad (40.7)$$

kimi praktik cəhətdən daha əlverişli olan ifadə alınır.

Avogadro ədədi atom fizikasında çox mühüm sabitlərdən biridir. Belə ki, Avogadro ədədini bilərək hər bir atomu xarakterizə edən kəmiyyətləri (kütlə, ölçü, ionun yükü və s.) tapmaq olar. Ona görə də Avogadro ədədinin dəqiq təyin olunması böyük prinsiplial əhəmiyyət kəsb edir. Avogadro ədədini təyin etmək üçün müxtəlif fiziki hadisələrə mayədə və ya qazda xırda hissəciklərin broun hərəkətini, radioaktivliyi, işığın qazlarda səpilməsini və s. misal göstərmək olar. Lakin Avogadro ədədinin təyini üçün rentgen şüalarının difraksiyasına əsaslanmış metod (E37) hal-hazırda ən dəqiq metod hesab olunur. Avogadro ədədini təyin etmək üçün istifadə olunan müxtəlif metodlar vasitəsilə eyni bir qiymət alınır ki, bu da maddənin atomlardan ibarət olmasını inandırıcı şəkildə sübut edən mühüm faktır.

Atomların ölçüsünü qiymətləndirmək üçün müxtəlif aqreqat hallarında maddənin sıxılmasındakı kəskin fərqlərə diqqət yetirək. Boyle-Mariot qanununa görə məlumdur ki, qazın həcmi 1% azaltmaq üçün onun təzyiqini 1% artırmaq kifayətdir. Bərk cisimlərdə və mayələrdə isə həcm 1% azaldılması üçün təzyiqin bir neçə yüz atmosfer təzyiqi qədər artırılması tələb olunur. Bu fərq onunla izah olunur ki, qazlarda molekullar bir-birindən öz ölçülərinə nisbətən xeyli böyük olan məsafələrdə yerləşirlər və onların bir-birinə yaxınlaşmasına istilik hərəkəti mane olur. Bir-birindən böyük məsafələrdə yerləşmiş qaz molekulları arasındakı qarşılıqlı təsir qüvvələri isə nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçikdir. Mayələrdə və bərk cisimlərdə isə əksinə, atomlar (və ya molekullar) bir-birinə çox yaxın yerləşmişdir və ona görə də bu cisimlərdə atomlar (molekullar) bir-birinə yaxınlaşdıqda onlar arasında böyük itələmə qüvvələri meydana çıxır ki, bu da həcmi kiçilməsini çətinləşdirir. Beləliklə, bərk və ya maye cisimlərdə qonşu atomların mərkəzləri arasındakı məsafəni təqribi olaraq atomun xətti ölçüsünə (diametrinə) bərabər hesab etmək olar.  $N_A$  Avogadro ədədini bilərək isə bu məsafəni tapmaq mümkündür. Doğrudan da, 1 mol maddədə  $N_A$  sayda atom vardır (xatırladaq ki, E35-də 1 mol NaCl

maddəsində  $N_A$  sayda  $NaCl$  molekulu,  $2N_A$  sayda atom olduğu nəzərə alınmaqla kristal qəfəsdə atomlar arasındakı məsafə hesablanmışdır) və onun həcmi  $M/\rho$ -ya bərabərdir. Burada  $\rho$  – maddənin sıxlığı,  $M$  – molyar kütləsidir. Bu 1 mol maddənin kub şəklində olduğunu fərz etsək, belə kubun bir tili üzərində  $\sqrt[3]{N_A}$  sayda atom yerləşmiş olar və həmin tilin uzunluğunu da bu kubun həcmnin kub kökünə, yəni  $\sqrt[3]{M/\rho}$ -ya bərabər götürülə bilər. Beləliklə, kubun tilinin uzunluğunu bu tilin üzərində yerləşən atomların sayına bölərək, iki qonşu atomun mərkəzləri arasındakı orta məsafəni tapırıq ki, bu da atomun təqribi ölçüsünə bərabər olur  $(35.1)$  düsturu ilə müqayisə et/:

$$d = \frac{\sqrt[3]{M/\rho}}{\sqrt[3]{N_A}} = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}}. \quad (40.8)$$

Maye hidrogen üçün ( $T=24 K$ )  $M=10^{-3} kq/mol$  və  $\rho=86 kq/m^3$  olduğunu bilərək (40.8) düsturuna əsasən  $d=2,7 \cdot 10^{-8} sm$  tapırıq. Digər maddələr üçün də buna oxşar nəticələr alınır.

Avoqadro ədədini bilərək verilmiş maddənin bir dənə atomunun (molekulunun) kütləsini də

$$m_0 = \frac{M}{N_A} \quad (40.9)$$

düsturuna əsasən tapmaq olar. (40.9) düsturu kimyəvi elementin atomunun kütləsinin orta qiymətini təyin edir. Lakin ionların xüsusi yükünü təyin etmək üçün kütlə spektroqları (E27) vasitəsilə aparılan təcrübələrlə müəyyən edilmişdir ki, eyni bir kimyəvi elementin atomlarının kütləsi heç də həmişə eyni olmur. Eyni kimyəvi elementin müxtəlif kütləli atomları bu elementin izotopları adlanır. İzotoplar kimyəvi xassələrinə görə bir-birindən fərqlənmirlər.

Təbiətdə ən kiçik kütləli atom hidrogen atomudur. Hidrogen üçün atom kütləsinin  $M_H \approx 10^{-3} kq/mol$  olduğunu (40.9)-da nəzərə alsaq, hidrogen atomunun  $m_H$  kütləsi üçün

$$m_H \approx \frac{10^{-3} kq/mol}{6,02 \cdot 10^{23} mol^{-1}} = 1,66 \cdot 10^{-27} kq \quad (40.10)$$

qiymətini tapırıq. Həqiqətdə isə hidrogen üçün  $M_H=1,008 \cdot 10^{-3} kq/mol$  olduğundan  $m_H$  bir qədər böyük alınır.

Atom fizikasında elektrik yükü vahidi olaraq elementar yük ( $e=1,6 \cdot 10^{-19} Kl$ ), kütlə vahidi olaraq atom kütlə vahidi (*a.k.v.*) və enerji vahidi olaraq elektronvolt (*eV*) istifadə edilir.

Karbon atomunun  $m_{0C}$  kütləsinin 1/12 hissəsi atom kütlə vahidi adlanır, yəni

$$1 a.k.v. = \frac{1}{12} m_{0C} = \frac{1}{12} \cdot \frac{M_C}{N_A} = \frac{1}{12} \cdot \frac{12 \cdot 10^{-3} kq/mol}{6,02 \cdot 10^{23} mol^{-1}} = 1,66 \cdot 10^{-27} kq \quad (40.11)$$

Buradan görünür ki, 1 *a.k.v.* atom kütləsi  $M=10^{-3} kq/mol$  olan (və ya nisbi atom kütləsi  $M_r=1$ ) elementin bir dənə atomunun kütləsinə bərabərdir. Ona görə də atomun kütləsinin *a.k.v.* ilə ifadə olunmuş qiyməti (dəqiq desək, orta qiyməti) uyğun kimyəvi elementin nisbi atom kütləsinə ( $M_r$ ) bərabərdir. Təbiətdə  $M_r=1$  olan element yoxdur. Yalnız hidrogen atomu üçün  $M_r=1,008$  olub. 1-dən çox az fərqlənir. Deməli, hidrogen atomunun

kütləsi  $m_H=1,008$  a.k.v.-dir.

Elementar  $e$  yükünə malik olan hissəciyin (məsələn, elektronun) 1  $V$  potensiallar fərqi keçməsi nəticəsində qazandığı enerji 1  $eV$  adlanır:

$$1 eV=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Kl} \cdot 1 V=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C.} \quad (40.12)$$

(40.12) ifadəsinə əsasən yalnız yüklü hissəciklərin deyil, həm də elektroneytral hissəciklərin malik olduğu enerjini də  $eV$  vahidi ilə ifadə etmək olar. Məsələn,  $10^3$  m/s sürətlə hərəkət edən oksigen atomunun ( $m_0=16$  a.k.v.) kinetik enerjisi

$$E_{\kappa} = \frac{m_0 v^2}{2} = \frac{16 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 10^6 \text{ C}}{2} =$$

$$= 1,33 \cdot 10^{-21} \text{ C} = \frac{1,33 \cdot 10^{-21}}{1,6 \cdot 10^{-19}} eV = 0,083 eV$$

olar.

Atomların kütləsini təyin etmək üçün kütlə spektroqraflarından (E27) istifadə olunur. Misal olaraq neon atomunun müsbət ionlarının kütləsinin təyin edilməsindən alınan nəticələri nəzərdən keçirək. Hər şeydən əvvəl onu qeyd edək ki, elektronun kütləsi çox kiçik olduğundan neytral neon atomunun kütləsi praktik olaraq neonun müsbət ionunun kütləsinə bərabərdir. 40.1 şəklində neonun müsbət ionları üçün alınmış kütlə-spektrogramı verilmişdir. Bu spektrogramda müxtəlif intensivliyə malik olan üç dənə  $A$ ,  $B$  və  $C$  zolaqları aydın görünür. Bu zolaqların yarıqdan olan məsafələrini müqayisə edərək tapmışlar



A B C

ki,  $A$ ,  $B$  və  $C$  zolaqlarına uyğun gələn  $\frac{m}{e}$  kəmiyyətlərinin nisbəti

20:21:22 kimidir. Üç dənə zolağın alınmasını ionların müxtəlif yükə malik olması ilə izah etmək olmaz. Çünki neon ionunun

yükü bir neçə elementar yükə bərabər ola bilər. Doğrudan da neon atomunda cəmi 10 elektron vardır (Mendeleev cədvəlində sıra nömrəsi  $Z=10$ ) və kütlə spektrogramının ionlaşma kamerasında baş verən qaz boşalması şəraitində bu atomdan əksər hallarda bir və çox nadir hallarda ən çoxu iki elektron qopa bilər. Ona görə də yüklərin nisbəti 3:2:1

ola bilər və  $\frac{1}{20} : \frac{1}{21} : \frac{1}{22} = 22 : 21 : 20$  kimi heç vaxt ola bilməz. Beləliklə, yalnız onu

qəbul etmək qalır ki,  $A$ ,  $B$  və  $C$  zolaqları eyni yükə malik, lakin kütlələrinin nisbəti 20:21:22 kimi olan müxtəlif kütləli ionlar tərəfindən yaradılmışdır. Məlumdur ki, neon üçün  $M_r=20,2$  və deməli, neon atomunun kütləsinin orta qiyməti 20,2 a.k.v.-dir.  $A$ ,  $B$  və  $C$  zolaqlarını yaradan ionların kütlələri isə, uyğun olaraq, 20, 21 və 22 a.k.v.-nə bərabərdir. Deməli, belə nəticəyə gəlmək olar ki, neon elementi kütlələri ilə bir-birindən fərqlənən üç növ atomun, yəni üç növ izotopun qarışığından ibarətdir. Kütlə spektrogramında zolaqların qaralma intensivliyini müqayisə edərək, təbii neonda müxtəlif izotopların nisbi miqdarını tapmaq olar. Kütlələri 20, 21 və 22 a.k.v. olan neon atomlarının (izotoplarının) miqdar nisbəti 90:0,3:9,7 kimidir. Onda neon atomunun kütləsinin orta qiyməti

$$m = \frac{20 \cdot 90 + 21 \cdot 0,3 + 22 \cdot 9,7}{90 + 0,3 + 9,7} = 20,2 \text{ a.k.v.}$$

olar. Neon atomunun kütləsi üçün tapılmış bu orta qiymətin təcrübədən tapılmış qiymətlə üst-üstə düşməsi neon elementinin üç izotopun qarışığı olması haqqında təsəvvürün

Шякил

doğruluğunu sübut edir. Qeyd etmək vacibdir ki, müxtəlif mənbələrdən (atomosferdən, dağ suxurlarından və s.) götürülmüş neon nümunələrinin hamısında kütləsi 20, 21 və 22 *a.k.v.* olan atomların miqdar nisbətləri eyni olmuşdur. Adi fiziki və kimyəvi proseslər (məsələn, mayələşmə, buxarlanma, diffuziya və s) zamanı bu nisbət dəyişmir və ya çox az dəyişir. Bu isə neonun üç müxtəlif növ izotopunun öz xassələrinə görə demək olar ki, eyni olduğunu göstərir. Lakin bəzi hallarda eyni bir elementin izotopları bir sıra fiziki xassələrinə görə /radioaktivlik (E39), zəncirvari nüvə reaksiyası və s./ kəskin fərqlənirlər.

İzotopların olması təkcə neona xas olan xüsusiyyət deyildir. Bir çox kimyəvi elementlər iki və daha çox izotopların qarışığından ibarətdir. 40.1 cədvəlində bəzi elementlərin izotop tərkibi göstərilmişdir. Bu cədvəldən görünür ki, bütün elementlərin izotoplarının kütlələri *a.k.v.*-nin tam mislləri ilə ifadə olunur. Bunun səbəbi nüvə fizikasında aydın olur. Belə ki, atom nüvəsini təşkil edən proton və neytronların hər birinin sükunət kütləsi 1 *a.k.v.*-nə çox yaxın olduğundan izotopun kütləsi nüvədəki proton və neytronların ümumi sayına, yəni tam ədədə bərabər olur. Daha dəqiq ölçmələr göstərir ki, izotopların kütləsinin tam ədədlə ifadə olunması təqribi xarakter daşıyır və kütlənin qiyməti vergüldən sonra 2-4-cü rəqəmlərlə tam ədəddən fərqlənir. Bir sıra məsələlərdə, xüsusilə nüvə reaksiyalarının öyrənilməsində izotopların kütləsinin qiymətinin tam ədəddən az da olsa fərqlənməsi mühüm rol oynayır.

Bir çox hallarda izotopun kütləsinin *a.k.v.*-nin tam misllərinə yuvarlaqlaşdırılmış qiymətindən istifadə etmək praktik cəhətdən əlverişli olur. İzotopun *a.k.v.* ( $M_r$ , nisbi atom kütləsi) ilə kütləsinin tam ədədə yuvarlaqlaşdırılmış qiymətinə kütlə ədədi  $A$  deyilir.

İzotopları işarə etmək üçün uyğun kimyəvi elementin  $X$  işarəsinin sol tərəfində yuxarı indeks kimi  $A$  kütlə ədədi, aşağı indeks kimi isə bu elementin Mendeleev cədvəlindəki sıra nömrəsi yazılır:  ${}_Z^A X$ . Məsələn, neonun izotopları  ${}_{10}^{20}Ne$ ,  ${}_{10}^{21}Ne$  və  ${}_{10}^{22}Ne$  kimi işarə edilir.

Verilmiş kimyəvi elementin bütün izotopları eyni bir kimyəvi reaksiyalara girir və həll olunması, uçuculuğu və digər xassələri demək olar ki, eyni olan kimyəvi birləşmələr əmələ gətirir. Kimyada elementləri bir-birindən fərqləndirmək üçün adətən bu xassələrdən istifadə edildiyinə görə, kimyəvi reaksiyalar zamanı maddələrin özünü necə aparmasındakı fərqlərə əsaslanan adi kimyəvi metodlar eyni bir elementin izotoplarını bir-birindən ayırmaq üçün yaramır. Məhz buna görə də izotopların ayrılması kimyəvi elementlərin ayrılması ilə müqayisədə çox çətin bir məsələdir.

İzotopların ayrılması ilk dövrlərdə kütlə spektroqrafi vasitəsilə həyata keçirilirdi (E27). Yuxarıda gördüyümüz kimi, spektroqrafin fotolövhəsində hər bir izotopa məxsus zolaq alınır və bu zolaqların qaralması intensivliyinə görə izotopların faizlə miqdarını da təyin etmək olar. Lakin bu cihazın məhsuldarlığı çox azdır. Ayrılmış izotopların böyük miqdarını almaq üçün konstruksiyası ilə fərqlənən və daha böyük ölçülərə malik olan kütlə spektroqrafından istifadə olunur. Bu cihazlarda izotopların qəbuledicisi kimi fotolövhədən deyil, ionların düşdüyü yerlərdə yarıqları olan xüsusi qablardan istifadə olunur. İzotopların faizlə miqdarı kütlə spektrometrləri (E27) vasitəsilə nisbətən asan və dəqiq təyin edilir. Bütün kütlə spektrometrlərinin xarakterik cəhəti də məhz bundan ibarətdir.



### Bəzi elementlərin izotop tərkibi

Element	Yuvarlaqlaşdırılmış nisbi atom kütləsi	İzotoplar	
		Yuvarlaqlaşdırılmış kütlə ( <i>a.k.v.</i> )	Miqdarı (%)
Hidrogen	1	1	99,986
		2	0,014
Oksigen	16	16	99,76
		17	0,04
		18	0,20
Xlor	35,5	35	75
		37	25
Uran	238	234	0,006
		235	0,720
		238	99,274

Son dövrlərdə nüvə (atom) enerjisinin istehsalı ilə əlaqədar olaraq, izotopların ayrılması məsələsi böyük əhəmiyyət kəsb edir. Ona görə də izotopları ayırmaq üçün digər metodlar da təklif olunmuşdur ki, bunlara da misal olaraq izotopların elektromaqnit, diffuziya, termodiffuziya, fraksiyon buxarlanma, mübadilə reaksiyaları, mərkəzdənqaçma və s. üsullarla ayrılmasını göstərmək olar. Bu üsulların bir çoxunda belə bir faktıdan istifadə olunur ki, qaz və maye qarışığında müxtəlif hissəciklərin orta kinetik enerjisi eyni olduğundan kütləsi kiçik olan hissəciyin orta sürəti böyük olmalıdır. Ona görə də ağır izotopun atomlarına nisbətən yüngül izotopun atomlarının orta sürəti böyük olur və onlar məsələli arakəsmələrdən, məhlullarda və s. daha tez diffuziya edirlər.

Hidrogenin ağır izotopu, yəni  ${}^2_1H$  və ya *D* kimi işarə edilən deuterium müasir fizikada və kimyada çox mühüm rol oynayır. Deuteriumun xüsusi əhəmiyyəti onunla əlaqədardır ki, o, atom kütləsi əsas izotopun atom kütləsindən 2 dəfə (100%) fərqlənən yeganə izotopdur. Digər elementlər üçün isə ağır izotopun atom kütləsi yüngül izotopun atom kütləsindən çox az fərqlənir (məsələn, neon üçün bu fərq 5 və ya 10%-dir). Məhz buna görə də, izotoplar üçün ümumi olan qaydadan fərqli olaraq, hidrogenin bu iki izotopu müxtəlif fiziki və kimyəvi proseslərdə özlərini tamamilə fərqli aparır.

Təbiətdə təsadüf olunan hidrogenin tərkibində ağır hidrogenin miqdarı çox az olub 0,02%-dir. Deuterium cəmlənmiş halda yalnız ağır su şəklində alınır. Yalnız hidrogen yox, oksigen də izotoplara ( ${}^{16}_8O$ ,  ${}^{17}_8O$ ,  ${}^{18}_8O$ ) malik olduğundan, suyun molekulları arasında izotopların müxtəlif kombinasiyalarına təsadüf olunur. Məsələn,  $D_2O^{16}$ ,  $HDO^{16}$ ,  $H_2O^{18}$ ,  $D_2O$  və s. Lakin ağır su dedikdə, yalnız  $D_2O^{16}$  molekullarından ibarət su başa düşülür.

40.2 cədvəlindən görüldüyü kimi, ağır suyun fiziki xassələri adi və ya yüngül suyun fiziki xassələrindən fərqlənir.

### Ağır ( $D_2O$ ) və yüngül ( $H_2O$ ) suyun bəzi fiziki xassələri

Xassə	$D_2O$	$H_2O$
Sıxlıq, ( $q/sm^3$ )	1,1059	0,9982
Donma temperaturu, ( $^{\circ}S$ )	3,82	0,00
Qaynama temperaturu, ( $^{\circ}S$ )	101,42	100,00
Maksimum sıxlığa malik olduğu temperatur, ( $^{\circ}S$ )	11,60	4,00
Özlülük, ( $10^3 SQS$ )	12,60	10,09
Səthi gərilmə, ( $dn/sm$ )	67,8	72,75
Sındırma əmsali	1,32844	1,33300

Deyteriumun kəşfindən sonra müəyyən olundu ki, sulu məhlulların elektrolizi zamanı su deyteriumla, qaz şəklində ayrılan hidrogen isə yüngül izotopla zənginləşir. Praktiki təmiz olan (99,9%  $D_2O$ ) ağır suyun elektroliz yolu ilə alınması metodu məhz buna əsaslanır. Elektroliz zamanı ağır su adi suya nisbətən ləng ayrılır. Həm də adi suyun tərkibində ağır suyun miqdarı çox az ( $\sim 10^{-2}\%$ ) olduğundan onun ayrılması kifayət qədər çətinidir. Hal-hazırda böyük miqdarda ağır su xüsusi zavodlarda elektroliz prosesi ilə mübadilə reaksiyasının birgə kombinasiyasından istifadə etməklə alınır. Əgər sudakı hidrogenin qaz halında olan hidrogendəki deyteriumla mübadilə olunması ilə gedən mübadilə reaksiyası katalizatorun iştirakı ilə aparılırsa, onda tarazlıq halında sudakı deyteriumun konsentrasiyası qaz fazasında olduğundan təqribən üç dəfə çox olur.

Ağır suyun alınması prosesinin sxemi aşağıdakı kimidir. Kolonkanın (borunun) yuxarı hissəsinə verilən su aşağı tökülərək yuxarı qalxan və hidrogenlə qarışdırılmış su buxarı ilə qarşılaşır. Katalizator olduqda hidrogenlə su buxarı arasında mübadilə reaksiyasının baş verməsi nəticəsində deyteriumun bir hissəsi buxarda toplanır və sonra o, suya keçir. Kolonkanın aşağı hissəsində suyun elektrik cərəyanı vasitəsilə parçalanması baş verir və özü də bu zaman suyun parçalanmış hissəsində deyteriumun konsentrasiyası artmaqda davam edir, hidrogen isə buxarla birlikdə yuxarı qalxaraq, aşağıya tökülən suya qarşı hərəkət edir. Bu növ kolonkalar kaskad şəklində birləşdirilir. Ağır suyun alınması böyük miqdar elektrik enerjisinin sərf olunması ilə əlaqədar olduğundan ağır su almaq üçün zavodlar ucuz elektrik enerjisi alına bilən yerlərdə qurulur (hidroelektrik qurğular).

40.2 cədvəlindən görüldüyü kimi, öz xassələrinə görə ağır su adi sudan xeyli fərqlənir. Ağır suda bioloji proseslər adi sudakından fərqli şəkildə baş verir. Məhz buna görə də Yer planetində tarixən adi suya öyrəşmiş orqanizmlərin qidalanması üçün ağır su yararlıdır.

40.3 cədvəlində stabil izotoplar və onların yayılma dərəcəsi verilmişdir.

Cədvəl 40.3.

## Stabil izotoplar və onların yayılması

İşarəsi	Sıra nömrəsi	Kütlə ədədi	Nisbi yayılması, %	İşarəsi	Sıra nömrəsi	Kütlə ədədi	Nisbi yayılması, %
1	2	3	4	5	6	7	8
H	1	1	99,986	Na	11	23	100
D		2	0,014				
T		3		Mg	12	24	78,98
						25	10,05
He	2	3	$1,3 \cdot 10^{-4}$			26	10,97
		4	100	Al	13	27	100
Li	3	6	7,30	Si	14	28	92,18
		7	92,70			29	4,71
Be	4	9	100			30	3,12
B	5	10	10,83	P	15	31	100
		11	81,17	S	16	32	95,018
C	6	12	98,892			33	0,750
		13	1,108			34	4,215
		14	$10^{-10}$			36	0,017
N	7	14	99,635	Cl	17	35	75,4
		15	0,365			37	24,6
O	8	16	99,759	Ar	18	36	0,337
		17	0,0374			38	0,063
		18	0,2036			40	99,600
F	9	19	100	K	19	39	93,800
						40	0,0119
Ne	10	20	99,92			41	6,9081
		21	0,257				
		22	9,823	Ca	20	40	96,92
		42	0,64			67	4,07
		43	0,129			68	18,61
		44	2,13			70	0,62
		46	0,003				
Sc	21	48	0,178	Ga	31	69	60,16
						71	39,84
		45	100				
					32	70	

40.3 cədvəlinin davamı

1	2	3	4	5	6	7	8
				Ge			20,52
		46				72	27,43
Ti	22	47	7,95			73	7,76
		48	7,75			74	36,54
		49	73,45			76	7,76
		50	5,51				
			5,34	As	33	75	100
		50					
V	23	51	0,23	Se	34	74	0,87
			99,77			76	9,02
		50				77	7,58
Cr	24	52	4,312			78	23,52
		53	83,76			80	49,82
		54	9,55			82	9,19
			2,38				
		55		Br	35	79	50,53
Mn	25		100			81	49,47
		54					
Fe	26	56	5,81	Kr	36	78	0,354
		57	91,64			80	2,266
		58	2,2			82	11,56
			0,34			83	11,55
		59				84	56,90
Co	27		100			86	17,37
		58					
Ni	28	60	67,77	Pb	37	85	72,20
		61	26,16			87	27,80
		62	1,25				
		64	3,66	Sr	38	84	0,55
			1,16			86	9,75
		63				87	6,96
Cu	29	65	68,94			88	82,74
			31,06				
		64		Y	39	89	100
Zn	30	66	48,89				
Zr	40	90	27,81				
		91	51,46				
		92	11,23				
		94	17,11				
		96	17,40				
			2,80				
Nb	41	93					
			100				
Mo	42	92					
		94	15,84				
			9,04				

40.3 cədvəlinin davamı

1	2	3	4	5	6	7	8
		95	15,72			118	24,21
		96	16,53			119	8,45
		97	9,46			120	33,11
		98	28,78			122	4,61
		100	9,63			124	5,83
Tc	43	99	–	Sb	51	121	57,25
						123	42,75
Ru	44	96	5,68				
		98	2,22	Te	52	120	0,09
		99	12,81			122	2,43
		100	12,70			123	0,85
		101	16,98			124	4,59
		102	31,4			125	6,98
		104	18,27			126	18,70
Rh	45	103	100			128	31,85
						130	34,58
Pd	46	102	0,80	I	53	127	100
		104	9,30				
		105	22,60	Xe	54	124	0,096
		106	27,10			126	0,020
		108	26,70			128	1,919
		110	13,50			129	26,44
						130	4,075
Ag	47	107	51,92			131	21,18
		109	48,08			132	26,89
						134	10,44
Cd	48	106	1,215			136	8,87
		108	0,875				
		110	12,39				
		111	12,75				
		112	24,07				
		113	12,26				
		114	28,86				
		116	7,78				
In	49	113	4,23				
		115	95,77				
Sn	50	112	0,94				
		114	0,65				
		115	0,33				
		116	14,36				
		117	7,51				

40.3 cədvəlinin davamı

1	2	3	4	5	6	7	8
Cs	55	133	100			158 160	24,95 22,11
Ba	56	130	0,102	Tb	65	159	100
		132	0,98				
		134	2,42				
		135	6,59				
		136	7,81				
		137	11,32				
		138	71,66				
La	57	138	0,089	Dy	66	156	0,0525
		139	99,911			158	0,0905
						160	2,297
						161	18,88
Ce	58	136	0,19	Ho	67	165	100
		138	0,25				
		140	88,49				
		142	11,07				
Pr	59	141	100	Er	68	162	0,154
						164	1,606
						166	33,36
						167	22,82
Nd	60	142	26,80	Tm	69	169	100
		143	12,12				
		144	23,91				
		145	8,35				
		146	17,35				
		148	5,78				
Pm	61	145	–	Yb	70	168	0,13
						170	3,03
						171	14,27
						172	21,77
						173	16,08
						174	31,92
						176	12,80
Sm	62	144	2,95	Lu	71	175	97,40
		147	14,62			176	2,60
		148	10,97				
		149	13,56				
		150	7,27				
		152	27,34				
Eu	63	151	47,77	Hf	72	174	0,199
		153	52,23			176	5,23
						177	18,55
Gd	64	152	0,2				
		154	2,16				
		155	14,68				
		156	20,36				
		157	15,64				

40.3 cədvəlinin davamı

1	2	3	4	5	6	7	8
		178	27,23			198	10,12
		179	13,73			199	17,04
		180	35,07			200	23,25
						201	13,18
Ta	73	180	0,0123			202	29,54
		181	99,988			204	6,72
W	74	180	0,16	Tl	81	203	29,46
		182	26,35			205	70,54
		183	14,32				
		184	30,68	Pb	82	204	1,54
		186	28,49			206	22,62
Re	75	185	37,07			207	22,62
		187	69,93			208	53,22
Os	76	184	0,018	Bi	83	209	100
		186	1,582	Po	84	209	–
		187	1,64				
		188	13,27	At	85	210	–
		189	16,14				
		190	26,38	Rn	86	222	–
		192	40,97				
Ir	77	191	38,5	Fr	87	223	–
		193	61,5	Ra	88	226	–
Pt	78	190	0,012	Ac	89	227	–
		192	0,8				
		194	30,2	Th	90	232	100
		195	35,2				
		196	26,6	Pa	91	231	100
		198	7,2				
Au	79	197	100	U	92	234	0,006
						235	0,720
Hg	80	196	0,15			238	99,274

## Ə41. Atom üçün Tomson modeli

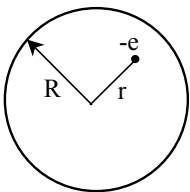
Atom spektrlərinin öyrənilməsinə aid ilk tədqiqatlar irəliyə doğru addım olsa da empirik xarakter daşıyırdı (Ə38). Əsas etibarilə bu işlər müşahidə olunan faktların empirik düsturlar vasitəsilə təsnifatı və korrelyasiyasının öyrənilməsi ilə kifayətlənir və spektral xətlərin yaranması mexanizmini ümumiyyətlə izah etmirdi. Spektral seriyaların atomlar tərəfindən buraxıldığını fərz etmək təbii olsa da, atomun quruluşu haqqında qənaətbəxş bir nəzəriyyə mövcud olmadığından, belə xətlərin atom tərəfindən necə buraxıldığını müzakirə etməyin mənası da yox idi.

Sonra kəşf olundu ki, radioaktiv şüalanma zamanı atomlar həm müsbət, həm də mənfi yüklü hissəciklər buraxırlar (Ə39). Termoelektron emissiyası və fotoeffekt hadisəsi kimi faktlarla yanaşı bu da göstərir ki, həmin hissəciklər atomun tərkibinə müəyyən qayda ilə daxil olmalıdır. Təbii ki, verilmiş atomda bu və ya digər hissəciklərdən neçə dənə mövcud olması, həm də onların atom daxilində necə yerləşməsi haqqında suallar meydana çıxırdı. Bu suallara cavab vermək üçün atomun təcrübi faktlarla ən yaxşı uyğunluq verən modelini tapmaq lazım idi.

O dövrdə mövcud olan təcrübi faktlara əsaslanaraq 1903-cü ildə C. C. Tomson (1897-ci ildə elektronu kəşf etmiş alim, Ə19) atomun "kişmişli pudniq (keks)" adı ilə məşhur olan ilk fiziki modelini təklif etdi. Tomson modelinə görə atom, daxilində müxtəlif nöqtələrdə elektronlar yerləşən müsbət yüklü kürə şəklindədir (bunu pudinqin daxilində kişmişlərin yerləşməsinə bənzətmək olar). Elektronlar elə yerləşmişdir ki, atom elektroneytral olsun. Müsbət yük kürənin həcmi boyunca bərabər sıxlıqla paylanmışdır və onun miqdarı elektronların yüklərinin cəminə bərabərdir. Elektronların hər biri atomun müsbət yüklü "mühitinin" elementləri ilə Kulon qanunu üzrə qarşılıqlı təsirdə olur. Elektron öz tarazlıq vəziyyətindən meyl etdikdə, onu əvvəlki vəziyyətə qaytarmağa çalışan kvazielastik qüvvə meydana çıxır. Bu qüvvənin təsiri altında elektronun rəqsləri baş verir və nəticədə atom elektromaqnit dalğası şüalandırır.

Beləliklə, klassik təsəvvürlərə əsasən atomun monoxromatik elektromaqnit dalğası, yəni spektral xətt buraxması üçün şüa buraxan atomda elektron harmonik rəqs etməli və deməli,  $F = -kr$  kimi kvazielastik qüvvənin təsiri altında olmalıdır. Burada  $r$  – elektronun öz tarazlıq vəziyyətindən meylidir.

Sadəlik naminə bir dənə elektron olan atoma baxaq. Tomson modelinə görə bu elektron kürənin mərkəzində yerləşmişdir. Məlumdur ki, bərabər sıxlıqla yüklənmiş kürənin daxilində elektrik sahəsinin intensivliyi



$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{R^3} \cdot r \quad (0 \leq r \leq R) \quad (41.1)$$

düsturu ilə təyin olunur. Burada  $e$  – kürənin yükü,  $R$  isə radiusudur. Deməli, tarazlıq vəziyyətindən, yəni kürənin mərkəzindən  $r$  məsafədə (şəkil 41.1) yerləşən elektrona təsir edən kvazielastik qüvvə

Шякил

$$F = -eE = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} \cdot r = -kr \quad (41.2)$$

olar. Tarazlıq vəziyyətindən çıxarılmış elektron bu qüvvənin təsiri altında



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m R^3}} \quad (41.3)$$

tezliyi ilə harmonik rəqs edəcəkdir. Burada  $e$  – elektronun yükü,  $m$  – elektronun kütləsi,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{Kl^2}{N \cdot m^2}$  – elektrik sabiti,  $R$  – atomun radiusudur.

(41.3) ifadəsindən istifadə edərək atomun ölçülərini qiymətləndirmək olar:

$$R = \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m \omega^2} \right)^{1/3} \quad (41.4)$$

Spektrin görünən hissəsinə düşən  $\lambda = 6 \cdot 10^{-7} m$  dalğa uzunluğuna  $\omega \approx 3 \cdot 10^{15} rad/s$  dairəvi tezliyi uyğun gəldiyinə görə  $R \approx 3 \cdot 10^{-10} m$  alınır. Atomun  $R$  radiusu üçün alınmış bu qiymət qazların molekulyar-kinetik nəzəriyyəsinə əsasən atomların ölçüləri üçün alınan qiymətlə eyni tərtiblikdir ki, bu da atom üçün Tomson modelini təsdiq edir. Lakin sonralar məlum oldu ki, atom üçün Tomson modeli yanlışdır və hal-hazırda bu model atomun quruluşu haqqında təsəvvürlərin inkişaf zəncirində bir həlqə kimi yalnız tarixi maraq kəsb edir. İndiki dövrdə kobud yaxınlaşma kimi görünən Tomson modeli atomun şüalanmasını izah etməyə imkan verdisə də, təcrübədə müşahidə olunan spektral qanunauyğunluqları və həm də bir çox digər mühüm təcrübi faktları izah edə bilmədi. Bu model statik olduğu üçün İrnsou teoreminə görə o, dayanıqlı ola bilməz. Ən əsası isə odur ki, atom üçün Tomson modeli  $\alpha$ -hissəciklərin səpilməsinə aid Rezerford təcrübələrini izah edə bilmədi.

## Ə42. Hissəciklərin səpilməsi üçün effektiv kəşik

Atomun həqiqi quruluşunun necə olmasını yalnız təcrübə yolu ilə müəyyən etmək olar. Burada əsas məsələ atomun daxilində elektrik yükünün paylanması xarakterini bilməkdən ibarətdir. Bu məsələni həll etmək üçün isə ideya ondan ibarət idi ki, yüklü hissəciklərin atomlardan səpilməsi qanunları atomda elektrik yükünün necə paylanmasını təsvir etməyə və atomun quruluşunu təcrübi yolla tədqiq etməyə imkan verə bilər.

Atomun quruluşunu tədqiq etmək üçün ən yaxşı üsullardan biri onu böyük sürətə malik olan yüklü hissəciklərlə, məsələn, elektronlarla və ya radioaktiv maddələrin buraxdığı  $\alpha$ -hissəciklərlə zondlamaqdan ibarətdir. Böyük sürətli hissəciklərin maddədən keçməsi zamanı baş verən proseslər, ümumiyyətlə, çox müxtəlif olub, mürəkkəb xarakterlidir. Biz isə hissəciklərin yalnız səpilməsi, yəni hissəciklərin öz ilk hərəkət istiqamətindən meyl etməsi ilə əlaqədar olan hadisələri nəzərdən keçirəcəyik. Belə ki, bu səpilmə hadisələrinin öyrənilməsi, yuxarıda qeyd olunduğu kimi, atomdaxili fəzanın maddə ilə doldurulması və orada müsbət və mənfi yüklərin paylanması xarakteri haqqında mühakimə yürütməyə imkan verə bilər. Ona görə də əvvəlcə hissəciklərin səpilməsi ilə əlaqədar olan bəzi ümumi məsələləri nəzərdən keçirək.

Xaotik yerləşmiş tərپənməz kürəciklərin arasında hərəkət edən və həmin kürəciklərlə toqquşmalara məruz qalan hissəciyə baxaq. Hərəkət edən hissəciyin hər hansı bir kürəciklə toqquşması təsadüfə hadisədir. Lakin aydındır ki, hissəciyin heç bir toqquşmaya məruz qalmadan  $x$  məsafəsini keçməsi ehtimalı, bu məsafənin hər hansı  $f(x)$  funksiyasıdır. Digər tərəfdən, belə hesab etmək olar ki, sonsuz kiçik  $dx$  məsafəsində

toqquşma ehtimalı  $dx$  ilə düz mütənasib olmalıdır, yəni  $adx$ -ə bərabərdir. Onda  $dx$  məsafəsini toqquşmaya məruz qalmadan keçmək ehtimalı  $1-adx$  olar.  $x+dx$  məsafəsini toqquşmadan keçmək ehtimalını iki üsulla tapmaq olar: birinci, bu ehtimal  $f(x+dx)$  funksiyasına bərabərdir. İkinci,  $x+dx$  məsafəsinin toqquşmadan keçilməsini əvvəlcə  $x$  məsafəsini, sonra isə  $x$ -dən  $(x+dx)$ -ə qədər olan məsafənin keçilməsi kimi iki mərhələdən ibarət olan mürəkkəb hadisə hesab edərək bu hadisənin ehtimalını, ayrı-ayrı hadisələrin ehtimallarının hasili kimi yazmaq olar:  $f(x) \cdot (1-adx)$ .

Beləliklə,

$$f(x+dx) = f(x) \cdot (1-adx)$$

və ya ikinci tərtib sonsuz kiçik hədd dəqiqliyi ilə

$$f(x) + \frac{df(x)}{dx} \cdot dx = f(x) - af(x)dx$$

yaza bilərik. Buradan

$$\frac{df(x)}{f(x)} = -adx \quad (42.1)$$

və ya inteqrallayaraq

$$f(x) = C \cdot e^{-ax} \quad (42.2)$$

alırıq. Burada inteqrallama sabiti  $C$  belə bir aşkar şərtədən tapılır ki,  $x=0$  yolunu toqquşmadan keçmək ehtimalı  $1$ -ə bərabərdir:  $f(0)=1$ . Bu şərtə əsasən (42.2) düsturundan  $C=1$  alınır və

$$f(x) = e^{-ax} \quad (42.3)$$

yaza bilərik.

Beləliklə, (42.3) ifadəsindən görüldüyü kimi, maddənin hər hansı təbəqəsini hissəciyin toqquşmasız keçməsi ehtimalı, bu təbəqənin qalınlığı artdıqca, eksponensial qanunla azalır.

İndi isə  $a$  sabitinin fiziki mənasını aydınlaşdıraraq. (42.3) ifadəsində eksponensial funksiyanın üstü olan  $ax$  kəmiyyətinin adsız olması üçün  $a$ -nın ölçü vahidi məsafəni tərs qiymətinin ölçü vahidinə bərabər olmalıdır (məsələn,  $sm^{-1}$  və ya  $m^{-1}$ ).  $a$  kəmiyyətinin fiziki mahiyyətini müəyyən etmək üçün hissəciyin sərbəst qaçış yolunun orta uzunluğunu (42.3) düsturundan istifadə etməklə hesablayaq. Sərbəst yolun orta uzunluğu dedikdə iki ardıcıl toqquşma arasında orta hesabla keçilən yol başa düşülür.  $x$ -dən  $(x+dx)$ -ə qədər olan yolda toqquşmaya məruz qalan hissəciklər  $x$  yolunu toqquşmasız keçmişlər. Yuxarıda qeyd olunduğu kimi,  $x$  yolunu toqquşmadan keçmək ehtimalı  $e^{-ax}$ ,  $x$ -dən  $(x+dx)$ -ə qədər olan yolda toqquşma ehtimalı isə  $adx$ -dir. Ona görə də sərbəst yolun uzunluğunun  $x$  olması ehtimalı  $ae^{-ax}dx$  hasilinə bərabərdir. Onda orta qiymətin hesablanması üçün ehtimal nəzəriyyəsiindən məlum olan düstura əsasən sərbəst qaçış yolunun orta uzunluğu  $\lambda$  aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\lambda = \bar{x} = \int_0^{\infty} xae^{-ax} dx = a \int_0^{\infty} xe^{-ax} dx. \quad (42.4)$$

Burada hissə-hissə inteqrallama apararaq

$$\lambda = a \left[ \left( -\frac{1}{a} x e^{-ax} \right) \Big|_0^{\infty} + \frac{1}{a} \int_0^{\infty} e^{-ax} dx \right] = \frac{1}{a} \quad (42.5)$$

alırıq. Deməli,  $a$  sabiti hissəciyin sərbəst qaçış yolunun orta uzunluğunun tərs qiymətinə bərabərdir:

$$a = \frac{1}{\lambda} \quad (42.6)$$

Onda (42.3) düsturunu aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$f(x) = e^{-x/\lambda}. \quad (42.7)$$

Səpilmə məsələsinə baxdığımız üçün,  $a$  sabitinə xüsusilə maraqlı olan digər məna da vermək olar.  $a$ -nın ölçü vahidi  $sm^{-1}$  olduğundan biz

$$[a] = sm^{-1} = sm^2/sm^3$$

ifadəsini yaza bilərik. Fərz edək ki, vahid həcmdə ( $1 sm^3$ ) tərənməz səpici hissəciklərin sayı  $n$ -dir. Hər bir səpici hissəciyi radiusu  $r_0$  və sahəsi  $\sigma$  olan dairə formasında elə hədəflə əvəz edək ki, bu hədəfin içindən keçən hər bir hissəcik meyl etmiş ("toqquşmuş") olsun. Asanlıqla görünür ki,  $n\sigma$  kəmiyyətinin də ölçüsü  $sm^{-1}$ -dir:

$$[n\sigma] = \frac{1}{sm^3} \cdot sm^2 = sm^{-1}.$$

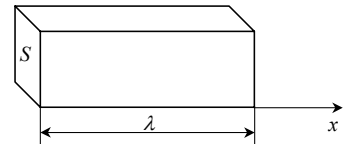
$\sigma$  sahəsi səpilmə üçün "effektiv kəsik",  $r_0$  isə effektiv kəsiyin radiusu adlanır.  $n\sigma$  hasili makroskopik kəsik adlanır və o, vahid həcmdəki effektiv kəsiklərin cəminə bərabərdir.  $a$  kəmiyyətinin ölçü vahidi  $n\sigma$  kəmiyyətinin ölçü vahidi ilə eyni olduğu üçün,  $a$  kəmiyyətini həm də vahid həcmdəki effektiv kəsiklərin cəminə bərabər hesab etmək, yəni  $a = n\sigma$  yazmaq olar. bu, aşağıdakı mülahizələrdən də aydın şəkildə görünür. Fərz edək ki, vahid həcmdəki, səpici mərkəzlərin sayı  $n$ -dir. Maddənin düzbucaqlı paralelepiped formasında elə həcmi götürək ki, onun hündürlüyü  $\lambda$  sərbəst qaçış yolunun uzunluğuna, en kəsiyinin sahəsi isə  $s$ -ə bərabər olsun (şəkil 42.1). Bu həcmdəki bütün səpici hissəciklərin effektiv kəsiklərinin cəmi  $\Sigma = n\sigma s\lambda$  olar.

Əgər bu cəm  $s$  sahəsinə bərabər olsa, onda hissəciyin səpilməsi yəqin ki, baş verəcəkdir:  $n\sigma s\lambda = s$ . Buradan isə

$$a = \frac{1}{\lambda} = n\sigma \text{ alınır. Ümumiyyətlə isə effektiv kəsik vahid}$$

zamanda səpilən hissəciklərin sayının hərəkət istiqamətinə perpendikulyar qoyulmuş vahid səthə vahid zamanda düşən hissəciklərin sayına (düşən hissəciklər selinə) nisbəti kimi təyin olunur. Bu tərif bir-birindən asılı olmayaraq baş verən səpilmələr zamanı doğrudur. Effektiv kəsiyin vahidi sahə vahidi ilə eynidir ( $sm^2$  və ya  $m^2$ ).

İndi isə effektiv kəsiyin statistik mənasının müəyyən edilməsinə baxaq. Fərz edək ki, səpilən hissəciklər selinin  $N_0$  sıxlığı 1-ə bərabərdir, yəni 1 saniyə ərzində  $1 sm^2$  səthdən 1 dənə hissəcik keçir. Vahid həcmdəki səpici mərkəzlərin  $n$  sayı da 1-ə bərabər olsun. Onda səpilməyə məruz qalma ehtimalını  $\sigma$  effektiv kəsiyin sahəsinin "selin" en kəsiyinə, yəni  $1 sm^2$ -ə olan nisbəti kimi ifadə etmək olar. Deməli,  $\sigma$  kəmiyyəti qalınlığı  $1 sm$  olan və bir hissəcik daxil olan qatdan keçərkən səpilməyə məruz qalma ehtimalı,  $n\sigma$  isə hissəciklərin



Шякил

həmin qatda olan sıxlığı  $n$  olduqda səpilməyə məruz qalma ehtimalıdır.

Nəhayət, istənilən qalınlığa malik olan qatdan keçərkən hissəciklər selinin zəifləməsinə baxaq. Bu zaman belə hesab edirik ki, "toqquşmaya" uğrayan (yəni radiusu  $\sigma$  effektiv kəsiyin radiusuna bərabər olan dairənin daxilindən keçən) hissəcik paralel dəstədən çıxır və qəbuledici qurğu tərəfindən qeydə alınır. Baxılan qatı qalınlığı  $dx$  olan nazik təbəqələrə bölək. Onda hər  $1 \text{ sm}^2$ -ə düşən səpici hissəciklərin sayı  $ndx$  və onların effektiv kəsiklərinin cəmi  $\sigma ndx$  olar.

Əgər baxdığımız sonsuz nazik təbəqənin ön səthinə  $N$  sıxlığına malik paralel hissəciklər seli düşürsə, bu selin zəifləməsi

$$-dN = N \sigma ndx \quad (42.8)$$

olar. İntegrallama apararaq tapırıq ki,

$$N = N_0 e^{-n\sigma x} = N_0 e^{-ax} = N_0 e^{-x/\lambda}. \quad (42.9)$$

Burada  $N_0$  – qalın qata daxil olan hissəciklər selinin sıxlığıdır.

(42.9) düsturundan istifadə etməklə elastiki səpilmənin effektiv kəsiyini ölçmək olar. Belə ki, yüklü hissəciklər selini ( $N_0$  və  $N$ ) adi üsullardan biri, məsələn Faradey silindri vasitəsilə ölçmək, səpici maddə qazdırsa, onda  $n$  konsentrasiyasını təzyiq və temperatura əsasən təyin etmək olar. Deməli, dəstənin zəifləməsini ( $N/N_0$ ) müəyyən edərək, (42.9) düsturuna əsasən elastik səpilmənin  $\sigma$  effektiv kəsiyini ölçmək olar:

$$\sigma = \frac{1}{nx} \ln \frac{N_0}{N}. \quad (42.10)$$

Elastik səpilmənin effektiv kəsiyi səpilən hissəciyin enerjisindən asılıdır. Ümumi mülahizələrdən aydındır ki, səpilən hissəciyin enerjisi böyük olduqca, bütün digər şərtlər eyni qalarsa, atomla toqquşma nəticəsində o, öz əvvəlki hərəkət istiqamətindən az meyl edəcəkdir. Bu, o deməkdir ki, hissəciyin enerjisi artdıqca onun atomlardan elastik səpilməsinin effektiv kəsiyi kiçilir. Bu nəticə daha ciddi hesablamalarla (məsələn, Rezerford düsturu) da təsdiq olunur.

### Ə43. Maddədən keçərkən elektronların səpilməsi

İndi isə konkret olaraq elektronların maddədən keçərkən səpilməsinə baxaq. Elektron dəstəsi qazdan keçərkən elektronların qaz atomları ilə toqquşması baş verir. Qaz atomlarının və ya molekullarının daxili enerjisinin dəyişməsi ilə müşayiət olunmayan toqquşmalar elastik toqquşmalar adlanır. Elastik toqquşma zamanı elektronun kinetik enerjisi praktik olaraq dəyişmir. Əslində elektronun kinetik enerjisinin bir hissəsi atoma verilir. Lakin bu hissə elektronun kütləsinin atomun kütləsinə olan nisbəti tərtibində ( $m_0/M \sim 10^{-4}$ ) olduğundan onu nəzərə almamaq olar.

Atomun daxili enerjisinin və elektronun kinetik enerjisinin dəyişməsi ilə nəticələnən toqquşmalar qeyri-elastik toqquşmalar adlanır. Qeyri-elastik toqquşmaları iki növə bölmək olar. Birinci növ qeyri-elastik toqquşma zamanı elektron öz kinetik enerjisinin bir hissəsini atoma verir və nəticədə atom həyəcanlanır. Belə toqquşma nəticəsində, xüsusi halda atom ionlaşa bilər, yəni atomdan bir və ya bir neçə elektron qopa bilər. Birinci növ

qeyri-elastik toqquşma zamanı elektronun kinetik enerjisi azalır.

İkinci növ qeyri-elastik toqquşma elektron ilə həyəcanlanmış halda olan atom arasında baş verir. Belə toqquşma nəticəsində atomun həyəcanlaşma enerjisinin bir hissəsi və ya hamısı elektrona verilir. Deməli, ikinci növ qeyri-elastik toqquşma nəticəsində elektronun kinetik enerjisi artır, atomun daxili enerjisi isə azalır.

Atomla toqquşarkən elektron təcillə hərəkət edir və deməli, foton buraxa bilər. Bunun nəticəsində elektronun enerjisi azalır. Ona görə də bu prosesə qeyri-elastik toqquşma kimi baxmaq olar. Lakin bu, birinci növ qeyri-elastik toqquşmadan onunla fərqlənir ki, baxılan halda elektronun itirdiyi enerji atoma verilmir və şüalanan foton tərəfindən aparılır.

Beləliklə, elektron dəstəsi maddədən keçərkən onun zəifləməsi, yəni bu dəstədə elektronların sayının azalması iki səbəbdən baş verir. Birincisi, böyük sürətə malik olan elektronlar öz enerjisini atomdan keçərkən yaranan müxtəlif proseslərə (həyəcanlandırma və ionlaşma) sərf edərək itirə bilər. İkincisi, elektronlar elastik toqquşmalara məruz qalır və nəticədə öz enerjisini praktik olaraq itirmir, lakin öz hərəkət istiqamətini kəskin dəyişir və dəstədən çıxır. Səpilmə nəticəsində elektron dəstəsinin zəifləməsi hələ XIX əsrin sonlarında Lenard tərəfindən öyrənilmiş və o, müəyyən etmişdir ki, qalınlığı  $x$  olan maddə qatından keçərkən  $x$  böyüdükcə elektron selinin intensivliyi eksponensial qanunla azalır:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\alpha x} . \quad (43.1)$$

Burada  $N_0$  – düşən dəstənin intensivliyi,  $N$  –  $x$  qalınlıqlı qatı keçdikdən sonra dəstənin intensivliyi,  $\alpha$  – vahid uzunluğa malik yolda səpilmə nəticəsində dəstənin zəifləməsini xarakterizə edən əmsaldır.

Aydın ki,  $\alpha$  əmsalı (42.3) düsturundakı  $a$  sabiti ilə eyni fiziki mənaya malikdir, yəni  $\alpha$  əmsalını elektronların səpilməsi üçün maddənin atomlarının effektiv kəsiklərinin cəmi kimi qəbul etmək olar.

Təcrübə şəraitinin mümkün olan bütün dəyişmələri zamanı  $\alpha$  əmsalının xassələrinin öyrənilməsi nəticəsində belə bir mühüm fakt müşahidə olunmuşdur ki, elektronların sürətinin müəyyən qiymətində bu əmsal səpici maddənin fərdi xüsusiyyətlərindən və aqreqat halından asılı olmayıb, yalnız onun  $\rho$  sıxlığından asılı olur. Özü də bu zaman  $\alpha$  böyük dəqiqliklə  $\rho$  ilə düz mütənasib olur və elektronların verilmiş sürəti üçün  $\alpha/\rho$  nisbəti sabit qalır. Lakin elektronların sürəti dəyişdikdə  $\alpha/\rho$  sabit qalmır və bu sürət artdıqca kəskin (kəskin desək, sürətin dördüncü dərəcəsi ilə tərs mütənasib olaraq) azalır.

43.1 cədvəlində elektronların sürəti artdıqca onlar üçün maddənin şəffəfliyinin belə kəskin artmasını nümayiş etdirən bir neçə ədəd verilmişdir.

43.1 cədvəldən istifadə edərək elektronların sürətinin müxtəlif qiymətləri üçün  $\alpha$  kəmiyyətini hesablamaq olar.  $\beta=v/c=0,04$ , yəni  $v=\beta c=1,2 \cdot 10^9$  sm/san qiyməti üçün cədvəldən tapırıq ki,  $\alpha/\rho=5,8 \cdot 10^6$ .  $\alpha/\rho$  nisbəti uducu maddənin təbiətindən asılı olmadığı üçün, onun qiymətinə əsasən normal şəraitdə (273 K və 100 kPa) hava molekullarının effektiv kəsiklərinin cəmini hesablamaq olar. Bu halda  $\rho=1,29 \cdot 10^{-3}$  q/sm<sup>3</sup> olduğundan

$\beta = \frac{v}{c}$	$\frac{\alpha}{\rho}, (q^{-1}sm^2)$	$\beta = \frac{v}{c}$	$\frac{\alpha}{\rho}, (q^{-1}sm^2)$
0,90	6	0,40	740
0,80	13	0,20	$3,6 \cdot 10^4$
0,70	29	0,10	$8 \cdot 10^5$
0,60	83	0,04	$5,8 \cdot 10^6$
0,50	22		

$$\alpha = n\sigma = 5,8 \cdot 10^6 \cdot 1,29 \cdot 10^{-3} = 7,5 \cdot 10^3 \text{ sm}^2/\text{sm}^3$$

alırıq. Bu qiymət, normal şəraitdə  $1 \text{ sm}^3$  qazda olan qaz molekullarının effektiv kəsiklərinin cəmi üçün qazların molekulyar-kinetik nəzəriyyəsinə əsasən (diffuziya, istilikkeçirmə) tapılmış qiymətə yaxındır. Doğrudan da, normal şəraitdə  $1 \text{ sm}^3$  qazda olan molekulların sayı  $2,7 \cdot 10^{19}$  və bir molekulun "radiusu"  $r_0 = 10^{-8} \text{ sm}$  olduğundan

$$n\sigma = n \cdot \pi r_0^2 = 2,7 \cdot 10^{19} \cdot 3,14 \cdot 10^{-16} \text{ sm}^2 = 8,5 \cdot 10^3 \text{ sm}^2/\text{sm}^3$$

alınır.

Elektronların sürətinin böyük qiymətində  $\alpha/\rho$  kəskin azalır. Məsələn,  $v/c=0,9$ , yəni  $v=2,7 \cdot 10^{10} \text{ sm/san}$  olduqda  $\alpha/\rho=6$  olur ki, buradan da  $\alpha=6 \cdot 1,29 \cdot 10^{-3}=7,7 \cdot 10^{-3} \text{ sm}^2/\text{sm}^3$  alınır. Bu isə yuxarıda baxdığımız haldakından təqribən  $10^6$  dəfə kiçikdir.

Yuxarıda deyilənlərdən belə məlum olur ki, radiusu  $r_0=10^{-8} \text{ sm}$  olan kürə daxilində (qazların molekulyar-kinetik nəzəriyyəsinə əsasən atom kürəsi) maddə, yəni elektronlar və müsbət yüklü hissə tərəfindən tutulan həqiqi həcm çox kiçikdir.

Qeyd edək ki, yuxarıda alınan nəticələr, sürəti çox böyük və çox kiçik olmayan elektronlara aiddir. Bu kənar hallarda (sürətin çox böyük və ya çox kiçik qiymətlərində) elektronların maddədən keçməsi mənzərəsini əhəmiyyətli dərəcədə dəyişən bir sıra amillər meydana çıxır. Belə ki, çox ləng elektronlar (enerjisi  $eV$ -un hissələri tərtibində olan) üçün onların dalğa təbiəti ilə (E66) əlaqədar olan hadisələr ön plana çıxır. Buna misal olaraq mahiyyəti ləng elektronlar üçün atomun şəffaflığının artmasından ibarət olan Ramzauer-Taunsend effektini göstərmək olar. Böyük sürətli elektronlar (enerjisi  $10^8$ - $10^{10} \text{ eV}$  tərtibində olan) üçün isə maddənin təşkil olunduğu elementar hissəciklərin quruluşu ilə əlaqədar olan bir sıra xeyli mürəkkəb proseslər üstün əhəmiyyət kəsb edir.

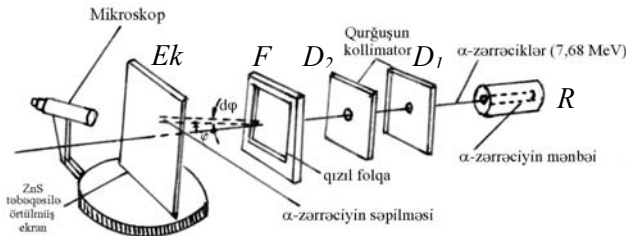
#### **Ə44. $\alpha$ -hissəciklərin səpilməsinə dair Rezerford təcrübələri. Atomun planetar modeli**

Elektronların maddədən keçərkən səpilməsinə aid aparılan təcrübələrdən (E43) atomun quruluşu haqqında belə bir nəticə alındı ki, radiusu  $\sim 10^{-8} \text{ sm}$  olan atomun daxilində maddənin, yəni elektronların və müsbət yüklü hissənin tutduğu həcm çox kiçikdir. Bu isə atom daxilində müsbət yükün bütün həcm üzrə bərabər sıxlıqda paylanmasına əsaslanmış Tomson modelinin (E41) qüsurlu olduğunu göstərir. Atom daxilində müsbət yükün necə paylanmasının müəyyən edilməsində  $\alpha$ -hissəciklərin

səpilməsinə dair Rezerford təcrübələrinin (1911) mühüm rolu olmuşdur.

Radioaktiv maddələrin buraxdığı şüalar içərisində helium atomunun ikiqat müsbət ionları, yəni  $\alpha$ -hissəciklər də mövcuddur (E39). Digər radioaktiv şüalar kimi,  $\alpha$ -hissəciklərin də müşahidə olunması üçün, onların sink-sulfid təbəqəsi ilə örtülmüş ekran üzərinə düşdükdə ssintilyasiya (açıq yaşıl rəngli parıltı) yaratması xassəsindən istifadə olunur. Belə ki, flüoressensiyaedici ekranı  $\alpha$ -hissəciklərin paralel dəstəsi ilə bombardman etdikdə, ekranda dəstənin en kəsiyinin xəyalı alınır. Əgər  $\alpha$ -hissəciklərin mənbəyi və ekran arasında nazik təbəqə, məsələn, qızıl folqa yerləşdirilsə, bu xəyalın ölçüləri böyüyür və o, bir qədər yayılmış şəkildə alınır. Bu, belə də olmalıdır. Çünki folqadakı atomlar müəyyən qayda ilə yerləşmiş yüklü hissələrdən ibarət və  $\alpha$ -hissəciklər də elektrik yükünə malik olduğu üçün, düşən  $\alpha$ -hissəciklərin bu atomlardan səpilməsi baş verir. Bu zaman belə sual meydana çıxır ki, atom daxilində elektrik yüklərinin verilmiş paylanması düşən  $\alpha$ -hissəciklərin səpilməsinə necə təsir göstərir. Tomson, atom üçün özünün təklif etdiyi modeldən istifadə edərək apardığı nəzəri hesablamalar nəticəsində  $\alpha$ -hissəciklərin orta meylini hesablamağa imkan verən düstur tapmışdı. Tomsonun bu düsturu, Rezerfordun hesablamaları və Heygerin təcrübələri göstərdi ki, atom üçün Tomson modelinə görə  $\alpha$ -hissəciklərin böyük bucaqlar altında səpilməsi ehtimalı sıfıra yaxındır.

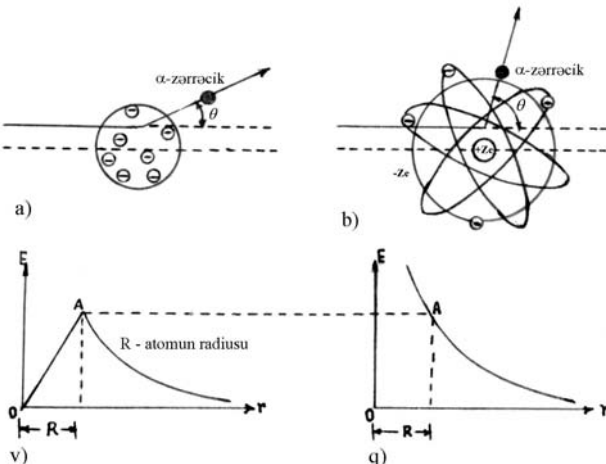
Vaxtilə Tomsonun assistenti olmuş professor Ernest Rezerford 1911-ci ildə öz əməkdaşları Hans Heyger və Ernest Marsdenlə birlikdə qalınlığı  $6 \cdot 10^{-7} m$  olan qızıl folqadan keçərkən  $\alpha$ -hissəciklərin səpilməsinə dair bir sıra təcrübələr apardı. Bu təcrübələrin aparıldığı qurğunun sxemi 44.1 şəklində verilmişdir.



Шякил

$R$  radioaktiv keçərək nazik dəstə səpilir və flüoresser ki, onlar da mikrocərkəzindən keçməklə yerləşdirmək olar ki, bu da hava mərkəzində qaldırmağa imkan verir.

Atomun quruluşu sürətli  $\alpha$ -hissəcik monoenerjili  $\alpha$ -hissəciklərinin düşməsi ideyası ondan it



ı diafraqmalardan keçərək qızıl folqadan keçərək ssintilyasiyalar) yaradır. Bu zaman  $\alpha$ -hissəciklərinin səpilməsi qızıl folqanın  $\theta$  bucağı altında qabqabda yerləşdirilir. Bu təcrübələrin nəticəsində  $\alpha$ -hissəciklərinin səpilməsinin aradan qaldırılması

qızıl ( $Z=79$ ) folqanı keçərək  $7,68 MeV$  olan  $\alpha$ -hissəciklərinin düşməsi təcrübələri apardı. Bu təcrübələrin nəticəsində  $\alpha$ -hissəciklərinin düşməsi (meylətmə)

Шякил 44.2.

bucaqlarını tədqiq etməklə, bu səpilməyə səbəb olan hədəf atomların quruluşunu müəyyən etmək mümkündür. İndi məlumdur ki,  $\alpha$ -hissəcik iki proton və iki neytrondan ibarətdir. O dövrdə neytronların mövcud olması məlum deyildi. Lakin Rezerford və Royds hələ 1909-cu ildə müəyyən etmişdilər ki,  $\alpha$ -hissəciklər helium atomunun ikiqat müsbət ionlarıdır və onların yükü elementar yükün iki mislinə bərabərdir:  $q_\alpha=2e$ .

Səpilmə hadisəsini müşahidə etmək məqsədilə  $\alpha$ -hissəciklər dəstəsinin nazik metal folqadan keçməsi üzrə qoyulmuş ilk təcrübələr müsbət nəticələr vermədi. Belə ki,  $\alpha$ -hissəciklər nazik metal folqadan ya praktik olaraq səpilmədən keçir, ya da ki, səpilmə bucağı orta hesabla  $2\text{-}3^0$  olur. Ona görə də Rezerfordun və Heygerin təklifi ilə Marsden  $90^0$ -yə qədər böyük bucaqlar altında səpilən (əgər belə səpilmə varsa)  $\alpha$ -hissəcikləri müşahidə etməyə cəhd göstərdi. Bu zaman o, səpilərək praktik olaraq əks istiqamətdə qayıdan  $\alpha$ -hissəcikləri də müşahidə etdi və bu, böyük təəccübə səbəb oldu. Beləliklə, təcrübələr göstərdi ki, nazik qızıl folqadan keçdikdə  $\alpha$ -hissəciklərin əksəriyyəti meyl etmir. Lakin ayrı-ayrı hissəciklər müxtəlif  $\theta$  bucaqları altında səpilir və ekranda parıltılar yaradır ki, bunlar da mikroskop vasitəsilə müşahidə olunub, sayıla bilər. Ekranın müxtəlif yerlərində vahid zamanda əmələ gəlmiş parıltıları saymaqla, səpilən  $\alpha$ -hissəciklərin fəzada necə paylandığını müəyyən etmək olar. Müəyyən edildi ki, böyük bucaqlar altında səpilən  $\alpha$ -hissəciklərin sayı çox azdır.

$\alpha$ -hissəciklərin səpilməsinin maddəni təşkil edən atomların onlara təsiri nəticəsində baş verdiyini güman etmək təbiidir.  $\alpha$ -hissəciklərin kütləsi elektronun kütləsindən təqribən 8000 dəfə böyük olduğundan, folqanı keçən  $\alpha$ -hissəciklərin hərəkət istiqamətini bu folqanın atomlarına daxil olan elektronlar dəyişə bilməz. Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, Rezerford təcrübələrində  $90^0$  bucaqdan böyük bucaqlar altında meyl edən ayrı-ayrı  $\alpha$ -hissəciklər də müşahidə olunmuşdu. Bu isə  $\alpha$ -hissəciklərin folqanı təşkil edən müsbət yüklü hissəciklərə çox yaxınlaşması zamanı ola bilər. Çünki yalnız həmin müsbət yüklü hissəciklər  $\alpha$ -hissəcikləri geriə ata bilər.  $\alpha$ -hissəciklərin bu cür kəskin meyl etməsi çox az təsadüf edildiyindən, Rezerford belə bir nəticəyə gəldi ki, atomun ancaq kiçik bir hissəsi  $\alpha$ -hissəciklərin folqadan keçməsinə maneçilik göstərə bilər, yəni müsbət yük atomun daxilində çox kiçik bir həcmdə toplanmış və atomun əsas kütləsi də bu həcmə aiddir. Beləliklə, Rezerford təcrübələri atom üçün Tomsonun təklif etdiyi "kişmişli pudinq" modelinin düz olmadığını göstərdi. O, bu təcrübələrin nəticələrini təhlil edərək, atomun planetar modelini təklif etdi. Həmin modelə görə atom, onun müsbət yükünün və kütləsinin əsas hissəsinin toplandığı nüvədən və Günəş sistemində planetlərin hərəkətinə oxşar olaraq, bu nüvənin ətrafında hərəkət edən elektronlardan ibarətdir. Nüvənin həcmi, atomun həcminə nisbətən çox kiçikdir (atomun ölçüsü  $\sim 10^{-10}$  m, nüvənin ölçüsü isə  $\sim 10^{-15}$  m tərtibindədir). Bu o deməkdir ki, atom daxilində fəzanın böyük hissəsi "boşdur". Elektronların mənfi yükünün nüvənin müsbət yükünə bərabər olması sayəsində atom elektroneytral olur. Sonralar müəyyən edildi ki, nüvənin yükü  $+Ze$ -dir. Burada  $Z$  – atomun sıra nömrəsi,  $e$  – elementar yüküdür.

Rezerford atom üçün özünün və Tomsonun təklif etdiyi modellər əsasında  $\alpha$ -hissəciklərin  $\theta$  səpilmə bucaqlarını nəzəri hesablamış və bu nəzəri qiymətləri təcrübələrdən alınmış qiymətlərlə müqayisə etmişdir.

44.2 şəkildə atom üçün Tomson və Rezerford modellərinin sxemi verilmiş və hər bir halda elektrik sahəsinin intensivliyinin məsafədən asılı olaraq dəyişməsi qrafiki göstərilmişdir. Bu qrafiklər yüklü kürənin yaratdığı elektrik sahəsinin intensivliyi üçün



$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \cdot r, (r \leq R) \quad (44.1)$$

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, (r > R) \quad (44.2)$$

düsturlarına əsasən qurulmuşdur. Burada  $R$  – atomun radiusudur.

$\alpha$ -hissəcik Tomson modelinə uyğun olan atomun daxilinə nüfuz etdikdə (şəkil 44.2a,v) öz əvvəlki istiqamətindən çox az meyl edəcəkdir. Çünki belə atomun daxilində elektrik sahəsi Rezerfordun təklif etdiyi atomun daxilindəki elektrik sahəsinə nisbətən xeyli zəifdir. Rezerfordun təklif etdiyi atomda bütün müsbət yük çox kiçik həcmli nüvədə yerləşdiyi üçün bu yükün yaratdığı elektrik sahəsi, Tomson atomu ilə müqayisədə, nüvədən eyni bir məsafədə xeyli böyük olur və ona görə də  $\alpha$ -hissəciyin  $\theta$  səpilmə bucağı da böyük olur (şəkil 44.2,b,q).

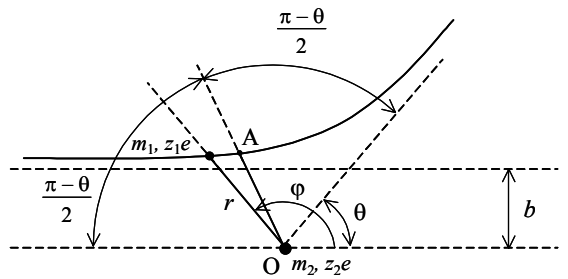
Bu məsələni bir qədər ətraflı müzakirə edək. Əgər müsbət yükün atom daxilində onun bütün həcmi boyunca paylandığını qəbul etsək,  $\alpha$ -hissəciklərin böyük bucaqlar altında səpilməsi baş verə bilməz. Doğrudan da, fərz edək ki, müsbət yük  $R$  radiuslu kürənin daxilində bərabər sıxlıqla paylanmışdır. Aydınır ki, belə kürədən xaricdə elektrik sahəsinin intensivliyi, kürənin yükünə bərabər miqdarda nöqtəvi yükün həmin kürənin mərkəzində yerləşərkən yaratdığı sahənin intensivliyinə bərabər olacaqdır /bax: (44.2) düsturu/. Ona görə də  $r > R$  məsafələrində  $\alpha$ -hissəciyin hərəkəti bütün yük kürənin mərkəzində yerləşdiyi hala uyğun baş verəcəkdir.  $r < R$  məsafələrində isə  $\alpha$ -hissəciyə yalnız  $r$  radiuslu kürənin daxilində yerləşən müsbət yük tərəfindən qüvvə təsir edəcəkdir ki, bu qüvvə də bütün yük nüvədə yerləşərkən  $\alpha$ -hissəciyə təsir edən qüvvədən kiçik olacaqdır. Deməli, müsbət yük  $R$  radiuslu kürə daxilində bərabər sıxlıqla paylanmışdırsa,  $\alpha$ -hissəcik bu kürənin daxilinə girdikdə ona təsir edən qüvvə kiçilir. Bu səbəbdən də  $\alpha$ -hissəciyin meyli, bütün yük kürənin mərkəzində yerləşdiyi haldakına nisbətən kiçik olur. Əgər  $R$  radiusu kifayət qədər böyük və  $\alpha$ -hissəciklərin enerjisi də çox kiçik deyilsə, nisbətən böyük bucaqlar altında səpilmə ümumiyyətlə baş verməyəcəkdir. Lakin təcrübədə böyük bucaqlar altında səpilmələrin müşahidə olunması göstərir ki, müsbət yük atomun həcmi boyunca paylanmamış və kiçik bir həcmdə toplanmışdır.

$\alpha$ -hissəciklərin səpilməsinə dair Rezerfordun yuxarıda təsvir olunan təcrübələrinin məqsədi, vahid zamanda  $\theta$ -dan ( $\theta + d\theta$ )-ya qədər intervalında yerləşən bucaqlar (şəkil 44.1) altında səpilmən hissəciklərin sayını müəyyən etmək və alınan nəticələri Tomson və Rezerford modelləri üçün hesablanmış nəzəri qiymətlərlə müqayisə etməkdən ibarət idi. Hər iki model üçün nəzəriyyəyə görə meyl bucağının orta qiyməti  $1^\circ$  olmalıdır. Lakin çox böyük bucaqlar altında səpilmən  $\alpha$ -hissəciklərin sayı bu məqsədlər üçün kəskin fərqli alınır. Məsələn, Tomson modelinə görə  $10^{3500}$  sayda  $\alpha$ -hissəcikdən yalnız bir dənəsi  $90^\circ$ -dən böyük bucaq altında səpilmə bilər. Rezerford modelinə görə isə 8000  $\alpha$ -hissəcikdən bir dənəsi belə böyük bucaqlar altında səpilmə bilər ki, bu da təcrübə faktlarla çox yaxşı uyğun gəlir. Beləliklə, Rezerfordun atom üçün təklif etdiyi planetar model düzgün hesab edildi və hamı tərəfindən qəbul olundu.

#### **Ə45. $\alpha$ -hissəciklərin səpilməsi nəzəriyyəsi. Rezerford düsturu**

Atomun planetar modelinə əsaslanaraq Rezerford  $\alpha$ -hissəciklərin səpilməsi nəzəriyyəsinə kəmiyyətcə işləyib hazırlamış və səpilən hissəciklərin  $\theta$  səpilmə bucağının qiymətlərinə görə paylanmasını ifadə edən düsturu çıxarmışdır. Bu zaman o, fərz etmişdir ki, nüvənin yükü mütləq qiymətcə elektronun yükünün tam misllərinə bərabər olmalıdır. Doğrudan da elektroneytral atomda nüvənin müsbət yükü elektronların yüklərinin cəminə dəqiq bərabər olmalıdır. Ona görə də nüvənin yükünü  $+Ze$  kimi yazmaq olar. Burada  $Z$  – tam ədəddir. Nüvənin kütləsinin  $\alpha$ -hissəciyin kütləsinə nisbətən çox böyük olduğu fərz edilir ki, bunun da nəticəsində qarşılıqlı təsir zamanı nüvəni sükunətdə hesab etmək olar (məsələn, qızıl atomunun kütləsi  $\sim 197$  a.k.v.,  $\alpha$ -hissəciyin kütləsi isə  $\sim 4$  a.k.v.-dir). Bundan başqa həm də fərz olunur ki,  $\alpha$ -hissəciklə nüvə arasındakı qarşılıqlı təsir elektrostatik qarşılıqlı təsir olub, Kulon qanunu üzrə baş verir, yəni bu qarşılıqlı təsir qüvvəsi hissəciklər arasındakı məsafənin kvadratı ilə tərs mütənasibdir. Nəzərə almaq lazımdır ki, bu sonuncu fərziyyə hesablamalara başlayanda yalnız hipotezdir və sonralar nəzəriyyədən alınan nəticələrin təcrübə ilə uyğun gəlməsi əsasında özünü doğruldur. Doğrudan da, bir-birinə həddən artıq kiçik məsafələrə qədər yaxınlaşmış yüklü çox kiçik hissəciklər arasındakı qarşılıqlı təsirin, doğruluğu yalnız yüklü makroskopik cisimlər üçün şübhə doğurmadan isbat olunmuş qanuna tabe olduğunu əvvəlcədən iddia etməyə heç bir əsas yox idi. Nəhayət, belə hesab olunur ki,  $\alpha$ -hissəcik nüvənin daxilinə də nüfuz etmir. Bütün bu fərziyyələr əsasında  $\alpha$ -hissəciklərin atom nüvələrindən səpilməsi klassik fizika qanunlarına əsasən öyrənilir.

Biz bu məsələyə əvvəlcə ümumi şəkildə baxaq. Belə ki, nöqtəvi yüklər bir-biri ilə Kulon qanunu üzrə qarşılıqlı təsirdə olduğu üçün, əvvəlcə Kulon qüvvəsi yaradan mərkəzdən səpilmə nəzəriyyəsinə baxaq. Fərz edək ki, kütləsi  $m_1$ , yükü  $Z_1e$  olan nöqtəvi hissəcik, kütləsi  $m_2$ , yükü isə  $Z_2e$  olan digər nöqtəvi hissəciyin yaratdığı Kulon sahəsində hərəkət edir (şəkil 45.1). İkinci hissəciyin kütləsi, birinci hissəciyin kütləsinə nisbətən çox böyükdürsə ( $m_2 \gg m_1$ ), ikinci hissəciyi sükunətdə hesab etmək olar. Burada məqsəd birinci hissəciyin hərəkət trayektoriyasını tapmaqdan ibarətdir.



Шякил

Klassik mexanikadan məlumdur ki, mərkəzi sahədə hərəkət edən hissəcik üçün tam mexaniki enerji və impuls momenti saxlanılır. Baxılan hal üçün polyar koordinatlarda  $(r, \varphi)$  bu qanunların ifadəsi aşağıdakı kimi olar:

$$\frac{m_1}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2) + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0 r} = E = const \quad (45.1)$$

$$m_1 r^2 \dot{\varphi} = P = m_1 v b = const . \quad (45.2)$$

Klassik mexanikada hər hansı bir məsələni həll edərkən əlverişli koordinat sisteminin seçilməsi mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Ona görə də adətən baxılan məsələnin

simmetriyasına uyğun olan koordinat sisteminin seçilməsi daha məqsədəuyğundur. Məhz bu səbəbdən də mərkəzi sahədə müstəvi üzərində hərəkəti öyrənərkən polyar koordinatlardan istifadə edilməsi əlverişlidir.

(45.1) ifadəsində nöqtə zamana görə törəməni göstərir və

$$u(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (45.3)$$

yüklü hissəciklər arasındakı Kulon qarşılıqlı təsirinin potensial enerjisidir.

(45.2) ifadəsində  $v$  – səpilən hissəciyin sonsuz uzaq məsafədə sürəti,  $b$  – hədəf məsafəsidir. Hədəf məsafəsi dedikdə, hissəciklər arasında qarşılıqlı təsir olmadıqda onların bir-birinə ən çox yaxınlaşa bildiyi məsafə başa düşülür. başqa sözlə, ikinci hissəcikdən birinci hissəciyin ilk hərəkət istiqamətinə qədər olan  $b$  məsafəsinə hədəf məsafəsi deyilir. Hədəf məsafəsi  $b$  kiçik olduqca birinci hissəciyin  $\theta$  meyl bucağı böyük olacaqdır. Aşağıda  $b$  və  $\theta$  kəmiyyətləri arasında sadə asılığın ifadəsini müəyyən edəcəyik. Aydın ki, birinci hissəcik ikinci hissəcikdən keçən düz xətt boyunca hərəkət etdikdə hədəf məsafəsi  $b=0$  olar. Ümumiyyətlə isə,  $b$  hədəf məsafəsinə toqquşma zamanı birinci hissəciyin ikinci hissəciyə ən çox yaxınlaşa bildiyi  $r_{min}$  məsafəsi ilə qarışdırmaq lazım deyil. Birincisi, ona görə ki, hədəf məsafəsi hesablananda hissəciklər arasında qarşılıqlı təsirin olmadığı fərz olunur. İkincisi, hissəciklər arasında itələmə qarşılıqlı təsiri mövcuddursa, onda itələmə qüvvəsinin təsiri altında birinci hissəcik tədricən dayanacaq və onun kinetik enerjisi qarşılıqlı təsirin potensial enerjisinə çevriləcək. Ona görə də

$$E_{k1} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{min}} = \frac{m_1 v^2}{2} \quad (45.4)$$

ifadəsindən

$$r_{min} = \frac{2Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 m_1 v^2} \quad (45.5)$$

alarlıq ki, bu da hədəf məsafəsi deyildir. Əgər birinci hissəcik ikinci hissəcikdən keçən düz xətt boyunca hərəkət etmərsə, onda ən çox yaxınlaşma məsafəsi  $OA$  olacaqdır (şəkil 45.1). 45.1 şəklindən görüldüyü kimi

$$b = OA \cdot \sin \frac{\pi - \theta}{2} = OA \cdot \cos \frac{\theta}{2}. \quad (45.6)$$

Birinci hissəcik ikinci hissəcikdən keçən düz xətt boyunca hərəkət etdikdə hədəf məsafəsi  $b=0$  olur və (45.6) düsturundan, gözlənilməli kimi,  $\theta=180^\circ$  alınır.

(45.2) düsturuna əsasən

$$\dot{\phi} = \frac{P}{m_1 r^2} \quad (45.7)$$

olduğunu nəzərə alaraq zamana görə törəmədən  $\phi$  bucağına görə törəməyə keçək:

$$\dot{r} = \frac{dr}{d\phi} \frac{d\phi}{dt} = \frac{P}{m_1 r^2} \cdot \frac{dr}{d\phi}. \quad (45.8)$$

(45.7) və (45.8) ifadələrini (45.1)-də nəzərə alsaq

$$\frac{m_1}{2} \left[ \frac{P^2}{m_1^2 r^4} \left( \frac{dr}{d\varphi} \right)^2 + \frac{P^2}{m_1^2 r^2} \right] = E - \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

və ya

$$\frac{1}{r^4} \left( \frac{dr}{d\varphi} \right)^2 = \frac{2m_1 E}{P^2} - \frac{2m_1 Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 P^2} \cdot \frac{1}{r} - \frac{1}{r^2} \quad (45.9)$$

olar. (45.9) ifadəsində

$$\rho = \frac{1}{r} \quad (45.10)$$

əvəzləməsi edərək  $r$  dəyişənindən  $\rho$  dəyişəninə keçək. Onda

$$\frac{d\rho}{d\varphi} = \frac{d\rho}{dr} \frac{dr}{d\varphi} = -\frac{1}{r^2} \cdot \frac{dr}{d\varphi}$$

olduğundan (45.9) ifadəsi aşağıdakı şəkllə düşər:

$$\left( \frac{d\rho}{d\varphi} \right)^2 = \frac{2m_1 E}{P^2} - \frac{2m_1 Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 P^2} \cdot \rho - \rho^2. \quad (45.11)$$

(45.11) tənliyini inteqrallamaq üçün onu əvvəlcə  $\varphi$ -yə görə diferensiallamaq əlverişlidir:

$$2 \frac{d\rho}{d\varphi} \cdot \frac{d^2 \rho}{d\varphi^2} = -\frac{2m_1 Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 P^2} \cdot \frac{d\rho}{d\varphi} - 2\rho \frac{d\rho}{d\varphi}.$$

Buradan

$$\frac{d\rho}{d\varphi} \left( \frac{d^2 \rho}{d\varphi^2} + \rho + \frac{m_1 Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 P^2} \right) = 0 \quad (45.12)$$

alınır. Bu tənlikdə, ümumiyyətlə,  $\frac{d\rho}{d\varphi} \neq 0$  götürülməlidir. Çünki  $\frac{d\rho}{d\varphi} = 0$  tənliyindən  $\varphi$ -

nin ixtiyari qiymətləri üçün  $\rho = \text{const}$  alınır ki, bu da yalnız çevrə üzrə hərəkət üçün doğrudur. Çevrə üzrə hərəkət üçün, yəni trayektoriyanın bütün nöqtələri üçün  $\rho = \text{const}$  olduqda  $\rho$  üçün

$$\rho = -\frac{m_1 Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 P^2} \quad (45.13)$$

ifadəsi alınır. Doğrudan da, çevrə üzrə hərəkət zamanı Kulon qüvvəsinin mərkəzəqaçma qüvvəsinə əks işarə ilə bərabər olması şərtini ifadə edən  $\frac{m_1 Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = -\frac{m_1 v^2}{r}$  düsturunda

impuls momentinin  $P = m_1 v r$  ifadəsini nəzərə almaqla (45.13) bərabərliyinin doğruluğuna inanmaq olar. Bir qədər sonra görəcəyik ki, (45.13) ifadəsi (45.12) düsturunda mötərizədəki ifadəni sıfıra bərabər etdikdə alınan qeyri-bircins diferensial tənliyin xüsusi həllidir. Deməli,  $d\rho/d\varphi = 0$  şərti yeni həll vermir. Beləliklə, (45.12) tənliyində  $d\rho/d\varphi \neq 0$  olduğundan, bu tənliyin ödənməsi üçün mötərizədəki ifadə sıfıra bərabər olmalıdır. Bu isə

o deməkdir ki,  $\rho$ -nu təyin etmək üçün biz aşağıdakı kimi ikitərtibli xətti qeyri-bircins diferensial tənliyi həll etməliyik:

$$\frac{d^2 \rho}{d\varphi^2} + \rho = -\frac{m_1 Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 P^2}. \quad (45.14)$$

Məlumdur ki, xətti qeyri-bircins diferensial tənliyin ümumi həlli onun xüsusi həlli ilə, uyğun bircins tənliyin həllinin cəminə bərabərdir. Dərhal görünür ki, (45.14) tənliyinin xüsusi həlli (45.13) düsturu ilə təyin olunur:

$$\rho_1 = -\frac{m_1 Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 P^2}. \quad (45.15)$$

(45.14)-ə uyğun bircinsli tənlik

$$\frac{d^2 \rho}{d\varphi^2} + \rho = 0 \quad (45.16)$$

kimidir və bu tənliyin həlli

$$\rho_2 = A \cos \varphi + B \sin \varphi \quad (45.17)$$

olar. Burada  $A$  və  $B$  – başlangıç şərtlərdən təyin olunan ixtiyari sabitlərdir. Beləliklə, (45.14) tənliyinin ümumi həlli

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 = -\frac{m_1 Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 P^2} + A \cos \varphi + B \sin \varphi \quad (45.18)$$

olar.

Əgər biz  $\varphi$  bucağını radius-vektorun  $r=r_{\min}(\rho=r_{\max})$  vəziyyətindən hesablamaya başlasaq

$$\left. \frac{d\rho}{d\varphi} \right|_{\varphi=0} = 0 \quad (45.19)$$

yaza bilərik. Onda (45.18)-dən

$$\frac{d\rho}{d\varphi} = -A \sin \varphi + B \cos \varphi \quad (45.20)$$

olduğuna görə, (45.19) şərtinə əsasən,  $B=0$  alınır. Beləliklə, (45.18) ifadəsi

$$\rho = -\frac{m_1 Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 P^2} + A \cos \varphi \quad (45.21)$$

şəklinə düşür. Bu isə ikinci hissəciyin yaratdığı Kulon sahəsində birinci hissəciyin  $\rho=r(\varphi)$  hərəkət trayektoriyasının tənliyidir. Bu tənliyi konus kəsiklərinin polyar koordinatlarda fokusa nəzərən

$$r = \frac{a(1-\epsilon^2)}{1+\epsilon \cos \varphi} \quad (45.22)$$

tənliyi ilə müqayisə edək. Burada  $a$  – böyük yarım ox,  $\epsilon$  – eksentrisitetdir. Buradan

$\rho = \frac{1}{r}$  üçün aşağıdakı ifadəni yazı bilərik:

$$\rho = \frac{1 + \varepsilon \cos \varphi}{a(1 - \varepsilon^2)}. \quad (45.23)$$

Göründüyü kimi,

$$\frac{m_1 Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 P^2} = \frac{1}{a(1 - \varepsilon^2)}, A = \frac{\varepsilon}{a(1 - \varepsilon^2)} \quad (45.24)$$

olduğunu qəbul etsək, (45.21) və (45.23) ifadələri üst-üstə düşər. Bu isə o deməkdir ki, birinci hissəciyin trayektoriyası konus kəsiyi şəklində olmalıdır (bu, Keplerin I qanununa uyğun gəlir).

Bu konus kəsiyi, ellips, hiperbola və parabola şəklində ola bilər. Konus kəsiyinin ellips olması şərtini tapmaq üçün  $\rho$ -nun maksimum və minimum olması şərtini tapan.  $\rho$ -nun ekstremum qiymət alması üçün zəruri şərt  $\frac{d\rho}{d\varphi} = 0$  olmasıdır. (45.11)-də  $\frac{d\rho}{d\varphi} = 0$  yazsaq, aşağıdakı kvadrat tənlik alınır:

$$\rho^2 + 2 \cdot \frac{m_1 Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 P^2} \cdot \rho - \frac{2m_1 E}{P^2} = 0. \quad (45.25)$$

Kvadrat tənliyin köklərinin xassəsinə (Viyet teoremi) əsasən (45.25) ifadəsindən

$$\rho_{maks} + \rho_{min} = -\frac{2m_1 Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 P^2}, \rho_{maks} \cdot \rho_{min} = -\frac{2m_1 E}{P^2} \quad (45.26)$$

yaza bilərik. Əgər  $E$  enerjisi mənfidirsə ( $E < 0$ ),  $\rho_{maks} \cdot \rho_{min} > 0$ , və deməli,  $\rho$ -nun ( $r$ -in)  $d\rho/d\varphi = 0$  şərtini ödəyən iki dənə müsbət qiyməti mövcuddur. Bu qiymətlərdən biri  $\rho$ -nun maksimumuna ( $r$ -in minimumuna, periheli), digəri  $\rho$ -nun minimumuna ( $r$ -in maksimumuna, afeli) uyğun gəlir. Deməli,  $E < 0$  olduqda birinci hissəciyin trayektoriyası ellips olur.

Əgər  $E > 0$  olarsa,  $\rho_{maks} \cdot \rho_{min} < 0$  olur. Bu isə o deməkdir ki,  $\rho$  kəmiyyəti  $r$ -in maksimum və minimumuna uyğun olan müsbət işarəli iki dənə qiymət ala bilməz və bu qiymətlərdən biri müsbət, digəri isə mənfə işarəli olmalıdır. Radius-vektorun müsbət və mənfə işarəli qiymətləri isə hiperbolanın iki müxtəlif qoluna uyğun gəlir. Deməli,  $E > 0$  olduqda trayektoriya hiperbola şəklində olur. Qeyd edək ki,  $E = 0$  olduqda isə trayektoriya parabola formasında olur.

İndi isə  $\theta$  səpilmə bucağını tapan (şəkil 45.1). Bu məqsədlə (45.18) tənliyini

$$\rho = C + A \cos \varphi + B \sin \varphi \quad (45.27)$$

kimi yazsaq. Burada

$$C = -\frac{m_1 Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 P^2} \quad (45.28)$$

işarə edilmişdir.  $A$  və  $B$  sabitlərini tapmaq üçün aşağıdakı başlanğıc şərtlərdən istifadə edəcəyik. 45.1 şəklindən göründüyü kimi,  $\varphi = \pi$  olduqda  $r = \infty$  və  $\rho = 0$  olur. Onda (45.27) tənliyindən, bu şərt daxilində

$$A=C \quad (45.29)$$

alınır.

İkinci şərt də 45.1 şəklindən alınır. Trayektoriyanın üzərindəki ixtiyari ordinatı  $y$  polyar koordinatlar  $r$  və  $\varphi$  vasitəsilə aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$y=r\sin\varphi \text{ və ya } \frac{1}{y} = \frac{1}{r\sin\varphi} = \frac{\rho}{\sin\varphi}. \quad (45.30)$$

(45.27)-(45.30) ifadələrinə əsasən

$$\frac{1}{y} = \frac{C(1+\cos\varphi)}{\sin\varphi} + B \quad (45.31)$$

yaza bilərik.

$\varphi=\pi$  olduqda  $y$  ordinatı  $b$  hədəf məsafəsinə, (45.31) ifadəsində sağ tərəfdəki birinci hədd isə sıfıra bərabər olur. Beləliklə,  $B=1/b$  olur və (45.27) ifadəsi

$$\rho = C(1+\cos\varphi) + \frac{\sin\varphi}{b} \quad (45.32)$$

şəklinə düşür. Burada  $r=\infty$  ( $\rho=0$ ) olduqda  $\varphi=\theta$  olduğunu nəzərə alsaq

$$-\frac{1}{bC} = \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = \operatorname{ctg}\frac{\theta}{2} \quad (45.33)$$

və ya (45.28)-i (45.33)-də yerinə yazsaq

$$\operatorname{ctg}\frac{\theta}{2} = \frac{4\pi\varepsilon_0 P^2}{m_1 Z_1 Z_2 e^2 b} \quad (45.34)$$

olar.

İmpuls momenti  $P$  üçün (45.2) ifadəsini (45.34)-də nəzərə alsaq isə

$$\operatorname{ctg}\frac{\theta}{2} = \frac{4\pi\varepsilon_0 m_1 v^2 b}{Z_1 Z_2 e^2} \quad (45.35)$$

olar.

Əgər ikinci hissəcik nüvə, birinci hissəcik isə  $\alpha$ -hissəcik olsa, (45.1) düsturundan görüldüyü kimi,  $E>0$  olur və deməli, bu paraqrafın əvvəlində qəbul edilmiş şərtlər daxilində atomun  $O$  nüvəsinə nəzərən  $\alpha$ -hissəciyin trayektoriyası hiperbola əyrisi şəklində olmalıdır.  $\alpha$ -hissəciyin kütləsini  $m_\alpha$ , səpici mərkəzdən, yəni nüvədən böyük məsafədə onun sürətini  $v$  ilə işarə etsək,  $\alpha$ -hissəcik üçün  $Z_1 e = +2e$ , nüvə üçün isə  $Z_2 e = +ze$  olduğunu nəzərə alsaq, (45.35) düsturu aşağıdakı şəkllə düşür:

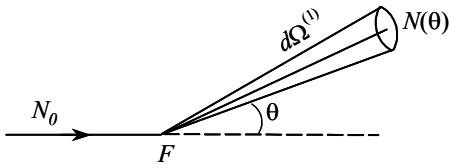
$$\operatorname{ctg}\frac{\theta}{2} = \frac{2\pi\varepsilon_0 m_\alpha v^2 b}{Ze^2} \quad (45.36)$$

(45.36) ifadəsi  $\alpha$ -hissəciklərin nazik folqadan keçərkən səpilmə bucağını təyin etmək üçün düsturdur. Lakin bu düstura təcrübədə ölçülməsi mümkün olmayan  $b$  hədəf məsafəsi daxil olduğu üçün, həmin düsturu bilavasitə eksperiment yolu ilə yoxlamağa cəhd göstərmək mənasız işdir.

Lakin (45.36) düsturunu biz səpilmənin effektiv kəsiyi üçün təcrübədə təyin olunması mümkün olan parametrlərdən asılı ifadə almağa imkan verən statistik nəzəriyyənin əsası

kimi götürə bilərik.

Mərkəzində səpici  $F$  folqası yerləşən sfera götürək (şəkil 45.2). Bu folqanın üzərinə sıxlığı  $N_0$  olan  $\alpha$ -hissəciklər seli düşür.



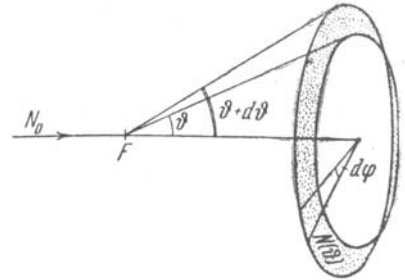
Шякил 45.2.

Səpilməni ətraflı öyrənərkən adətən  $\theta$  və  $\varphi$  bucaqları ilə xarakterizə olunan istiqamətdə  $d\Omega^{(1)}$  cisim bucağı daxilində səpilən hissəciklərin orta sayı  $N(\theta)$  təyin olunur.  $d\Omega^{(1)}$  cisim bucağı uyğun  $ds=R^2\sin\theta d\theta d\varphi$  sferik səth elementinin sferanın radiusunun kvadratına olan nisbətində bərabərdir:

$$d\Omega^{(1)} = \frac{ds}{R^2} = \sin\theta d\theta d\varphi \quad (45.37)$$

Rezerfordun təcrübələrində  $\theta$  və  $\theta+d\theta$  bucaqları ilə xarakterizə olunan iki cisim bucağının arasında yerləşən oblastda (yəni konuslar arasında) (şəkil 45.3) səpilən  $\alpha$ -hissəciklərin orta sayı hesablanırdı. Aydındır ki, bu hala uyğun gələn  $d\Omega$  cisim bucağı (45.37) ifadəsini  $\varphi$  üzrə 0-dan  $2\pi$ -yə qədər inteqrallamaqla tapıla bilər:

$$d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta \quad (45.38)$$



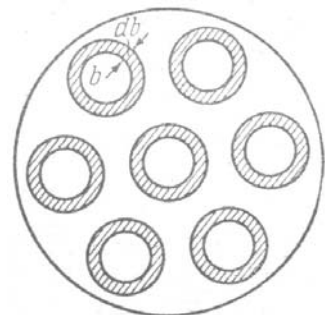
Шякил 45.3.

Məhz bu  $d\Omega$  cisim bucağı daxilində səpilmə üçün effektiv kəsiyi hesablamaq tələb olunur. Fərz edək ki, səpilmə baş verənə qədər  $\alpha$ -hissəciklər paralel dəstə şəklində hərəkət edir. Səpici folqanı elə nazik götürək ki, ondan keçən hər bir  $\alpha$ -hissəcik yalnız bir nüvənin yaxınlığından keçmiş olsun, yəni hər bir  $\alpha$ -hissəcik yalnız bir dəfə səpilmiş olsun. Başqa şərtlər eyni olduqda  $\alpha$ -hissəciyin səpilmə bucağı, (45.36) düsturuna görə,  $b$  hədəf məsafəsi ilə təyin olunduğundan, verilmiş nüvədən  $\theta$  və  $\theta+d\theta$  bucaqları arasında yerləşən bucaq qədər elə  $\alpha$ -hissəcik səpiləcək ki, onun üçün hədəf məsafəsi  $b$  və  $b-db$  arasında qiymət alsın. Başqa sözlə, səpilən  $\alpha$ -hissəciklər hər bir səpici mərkəz ətrafında çəkilmiş  $b$  və  $b-db$  radiuslu konsentrik çevrələr arasında yerləşmiş həlqədən keçmiş olacaqdır (şəkil 45.4). (45.36) düsturundan görünür ki,  $d\theta$  və  $db$  arasında aşağıdakı asılılıq vardır:

$$-\frac{1}{\sin^2\theta} \frac{d\theta}{2} = \frac{2\pi\epsilon_0 m_\alpha v^2}{Ze^2} db. \quad (45.39)$$

Burada mənfi işarəsi göstərir ki,  $b$  hədəf məsafəsi artdıqca ( $db>0$ ) meyl bucağı  $\theta$  azalır ( $d\theta<0$ ). Biz  $db$  kəmiyyətinin yalnız mütləq qiymətindən istifadə edəcəyik və ona görə də (45.39) düsturunda mənfi işarəsini nəzərə almayacağıq.

$\alpha$ -hissəciklər dəstəsinin en kəsiyinin sahəsi  $s$  olarsa (şəkil 45.4), onda səpici folqada bu dəstənin qarşısına çıxan nüvələrin sayı  $nsa$  olar. Burada  $n$  – vahid həcmdəki



Шякил 45.4.



atomların sayı,  $a$  – folqanın qalınlığıdır. Əgər  $\alpha$ -hissəciklər dəstənin en kəsiyi üzrə bərabər paylanmışdırsa və onların sayı çox böyükdürsə (bu həqiqətən belədir), onda nüvələrdən birinin yaxınlığından hədəf məsafəsinin  $b$  və  $b-db$  qiymətləri arasındakı müəyyən qiymətinə uyğun trayektoriya üzrə hərəkət edən, yəni bir nüvədən  $\theta$  və  $\theta+d\theta$  bucaqları intervalında yerləşən bucaq qədər səpilən  $\alpha$ -hissəciklərin nisbi sayı aşağıdakı kimi olar:

$$\frac{dN_\theta}{N} = \frac{nsa \cdot 2\pi b db}{s} = na \cdot 2\pi b db. \quad (45.40)$$

Burada  $2\pi b db$  – radiusları  $b$  və  $b-db$  olan konsentrik çevrələr arasında qalan həlqənin sahəsi,  $N$  – səpici folqa üzərinə düşən  $\alpha$ -hissəciklərin tam seli,  $dN_\theta$  –  $\theta$  və  $\theta+d\theta$  bucaqları arasında yerləşən  $\alpha$ -hissəciklər selidir.

$b$  və  $db$  kəmiyyətlərini (45.36) və (45.39) ifadələrindən taparaq (45.40) düsturunda yazsaq

$$\frac{dN_\theta}{N} = na \cdot \left( \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 m_\alpha v^2} \right)^2 \cdot 2\pi \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \cdot \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \frac{d\theta}{2} \quad (45.41)$$

olar. Burada  $\theta$  bucağı daxil olan vuruqları

$$\frac{\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{\cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2}}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \frac{\sin \theta}{2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

kimi çevirərək

$$\frac{dN_\theta}{N} = na \cdot \left( \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 m_\alpha v^2} \right)^2 \frac{2\pi \sin \theta d\theta}{4 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (45.42)$$

yaza bilərik. Lakin (45.38) düsturuna görə  $2\pi \sin \theta d\theta$  kəmiyyəti  $\theta$  və  $\theta+d\theta$  səpilmə bucaqlarına uyğun gələn istiqamətlər (konuslar) arasında qalan  $d\Omega$  cisim bucağına bərabər olduğundan (45.42) ifadəsini aşağıdakı kimi də yazmaq olar:

$$\frac{dN_\theta}{N} = na \cdot \left( \frac{Ze^2}{32\pi\epsilon_0 m_\alpha v^2} \right)^2 \cdot \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}. \quad (45.43)$$

Bu,  $\alpha$ -hissəciklərin səpilməsi üçün Rezerford düsturudur. Bu düsturdan görünür ki, səpilən  $\alpha$ -hissəciklərin  $dN_\theta$  sayı  $\theta$  bucağından kəskin asılıdır və  $\theta$  kiçildikdə bu say kəskin artır.

Rezerfordun əməkdaşları bu düsturu təcrübə yolu ilə ciddi şəkildə yoxlamışdır. Bu məqsədlə onlar müxtəlif  $\theta$  bucaqları altında eyni zaman müddəti ərzində səpilən hissəciklərin sayını ekranda müşahidə olunan parıltıların sayına əsasən müəyyən etmişlər. 44.2 şəklinə uyğun olaraq, təcrübələr zamanı eyni bir cisim bucağı daxilində (bu cisim bucağı  $E_k$  ekranın sahəsi və folqadan ekrana qədər olan məsafə ilə təyin olunur) səpilən  $\alpha$ -hissəciklərin sayı müəyyən edilirdi. Ona görə də müxtəlif bucaqlar altında müşahidə

olunan parıltıların sayı, (45.43) Rezerford düsturuna uyğun olaraq,  $\frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$  ilə düz

mütənasib olmalıdır. Doğrudan da, (45.43) düsturuna əsasən

$$dN_{\theta} \cdot \sin^4 \frac{\theta}{2} = Nna \cdot \left( \frac{Ze^2}{32\pi\epsilon_0 m_{\alpha} v^2} \right)^2 d\Omega \quad (45.44)$$

ifadəsindən görünür ki, bütün digər şərtləri eyni saxlamaqla, yalnız  $\theta$  bucağını dəyişdirsək

$$dN_{\theta} \cdot \sin^4 \frac{\theta}{2} = \text{const} \quad (45.45)$$

olmalıdır. Sxemi 44.2 şəklində verilmiş təcrübələrdə (45.45) düsturunu yoxlamaq üçün 100 000-dən çox parıltı sayılmışdı. Qızıl folqadan səpilmə üçün bu təcrübələrdən alınan

nəticələr 45.1 cədvəlində verilmişdir. Bu cədvəldən görünür ki,  $\frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$  kəmiyyətinin və

parıltıların sayının çox geniş intervalda dəyişməsinə baxmayaraq,  $dN_{\theta} \cdot \sin^4 \frac{\theta}{2}$  hasili,

nəzəriyyənin tələblərinə uyğun olaraq, təqribən sabit qalır. Doğrudan da,  $\frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$

kəmiyyəti təqribən 3500 dəfə dəyişdikdə,  $dN_{\theta} \cdot \sin^4 \frac{\theta}{2}$  hasili yalnız 30% dəyişir.

**Cədvəl 45.1.**

Meyl bucağı (dərəcə ilə)	$\frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$	Parıltıların sayı	$dN_{\theta} \cdot \sin^4 \frac{\theta}{2}$
150	1,15	33,1	28,8
135	1,38	43,0	31,2
120	1,79	51,9	29,0
105	2,53	69,5	27,5
75	7,25	211	29,1
60	16,0	477	29,8
45	46,6	1435	30,8
30	223	7800	35,0
15	3445	132000	38,4

Analoji yolla səpilmənin  $\alpha$ -hissəciklərin  $v$  sürətindən və folqanın  $a$  qalınlığından asılılığı təcrübədə öyrənilmiş və bütün hallarda nəzəriyyə ilə yaxşı uyğun gələn nəticələr alınmışdır. Təcrübə nəticələrin nəzəriyyə ilə belə yaxşı uyğun gəlməsi eyni zamanda təcrübələrin aparıldığı şərtlər daxilində, yəni ağır nüvələr və çox da böyük olmayan sürətə malik  $\alpha$ -hissəciklər arasında qarşılıqlı təsir üçün Kulon qanununun tətbiq olunmasının mümkünlüyünü sübut edir. Nüvədən keçən düz xətt boyunca hərəkət edən, yəni hədəf

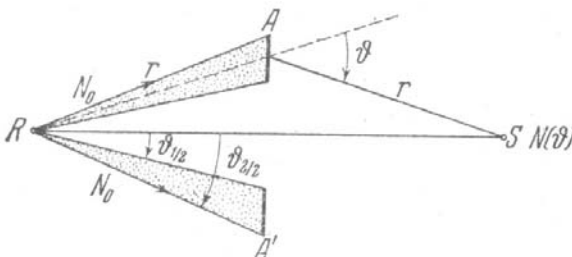
məsafəsi  $b=0$  olan  $\alpha$ -hissəciyin nüvənin mərkəzinə yaxınlaşa biləcəyi ən kiçik  $r_{min}$  məsafəsini  $\alpha$ -hissəciyin kinetik enerjisinin nüvə ilə  $\alpha$ -hissəciyin Kulon qarşılıqlı təsirinin potensial enerjisinə bərabər olması şərtindən, (45.5) düsturuna əsasən tapmaq olar. Bu düsturda, məsələn,  $Z_1=2$  ( $\alpha$ -hissəcik),  $Z_2=30$  (sink atomu),  $v=10^7$  m/san,  $m_1=m_\alpha=6,6\cdot 10^{-27}$  kq,  $e=1,6\cdot 10^{-19}$  Kl və  $\epsilon_0=8,85\cdot 10^{-12}$  Kl<sup>2</sup>/nm<sup>2</sup> qiymətlərini yazsaq,  $r=4\cdot 10^{-14}$  m olduğunu tapırıq.

Qazlarda  $\alpha$ -hissəciklərin səpilməsi halı üçün nəzəriyyənin təcrübədə yoxlanması üsulu da maraqlıdır. Bu üsulun mahiyyəti ondan ibarətdir ki, Vilson kamerasındakı qaz daxilində hərəkət edən çoxlu sayda  $\alpha$ -hissəciklərin treklərinin fotosəkilləri alınır, bu fotosəkillər əsasında meyl bucaqları ölçülür və eyni bir səpilmə bucağının neçə dəfə rast gəlindiyini hesablanır. Bu üsul Bleket tərəfindən əsas etibarilə Kulon qanununun tətbiq olunma hüdudlarını müəyyən etmək üçün istifadə olunmuşdur. Müəyyən edilmişdir ki, arqon üçün nüvənin və  $\alpha$ -hissəciyin mərkəzləri arasındakı məsafənin  $7\cdot 10^{-14}$ – $10^{-11}$  m, hava üçün isə  $3\cdot 10^{-14}$ – $5\cdot 10^{-12}$  m intervalına uyğun olan qiymətlərdə Kulon qanunu ödəyir. Lakin buradan Kulon qanununun universal olması və məsafənin daha kiçik qiymətləri, məsələn, nüvə daxilindəki qarşılıqlı təsir üçün də ödənməsinin mümkünlüyü haqqında nəticə çıxarmaq olmaz. Doğrudan da,  $\alpha$ -hissəciklərin yüngül nüvələrdən səpilməsinin öyrənilməsi göstərmişdir ki, qarşılıqlı təsirdə olan yüklü hissəciklər arasındakı məsafə  $10^{-14}$  m olduqda Kulon qanunundan kəskin kənara çıxmalar müşahidə olunur.  $10^{-14}$  m-dən kiçik məsafələrdə isə, məsafənin artması ilə kəskin azalan və eyni işarəli yüklər arasında Kulon itələmə qüvvəsindən xeyli böyük olan, cazibə qüvvələri meydana çıxır. Bu qüvvələr nüvə qüvvələri, onların xarakterizə etdiyi qarşılıqlı təsir isə nüvə qarşılıqlı təsiri adlanır.

(45.43) Rezerford düsturu  $Z$  ədədini, yəni nüvədəki müsbət elementar yüklərin sayını da təcrübə yolu ilə təyin etməyə imkan verir. Doğrudan da, düşən  $\alpha$ -hissəciklərin flüoressensiyaedici ekranda yaratdığı parıltıların  $N$  sayını və  $\theta$  ilə  $\theta+d\theta$  bucaqları arasında yerləşən bucaq qədər səpilmən  $\alpha$ -hissəciklərin yaratdığı parıltıların  $dN_\theta$  sayını bilərək biz  $d\sigma=dN_\theta/N$  kəmiyyətini tapa bilərik. (45.43) düsturunun sağ tərəfinə isə təyin edilməsi tələb olunan  $Z$  kəmiyyətindən başqa ya məlum ( $n, a, e$ ), ya da təcrübədə ölçülə bilən ( $m_\alpha v^2, \theta$ ) kəmiyyətləri daxildir. Beləliklə,  $Z$ -i təyin etmək üçün yalnız ekrandakı parıltıların  $N$  və  $dN_\theta$  sayını tapmaq lazımdır. Təcrübələrin əsas çətinliyi ondan ibarət idi ki, bu ədədlər bir-birindən kəskin fərqlənir. İlk təcrübələr zamanı  $N$  və  $dN_\theta$  ədədləri müxtəlif qurğularda, yəni müxtəlif şəraitdə ölçülürdü ki, bu da böyük səhvlərin meydana çıxmasına səbəb olmuşdu.

Çedvik təcrübəsinin şəraitini dəyişdirərək hər iki  $N$  və  $dN_\theta$  ədədlərini eyni bir qurğuda təyin etməyə nail olmuş və nəticədə  $Z$ -i böyük dəqiqliklə müəyyən etmişdi. Çedvikin təcrübəsinin sxemi 45.5 şəklində verilmişdir. Səpici folqa  $AA'$  həlqəsi şəklindədir.

Radioaktiv preparat  $R$  və ZnS-dən hazırlanmış  $S$  ekranı  $AA'$  folqasından eyni bir  $r$  məsafəsində yerləşdirilir. Müəyyən  $\theta$  bucağı altında səpilmən  $\alpha$ -hissəciklərin sayı tapılır. Hesablamaları sadələşdirmək üçün bu  $\theta$  bucağı  $RS$  oxu ilə  $R$ -dən səpici folqaya gələn şüalar arasında qalan bucaqdan iki



Шякил 45.5.

dəfə böyük götürülür. Həlqənin daxilində  $R$  və  $S$  arasında  $\alpha$ -hissəciklər üçün qeyri-şəffaf olan ekran yerləşdirməklə, yalnız səpilən  $\alpha$ -hissəcikləri saymaq olar. Əgər  $AA'$  həlqəsinin ekranla örtülsə, onda düşən dəstədəki  $\alpha$ -hissəciklərin  $N$  sayını tapmaq olar. Bu  $N$  ədədi çox böyük olduğundan (məsələn, səpilən  $\alpha$ -hissəciklərin bir dəqiqədə verdiyi parıltıların sayının 30-a bərabər olması üçün, bir dəqiqədə düşən  $\alpha$ -hissəciklərin ümumi sayı 20000 olmalıdır), düşən  $\alpha$ -hissəciklərin ekranda yaratdığı parıltıları bilavasitə saymaq üçün  $S$ -in qarşısına nazik yarığı olan fırlanan disk qoyulur. Bu disk düşən  $\alpha$ -hissəciklərin ekranda yaratdığı parıltıları saymaqla, həmin nisbəti bilərək,  $N$  ədədini tapmağa imkan verir. Bu üsulla Çedvik platin, gümüş və mis üçün  $Pt(78) - 77,4$ ;  $Ag(47) - 46,3$ ;  $Cu(29) - 29,3$  qiymətlərini tapmışdı. Elementlərin kimyəvi işarəsindən sonra mötərizədə yazılmış ədəd Mendeleev cədvəlində bu elementin sıra nömrəsini göstərir. Deməli, Çedvik təcrübələri göstərdi ki, nüvədəki müsbət elementar yüklərin sayı uyğun elementin  $Z$  sıra nömrəsinə bərabərdir. Bu müddəanı isə 1913-cü ildə hollandiyalı fizik Vanden Bruk hipotez şəklində söyləmişdi. Bir çox elementlər üçün də digər tədqiqatçılar tərəfindən təsdiq olunmuş bu qayda göstərdi ki, nüvənin yükünün təyin olunması məsələsi bütün elementlərin atom nömrəsinin dəqiq təyin olunmasına gətirilir. Elementlərin atom nömrəsini isə rentgen spektrləri vasitəsilə dəqiq təyin etmək mümkündür (Ə32, Mozli qanunu).

Rezerford təcrübələrindən məlumdur ki, bir çox  $\alpha$ -hissəciklər  $\theta = \pi/2$  və daha böyük bucaqlar altında səpilirlər. Belə böyük bucaqlar altında səpilmənin mövcud olması üçün nüvənin müsbət yükü, xətti ölçüləri hədəf məsafəsindən kiçik olan bir həcmdə yerləşməlidir. (45.36) düsturuna əsasən  $\theta = \pi/2$  səpilmə bucağına uyğun gələn hədəf məsafəsi

$$b = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 \frac{m_\alpha v^2}{2}} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 W_{kin}} \quad (45.46)$$

olar. Burada  $W_{kin} = m_\alpha v^2/2$  –  $\alpha$ -hissəciklərin kinetik enerjisidir. Rezerford təcrübələrində istifadə olunan  $\alpha$ -hissəciklər üçün  $W_{kin} \approx 5 \text{ MeV}$  idi. Onda (45.46) düsturuna əsasən  $Z=8$  olduqda  $b \approx 0,25 \cdot 10^{-14} \text{ m}$  alınır. Deməli, atom nüvəsinin ölçüsü  $10^{-14} \text{ m}$  tərtibində olmalıdır. Atomun ölçüsü isə  $10^{-10} \text{ m}$  tərtibindədir. Buradan görünür ki,  $\alpha$ -hissəciklərin böyük bucaqlar altında səpilməsini yaradan müsbət yük doğrudan da atomun daxilində nüvə adlanan çox kiçik bir həcmdə toplanmalıdır.

Beləliklə,  $\alpha$ -hissəciklərin səpilməsi nəzəriyyəindən alınan (45.43) Rezerford düsturunun təcrübələr vasitəsilə təsdiq olunması göstərdi ki, atom üçün Rezerfordun təklif etdiyi planetar model, yəni atomun müsbət yüklü ağır nüvədən və bu nüvənin ətrafında qapalı orbitlər boyunca hərəkət edən elektronlardan ibarət olması modeli həqiqətə uyğun gəlir.

#### Ə46. Planetar modelə görə atomun şüalanma nəzəriyyəsi

Atom üçün Rezerfordun təklif etdiyi planetar modelə görə, atom ölçüsü çox kiçik ( $\sim 10^{-14} \text{ m}$ ), lakin kütləsi təqribən atomun kütləsinə bərabər olan  $+Ze$  yüklü nüvədən və nüvənin mərkəzi ətrafında müxtəlif orbitlər üzrə hərəkət edən  $Z$  sayda elektronlardan

ibarətdir. Bu model atom üçün Tomson modelindən daha yaxşıdır, çünki o,  $\alpha$ -hissəciklərin səpilməsinə dair təcrübələrdə müşahidə olunan nəticələrə tam uyğun gəlir və həm də dinamikdir. Əgər atom üçün Rezerford modeli statik olsaydı, onda nüvəni əhatə edən elektronlar, Kulon cazibə qüvvəsinin təsiri altında, nüvənin üzərinə düşərdi. Dinamik planetar modelə görə böyük kütləyə malik olan nüvə sükunətdə hesab olunur (sonralar nüvənin də hərəkətini nəzərə almaq lazım gələcəkdir), elektronlar isə bu nüvənin ətrafında dairəvi və elliptik orbitlər üzrə hərəkət edirlər. Atomun diametri  $\sim 10^{-10} m$  olub, nüvənin ölçüsündən  $10^4$  dəfə böyükdür.

Ən sadə atom olan hidrogen atomu üçün planetar modelə baxaq. Sadəlik naminə fərz edək ki, elektron (kütləsi  $m$ , yükü  $-e$ ) nüvənin ətrafında (yükü  $+e$ ) dairəvi orbit üzrə hərəkət edir. Sonralar müəyyən edildi ki, hidrogen atomunun nüvəsi, kütləsi elektronun kütləsindən 1836 dəfə böyük olan protondur. Ona görə də ilkin yaxınlaşmada hidrogen atomunda nüvənin, yəni protonun hərəkətini nəzərə almamaq, yəni onu sükunətdə hesab etmək olar.

Baxılan məsələni daha ümumi şəkildə həll etmək məqsədilə hidrogenəbənzər atomlara, yəni  $+Ze$  yüklü nüvədən və bir elektrondan ibarət olan atom sistemlərinə baxmaq daha əlverişlidir. Belə atom sistemlərinə misal olaraq  $H$ ,  $He^+$ ,  $Li^{2+}$ ,  $Be^{3+}$  və s. göstərmək olar. İstənilən vaxt  $Z=1$  yazmaqla hidrogen atomuna aid olan nəticəni əldə etmək olar. Qazların molekulyar kinetik nəzəriyyəsiindən məlumdur ki, atomların ölçüləri  $10^{-8} sm$  tərtibindədir. Digər tərəfdən  $\alpha$ -hissəciklərin səpilməsinə dair Rezerford təcrübələrindən görünür ki, Kulon qanunu  $10^{-12} sm$  tərtibli məsafələr üçün də doğrudur. Ona görə də biz tam əmin ola bilərik ki, hidrogenəbənzər atomda elektronun nüvə ilə qarşılıqlı təsiri Kulon qanununa tabedir. Beləliklə, hidrogenəbənzər atomda elektronu orbitdə saxlayan nüvə tərəfindən ona təsir edən Kulon cazibə qüvvəsidir:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} \quad (46.1)$$

Burada  $r$  – elektronun dairəvi orbitinin radiusudur. Nyutonun ikinci qanununa görə

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \quad (46.2)$$

yazmaq olar. Burada  $a_r = \frac{v^2}{r}$  – mərkəzəqaçma təcildir.

(46.2) tənliyinə əsasən elektronun kinetik enerjisi üçün aşağıdakı ifadəni yaza bilərik:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r} \quad (46.3)$$

Elektronun potensial enerjisi isə

$$E_p = C - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r} \quad (46.4)$$

olar. Burada  $C$  – sabiti  $r \rightarrow \infty$  olduqda elektronun potensial enerjisidir.  $r \rightarrow \infty$  məsafəsində elektron ilə nüvə arasında Kulon qarşılıqlı təsiri olmadığından  $E_p(\infty) = C = 0$  olur və (46.4) düsturu

$$E_p(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r} = -2E_k \quad (46.5)$$

şəklinə düşür. Potensial enerjinin işarəsindəki mənfi işarəsi göstərir ki, baxılan sistemdə itələmə deyil, cazibə qüvvəsi təsir edir, yəni elektron müsbət yüklü nüvə tərəfindən cəzbl olunur. Sistemin tam enerjisi  $E_k$  və  $E_p$  enerjilərinin cəminə bərabərdir:

$$E = E_k + E_p = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r} \quad (46.6)$$

Tam enerjinin mənfi işarəli ( $E < 0$ ) olması isə göstərir ki, baxılan sistem rabitəli sistemdir,

yəni bu sistemdə elektronun hərəkəti finitdir.

Nüvənin yaratdığı Kulon sahəsinin potensialı isə, (46.5) düsturuna əsasən

$$u(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze}{r} \quad (46.7)$$

olar.

Elektronun atomda rabitə enerjisi onu atomdan qoparmaq üçün, yəni atomu ionlaşdırmaq üçün tələb olunan minimum enerjiyə bərabər hesab olunur. Təcrübə yolu ilə müəyyən edilmişdir ki, hidrogen atomu üçün ( $Z=1$ ) rabitə enerjisi  $13,53 \text{ eV}$ -dur. Bu qiyməti (46.6)-da yazaraq hidrogen atomunun radiusu üçün  $r=0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m}=0,53 \text{ \AA}$  qiymətini tapırıq. Sonra görəcəyik ki, bu kəmiyyət Bor radiusu adlanır və onun indi tapdığımız qiyməti digər üsullarla tapılmış qiymətə yaxşı uyğun gəlir.

Elektronun orbit üzrə  $v$  xətti sürəti və  $f$  fırlanma tezliyi arasında aşağıdakı əlaqə vardır:

$$v = \omega r = 2\pi f r. \quad (46.8)$$

(46.8)-i (46.3)-də nəzərə alaraq elektronun nüvə ətrafında  $f$  fırlanma tezliyini tapa bilərik:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m r^3}}. \quad (46.9)$$

(46.9) ifadəsindən hidrogen atomu üçün  $f=7 \cdot 10^{15} \text{ san}^{-1}$  alınır ki, bu qiymət də digər üsullarla  $f$  üçün tapılmış qiymətlə eynidir.

Atomun planetar modeli klassik fizika təsəvvürləri əsasında atom quruluşunun izah edilməsində müəyyən nailiyyətlər qazanmış oldusa da, həmin model təklif olunandan dərhal sonra onun prinsipial çatışmazlıqlara malik olduğu meydana çıxdı. Belə ki, elektron atomda nüvənin ətrafında çevrə və ya ellips üzrə hərəkət edərsə, bu, təcilli hərəkət olduğundan, klassik elektrodinamika qanunlarına görə elektron kəsilməz olaraq elektromaqnit dalğaları şüalandırmalı və özü də bu şüalanmanın tezliyi elektronun nüvə ətrafında fırlanma tezliyinə bərabər olmalıdır.

Məlumdur ki, klassik fizikada elektromaqnit dalğası şüalandıran mənbə harmonik və ya qeyri-harmonik rəqs edən dipol, yəni xətti osilyatorudur. Lakin atom üçün Rezerfordun təklif etdiyi planetar modelə görə atoma rotator kimi, yəni müsbət yüklü nüvənin ətrafında fırlanan mənfə yüklü hissəcik kimi baxmaq olar. Asanlıqla göstərmək olar ki, bu modelin də elektromaqnit xassələri xətti osilyatorun xassələri ilə ifadə oluna bilər. Bunun üçün əvvəlcə sadəlik naminə fərz edək ki, elektron nüvənin ətrafında dairəvi orbit üzrə bərabərsürətli hərəkət edir. Belə hərəkət təcilə malik olduğu üçün o, elektromaqnit dalğalarının şüalanması ilə müşayiət olunmalıdır. Bu şüalanmanın intensivliyini hesablamaq üçün çevrə üzrə bərabərsürətli hərəkəti  $x$  və  $y$  oxları boyunca iki harmonik rəqsə ayıraq:

$$x = a \cos \omega t \quad (46.10)$$

$$y = a \sin \omega t$$

Deməli, nüvənin ətrafında çevrə üzrə bərabərsürətli hərəkət edən elektronun şüalanması əvəzinə eyni  $\omega$  tezliyi və  $a$  amplitudu ilə bir-birinə perpendikulyar istiqamətlərdə rəqs edən iki dipolun, yəni xətti osilyatorun şüalanmasına baxmaq olar.

Məlumdur ki, xətti osilyatorun şüalanma intensivliyinin  $\theta$  bucağı ilə təyin olunan

istiqlamətdə ani qiyməti (34.7) düsturu ilə təyin olunur. Ona görə də osilyatorun vahid zamanda şüalandırdığı tam enerjini tapmaq üçün

$$I = \int J ds \quad (46.11)$$

inteqralları hesablamq lazımdır. Burada inteqrallama mərkəzi  $O$  nöqtəsi olan sferanın səthi üzrə aparılır (şəkil 46.1). Sferik koordinatlarda sferanın səth elementi üçün

$$ds = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi \quad (46.12)$$

olduğunu və  $J$  kəmiyyəti üçün (34.7) ifadəsini (46.11)-də nəzərə alaraq inteqrallama apararaq:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\ddot{P}^2}{4\pi c^3 R^2} \sin^2 \theta \cdot R^2 \sin \theta d\theta d\varphi = \frac{\ddot{P}^2}{4\pi c^3} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \\ &= \frac{\ddot{P}^2}{2c^3} \int_0^\pi (1 - \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta \end{aligned} \quad (46.13)$$

Sonuncu inteqralı hesablamq üçün  $\xi = \cos \theta$  əvəzləməsi edək:

$$\int_0^\pi (1 - \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta = \int_{-1}^1 (1 - \xi^2) d\xi = \frac{4}{3} \quad (46.14)$$

Beləliklə,

$$I = \frac{2\ddot{P}^2}{3c^3} = \frac{2e^2 \ddot{r}^2}{3c^3} \quad (46.15)$$

alırıq.

(46.15) düsturu xətti osilyatorun şüalandırdığı tam enerjinin ani qiymətini təyin edir. Belə ki,  $P = er$  dipol momentinin zamana görə ikinci tərtib törəməsi  $\ddot{P}$  periodik dəyişdiyi üçün  $I$  tam enerjisi də zamana görə periodik dəyişir. Praktiki baxımdan enerjinin ani qiymətini deyil, orta qiymətini bilmək əlverişlidir. Çünki işıq rəqsləri yüksək tezliyə malik olduğu üçün (məsələn, spektrin görünən hissəsi üçün  $\omega \sim 10^{15} \text{ rad/s}$ ) bütün cihazlar və o cümlədən insan gözü, rəqsləri izləməyə macal tapmır və enerjinin orta qiymətini qeyd edə bilər. Ona görə də osilyatorun şüalandırdığı enerjinin orta qiymətini hesablayaq. Bu, bir period müddətindəki orta qiymətə bərabərdir:

$$\bar{I} = \frac{2\overline{\ddot{P}^2}}{3c^3}. \quad (46.16)$$

Əgər dipol momenti zamana görə harmonik rəqs qanunu ilə dəyişirsə,

$$P = P_0 \cos \omega t \quad (46.17)$$

və

$$\ddot{P} = -\omega^2 P_0 \cos \omega t \quad (46.18)$$

olar. (46.18)-i (46.15)-də nəzərə alsaq



$$\bar{I} = \frac{2\omega^4}{3c^3} P_0^2 \cos^2 \omega t \quad (46.19)$$

və bir period müddətində orta qiymət üçün

$$\bar{I} = \frac{2\omega^4}{3c^3} P_0^2 \overline{\cos^2 \omega t} \quad (46.20)$$

yaza bilərik.

$T$  periodu ərzində orta qiymətin tərifinə əsasən

$$\overline{\cos^2 \omega t} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \cos^2 \omega t dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{1}{2} \quad (46.21)$$

alırıq. Qeyd edək ki,  $T$  perioduna nisbətən çox böyük olan ixtiyari  $t$  zaman müddəti ( $t \gg T$ ) ərzində də  $\cos^2 \omega t$  funksiyasının orta qiyməti  $1/2$ -ə bərabər olur. Doğrudan da,  $t_1$  zaman düddəti üçün

$$\overline{\cos^2 \omega t} = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \cos^2 \omega t dt = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{1}{2} + \frac{1}{4\omega t_1} \sin 2\omega t_1$$

yaza bilərik. Burada  $t_1 \gg T$  olarsa,  $\omega t_1 = 2\pi \frac{t_1}{T}$  çox böyük ədəd olar və bunun nəticəsində

ikinci hədd kiçik olduğu üçün onu nəzərə almamaq olar. Eyni qayda ilə  $\overline{\sin^2 \omega t} = \frac{1}{2}$  olduğunu da göstərmək olar.

(46.21)-i (46.20)-də nəzərə alsaq,

$$\bar{I} = \frac{\omega^4}{3c^3} \cdot P_0^2 \quad (46.22)$$

olar.

Burada diqqəti cəlb edən maraqlı faktlardan biri ondan ibarətdir ki, (46.19), (46.20) və (46.22) düsturlarından görüldüyü kimi, xətti harmonik osilyatorun şüalandırdığı tam enerjinin ani və ya orta qiyməti rəqs tezliyinin 4-cü dərəcəsi ( $\omega^4$ ) ilə düz mütənasibdir.

İndi isə fərz edək ki, dipolun müsbət yükü koordinat başlanğıcında sükunətdədir, mənfi yükü isə  $x$  oxu boyunca rəqs edir. Onda dipol momentinin ani qiyməti  $P = ex$  və şüalanan enerjinin orta qiyməti isə (46.16) düsturuna əsasən

$$\bar{I} = \frac{2e^2}{3c^3} \overline{\dot{x}^2} \quad (46.23)$$

olar. Əgər rəqslər harmonikdirsə, yəni (46.10) qanunu ilə baş verirsə, (46.23) əvəzinə

$$\bar{I} = \frac{\omega^4 e^2 a^2}{3c^3} \quad (46.24)$$

yaza bilərik.

Beləliklə, elektronun atomda hərəkətini əvəz edən və bir-birinə perpendikulyar olan iki dənə dipolun şüalanma intensivliklərinin ani qiyməti üçün, (46.23) və (46.10) düsturlarına əsasən

$$I_x = \frac{2e^2 a^2 \omega^4}{3c^3} \cos^2 \omega t, \quad (46.25)$$

$$I_y = \frac{2e^2 a^2 \omega^4}{3c^3} \sin^2 \omega t \quad (46.26)$$

ifadələrini yazıb bilərik. Beləliklə, nüvə ətrafında dairəvi orbit üzrə hərəkət edən elektronun şüalandırdığı tam enerji

$$I = I_x + I_y = \frac{2e^2 a^2 \omega^4}{3c^3} \quad (46.27)$$

olur. Bu nəticəni dipolun bir period ərzində şüalandırdığı orta enerjini təyin edən (46.24) düsturunu ilə müqayisə edərək görürük ki, dairəvi orbit üzrə hərəkət edən elektronun şüalandırdığı tam enerji zamandan asılı deyildir və dipolun orta şüalanma enerjisindən iki dəfə çoxdur. Bu isə onunla əlaqədardır ki, hər iki dipolun  $I_x$  və  $I_y$  şüalanmaları bir-birinə perpendikulyar olan müstəvilərdə polarizəlanmışdır.

Əgər elektronun nüvə ətrafındakı hərəkəti dairəvi orbit üzrə deyil, elliptik orbit üzrə baş verirsə, onda məsələ bir qədər mürəkkəbləşir. Belə ki, bu halda həmin hərəkəti də  $x$  və  $y$  oxları üzrə hərəkətlərə ayırısaq, bu hərəkətlər sadə harmonik rəqslər olmayacaqdır. Lakin harmonik rəqs olmayan və hər hansı mürəkkəb qanunla baş verən bu hərəkətləri həmişə Furiyə sırasına ayırmaq, yəni sadə harmonik rəqslərin superpozisiyasının nəticəsi kimi göstərmək olar.  $x$  və  $y$  koordinat oxlarını ellipsin baş oxları boyunca yönəldərək, aşağıdakı Furiyə ayrılışlarını yazıb bilərik:

$$x = a_1 \cos \omega_0 t + a_2 \cos 2\omega_0 t + a_3 \cos 3\omega_0 t + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega_0 t \quad (46.28)$$

$$y = b_1 \sin \omega_0 t + b_2 \sin 2\omega_0 t + b_3 \sin 3\omega_0 t + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin k\omega_0 t \quad (46.29)$$

Qeyri-harmonik osilyatorun şüalandırdığı orta enerjini biz (46.23) düsturuna əsasən hesablamalıyıq. Ona görə də əvvəlcə  $\ddot{x}$  -ni tapmaq və sonra isə

$$\overline{\dot{x}^2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \dot{x}^2 dt \quad (46.30)$$

inteqralını hesablamaq lazımdır.

(46.28) düsturuna əsasən

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\sum_{k=1}^{\infty} a_k (k\omega_0^2) \cos k\omega_0 t = \\ &= -\left[ a_1 \omega_0^2 \cos \omega_0 t + a_2 (2\omega_0)^2 \cos 2\omega_0 t + a_3 (3\omega_0)^2 \cos 3\omega_0 t + \dots \right] \end{aligned} \quad (46.31)$$

alırıq. (46.31)-i (46.30)-da yazdıqda aşağıdakı kimi inteqralları hesablamaq lazım gəlir:

$$\int_{-T/2}^{+T/2} \cos k\omega_0 t \cos l\omega_0 t dt = \frac{T}{2} \delta_{kl}. \quad (46.32)$$

Eyni qayda ilə

$$\int_{-T/2}^{+T/2} \sin k\omega_0 t \sin l\omega_0 t dt = \frac{T}{2} \delta_{kl}, \quad (46.33)$$

$$\int_{-T/2}^{+T/2} \sin k\omega_0 t \cos l\omega_0 t dt = 0. \quad (46.34)$$

(46.31)-i (46.30)-da yazaraq və (46.32)-ni nəzərə alaraq tapırıq ki,

$$\overline{\dot{x}^2} = \frac{1}{2} [a_1^2 \omega_0^4 + a_2^2 (2\omega_0)^4 + \dots + a_k^2 (k\omega_0)^4 + \dots] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} a_k^2 (k\omega_0)^4 \quad (46.35)$$

Buna analogi olaraq, (46.29) və (46.33) ifadələrindən istifadə etməklə,

$$\overline{\dot{y}^2} = \frac{1}{2} [b_1^2 \omega_0^4 + b_2^2 (2\omega_0)^4 + \dots + b_k^2 (k\omega_0)^4 + \dots] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} b_k^2 (k\omega_0)^4 \quad (46.36)$$

yaza bilərik.

Beləliklə, elektronun nüvə ətrafında elliptik orbit üzrə hərəkətini əvəz edən və  $x$  və  $y$  oxları üzrə hərəkət edən qeyri-harmonik osilyatorların şüalandırdığı tam enerjinin orta qiyməti, (46.23), (46.35) və (46.36) düsturlarına əsasən aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\bar{I}_x = \frac{e^2 a_1^2}{3c^3} \omega_0^4 + \frac{e^2 a_2^2}{3c^3} (2\omega_0)^4 + \dots = \frac{e^2}{3c^3} \sum_{k=1}^{\infty} a_k^2 (k\omega_0)^4, \quad (46.37)$$

$$\bar{I}_y = \frac{e^2 b_1^2}{3c^3} \omega_0^4 + \frac{e^2 b_2^2}{3c^3} (2\omega_0)^4 + \dots = \frac{e^2}{3c^3} \sum_{k=1}^{\infty} b_k^2 (k\omega_0)^4. \quad (46.38)$$

Bir-birinə perpendikulyar istiqamətdə yayılan dalğalar arasında interferensiya baş vermədiyini üçün, şüalanan tam enerjinin orta qiyməti (46.37) və (46.38) düsturları ilə təyin olunan  $\bar{I}_x$  və  $\bar{I}_y$  enerjilərinin cəminə bərabər olar:

$$\begin{aligned} \bar{I} &= \bar{I}_x + \bar{I}_y = \frac{e^2}{3c^3} (a_1^2 + b_1^2) \omega_0^4 + \frac{e^2}{3c^3} (a_2^2 + b_2^2) (2\omega_0)^4 + \dots = \\ &= \frac{e^2}{3c^3} \sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2) (k\omega_0)^4 \end{aligned} \quad (46.39)$$

(46.39) ifadəsindən görüldüyü kimi, nüvə ətrafında çevrə üzrə hərəkət edən elektrondan fərqli olaraq, ellips üzrə hərəkət edən elektronun şüalandırdığı elektromaqnit dalğası bir dənə osilyatora deyil, tezlikləri  $\omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0, \dots$  olan osilyator çoxluğuna uyğun gəlir. Bu spektrin xarakterik xüsusiyyətləri ondan ibarətdir ki, burada  $\omega_0$  əsas tezliyindən başqa həm də onun harmonik obertronları iştirak edir, yəni bu spektri tezliklər şkalasında təsvir etsək, bir-birindən bərabər məsafədə yerləşmiş xətlər çoxluğu alınır. Maraqlıdır ki, radioteleqraf antensinin şüalandırdığı elektromaqnit dalğalarının spektri məhz bu cürdür. Molekullarda ionların rəqsləri nəticəsində alınan infraqırmızı spektrlər də bu qanunauyğunluğa təqribən tabe olan xətlərdən ibarətdir, lakin obertonun tərtibi artdıqca xətlər arasında məsafə kiçilir. Lakin elektronların hərəkəti sayəsində yaranan spektrlər (görünən və ultrabənövşəyi şüalanma spektrləri) artıq bu qanuna deyil, tamamilə başqa qanunauyğunluğa tabe olurlar. Belə ki, elektron spektrlərində böyük tezliklərə

keçdikcə xətlər sürətlə bir-birinə yaxınlaşır və qovuşur (E38). Gələcəkdə görəcəyik ki, görünən və ultrabənövşəyi spektrlərdə xətlərin alınması və yerləşməsi yalnız kvant nəzəriyyəsi ilə izah oluna bilən tamamilə başqa qanunlara tabe olur.

Bu vaxta qədər biz fərz edirdik ki, osilyatorun enerjisi sabit qalır, yəni osilyator qeyri-məhdud zaman müddəti ərzində sönməyən elektromaqnit dalğaları şüalandırır. Əslində isə bu fərziyyə həqiqətə uyğun deyildir, çünki osilyatorun sərbəst rəqsləri nəticəsində şüalanan elektromaqnit dalğası özü ilə enerji aparır. Bunun nəticəsində osilyatorun enerji ehtiyatı azalmalı və onun rəqsləri sönməlidir. Ona görə də osilyatorun enerjisinin zamandan asılı olaraq azalması qanununu tapmaq lazımdır.

Müxtəlif təcrübi faktlar göstərir ki, atomların şüalanmasının sönməsi çox zəifdir. Məsələn, yollar fərqi böyük qiymətlərində işığın interferensiyasının öyrənilməsi göstərmişdir ki, atom eyni uzunluğa malik 100 milyondan çox dalğa şüalandıra bilər. Məhz bunu nəzərə alaraq biz belə hesab edə bilərik ki, atomda elektronun rəqsləri harmonik rəqslərdən az fərqlənir. Lakin, bildiyimiz kimi, harmonik rəqslər zamanı şüalanan elektromaqnit dalğasının vahid zamanda apardığı orta enerji (46.24) düsturu ilə təyin olunur. Ona görə də osilyatorun özünün enerjisinin vahid zamanda azalması həmin  $\bar{I}$  kəmiyyətinə bərabər olmalıdır:

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{\omega^4 e^2 a^2}{3c^3} \quad (46.40)$$

və ya

$$dE = -\frac{\omega^4 e^2 a^2}{3c^3} dt. \quad (46.41)$$

Məlumdur ki, xətti osilyatorun tam enerjisi

$$E = \frac{m\omega^2 a^2}{2} \quad (46.42)$$

düsturu ilə təyin olunur (Doğrudan da, (46.10) ifadələrinə əsasən xətti osilyator üçün  $x = a \cos \omega t$ ,  $\dot{x} = -a\omega \sin \omega t$ ,

$$E = E_k + E_p = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{ma^2\omega^2}{2} (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) = \frac{ma^2\omega^2}{2} \text{ olur}).$$

(46.41) və (46.42) ifadələrini tərəf-tərəfə bölsək

$$\frac{dE}{E} = -\frac{2\omega^2 e^2}{3mc^3} dt \quad (46.43)$$

olar. Burada

$$\gamma = \frac{2\omega^2 e^2}{3mc^3} \quad (46.44)$$

işarə edərək

$$\frac{dE}{E} = -\gamma dt \quad (46.45)$$

yaza bilərik.

(46.45) ifadəsini inteqrallayaraq isə

$$E = E_0 e^{-\gamma t} \quad (46.46)$$

alırıq. Burada  $E_0$  – başlanğıc  $t=0$  anında osilyatorun tam enerjisidir.

Beləliklə, görünür ki, xətti osilyatorun enerjisi zamandan asılı olaraq eksponensial qanun üzrə azalmalıdır.

(46.44) ifadəsi ilə təyin olunan  $\gamma$  sabiti müəyyən fiziki mənaya malikdir. Hər şeydən qabaq qeyd edək ki, bu  $\gamma$  sabitinin ölçü vahidi  $\text{san}^{-1}$  olmalıdır. Çünki  $e$ -nin üstü olan  $\gamma$  adsız kəmiyyət olmalıdır.  $\gamma$ -nın tərsi olan kəmiyyət müəyyən zaman müddətinə bərabər olmalıdır. Bu zaman müddətini  $\tau$  ilə işarə edək:

$$\tau = \frac{1}{\gamma} = \frac{3mc^3}{2\omega^2 e^2}. \quad (46.47)$$

Onda (46.46) düsturunu

$$E = E_0 e^{-t/\tau} \quad (46.48)$$

kimi yazmaq olar. Buradan görünür ki,  $t = \tau$  olduqda  $E = E_0/e$  olur, yəni  $\tau$  elə zaman müddətidir ki, həmin müddət ərzində osilyatorun tam enerjisi  $e=2,718$  dəfə ( $e$  – natural loqarifmin əsasıdır) azalır.

(46.48) düsturuna görə  $t$  artdıqca enerji asimptotik olaraq sıfıra yaxınlaşdığı üçün, rəqslərin nə qədər davam edəcəyi zaman müddəti üçün müəyyən konkret qiymət göstərmək olmaz. Bu zaman müddətinin şərti ölçüsü kimi  $\tau$  kəmiyyətindən istifadə etmək əlverişlidir və  $\tau$  – relaksasiya müddəti adlanır.

Relaksasiya müddəti  $\tau$  haqqında müəyyən təsəvvürə yaratmaq məqsədilə hidrogenin buraxma spektrində  $H_\beta$  ilə işarə olunan göy xətt üçün  $\tau$ -nu hesablayaq. Bu xəttin dalğa uzunluğu  $\lambda = 4861,33 \text{ \AA}$  olduğundan

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} = \frac{6,28 \cdot 3 \cdot 10^8}{4861,33 \cdot 10^{-10}} \text{ c}^{-1} = 3,87 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$$

və (46.47) düsturuna əsasən  $\tau \approx 10^{-8} \text{ s}$  olduğunu tapırıq. Bu göstərir ki, şüalanma müddətinin mütləq qiyməti çox kiçikdir. Lakin şüalanma müddətinin nisbi qiyməti, yəni  $\tau$ -nin rəqslərin perioduna olan nisbəti isə təqribən  $6 \cdot 10^6$ -ya bərabər olub, çox böyükdür: elektronun enerjisi  $e$  dəfə azalana qədər o, 6 milyon rəqs edə bilər.

Relaksasiya müddəti təcrübədə bilavasitə kanal şüaları vasitəsilə təyin edilmişdir (E50).

## **Ə47. Atomun planetar modelinin çatışmazlıqları. Bor postulatları**

Məlumdur ki, atom üçün Rezerfordun təklif etdiyi planetar model Tomsonun təklif etdiyi modelə nisbətən xeyli üstünlüyə malik olub,  $\alpha$  – hissəciklərin səpilməsinə aid təcrübə faktlarla yaxşı uyğun gəlirdi. Lakin atomun planetar modelinin də prinsiplial çatışmazlıqları vardı. Belə ki, əgər atomda elektronlar sükunətdə hesab edilsəydi (statik model), onlar nüvə tərəfindən cəzb olunaraq onun üzərinə düşərdi. Belə hadisənin baş verməməsi üçün, yəni sistemin dayanıqlı olması üçün klassik mexanikaya görə elektronlar nüvənin ətrafında müəyyən qapalı orbitlər üzrə hərəkət etməlidir. Belə fərziyyə qəbul etdikdə isə aşağıdakı problem meydana çıxır. Yüklü zərrəcik təcillə hərəkət etdikdə enerji şüalandırır və ya udur (E46). Elektronlar nüvə ətrafında hərəkət

etdikdə mərkəzəqaçma qüvvəsinin təsiri altında onlar mərkəzəqaçma təcilinə malik olur və dəyişən elektromaqnit sahəsi yaradır. Ona görə də elektron elektromaqnit dalğaları şüalandırır. Bu dalğaların uzunluğu və ya tezliyi elektronun fırlanma tezliyi ilə təyin olunmalıdır. Əgər nüvə ətrafında hərəkət edən elektron arasıkəsilmədən elektromaqnit dalğaları buraxsaydı, o zaman atomun enerji ehtiyatı tədricən azalardı, çünki elektromaqnit dalğaları özləri ilə enerji aparır. Arasıkəsilmədən şüalanan bu enerjinin yeganə mənbəyi atomun özü olduğundan, elektron spiral üzrə hərəkət edərək son nəticədə nüvənin üzərinə düşməli və atomun mövcudluğu sona yetməlidir. Belə ki, atom nüvənin ətrafındakı elektron örtüyünü və deməli, ona xas olan fiziki və kimyəvi xassələrini də itirməlidir. Özü də bu  $\sim 10^{-8}$  san müddətində baş verməlidir. Həqiqətdə isə belə olmur, yəni xarici təsirlər olmadıqda atom uzun müddət çox dayanıqlı sistem kimi mövcud olur. Bu fakt göstərir ki, atom üçün Rezerford modeli heç də mütləq düzgün model deyildir.

Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, elektron nüvə ətrafında istənilən tezliklə dövr edə bildiyindən, şüalanan elektromaqnit dalğalarının da uzunluğu istənilən qiymət almalı, yəni atomun şüalanma spektri kəsilməz (bütöv) olmalıdır. Lakin təcrübədən məlumdur ki, seyrəkləşdirilmiş işıqlanan atomar qazların spektri bütöv olmayıb diskretdir, yəni ayrı-ayrı xətlərdən təşkil olunmuşdur. Özü də bu xətlərin tezlikləri belədir ki, onların mənşəyini, elektronların nüvə ətrafında qapalı orbit boyunca hərəkəti nəticəsində olan şüalanma anlayışını əsas tutaraq izah etmək olmaz. Nə Tomson, nə də Rezerford modeli atomun şüalanma spektrinin diskretliyini, yəni xətti spektr olmasını heç cür izah edə bilmirdi.

XIX əsrin axırı və XX əsrin əvvəllərində müşahidə olunan bir sıra təcrübə faktlar (fotoeffekt, rentgen şüaları,  $\gamma$ -şüalar, Kompton effekti) göstərir ki, bəzi hallarda işıq enerjisi  $h\nu$  olan fotonlar seli kimi baxmaq lazımdır. Bəs bu fotonlar necə əmələ gəlir? Nüvə ətrafında dövr edən elektronun daim enerji şüalandırdığını əsas tutaraq bu suala cavab vermək olmurdu.

Beləliklə, atom üçün Rezerfordun təklif etdiyi planetar model atomun dayanıqlı sistem olmasını, atom spektrlərindəki qanunauyğunluqları və s. izah edə bilmədi.

Ona görə də atomun elektromaqnit dalğalarını buraxması və udması mexanizmi haqqında yeni fikir irəli sürülməsi zəruriyyəti meydana çıxmışdı. Bu istiqamətdə ilk mühüm addım 1907-ci ildə Konvey tərəfindən atıldı. O, atomların xətti spektrə malik olmasını kvant ideyalarına əsaslanaraq izah etməyə cəhd göstərərək, heç bir atom modelindən istifadə etmədən belə fərziyyə irəli sürdü ki, atom hər bir spektral xəttə uyğun olan enerji buraxır. Tam spektrin yaranmasını isə o, hər birində həyəcanlanmış halda bir elektron olan çoxlu sayda atomların olması ilə izah edirdi.

Fizikanın digər bölmələrində olduğu kimi, atomun quruluş nəzəriyyəsində də bir sıra modellər təklif olunmuş və yəqin ki, gələcəkdə digər modellər də meydana çıxacaqdır. Hər bir yeni model əvvəlkilərə nisbətən adətən bu və ya digər mənada müəyyən üstünlüyə malik olan yaxşı model olmuşdur. Lakin bu modellərdən heç biri 1913-cü ildə Nils Bor tərəfindən hidrogenəbənzər atomlar üçün təklif olunmuş model qədər yararlı və səmərəli olmamışdır. Atomun quruluşu üçün Rezerfordun təklif etdiyi planetar modeldən istifadə edərək Bor həm spektrdə xətlərin mənşəyini, həm də atomun dayanıqlığını izah etmək üçün kvant nəzəriyyəsi konsepsiyasını müvəffəqiyyətlə tətbiq etdi.

Nils Bor 1911-ci ildə Kopenhagendə doktor dərəcəsi almış və həmin ildə İngiltərəyə köçərək C. Tomson və E. Rezerfordun rəhbərliyi altında öz elmi tədqiqatlarını davam etdirmişdir. Rezerford atom üçün planetar modeli təklif etdikdən sonra, Bor tam

yəqinliklə inanırdı ki, atom ağır nüvədən və onun ətrafında fırlanan elektronlardan ibarətdir. Atomun Bor tərəfindən inkişaf etdirilmiş yeni modelinin əsasını bir neçə postulat təşkil edir. Bununla əlaqədar olaraq amerikalı fizik Leon Kuper aşağıdakı maraqlı fikri söyləmişdir: "Maksvel elektrodinamikasına və Nyuton mexanikasına zidd olan təkliflər irəli sürmək əlbəttə, bir qədər özünə güvənmək, qürrələnmək sayıla bilər, lakin Bor gənc idi".

Bor öz postulatlarını təklif edərkən o dövrə qədər məlum olan nəzəri və təcrübi faktlardan, xüsusilə Plankın enerji kvantları haqqında fərziyyəsindən istifadə etmişdir. Təsadüfi deyildir ki, Bor postulatlarından birinə  $\Delta E = h\nu$  Plank düsturu daxildir. Borun əsaslandığı təcrübi faktlara misal olaraq atom spektrlərinin xətti olmasını, Ritsin kombinasiya prinsipini,  $\alpha$ -hissəciklərin səpilməsinə dair Rezerford təcrübələrinin nəticələrinə əsasən atom üçün təklif olunmuş planetar modeli və nəzəri faktlara misal olaraq mütləq qara cismin şüalanması, fotoeffekt və kristalın istilik tutumunun temperaturdan asılılığı üçün Plankın kvant nəzəriyyəsini göstərmək olar.

Məlumdur ki, mütləq qara cismin şüalanmasını düzgün ifadə edən düsturun çıxarılması üçün osilyatorların dayanıqlı stasionar hallarının mövcud olması fərziyyəsini qəbul etmək zərurəti meydana çıxdı (E9). Nils Bor isə 1913-cü ildə bu fərziyyəni daha aydın və dürüst şəkildə ifadə edərək istənilən atom sistemləri üçün ümumiləşdirdi. Bununla da ilk dəfə tam aydınlığı ilə göstərildi ki, klassik fizika atomdaxili hərəkətlərə tətbiq oluna bilməz. Şüalanma sahəsi ilə xətti osilyatorlar arasında enerji mübadiləsinin enerji kvantları ilə baş verməsi haqqında Plank hipotezi atomdaxili aləmdəki proseslərin ən xarakterik xüsusiyyətlərinin ifadəsi kimi universal əhəmiyyət kəsb etdi. Atomun planetar modelinin təcrübi faktlarla uyğun gəlməyən nəticələr verməsinin səbəbi, bu modelə klassik elektrodinamika və mexanika qanunlarının tətbiq olunması idi. Bunu dərindən başa düşən Bor, atomun planetar modelinin təcrübi faktlarla uyğunsuzluğunu aradan qaldırmaq üçün aşağıdakı iki postulatı irəli sürdü.

1. Atomlar (və ya atom sistemləri) müəyyən  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n, \dots$  diskret enerjilərinə malik olan stasionar hallarda ola bilər. Stasionar hallarda atom enerji şüalandırmır.

2. Atomlar yalnız bir stasionar haldan digərinə keçdikdə enerji şüalandıra və ya udula bilər. Bu zaman  $E_n$  enerjili stasionar haldan  $E_m$  enerjili stasionar hala keçərkən buraxılan və ya udulan şüa monoxromatikdir və onun  $\nu_{nm}$  tezliyi

$$h\nu_{nm} = E_n - E_m \quad (47.1)$$

şərtindən tapılır.

(47.1) ifadəsi Borun tezliklər şərti adlanır. Bu düsturda  $E_n > E_m$  olduqda  $h\nu_{nm}$  enerjili kvantın şüalanması,  $E_n < E_m$  olduqda isə udulması baş verir. Atom sistemləri dedikdə ümumi şəkildə atom nüvələri, atomlar, molekullar, habelə bərk və maye cisimlər başa düşülməlidir. Başqa sözlə, Bor postulatları yalnız atoma aid olmayıb, enerjisi kvantlanan istənilən sistemə (atom sisteminə) tətbiq oluna bilər.

Borun hər iki postulatı klassik fizika təsəvvürlərinə ziddir. Belə ki, birinci postulata görə atomun enerjisi yalnız diskret  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n, \dots$  qiymətləri ala bilər. Halbuki, klassik mexanika təsəvvürlərinə görə sistemi xarakterizə edən fiziki kəmiyyətlər və o cümlədən enerji ixtiyari (kəsilməz) qiymətlər almalıdır. Bundan başqa, birinci postulata görə atomun stasionar halında elektronların təcillə hərəkət etməsinə baxmayaraq, atom elektromaqnit dalğası şüalandırmır. Bu isə, göründüyü kimi, klassik elektrodinamika təsəvvürlərinə ziddir.

İkinci postulatın (47.1) riyazi ifadəsindən isə görünür ki, şüalanan və ya udulan

elektromaqnit dalğasının tezliyi heç də elektronların nüvə ətrafında qapalı orbitlər üzrə periodik fırlanma tezliyi ilə təyin olunmur. Halbuki, klassik elektrodinamika təsəvvürlərinə görə atomun şüalanma tezliyi elektronların nüvə ətrafında fırlanma tezliyinə və ya əsas tezliyin tam misllərinə bərabər olmalıdır (E46).

Bir məsələni də qeyd edək. Bəzi hallarda Borun birinci postulatının ifadəsində deyilir ki, stasionar hallarda atom enerji şüalandırmır və udmur. İkinci postulatdan göründüyü kimi, bunu belə başa düşmək lazımdır ki, stasionar halda atom istənilən miqdar enerjini udmur. Atom yalnız iki stasionar halın enerjiləri fərqinə bərabər miqdarda enerjini udaraq həyəcanlanmış hala keçir. Lakin həyəcanlanmış halda atomun yaşama müddəti çox az olub  $\sim 10^{-8}$  san tərtibindədir. Ona görə də həyəcanlanmış stasionar halda olan atom müəyyən enerjili kvant (müəyyən tezlikli şüa) buraxaraq daha aşağı stasionar hala keçir və beləliklə də, xətti spektr alınır.

Borun (47.1) tezliklər şərtindən tam aydınlığı ilə görünür ki, Ritsin sırf empirik yolla kəşf etdiyi kombinasiya prinsipi (E38) atomdaxili hərəkətləri idarə edən özünəməxsus kvant qanunlarının parlaq ifadəsidir. Xüsusi halda xətti osilyatorlar üçün Plankın söylədiyi hipotezi ümumiləşdirərək və daha dürüst ifadə edərək Bor, kombinasiya prinsipinə əsasən belə nəticəyə gəldi ki, atomlar enerjiləri diskret sıra təşkil edən müəyyən stasionar hallarda ola bilər. Beləliklə, hər bir termə müəyyən stasionar enerji halı uyğun gəlir və Borun (47.1) tezliklər şərti də məhz kombinasiya prinsipinin başqa şəkildə ifadəsidir, yəni buraxılan hər bir tezlik iki stasionar hal ilə əlaqədardır. Əgər  $\tilde{\nu}$  dalğa ədədi ilə  $\omega$  tezliyi arasındakı əlaqəni ifadə edən (38.6) düsturuna əsasən  $\omega = 2\pi c \tilde{\nu}$  olduğunu (47.1)-də nəzərə alsaq

$$2\pi\hbar c \tilde{\nu} = E_n - E_m \quad (47.2)$$

və buradan da

$$\tilde{\nu} = \frac{E_n}{2\pi\hbar c} - \frac{E_m}{2\pi\hbar c} \quad (47.3)$$

yaza bilərik. Burada

$$T(n) = -\frac{E_n}{2\pi\hbar c} \quad (47.4)$$

işarə etsək

$$\tilde{\nu} = T(m) - T(n) \quad (47.5)$$

alarq ki, bu da kombinasiya prinsipini ifadə edən (38.18) düsturudur. (47.4) ifadəsində mənfi işarəsi ona görə yazılmışdır ki, atom daxilində elektronun halı rabitəli hal olduğu üçün onun  $E_n$  enerjisi mənfi işarəli olmalıdır (E46), termləri isə müsbət işarə ilə götürmək əlverişlidir.

(38.17) düsturuna əsasən  $T(n) = \frac{R}{n^2}$  olduğunu (47.4)-də nəzərə alaraq atomun  $E_n$  enerjisini  $R$  Ridberq sabiti ilə ifadə edə bilərik:

$$E_n = -\frac{2\pi R\hbar c}{n^2} \quad (47.6)$$

Burada  $\hbar$  və  $c$  – universal sabitlər,  $n$  – tam ədəd və yalnız  $R$  – empirik sabitdir.  $R$  Ridberq sabitini də universal sabitlərlə ifadə edə bilsək, (47.6) düsturu tam aydın fiziki mənə kəsb etmiş olar. Bunu isə ilk dəfə Bor etmişdir.

Atom üçün Borun təklif etdiyi model sonralar daha mükəmməl olan kvantmexaniki



model ilə əvəz olundusa da Bor modelinin bəzi anlayışları, məsələn, stasionar hallar, tezliklər şərti və s. kimi anlayışlar əyani təsəvvür yaratmaq üçün istifadə olunur. Bor modeli atomun quruluşunu ilk dəfə qənaətbəxş şəkildə izah etməyə imkan verdi. Bu model sonradan uzun müddət ərzində Zommerfeld, Vilson və başqaları tərəfindən təkmilləşdirildi. Bu zaman məlum oldu ki, Bor modeli yalnız birelektronlu atomlara müvəffəqiyyətlə tətbiq oluna bilər. İki və daha çox elektronu olan atomlar və xüsusilə molekullar üçün Bor modelinin ümumiləşdirilməsi cəhdləri nəticəsiz oldu. Növbəti mərhələdə atomun quruluşu üçün tamamilə yeni bir model, yəni mikrohissəciklərin dalğa xassəsinə əsaslanan kvantmexaniki model təklif olundu. Qeyd edək ki, atomun quruluşu haqqında təsəvvürlərin inkişaf yolunda Bor nəzəriyyəsi yalnız müəyyən bir tarixi mərhələdir. Lakin atomun kvant mexaniki nəzəriyyəsində, yuxarıda qeyd olunduğu kimi, Bor nəzəriyyəsinin bir sıra anlayışlarından müvəffəqiyyətlə istifadə edilir və həm də Bor nəzəriyyəsinin bütün nəticələri kvant mexaniki nəzəriyyədən xüsusi hal kimi alınır. Məhz buna görə də atom üçün Bor nəzəriyyəsini ətraflı şəkildə öyrənmək mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

#### **Ə48. Frank-Hers təcrübələri**

Əvvəlki paragraflarda göstəriləndiyi kimi, bir çox təcrübi faktlar və nəzəri mülahizələr atomların diskret hallara malik olması fikrinə gətirirdi. Məhz buna əsasən də Bor öz kvant postulatlarını (Ə47) irəli sürmüşdü. Lakin atomların diskret hallara malik olmasını bilavasitə təsdiq edən təcrübi faktlar yox idi. Atomların diskret hallara malik olması haqqında Bor postulatlarını birbaşa təsdiq edən təcrübələr ilk dəfə 1914-cü ildə Ceyms Frank və Qustav Hers tərəfindən aparılmışdır. Onların ilk məqsədi atomların ionlaşma potensiallarını ölçməkdən ibarət idi. Lakin təcrübələr zamanı Frank və Hers Bor postulatlarının eksperimental təsdiq edilməsinə, yəni daha mühüm bir məsələnin həllinə nail oldular. Frank-Hers təcrübələrində sürətləndirilmiş elektronlar tədqiq olunan qazın içərisindən buraxılır. Bu elektronlar qaz atomları ilə toqquşduqda, atomlar həyəcanlanmış hallara keçə bilər. Atomların elektron zərbələri ilə həyəcanlandırılması təsirsiz qazlar və metal buxarları üçün xüsusilə əlverişlidir. Çünki bu maddələrin atomları elektrona həris deyildir, yəni bu atomlar elektronu zəbt edərək mənfə ionlar əmələ gətirmirlər. Frank və Hers öz təcrübələrində cəvə buxarlarından istifadə etmişlər. Aydın ki, cəvə buxarı nisbətən elə sıx olmalıdır ki, elektronlar onun atomları ilə kifayət qədər tez-tez toqquşa bilsinlər. Təcrübələr cəvə buxarının müxtəlif sıxlıqlarında aparılmışdır. Bu məqsədlə içərisinə bir neçə damcı cəvə daxil edilmiş lampa təcrübənin gedişi zamanı temperaturunu dəyişmək və sabit saxlamaq mümkün olan peçin içərisində yerləşdirilmişdi. Frank-Hers təcrübələrinin əsas ideyası aşağıdakı kimidir. Az və ya çox dərəcədə seyrəldilmiş qazın atom və ya molekulları yavaş elektronlarla bombardman edilir və bu zaman toqquşmalardan əvvəl və sonra elektronların sürətlərinin paylanması tədqiq olunur. Əgər elektronların atom və molekullarla toqquşmaları elastikdirsə, bu toqquşmalar nəticəsində sürətlərin paylanması dəyişməyəcəkdir. Əksinə, qeyri-elastik toqquşmalar zamanı elektronların bir hissəsi öz enerjisini toqquşduqları atomlara verəcək və bunun nəticəsində onların sürətlərinin paylanması dəyişəcəkdir. Elektron ilə atom arasında baş verən birinci növ qeyri-elastik toqquşma nəticəsində (Ə43-ə bax) elektron öz enerjisini atoma verir. Aydın ki, bu toqquşmalar zamanı enerjinin saxlanması qanunu ödənilir. Əgər atomun halları diskretdirsə, atomun enerjisi kəsilməz dəyişə bilməz: atomun enerjisi

atomun mümkün olan iki halının enerjilərinin fərqi bərabər olan sonlu kəmiyyət qədər dəyişə bilər. Deməli, atomla qeyri-elastik toqquşma zamanı elektron atoma yalnız diskret enerjilər verə bilər. Əgər elektronun atoma verə bildiyi enerjinin mümkün qiymətlərini ölçmək olsa, atomun mümkün olan diskret hallarının enerjilərinin fərqi bilavasitə təyin etmək olar.

Frank-Hers təcrübələrinin gedişi zamanı aşağıdakı nəticələr müşahidə olundu:

1. Elektronların sürəti müəyyən böhran qiymətdən kiçik olduqda toqquşma tam elastik olur, yəni elektron öz enerjisini atoma vermir və o, atomdan sıçrayaraq yalnız öz sürətinin istiqamətini dəyişir.

2. Sürət müəyyən böhran qiymətə çatdıqda toqquşma qeyri-elastik olur, yəni elektron öz enerjisini atoma verir və nəticədə atom daha böyük enerjili stasionar hala keçir.

Deməli, atom enerjini ya qəbul etmir (elastik zərbə), ya da yalnız iki stasionar halın enerjilərinin fərqi bərabər miqdarda enerjini qəbul edir.

Frank-Hers təcrübələrinin və onların nəticələrinin daha ətraflı şərhinə keçməmiş, bu təcrübələrin həyata keçirilməsi ilə əlaqədar olan bəzi məsələlərə baxaq. Yavaş elektronların atomlarla toqquşmasını öyrənmək üçün istifadə olunan təcrübə qurğusu aşağıdakı tələblərə cavab verməlidir:

1. Elektronlar mənbəyi, sürətlərinin müəyyən başlanğıc paylanması məlum olan kifayət qədər çoxlu sayda yavaş elektronlar verə bilməlidir.

2. Təbiiq olunmuş xarici sahənin təsiri ilə bu elektronlara, əvvəlcədən məlum olan sürəti vermək mümkün olmalıdır.

3. Sürətləndirilmiş elektronlar, tədqiq olunan atom və ya molekullarla qurğunun müəyyən yerində toqquşmalıdır.

Göstərilən tələbləri ödəyən yavaş elektronlar dəstəsi almaq üçün qaynar katodlardan istifadə olunur. Belə katodlardan böyük bolluqla alınmış elektronlar, katoda verilmiş və istənilən cür dəyişdirilə bilən  $u$  potensialı vasitəsilə sürətləndirilir. Sükunətdə olan elektronun, sürətləndirici  $u$  potensialının təsiri altında aldığı sürəti

$$\frac{mv^2}{2} = eu \quad (48.1)$$

şərtindən tapılır. Burada  $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{Kl}{kq}$  olduğunu nəzərə alsaq

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot u} = 5,93 \cdot 10^5 \sqrt{u} \text{ (m/s)} \quad (48.2)$$

olar.

Deməli, sürətləndirici potensial  $u=1 V$  olduqda elektronların sürəti  $6 \cdot 10^5 m/s$  olur. Buradan görünür ki, "yavaş elektronlar" anlayışı nisbi mənə kəsb edir.

Cərəyan şiddətinin gərginlikdən asılılığını tədqiq etsək və absis oxu üzərində sürətləndirici potensialın, ordinat oxu üzərində isə cərəyan şiddətinin uyğun qiymətlərini göstərməklə qrafik qursaq, ümumi forması 48.1 şəklində göstərilmiş əyri (Voltamper xarakteristikası) alınar. Bu qrafikin nəzərə çarpan aşağıdakı xarakterik xüsusiyyətləri vardır.

1. Potensialın məyyən qiymətindən sonra cərəyan şiddəti gərginlikdən asılı olmur. Bu, "doyma cərəyanı" adlanır. Doyma cərəyanının yaranması onunla izah olunur ki, verilmiş temperaturda katoddan vahid zamanda qopan bütün elektronların hamısı anoda

çatır.

2. Sürətləndirici potensial sıfıra bərabər olduqda elektrik cərəyanı nəinki sıfır qədər azalmır, o, potensialın hətta əks işarəli qiymətlərində, yəni tormozlayıcı potensiallarda gərginliyin müəyyən  $-u_0$  qiymətinə qədər gərginlikdən asılı olmur. Tormozlayıcı potensialın sonrakı azalması zamanı cərəyan sıfır qədər azalır.

48.1 şəklində verilmiş voltamper xarakteristikasının bu xüsusiyyətlərini izah etmək üçün hər şeydən qabaq nəzərə almaq lazımdır ki, qaynar katod olan boruda katod və anod arasında xarici gərginlik olmadıqda belə onlar arasında kontakt potensialları fərqi mövcud olur.

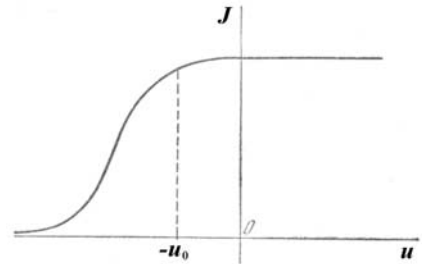
Əgər xarici sürətləndirici potensial sıfıra bərabərdirsə, elektronlar kontakt potensialları fərqi sayəsində sürətlənərək anoda gəlib çatırlar. Bu kontakt potensialları fərqi kompensasiya etmək üçün müəyyən tormozlayıcı  $u_0$  potensialı tətbiq etmək lazımdır. Belə tormozlayıcı potensialı tətbiq etdikdən sonra da cərəyan şiddəti yenə də sıfırdan fərqli olur. Ona görə ki, elektronlar katoddan çıxdıqda onlar sıfırdan fərqli, sonlu və Maksvel qanunu üzrə paylanmış sürətlərə malik olur.

Tormozlayıcı potensial yalnız ən böyük sürətə malik olan elektronların da dəf edə bilmədiyi müəyyən qiymətə çatdıqda cərəyan şiddəti sıfır bərabər olur.

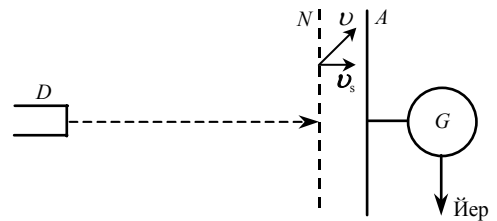
Qeyd etdiyimiz kimi, Frank-Hers təcrübələrinin ideyası ondan ibarətdir ki, müəyyən təcil almış elektronlara, borunun daxilindəki çox da böyük olmayan təzyiqlə malik qazın atomları ilə toqquşmaq imkanı yaradılır. Bu toqquşmaların xarakterini, yəni onların elastik və ya qeyri-elastik olmasını müəyyən etmək üçün adətən toqquşmalardan sonra elektronların sürətlərə görə paylanmasını tədqiq etmək lazım gəlir. Bu işə tormozlayıcı potensial metodu vasitəsilə edilir.

Fərz edək ki,  $D$  qaynar katoduna (şəkil 48.2) sürətləndirici  $u$  potensialı tətbiq edilmişdir. Sürətlənmiş elektronlar, qarşısına  $N$  toru qoyulmuş  $A$  lövhəsinə doğru istiqamətlənmiş hərəkət edirlər. Əgər  $N$  toru  $+u_1$  potensialına qədər yüklənmiş olsa, onda  $N$  və  $A$  arasındakı fəzada elektronlar tormozlayıcı sahədə hərəkət etmiş olar.

Ona görə də yalnız kinetik enerjisi həmin tormozlayıcı sahəni dəf etmək üçün kifayət edən elektronlar  $A$  lövhəsinə çatacaqdır. Bu  $A$  lövhəsi isə  $G$  qalvonometri vasitəsilə Yerlə birləşdirilmişdir. Beləliklə,  $A$  lövhəsinə çatan elektronlar  $G$  qalvonometri vasitəsilə qeyd olunan elektrik cərəyanı yaradır. Nəzərə almaq lazımdır ki,  $A$  lövhəsinə elektronun çatmasına mane olan  $P$  tormozlayıcı potensialı elektronun  $v$  tam sürəti ilə deyil, bu sürətin  $A$  lövhəsinə perpendikulyar olan  $v_s$  toplananı ilə təyin olunur. Belə ki,  $A$  lövhəsinə yalnız



Шякил



Шякил 48.2.

$$\frac{1}{2}mv_s^2 \geq eP \quad (48.3)$$

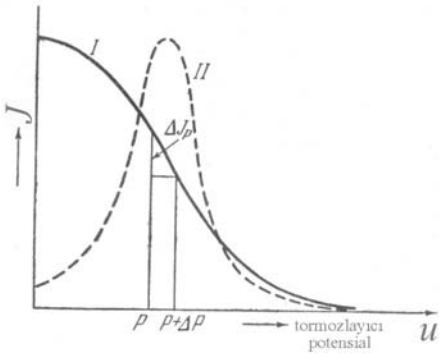
şərtini ödəyən elektronlar çata bilər.

$P$  tormozlayıcı potensialını tədricən artıraraq və eyni zamanda  $G$  qalvanometri vasitəsilə  $J$  cərəyan şiddətini ölçərək müəyyən voltamper xarakteristikası almaq olar. Bu voltamper xarakteristikası 48.3 şəkildə I bütöv əyrisi ilə göstərilmişdir. Bu voltamper xarakteristikası elektronların sürətlərinin paylanmasını aşağıdakı kimi hesablamağa imkan verir. Tormozlayıcı potensial  $P$  olduqda, uyğun  $J_p$  cərəyan şiddəti enerjisi  $P$  eV-a bərabər və ya ondan böyük olan elektronların sayı ilə düz mütənəsb olar. Tormozlayıcı potensialın  $P+\Delta P$  qiymətində isə cərəyan şiddətinin  $J_p-\Delta J_p$  qiyməti enerjisi  $P+\Delta P$  eV-a bərabər və ya ondan böyük olan elektronların sayı ilə düz mütənəsbdir. Beləliklə,  $(\Delta J_p/\Delta P)\cdot\Delta P$  kəmiyyəti enerjisi  $(P, P+\Delta P)$  intervalına düşən elektronların sayını müəyyən edir. Ona görə də, enerjisi  $(P, P+dP)$  eV intervalına düşən elektronların sayını  $f(P)dP$  kimi göstərsək, aydındır ki,

$$f(P)=dJ_p/dP \quad (48.4)$$

yaza bilərik. Burada  $f(P)$  elektronların enerjilərə görə paylanma funksiyasıdır.

Deməli, elektronların enerjiyə (sürətə) görə paylanma əyrisini tapmaq üçün 48.3 şəkildəki I voltamper xarakteristikasını qrafik diferensiasilləməyə lazımdır. Belə



Шякил 48.3.

çıxan elektronlar bu katoda tətbiq olunmuş mənfi potensial tərəfindən sürətlənirlər.  $D$  katodu və  $N$  toru arasındakı fəzada hərəkət edərkən elektronlar çoxlu sayda toqquşmalara məruz qalır və nəhayət,  $A$  lövhəsinin üzərinə düşürlər və bu zaman yaranan cərəyan şiddəti  $G$  qalvanometri ilə ölçülür.  $A$  lövhəsinə nisbətən zəif müsbət yüklənmiş (əksər hallarda  $+0,53$  V potensiala qədər) tor bilavasitə  $A$  lövhəsinin qarşısında yerləşdirilir. Bu torun vəzifəsi, qeyri-elastik toqquşmalar nəticəsində öz enerjisini demək olar ki, tamamilə itirmiş elektronları tutub saxlamaqdan ibarətdir. Təcrübələr çox da yüksək olmayan təzyiqlə ( $\sim 1$  mm c.st.) malik civə buxarında aparılmış və  $D$  katoduna tətbiq olunmuş sürətləndirici potensialdan asılı olaraq,  $A$  lövhəsindən keçən cərəyan şiddəti ölçülmüşdür.

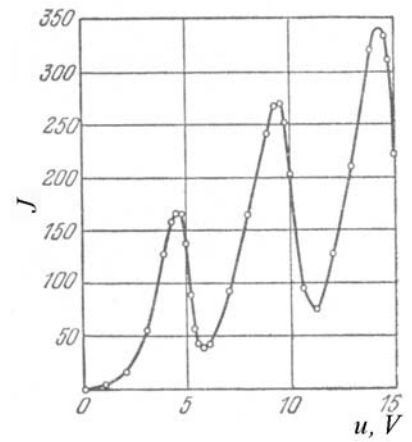
Sürətləndirici potensialı sıfırdan başlayaraq artırıqda cərəyan şiddəti əvvəlcə artır (şəkil 48.4) və özü də cərəyanın qrafiki termoelektron cihazların voltamper xarakteristikalarının adi formasına oxşayır. Lakin potensial  $4,1$  V-a yaxın olduqda cərəyan şiddəti kəskin azalır. Potensialın sonrakı artması cərəyanı yenidən artırır və o, potensialın qiyməti  $9,0$  V olduqda yenidən kəskin azalır. Sonra  $13,9$  V potensiala kimi cərəyanın yenə də artması müşahidə olunur və s. Beləliklə, qrafik bir-birindən potensialın

4,9 V qiyməti ilə fərqlənən bir sıra kəskin maksimumlara malik olur. İki qonşu maksimuma uyğun potensiallar arasındakı fərqin 0,1 V dəqiqliyi ilə 4,9 V olması, lakin birinci maksimuma uyğun potensialın isə 4,1 V olmasını asanlıqla aşağıdakı kimi izah etmək olar: tətbiq olunmuş xarici sürətləndirici potensiala  $D$  ilə  $A$  arasındakı kontakt potensiallar fərqi də əlavə olunur və bunun nəticəsində bütün qrafik, maksimumlar arasındakı məsafə dəyişmədən, sola doğru sürüşmüş olur.

48.4 şəklindəki qrafikdə maksimumların olmasını, yuxarıda deyilənlərə əsasən izah etmək çətin deyildir. Belə ki, elektronun enerjisi 4,9 eV-dan az olduqda, onun civə atomları ilə toqquşması elastik olur və potensial artdıqca cərəyan şiddəti adi qanunla artır. Potensialın qiyməti 4,9 V olduqda toqquşma qeyri-elastik olur və elektron öz enerjisinin hamısını civə atomuna verir. Belə elektronlar 0,5 V-a qədər yüklənmiş  $N$  toru tərəfindən tutulub çaxlanıv və  $A$  lövhəsinə gedib çatmır. Bunun nəticəsində  $A$  lövhəsindən keçən cərəyan kəskin şəkildə azalır. Enerjisi 4,9 eV-dan xeyli böyük olan elektronlar isə qeyri-elastik toqquşma zamanı öz enerjisinin bir hissəsini (4,9 eV qədərini) itirərək, qalan artıq enerjini saxlayır və ona görə də, müsbət yüklü torun olmasına baxmayaraq,  $A$  lövhəsinə çatır və cərəyan yenidən artmağa başlayır.

Maraqlıdır ki, ilk qeyri-elastik toqquşmaya məruz qalan elektronların hamısı, toqquşmadan əvvəlki enerjisinin qiymətindən asılı olmayaraq,  $A$  lövhəsinə eyni bir enerjiyə malik elektronlar kimi çatırlar. Bunu aşağıdakı kimi izah etmək olar. Fərz edək ki, katodun potensialı sıfır,  $A$  lövhəsinin potensialı  $+u_p$ -yə, böhran potensialı  $u_A$ -ya (baxılan hal üçün  $u_A=4,9$  eV) bərabərdir və həm də  $N$  toru yoxdur.  $u_p$  potensialının azalması (düşməsi)  $D$ -dən  $A$ -ya qədər olan bütün hissədə baş verir. Fərz edək ki, elektron potensialın  $u_x$ -ə bərabər olduğu yerdə qeyri-elastik toqquşmaya uğrayır. Bu yerə çatana qədər elektron  $eu_x$  enerjisi toplayır və qeyri-elastik toqquşma zamanı  $eu_A$  qədər enerji itirir. Beləliklə, qeyri-elastik toqquşmadan sonra elektronun enerjisi  $e(u_x-u_A)$  olar. Yolun  $A$  lövhəsinə qədər qalan hissəsində potensiallar fərqi  $u_p-u_x$  və yolun bu hissəsində elektronun topladığı enerji  $e(u_p-u_x)$  olur. Deməli, elektron  $A$  lövhəsinə çatdıqda onun enerjisi  $e(u_x-u_A) + e(u_p-u_x) = e(u_p-u_A)$  olur. Göründüyü kimi, bu enerji ilk qeyri-elastik toqquşmanın məhz hansı yerdə baş verməsindən tamamilə asılı deyildir. Əgər sürətləndirici  $u_p$  potensialı  $u_p-u_A > 4,9$  V şərti ödənməklə kifayət qədər böyükdürsə, onda elektron yolun qalan hissəsində ( $u_p-u_A$  kəmiyyətinin qiymətindən asılı olaraq) əlavə olaraq daha bir və ya iki qeyri-elastik toqquşmaya məruz qala bilər. 48.4 şəklində verilmiş qrafikdə maksimumların periodik olaraq təkrarlanmasının səbəbi də məhz bundan ibarətdir.

Beləliklə, biz görürük ki, 4,9 eV enerjisi civə atomu üçün xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Belə ki, civə atomları 4,9 eV-dan az enerjini qəbul edə bilmirlər, çünki onları bombardman edən elektronların enerjisinin 4,9 eV-dan kiçik qiymətlərində zərbələr tamamilə elastik olur. 4,9 eV-a bərabər enerjini isə civə atomları tam qəbul edirlər. Bu isə, Borun birinci postulatına uyğun olaraq, o deməkdir ki, civə atomunun enerjisi ixtiyari deyil, yalnız müəyyən seçilmiş qiymətlər ala bilər. Əgər "həyəcənlanmamış" civə atomunun enerjisi  $E_1$  olarsa, onda bu atomun enerjisinin mümkün olan növbəti qiyməti

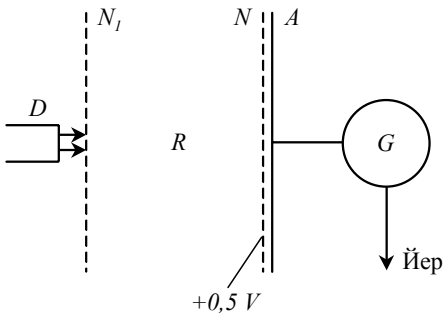


Шякил 48.4.

$E_1+4,9 eV$  olmalıdır.  $4,9 eV$ -a bərabər sürətləndirici potensial civə atomunun "birinci böhran potensialı" və ya "rezonans potensialı" adlanır. Digər atomlar üçün də belə rezonans potensialları tapılmışdır. Məsələn, kalium atomu üçün rezonans potensialı  $1,63 V$ , natrium üçün  $2,12 V$ , helium üçün  $21 V$ -dur və s.

Aydın ki, atomlar birinci böhran potensialına uyğun gələn enerjidən başqa, daha yüksək həyəcanlanmış enerji pillələrinə də malik ola bilər. Atomun mümkün olan həmin enerji pillələri (halları) da elektron toqquşmaları metodu ilə tapıla bilər. Bu məqsədlə təcrübənin metodikası bir qədər dəyişdirilməlidir ki, bu barədə aşağıda bəhs ediləcəkdir.

Yuxarıda təsvir olunan metodun bir çox üstünlükləri ilə yanaşı mühüm çatışmazlıqları da vardır. Xüsusi halda, bu metod sıx yerləşmiş maksimumları ayırmağa imkan vermir. Halbuki, bir-birinə çox yaxın yerləşmiş həyəcanlanmış pillələrinin olduğu hallara tez-tez təsadüf olunur. hesablamalar göstərir ki,  $48.4$  şəklində göstərilən qrafikin forması elektronun  $\lambda$  sərbəst qaçış yolunun uzunluğu boyunca potensialın düşməsindən (dəyişməsindən), yəni  $\lambda \frac{du}{dx}$  kəmiyyətindən əhəmiyyətli dərəcədə asılıdır. Bu kəmiyyət kiçik olduqca, maksimumlar daha kəskin (iti) olur, böhran potensialları daha dəqiq təyin olunur və bir-birinə yaxın yerləşmiş həyəcanlanmış pillələri daha yaxşı ayırd edilir. Lakin  $\lambda \frac{du}{dx}$  kəmiyyətinin kifayət qədər kiçik olduğu şəraitdə daha yüksək həyəcanlanmış pillələrini ayırd etmək mümkün olmur. Bu çatışmazlığı aradan qaldırmaq üçün Frank və Hers



**Шякил**

təcrübə metodikasını elə dəyişdilər ki, elektronların enerji toplaması cihazın bir hissəsində, atomlarla toqquşmaları isə digər hissəsində baş versin. Bu məqsədlə onlar  $48.2$  şəklində təsvir olunmuş qurğuda,  $D$  katodunun qarşısında, ondan elektronun sərbəst qaçış yolunun uzunluğu ilə müqayisədə kiçik olan məsafədə, müsbət potensiallı ikinci  $N_1$  toru yerləşdirmişlər (şəkil 48.5). Bu halda  $D$ -dən  $N_1$ -ə qədər olan oblastda özünün bütün enerjisini toplamış elektronlar iki  $N_1$  və  $N$  torları arasında sahə olmayan  $R$  oblastına daxil olur və qaz atomları ilə çoxlu sayda toqquşmalara məruz qalırlar.

Bu  $R$  fəzasında toqquşmalar nəticəsində öz enerjisini itirmiş elektronlar  $+0,5 V$  potensiala qədər yüklənmiş  $N$  torunun deşiklərindən keçərkən bu tor tərəfindən tutulur və yuxarıda təsvir edilən mənzərə təkrarlanır.  $A$  lövhəsindən keçən cərəyan  $G$  qalvanometri vasitəsilə iki dəfə ölçülür:  $N$  və  $A$  arasında sahə olmadıqda və  $N$  toruna tormozlayıcı potensial ( $+0,5 V$ ) tətbiq etdikdə. Birinci halda  $N_1$  torundan diffuziya edərək  $N_1A$  fəzasına daxil olan elektronların hamısı, ikinci halda isə qeyri-elastik toqquşmalar nəticəsində öz enerjisini itirmiş elektronlar "seçilib ayrılmaqla" yerdə qalan digər elektronlar  $A$  lövhəsinə gəlib çatır. Hər iki halda ölçülmüş cərəyan şiddətlərinin fərqinin birinci haldakı cərəyan şiddətinə nisbəti sürətləndirici potensialın böhran qiymətində maksimum qiymət alacaqdır. Çünki bu zaman elektronların xeyli hissəsi öz enerjisini itirir və  $N_1$  toruna tormozlayıcı potensial tətbiq etdikdə (ikinci hal) cərəyan şiddəti çox kiçik olur. Bu metodun köməyi ilə bir-birindən voltun hissələri ilə fərqlənən maksimumları ayırmaq və

həm də zəif maksimumları müşahidə etmək mümkün olmuşdur.

Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, təsvir olunan metodlardan istifadə edərək, daha yüksək enerji pillələrini də təyin etmək olar. Bu məqsədlə təcrübənin şəraiti elə seçilməlidir ki, qazın təzyiqi mümkün qədər az olsun. Bu, ona görə çox mühümdür ki, təzyiq yüksək olduqda elektronun qaz atomları ilə toqquşmalarının sayı da çox olur. Bunun nəticəsində isə elektron birinci böhran potensialına bərabər və ya ondan bir qədər böyük potensiala uyğun enerji alan kimi, həmin enerjini atoma vermək ehtimalı çox olduğundan öz sonrakı sürətlənməsini davam etdirməyə imkan tapmır. Təzyiq kifayət qədər kiçik və sürətləndirici potensial kifayət qədər böyük olduqda atomların daha yüksək stasionar hallara qədər həyəcanlanması üçün imkan yaranır.

Lakin böhran potensialları üçün bilavasitə təcrübədən alınmış qiymətlər hələ enerji pillələrinin həqiqi qiymətlərini vermir. Belə ki, enerjinin ikiqat və ya çoxqat verilməsi imkanları istisna olunmur. Bunu aşağıdakı misaldan aydın görmək olar. Bilavasitə müşahidələr nəticəsində civə buxarında böhran potensialları üçün 4,9; 9,8; 11,2; 13,5; 14,7; 16; 17,6; 19,3; 20,2; 21,2  $V$  qiymətləri alınır. Əslində isə bu potensiallar iki əsas  $a=4,9 V$  və  $b=6,7 V$  potensiallarının müxtəlif kombinasiyalarıdır və özü də  $6,7 V$  potensialı ümumiyyətlə müşahidə olunmur. Doğrudan da, asanlıqla görünür ki,  $9,8=2a$ ;  $11,2\approx a+b$ ;  $13,5=2b$ ;  $17,6\approx a+2b$ ;  $21,2=3a+b$  və s. Beləliklə, təcrübədə alınmış maksimumların şərh (izahı) o qədər də sadə deyildir.

Yuxarı enerji səviyyələri xeyli dərəcədə əyani olaraq Yuz, Rojanski və Mak-Millanın təklif etdiyi metodla təyin oluna bilər. Onların təcrübəsinin ideyası aşağıdakından ibarətdir: öyrənilən atomların ən yüksək həyəcanlaşma pilləsindən böyük enerjiyə malik olan ciddi bircinsli elektron dəstəsi güclü seyrəldilmiş qazın içərisinə buraxılır. Qeyri-elastik toqquşmalar zamanı müxtəlif elektronlar öz enerjilərinin atomların mümkün olan həyəcanlaşma pillələrinə uyğun gələn hissəsini itirir. Qaz güclü seyrəldiyindən təkrar toqquşmaların ehtimalı çox azdır. Əgər toqquşmaya məruz qalan elektronlar dəstəsinin sürətlərini spektrə ayırsaq, bu spektr dərhal bütün enerji itgilərini və deməli, mümkün olan bütün həyəcanlaşma pillələrini təyin etməyə imkan verir.

Bu qayda ilə aparılmış təcrübələrin birində başlanğıc enerjisi  $50 eV$  olan elektronlar dəstəsi seyrəldilmiş helium qazının içərisindən buraxılmış və toqquşmalardan sonra elektronların enerji spektri alınmışdır. Bu spektrdə elektronların başlanğıc  $50 eV$  enerjisinə uyğun gələn maksimumla yanaşı 28,8; 27,2; 26,38  $eV$ -a uyğun maksimumlar da müşahidə olunmuşdur. Bu isə o deməkdir ki, helium atomları ilə qeyri-elastik toqquşmalar zamanı elektronlar ciddi təyin olunmuş müəyyən enerji porsiyaları itirə bilər:  $50-28,8=21,2$ ;  $50-27,2=22,8$ ;  $50-26,4=23,6 eV$ .

Əgər toqquşmaya qədər helium atomlarının enerjisini (normal halın enerjisini) şərti olaraq sıfır qəbul etsək və mümkün olan enerji hallarını uyğun hündürlükdə yerləşən üfqi düz xətlər ilə təsvir etsək, onda helium atomunun "enerji səviyyələrinin" sxemini almış olarıq. Bu zaman məlum olur ki, helium atomu üçün spektroskopik üsullarla və qeyri-elastik toqquşmalara əsasən tapılmış bu "enerji səviyyələri" bir-birinə tam qənaətbəxş şəkildə uyğun gəlir. Beləliklə, bu təcrübələrə Borun birinci postulatının müstəsna aydınlıqla eksperimental təsdiqi kimi baxmaq olar.

Artıq qeyd edildiyi kimi, yuxarıda təsvir olunan bütün metodlar müxtəlif stasionar halların enerjiləri fərqi tapmağa imkan verir. Məsələn, biz deyə bilərik ki, civə atomu üçün  $E_2-E_1$  fərqi  $4,9 eV$ -a bərabərdir. Lakin enerjilərin  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$  qiymətləri isə bu metodlarla tapıla bilməz. Enerjinin bu qiymətlərini tapmaq üçün, aydındır ki, müəyyən

enerji halında yerləşən atomdan elektronu tam qoparmaq üçün nə qədər enerji sərf etmək lazım olduğunu təyin etmək kifayətdir. Başqa sözlə, atomun  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$  enerjilərinin mütləq qiymətinin təyini məsələsi, müxtəlif enerji hallarında ionlaşma potensiallarının tapılmasına gətirilir.

İonlaşma potensiallarını təyin etmək üçün isə çoxlu sayda müxtəlif metodlar işlənib hazırlanmışdır. Mendeleyev cədvəlindəki atomların əksəriyyəti üçün bu metodlar vasitəsilə ionlaşma potensialları tapılmışdır. 48.1 cədvəlində bir sıra atomlar üçün bu metodlarla təcrübi yolla tapılmış birinci ionlaşma potensiallarının qiyməti verilmişdir.

İonlaşma potensialı atomun sırf periferik xassəsidir, çünki o, atomun xarici (periferik) elektronlarının atomdan qoparılması üçün lazım olan enerjidir. Atomun bütün digər periferik xassələri kimi ionlaşma potensialının da elementin sıra nömrəsindən asılı olaraq periodik dəyişməsi müşahidə olunur. Belə ki, təsirsiz qaz atomları (He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn) üçün ionlaşma potensialları ən böyük, qələvi metal atomları (Li, Na, K, Rb, Cs, Fr) üçün isə ən kiçik qiymət alır. Kimya baxımından isə təsirsiz qaz atomları öz inertliyi, qələvi metal atomları isə kimyəvi reaksiyalar zamanı öz fəallığı ilə kəskin fərqlənir.

Biz yuxarıda yalnız birinci ionlaşma potensialları, yəni neytral atomdan bir elektron qoparmaq üçün tələb olunan enerji haqqında bəhs etdik. Lakin atomdan ikinci, üçüncü və s. elektronları da qoparmaq üçün tələb olunan enerjiləri, ikinci, üçüncü və s. ionlaşma potensiallarını da bilmək mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Bir çox təcrübi qurğular isə yalnız müsbət ionların yaranmasını (ionlaşmanın başlanmasını) qeydə almağa imkan verir və bu ionların təbiəti, xüsusi halda, həmin ionların birqat və ya bir neçə qat olması haqqında müəyyən nəticəyə gəlmək imkanı vermir.

**Cədvəl 48.1.**

Sıra nömrəsi	Element	1-ci ionlaşma potensialı, $eV$	Sıra nömrəsi	Element	1-ci ionlaşma potensialı, $eV$
1	H	13,539	14	Si	7,39
2	He	24,45	15	P	10,3
3	Li	5,371	16	S	10,31
4	Be	9,50	17	Cl	12,96
5	B	8,34	18	Ar	15,70
6	C	11,217	19	K	4,32
7	N	14,474	20	Ca	6,09
8	O	13,565	21	Sc	6,57
9	F	18,6	22	Ti	6,81
10	Ne	21,482	23	V	6,76
11	Na	5,116	24	Cr	6,74
12	Mg	7,61	25	Mn	7,40
13	Al	5,96	26	Fe	7,83

İonlaşmanın ardıcıl mərhələlərini öyrənmək və müsbət ionların təbiətini təyin etmək üçün kütlə spektrometrlərindən (E27) istifadə edilir. Kütlə spektrometri hissəciyin yükünün onun kütləsinə olan nisbətini ( $q/M$ ) təyin etdiyindən,  $q=ne$  yükünə malik ion ( $n$ -qat ion)  $M/n$  kütləsinə uyğun gələcəkdir ( $\frac{q}{M} = \frac{ne}{M} = \frac{e}{M/n}$ ). Seziyum buxarını enerjisi



700 eV olan elektronlarla bombardman etdikdə seziyum atomlarının ionlaşmasının yeddi ardıcıl mərhələsində uyğun ionlaşma potensiallarının kütlə spektrometrindən istifadə edilməklə tapılmış qiymətləri 48.2 cədvəlində verilmişdir.

Frank-Hers təcrübələri həm də Borun ikinci postulatını, yəni tezliklər qaydasını təsdiq edir. Belə ki, elektronla qeyri-elastik toqquşma nəticəsində atom enerji udaraq bu enerjini bir müddət özündə saxlayır və sonra həyəcanlaşmanın təsiri ilə bu enerjini itirərək yenidən normal hala qaydır (E9). Əgər qazın təzyiqi kifayət qədər azdırsa, belə tərs keçidi ən ehtimallı üsulu atomun işıq şəklində enerji buraxması, yəni şüalanmasıdır. Bu isə Bor postulatlarını təcrübədə yoxlamaq üçün imkan yaradır. Məsələn, civə atomuna baxaq. Frank-Hers təcrübələrindən məlumdur ki, civə atomunun birinci böhran potensialı 4,9 eV-dur, yəni  $E_2 - E_1 = 4,9 \text{ eV}$ . Atom normal hala keçdikdə, Borun ikinci postulatına görə bütün bu enerji monoxromatik işığın bir kvantu kimi buraxılmalıdır:

$$E_2 - E_1 = \hbar\omega = 2\pi\hbar c / \lambda = hc / \lambda \quad (48.5)$$

Buradan  $\lambda$  üçün

$$\lambda = \frac{hc}{E_2 - E_1} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 2520 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 2520 \text{ \AA}$$

qiymətini tapırıq.

**Cədvəl 48.2.**

İon	Cs <sup>+</sup>	Cs <sup>2+</sup>	Cs <sup>3+</sup>	Cs <sup>4+</sup>	Cs <sup>5+</sup>	Cs <sup>6+</sup>	Cs <sup>7+</sup>
İonlaşma potensialı, eV	3,9	27,4	62	113	171	275	410

Əgər nəzəriyyə doğrudursa, enerjisi 4,9 eV olan elektronlarla bombardman edilmiş civə buxarı dalğa uzunluğu 2520 Å olan yalnız bir dənə ultrabənövşəyi xətdən ibarət olan şüalanma spektri verməlidir. Əlbəttə, bu şüalanmanı müşahidə etmək üçün içərisində civə buxarı və digər vasitələr olan şüşə balon yaramır, çünki şüşə ultrabənövşəyi şüalar üçün qeyri-şəffafdır. Bundan başqa ultrabənövşəyi şüalanmanın spektral tərkibini tədqiq etmək üçün şüşədən düzəldilmiş optik cihazlar da yaramır. Bu məqsədlə, uyğun olaraq, 1800 və 1200 Å dalğa uzunluğuna qədər şəffaf olan kvars və flüorit materiallardan istifadə edilir. Uyğun təcrübələr göstərdi ki, doğrudan da dalğa uzunluğu  $\lambda \approx 2537 \text{ \AA}$  olan bir dənə ultrabənövşəyi xətt müşahidə olunur.

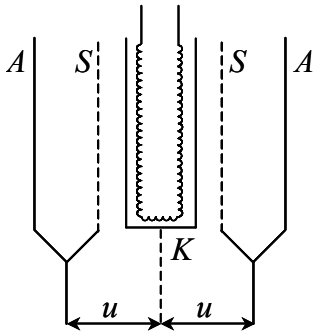
Bu xəttin doğrudan da birinci həyəcanlanmış haldan normal hala keçid nəticəsində yarandığına, həmin xətti optik yolla həyəcanlandırmaqla təcrübədə inanmaq olar. Belə ki, seyrəldilmiş civə buxarını dalğa uzunluğu  $\lambda \approx 2537 \text{ \AA}$  olan monoxromatik şüa dəstəsi ilə işıqlandırsaq, onda yuxarıda deyilənlərə uyğun olaraq, bu şüanı udan atomlar enerjisi 4,9 eV olan hala keçməli və  $E_1$  və  $E_2$  arasında başqa enerji səviyyələri yoxdursa, normal hala tərs keçid zamanı həmin dalğa uzunluğuna malik yalnız bir dənə xətt şüalandırmaqlıdır. Təcrübələr bu mülahizəni də tam təsdiq edir. Belə spektral xətlər rezonans xətləri adlanır. Çünki bu xətlərin dalğa uzunluğu optik həyəcanlanma zamanı udulan işığın dalğa uzunluğuna dəqiq bərabərdir. Aydınır ki, rezonans xətlərin dalğa uzunluğunu təyin edərək, böhran potensiallarını hesablamaq olar. özü də bu zaman Frank-Hers təcrübələrində alınmış  $J=J(u)$  qrafikindəki maksimumlara görə tapılmış qiymətə nisbətən daha dəqiq nəticə alınır. Bu məqsədlə (48.5) düsturuna əsasən alınmış aşağıdakı ifadədən istifadə edirlər:

$$\lambda = \frac{hc}{eu} = \frac{124}{u(B)} \text{ \AA} \quad (48.6)$$

Məsələn, civə atomunun rezonans xətti üçün  $\lambda=2537 \text{ \AA}$  olduğunu (48.6)-da nəzərə alsaq, onun birinci böhran potensialı üçün  $u=4,887 \text{ V}$  tapırıq ki, bu da Frank-Hers təcrübələrində tapılmış  $4,9 \text{ V}$  qiyməti ilə yaxşı uyğun gəlir.

Frank-Hers təcrübələrinin metodikasını bir qədər təkmilləşdirməklə civə atomları üçün ikinci böhran potensialın  $6,7 \text{ V}$  olduğunu müşahidə etmişlər. Bu həyəcanlanmış haldan əsas hala tərs keçid zamanı dalğa uzunluğu  $\lambda=1849 \text{ \AA}$  olan şüalanma baş verir. Bu spektral xəttə isə (48.6) düsturuna görə  $u=6,705 \text{ V}$  böhran potensialı uyğun gəlir ki, bu da təcrübi qiymətlə çox yaxşı uzlaşır. Civənin üçüncü böhran potensialı  $10,4 \text{ V}$  artıq ionlaşma potensialıdır. Deməli,  $u>10,4 \text{ V}$  olduqda rabitəsiz hallardan aşağıda yerləşən bütün enerji səviyyələrinə keçidlər baş verməlidir. Doğrudan da, təcrübə göstərir ki, bu zaman civə atomunun tam spektri həyəcanlanır.

Qazın elektron zərbələri ilə işıqlanmasının həyəcanlaşdırılmasını və bu işıqlanmanı müşahidə etmək üçün prinsipial sxemi 48.6 şəklində göstərilmiş qurğudan işğifadə edilir.



Шякил 48.6.

Bu qurğuda qızdırılmış  $K$  katodu ilə onu əhatə edən silindrik formalı  $s$  toru arasında sürətləndirici  $u$  gərginliyi yaradılır.  $S$  toru da öz növbəsində silindrik  $A$  anodu ilə əhatə olunmuşdur.  $K$  katodu ilə  $s$  toru arasında məsafə kiçik olmalıdır ki, burada toqquşmalar az olsun. Əksinə,  $S$  toru və  $A$  anodu arasındakı fəza nisbətən böyük olmalıdır ki, toqquşmaların demək olar ki, hamısı məhz burada baş vermiş olsun. Bu fəzada sahə olmamalıdır. Ona görə də  $A$  anodu və  $S$  toru birləşdirilir. Beləliklə, sürətləndirici aralıq elektronların qaz atomları ilə toqquşaraq onların həyəcanlandığı fəzadan ayrılmış olur.

Məsələn, fərz edək ki, lampa natrium buxarı ilə doldurulmuşdur. Təcrübə göstərir ki,  $u$  gərginliyi  $2,1 \text{ V}$ -dan kiçik olduqda natrium buxarı işıqlanmır.  $u=2,1 \text{ V}$  gərginliyində natriumun yalnız  $\lambda=5896 \text{ \AA}$  dalğa uzunluğuna malik sarı  $D$  – xətti şüalanmağa başlayır. Deməli, natrium üçün sarı  $D$  – xətti rezonans xəttidir,  $u=2,1 \text{ V}$  isə rezonans potensialıdır. (48.6) düsturunda  $\lambda=5896 \text{ \AA}$  yazaraq bu rezonans potensialının qiymətini dəqiqləşdirmək olar:  $u=2,103 \text{ V}$ . Sürətləndirici gərginliyin sonrakı artırılması zamanı natriumun şüalanma (buraxma) spektrinin digər xətləri də alınır.

Digər biratomlu qazlar və buxarlar üçün də analoji mənzərə müşahidə olunur. Məsələn, maqnezium buxarını sürətləndirici potensialın  $u=3,2 \text{ V}$  qiymətində elektron zərbələri ilə həyəcanlandırdıqda, şüalanma spektri yalnız bir dənə  $\lambda=4571 \text{ \AA}$  olan xətdən (rezonans xətti) ibarət olur.  $\lambda$ -nın bu qiymətinə əsasən (48.6) düsturundan maqneziumun rezonans potensialı üçün  $2,65 \text{ V}$  qiyməti alınır.  $u=6,5 \text{ V}$  sürətləndirici gərginlikdə həyəcanlaşma zamanı maqneziumun şüalanma spektri iki xətdən ibarət olur:  $\lambda_1=4571 \text{ \AA}$  dalğa uzunluğuna malik olan əvvəlki xətt və  $\lambda_2=2852 \text{ \AA}$  olan ikinci xətt. Sürətləndirici gərginliyin daha böyük qiymətində ( $10 \text{ V}$ ) maqnezium buxarının tam şüalanma spektrini almaq mümkün olur.

## Ə49. Rezonans şüalanması və lüminessensiya

Frank-Hers təcrübələri (E48) Bor postulatlarının doğruluğunu inandırıcı şəkildə sübut edir. Ona görə də Bor postulatlarına əsaslanaraq təcrübədə müşahidə olunan bir sıra hadisələri, o cümlədən rezonans şüalanmasını və lüminessensiyanı inamla izah etmək olar.

Əvvəlcə rezonans şüalanmasını nəzərdən keçirək. 1904–1905-ci illərdə Vud həyəcanlaşdırılmış qazların şüalanmasının tədqiqinə həsr olunmuş təcrübələr aparmışdı. O, havası çıxarılmış şüşə balonun içərisində metal natriumun bir parçasını yerləşdirmişdi. Qızdırma nəticəsində balonun içərisi natrium buxarı ilə dolmuş olur. Kondensor linza, alovuna xörək duzu daxil edilmiş şamdan gələn işıqı toplayaraq natrium buxarına doğru yönəldir. Belə işıq mənbəyi natriumun dalğa uzunluqları  $\lambda_{D1}=5896 \text{ \AA}$  və  $\lambda_{D2}=5890 \text{ \AA}$  olan iki sarı  $D_1$  və  $D_2$  xətlərini bolluqla şüalandırır. Düşən işıq dəstəsinin yolunda natrium buxarı, yalnız düşən işıq istiqamətində deyil, həm də bütün istiqamətlərdə parlaq sarı işıq saçmağa başlayır. Spektroskopik tədqiqatlar göstərdi ki, bu işıqlanma natriumun həmin  $D_1$  və  $D_2$  sarı xətlərindən ibarətdir. Həm də müəyyən edildi ki,  $D_1$  və  $D_2$  xətləri natrium buxarı tərəfindən güclü udulur. Buxarın temperaturu və deməli, sıxlığı artdıqca udulma da artır və düşən işığın buxara nüfuz etmə dərinliyi azalır. Bunun nəticəsində işıqlanan oblastın uzununa ölçüləri kiçilir. Buxarın kifayət qədər müəyyən sıxlığında işıqlanma, düşən işıq dəstəsinin daxil olduğu yerdə nazik səth qatında baş verir. Bu zaman  $D_1$  və  $D_2$  xətlərinin hər ikisi genişlənir və nəhayət, bir-birinə qovuşurlar.

Buna bənzər hadisəni Vud civə buxarında da müşahidə etmişdir. Bu halda həyəcanlaşdırıcı işıq kimi civənin buraxdığı  $\lambda=2537 \text{ \AA}$  dalğa uzunluğuna malik ultrabənövşəyi şüalanmadan istifadə olunmuşdu. Güclü udulmanın qarşısını almaq üçün içində civə buxarı olan qab kvardan hazırlanmış, işıq mənbəyi olaraq isə civəli kvars lampadan istifadə edilmişdir. Müəyyən edildi ki, civə buxarı dalğa uzunluğu məhz  $\lambda=2537 \text{ \AA}$  olan işıqı güclü udur və sonra isə həmin dalğa uzunluğuna malik işıqı bütün istiqamətlərdə yenidən şüalandırır. Civə buxarını civənin  $\lambda=1850 \text{ \AA}$  dalğa uzunluğuna malik ikinci xətti ilə də şüalandırırdıqda həmin hadisə müşahidə olunur. Lakin bu dalğa uzunluğu daha güclü udulduğu üçün müşahidə aparmaq xeyli çətinləşir. Sonralar bu cür müşahidələr digər kimyəvi elementlər üçün də aparıldı və belə nəticə çıxarıldı ki, yuxarıda təsvir olunan hadisə bütün maddələr üçün mövcuddur. Lakin güclü udulmanın və uyğun işıq mənbəyinin tapılması ilə əlaqədar çətinliklərin olması həmin hadisənin təcrübədə praktik olaraq müşahidə olunmasını mürəkkəbləşdirir.

Vud yuxarıda təsvir olunan hadisələri müşahidə etdiyi dövrdə onları, əlbəttə ki, klassik fizika təsəvvürlərinə əsasən izah edirdilər. Belə güman edilirdi ki, atoma müəyyən məxsusi tezliklər xasdır və o, məhz bu tezliklərə uyğun spektral xətlər şüalandırır. Atomu müəyyən tezliyə malik olan monoxromatik şüa ilə işıqlandırdıqda, atomda məcburi rəqslər həyəcanlanır və atom həmin tezlikli işıqı yenidən şüalandırmağa başlayır. Düşən işığın tezliyi atomun məxsusi tezliklərindən birinə bərabər olduqda, yəni rezonans zamanı bu effekt xüsusilə güclü surətdə özünü göstərməlidir. Buna görə də həmin hadisə rezonans şüalanması və ya işıqlanma adlandırılmışdır.

Aydınır ki, düşən işığın təsiri ilə rəqsə gələn atom aldığı enerjini yenidən şüalandırmayaraq, ətrafdakı atomlara şüalanmasız da verə bilər. Bu halda enerjinin həmin hissəsi son nəticədə istilik kimi ayrılır. Bu effekt rezonans işıqlanmanın zəifləməsi və ya sönməsinə səbəb olur. Baxılan qazın atomları arasında qarşılıqlı təsir güclü olduqda bu effekt də güclü olur. Xüsusi halda, bu, qazın sıxlığını artırırdıqda və ya bu qaza digər maddənin atomlarını əlavə etdikdə baş verir. Məsələn, civə buxarının  $10^{-3} \text{ mm c.st.}$

təzyiqində rezonans işıqlanması yaxşı müşahidə edilir. Lakin  $0,2 \text{ mm c.st.}$  təzyiqinə malik olan hidrogen qazı əlavə etdikdə işıqlanmanın intensivliyi iki dəfə, hidrogenin sonrakı artımında isə daha çox azalır. Digər qazların əlavə edilməsi də buna oxşar təsir yaradır.

Rezonans şüalanmasının yuxarıda verilmiş klassik izahı ilk baxışdan çox inandırıcı və yeganə mümkün izah kimi görünür. Lakin tənqidi yanaşdıqda məlum olur ki, bu, heç də belə deyildir. Doğrudan da, rezonans şüalanması ayrıca götürülmüş bir hadisə olmayıb, daha ümumi bir hadisənin, yəni spektral xətlərin şüalanmasının xüsusi halıdır. Ona görə də hər iki hadisəni eyni bir mexanizm əsasında izah etmək lazımdır. Spektral xətlərin və spektral seriyaların mənşəyini klassik fizika izah edə bilmirdi. Yalnız kvant nəzəriyyəsi buna imkan verir. Deməli, rezonans şüalanması da bu nəzəriyyəyə əsasən izah edilməlidir. Doğrudan da belə izahat mümkündür və o, aşağıdakı kimidir.

Düşən işığın  $h\nu$  enerjili kvantı atomu həyəcanlandırmalıdır, yəni onu  $E_1$  normal enerji səviyyəsindən daha yuxarıda yerləşən səviyyəyə keçirməlidir. Fərz edək ki,  $E_1$ -dən yuxarıda yerləşən ən yaxın səviyyə  $E_2$ -dir. Onda  $h\nu < E_2 - E_1$  olduqda, düşən işıq kvantının  $h\nu$  enerjisi atomu  $E_2$  səviyyəsinə keçirmək üçün kifayət etmir və bu işıq kvantı atomu həyəcanlaşdırma bilməz. Atomun həyəcanlaşaraq  $E_2$  enerjili hala keçməsi üçün  $h\nu \geq E_2 - E_1$  olması tələb olunur.  $h\nu = E_2 - E_1$  olduqda kvantın enerjisi tamamilə həyəcanlaşmaya sərf olunur və maksimum həyəcanlaşma baş verir. Qısa müddətdən sonra atom  $E_2$  səviyyəsindən ən yaxın aşağı səviyyəyə, yəni  $E_1$  səviyyəsinə qayıdır və bu zaman enerjisi  $h\nu = E_2 - E_1$  olan kvant şüalanır. Beləliklə,  $\nu = \nu$  olur, yəni həyəcanlaşdıran və yenidən şüalanan işıqların tezliyi eynidir. Kvant nəzəriyyəsi baxımından rezonans şüalanması məhz bundan ibarətdir.

Natrium buxarında bir xəttin deyil, bir-birinə yaxın yerləşmiş iki  $D_1$  və  $D_2$  xətlərinin şüalanması faktı isə kvant nəzəriyyəsinə əsasən belə izah oluna bilər ki, natrium atomunun həyəcanlaşmış  $E_2$  enerji səviyyəsi əslində bir-birinə çox yaxın yerləşmiş iki enerji səviyyəsindən ibarətdir.

Qazın konsentrasiyası artdıqda işıqlanmanın sönməsi hadisəsi həm klassik fizika, həm də kvant nəzəriyyəsi baxımından başa düşülür. Doğrudan da, həyəcanlaşmış  $E_2$  səviyyəsində yerləşən atom şüalanmadan öz enerjisini ətrafdakı atomlara verə bilər. Qazın sıxlığı artdıqda və ya qaza kənar aşqarlar daxil etdikdə bu effekt güclənir.

Yuxarıda şərh olunanlar hadisənin yalnız əsas sxemini göstərir və onun bütün cəhətlərini (məsələn, enerji səviyyələrinin və spektral xətlərin enlənməsini) əhatə etmir.

Bor postulatları lüminessensiya hadisələrini də başa düşməyə imkan verir. Qeyd edək ki, Bor postulatları irəli sürülənə qədər bu hadisələrin mahiyyəti qətiyyən başa düşülmürdü. Əvvəlcə lüminessensiya nədir? sualına cavab verməyə çalışsaq. Bu məsələyə  $\text{E}2$ -də müəyyən qədər toxunulmuşdur.

Bütün cisimlər, intensivliyi və polarizasiya dərəcəsi spektrin müxtəlif hissələrində cismin temperaturu və Kirxhof qanununa uyğun olaraq bu cismin udma qabiliyyəti ilə təyin olunan elektromaqnit dalğaları buraxırlar. Belə şüalanma temperatur (istilik) və ya tarazlıq şüalanması adlanır. Bir çox cisimlər müxtəlif xarici həyəcanlaşdırıcı təsirlər nəticəsində, istilik şüalanması ilə yanaşı cismin temperaturundan asılı olmayan əlavə şüalanma da verir. Məsələn, televizor ekranının, qaz boşalması borusundan elektrik cərəyanı keçərkən bu borudakı qazın, doğranarkən qəndin, bəzi canlı orqanizmlərin (ışıldaquş), çürümüş ağacın işıqlanması və s. Bütün bunlar soyuq işıqlanmaya misaldır. İstilik şüalanmasından əlavə baş verən belə şüalanma, əgər xarici təsirlər kəsildikdən sonra onun davam etmə müddəti işıq rəqslərinin periodundan xeyli böyükdürsə,

lüminessensiya adlanır.

Bu tərifin birinci hissəsi və "lüminessensiya" anlayışının özü ilk dəfə Y. Videman tərəfindən təklif olunmuşdur. Lüminessensiyanın tərifinin ikinci hissəsi, yəni davam etmə müddəti üçün meyar isə S.İ. Vavilov tərəfindən daxil edilmişdir ki, bu da lüminessensiyanı işığın qayıtması və səpilməsi, yüklü hissəciklərin tormozlanma şüalanması, Vavilov-Çerenkov şüalanması və s. kimi daha qısa müddətli ikinci şüalanma hadisələrindən fərqləndirməyə imkan verir. Əlbəttə, bu meyar heç də mütləq sərt olmayıb, yalnız ümumi xarakter daşıyır. Belə ki, bir çox hallarda bu meyar lüminessensiya ilə qeyri-lüminessensiya arasında kəskin sərhəddi təyin etməyə imkan vermir. Əvvəllər lüminessensiyanı flüoressensiya və fosforessensiya olmaqla iki yerə bölürdülər. Flüoressensiya dedikdə, xarici həyəcanlaşdırıcının təsiri kəsildikdən dərhal sonra kəsilən şüalanma başa düşülürdü. Xarici həyəcanlaşdırıcının təsiri kəsildikdən sonra müəyyən zaman müddəti ərzində davam edən şüalanma isə fosforessensiya adlandırılırdı. Lakin sonralar aparılmış tədqiqatlar nəticəsində aydın oldu ki, flüoressensiya və fosforessensiya arasında heç bir prinsipial fərq yoxdur. Onlar bir-birindən xarici təsir kəsildikdən sonra yalnız davam etmə müddəti ilə fərqlənirlər. Ona görə bölgü öz mənasını itirmiş oldu. Lakin işıqlanmanın qısa müddətli olduğunu yalnız keyfiyyətcə qeyd etmək üçün bəzən yenə də "flüoressensiya" anlayışından istifadə edilir. Məsələn, xüsusi ölçmələr göstərir ki, seyrəldilmiş qazların rezonans işıqlanmasının davam etmə müddəti  $10^{-8}$ - $10^{-9}$  saniyədir.

Lüminessensiyanın yuxarıda verilmiş tərfi ilə əlaqədar olaraq bəzi məsələləri də qeyd etmək lazımdır. Temperatur makroskopik anlayış olduğundan tam şüalanmanı ayrı-ayrı molekullar və atomlar üçün temperatur şüalanmasına və lüminessensiyaya bölmək heç bir məna kəsb etmir. Belə bölgü yalnız atom və molekullar çoxluğu, yəni müəyyən temperatura malik olan cisimlər üçün doğrudur. Əgər cisim qeyri-tarazlıq halındadırsa, yəni onun müəyyən temperatura malik olduğunu demək mümkün deyildirsə, onda bu halda nə temperatur şüalanması, nə də ki, lüminessensiya haqqında danışmaq olmaz. Bu müddəə ayrı-ayrı atom və molekulların şüalanmasına da aiddir. Bu səbəbdən də qazların Vud tərəfindən tədqiq olunan işıqlanması üçün tez-tez işlənən "rezonans flüoressensiyası" əvəzinə "rezonans şüalanması" kimi neytral anlayışdan istifadə edilməsi daha məqsədəuyğundur. Doğrudan da, "rezonans flüoressensiyası" anlayışı özünü yalnız nisbətən böyük sıxlığa malik olan qazların işıqlanmasına baxarkən doğruldu. Rezonans şüalanması isə həm də seyrəldilmiş qazlarda müşahidə olunur.

Lüminessensiya müşahidə olunan maddələr lüminoforlar adlanır. Həyəcanlaşdırma üsulundan asılı olaraq lüminessensiyanı çoxlu sayda müxtəlif növlərə bölürlər (bax: E2). Lüminessensiya məsələləri, hətta onun ayrı-ayrı növləri elmi ədəbiyyatda geniş tədqiq və müzakirə olunmuşdur. Bu proses hələ davam edir. Lüminessensiya hadisəsinin ən mühüm cəhəti onun kvant xarakterli olmasıdır. Hər bir şüalanma kimi, lüminessensiya da şüalanan sistemin müəyyən həyəcanlanmış enerji səviyyələrindən daha aşağı səviyyələrə kvant keçidləri nəticəsində yaranır. Lüminessensiyanın xarakterik əlamətlərindən biri, yəni işıqlanmanın müəyyən müddət davam etməsi bu baxımdan dərhal başa düşülür. Çünki çoxlu sayda cisimlər həyəcanlanmış hallarda uzun müddət qala bilir. Lüminessensiyanın xarakteri cismin enerji spektrinin quruluşu, həyəcanlanmış hallarda onun qala bildiyi orta zaman müddəti, işığın udulması və buraxılması üçün seçmə qaydaları və s. ilə təyin olunur.

1852-ci ildə Stoks fotolüminessensiya üçün aşağıdakı qaydanı müəyyən etmişdi:

lüminessensiya işığının  $\lambda'$  dalğa uzunluğu həyəcanlaşdırıcı işığın  $\lambda$  dalğa uzunluğundan böyükdür:  $\lambda' > \lambda$ . Bu qayda lüminessensiyanın kvant xarakterli olmasını göstərir. Doğrudan da, həyəcanlaşdırıcı işığın kvantı sistemi normal  $E_1$  enerji səviyyəsindən həyəcanlanmış  $E_2$  səviyyəsinə keçirirsə,  $E_2 \leq E_1 + h\nu$  şərti ödənməlidir. Sistemin əvvəlki  $E_1$  səviyyəsinə tərs keçidi zamanı şüalanan işığın tezliyi  $\nu' = (E_2 - E_1)/h$  olduğundan  $\nu' \leq \nu$  alınır. Sistem  $E_2$  səviyyəsindən əvvəlki  $E_1$  səviyyəsinə deyil, ondan bir qədər yuxarıda yerləşən səviyyəyə də qayıda bilər ki, bu halda  $\nu' < \nu$  ( $\lambda' > \lambda$ ) olur.

Lakin Stoks qaydasının pozulması da müşahidə oluna bilər. Fərz edək ki, işıq kvantı sistemi hər hansı həyəcanlanmış  $E_1'$  səviyyəsindən  $E_2' > E_1'$  şərtini ödəyən  $E_2'$  yuxarı səviyyəsinə keçirir. Onda  $E_2' \leq E_1' + h\nu$  yazıla bilər. Lakin tərs keçid nəticəsində sistem  $E_1'$  səviyyəsinə deyil,  $E_1 < E_1'$  şərtini ödəyən  $E_1$  səviyyəsinə də keçə bilər və bu zaman şüalanan işığın tezliyi  $\nu' = (E_2' - E_1)/h > (E_2' - E_1')/h$  və ya  $\nu' > \nu$  ( $\lambda' < \lambda$ ) olar.

### Ə50. Spontan şüalanma

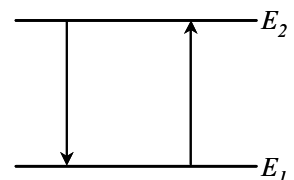
Bundan əvvəlki paraqraflarda biz atomların stasionar hallarının, enerji səviyyələrinin mövcud olmasını isbat edən və onları bilavasitə təyin etməyə imkan verən təcrübələri nəzərdən keçirdik və müxtəlif enerji səviyyələri arasındakı keçidlərin mümkün olmasına əsasən bəzi hadisələrin nəzəri izahını verdik. Müxtəlif stasionar hallar (enerji səviyyələri) arasındakı keçidlərə uyğun proseslərin vacibliyini nəzərə alaraq onları nəzəri cəhətdən daha dərinlən təhlil etmək zəruridir. Belə təhlil kvant hadisələrinin bir çox özünəməxsus xüsusiyyətlərini izah etməyə imkan verir /məsələn, Plank düsturunun Eynşteynə görə çıxarılışı (Ə9), Lazerlərin iş prinsipi (Ə53) və s/.

Eyni atomlardan ibarət olan qaza baxsaq, Bor postulatlarına görə bu qaz atomlarından hər biri müəyyən stasionar halda yerləşə bilər. Bu stasionar halları həmin hallara uyğun daxili enerjinin  $E_1, E_2, \dots, E_i, \dots$  artma qaydasına uyğun olaraq  $1, 2, \dots, i, \dots$  kimi nömrələyə bilərik. Belə atomar qazı  $E_i$  enerjisində malik olan  $i$ -ci stasionar halda yerləşən atomların orta sayı  $N_i$  ilə xarakterizə etmək olar. Atomların bu  $N_i$  sayı çox zaman  $i$  səviyyəsinin məskunluğu adlanır.

Məlumdur ki, atomun stasionar hallarının enerjiləri məlum olduqda Bor postulatları spektral xətlərin tezliyini hesablamağa imkan verir. Lakin bununla yanaşı, Bor postulatları stasionar halların enerjisinin qiymətinin atomun daxili quruluşunun xüsusiyyətləri, atomdakı elektronların sayı, bu elektronların nüvə ilə və həm də öz aralarında qarşılıqlı təsiri və s. ilə əlaqəsi haqqında heç bir məlumat vermir. Belə məsələlərin həlli kvant təsəvvürlərinin inkişaf etdirilməsi nəticəsində XX əsrin 20-ci illərində yaradılmış kvant mexanikası əsasında mümkündür.

Bu və ya digər təsir nəticəsində həyəcanlanmış və sonra isə heç bir xarici təsirə məruz qalmayan atoma baxsaq. Belə atom diskret enerji səviyyələrinə uyğun olan müxtəlif stasionar hallarda ola bilər. Sadəlik naminə biz bu hallar çoxluğundan  $E_1$  və  $E_2$  enerjili yalnız iki hala baxsaq (şəkil 50.1). Bu halları qısa olmaq üçün 1 halı və 2 halı adlandıracağıq.

Əgər müəyyən  $t$  zaman anında atom həyəcanlanmış 2 halındadırsa, növbəti  $dt$  zaman müddəti ərzində o, ya bu halda qala bilər, ya da  $E_2 - E_1$  artıq enerjisini şüalandıraraq aşağı 1 halına keçə bilər. Şüalanma keçidləri aşağıdakı kimi iki növə bölünür: 1) həyəcanlanmış halda olan atomun yerləşdiyi xarici



Шякил 50.1.

sahənin təsiri olmadan baş verən şüalanma keçidləri; bunlar özbaşına və ya spontan keçidlər adlanır, 2) həyəcanlanmış atomun yerləşdiyi xarici sahənin təsiri altında baş verən şüalanma keçidləri; belə keçidlər induksiyalanmış və ya məcburi keçidlər adlanır.

Spontan keçidlərin səbəbləri kvant elektrodinamikasında araşdırılır. Bor nəzəriyyəsində isə spontan keçidlər təcrübi müşahidələrin nəticələrini izah və təsvir etmək üçün bir faktır.

Əvvəlcə spontan keçidləri nəzərdən keçirək. Bu məsələyə statistik baxımdan yanaşmaq əlverişlidir. Bu, o deməkdir ki,  $t$  zaman anından sonra gələn  $1s$  müddəti ərzində verilmiş atomda keçidin baş verəcəyini və ya baş verməyəcəyini tam yəqinliklə deyə bilmərik və yalnız bu keçidin hansı ehtimalla baş verə biləcəyini göstərə bilərik.  $2 \rightarrow 1$  spontan keçidinin vahid zamandakı ehtimalını  $A_{21}$  ilə işarə edək. Spontan keçid təsadüfi olduğu üçün,  $A_{21}$  ehtimalı zamandan asılı olmayacaqdır.

Fərz edək ki, külli miqdarda atomlardan təşkil olunmuş qaz vardır və bu qaz elə seyrəldilmişdir ki, onun atomları arasında qarşılıqlı təsiri nəzərə almamaq mümkündür.  $t$  zaman anında 2 halının məskunluğu  $N_2$  olsun, yəni  $t$  zaman anında  $N_2$  sayda qaz atomu 2 halında yerləşir.  $t$ -dən  $(t+dt)$ -yə qədər olan  $dt$  zaman müddəti ərzində bu  $N_2$  sayda atomun bir hissəsi spontan olaraq 1 halına keçir. Bu keçidlər təsadüfi hadisələr olduğu üçün biz məhz hansı atomlarda keçidin baş verdiyini deyə bilmərik, lakin  $A_{21}$  ehtimalını bilərək orta hesabla neçə atomda keçidin baş verdiyini qabaqcadan tapmaq olar. Belə ki,  $dt$  zaman müddəti ərzində baş verən  $2 \rightarrow 1$  spontan keçidlərinin  $dZ_{21}$  sayı 2 halında yerləşən atomların  $N_2$  sayı ilə düz mütənasib olmalıdır:

$$dZ_{21} = A_{21} N_2 dt \quad (50.1)$$

Bu keçidlərin hər birində, Borun tezliklər şərtinə görə  $E_2 - E_1 = \hbar \omega$  enerjisi şüalandığından, həmin  $dt$  zaman müddəti ərzində buraxılan enerji

$$\hbar \omega dZ_{21} = A_{21} N_2 \hbar \omega dt \quad (50.2)$$

kimi təyin olunur.

İndi isə həyəcanlanmış atomların sayının zaman keçdikcə azalmasını ifadə edən qanunu və həyəcanlanmış halda atomun orta "yaşama müddəti"ni tapaq.

Aydındır ki,  $dt$  zaman müddəti ərzində baş verən spontan keçidlərin  $dZ_{21}$  sayı həyəcanlanmış 2 halında  $t$  zaman anında yerləşən atomların sayının azalmasına bərabər olmalıdır:  $dZ_{21} = -dN_2$ . Ona görə də (50.1) düsturunu

$$-dN_2 = A_{21} N_2 dt \quad (50.3)$$

kimi yazı bilərik. Bu ifadəni inteqrallayaraq

$$N_2 = N_{20} e^{-A_{21} t} \quad (50.4)$$

alırıq. Burada  $N_{20}$  – başlanğıc  $t=0$  zaman anında 2 halında olan atomların sayıdır.

(50.2) düsturunu nəzərə alsaq, vahid zamanda şüalanma enerjini, yəni şüalanmanın intensivliyini aşağıdakı kimi təyin edə bilərik:

$$J = A_{21} N_2 \hbar \omega = A_{21} N_{20} e^{-A_{21} t} \cdot \hbar \omega = J_0 e^{-A_{21} t}. \quad (50.5)$$

Burada  $J_0 = A_{21} N_{20} \cdot \hbar \omega$  işarə edilmişdir. Beləliklə, (50.5) düsturundan görüldüyü kimi, həyəcanlanmış qazın şüalanması zamandan asılı olaraq eksponensial qanun üzrə azalmalıdır.

İndi isə, atomun həyəcanlanmış halda orta yaşama müddətini hesablayaq.  $t$ -dən  $(t+dt)$ -yə qədər olan  $dt$  zaman müddəti ərzində  $2 \rightarrow 1$  keçidi edən atomların sayı (50.1) düsturuna əsasən  $A_{21} N_2 dt$  olar. Bu, həm də həyəcanlanmış 2 halında  $t$  san "yaşamış" atomların sayıdır. Ona görə də 2 halında bu atomların yaşama müddətlərinin cəmi

$t \cdot A_{21} N_2 dt$ , 0-dan  $\infty$ -a qədər zaman müddəti ərzində keçid edən bütün atomların 2 halında orta yaşama müddətlərinin cəmi isə  $\int_0^{\infty} t A_{21} N_2 dt$  olar. Onda bir dənə atomun yaşama müddəti

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} t A_{21} N_2 dt}{N_{20}} \quad (50.6)$$

və ya (50.4)-ü nəzərə alsaq

$$\tau = A_{21} \int_0^{\infty} t e^{-A_{21} t} dt \quad (50.7)$$

olar. Burada hissə-hissə inteqrallama apararaq (bax: Ə42)

$$\tau = \frac{1}{A_{21}} \quad (50.8)$$

olduğunu tapırıq.

(50.8)-i (50.5)-də nəzərə alsaq, şüalanmanın intensivliyi üçün

$$J = J_0 e^{-t/\tau} \quad (50.9)$$

düsturunu yazıya bilərik.

(50.9) düsturu klassik elektrodinamika təsəvvürlərinə əsasən xətti osilyatorun şüalanma intensivliyi üçün alınmış (46.48) düsturu ilə formal olaraq eynidir. (46.48) düsturuna da sönməni xarakterizə edən sabit kimi  $\tau$  zamanı daxildir və onu biz relaksasiya müddəti adlandırmışdıq. Lakin həyəcanlanmış halda "orta yaşama müddəti" anlayışının fiziki mənası, "relaksasiya müddəti"nin fiziki mənasından kəskin fərqlənir. Klassik elektrodinamikaya görə şüalanan bütün dipollar eyni zamanda məcburi rəqslər edirlər və amplitudun kvadratının  $e$  dəfə azalmasına sərf olunan  $\tau$  relaksasiya müddəti bu dipolların hamısı üçün eynidir.

Spontan şüalanma zamanı şüalanma prosesi isə həyəcanlanmış müxtəlif atomlarda müxtəlif zaman anlarında baş verən və bir-birindən asılı olmayan kvant keçidləri çoxluğundan ibarətdir. Verilmiş zaman anında keçidin baş verib verməyəcəyi təsadüf qanunu ilə təyin olunur: həyəcanlanmış atomlardan biri çox kiçik zaman müddətindən sonra əsas hala qayıda bilər, digəri isə bu həyəcanlanmış halda uzun müddət "yaşaya" (qala) bilər. Kütləvi proseslərdə həmişə olduğu kimi, verilmiş növ atomlar üçün orta yaşama müddəti müəyyən qiymətə malik olur.

Şüalanmanın sönməsi qanununun təcrübədə yoxlanması və həyəcanlanmış halda orta yaşama müddətinin təcrübə təyini kanal şüalarının işıqlanmasına aid Vin təcrübələri vasitəsilə mümkün olmuşdur. Hidrogen atomlarından ibarət kanal şüaları eni 0,1-0,25 mm olan yarıqdan keçərək yüksək vakuum yaradılmış fəzaya daxil olur ki, həyəcanlanmış atomlar burada praktik olaraq toqquşmalarsız "ışıq saça" bilsinlər. Bu zaman şüalanan və öz uzunluğu boyunca sönmə kanal şüaları dəstəsi kvars spektroqrafına daxil olur. Kvars prizması bu dəstəni spektrə ayırır və bunun da nəticəsində hər bir spektral xətt üçün sönməni ayrıca izləmək mümkün olur. Əgər kanal şüalarının sürəti  $v$  və dəstənin başlanğıcından onun hər hansı bir nöqtəsinə qədər məsafə  $y$  olsa,  $t=y/v$  və  $e^{-t/\tau} = e^{-y/v\tau}$



yaza bilərik. Beləliklə, kanal şüaları boyunca intensivliyin azalmasını izləyərək  $\tau$  zaman müddətini təyin etmək olar.

Bu üsulla hidrogenin qırmızı  $H_\alpha$  xətti ( $\lambda=6562 \text{ \AA}$ ) üçün  $\tau=1,5 \cdot 10^{-8} \text{ san}$ , cıvənin rezonans xətti ( $\lambda=2537 \text{ \AA}$ ) üçün isə  $\tau=9,8 \cdot 10^{-8} \text{ san}$  qiymətləri alınmışdır ki, bu da dolaylı yolla hesablanmış qiymətlərə yaxşı uyğun gəlir.

Spontan şüalanmanın statistik xarakterə malik olmasından aşağıdakı mühüm nəticə çıxır: spontan şüalanma koherent deyildir. Belə ki, spontan şüalanma aktları fəzanın müxtəlif yerlərində yerləşmiş atomlarda müxtəlif zaman anlarında baş verdiyi üçün, müxtəlif atomların şüalandırdığı dalğaların fazaları arasında qanunauyğun heç bir əlaqə yoxdur. Beləliklə, yalnız eyni bir atomun buraxdığı dalğalar, bu dalğaları bu və ya digər qurğu ilə iki dəstəyə ayırıqdan sonra, öz aralarında interferensiya edə bilər. Ayrı-ayrı atomların buraxdığı dalğaların yaratdığı interferensiya mənzərələri isə sadəcə olaraq bir-biri ilə toplanır. Bu isə hətta eyni bir işıq mənbəyindən interferensiyanın alınması imkanını müəyyən qədər məhdudlaşdırır (mənbəyin ölçüyə malik olması, mənbə və interferensiya qurğusu arasında yarıqdan istifadə edilməsinin zəruriliyi və s.).

### **Ə51. Udulma və məcburi şüalanma. Eynşteyn əmsalları. Spektral xəttin konturu**

Qeyd olunduğu kimi, Ə50-də baxılan spontan keçidlər həyəcanlanmış atomu əhatə edən elektromaqnit sahəsindən asılı deyildir. İndi isə bu sahənin təsiri altında baş verən keçidlərə baxaq. Müəyyən  $T$  temperaturuna qədər qızdırılmış və fotonlar buraxan və udan divarlara malik olan qapalı boşluq götürək. Foton şüalandırıldıqda atom yüksək enerjili stasionar haldan (enerji səviyyəsindən) kiçik enerjili stasionar hala (enerji səviyyəsinə) keçir. Foton udduqda isə atomda tərs keçid, yəni aşağı enerji səviyyəsindən yuxarı enerji səviyyəsinə keçid baş verir. Beləliklə, atom aşağı enerji səviyyəsindən yuxarı enerji səviyyəsinə yalnız fotonun udulması nəticəsində keçə bilər, yəni bu keçid atomun yerləşdiyi xarici elektromaqnit sahəsinin təsiri altında baş verən məcburi keçid ola bilər. Xarici sahənin təsiri olmadan, yəni özbaşına və ya spontan olaraq atom daha yüksək enerji səviyyəsinə keçə bilməz, çünki bu, enerjinin saxlanması qanununa zidd olardı. Deməli, atomun daha böyük enerjili səviyyələrə keçidləri yalnız məcburi, yəni atoma xaricdən edilən təsirlər nəticəsində baş verən keçidlər olur. Atomun daha yüksək enerji səviyyəsindən aşağı enerji səviyyəsinə keçidləri isə iki növ ola bilər: 1) atomun yerləşdiyi xarici elektromaqnit sahəsindən asılı olmayan, yalnız atomdaxili proseslər nəticəsində baş verən özbaşına və ya spontan keçidlər (Ə50); 2) atomun yerləşdiyi xarici elektromaqnit sahəsinin təsiri altında baş verən məcburi keçidlər.

Демяли, ашабы  $E_1$  сывийясында йерляшан атомлар онлары ящаты едян электромагнит саясында  $E_2 - E_1 = \hbar\omega$  енержисини удараг, йяни бу саянин тясери алтында  $E_2$  щяйяанланмыш сывийясиня кечирляр. Спонтан кечидляр кими бу кечидляри дя биз статистик бахымдан юйрянъяйик. Айдындыр ки,  $(\omega, \omega + d\omega)$  тезликляр интервалында удулма иля баш верян кечидин ещтималы бу интервалда хариъи саянин енержисинин  $u(\omega)d\omega$  енержи сыхлыбы вя бахылан атомун щяйяанлашмасы ещтималыны характериза едян мцяййан  $B_{12}$  ямсалы иля дцз мцянасиб олмалыдыр. Беяликля, ващид тезлик интервалында вя ващид заманда удулма ещтималы  $u(\omega)B_{12}$  олар.

Хариъи саянин тясери алтында баш верян просесляр тякъя удулма иля мящдудлашмыр. Илк дяфя Ейнштейн эюстярмищдир ки, язяр хариъи саянин тясиринин нязря алынмасы заманы йалныз удулма просесляри иля кифайятланмищ олсаг, Планк дцстуру дейил, Вин дцстуру алыныр (Е9). Она эюря дя Ейнштейн щяйяанланмыш атомун, ону ящаты едян хариъи электромагнит саясинин тясери алтында мяъбури вя йа индуксийаланмыш щцаланмасынын да мцмкцн олдуьуну фярз етди. Радиофизикада бу просесляр щям дя стимуллашдырылмыш кечидляр адланыр. Щяйяанланмамыш атомлар хариъи саянин тясери алтында йалныз удулма кечидляри едя билдийи щалда, щяйяанланмыш щалда (мясялян,  $E_2$  сывийясында) олан атомлар ися Ейнштейня эюря йа саядян енержи удараг даща йцксяк енержи сывийясиня кечя биляр, йа да саяйя енержи веряряк (мясялян,  $E_2 - E_1 = \hbar\omega$  енержисини) даща ашабы енержи сывийясиня гайыда биляр. Сонунъю нув кечидляр мящз индуксийаланмыш кечидляр адланыр вя онларын саясында индуксийаланмыш (мяъбури) щцаланма йараныр. Ващид заманда вя ващид тезлик интервалында индуксийаланмыш кечидлярин ещтималы  $u(\omega)B_{21}$  олар.

Гейд едяк ки, мяъбури щцаланманын классик физикада аналогу вардыр. Бея ки, хариъи далья саясында, бу саянин тезлийи вя юз мяхсуси тезлийи арасында, резонанса йахын гярарлашмамыш щалда олан классик осиллятор йа саядян енержи удур, йа да саяйя енержи верир. Бу ики просесдян щансынын баш вермяси ися саянин вя осилляторун рягсяринин фазалары фяргиндян асылыдыр.

Индуксийаланмыш кечидлярин реаллыбыны билаваситя сцбут едян чохла сайда тярцби фактлар мялумдур. Ньюбяти параграфларда бу барядя ятрафлы бящс олунатьагдыр.

(50.1) вя (50.2) дцстурларына вя бу параграфда дейиляляря ясяян  $E_m > E_n$  енержи сывийяляри арасында спонтан, удулма вя индуксийаланмыш кечидляр цццн ашабыдакы ифадяляри йаза билярик ( $Z_{mn} = dZ_{mn}/dt$  – ващид заманда баш верян кечидлярин сайы,  $Q_{mn} = \hbar\omega \cdot dZ_{mn}/dt$  – ващид заманда щцаланан вя йа удулан енержи, йяни щцаланманын вя йа удулманын эцъдцр):

$$Z_{mn}^{spont.} = A_{mn} N_m, \quad (51.1)$$

$$Q_{mn}^{spont.} = A_{mn} \hbar\omega_{mn} N_m, \quad (51.2)$$

$$Z_{nm}^{ud.} = B_{nm} u(\omega_{mn}) N_n, \quad (51.3)$$

$$Q_{nm}^{ud.} = B_{nm} \hbar\omega_{mn} u(\omega_{mn}) N_n, \quad (51.4)$$

$$Z_{mn}^{ind.} = B_{mn} u(\omega_{mn}) N_m, \quad (51.5)$$

$$Q_{mn}^{ind.} = B_{mn} \hbar \omega_{mn} u(\omega_{mn}) N_m. \quad (51.6)$$

Бурада  $\omega_{mn} = \omega_{nm}$  олдууу нязяря алынмышдыр.  $A_{mn}$ ,  $B_{nm}$  вя  $B_{mn}$  кямиййятляри Ейнштейнин шяряфиня бязян, уйьун олагаг, биринги, икинги вя цццнцц Ейнштейн ямсаллары адланыр.

(51.2) ифадясиндян эюрцнцр ки, спонтан шцаланманын эцццнцн тьяйининдя атомун йерляшдийи хариьи шяраитин ролу шяйябанланмыш атомларын  $N_m$  сайы иля, атомун дахили гурулушунун ролу ися  $A_{mn}$  ямсалы иля тьяйин олунур, йяни бу амиллярин ролу бир-бириндян кяскин шыкилдя айрылыр. Она эюря дя беля демьяк олар ки, Бор нязяриййясиндя  $E_i$  енержиляри атомун стасионар шалларыны характеризя етдийи кими,  $A_{mn}$  ямсаллары да  $m \rightarrow n$  кечиди заманы фотонун спонтан бурахылмасынын атом характеристикасыдыр.

$A_{mn}$  ямсалларынын атомун дахили гурулушу иля ялагяси мясяляси Ейнштейн нязяриййяси чярчивясиндян кянара чыхыр. Бу мясяля йалныз квант механикасында там айдынлашыр вя квант механикасы методлары,  $m$  вя  $n$  сывиййяляринин хассяляриня ясясян, истянилян кечид цццн практик олагаг  $A_{mn}$  ямсалларынын гиймятини шесабламаыя имкан верир. Ашабыда шидроэен атомунун спектриндяки бязи хятляр цццн (Лайман серийясы  $L$ , Балмер серийясы  $H$ )  $A_{mn}$  ямсалларынын мисал олагаг шесабланмыш гиймятляри верилмишдир:

Хяттин ишаряси	$L_\alpha$	$L_\beta$	$L_\gamma$	$H_\alpha$	$H_\beta$	$H_\gamma$	$H_\delta$
Далья узунлууу ( $\lambda$ ), $\text{Å}$	1216	1026	973	6563	4861	4340	4102
Ейнштейн ямсалы $A_{mn} \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$	4,68	0,55	0,13	0,44	0,084	0,025	9,7 · 10 <sup>-3</sup>

Бор постулатларынын добурулууну сцбут едян тьярцбялярин яксяриййяти яслиндя ишыьын спонтан шцаланмасы иля ялагядардыр. Бир чох мцасир ишыг мянбяляриндя мясялян, электрик гювсцндя, аловда, газ бошалмасы лампасында вя с. мящз спонтан шцаланма баш верир. Гейд етмяк лазымдыр ки, мянбяйин дярин гатларынын бурахдыы ишыг хариьи тябягяляр тьяряфиндян гисмян удулур. Спектрал ъищаз мянбядян ишыг дястяси йюнялдяк вя  $m \rightarrow n$  кечидиня уйьун олан спектрал хяттин интенсивлийини юлчяк. Тьярцбянин шяндяси шяраитиня ясясян ъищаз цзяриня цмуми эцццнцн шансы щиссясинин дцщдцйцнц вя хяттин интенсивлийинин юлчцлмцш гиймятиня эюря ися  $Q_{mn}^{spont.}$  кямиййятини тьяйин етмяк олар. Яяр шяр-шансы мцлащизяляр яасында  $N_m$  мяскунлуу мялум олса, онда (51.2) дцстуруна ясясян  $A_{mn}$  биринги Ейнштейн ямсалыны тапмаг олар. Бу ямсалы юлчмяк цццн бир сыра диээр цсуллар да мювьуддур.

(51.2) дцстуру бир сыра мцшашидялярин нятиьялярини дя изащ етмяйя имкан верир.  $m \rightarrow n$  вя  $k \rightarrow j$  спонтан кечидляриня уйьун эялян спектрал хятлярин интенсивликляринин нисбятиня бахаг:

$$\frac{Q_{mn}^{spont.}}{Q_{kj}^{spont.}} = \frac{\omega_{mn}}{\omega_{kj}} \frac{A_{mn}}{A_{kj}} \frac{N_m}{N_k} \quad (51.7)$$

$m$  вә  $k$  сәвиййяларинин мясқунлугларынын  $N_m/N_k$  нисбәти, ишыг мянбәляриндә реаллашан шәраитдә асылы олараг чоҳ эениш интервалда дәйишә биләр. Она әюрә дә (51.7) дцструна ясаһан беля деляк олар ки, мцхтялиф ишыг мянбәляриндә спектрал хятляр цзря интенсивлийин пайланмасындакы фярг шәйяһанланмыш атомларын сәвиййялар цзря пайланмасындакы фярг иля тәйин олунур. Яқсиня, мцгайһия олунан спектрал хятляр ейни бир йухары сәвиййядәһан олан кечидлярә уйһундурса, онларын интенсивликляринин нисбәти бцтцн шяртляр вә бцтцн ишыг мянбәлярә цццн ейни олаһагдыр.

Ишыһын удулмасыны (абсорбсийасыны) характеризя едәһан (51.3) вә (51.4) дцструларына дахил олан  $B_{nm}$  икинһи Ейнштейн ямсалынын юлчц ващиди  $B^{-1}m^3c^{-2}$  олар. Дорудан да, (51.2) дцструндан әюрцндцйц кими, цмуми тярифя ясаһан

$$[Q_{nm}^{ud.}] = \frac{C}{m^3 s} \text{ вә } [\hbar\omega_{mn}] = B, [N_n] = m^{-3}, [u(\omega)] = B \cdot m^{-3} \cdot c \text{ олдуһуну (51.4)-дә нязря алмагла}$$

буна инанмаг олар. (51.3) дцстру иля тәйин олунан  $Z_{nm}^{ud.}$  кямиййәти ващид заманда ващид шәһмдә баш веряһан вә  $\hbar\omega_{mn}$  фотонларынын удулмасы иля мцшайяһат олунан  $n \rightarrow m$  кечидляринин сайыны әюстярир. Юлчц ващиди  $c^{-1}$  олан  $B_{nm}u(\omega_{mn})$  шасили  $A_{mn}$  ямсалына охшар рол ойнайыр, йәһни  $n$  шалында олан шяр бир атома ващид заманда дцшяһан  $n \rightarrow m$  кечидляринин сайыны тәйин едир. Она әюрә дә  $B_{nm}u(\omega_{mn})$  кямиййәти ващид заманда удулма ештимальы адланыр.  $B_{nm}$  ямсалы да  $A_{mn}$  ямсалы кими, верилмиш кечидин хариһи шәраитдәһан дейил, йалһыз атомун хассяляриндәһан асылы олан характеристикасыдыр. Бундан башга Ейнштейн әюстярмишдир ки,  $A_{mn}$  вә  $B_{nm}$  ямсаллары бир-бири иля мцтяһасибдир.

Няшайят гейд едяк ки, атома тясир едәһан хариһи сащя йохдурса, йәһни  $u(\omega_{mn}) = 0$  оларса, удулма вә мяһбури шцаланма кечидлярә дә баш вермяз. Мяһбури кечидлярин вә мяһбури шцаланманын мювьуд олмасы бир сыра тяһрцби фактлардан вә нязря мцлащизялярдәһан билаваситя әюрцнцр. Ейнштейн әюстярмишдир ки, мяһбури кечидлярә дә нязря алдыгда Бор постулатлары истилик шцаланмасынын һидди мцййяһан едилмиш ганунларына зидд дейилдир. Мящз бу идеяһа ясаһан о, Планк дцструну чыхармышдыр (бах: Ё9).

Мялумдур ки, атомларын шцаландырдыһы ишыг һидди монохроматик дейилдир вә мцййяһан сонлу еня малик олан тезликляр интервалында йерляшмиш спектрал топлананлардан ибарятдир. Биз бу вахта гядяр спектрал хяттин интеграл интенсивлийиндәһан, йәһни онун бцтцн монохроматик топлананларынын интенсивликляринин һяминдәһан данышырдыг. Кифайят гядяр йцксяк айырдетмә гцввясиня малик спектрал һищаз тятбиг етмякля хяттин дахилиндә шцаланманын спектрал сыхлығыны вә йә дейилдйи кими, спектрал хяттин контуруну юлчмяк олар.

Спонтан шцаланма хяттинин контуруну кямиййәтәһа тясвир етмяк цццн атомларын  $m \rightarrow n$  спонтан кечидлярә заманы ващид шәһмә вә  $d\omega$  спектрал интервалына дцшяһан  $q_{mn}^{spont.}(\omega)d\omega$  шцаланма эцһцнцн ифадяһини билмяк лаһымдыр:

$$q_{mn}^{spont.}(\omega)d\omega = \hbar\omega N_m a_{mn}(\omega)d\omega. \quad (51.8)$$

Бурада  $a_{mn}(\omega)$  кямийяти биринчи Ейнштейн спектрал сыхлыгы адланыр вә о, спектрал хяттин контуруну тясвир едир.  $a_{mn}(\omega)$  вә  $A_{mn}$  ямсаллары арасында ашаыдакы кими ялагя вардыр:

$$\int a_{mn}(\omega)d\omega = A_{mn} . \quad (51.9)$$

Инди ися удма хятляринин контуруна бахаг. Удма хятляринин контуруну юлчмяк ццн ишыы удан газы монохроматик ишыгла шцаландырмаг лазымдыр ки, бу да физики олараг газдан кечян ишыын спектрал айрылышына вә шяр бир монохроматик топлананын айрыга нязрядян кечирилмясиня эквивалентдир. Аналожи йолла мяъбури шцаланма хяттинин дя контуруну тядгиг етмяк олар. Бу шалларда, мцвафиг олараг,  $n \rightarrow m$  вә  $m \rightarrow n$  кечидляри заманы ващид шяъмдя вә  $d\omega$  тезлик интервалында удулан вә мяъбури шцаланан эць тйин олунур:

$$q_{nm}^{ud.}(\omega)d\omega = \hbar\omega N_n b_{nm}(\omega)u(\omega)d\omega , \quad (51.10)$$

$$\int b_{nm}(\omega)d\omega = B_{nm} , \quad (51.11)$$

$$q_{mn}^{ind.}(\omega)d\omega = \hbar\omega N_m b_{mn}(\omega)u(\omega)d\omega , \quad (51.12)$$

$$\int b_{mn}(\omega)d\omega = B_{mn} . \quad (51.13)$$

(51.10) вә (51.12) ифадяляриндя  $u(\omega)d\omega$  – атомларын йерляшдийи хариъи монохроматик шцаланманын енержисидир.

(9.9) вә (9.13) ифадяляриня охшар олараг  $a_{mn}(\omega) \cdot b_{mn}(\omega)$  вә  $b_{nm}(\omega)$  ямсаллары арасында да ашаыдакы ялагя дцстурларыны йаза билирик:

$$g_n b_{nm}(\omega) = g_m b_{mn}(\omega) \quad (51.14)$$

$$\frac{g_m a_{mn}}{g_n b_{nm}} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} . \quad (51.15)$$

Цмумилийи позмадан биз  $g_m = g_n = 1$  эютцря билирик, йяни ыырлашмамыш (бясит) сывийяляр арасындакы кечидляря баха билирик. Онда (51.14) вә (51.15) ифадяляри ашаыдакы садя шякля дцщпр:

$$b_{nm}(\omega) = b_{mn}(\omega), \quad a_{mn} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} b_{mn} . \quad (51.16)$$

Яэяр хяттин орта тезлийи онун ениндян хейли буюцкдцрся, онда хяттин шцудлары дахилиндя  $\omega^3$  кямийятини практик олараг сабит шесаб етмяк олар. Демяли, бу шалда, удма, мяъбури вә спонтан шцаланма хятляри бир-бириня охшар контурлара малик олур.

Нязярийядян алынан бу нятигя тяърцбядя ишыын йалныз нисбятян кичик интенсивликляри ццн тясдиг олунур. Мцййян едилмишдир ки, кифайят гядяр эцьлц сашялярдя йалныз  $a_{mn}(\omega)$  вә  $b_{mn}(\omega)$  арасында мцтянасиблик шярти юдянир вә  $a_{mn}(\omega)$  кямийяти  $b_{nm}(\omega)$  иля цмумийятля мцтянасиб олмур. Бу мцщцм шадисянин изащы цмуми физика курсу чярчивясиндян кянара чыхдыы ццн бурада йалныз ону гейд етмякля кифайятляняъйик ки, (51.14) бярабярлийинин позулма дяряъяси

бир чох амиллярдян (щцаланманын спектрал тяркибиндян; щцаланманын эъцндян,  $n$  вь  $t$  щцалларынын йашама мцддятиндян вь с.) асылдыр вь сашянин эъцнцн нисбятян чох да буюцк олмайан гиймятляриндя ( $\sim 10^{-2} \text{ Вм/см}^2$ ) хейли чох ола биляр.

Ейнштейн эюстярмишдир ки, мяъбури кечидляр нятиъясиндя бурахылан дальалар чох мцщцм бир хцсусиййятя маликдир: онларын тезлийи, фазасы, йайылма истигамяти вь полйаризасийасы ейниля бу мяъбури кечидляри добуран щцалар цццн олдуъу кимидир. Башга сюзля, мяъбури бурахылмыш фотонлар атомларын цзяриня дцщяржк онлары щцаланмаъа мяъбур едян фотонлардан щеч ня иля фярглянмир вь индуксийаланмыш щцаланманын ролу йалныз сашянин амплитудуну буюцтмякдян ибарятдир.

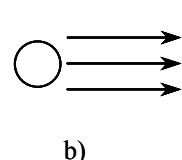
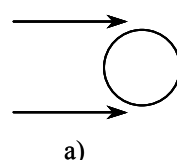
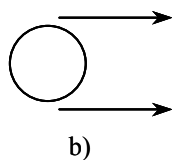
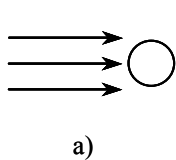
Мяъбури щцаланманын бу хассяси удулма ямсалы иля йухарыда дахил едилмиш удма вь бурахма ещтималлары арасында ялагяни баша дцщмяк цццн мцщцм ящямиййят кясб едир. Щяр щансы бир маддядя ишыбын абсорбсийасынын (удулмасынын) тядгиги маддядян кечян ишыбын интенсивлийинин бу маддянин цзяриня дцщян ишыбын интенсивлийи иля мцгайисясиндян ибарятдир. Яяр маддядя щяйъанланмыш атомлар варса, фотонларын удулмасы иля ялагядар олараг баш верян кечидлярдян башга, щям дя мяъбури кечидляр баш веряъжкдир. Йухарыда гейд олундуъу кими, мяъбури бурахылан фотонлар дцщян ишыбын фотонларындан фярглянмирляр, йяни мяъбури кечидляр, маддядян кечян ишыг дяясиндя фотонларын сайынын, удма кечидляри нятиъясиндя азалмасыны гисмян компенсасийа едир. Бу мцлащизялярин кямиййятъя ифадя олунмасына нювбяти параграфда бахылаъагдыр.

### Ё52. Мяъбури щцаланманын хассяляри

Инди ися  $B_{nm}$  вь  $B_{mn}$  (йухарыда гейд едилдийи кими, цмумилийи позмадан  $B_{12}$  вь  $B_{21}$ ) Ейнштейн ямсаллары иля характеризя олунан квант кечидляринин, йяни ишыбын (электромагнит дальаларынын) удулмасы вь индуксийаланмыш (мяъбури вь йа стимуллащдырылмыш) бурахылмасы иля мцщайят олунан кечидлярин хассялярини бир гядяр ятрафлы нязрядян кечиряк. Сон заманлар мяъбури щцаланма мцщцм нязяри вь практик ящямиййят кясб етдийиндян она хцсуси дигят йетирмяк лазым эялир. Тякъя ону демяк кифайятдир ки, индуксийаланмыш щцаланма радиофизика вь радиотехниканын йени вь сцрятля инкишаф едян бир сашясинин, йяни квант радиофизикасынын ясасыны тяшкил едир.

Биз яввялъя електромагнит щцаланмасынын вь маддянин атомларынын  $B_{mn}$  ямсаллары иля характеризя олунан гаршылыглы тясир нювляринин микроскопик мянзярясиня бахаъаг, сонра ися бу ямсаллар иля удулманын макроскопик характеристикасы (удулма ямсалы) арасында ялагяни мцяййян едяъяйик.

Бу мясялянин биринъи щиссясини юйрянмяк цццн хатырладаг ки, квант



хассяляри атом системляринин щеч дя йалныз дискрет енержи сывийяляринин мюв'удлуьунда юзцнц бирузя вермир вя щцаланманын юзц дя икили тябиятя маликдир: дальа хассялярини сахлайараг щцаланма юзцнц  $\hbar\omega$  енержисиня вя  $\hbar\omega/c$  импульсуна малик олан "щиссяъик"ляр, йяни фотонлар сели кими апарыр. Щцаланманын щяйяъанланмамыш вя щяйяъанланмыш атомларла гаршылыглы тясирини бу бахымдан нязрядян кечиряк. 52.1 вя 52.2 шякилляриндя удулма заманы бу гаршылыглы тясирин схеми верилмишдир. 52.1а шяклиндя гаршылыглы тясиря гядяр щяйяъанланмамыш атом вя цч дяня фотон эюстярилмишдир. 52.1б шяклиндя ися эюстярилмишдир ки, гаршылыглы тясир нятиъясиндя атом бир фотон удараг  $E_1 \rightarrow E_2$  кечиди иля ( $B_{12}$  ямсалы) щяйяъанланмыш, диэяр ики фотон ися юз хассялярини вя щярякят истигамятини дйишмямишдир. 52.2 шяклиндя ися мяъбури щцаланманын схеми верилмишдир: 52.2а шяклиндя гаршылыглы тясиря гядяр  $E_1 - E_2 = \hbar\omega$  щяйяъанлашма енержисиня малик олан щяйяъанланмыш атом вя щямин  $\hbar\omega$  енержили ики дяня фотон эюстярилмишдир; 52.2б шяклиндя ися гаршылыглы тясирдян сонракы мянзяря тясвир олунмушдур, йяни атом дцщян фотонун малик олдуьу щямин  $\hbar\omega$  енержили вя щямин  $\hbar\omega/c$  импульсу фотон бурахараг ясас щала кечир вя сонра цч йени фотон ися бир-бириня паралел истигамятдя юз щярякятини давам етдирир.

Биз эюрцрцк ки, I щалы зяифлямяйя, йяни щцаланманын удулмасына уйьун эялир; II щалда ися щцаланманын интенсивлийи мяъбури кечидлярин щесабына артыр вя бу щалда бурахылан фотон дцщян фотонун щярякяти истигамятиндя щярякят етдийиндян буна мянфи удулма кими бахмаг олар. Просесин даща ятрафлы тящили эюстярир ки, мяъбури кечидляр заманы бурахылан электромагнит щцалары дцщян электромагнит дальалары иля тякъя тезлийя эюря ейни олмайыб, щям дя фазаъа ейнидир, йяни дцщян вя мяъбури щцаланан электромагнит дальалары бир-бири иля кощерентдир.

Бу хасся чох ваъиб олдуьу цчцн ону бир гядяр ятрафлы шярщ едяк. Айдындыр ки, удулма вя мяъбури щцаланма дягиг олагаг бир-биринин тярси олан просеслярдир. Хцсуси щалда бу, 52.1 вя 52.2 шякиллляриндя дя айдын олур: бириньи просесин башланьыгы икиньи просесин сонуну уйьун эялир вя яксиня. Диэяр тяряфдян йахшы мялумдур ки, удулма заманы ишыьын интенсивдлийи азалыр, лакин кощерентлик хассяляри там сахланыр. Мясялян, бу, беля бир фактдан эюрцрцк ки, интерференсийаа аид истянилян тяърцбляяр заманы дцщян ишыг дятясинин удуьу мцщитдян (мясялян, ишыг сцзэъиндян) кечмяси интерференсийа мянзярясини позмур. Башга бир мисал олагаг ону эюстярмяк олар ки, линзанын гаршысында ишыг сцзэъинин йерляшдирилмяси нятиъясиндя хяйалда щеч бир тящриф олунма баш вермир. Беляликля, айдын олур ки, мцсбят удулма нятиъясиндя кощерентлик щалы дйишмир.

Яэяр инди нязря алсаг ки, удулма вя мяъбури щцаланма, вя йа башга эър десяк, мцсбят вя мянфи удулма бир-биринин там тярси олан просеслярдир, онда щадисялярин симметрийасы ганунларына эюря эюзлямяк олар ки, мяъбури щцаланма дцщян щцаланма иля кощерент олмалыдыр. Беляликля, тяркибиндя щяйяъанланмыш атомлар олан вя мяъбури щцалана билян мцщитдян ишыг кечдикдя, ишыг сели кощерентлийини сахлайараг юз интенсивлийини кясилмяз олагаг артырмалыдыр, йяни щадися интенсивлийин азалмасына сябб олан мцсбят удулма заманы олдуьуна там симметрик мянзяря иля баш верир. Гейд едяк ки,

мяъбури шцаланманын бу хасяси онун тяърцбядя билаваситя мцшащидя олунмасы цццн щялледийи ящямийят кясб едир.

Инди ися йухарыда гойдуьумуз мясялянин икинъи щиссясиня, йяни удулманын ади "макроскопик" характеристикасы иля  $B_{12}$  вя  $B_{21}$  Ейнштейн ямсаллары арасында ялагя йарадылмасына бахаг.  $\omega$  тезликли електромагнит шцаланмасынын паралел монохроматик селиня бахаг. Бу шцаланма маддянин  $\Delta x$  галынлыьыны кечдикдя сонра онун интенсивлийи азалыр. Фотометрийанын ясас ганунуна эюря (Бугер гануну) интенсивлийин азалмасы дцщян щцанын интенсивлийи вя бу щцанын истигамятиня перпендикулйар йерлящян маддя гатынын  $\Delta x$  галынлыьы иля дцз мцтянасибдир:

$$-\Delta J_{\omega} = k_{\omega} J_{\omega} \Delta x. \quad (52.1)$$

(52.1) ифадясинин интеграл формасы

$$J_{\omega} = J_{0\omega} e^{-k_{\omega} d} \quad (52.2)$$

олар. Бурада  $d$  – ишыьын кечдийи маддя гатынын там галынлыьы,  $k_{\omega}$  ися юлцц ващиди  $см^{-1}$  олан удулма ямсалыдыр.

Инди ися интенсивлийин дйишмясини  $B_{mn}$  Ейнштейн ямсаллары васитясила ифадя едяк. Ен кясийинин сащяси  $1 см^2$  вя галынлыьы  $\Delta x$  олан щяьмдя ашаьы сьавиййядя йерлящян атомларын сайы  $N_1 \Delta x$  олар. Щяр бир щягиги (мцсбят) удулма акты заманы щца селиндян  $\hbar \omega$  енержили бир дяня квантын айрылдыьыны нязря алсаг,  $E_1 \rightarrow E_2$  кечидляри нятиьясиндя интенсивлийин азалмасы  $N_1 \Delta x b_{12} u(\omega) \hbar \omega$  олар. Аналожи мцлащизяляря ясасян дейя биярик ки, индуксийаланмыш (мяъбури)  $E_2 \rightarrow E_1$  кечидляри нятиьясиндя селя  $N_2 \Delta x b_{21} u(\omega) \hbar \omega$  енержиси ялавя олунур. Бурада  $b_{12}$  вя  $b_{21}$  – диференсиал Ейнштейн ямсалларыдыр вя онлар  $B_{12}$  вя  $B_{21}$  ямсаллары иля (51.11) вя (51.13) дцстурларына уйьун щякилдя ялагядардыр:

$$B_{12} = \int_0^{\infty} b_{12}(\omega) d\omega, B_{21} = \int_0^{\infty} b_{21}(\omega) d\omega.$$

Беляликля, щяр ики нюв (мцсбят вя мянфи) удулманын енержи балансы, йяни галынлыьы  $\Delta x$  олан маддя гатыны кечдикдя сонра интенсивлийин дйишмяси ашаьыдакы кими олар:

$$-\Delta J_{\omega} = (N_1 b_{12} - N_2 b_{21}) u(\omega) \hbar \omega \Delta x. \quad (52.3)$$

Ен кясийинин сащяси  $1 см^2$  олан вя  $c$  сцряти иля йайылан паралел щца дястясиндя шцаланма енержисинин  $u(\omega)$  спектрал сыхлыьы  $u(\omega) = J_{\omega} / c$  олар. Бу ифадяни (52.3)-дя нязря алсаг

$$-\Delta J_{\omega} = \frac{\hbar \omega}{c} (N_1 b_{12} - N_2 b_{21}) J_{\omega} \Delta x \quad (52.4)$$

йаза биярик. (52.4) вя (52.1) ифадялярини мцгайися едяряк тапырыг ки, удулма ямсалы  $k_{\omega}$  Ейнштейн ямсаллары васитясила ашаьыдакы кими ифадя олунур:

$$k_{\omega} = \frac{\hbar \omega}{c} (N_1 b_{12} - N_2 b_{21}). \quad (52.5)$$

(51.14)-ц нязря алсаг ися



$$k_{\omega} = \frac{\hbar\omega}{c} g_1 b_{12} \left( \frac{N_1}{g_1} - \frac{N_2}{g_2} \right) \quad (52.5a)$$

олар.

(51.14)-я эюря  $g_1=g_2$  олдугда  $b_{12}=b_{21}$  олдуьундан (52.5) ифадясини ашаьыдакы кими дя йазмаг олар:

$$k_{\omega} = \frac{\hbar\omega}{c} N_1 b_{12} \left( 1 - \frac{N_2}{N_1} \right). \quad (52.6)$$

Таразлыг щалында Болсман пайланмасына  $\left( N_i = \frac{N_0 e^{-E_i/kT}}{\sum_i e^{-E_i/kT}} \right)$  эюря

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-(E_2-E_1)/kT} = e^{-\hbar\omega/kT} \quad (52.7)$$

олдуьуну (52.6)-да нязря алсаг

$$k_{\omega} = \frac{\hbar\omega}{c} N_1 b_{12} (1 - e^{-\hbar\omega/kT}) \quad (52.8)$$

олар.

(51.16) ифадялярини нязря алмагла (52.6) дцстуруну ашаьыдакы кими дя йазмаг олар:

$$k_{\omega} = \frac{\lambda^2}{4} N_1 a_{21}(\omega) \left( 1 - \frac{N_2}{N_1} \right). \quad (52.9)$$

(52.5), (52.8) вя (52.9) ифадяляри билаваситя юлчщля билян удулма ямсалы иля Ейнштейн ямсаллары арасында ялагя йарадыр. Бу дцстурларда йалныз ики  $E_2$  вя  $E_1$  сьвиййяляри арасында кечидляр нязрядя тутулмушдур. Атомун бцтцн  $E_m$  вя  $E_n$  сьвиййяляри арасындакы кечидляр нятиьясиндя йаранан там удулма ямсалыны тапмаг цццн щямин ифадялярин щяр бирини ъямлямяк лазымдыр.

(52.8) ифадясиндя мютяризядяки икинъи щядд ващиддян кичикдир. Мясялян,  $\lambda=4000 \text{ \AA}$ ,  $\omega=4,7 \cdot 10^{16} \text{ щс}$  вя  $T=300 \text{ К}$  олдугда

$$\frac{\hbar\omega}{kT} \approx \frac{10^{-34} \cdot 4,7 \cdot 10^{16}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 1,12 \cdot 10^3$$

алыныр ки, онда  $e^{-1,12 \cdot 10^3}$  яяди дя 1-дян чох кичик олур. Гейд едяк ки, спектрин эюрцнян щиссясиндя вя чох йцксяк олмайан температурларда щямищя  $e^{-\hbar\omega/kT} \ll 1$  щярти юдянир. Она эюря дя таразлыг щалында щямищя  $k_{\omega} > 0$ , йяни йекун удма ямсалы щямищя мцсбят ишарялидир. Башга сюзля, мцсбят абсорбсьйя актлары мянфи абсорбсьйя актларыны сайъа цстяляйир. Бунун ися сьбяби ондан ибарятдир ки, таразлыг щалында ян ашаьы (нормал) енержи сьвиййясиндя йерлящян атомларын сайы щяйяъанланмыш атомларын сайындан щямищя чох олур (Болсман пайланмасы).

Мянфи удулмаля малик олан мцщит йаратмаг вя беляликля дя мяъбури

кечидляри тьърцбядя мцшацидя етмяк цццн таразлыгда олмайан шал йаратмаг лазымдыр, йяни еля шьраит йарадылмалыдыр ки, шьяйъанланмыш атомларын сайы нормал (ясас) шалда йерляшян атомларын сайындан чох олсун. Беля гейри-таразлыг шалы чох заман мянфи мцтляг температурлу шал адланьыр. Доьрудан да, цдмумилийи позмадан  $g_1=g_2$  эютцряряк Болсман пайланмасына эюря

$$T = -\frac{E_2 - E_1}{k \ln(N_2/N_1)} \quad (52.10)$$

йаза билирик. Шьяртя эюря  $E_2 > E_1$  вя  $N_2/N_1 < 1$  олдуьундан (таразлыг шалы), эюзлянилдийи кими,  $T > 0$  алыныр. Лакин  $N_2/N_1 > 1$  олса,  $T < 0$ , йяни мянфи мцтляг температур алыныр. Гейд едяк ки, таразлыгда олмайан шаллар цццн температур анлайышынын тьятбиг едилмясинин гейри-мцмкцн олмасына бахмайараг, практик ъящятдян ялверишли олдуьу цццн "мянфи мцтляг температур" анлайышындан истифадя едилир. Она эюря дя бу анлайышы енержи сьавиййяляри цзря атомларын инверс пайланмасына уйьун эялян шалын синоними кими гьбул етмяк лазымдыр.

Мянфи мцтляг температурлу мцщит йаратмаьын бир чох цсуллары вардыр. Бу мягсядя, шьяр шансы долайы йолла, даща йухары сьавиййядя йерляшян атомларын сайынын мцяййян даща ашаьы сьавиййядя (ян ашаьы, йяни нормал сьавиййя олмайа да билир) йерляшян атомларын сайына нисбятян чох олмасына наил олмаьа вя йа, яксиня, даща ашаьы сьавиййянин мяскунлуьуну йухары сьавиййянинкиня нисбятян сцни йолла азалтмаьа чалышырлар. Айдындыр ки, шьяр ики шалда сьавиййяляр цзря атомларын инверс пайланмасы, вя демяли, сечилмиш енержи сьавиййяляри ъццц цццн "мянфи мцтляг температур" ядя едилир.

Мянфи мцтляг температур шьяраитиндя мяьбури шцаланманын ян садя тьязащцрц мянфи удулманын баш вермяси, йяни ващиддян буюцк олан шьяффафлыг ямсалынын мцшацидя олунмасыдыр. Бу йолла шьяля 1939-ьу илдя В. А. Фабрикант мцяййян хцсуси шьяртляр дахилиндя електрик бошалмасы заманы шьяйъанланмыш ъвивя бухарынын спектринин эюрцнян шциссясиндя мяьбури кечидляр мцшацидя етмишди. Молекулйар эцълямянин мцмкцн олмасы принципини илк дяфя В. А. Фабрикант иряли сцрмщцдцр.

### **Ё53. Оптик квант эенераторларынын иш принципи**

Яввялки параграфларда Бор постулатларынын доьрулуьуну тьядиг едян чох мцщцм тьърцби фактлары ятрафлы нязрядян кечирдик. Бор постулатлары оптик квант эенераторларынын йарадылмасы вя тьакмилляшдирилмяси цццн истифадя олунан тьясавьцрлярин ясасыны тьяшкил едир. Оптик квант эенераторларынын йарадылмасы тьакья физикада дейил, шьям дя техникада вя елмин диэяр сашьяриндя принципья йени йоллар ачмыш вя буюцк яцямиййят кьсб едир. Бу ъищазларын нязьриййянин габагъадан суюлядийи мцлащизяляря уйьун олага ишлямяси дя Бор постулатларынын доьру олдуьуну сцбут едян даща тутарлы бир фактдыр.

Спонтан шцаланма кощерент дейилдир. Чцнки бу заман мянбьяин атомлары бир-бириндян асылы олмайараг ишыг шцаландырырлар. Мцхтялиф атомларын бурахдыьы дальаларын фазасы, полйаризасийясы вя йайылма истигамяти арасында

щеч бир ялагя йохдур. Мясялян, алов, кюзярмя лампалары, газ бошалмасы борулары, лцинессенсия лампалары вь с. кими ади ишыг мянбяляринин щцаланмасы гейри-кощерентдир. Бу мянбялярдя ишыгланма йа истилик щряжкати едян атомларын бир-бири иля тоггушмасы, йа да електрон зярбяляри нятиъясиндя йараныр. Бу ишыг мянбяляриндя спонтан щцаланма иля йанашы мяъбури щцаланма да баш верир. Лакин о, кощерент олмур. Бурахылан ишыг аз вь йа чох дяръядя низамсызлыг иля характеризь олунур. Максимум низамсызлыг гапалы диварлара малик бошлугдан таразлыгда олан щцаланмада алыныр. Беля ки, бу щцаланмада мцмкцн олан щяр щр фазалар вь тезликляр, рьгсялярин мцмкцн олан бцтцн истигамятляри, ишыьын мцмкцн олан бцтцн истигамятлярдя йайылмасы вардыр. Акустикада вь радиотехникада истифадя олунан терминлярдя истифадя едяряк беля демяк олар ки, йухарыда эюстярилян ишыг мянбяляри дцзэцн вь низамлы дальалар дейил, йалныз ишыгланма, кобуд сигналлар, хьйалларын алынмасы, фотографийа вь с. цццн йарарлы олан кцйляр йарадыр. Бу ися радиостансийаларын щцаландырдыьы радиодальалардан фьрглидир вь нитгин ютцрцлмяси (радио рабятя), телевизийа рабятяси вь с. цццн йарамьр.

Лакин кощерент щцаланма верьян ишыг мянбяляри дя йаратмаг олар. Беля мянбялярдя мцхтялиф атомлар, радиостансийалара охшар олараг, бир-бири иля узлашмыш щякилдя, йьни ейни тезлийя, фазайа, полиаризасийайа вь йаьлма истигамятиня малик олан дальалар щцаландырмалыдырлар. Беля ишыг мянбялярини мяъбури щцаланма ясасында йарада билмишляр.

Ё52-дя гейд едилдийи кими, В. А. Фабрикант мяъбури щцаланма щесабына ишыьын эцьлянмясинин баш веря бияььийи мцщитлярин алынмасынын мцмкцнлцйцнц илк дяфя олараг 1939-ьу илдя юзцнцн докторлуг диссертасийасында эюстярмишди. 1951-ьи илдя бу ишы эюря она мцяллифлик щящадятнамьяси верилмишди. Лакин Фабрикантын бу идеясына о дюврдя лазьми ящямийят верилмяди. Щесаб едирдиляр ки, инверс мяскунлуьа малик енержи свьийяляри системинин йарадылмасы перспективи олмайан бир ишдир.

1954-ьц илдя Н. Г. Басов вь А. М. Прохоров вь онлардан асылы олмайараг америка алимяляри Ч. Таунс вь Вебер сантиметрлик дальалар диапазонунда ишляйян вь мазерляр адланан илк молекулйар эенераторлар йаратдылар. Мазер инэилисья микродальаларын мяъбури щцаланма васитьясиля эцьляндирилмяси (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation) сюзляринин илк щярфляриндя дцзьялдилмиш сюздцр. Бу кьшфя эюря Басов, Прохоров вь Таунс 1964-ьц илдя Нобел мцкафатына лайиг эюрцлмщшляр. 1960-ьы илдя ися АБШ алими Мейман оптик диапазонда, йьни ултрабянювщьийи, эюрцнян вь инфрагьрмызы областда ишляйян вь лазер адланан илк аналожи щьщаз йаратды. Иш принципи мяъбури щцаланмаьа яасландыьы цццн лазерляри чох заман оптик мазерляр дя адландырырлар. Лазер инэилисья ишыьын щцаланма васитьясиля эцьляндирилмяси (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) сюзляринин баш щярфляриндя ибарят олан сюздцр. Лазерляри бязян оптик квант эенераторлары (ОКЭ) дя адландырырлар. Бу адын мянасы ашаььдакы мцлащизьяляриндя айдын олур. Фьал мцщитдя истигамятлянимиш щца сели йаратмаг цццн енержинин мцмкцн олан дискрет гиймятляри чохлуьуна малик олан вь енержи квантлары (фотонлар) бурахан квант системляринин, йьни атом вь молекулларын щцаланмасы просесляриндя истифадя олунур. Мьщз бу да "оптик квант эенератору" термининдя истифадя етмяйин мягсядуйьун олдуьуну

эюстярир. Радиотехникада истифадя олунан лампалы эенераторларда кечириъилик электронларынын щярякятиндя истифадя едилир вя щцаланма тезлийи кичикдир. Она эюря дя квант эффектляри мщщцм рол ойнамыр вя щямин эенераторларда баш верян щадисяляри классик тясяввцрляря ясасын тясвир етмяк олар.

Ишыг дальасынын эщялянмяси цццн бу дальанын йайылдыбы мщщитин фяал мщщит алмасы, йяни бу мщщитдя инверс мяскунлуъа малик енержи сывийяляринин олмасы зярури щяртдир. Она эюря дя оптик квант эенераторлары цццн ищчи маддянин сечилмяси ясас етибары иля щяр щансы ики енержи сывийяси цццн инверс мяскунлуъун ялдя едилмяси мцмкцнлщйц иля тяйин олуноур. Эенерасийа режими о заман башланыр ки, ишыбын эщялянмяси ефекти сяпилмя, йенидян удулма вя с. просесляр щесабына баш верян енержи итэилярини компенсасийа етмищ олсун. Оптик квант эенераторлары цццн фяал мщщит олараг бязи кристаллардан, майелярдя вя газлардан истифадя едилир. Лазерлярдя ишлядилян мцхтялиф маддялярин енержи сывийяляри системи вя щяйяъанланмыш щалларын йашама мцддятинин фяргли олмасына бахмайараг, ишыбын оптик квант эенераторларынын ясас ищ принципи ейнидир.

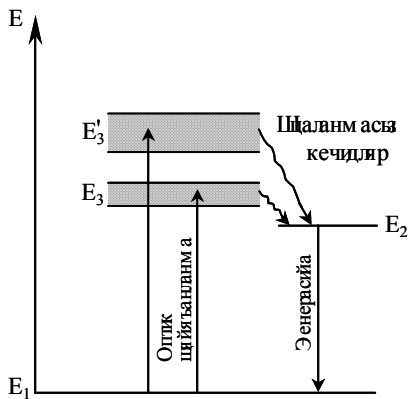
Лазерлярин йарадылмасы бязи маддялярдя енержи сывийяляринин инверс мяскунлуъуну, йяни фяал мщщит йаратмаг цсулларыны тапдыгдан сонра мцмкцн олмущдур. Фяал мщщит йаратмаг цццн онун атомларынын щеч олмаса ики дяня енержи сывийясиндя инверс мяскунлуъун ямяля эялмясини тямин едян селектив щяйяъанландырылмасына наил олмаг лазымдыр. Ишыбын бурахылмасы вя удулмасы просесляри яввялки параграфларда ятрафлы щярщ олундуъу цццн мщщитин атомларынын селектив щяйяъанландырылмасынын оптик цсулуна бахаг. Бзян "щяйяъанландырмабын оптик цсулу" термини явзяиня "оптик долдурма" анлайышы да ишлядилир. Щяйяъанландырмабын оптик цсулундан истифадя олунан оптик квант эенераторуна мисал олараг йагут лазерини эюстярмяк олар. Бу, спектрин эюрцнян областында ишыг щцаландыран тарихян илк оптик квант эенераторудур (Мейман, 1960).

Йагут, эюярдиляркян тяркибиня фаизин йцздя бир щиссяляри гядяр хром оксиди  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  дахил едилмищ алцминиум оксиди  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , йяни корунд кристалыдыр. Хром оксиди корундун кристал гяфясиня изоморф дахил олуур. Щяффаф корунд кристалы хром ионларынын ащгар кими дахил едилмяси нятигясиндя чящрайы рянэ алыр. Йагут кристалындан кечян аь ишыг спектриндя йашыл вя бянювщяйи областларда йерлящян ики дяня енли удулма золабы мейдана чыхыр. Спектрин мящз бу щиссяляриндя удулма йагутун чящрайы рянэ олмасына сябяб олуур.

Йагут кристалыны эюй-йашыл щцаларла ишыгландырдыгда о, илкин ишыг дятясиндя олмайан гырмызы рянэли ишыг бурахыр ки, бу да хром ионларынын фотолцминесенсийасыдыр. Йагутун ишыгланмасыны спектроскоп васитясиля мщщашидя етдикдя спектрин гырмызы областында далья узунлуъу  $\lambda=6943 \text{ \AA}$  олан хятти эюрмяк олуур. Бюйцк дисперсийалы спектроскоп васитясиля мщщашидя апардыгда бир-бириня чох йахын йерлящмищ вя далья узунлуглары  $\lambda_1=6943 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_2=6929 \text{ \AA}$  олан ики дяня гырмызы спектрал хятт мщщашидя олуноур. Лакин икинъи хяттин интенсивлийи биринъийя нисбятян хейли кичикдир. Бизим бахдыбымыз схематик тясвирдя беля инъяликляр нязря алынмыр.

Йагутун лцминесенсийасынын юйрянилмяси сайясиндя бу лцминесенсийанын йаранма механизми вя корундун кристал гяфясиня дахил

едилмиш хром ионларынын енержи сывийялары шаггында ашаыдакы схематик тясаввцр йаранмышдыр. 53.1 шяклиндя хром ионларынын  $E_3$  вя  $E_3'$  енержи сывийялары эениш золаг шяклиндя эюстярилмишдир (бязян бу сывийяларин икисини бир дяня эениш золаг кими эюстярилляр).  $E_1$  ясас щалдан бу сывийяляря кечидляр спектрин эюрцнян областында йагут кристалынын йухарыда гейд етдийимиз ики эениш удма золагларына уйьун эялир. Ишыг енержисинин хром ионлары тярйфиндян удулмасы символик (рямзи) олараг щямин ионларын нормал (ашаы)  $E_1$  енержи сывийясиндян йухары  $E_3$  вя  $E_3'$  сывийяляриня добру чякилмиш охларла эюстярилмишдир. Хром ионларынын  $E_3$  вя  $E_3'$  щяйяъанланмыш щалларынын мювзуд олма (орта йашама) мцддяти  $\tau$  чох кичик олуб  $10^{-8}$  сан тяртибиндядир.



Шякил 53.1.

Гейд едяк ки,  $E_3$  вя  $E_3'$  щяйяъанланмыш щалларда олан хром ионларынын чох аз бир щиссяси уддуьу фотону билаваситя бурахараг  $E_1$  ясас щалына гайыдыр (спонтан кечид едир). Щяйяъанланмыш хром ионларынын галан ясас щиссяси юз енержисинин бир щиссясини ишыг щцаландырмадан корундун кристал гяфясиня верир вя нятигядя енержиси  $E_2$  олан щала кечир. Бу щцаланмасыз кечид 53.1 шяклиндя  $E_3$ ,  $E_3'$  сывийяляриндя  $E_2$  сывийясиня чякилмиш дальавари охларла эюстярилмишдир. Хром ионларынын  $E_2$  щяйяъанланмыш щалында орта йашама мцддяти тягрибян  $3 \cdot 10^{-3}$  сан олуб,  $E_3$  вя йа  $E_3'$  щаллары цццн олдуьундан хейли ( $\sim 10^5$  дяфя) чохдур. Йашама мцддяти беля буюцк олан щяйяъанланмыш щаллар метастабил щал адланьр. Демяли,  $E_2$  сывийяси  $Cr^{3+}$  ионлары цццн метастабил сывийядир. Хром ионларынын  $E_2$  сывийясиндян  $E_1$  сывийясиня гайытмасы ися щцаланма кечидляри иля баш верир ки, бу да йагут кристалынын йухарыда гейд етдийимиз гырмызы лцминесценсийасыны йарадыр. Мцяййян едилмишдир ки,  $E_1 \rightarrow E_3$ ,  $E_3'$  кечиди  $\lambda = 5600 \text{ \AA}$  далья узунлуьуна малик ишыг удмагла,  $E_2 \rightarrow E_1$  кечиди ися, бир гядяр яввял гейд етдийимиз кими,  $\lambda = 6943 \text{ \AA}$  далья узунлуглу ишыг щцаландырмагла баш верир. Метастабил щалдан ясас щала кечид сечмя гайдалары иля гадабан олунмушдур. Лакин сечмя гайдалары мцтляг гьидди дейилдир. Гадабан олунмуш кечидлярин ещтималы йол верилян кечидлярин ещтималына нисбятян хейли кичик олса да, щяр щалда сыфырдан фярглидир.

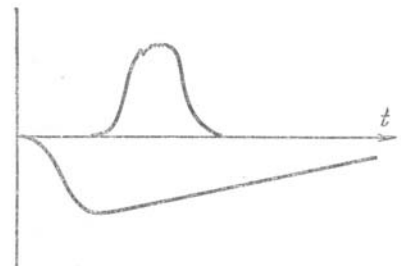
Йагут кристалында хром ионларынын енержи сывийяляринин тясвир олунан схеми вя  $E_2$  енержили щяйяъанланмыш щалын йашама мцддятинин буюцк олмасы илк оптик квант эенераторунун йарадылмасы цццн ялверишли рол ойнамышдыр. Бу мясяля принцип етибары иля ашаыдакы кими щялл едиля биляр. Йагутун аь ишыгла эцлц щцаландырылмасы хром ионларыны щяйяъанлашдырыр, онлар  $E_3$ ,  $E_3'$  енержили щаллара кечир вя сонра ися щцаланмасыз олараг  $E_2$  метастабил сывийясиня кечирляр.  $E_2$  сывийясинин орта йашама мцддяти буюцк олдуьу цццн хром ионларынын бу сывийядя "йыылыб галмасы" баш верир. Йагуту кифайят

гядяр щцаландырмагла еля вязийят йаратмаг олар ки,  $E_2$  сывийясында  $\text{Cr}^{3+}$  ионларынын концентрасийасы  $E_1$  сывийясындакиндян буюцк олсун, йани  $E_2$  ва  $E_1$  сывийяляринин инверс мяскунлуу олан мцщит йаранмыш олсун.  $E_2 \rightarrow E_1$  кечидляри заманы кощерент щцаланманын эенерасийасыны йаратмаг цццн йагут кристалындан щазырланмыш нцмуняни хцсуси резонаторун дахилиндя йерляшдирирляр. Мейманын дцзятддий илк лазердя ишчи ысим гырмызы йагутдан щазырланмыш узунлууу 5 см, отураъаынын диаметри ися 1 см олан цилиндр чубуг щяклиндя иди. Бу йагут чубууун отураъаглары инъяликля ылананмыш ва бир-бириня ыдди паралел йерляшмишдир. Чубууун отураъагларындан бири йцксяк гайтарма габилыйятиня малик олан метал (адятян эцмщ) тябгя, дияри ися щямин металдан олан йарым щяффаф тябгя иля юртцлцр. Бунун нятиъясында йагут чубуг ва онун отураъагларындакы бир-бириня паралел йерляшмиш эцзцляр оптик резонатор ямяля эятирив. Гейд едяк ки, бу мягядля йагут чубууун отураъагларыны ыланламаг ва ики дяня хариъи эцзц гоймагла да кифайтлянмяк олар.

Йагут чубууу ишыгландырмаг цццн щямин чубугла бирликдя хцсуси эцзцлц ишыгландырыгынын дахилиндя йерляшдирилмиш ксенон газ бошалмасы лампасындан истифадя едилер. Эцзцлц ишыгландырыгы бу лампанын ишыгыны йагут чубутун цзяриня топлайыр. Ксенон лампа импульс режиминдя ишляйив ва эениш тезлик золаында ишыг верив. Бу лампанын щяр бир ишыгланма импульсу (парылтысы) тягрибян 1 мсан давам едир. Эенерасийанын йаранмасы цццн 1 см<sup>3</sup> йагутда олан хром ионларыны щяйяъанландырмаг мягядили истифадя олуна ишыг эцъ  $\sim 2 \text{ кВт}$  олмалыдыр. Яэр лампа (бахылан щалда ксенон лампасы) беля щяйяъанланма эцъ йарадарса, йагут лазер и лампанын ишыгланма мцддятиндя бир гядяр аз давам едя ишыг импульсу эенерасийа едя билер. Йагут чубууун йарымщяффаф эцзцлц отураъаына паралел йерляшян экранда эозгамашдырыгы гырмызы ишыг парылтысыны эюрмяк олар. Бу заман экрандакы ишыг ляясинин сачся йагут чубуг иля экран арасындакы мясафядян (бу мясафяни 10 метрлярля дйишдикдя) практик олараг асылы дейилдир.

Йагут чубууу ишыгландырмаг цццн истифадя олуна ксенон газ бошалмасы лампасы йцксяк эярэинлики конденсатор батареясына гошулмуш олур. Бу конденсатор батареясынын тутуму  $\sim 1000 \text{ мкФ}$ , йцкляндийи эярэинлик ися 2-3 кВ-дур.

53.2 щяклиндя йагут лазеринин ва ону щяйяъанландыран ксенон лампасынын ишыг импульсларынын осцилограмлары эюстярилмишдир. Бу осцилограмларын бир-биринин цстця дцщмямси цццн онлардан биринин (лазер осцилограмынын) ординаты цфги охдан йухарыйа, дияринки ися ашаыйа доору гейд олунмушдур. Бу осцилограмларын мцгайисиясында эюрцнцр ки, йагутда эенерасийа ксенон лампасынын ишыг сачмасынын башландыгы анда дейил, хром ионларынын ишчи сывийяляринин йалыз кифайт гядяр инверс мяскунлууа малик олмасындан сонра башлайыр. Ксенон лампасынын щяйяъанландырыгы ишыгынын эцъ йагутда



Щякил 53.2.

эенерасийаны сахламаг цццн лазым олан астана гиймятиндян ашабы дцщцкдя лазерин щцаланмасы кясилир.

Ксенон лампасынын вя йагут лазеринин ишыг импульсунун спектрляри тамамия бир-бириндян фярглидир. Ксенон лампасы кясилмяз спектра малик олан ишыг импульсу щцаландырдыбы щалда, йагут лазери дальа узунлуу  $\lambda=6943 \text{ \AA}$  вя ени  $0,025 \text{ нм}$  (вя даща кичик) олан гырмызы спектрал хятт бурахыр (эенерасийа едир). Йагут лазеринин ишыг импульсунун енержиси чох да буюцк олмайыб бир неча ъоулдур. Лакин бу импульсун даваметмя мцддяти миллисанийя тяртибиндя олдуу цццн онун эццц бир неча киловат олур. Бу эцццн артырылмасы цсуллары шаггында бир гядяр сонра бящс едияляжкдир. Йери эялмишкян гейд едяк ки, импульс режимли йагут лазердян башга кясилмяз режимдя ишляйян йагут лазерляр дя дизялдилмишдир.

Лазердя  $E_2$  вя  $E_1$  сывийяляринин (шякил 53.1) инверс мяскунлуу йарадылдыгдан сонра эенерасийанын башламасы цццн  $E_2 \rightarrow E_1$  спонтан кечидляри сайясиндя бир неча фотонун бурахылмасы кифайятдир. Чццнки спонтан бурахылмыш бу фотонлар  $E_2$  метастабил сывийядян  $E_1$  ясас сывийяйя мяьбури кечидляр тюрядир, бу мяьбури кечидляр нятиьясиндя бурахылан фотонлар йени мяьбури щцаланма йарадыр вя с. Нятиьядя фотонлар каскады йараныр. Хатырладаг ки, мяьбури щцаланма заманы йаранан фотонлар дцщян фотонларын щрякят истигамятиндя учурлар. Щрякят истигамяти йагут чубууун оху иля кичик буьаглар ямяля эятирян фотонлар, чубууун отураьагларындакы эцзэцлярдян чох дяфялярля якс олунур вя онларын кристал дахилиндя йолу буюцк олур. Она эюря дя кристал чубууун оху бойуньа фотонлар каскады хцсусия буюцк вцсят алып. Диэяр истигамятлярдя спонтан бурахылмыш фотонлар кристалын йан сятцляриндя кянара чыхыб эедирляр. Фотонлар каскадынын интенсивлийи мцяййян бющран гиймятя чатдыгда, онларын бир щиссяси йагут чубууун йарымщяффаф отураьаьындан кянара чыхыр вя демяк олар ки, ъидди паралел назик дястя шяклиндя йайылып.

Фяал мцщитдя ишыбын эцьянмясини адятян селин артмасы иля мцгайися едирляр. Бу мягсядя фотонлары кцряьикляр кими гябул едирляр. Дцщян фотон-кцряьик атому йухары сывийядян ашабы сывийяйя мяьбури кечиряряк икиньи фотон-кцряьик алыныр, сонра щямин истигамятдя щрякят едян дюрд дяня фотон-кцряьик алыныр вя с. Беля кобуд тясяввцр фотонларын топланмасы нятиьясиндя мцяййян истигамятдя монохроматик дальянын неья формалаша билдийини изаш етмир. Лакин бахылан щадисяни бирьинсли мцщитдя мцстяви монохроматик дальянын йайылмасынын классик мянзяряси иля мцгайися етдикдя мясялянин бу тяряфи дя баша дцщцлцр. Дальа мцщитин атом вя молекулларында рягсяр доьурур. Нятиьядя щямин атом вя молекуллар бир-бири иля кощерент олан сферик дальялар щцаландырырлар. Бу сферик дальялар юз араларында интерференсийа едяряк йенидян мцщитдя йайылан мцстяви дальа вьбщяси йарадырлар. Бу, йалныз дальянын фаза сцрятиня тясир едир. Яэяр мцщит мцтляг щяффафдырса, онда, енержинин сахланмасы ганунунун тяляб етдийи кими, дальянын амплитуду сабит галмалыдыр. Удуу мцщитлярдя ися дальянын енержиси гисмян истилийя чеврирляр вя онун амплитуду кичилир. Фяал мцщитдя ися атом вя молекуллар щяйяьанланмыш щалларда йерляширляр. Атом вя молекулларын щцаландырдыбы икиньи ишыг дальялары щяйяьанлашма енержиси щесабына эцьянирляр. Лакин

онларын фазасы в я полярисийасы яввялки кими галыр. Она эоря дя беля икинъи дальаларын интерференсийасы нятиъясиндя йаранан йекун дальанын да фазасы в я полярисийасы яввялки кими галыр. Онун йалныз амплитуду артыр.

Гейд едяк ки, фял мцщитдя ишыъын интенсивлийинин артмасы щцдудсуз олага давам едя билмяз. Чцнки йухары енержи сывиййясинин мяскунлуъу мящдудур.  $E_2$  сывиййясинин мяскунлуъу азалдыгъа эенерасийа олуан ишыъын интенсивлийинин артма сцрати дя кичилягъяк в я  $N_2 > N_1$  шярти позулмамышдан хейли яввял лазер щцаланмасы сюнягъякдир.

Йагут чубуъун уддуъу щца енержисинин 50%-дян чоху онун гызмасына сярф олунур. 1000 К-дян буюцк температурларда ися йагут лазери ишыг эенерасийа етмир. Она эоря дя лазерлярин конструксийасында йагутун су, майе щава в я йа майе азотла сойудулмасынын тямин едилмяси нязардя тутулур.

Импулс режиминдя ишляйян йагут лазеринин щцаланма эъцнц артырмаг ццн мцхтялиф цсуллардан истифадя едилир. Мясяян, йагут чубуъун узунлуъуну, йагут кристалынын кейфийятини в я оптик щяйяанланма эъцнц артырмагла щцаланан импулсун даваметмя мцддятини даяишмядян онун эъцнц тягрибян бир тяртиб артырмаг олар.

Бундан башга, импулсун эъц онун  $W$  енержисинин  $\Delta t$  даваметмя мцддятиня олан нисбяти иля тйин олундуъундан, импулсун енержисинин верилмиш гиймятиндя онун даваметмя мцддятини кичилтмякля дя импулсун эъцнц артырмаг олар.

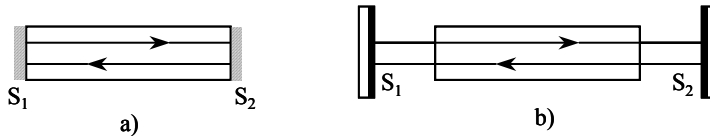
Лазерлярдя ишчи ьисим олага йалныз йагут кристалы дейил, башга маддялярдян дя истифадя едилир. 1961-ъи илдя Ъаван ишчи ьисми щелиум в я неон газларынын гарышыъы олан газ лазери йаратмышдыр. 1963-ъц илдя ися илк йарымкечириъи лазерляр мейдана чыхды. Щал-щазырдя лазер йаратмаг ццн йарарлы олан чохлу мигдар бярк, майе в я газ маддяляр мялумдур.

Гейд едяк ки, фял мцщит йаратмаг мягсядиля йухарыда тясвир олунан оптик щяйяанландырма цсулуну тятбиг етмяк ццн йалныз йагут кристалы дейил, щям дя бир сыра диэяр кристаллар в я диэяр щалларда олан маддяляр (щщя, газлар) дя йарарлыдыр. Оптик щяйяанландырма цсулуну тятбиг етмяк ццн атомун ян азы цч енержи сывиййясиндян истифадя едилмяси тяляб олунур (щякил 53.1). Юзц дя бу заман  $E_2$  сывиййяси метастабил,  $E_3$  сывиййяси ися енли золаг щяклиндя олмалыдыр. Добрудан да, йалныз ики дяня енержи сывиййясиндян истифадя етмякля оптик щяйяанландырма щесабына онларын стационар инверс мяскунлуъуну йаратмаг гейри-мцмкнцдир. Беля ки, щяйяанландырыгъы щцаланма селинин сыхлыбынын артмасы, щям фотонларын удулмасы в я щям дя онларын мяъбури бурахылмасы актларынын сайыны артырагъадыр. Нятигъдя ися щяйяанлашдырыгъы щцаланманын щятта сонсуз буюцк эъцндя беля енержи сывиййяляринин мяскунлуъу ян йахшы щалда ейни олур (динамик таразлыг) в я онларын инверс мяскунлуъу йаранмыр, йяни мяскунлугларын  $N_1 - N_2$  фярги юз ишарясини даяишя билмяз.

Лазерлярин щцаланмасы ашаъыдакы кими мцщцм хцсусийятляря маликдир: 1) ьидди монохроматиклик ( $\Delta\lambda \sim 0,1 \text{ \AA}$ ); 2) йцксяк заман в я фяза кощерентлийи; 3) буюцк интенсивлик; 4) дястянин чох назик олмасы.



Лазердә ишығын монохроматикләшмәсинин негъ баш вердийиня бахаг. Садылик ццн йагут лазерини нязрядан кечиряк. Бу лазердә узунлуу  $L$  олан чубуун ылаланмыш вә эцмщлянмиш отурабаглары онун охуна перпендикуляр йерляшян  $S_1$  вә  $S_2$  эцзэцляридир (шякил 53.3). Язәр  $2L=m\lambda$  олса, йәни  $L$



Шякил 53.3.

узунлууида  $m$  там сайда йарымдалъа узунлуу  $\lambda/2$  йерляшя,  $S_1$ -дян башлайан ишыг дальасы чубуг бойунгъа  $S_2$ -йя гядяр вә яксиня шяркят едәрәк  $S_1$ -я шямин фаза иля гайыдар. Йалныз белә дальә фяал маддә бойунгъа бу вә якс истигамятдә сонракы шяркятляри заманы эцълянмиш олабагдыр.  $E_1$  вә  $E_2$  энерги сывийяляри вә онлар арасындакы кечидляр заманы йаранан спектрал хятляр сонсуз назик (дар) олмайыб, сонлу еня маликдир. Онда  $E_2 \rightarrow E_1$  кечидляри заманы атомларын шцаландырдыы дальә узунлугларындан йалныз бири  $2L=m\lambda$  шяртини юдйягъак вә мящз бу  $\lambda$  узунлуглу дальә максимум эцълянъякдир. Бу ися лазерин эенерасийа етдийи спектрал хятлярин даралмасына, йәни ишығын монохроматикләшмәсиня сябәб олур. Лазер шцалары щеч бир башга цсулла ядә олунә билмәйян монохроматиклийә маликдир. Белә ки, лазер шцаланмасынын спектрал ени спектрал хяттин тябии ениндян хейли кичик олур. Бу бахымдан (щелиум+неон) газ лазеридә щә ялверишлидир вә о,  $10^5$  Мцс тезликдә 1 кцс-дян кичик спектрал еня малик олан инфрагырмызы шцаланма верир.

Мяббури шцаланманын диэяр мцщцм хцсусийяти онун кощерентлийидир. Артыг гейд едилдийи кими, мцяййян юлчцйя малик олан мянбядян баш верян спонтан шцаланма фязадә тядадци пайланмыш нюгтялярдә вә бир-бири иля ялагяси олмайан тядадци заман анларында баш верир. Она зюрә дә спонтан шцаланма фязә вә заман кощерентлийиня малик дейилдир: няинки мцхтялиф мянбялярдән, щятта ейни бир мянбяйин мцхтялиф нюгтяляриндән эялян ишыг шцалары юз араларында интерференсийа етмир. Белә шцаланма иля интерференсийа алмаг ццн кичик юлчцлц мянбядян истифадә етмяк вә башланъы ишыг дядясини сонра юз араларында интерференсийа едә билян ики вә йа бир нечә дядяйя айырмаг лазымдыр. Бу заман яслиндә ейни атомдан чыхан дальә дядяляри интерференсийа едир вә алынан мцхтялиф интерференсийа мянзярляри садяя оларәк бир-бири иля топланыр. Ян йәни интерференсийа тярцбясә ики йарыгдан кечян ишығын интерференсийасына аид Йунг тярцбясидир. Бу тярцбядә узагдә йерляшмиш кичик юлчцлц мянбядән (вә йа узагдә йерляшмиш мянбядән ишыгланан йарыгдан) эялян ишыг ики паралел йарыгдан кечярәк узагдә йерляшмиш экрандә нювбә иля бир-бирини явяз едән ишыглы вә гаранлыг золаглардан ибарят олан нцмуяви интерференсийа мянзярәси верир. Лакин ишыг мянбяйи чох буюцк олдугдә вә йа экрана чох йахын йерляшдикдә бу тярцбә алынмыр. Бундан фяргли оларәк лазер шцаланмасы там фязә кощерентлийиня

маликдир. Бея ки, мяъбури шцаланманын кянара чыха бияляйи йарымшяффаф отураъагда билаваситя ики йарыг ачылса, манеясиз олагаг интерференсийа мянзяриси йараныр. Бу ися эюстярир ки, кристалдан чыхан лазер дальасы шягигятян мцстяви ъабщяйя маликдир вя бу дальанын фязада мцхтялиф нюгтяляри кошерентдир.

Лазер шцаланмасынын интенсивлийи дя диэяр ишыг мянбяляри иля мцгайисядя чох буюцкдир. Мцяййян едилмишдир ки, йухарыда эюстярилян спектрал интервал ( $0,025 \text{ нм}$ ) дахилиндя "лазер эцьня" малик шцаланма бурахмаг цццн мцтляг гара ъисмин температуру  $10^8 \text{ К}$  тяртибиндя олмалыдыр. Щятта бу шярт юдяндикдя бея мцтляг гара ъисмин шцаланмасы фяза кошерентлийиня малик олмур. Лазердя чох кичик  $\sim 10^{-11} \text{ с}$  ярзиндя спектрин чох кичик интервалында ( $\Delta\lambda \sim 10^{-6} \text{ см}$ , лазерин спектрал хяттинин ени) щяр  $1 \text{ см}^2$  сятщдян  $10^{12}-10^{13} \text{ Вт}$  эцьцндя шцаланма баш верир. Эцьняшин ися щяр  $1 \text{ см}^2$  сятщдиндя бцццн спектр цзря шцаланманын орта эцьц  $7 \cdot 10^3 \text{ Вт}$ , лазер шцаланмасы интервалы цзря йалныз  $0,2 \text{ Вт}$ -дыр. Демяли, лазер Эцьняшя нисбятян хейли эцьлц шцаланма мянбяйидир. Лазер шцаланмасынын электромагнит дальасында електрик сащясинин интенсивлийи  $10^{10}-10^{12} \text{ В/см}$  олур ки, бу да атом дахилиндя електрик сащясинин интенсивлийиндян чохдур. Мцгайися цццн гейд едяк ки, айдын ишыглы эцндя Йер экваторунда Эцьняш шцаларында електрик сащясинин интенсивлийи  $\sim 10 \text{ В/см}$  олур.

Лазер шцаланмасы назик, демяк олар ки, ъидди паралел дястя шяклиндя баш верир. Бея ки, лазер шцалары дястясинин даьылма буъаьы  $\sim 10^{-5} \text{ рад}$  олур. Бу ися о демякдир ки, Йердян эюндярилмиш лазер шцалары дястяси Айын сятщиндя диаметри  $3 \text{ км}$  олан ишыглы лякя йарада бияр. Демяли, эцьэц вя йа линза кими оптик васиялярдян истифадя етмядян ъидди паралел ишыг дястяси алыныр.  $1 \text{ км}$  мясафядя бу дястянин йайылмасы  $1 \text{ м}$  олур. Лакин диаметри  $2 \text{ м}$  олан эцьэццц прожекторун йаратдыьы ишыг дястясинин даьылмасы  $1^0$  олур ки, бу да  $1 \text{ км}$  мясафядя сонра дястянин диаметринин  $17 \text{ м}$  олмасы демякдир. Истигамятляниши ишыг дястясиндя енержи сели  $J(\omega)d\Omega$  иля мцтянасиб олдуьундан ( $d\Omega$  – дястянин даьылмасына уйьун ъисим буъаьыдыр),  $d\Omega$  кямийяти кичик олдуьа дястянин парлаглыьы буюцк олур. Мящз бунун сайясиндя луноходда гурулмуш хцсуси яксетдириьилярин кюмяйи иля Айын оптик локасийасы щяйята кечирилмишдир.

Шцаланманын кошерентлийи оптик квант эенераторларынын практик олагаг бцццн хассяляриндя юзцнц бирузя верир. Бу бахымдан шцаланан там енержи мцстясналыг тяшкил едир. Бея ки, гейри-кошерент мянбялярдя олдуьу кими, о, щяр шейдян габаг верилян енержидян асылыдыр. Лазерлярин шцаланмасынын кошерентлийи иля ялагядар олан мцщцм хцсусийят онларын бурахдыьы енержинин заман, фяза, спектр вя йайылма истигамяти цзря топланмасы габилиийятиня малик олмасыдыр. Лазердян чыхан ишыг дястяси йцксяк истигамятлянемя хассясиня маликдир. Бея шцаланманы чох кичик сятщя фокусламаг вя демяли, олдуьа буюцк ишыгланма йаратмаг олар. Бея буюцк эцья малик олан шцаланмадан механики емал вя гайнаг цццн, кимйяви реаксийаларын эедишиня тясир етмяк цццн вя с. истифадя етмяк олар.

Оптик ъищазлар вя оптик тядгигат цсуллары тябиятщцнаслыьын вя техниканын мцхтялиф сащяляриндя эениш тятбиг едилир. Мисал олагаг, шцаланма, удулма вя сяпилмя спектрляринин кюмяйи иля молекулларын гурулушунун юйрянилмясини, биолозийада микроскопун тятбигини, металлурэийа вя эеолозийада спектрал

анализдан истифады олунмасыны вь с. хатырлатмаг олар. Оптик квант эенераторлары ися оптик тьдгигат цсулларынын имканларыны юлчщй эялмяз дьярьяды эенишляндирир. Лазер шца дьтясинин йцксяк кощерентлийя малик олмасы щолографийя кими йени бир методун йарадылмасына имкан вермишдир. Лазерлярин щцаландырыгы мщститиндя баш верян атом-молекул просесляринин, щям дя лазерлярин тьтбиги иля ишыьын сяпилмясинин вь фотолцминесенсийянын юйрянилмяси атом вь молекул физикасында, ейни заманда бярк ьсिम физикасында чохла гиймятли мялуматлар яды етмяйя имкан вермишдир. Лазерляр фотокимйянын симасыны ясаслы щякилды дьйишмишдир. Беля ки, эцълц лазер щцаланмасынын кюмяйи иля изотопларын айрылмасыны вь мягсядйонлц кимйяви реаксийалары щйята кечирмяк олар. Ишыьын сяпилмяси заманы Доплер ефекти нятыгьсиндя тезлийин дьйишмясини юлчмяк лазер щцаларынын монохроматиклийи сайясиндя нисбьтян асан олур. Бу цсул аеро- вь щидродинамикада газ вь мае ахынларында сцрятьлар сащясини юйрянмяк цццн эениш тьтбиг олунур. Лазерляр ьщцазгайырма, машынгайырма вь тохуьулуг сянайесиндя метал вь диелектрик материаллары, мцхтялиф деталлары кьсямяк, емал етмяк вь гайнаг етмяк цццн тьтбиг олунур. Лазерлярин биолоэийада, тиббдя, эеодезийа вь картографийада, пейклярин локасийа системляриндя вь чохла сайда диэяр областларда мараглы вь мцщцм тьтбигляри вардыр. Лазерлярин тьтбиг сферасы даим эенишлянмякдядир.

Лазерляр оптиканын инкишаф тарихиндя щягиги мянада ингилабдыр вь чох эцман ки, эялягькдя дя онун инкишафына юз щялледийь тьсярини эюстярягькдир. Лазерлярин юзляринин хассяляринин юйрянилмяси дифраксийа вь интерференсийа шаггындыкы тьсяввцрляри хейли зьнэинляшдирмишдир. Лазерлярин бурахдыьы эцълц щцаланманын йайылмасы гейри-хьтти щадисьярля мцщайят олунур. Бунлара мисал олараг мяьбури Манделштам-Бриллцен сяпилмясини, Релей хьттинин ганадынын мяьбури сяпилмясини, мяьбури температур сяпилмясини, чохфотонлу удулманы, чохфотонлу ионлашманы, удма ямсалынын ишыьын интенсивлийиндя асылы олмасыны, ишыьын електрик сащясинин тьсяри иля баш верян Керр ефектини вь с. эюстярямяк олар. Гейри-хьтти щадисьяр XX ясрин 60- ьы илляриндя формалашан вь сцрятьла инкишаф етмякдя давам едян гейри-хьтти оптика вь гейри-хьтти спектроскопийада юйрянилер.

Йухарьда дейилянляр лазерин щеч дя бцццн имканларыны ящята етмир. Лазер тамамия йени нюв ишыг мянбьяидир вь онун мцмкцн олан бцццн тьтбиг сащялярини габагьадан сюйлямяк вь тьсяввцр етмяк чох чьтиндир.

#### **Ё54. Даиряви орбитлярин квантланмасы**

Атомун планетар моделинин чатышмазлыгларыны арадан галдырмаг цццн Бор щидроэенябьнзяр атомларын нязьриййясини йаратды. Бу нязьриййянин ясасыны Борун квант постулатлары (Ё47), йяни стационар щалларын мювьуд олмасы вь тезликляр щьрти шаггындыа постулатлар тьщкил едир. Бу вахта гьдяр бир нечя дьфя гейд етдийимиз кими, бу постулатлар классик физика тьсяввцрляриня кьскин щякилды зиддир. Доьрудан да, Бор постулатлары атомда квантланмыш орбитлярин сечилмиш сырасына уйьун эялян дискрет енержи сьвиййяляри ардыгьыллыьынын мювьуд олдуьуну тьляб етдийи щалда, классик механикайа эюря арасы кьсилмяз

орбитляр чохлуу мювуд олмалыдыр. Бу зиддийят цмуми характер дашыйыр. Чохлу мигдар фактлар биргиймятли шякилдя эюстярир ки, атомлар аляминдяки шадисялярдя, Планк сабитинин сонлу (сыфра бярабяр олмайан) гиймяти иля характеризя олунан дискретлик мейдана чыхыр. Яксиня, макроскопик, буюцк мигйаслы шадисяляр цццн ися кясилмязлик характерик хцсусийятдир.

Беляликля, нятигя чыхармаг олар ки, юзццн кясилмяз даяишян кямиййятляри иля классик механика атом шадисяляриня тятбиг олуна билмяз. Сонралар эюряъяйик ки, бу уйбунсузлуун кюкляри чох дярина эедир. Беля ки, чох кичик шиссяъикляр электронлар, протонлар вя с. классик механика ганунларындан кяскин фярглянян вя тамамиля юзцнямяхсус квант ганунларына табе олан щярякят едирляр. Лакин бу мясяля Бор постулатлары тьяклиф олунандан 12 ил сонра мцяййян едилмишдир. Атом механикасынын инкишафынын илк мярщяляляриндя ися мянтиги гящятдя зиддийятли олан ашаъыдакы методдан истифадя олунурду. Мясяля яввялгя классик механика ганунлары васитясиля (бу ганунларын атом дахили щярякятляря тятбиг олуна билмядийиня бахмайараг) щялл едилер, сонра ися классик механиканын тятбиги нятигясиндя алынан кясилмяз щярякят щаллары чохлуундан, хцсуси постулат ясасында сечилмиш квант щаллары айрылыр. Бу методун гейри-мцкяммял олмасына бахмайараг, о, чох буюцк уурлар газана билди. Беля ки, атом вя молекулларын спектрляриндяки мцряккяб ганунауйбунлуглары айдынлашдырмаг, кимйяви просесляри даща йахшы баша дщмяк вя с. цццн атом просесляринин бязи юзцнямяхсус хцсусийятлярини ашкар етмяк вя бундан лазыми нятигяляр чыхармаг кифайят иди.

Бор нязярийясиндя квантланмыш орбитляри сечмяйя имкан верян хцсуси постулатын мцяййян едилмясиня бахаг. Бу мягсядя биз атомун ян садя моделиндян истифадя едяъяйик: атом мцсбят йцкцц нцвядян вя бу нцвянин ятрафында даиряви орбит цзря щярякят едян электрондан ибарятдир. Еллиптик орбитлярин дя мювуд олдуу даща мцряккяб щалы ися бир гядяр сонра нязярдян кечиряъяйик.

Квантланмыш орбитлярин сечилмяси цццн бизим мцяййян етмяк истядийимиз хцсуси постулат ясиндя хятти осилйатор цццн Планк щипотезинин (Е9) мягсядйюнлц шякилдя цмумиляшдирилмясиндя ибарятдир. Планк щипотезиня эюря хятти осилйатор мцмкцн олан бцтцн щаллардан йалныз енержиси

$$E_n = n\hbar\omega \quad (n=1,2,3,\dots) \quad (54.1)$$

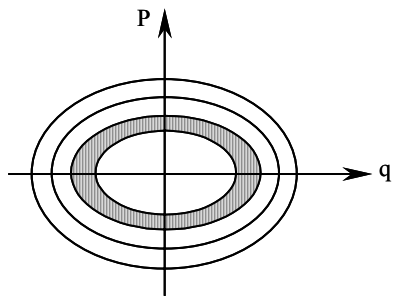
олан щалларда ола биляр.

Йалныз хятти осилйатора тятбиг олуна билян бу щярти бир гядяр башга шякилдя ифадя едяк. Бу мягсядя (54.1) ифадясини ашаъыдакы кими йазаг:

$$\frac{E}{\omega} = n\hbar. \quad (54.2)$$

(54.2) щяртини юлцц ващиди енержи/тезлик вя йа енержи/заман олан вя тясир адланан механики кямиййятин атом системляриндя *и* Планк сабитинин там мислляриня бярабяр олмасы кими цмуми бир тьябин ифадяси щесаб етмяк олар. Инди ися мясяля щяр бир хцсуси щал цццн бу кямиййятин мягсядяуйбун шякилдя сечилмясиндя ибарятдир.

Щалларын дцзэцн сечилмясиня автоматик олагаг имкан верян цмуми гайданы тапмаг цццн йеня дя хятти осиллятора бахаг. Классик механикада хятти осилляторун шалы  $x$  декарт координаты вя бу координата уйбун  $p_x = m\dot{x}$  импульсу иля характеризя олунур. Бу параметрляри  $q$  вя  $p$  иля ишаря едяк. Координат охлары цмумиялшмиш координатлар  $q$  вя цмумиялшмиш импульслар  $p$  олан фяза фаза фязасы, бу фязада  $p$ -нин  $q$ -дян асылылыбыны ифадя едян  $p(q)$  яйриси ися фаза трайекторийасы адланыр. Демяли, фаза фязасында хятти осилляторун шалыны, статистик механикада гябул олундуьу кими бир нюгтя иля эюстярмяк олар. Бахылан шалда системин шалы ики дяня  $q$  вя  $p$  параметри иля там тясвир олундуьу цццн фаза фязасы икиюлчщлц олур, йяни мцстявидир вя системин  $q$  вя  $p$  кямийятляри иля характеризя олунан щяр бир шалы бу мцстяви цзяриндя бир нюгтя иля эюстярилир. Системдя щяркят заманы бу нюгтянин вязиййяти кясилмяз олагаг дяйишир вя о, фаза фязасында мцййян трайекторийа ьызыр (щякил 54.1).  $E$  енержисиня малик олан осиллятор цццн бу трайекторийаны тапаг. Мялумдур ки, хятти осилляторун там механики енержиси  $E$ , онун кинетик енержиси ( $T$ ) иля потенциал енержисинин ( $U$ ) ьяминя бярабярдир:



Щякил 54.1.

$$E = T + U = \frac{m\dot{q}^2}{2} + \frac{kq^2}{2} = \frac{p^2}{2m} + \frac{kq^2}{2}. \quad (54.3)$$

Бурада  $p = m\dot{q}$  – цмумиялшмиш импульс,  $k = m\omega^2$  – квазиэластиклик ямсалы,  $\omega$  – хятти осилляторун даиряви тезлийидир. (54.3) ифадясини  $E$ -йя бюляк:

$$\frac{p}{2mE} + \frac{q^2}{2\frac{E}{k}} = 1. \quad (54.4)$$

Бурада

$$a = \sqrt{2mE}, b = \sqrt{\frac{2E}{k}} \quad (54.5)$$

ишаря етсмяк

$$\frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} = 1 \quad (54.6)$$

алырыг ки, бу да йарымохлары  $a$  вя  $b$  олан эллипсин тянлийидир. Демяли, фаза фязасында хятти осилляторун трайекторийасы эллипсдир вя юзц дя бу эллипсин йарымохлары осиллятор цццн  $m$  вя  $k$ -нын верилмиш гиймятиндя (54.5) дцстурларына ясаян  $E$  енержиси иля тьяин олунур. Бу эллипсин саясисини щесаблаяг. Мялумдур ки,  $y=f(x)$  хятти иля ящатя олунмуш мцстяви сятщин саяси  $\int y dx$  кими щесабланыр. Диэяр тяряфдян мялумдур ки, эллипсин ящатя етдийи мцстяви сятщин саяси  $\pi ab$ -йя бярабярдир. Она эюря дя биз  $\oint p dq = \pi ab$  йаза

биярик. Бурада интеграл ишарясиндя чевря эюстярир ки, интеграллама гапалы контур цзря апарылмышдыр. (54.5) ифадылярия эюря

$$\pi ab = \pi \sqrt{2mE} \cdot \sqrt{\frac{2E}{k}} = 2\pi E \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{2\pi E}{\omega} \quad (54.7)$$

олдуьундан

$$\oint pdq = \pi ab = \frac{2\pi E}{\omega} \quad (54.8)$$

алырыг. (54.2)-ни (54.8)-дя нязря алсаг

$$\oint pdq = 2\pi m\hbar = nh \quad (54.9)$$

йаза биярик.

Гейд едяк ки,  $q$  вя  $p$  кямийятляри, уйьун олага, цмумиялшмиш координат вя бу координата уйьун цмумиялшмиш импульс олса, (54.9) дцстуру сярбястлик дяръяси биря бярабяр олан ихтийари систем цццн цмуми квантланма шяртидир.

Инди ися (54.9) цмуми квантланма шяртини атом цццн бизим гябул етдийимиз сады модела, йяни электронун нцвя ятрафында даиряви орбит цзря шяркятиня тятбиг едяк. Бу заман цмумиялшмиш координат олага, электронун даиряви орбитдя вязийятини биргиймятли тьяин едян  $\varphi$  полйар буъаыны эютцрмяк ялверишлидир. Мьялумдур ки, бу цмумиялшмиш координата уйьун цмумиялшмиш импульс  $p_\varphi = mr^2\dot{\varphi} = L$  электронун импульс моменти иля цст-цстя дцщцр. Она эюря дя (54.9) дцстурунда  $q$  вя  $p$  кямийятляри явзяиня уйьун олага  $\varphi$  вя  $p_\varphi$  йазсаг вя мяркъязи сашыдя шяркят едян электрон цццн импульс моментинин сахланмасы ганунуну  $L=p_\varphi=\text{const}$  нязря алсаг

$$nh = \oint pdq = \int_0^{2\pi} p_\varphi d\varphi = p_\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi = p_\varphi \cdot 2\pi$$

вя йа

$$L=p_\varphi=n\hbar \quad (n=1,2,3,\dots) \quad (54.10)$$

олдуьуну аларыг.

(54.10) дцстуру даиряви орбитлярин квантланмасы гайдасыны мцяййян едир: классик механикайа эюря мцмкцн олан бцццн даиряви орбитлярдян шягигятдя йалныз еляляри мювьуддур (реаллашыр) ки, бу орбитляр цзря шяркят едян электронун импульс моменти  $\hbar$  кямийятинин там мислляриня бярабяр олсун. Беяликля,  $\hbar$  кямийяти импульс моментинин квант ващидидир, йяни "элементар импульс моменти"дир.

Мьялумдур ки, классик физика тясаввцрляриня эюря электронун импульс моменти  $L$  ихтийари гиймятляр ала бияр, йяни онун гиймятляр спектри късилмяздир. Лакин (54.10) дцстурундан эюрцццр ки, электронун импульс моменти щеч дя късилмяз дйишмир вя йалныз мцяййян гиймятляр алыр, йяни квантланыр:  $\hbar, 2\hbar, 3\hbar, \dots$ . Электронун импульс моментинин бу квантланмасы классик физикада электрик йцкцццн дискрет дйишмясиня (Ё19) охшардыр.

## Ё55. Бор нязрийяси

Щидроэенябянзяр атомлар (Ё46) цццн Бор юз нязрийясини гуаркъян

ашабыдакы постулатлара ясаганмышдыр.

1. Шидроэнябянзяр атомда электрон нцвянин ятрафында Кулон ызибя гцвясинин тасыри алтында Нйутон ганунларына уйбун олараг даиряви орбит цзя брябарсцятли щярякят едир.

2. Классик механикайа зоря мцмкцн олан бцтцн орбитлярдян, электронун импульс моментинин  $\hbar = u/2\pi$  сабитинин йалныз там мислярина брябар олдуу, йяни

$$L = m v r = n \hbar \quad (n=1,2,3,\dots) \quad (55.1)$$

щяртинин юдяндийи орбитляр цзя щярякят баш верир. Бу орбитляр стасионар щаллара уйбун эялир вя гадабан олунмамыш орбитляр адланыр.

3. Электрон стасионар щалда, йяни гадабан олунмамыш орбит цзя щярякят едякян атом электромагнит дальасы (енержи) щцаландырмыр.

4. Электрон  $E_n$  енержили орбитдян (стасионар щалдан)  $E_m$  енержили орбитя (стасионар щала) кечдикдя ( $E_n > E_m$ ) тезлийи

$$v = (E_n - E_m) / \hbar \quad (55.2)$$

дцстуру иля тйин олунан фотон щцаландырмыр.

Эюрцндийц кими, (55.2) Борун (47.1) тезликляр щяртидир.

Йухарыда зюстяриян бириньи постулата зоря электронун шидроэнябянзяр атомда щярякятинин классик механика ганунларына табе олдуу фярз едилдийи цццн, биз Ё46-да йазылмыш дцстурлардан йери эялдикья истифадя едя биярик.

(55.1) квантланма щяртиня ясаган

$$m^2 v^2 = \frac{n^2 \hbar^2}{r^2} \quad (55.3)$$

олдууну (46.2)-дя нязяря алсаг

$$\frac{Z e^2}{4 \pi \epsilon_0 r^2} = \frac{n^2 \hbar^2}{m r^3}$$

вя йа

$$r_n = \frac{4 \pi \epsilon_0 \hbar^2}{m Z e^2} \cdot n^2, (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (55.4)$$

йаза биярик.

(55.4) дцстурундан зюрцнцр ки, электронун щярякят етдийи даиряви орбитляр дя квантланыр. Беля ки, электрон ихтийари даиряви орбит цзя дейил, радиусу йалныз (55.4) дцстуру иля тйин олунан мцяййян (гадабан олунмамыш) орбитляр цзя щярякят едя бияр. Бу орбитлярдян щяр биринин радиусу  $n$  там ядядинин квадраты иля дцз мцяянсаибдир:  $r_1, 4r_1, 9r_1, \dots$

Шидроэен атомунда ( $Z=1$ ) бириньи орбитин радиусуну Бор радиусу адландырмаг вя ону  $r_1$  вяязиня  $r_0$  вя йа  $a_0$  иля ищаря етмяк гябул олунмушдур:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{4 \pi \epsilon_0 \hbar^2}{m e^2} = \frac{(1,054 \cdot 10^{-34} \text{ C} \cdot \text{сан})^2}{9 \cdot 10^9 \frac{\text{н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2} \\ &= 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м} \end{aligned} \quad (55.5)$$

Гейд едяк ки, Бор радиусу цццн нязяриййядян тапылмыш бу гиймят (46.6)

дцстуруна ясаан тьэрцбья иля мцгаийсядьян тапылмыш гиймятя (Е46) вь газларын молекуляр-кинетик нязяриййясиня ясаан атомларын юлчцляри цццн тапылмыш гиймятя там уйьун эялир.

(46.6) дцстурунда  $r$ -ин йериня онун (55.4) ифадясини йазсаг

$$E_n = -\frac{mZ^2e^4}{32\pi^2\varepsilon_0\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}, (n=1,2,3,\dots) \quad (55.6)$$

аларыг. Бурада енержинин мянфи ишаряли олмасы эюстярир ки, систем рабитялидир, йяни электронун щярякяти финит щярякятдир.

(55.6) дцстуру  $r_n$  радиуслу орбит цзря щярякят едян электронун  $E_n$  енержисини тьяин едир. Беляликля, айдын олур ки, щидроэенябнзяр атомун енержиси дискрет гиймятляр алыр, йяни квантланьыр. Щидроэенябнзяр атомун енержисинин ала билдийи  $E_1, E_2, E_3, \dots$  гиймятляри  $n$  там ядядинин  $n=1,2,3, \dots$  гиймятляри иля тьяин олунур вь  $n$  – баш квант ядяди адланьыр.

(55.6) дцстурунда  $Z=1$  йазараг щидроэен атомунда электронун бириньи орбитдя, йяни минимум енержийя малик олан стационар щалда енержиси цццн

$$E_1 = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2} = -13,6 \text{ eV} \quad (55.7)$$

тапырыг. Системин минимум енержийя малик олдуьу щал онун ясас вь йа нормал щалы адланьыр. Демяли, щидроэенябнзяр атомун ясас щалы баш квант ядядинин  $n=1$  гиймятиня уйьун эялир. Минимум енержийя уйьун олан щал она эюря ясас вь йа нормал щал адланьыр ки, хариьи щяйяанлащдырьгы тясирляр олмадыгда атом узун мцддят бу щалда мювьуд олур.  $n=2,3,4, \dots$  гиймятляриня уйьун олан щаллар щидроэенябнзяр атомун щяйяанланмыш щаллары адланьыр. Чццнки бу щалларын щяр бириндя енержи ясас щалдакындан буюцкцдр. Айдындыр ки, атомун ясас щалы бир дяня, щяйяанланмыш щаллары ися сонсуз сайдадыр.

Беляликля, (55.6) вь (55.7) дцстурларына ясаан щидроэен атомунда электронун енержисинин мцмкцн олан дискрет гиймятляри

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV}, n=1,2,3,\dots \quad (55.8)$$

кими тьяин олунур. Енержинин ала билдийи бу  $E_1, E_2, E_3, \dots$  гиймятляри символик олага цфги дцз хятляр кими эюстярилир вь енержи сывийяляри адланьыр:  $E_1 = -13,6 \text{ eV}$ ;  $E_2 = E_1/4$ ;  $E_3 = E_1/9$ ;  $E_4 = E_1/16$ ;  $\dots$ ;  $E_\infty = 0$ . 55.1 щяклиндя щидроэен атомунун енержи сывийяляринин схеми эюситярилмищдир. Гейд едяк ки, баш квант ядядинин  $n=1$  гиймятиндя  $n=\infty$  гиймятиня гядяр бцццн щаллар рабитяли щаллар олдуьу цццн онларын енержиси мянфи ишарялидир.  $n$  баш квант ядяди буюццкцкья енержи сывийяляри бир-бириня йахынлащыр вь  $n \rightarrow \infty$  олдугда демяк олар ки, говушурлар. Дюьрудан да, (55.8) дцстуруна ясаан щидроэен атомунда ики гоншу сывийянин енержиляри фьярги

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = 13,6 \left[ \frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n^2} \right] \quad (55.9)$$

кими тьяин олунур вь эюрцндцйц кими  $n \rightarrow \infty$  олдугда  $\Delta E_n \rightarrow 0$  олмалыдыр. Бу ися о

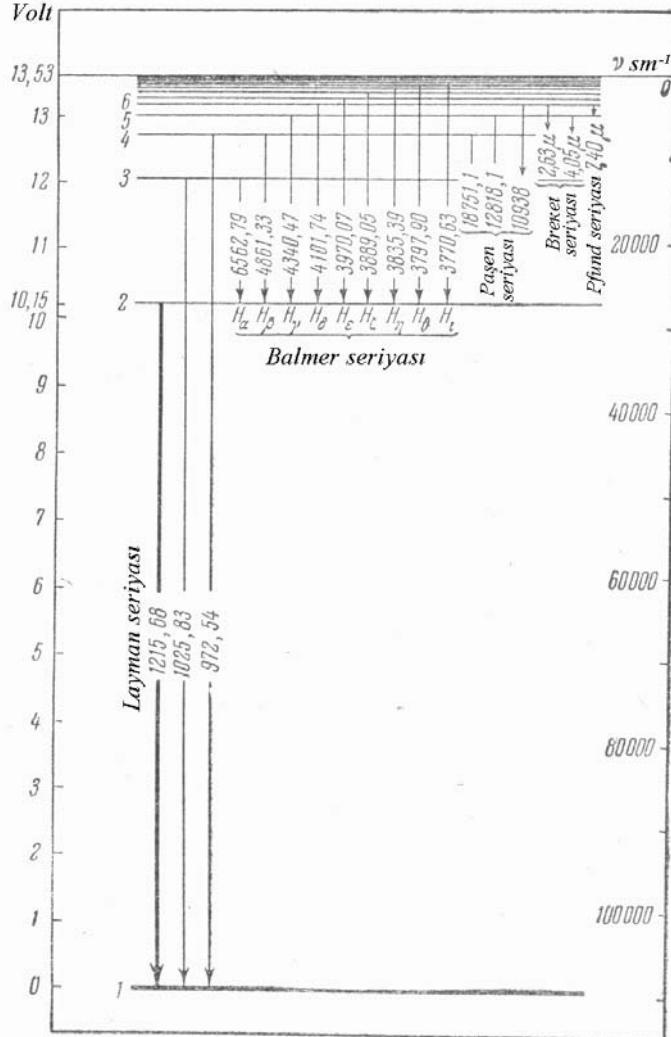


демякдир ки,  $n$  баш квант ядадинин чох буюцк гиймятляриндя енержинин дискрет дыйишмяси практик олараг арадан галхыр вя о, санки кясилмяз гиймятляр алып, йяни атомун спектри кясилмяз олур. Бу ися атомун классик планетар моделиня уйьун эялир.  $n=\infty$  гиймятиня уйьун эялян енержи сывиййясиндян йухарыда енержи мцсбят гиймятляр ( $E>0$ ) алып. Бу енержи шалында систем рабитясиз олур, йяни электронун щярякяти инфинит олур вя о, сярбясст щярякят едир.

(55.7) дцструндан эюрцнцр ки, ясас шалда олан щидроэен атомундан электрону гопармаг цццн  $13,6 eV$  енержи тяляб олунур (ионлашма енержиси). Демяли, ясас шалда олан щидроэен атому цццн рабитя енержиси  $E_{раб.}$  вя ионлашма енержиси  $E_{и.}$

йохланылмыш атомунун ради истифадя етми

Тяърцбядя ян щидроэен йаркян артыг



Шякил

Енержи сыйыяларын 55.1 шаклдан верилмиш схемия ясаган шыйяанлашма, ионлашма ва рабита енержиси кими мщцм анлайышлары мщыйян етмяк олар.

Атому ясаг шалдан шыйяанлашмыш шала кечирмяк ццн тьялб олунан енержи шыйяанланма енержиси  $E_{щыйя}$  адланыр. Мясляян, щидроэен атомуну ясаг шалдан ( $n=1$ ) биринги шыйяанланмыш шала ( $n=2$ ) кечирмяк ццн лазым олан шыйяанланма енержиси  $E_{щыйя} = E_2 - E_1 = -3,40 \text{ eB} - (-13,6 \text{ eB}) = 10,2 \text{ eB}$  олар.

Верилмиш шалда атомдан электрону гопармаг ццн лазым олан енержи бу шал ццн рабита енержиси  $E_{раб}$  адланыр. Мясляян, щидроэен атомунда  $n=2$  шалына уйбун эялян рабита енержиси  $E_{раб} = 3,40 \text{ eB}$ -дур.

Щидроэен адятян икиатомлу газ шалында олдуу ццн щидроэен атомунун шыйяанлашма ва ионлашма потенциалларынын тьярцбдя тьяин едилмеси бир сыра чятинликляря гаршылашыр. Бея ки, явьяля молекулу атомлара парчаламаг, сонра ися алынан атомлары шыйяанлашдырмаг лазымдыр. Буну ися щидроэени чох йцксяк температурда диссоиасийаа уьратмагла етмяк олар. Бу гайда иля Лайман серийасы ццн тьярцбдяян тапылмыш шыйяанлашма потенциалы ва щидроэен атомунун ионлашма потенциалы нязяри гиймятляря йахшы уйбун эялр.

Бор постулатына эюра электрон  $E_n$  енержили стасионар шалдан ( $r_n$  радиуслу даиряви орбитян) кичик  $E_k$  енержили стасионар шала ( $r_k$  радиуслу даиряви орбитя) кечяркян бурахдыы фотонун тезлийи (55.2) дцстуру иля тьяин олунур. Енержи ццн Бор нязярийясиня ясаган тапылмыш (55.6) ифадясини (55.2)-дя нязяря алсаг

$$v_{nk} = \frac{c}{\lambda_{nk}} = \frac{E_n - E_k}{2\pi\hbar} = \frac{\Delta E_{nk}}{2\pi\hbar} = \frac{mZ^2 e^4}{64\pi^3 \hbar^3 \epsilon_0^2} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (55.10)$$

йаза билярик. Бурадан шцаланан далья узунлуьуну шесабламаг ццн

$$\lambda_{nk} = \frac{2\pi\hbar c}{\Delta E_{nk}} = \frac{64\pi^3 \hbar^3 \epsilon_0^2 c}{mZ^2 e^4} \cdot \frac{1}{\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}} \quad (55.11)$$

ифадясини,  $\tilde{\nu}_{nk} = \frac{1}{\lambda_{nk}}$  далья яяддини шесабламаг ццн ися

$$\tilde{\nu}_{nk} = \frac{mZ^2 e^4}{64\pi^3 \hbar^3 \epsilon_0^2 c} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (55.12)$$

ифадясини тапымыш олуруг.

Гейд едяк ки, (55.12) ифадясиндя  $Z=1$  олдугда о, щидроэен атомунун спектриндяки спектрал серийалар ццн емпирик йолла тапылмыш (38.16) цмуми дцстуруна там охшайыр. Щидроэен атому ццн (55.12) ва (38.16) дцстурларыны мцгайися едяряк Ридберг сабити ццн Бор нязярийясиня ясаган тапылмыш ашаьыдакы нязяри ифадяни йаза билярик:

$$R = \frac{me^4}{64\pi^3 \hbar^3 \epsilon_0^2 c} \quad (55.13)$$

Беяликля, щидроэен атому ццн (55.12) ифадясини ашаьыдакы кими йаза билярик:

$$\tilde{\nu}_{nk} = R \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (55.12a)$$

Демяли, Бор нязяриййяси щидроэен атомунун тыърцби йолла мцяййян едилмиш спектрал серийаларыны вя онларын йаранмасыны изаш едир, емпирик йолла тйин олунан  $R$  Ридберг сабитини (55.13) дцстуру васитясиля универсал сабитлярля ифады етмайя имкан верир.

(55.12a) дцстурунда  $k=1,2,3,4,5,6$  йазмагла щидроэен атомунун спектрал серийаларыны тйин едян (38.11), (38.7) вя (38.12)-(38.15) емпирик ифадылярини алырыг. Бу спектрал серийаларын алынмасы схеми 55.1 шяклиндя эюстярилмишдир. (55.12a) ифадысиндя  $n \rightarrow \infty$  олдугда шяр бир спектрал серийанын сярщяддини тйин едян  $\tilde{\nu} = R/k^2$  дцстуру алыныр ки, бу да Ё38-дя дейилянляря там уйбундур. Бундан башга айдын олур ки, атомун термляри щеч дя мцяърряд кямийятляр олмайыб мцмкцн олан стасионар щалларын енерджиляри иля ифады олунур вя щидроэенябнзяр атомлар цццн термляр (47.4) вя (55.6) дцстурлары васитясиля бирбаша щесаבלана биляр.

Бор нязяриййяси серийаларын архасында кясилмяз (бцтвов) удулма спектринин йаранмасыны да изаш едир. Гейд олундууы кими, Бора эюря удулма электронун нормал (ян ашабы) енержи сывиййясиндян йухары енержи сывиййяляриндян бириня кечмяси иля ялагядар олагаг баш верир. Бу заман, дискрет стасионар щаллар чохлуунун олмасы сайясиндя, тезлийи йалныз щцаланма хятляринин тезлийи иля цст-цстя дцщян ишыг удулур. Мясялян, щидроэен атомунда беля удма хятляри Лайман серийасынын хятляридир. Дцщян ишыбын  $\nu$  тезлийи серийаларын  $\nu_\infty$  сярщяд тезлийиндян буюцк олдугда ( $\nu > \nu_\infty$ ), удма акты заманы атома ионлашма енержисиндян буюцк олан  $\nu$  енержиси верилир. Дцщян ишыбын тясириня тйягясиндя электрон атомдан гопуб айрылыр (атому тырк едир), йяни фотоионлашма просеси баш верир. Бу заман электрон атомдан хариъдя ихтиъари сцрята вя демяли, ихтиъари  $e_i$  енержисиня малик олдууы цццн

$$\nu \nu = e_i + e_i$$

дцстуруна ясаян  $\nu$  тезлийи дя ихтиъари гиймят ала биляр, йяни атомун бцтвов удма спектри йарана биляр. Бурада  $e_i$  – атомун ионлашма потенциальдыр. Тыърцбля эюстярир ки, бу удма серийанын билаваситя сярщядди йахынлыбында эцълц олур вя  $\nu$  тезлийи артдыгъа тыдриъан азалыр. 55.1 шяклиндя электронун кясилмяз енержи щалларына уйбун штрихлянмиш област серийанын архасында кясилмяз удма спектриня уйбун эялир.

(55.13) дцстурундан эюрцнцр ки, щидроэен атому цццн  $R_H$  Ридберг сабити универсал сабитляр ( $c, \hbar, e, m, \varepsilon_0$ ) иля ифады олунур. Бу сабитлярин мцасир дягиг гиймятлярини (49.13)-дя йазараг

$$R_H = 109735,7 \text{ см}^{-1} \quad (55.14)$$

гиймятини тапырыг. Гейд едяк ки, физикада истифады олунан ясас сабитлярин щям нязяри вя щям дя тыърцби гиймятляри йалныз мцяййян дювр цццн сабит галыр, йяни заман кечдикъя бу гиймятляр дяйишир. Она эюря дя щямин сабитляр васитясиля тйин олунан тыоряма сабитлярин дя гиймятляри уйбун сурятдя дяйишир. Чох дягиг спектроскопик юлчмяляр нятйясиндя  $R_H$  цццн тапылмыш емпирик гиймят ися (Ё38)

$$R_H = 109677,576 \pm 0,012 \text{ см}^{-1} \quad (55.15)$$

кимидир.

Эюрцндцйц кими,  $R_H$  Ридберг сабити цццн нязяри щесаблинмыш (55.14) гиймяти иля тяърцбядян тапылмыш (55.15) гиймяти бир-бириня о гядяр йахындыр ки, щидроэенябязяр атомларын енержи сывиййяляри цццн Бор нязярийясиня эюря тапылмыш (55.6) дцстурунун доьру олдуьуна щеч бир щцбщя галмыр. Щягигятдя ися бу уйьунлуг (55.14) вя (55.15) гиймятляринин мцгайисясиндя алынан дягиглийя нисбятян хейли йахшыдыр. Месяля бурасындадыр ки, бу ики гиймяти яслиндя бир-бири иля мцгайися етмяк дцз дейилдир. Беля ки, (55.6) вя (55.13) дцстурларынын чыхарылышы заманы фярз едилмишдир ки, щидроэенябязяр атомун нцвясини сцкунятдыр (Е46). Дягиг спектроскопик юлчмяляр заманы ися бу фярзийя юзццц доьрултмур. Беля ки, механика ганунларына уйьун оларак нцвядян вя электрондан ибарят систем, бу систем цццн цмуми олан кцтля мяркъазинин ятрафында кцтляси эятирилмиш кцтляйя бярабяр олан мадди нюгтя кими щярякят етмялидир. Нцвяннин кцтляси электронун кцтлясиня нисбятян йалныз сонсуз буюкк олдугда нцвяннин щярякятини нязяря алмамаг, йяни ону сцкунятдя щесаб етмяк олар. Щягигятдя ися щидроэен атомунун нцвясинин  $M_H$  кцтлясинин электронун  $m$  кцтлясиня нисбяти  $M_H/m = 1836,15$  кимидир, йяни сонсуз буюкк яяд дейилдир. Она эюря дя чох буюкк дягиглийя малик олан мцасир спектроскопик юлчмяляр заманы нцвяннин кцтлясини сонсуз буюкк щесаб едяряк, онун щярякятини нязяря алмамаг олмаз. Яслиндя спектроскопик юлчмялярдя нцвяннин щярякяти нязяря алыныр вя нязяри щесабламарда да бу, нязяря алынмалы вя лазыми дцзялишляр едилмялидир.

Классик механикадан мялумдур ки, бир-бири иля гаршылыгы тясирдя олан  $m_1$  вя  $m_2$  кцтляли ики ьисимдя ибарят систем цццн эятирилмиш кцтля

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (55.16)$$

дцстуру иля тьяин олунур. Она эюря дя щидроэенябязяр атом цццн эятирилмиш кцтля

$$\mu = \frac{m M_Z}{m + M_Z} \quad (55.17)$$

олар. Бурада  $M_Z \rightarrow \infty$  олдугда  $\mu = \frac{m}{\frac{m}{M_Z} + 1} \approx m$  алырыг, йяни эятирилмиш кцтля

электронун кцтлясиня бярабяр олур. Башга сюзля,  $M_Z \rightarrow \infty$  олдугда щидроэенябязяр атомун кцтля мяркъазинин нцвяннин мяркъазини иля цст-цстя дцщдцйццц, нцвяннин сцкунятдя олдуьуну вя йалныз электронун тярпянмяз нцвя ятрафында щярякят етдийини гябул етмяк олар. Нцвяннин кцтлясинин сонлу олдуьуну, йяни нцвяннин щярякят етдийини нязяря алдыгда (55.6) вя (55.13) дцстурларында электронун кцтляси явзяиня (55.17) дцстуру иля тьяин олунан  $\mu$  эятирилмиш кцтляни йазмаг лазымдыр. Онда

$$R_Z = \frac{\mu Z^2 e^4}{64\pi^3 \hbar^3 \varepsilon_0^2 c} = \frac{m M_Z \cdot Z^2 e^4}{64\pi^3 \hbar^3 \varepsilon_0^2 c (m + M_Z)} = \frac{m Z^2 e^4}{64\pi^3 \hbar^3 \varepsilon_0^2 c (1 + m/M_Z)} \quad (55.18)$$

вя щидроэен атому цццн  $Z=1$ ,  $M_Z=M_H$  олдуьундан

$$R_H = \frac{m e^4}{64\pi^3 \hbar^3 \varepsilon_0^2 c (1 + m/M_H)} \quad (55.19)$$

олар  $M_H=\infty$  олдугда (55.19) дцстуру (55.13) иля цст-цстя дцщр. Она эюря дя (55.13) дцстурундан алынан  $R$  сабитини  $R_\infty$  иля ишаря етсаяк, (55.19) ифадясини ашаьыдакы кими йаза билиряк:

$$R_H = \frac{R_\infty}{(1 + m/M_H)}. \quad (55.20)$$

Буна охшар олараг (55.18) цмуми ифадясини дя

$$R_Z = \frac{R_\infty}{(1 + m/M_Z)} \quad (55.21)$$

кими йазмаг олар.

(55.14) дцстуруна ясасян  $R_\infty$  гиймятини (55.20) дцстурунда йериня йазараг

$$R_H = \frac{109735,7}{(1 + 1/1836,5)} sm^{-1} = 109675,98 sm^{-1}$$

гиймятини тапырыг ки, бу да (55.15) ян дягиг тяьрцби гиймятя чох йахшы уйьун эялир. Лакин аз да олса, галан мцяййян уйьунсузлуьун сябяби чохла сайда диэяр эффектлярин (мясялян, протонун сонлу юлчцяй малик олмасы, мцхтялиф релятивистик эффектляр вя с.) нязря алынмамасыдыр. Щямин эффектляри нязря алдыгда ися нязряи вя тяьрцби нятиьяляр там уйьун эялир. (55.20) вя (55.21) дцстуруларына дахил олан  $R_\infty$  сабитинин гиймяти

$$R_\infty = 109737,309 \pm 0,012 cm^{-1} \quad (55.22)$$

кимидир. Щидроэен атому цццн тапылмыш вя (55.15) иля тьяин олунан  $R_H$  гиймяти ися  $R_\infty$  гиймятиндян тягрибян  $60 cm^{-1}$  гядяр аздыр. Бцццн диэяр бирелектронлу атомлар цццн ися Ридберг сабити  $R_\infty$  гиймятиндян кичик,  $R_H$  гиймятиндян ися буюцк гиймят алыр. Мясялян, дейтериум цццн

$$R_D = 109707,419 \pm 0,012 cm^{-1}, \quad (55.23)$$

$He^+$  иону цццн

$$R_{He} = 109722,267 \pm 0,012 cm^{-1} \quad (55.24)$$

олур.

Эюрцндцйц кими, Ридберг сабитинин гиймятляриндяки нисби фярг чох да буюцк олмайыб  $10^{-4}$ , йяни 0,01% тяртибиндядир. Лакин бу фяргляри спектроскопийада няинки мцшащидя етмяк, щям дя юлчмяк мцмкцндир. Бу фярглярин мцшащидя олунуб юлчцлмяси физиканын инкишаф тарихиндя мцщцм рол ойнамышдыр. Беля ки, 1913-ьц илдя Бор щидроэен атомунун спектрал серийалары кими йозулан бязи спектрал серийаларын  $He^+$  ионуна аид олдуьуну, 1932-ьи илдя Йури, Брикуедде вя Мерфи Балмер серийасы хятляринин зяиф

пейкляринин мювзуд олмасына ясасян ися абыр щидроэенин – дейтериумун мювзудлуьуну мящз Ридберг сабитинин гиймятинин мцхтялиф атом вя изотоплар цццн фяргли олмасына ясасян мцяййян етмишляр.

Ридберг сабитинин нцвянин кцтлясиндян асылы олмасы фактындан щидроэенин абыр изотопунун кяшфи вя электронун хцсуси йцкцццн ( $e/m$ ) спектроскопик цсулла тййин олунмасы цццн истифадя едилмишдир.

Щидроэен атомунун абыр изотопунун кяшфи эюстярди ки, физикада истифадя олунан сабит кямиййятлярин гиймятляринин дягиг тййин едилмяси буюцк ящямиййят кясб едир. XIX ясрин ахырларында тябиятщцнас алимлярдян биринин тябиринья десяк "верэццдян сонра алтынны рягямин ятрафында щяля чох кяшфляр эизлянмишдир".

Кцтля спектрографы васитясиля Астон ( $E27$ ) оксиеенин щярти олагаг 16,00000 эютцрцлмщщ атом кцтлясиня нисбятян щидроэенин атом кцтляси цццн  $1,00778 \pm 0,000015$  гиймятини тапмышды. Бу гиймят щидроэенин атом кцтляси цццн кимйяви цсулларла тапылмыш  $1,00777 \pm 0,00002$  гиймяти иля йахшы уйьун эялирди. Бу юлчмялярин апарылдыьы дюврдя фярз олунурду ки, оксиеенин изотопу йохдур. Лакин сонра мялум олду ки, атмосфердя мювзуд олан оксиеенин  $^{16}O$  вя  $^{18}O$  кими ики изотопу вардыр вя бу изотопларын мигдарынын нисбяти сабит олуб 630:1 кимидир. Бу вязиййяти нязря алараг Берж вя Ментсел беля фярз етдиляр ки, щидроэенин атом кцтляси цццн кцтля спектрографы вя кимйяви цсуллар васитясиля тапылмыш гиймятлярин бир-бириня йахшы уйьун эялмясини йдди щякилдя гянаятбяхщ щесаб етмяк олмаз вя бу уйьунлуг мцяййян принсипиал сящвин нятигясидир. Дюьрудан да, кцтля-спектрографында щяр бир щятт бир нюв мцяййян изотопа уйьун эялир. Она эюря дя 16,00000 ядядиня аид едилян хятт щягигятян  $^{16}O$  изотопуна мяхсусдур. Лакин кимйяви цсулда ися 16 яяди дцзэцн

олмайараг  $^{16}O + \frac{1}{630}^{18}O$  гарышыьынын атом кцтляси щесаб олунур. Яэяр кцтля спектрографында оксиеенин хятляриня кимйяви тяьрцблялярдя оксиеенин малик олдуьу орта кцтляни ( $^{16}O + \frac{1}{630}^{18}O$ ) уйьун тутсаг, щидроэенин атом кцтляси цццн

кимйяви щкала цзря хейли кичик олан гиймят, йяни 1,00756 алыныр. Щидроэенин кимйяви цсулла тййин олунмуш атом кцтлясинин  $1,00777 - 1,00756 = 0,00021$  гядяр, йяни тягрибян 0,02% буюцк олмасы фактына ясасланараг Берж вя Ментсел беля фярз етдиляр ки, кимйячыларын юз тяьрцбляляриндя истифадя етдикляри ади щидроэен дя ясиндя ян азы ики изотопун гарышыьындан ибарят олмалыдыр (Гейд едяк ки, абыр щидроэенин мювзуд олмасыны щяля 1920-ьи илдя Резерфорд нязяри олагаг сюйлямишди.). Онлар беля щесаб едирдиляр ки, щидроэенин изотопларынын атом кцтляси йуварлаг олагаг 1 вя 2-дир:  $^1H$ ,  $^2H$ . Кцтля спектрографы васитясиля вя кимйяви цсулла тапылмыш атом кцтляляринин фяргиня ясасян онлар ади щидроэендя бу изотопларын мигдарынын нисбятини тапдылар:  $^1H: ^2H = 4500:1$ .

Щидроэенин абыр изотопунун кяшф олунмасы цццн  $^1H$  вя  $^2H$  изотопларынын атом кцтлясинин бир-бириндя 2 дяфя фярглянмяси дя аз рол ойнамамышдыр. Адятян ейни бир элементин изотопларынын атом кцтляляри бир-бириндя нисбятян аз фярглянир вя бунун да нятигясиндя изотопларын хассяляри бир-бириня о гядяр йахын олур ки, щяр шансы бир изотопун айрылыб топланмасы

щядян артыг чятин олур. Лакин  $^1\text{H}$  вь  $^2\text{H}$  изотопларынын атом кцтляси ики дяфя фяргли олдуьундан онларын хассяляри кяскин шякилдя фярглянир. Бу факта яса сланараг юз ямякдашлары иля бирликдя Америка физики Ш. К. Йури аьыр щидроэенин фаизля мигдарыны сцни цсулла артырмаьа ашаьыдакы кими наил олмушдур. Онлар 3 л мае щидроэени бир нечя мм ь. см. тязйигиндя зяиф сцрятля (ещмалъа) бухарландырмышлар. Йцнэцл щидроэенин сцряти аьыр щидроэеня нисбятян буюцк олдуьундан бухарланма давам етдикъя гарышыгда аьыр щидроэенин топланмасы баш вермялидир. Бухарланма йолу иля мае щидроэенин мигдарыны 3 л-дяна куб сантиметрин бир нечя щиссясиня гядяр чатдырараг онлар бу галан щиссяни газ бошалмасы борусуна кечирмиш вь онун спектринин фотосуну алмышлар. Бу заман онлар беля щесаб етмишляр ки, Ридберг сабитинин гиймятиндяки фяргин сайясиндя аьыр щидроэенин спектриндяки хятляр йцнэцл щидроэенин спектриндякиня нисбятян сцрцшмялидир. Онларын тярцбясиндя алынмыш фотошякилдя беля сцрцшмя шягигятян мцшащидя едилди.

Демяли, мцхтялиф изотопларын нцвяляринин кцтлясинин фяргли олмасы сайясиндя онларын щцаланма спектрляриндя хятляр бир-бириня нязрян сцрцшмцш олур. Спектрал хятлярин бу сцрцшмяси изотопик сцрцшмя адланьыр. Бу сцрцшмя чох да буюцк дейилдир. Мясялян, (55.21) ццстуруна яса сян

$$R_D - R_H = \frac{R_\infty}{(1 + m/M_D)} - \frac{R_\infty}{(1 + m/M_H)} \approx R_\infty \left(1 - \frac{m}{M_D}\right) - R_\infty \left(1 - \frac{m}{M_H}\right) = R_\infty \left(\frac{m}{M_H} - \frac{m}{M_D}\right) \approx R_\infty \cdot \frac{1}{2} \frac{m}{M_H}$$

йаза биялярик. Бурада  $M_D \approx 2M_H$ ,  $m \ll M_H$  олдуьу нязря алынмышдыр. Онда щцаланма тезликляринин фярги цццн

$$\Delta v \approx v \cdot \frac{1}{2} \frac{m}{M_H} \approx v \frac{1}{4000}$$

алыныр ки, бу да чох кичикдир. Лакин тезликлярин бу фяргини юлчмяк олар.

Изотопик сцрцшмянин гиймятиня яса сян изотопларын кцтлясини, хятлярин интенсивлийиня яса сян ися изотопларын концентрасийасыны мцяййян етмяк олар. Щцаланма хятляринин изотопик сцрцшмясиня яса сян маддянин изотоп тяркибинин бу методла анализиндян практикада эениш истифады олунур.

55.1 ъадвялиндя щидроэен вь дейтериумун щцаланма хятляриня уйьун далья узунлуглары верилмишдир. Бурада аьыр щидроэенин хятляри  $\lambda_D$ , йцнэцл щидроэенин хятляри ися  $\lambda_H$  иля ишаря едилмишдир (Гейд едяк ки, щидроэенин  $^2\text{H}$  изотопуну дейтериум адландырмыш вь онун кимйяви ишаряси  $D$  гябул едилмишдир. Сонралар мцяййян едилмишдир ки, щидроэенин  $^3\text{H}$  изотопу да вардыр. О, тритиум адландырылмыш вь  $T$  иля ишаря едилмишдир.). Ђадвялин сонунъу ики сцтунунда  $H$  вь  $D$  цццн Ридберг сабитинин гиймяти васитясила щесабланмыш вь тярцбядя юлчцлмцш далья узунлугларынын  $\Delta\lambda$  фярги эюстярилмишдир.  $\Delta\lambda$  кямиййятинин нязяри щесабланмыш вь тярцбядя юлчцлмцш гиймятляри чох йахшы уйьун эялир.

Дейтериум мцхтялиф бирляшмялярдя йцнэцл щидроэенин явязедиьиси кими

дейил, шям дя нцвя физикасындакы чох мцщцм тятбиглярина эюра буюцк мараг кясб едир. Бея ки, дейтериумун нцвяси, йяни дейтерон нцвяляри парчаламаг цццн тятбиг едилян ян ялверишли "мярмилярдян" биридир. Дейтериуму кяшф етдийиня эюра 1934-ъц илдя Щ. К. Йури кимйа цзря Нобел мцкафатына лайиг эюрцлмцщдир.

Гейд едяк ки, спектрал хятлярин изотопик сцрцшмяси изотопларын йалныз кцтляляринин дейил, шям дя изотопларын атомларынын нцвяляринин юлчцсцнцн фяргли олмасы иля ялагядардыр. Доьрудан да, квантланма проблеминя Шрединээр тянлийинин щялли ясасында бахсаг буну баша дцщмяк чятин дейилдир. Бея ки, мцхтялиф изотоплар цццн нцвянин дахилиндя Кулон вя нцвя гцввяляринин сащяси мцхтялиф олур. Бундан башга, щямин сащялярин тутдуьу областын юлчцляри дя мцхтялиф изотоплар цццн мцхтялифдир. Бу ися далья функцийаларынын вя онлара уйьун мяхсуси енержилярин бир гядяр фярглянмясиня сябяб олур. Спектрал хятлярин сцрцшмясиня нцвянин юлчцляринин тясири аьыр нцвялярдя даща эъьлцдир. Бея ки, аьыр нцвялярин юлчцляриндяки фяргин изотопик сцрцшмяйя тясири, онларын кцтляляриндяки фяргин эюстярдийи тясир иля ейни тяртибдя олур.

Инди ися Ридберг сабитиндян истифадя етмякля электронун хцсуси йцкцнцн ( $e/m$ ) тйининя бахаг. Бу мягсядя (49.21) дцстуруна ясаян щидроэен ( $H$ ) вя дейтериум ( $D$ ) цццн Ридберг сабитинин ифадясини йазаг. Щидроэен цццн  $R_H$  (55.20) дцстуру иля тйин олунур. Дейтериум цццн ися

$$R_D = \frac{R_\infty}{(1 + m/M_D)} \quad (55.25)$$

$M_H$  – щидроэен,  $M_D$  – дейтериум атомунун нцвясинин кцтлясидир. (55.20) вя (55.25) дцстурларына ясаян

$$\frac{R_D}{R_H} = \frac{1 + m/M_H}{1 + m/M_D}, \quad \frac{R_D - R_H}{R_H} = \frac{m}{M_H} \cdot \frac{M_D - M_H}{M_D + m} \quad (55.26)$$

йаза биярик. Бурадан

$$\frac{m}{M_H} = \frac{(R_D - R_H)(M_D + m)}{R_H(M_D - M_H)} \quad (55.27)$$

алыныр. Нцвялярин бу дцстура дахил олан  $M_H$  вя  $M_D$  кцтляляри щидроэен ( $H$ ) вя дейтериумун ( $D$ ) атом кцтляляри  $\mu_H$  вя  $\mu_D$  васитясиля ашаьыдакы кими ифадя олунур:

$$M_H = \frac{\mu_H}{N_A} - m, \quad M_D = \frac{\mu_D}{N_A} - m. \quad (55.28)$$

Бурада  $N_A$  – Авогадро яядидир (Е40).

#### Бядвял 55.1.

$\lambda_D$ (Å)	$\lambda_H$ (Å)	$\Delta\lambda_{\text{ццесаьл.}}$	$\Delta\lambda_{\text{тяьр.}}$
1215,664	1215,334	0,330	0,330
1025,718	1025,439	0,279	0,279
973,533	972,269	0,264	0,266



Мялумдур ки,  $F$  Фарадей сабити  $e$  элементар йцкцн  $N_A$  Авогадро ядыния шасилиня бярбардир (Е19):  $F=eN_A$ . Беляликля, (55.24) ифадясини нязря алмагла

$$\begin{aligned} \frac{e}{m} &= \frac{F}{N_A \cdot m} = \frac{FR_H(M_D - M_H)}{N_A(R_D - R_H)(M_D + m) \cdot M_H} = \\ &= \frac{FR_H(\mu_D - \mu_H)}{(R_D - R_H)\mu_D(\mu_H - mN_A)} \end{aligned} \quad (55.29)$$

йаза биярик.

(55.29) ифадясиндя  $mN_A$  шасилинин (електронун "атом кцтляси")

$$mN_A = 6,022 \cdot 10^{23} \cdot 9,108 \cdot 10^{-31} = 5,48 \cdot 10^{-7} \text{ кг/мол} \quad (55.30)$$

гиймятинин  $\mu_H$  вя  $\mu_D$  атом кцтляляриня нисбятян чох кичик олдуьуну нязря алсаг, кифайят гядяр буюцк дягигликля

$$\frac{e}{m} = F \cdot \frac{R_H}{R_D - R_H} \cdot \frac{\mu_D - \mu_H}{\mu_H \cdot \mu_D} \quad (55.31)$$

ифадясини йаза биярик. Щидроэен ( $H$ ) вя дейтериум ( $D$ ) спектрляриня ясасян  $R_H$  вя  $R_D$  сабитляринин тйин олунмуш дягиг гиймятлярини (55.31)-дя йазараг

$$\frac{e}{m} = 1,7589 \cdot 10^{11} \frac{Kl}{kq}$$

тапмышлар. Эюрцндйц кими, электронларын електрик вя магнит сащяляриндя мейлиня ясасян (Е24)  $e/m$  ццн тапылмыш ян дягиг гиймят спектроскопик цсулла тапылмыш гиймятя чох йахындыр. Щидроэенин изотоплары ццн  $R_H$  вя  $R_D$  Ридберг сабитлярини бияряк щям дя электронун  $m$  кцтлясини щесабламаг олар. Добрудан да (55.21) ццстуруна ясасян

$$R_H \left( 1 + \frac{m}{M_H} \right) = R_D \left( 1 + \frac{m}{M_D} \right) \quad (55.32)$$

йаза биярик. Бурада  $M_H$  вя  $M_D$  – щидроэен вя дейтериум атомларынын нщвяляринин (протон вя дейтонун) кцтлясидир.

(55.32) ццстурундан

$$m = \frac{M_H M_D (R_D - R_H)}{M_D R_H - M_H R_D} \quad (55.33)$$

алыныр.  $M_H$  вя  $M_D$  кямиййятляри кцтля спектрографлары васитясиля тйин олунур. Электронун кцтлясини аналожу йолла щидроэен атому вя  $\text{He}^+$  иону ццн Ридберг сабитляринин гиймятиня ясасян дя тапмаг олар. Электронун кцтлясинин Ридберг сабитлярини васитясиля йухарыда эюстярилян цсулла тйини илк дяфя В. И. Черныйев тяряфиндян щйята кечирилмиш вя алынан нятигьялар гянаятбяхш олмушдур.

Атомдахили просесляри характеризя етмяк ццн бязян атом ващидляри системиндя истифадя едилер. Атом ващидляри системиндя кцтля ващиди, йцк ващиди вя импульс моменти ващиди кими, уйьун олагаг, электронун кцтляси  $m$ , электронун йцкц  $e$  вя Планк сабити  $\hbar = \omega/2\pi$  эютцрцлцр. Бу, о демякдир ки,

дцстурларда атом ващидлярия кечмяк цццн формал олагаг  $m=e=\hbar=1$  вя  $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi}$  йазмаг лазымдыр. Онда щидроэен атомунда биринъи даиряви орбитин (Бор орбитинин) радиусу атом ващидляриндя (55.5) дцстуруна ясасян  $a_0=\hbar/me^2=1$  олар. Щидроэен атомунда вя щидроэенябянзяр ионда ихтийари орбитин атом ващидляриндя радиусу (55.4) дцстуруна уйъун олагаг

$$r_n = \frac{n^2}{Z} \quad (55.34)$$

кими, стационар щалларын енержиси ися

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{Z^2}{n^2} \quad (55.35)$$

кими тьяин олунур. Беяликля, атом ващидляри системиндя узунлуг ващиди олагаг  $0,529 \cdot 10^{-8}$  см, енержи ващиди олагаг ися щидроэен атомунун биринъи (ян дярин) стационар щалынын енержисинин мцтляг гиймятинин ики мисли ( $27,2$  eВ) уютцрцлцр. Електронун атомда щярякятини характеризя едян диэяр кямиййятляри дя атом ващидляри иля ифадя етмяк олар. (55.1) вя (55.4) дцстурларына ясасян щидроэенябянзяр атомда даиряви орбитдя електронун сцряти цццн *CGSE* системиндя

$$v = \frac{1}{n} \cdot \frac{e^2}{\hbar} \cdot Z, \quad (55.36)$$

атом ващидляриндя ися

$$v = \frac{Z}{n} \quad (55.37)$$

ифадясини алырыг. Бурадан эюрцнцр ки, щидроэен атомунда биринъи даиряви орбитдя електронун сцряти ( $2,186 \cdot 10^8$  см/с) атом ващидляриндя 1-я бярабярдир. Бу сцрятин ишыьын вакуумдакы сцрятиня нисбяти

$$\alpha = \frac{v_0}{c} = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137} \quad (55.38)$$

олар.  $\alpha=e^2/\hbar c=7,2969 \cdot 10^{-3} \approx 1/137$  кямиййяти физикада инъя гурулуш сабити адланыр. Беяликля, атом ващидляри системиндя сцрят ващиди олагаг ишыьын вакуумдакы сцрятинин тягрибян  $1/137$  щиссяси уютцрцлцр.

Нящайят, щидроэенябянзяр атомда даиряви орбит цзя фырланма периодуну тапаг:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi n^3 \hbar^3}{mZ^2 e^4} \quad (55.39)$$

вя йа атом ващидляри системиндя

$$T = \frac{2\pi n^3}{Z^2}. \quad (55.40)$$

(55.40) ифадясиндян эюрцнцр ки, атом ващидляри системиндя заман ващиди олагаг щидроэен атомунда биринъи даиряви орбитдя електронун фырланма периодунун ( $T_0=1,522 \cdot 10^{-16}$  сан)  $1/2\pi$  щиссяси уютцрцлцр. Бу заман мцддяти ися  $T_0/2\pi=2,42 \cdot 10^{-17}$

### Ё56. Пикеринг серийасы вь щидроэенябнзяр ионларын спектрляри

1897-ъи илдя астроном Пикеринг  $\xi$ Pupris улдузунун спектриндя Балмер серийасына чох охшайан спектрал серияа кяшф етди. Атом гурулушунун квант нязрийясинин парлаг гялябляриндян бири мящз Пикеринг серийасынын тарихи иля ялагядардыр. Спектрлярин мцшащидяси нятигясиндя мцяййян едилди ки, Пикеринг серийасынын хятлярини ики група буюмьяк олар: биринъи група хятташыры йерляшмиш вь Балмер серийасынын хятляри иля демяк олар ки, цст-цстя дцщян хятляр, икинъи група ися Балмер серийасында аналогу олмайан аралыг хятляр дахилдир. Ридберг эюстярди ки, Пикеринг серийасыны да (38.7) Балмер дцстуру иля ифадя етмяк олар, лакин бу щалда  $n$  яяди там вь йарым там гиймятляр алмалыдыр:

$$\tilde{\nu} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 5, 3, 3, 5, 4, \dots \quad (56.1)$$

Бу заман  $n$ -ин там гиймятляриня Балмер серийасынын хятляри иля демяк олар ки, цст-цстя дцщян хятляр, йарымтам гиймятляриня ися аралыг хятляр уйбун эялир. Ридберг беля щесаб едирди ки, Пикеринг серийасы да щидроэеня мяхсусдур. О, щидроэен цщн йарымтам квант яядляри иля характеристия олунан дизяр спектрал серийаларын да мювбуд олмасыны фярз едирди. Дюьрудан да Фаулер тьярфиндян

$$\tilde{\nu} = R \left[ \frac{1}{(3/2)^2} - \frac{1}{n^2} \right], \quad n = 2, 2, 5, 3, 3, 5, \dots \quad (56.2)$$

серийасы мцшащидя олунду вь бу серийанын да щидроэеня аид олдуьу эцман едилди.

Йер шьяраитиндя олан щидроэен цщн Пикеринг вь Фаулер серийаларыны алмаг цщн эюстярилян тьящдляр щеч бир мцсбят нятигя вермирди. Она эюря дя беля щесаб олунурду ки, Пикеринг вь Фаулер серийалары улдузларда шьяр шансы хцсуси щалда йерляшян щидроэеня аиддир. Нящайят, Пикеринг серийасыны лабораторийада мцшащидя етмяк мцмкцн олду. Мцяййян едилди ки, бу тьярцбнянин мцвяфягийятли олмасы цщн щидроэеня щюкмян щелиум гарышдырылмалыдыр. Бир-бириня зидд олан бу фактлар йыьымыны 1913-ъц илдя Бор айдынлашдырды. Бор эюстярди ки, Пикеринг серийасы щеч дя щидроэеня аид олмайыб  $\text{He}^+$  ( $\text{HeII}$ ) ионуна аиддир (Бирелектронлу атомлары, йяни щидроэенябнзяр атомлары спектроскопийада бязян  $\text{HI}$ ,  $\text{HeII}$ ,  $\text{LiIII}$ ,  $\text{BeIV}$ ,  $\text{BV}$ ,  $\text{CVI}$ ,  $\text{NVII}$ ,  $\text{OVIII}$ ,  $\text{FIX}$ ,... кими ишаря едирляр. Бурада Рум рягями ионлашма тьяртибиндян 1 гядяр буюцкдцр, мясялян,  $\text{LiIII}$  литимун икигат мцсбят ионуну эюстярир:  $\text{Li}^{2+}$ ). Дюьрудан да, (55.12) дцстуруна ясасын  $\tilde{\nu}$ ,  $Z^2$  иля мцтянасиб олдуьундан вь щелиум цщн  $Z=2$  олдуьундан  $\text{HeII}$  ионунун спектрал серийалары

$$\tilde{\nu} = 4R_{\text{He}} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (56.3)$$

дцстуру иля ифадя олунмалыдыр.  $m=4$  йазсаг (56.3) ифадяси

$$\tilde{\nu} = 4R_{He} \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 5, 6, 7, \dots \quad (56.4)$$

шяклия дцшяр, Лакин (56.4) дцстуруну

$$\tilde{\nu} = R_{He} \left[ \frac{1}{2^2} - \frac{1}{(n/2)^2} \right] \quad (56.5)$$

кими дя йазмаг олар ки, бурада да  $k = \frac{n}{2}$  ишаря етмякля

$$\tilde{\nu} = R_{He} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{k^2} \right), \quad k = 2, 5, 3, 3, 5, 4, \dots \quad (56.6)$$

ифадясини алырыг. Бу ися Пикеринг серийасы ццн (56.1) дцстурдур. Ейни гайда иля, (56.3) дцстуруна ясасян Фаулер серийасыны ифадя едян (56.2) дцстуруну да алмаг олар. Добрудан да, (56.3) дцстурунда  $m=3$  йазсаг

$$\tilde{\nu} = 4R_{He} \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 4, 5, 6, \dots \quad (56.7)$$

вя йа

$$\tilde{\nu} = R_{He} \left[ \frac{1}{(3/2)^2} - \frac{1}{(n/2)^2} \right]$$

вя йа  $k = \frac{n}{2}$  ишаря етсаяк

$$\tilde{\nu} = R_{He} \left[ \frac{1}{(3/2)^2} - \frac{1}{k^2} \right], \quad k = 2, 2, 5, 3, 3, 5, \dots \quad (56.8)$$

алырыг ки, бу да Фаулер серийасы ццн (56.2) дцстурдур. Демяли, HeII ионунун спектрал серийалары ццн цмумияшмиш дцстур (56.3) ифадясидир. Хцсуси шалда, бу дцстурдан  $m=3$ ,  $n=4, 5, 6, \dots$  олдугда Фаулер,  $m=4$ ,  $n=5, 6, 7, \dots$  олдугда ися Пикеринг серийасынын хятляри ццн далья яядяляри алыныр.

Щидроэен вя щелиум атомларынын нцвяляринин кцтляси  $M_H$  вя  $M_{He}$  бир-бириндян фяргли олдуьу ццн (55.21) дцстуруна ясасян  $R_{He}$  вя  $R_H$  Ридберг сабитляри дя бир-бириндян фярглянмялидир / (55.15) вя (55.24)-я бах/. Мящз буна эюря дя (56.6) дцстурунда  $k$ -нын там гиймятляри ццн Пикеринг серийасынын хятляри щидроэенин Балмер серийасынын хятлярина нязярян бир гядяр сцрщмщш олмалыдыр.

Мцшащидя олуан спектрал хятлярин далья узунлулары ццн Фаулерин тапдыьы дягиг тяьрцби гиймятляря ясасян Бор  $\frac{4R_{He}}{R_H}$  нисбяти ццн 4,0016

гиймятини алмышды. Бу ися (55.21) дцстуруна ясасян алынмыш нязяри гиймятя там уйьун эялир:

$$\frac{4R_{He}}{R_H} = \frac{4\left(1 + \frac{m}{M_H}\right)}{1 + \frac{m}{M_{He}}} \approx 4\left(1 + \frac{m}{M_H} - \frac{m}{M_{He}}\right) = 4,00163 \quad (56.9)$$

Pikering və Fauler seriyalarının He II ionuna məxsus olması sonralar təcrübədə təsdiq olundu. Belə ki, təmiz helium qazında boşalma zamanı həmin seriyalar alınır. Paşen göstərdi ki, Pikering seriyası heç bir hidrogen qarışığı olmayan təmiz heliumda alınır, lakin təmiz hidrogendə bu seriya alınmır. Bundan başqa Paşen təcrübədə müəyyən etdi ki,  $k$ -nın tam qiymətləri üçün Pikering seriyasının xətləri Balmer seriyasının xətlərinə nisbətən bənövşəyi oblasta doğru sürüşmüş olur. Bu isə (56.6) düsturuna tam uyğun gəlir. Xətlərin bu sürüşməsinə 56.1 cədvəlindən dərhal görmək olar. Bu cədvəldə He II ionunun spektrində Pikering seriyasının xətlərinin Paşen tərəfindən dəqiq ölçülmüş dalğa uzunluğu və hidrogen atomunun H I spektrində Balmer seriyasının xətlərinin dalğa uzunluğu göstərilmişdir.

He II ionundan sonra Li III ( $Z=3$ ) və Be IV ( $Z=4$ ) hidrogenəbənzər ionları gəlir ki, onlar üçün spektral seriyaların düsturu, uyğun olaraq,

$$\tilde{\nu} = 9R_{Li} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (56.10)$$

$$\tilde{\nu} = 16R_{Be} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (56.11)$$

kimi olmalıdır. Bu ionlar üçün Layman seriyasının ( $m=1$ ) ilk xətlərini spektrin uzaq ultrabənövşəyi hissəsində tapmaq mümkün olmuşdur.

Cədvəl 56.1.

$k$	He <sup>+</sup> (Å)	H (Å)
3	6560,1	6562,8 (H <sub>α</sub> )
3,5	5411,6	–
4	4859,3	4861,3 (H <sub>β</sub> )
4,5	4561,6	–
5	4338,7	4340,5 (H <sub>γ</sub> )
5,5	4199,9	–
6	4100,0	4110,7 (H <sub>δ</sub> )

Beləliklə, aydın olur ki, hidrogenəbənzər atomların spektral seriyaları üçün ümumi düstur

$$\tilde{\nu} = Z^2 R_Z \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (56.12)$$

kimi olmalıdır. Burada  $R_Z$  – (55.21) düsturu ilə təyin olunur. 56.1 şəklində Ridberq sabitinin nüvənin  $M$  kütləsindən asılı olaraq dəyişməsi qrafiki göstərilmişdir.

(56.12) düsturundan görünür ki, hidrogenəbənzər atomların spektrlərində xətlər hidrogen atomunun spektrindəki xətlərə nisbətən qısdaldığı (ultrabənövşəyi) oblasta doğru sürüşməlidir. (56.2) cədvəlində hidrogenəbənzər atomların

$$\tilde{\nu} = Z^2 R_Z \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (56.13)$$

baş seriyasının xətlərinin təcrübədə müşahidə olunan və  $R_Z$  sabitinin qiyməti müxtəlifdir. Məsələn, LiIII və BeIV üçün Ridberq sabitinin (55.21) düsturu ilə təyin olunmuş qiyməti ilə hesablanan dalğa uzunluqları verilmişdir. Yuxarıda qeyd olunduğu kimi, müxtəlif hidrogenəbənzər atomlar üçün  $R_{Li}=109728,6 \text{ sm}^{-1}$ ,  $R_{Be}=109730,5 \text{ sm}^{-1}$  olur. Göründüyü kimi,  $R_Z$  qiymətləri arasında fərq o qədər də böyük deyil və ona görə də  $R_Z \approx R_\infty$  hesab etmək olar. Onda 56.2 cədvəlində göstərilmiş xətlərin tezlikləri aşağıdakı düsturla təyin oluna bilər:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = c \tilde{\nu} = c R_\infty Z^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R Z^2. \quad (56.14)$$

Buradan

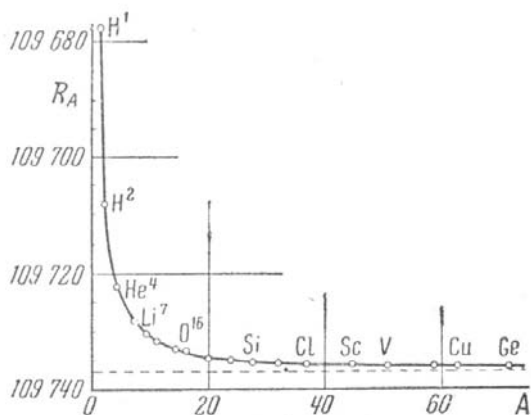
$$\sqrt{\frac{\nu}{R}} = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot Z \quad (56.15)$$

alınır. (56.15)-də  $R=c \cdot R_\infty$  işarə edilmişdir. Deməli, hidrogenəbənzər atomların spektrlərindəki xətlərin tezliyinin kvadrat kökü uyğun atomun  $Z$  sıra nömrəsi ilə düz mütənəsib olaraq artır. Bu, hidrogenəbənzər atomlar üçün Mozli qanunudur (E32).

Cədvəl 56.2.

Z	Atom və ya ion	$\lambda, \text{Å}$	
		Hesablanmış	Müşahidə olunmuş
1	HI	1215,67	1215,67
2	HeII	303,80	303,78
3	LiIII	135,01	135,02
4	BeIV	75,94	75,94
5	BV	48,58	48,58
6	CVI	33,74	33,74

Nəhayət, bir məsələni də qeyd edək ki, əks işarəli yükə malik olan iki hissəcikdən ibarət olan bütün mikroskopik sistemlər də hidrogenəbənzər sistemlər adlanır. Məsələn, müsbət yüklü nüvədən və mənfi yüklü mezondan ibarət olan mezoatomlar, elektron və pozitrondan ibarət olan pozitronium belə sistemlərdəndir. Birmezonlu mezoatomlardan başqa, iki və daha çox mezon daxil olan çoxmezonlu mezoatomların da mövcud olması prinsipcə mümkündür. Hidrogenəbənzər belə sistemlər hidrogen atomundan və



Шякил

hidrogenəbənzər ionlardan götürülmüş kütlənin qiymətinə görə fərqlənirlər. Onların enerji səviyyələri və spektrləri də hidrogen atomunun enerji səviyyələrinə və spektrinə oxşardır. Onlar yalnız enerji şkalasının və tezlik şkalasının miqyası ilə bir-birindən fərqlənir.

Dayanıqsız hissəciklərdən təşkil olunmuş hidrogenəbənzər sistemlər, yəni mezoatomlar və pozitronium üçün enerji səviyyələri və mümkün olan keçidlər (55.6) və (55.12) düsturları ilə təyin olunur. Bu düsturlara daxil olan Ridberq sabitində  $m$  kütləsi əvəzinə hidrogenəbənzər sistemin

$$m = \frac{M_1 \cdot M_2}{M_1 + M_2} \quad (56.16)$$

götürülmüş kütləsini yazmaq lazımdır. Burada  $M_1$  və  $M_2$  – hidrogenəbənzər sistemi təşkil edən hissəciklərin kütləsidir.

Mezoatomlar üçün  $M_1$  – mezonun,  $M_2$  isə nüvənin kütləsidir. Mezonun kütləsi elektronun kütləsindən bir neçə yüz dəfə çox olduğundan (məsələn,  $\mu$  – mezonun kütləsi elektronun kütləsindən 208 dəfə,  $\pi$  – mezonun kütləsi isə 276 dəfə çoxdur), enerjilərin və tezliklərin də miqyası bir neçə yüz dəfə artır. Nəticədə enerjilər fərqlərinin 1  $eV$  tərtibli qiyməti əvəzinə  $\sim 10^3 eV$  tərtibli qiymət alınır ki, buna da yumşaq rentgen şüaları oblastında baş verən keçidlər uyğun gəlir. Qeyd edək ki, belə keçidləri müşahidə edə bilməmişlər. Mezoatomların mövcudluğunun və onların spektrlərinin müşahidə olunmasının mümkünlüyü onunla əlaqədardır ki, mezonların yaşama müddəti spektral xətlərə uyğun rəqslərin perioduna nisbətən xeyli böyükdür.

Eyni  $m_{el}$  kütləsinə malik olan iki hissəcikdən ibarət olan pozitronium üçün (56.16) düsturu ilə hesablanan götürülmüş kütlə  $m = \frac{m_{el}}{2}$  olur və ona görə də enerji və tezliklərin miqyası iki dəfə azalır, yəni düsturlara  $R_\infty/2$  sabiti daxil olur. Məsələn, Layman seriyasının birinci xəttinə ( $k=1, n=2$ ) uyğun dalğa uzunluğu  $\lambda=2431 \text{ \AA}$  olmalıdır ( $Z=1$  götürmək lazımdır).

## Ə57. Bor-Zommerfeld nəzəriyyəsi

Əvvəlki paragraflarda Bor nəzəriyyəsinin doğruluğunu təsdiq edən və həm də bu nəzəriyyəyə əsasən izah oluna bilən çoxlu sayda hadisələri nəzərdən keçirdik. Məlum oldu ki, bu nəzəriyyə bir çox məsələləri müvəffəqiyyətlə həll etməyə imkan verir. Zommerfeld Bor nəzəriyyəsinə daha da inkişaf etdirdi. Belə ki, Bor nəzəriyyəsində elektronun yalnız dairəvi orbitlər üzrə hərəkət etdiyi fərz olunduğu halda (Ə55), Zommerfeld elliptik orbitlərin də mümkün olduğunu nəzərə almış və məsələni daha ümumi şəkildə həll etmişdir. Bunun üçün isə Ə54-də göstərilmiş kvantlanma qaydalarını təkmilləşdirmək lazım gəldi. Doğrudan da, elektron çevrə üzrə hərəkət etdiyi zaman sərbəstlik dərəcəsi bir olan sistem üçün kvantlanma şərtinə baxmaqla kifayətlənmək olar. Əgər elliptik orbitləri də nəzərə almaq istəsək, onda sərbəstlik dərəcəsi iki olan hal üçün kvantlanma şərtindən istifadə etməliyik. Çünki ellips üzrə hərəkət edən elektronun vəziyyəti iki parametrlə, yəni ellipsin fokusundan olan  $r$  məsafəsi və  $\varphi$  polyar bucağı (azimut) ilə təyin olunur (şəkil 57.1). Əgər orbitin fəzada yönəlməsini də nəzərə almaq istəsək, onda elektronun üç dənə sərbəstlik dərəcəsinin ( $r, \theta, \varphi$ ) hamısı nəzərə alınmalıdır.



Beləliklə, həll edilməsi vacib olan əsas məsələ, yəni sərbəstlik dərəcəsi çox olan sistemlər üçün kvantlanma qaydalarının (şərtlərinin) tapılması məsələsi qarşıya çıxır. Bu məsələni ilk dəfə Zommerfeld və ondan asılı olmayaraq Q. A. Vilson ən ümumi halda, yəni şərti-periodik adlanan sistemlər üçün həll etmişlər.

Şərti periodik sistemlərə misal olaraq anizotrop osilyatoru göstərmək olar. Fərz edək ki, kütləsi  $m$  olan hissəcik müstəvi üzərində elə hərəkət edir ki, bu hərəkətin bir-birinə perpendikulyar olan  $x$  və  $y$  koordinat oxları üzrə proyeksiyaları bir-birindən fərqli olan  $\omega_x$  və  $\omega_y$  tezlikləri ilə sadə harmonik rəqslər edir. Onda bu hissəciyin hərəkət tənlikləri

$$m\ddot{x} = -f_1x, m\ddot{y} = -f_2y \quad (57.1)$$

kimi olar. Burada hərfin üstündə nöqtə zamana görə törəməni göstərir. Məlum olduğu kimi, (57.1) tənliklərinin həlli

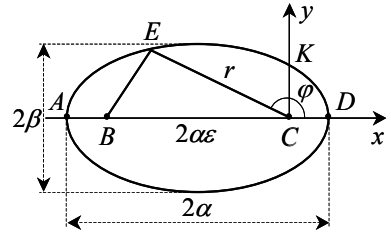
$$x = a_1 \cos(\omega_x t + \delta_1) \quad (57.2)$$

$$y = a_2 \cos(\omega_y t + \delta_2)$$

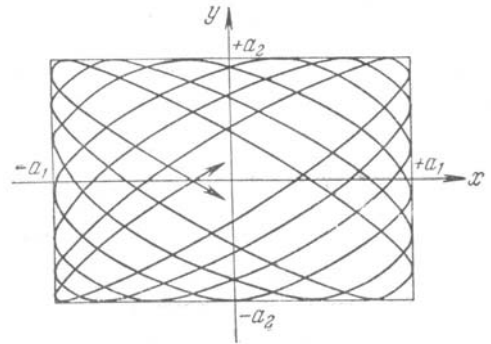
şəklindədir. Burada  $a_1$  və  $a_2$  – rəqslərin amplitudları,  $\delta_1$  və  $\delta_2$  – başlanğıc fazalar,  $f_1$  və  $f_2$  – kvazielastik qüvvə əmsalları,  $\omega_x$  və  $\omega_y$  isə dairəvi tezliklərdir:

$$\omega_x = \sqrt{f_1/m}, \quad \omega_y = \sqrt{f_2/m}. \quad (57.3)$$

Əgər  $f_1 = f_2$  olsaydı, dairəvi tezliklər də bir-birinə bərabər olardı ( $\omega_1 = \omega_2$ ) və bu, adi izotrop osilyator olardı. Lakin biz fərz edirik ki,  $f_1 \neq f_2$  və baxılan sistem anizotropdur. Belə osilyatorun ən ümumi hərəkəti  $\omega_x$  və  $\omega_y$  tezliklərinin qiymətləri eyni tərtibli (müqayisə oluna bilən) olmadığı hala uyğundur. Bu şərt ödəndikdə hissəcik çoxlu sayda həlqələrdən ibarət olan çox mürəkkəb bir əyri üzrə (Lissajü fiquru) hərəkət edir (şəkil 57.2). Bu əyrinin maraqlı xüsusiyyəti ondan ibarətdir ki, o, heç zaman qapanmır və  $a_1 a_2$  düzbucaqlısını bərabər sıxılıqla doldurur. Belə ki, hərəkət edən maddi nöqtə bu düzbucaqlının daxilində yerləşən istənilən nöqtəyə sonsuz yaxınlaşa bilər. Əksinə,  $\omega_x$  və  $\omega_y$  tezliklərinin qiymətləri bir-biri ilə eyni tərtibli olduqda sırf periodik hərəkət alınır. Məsələn,  $\omega_x = \omega_y$  olduqda hissəcik ya düz xətt boyunca rəqs edir, ya da çevrə və ya ellips üzrə hərəkət edir.  $\omega_x$  və  $\omega_y$  tezliklərinin nisbətinin hər hansı digər rəşional qiymətində isə ümumiyyətlə mürəkkəb, lakin hökmən qapalı trayektoriya alınır: müəyyən nöqtədən çıxaraq hərəkət edən hissəcik az və ya çox dərəcədə mürəkkəb olan əyri xətt üzrə hərəkət edərək həmin nöqtəyə qayıdır və hərəkət



Шякил



Шякил

yenidən təkrarlanır. Bütün bu hallarda tezliyin iki əsas qiymətini ( $\omega_x$  və  $\omega_y$ ) deyil, onlardan yalnız birini bilməklə kifayətlənmək olar. Çünki  $\omega_x/\omega_y$  nisbəti rəşional ədəd olduğundan bir tezliyi digəri ilə ifadə etmək olar. Beləliklə, aydın olur ki, sırf periodik hərəkət şərti periodik hərəkətin xüsusi halı və özü də özünəməxsus xüsusi halıdır. Belə ki, sırf periodik hərəkət zamanı iki sərbəstlik dərəcəsinə malik sistemi xarakterizə etməli olan iki xüsusi tezlik əvəzinə bir tezliklə kifayətlənmək olur və trayektoriya düzbucaqlının bütün sahəsini bərabər sıxlıqla doldurmur. Adətən deyirlər ki, sırf periodik hərəkət şərti periodik hərəkətin cırlaşmış halıdır.

Baxdığımız sadə halda şərti periodik hərəkət iki sadə harmonik rəqsə gətirilir. Ona görə də (54.9) kvantlanma qaydasını bu rəqslərin hər birinə tətbiq edərək tələb etmək olar ki,

$$\oint p_x dx = 2\pi n_x \hbar, \oint p_y dy = 2\pi n_y \hbar \quad (57.4)$$

şərtləri ödənməlidir. Burada  $n_x$  və  $n_y$  – tam qiymətlər alan kvant ədədləridir.

Deməli, ellips üzrə hərəkəti də nəzərə aldıqda mümkün olan bütün elliptik trayektoriyalar içərisindən atomun stasionar hallarına uyğun gələn ellipsləri seçmək üçün bir dənə (54.9) şərti kifayət deyildir.

Məlumdur ki, sərbəstlik dərəcəsi  $s$  olan sistem üçün elə  $q_1, q_2, \dots, q_s$  ümumiləşmiş koordinatlar tapmaq olar ki, bu koordinatlarda sistemin hərəkəti, baxdığımız anizotrop osilyatorada olduğu kimi,  $s$  dənə harmonik rəqsə "ayrıla" bilsin. Belə hallarda (54.9) kvantlanma şərtini hər bir sərbəstlik dərəcəsi üçün ayrılıqda yazmaq lazımdır.

Sərbəstlik dərəcəsi çox olan sistemlərin stasionar hallarının tabe olduğu kvantlanma şərtlərini ümumi şəkildə Zommerfeld aşağıdakı kimi müəyyən etmişdir. Əgər sərbəstlik dərəcəsi  $s$  olan sistem  $q_i$  ümumiləşmiş koordinatları və onlara uyğun olan

$$p_i = \frac{\partial W_k}{\partial q_i} \quad (57.5)$$

ümumiləşmiş impulsları ilə təsvir olunursa, onda bu sistemin, (54.9) ifadəsinə uyğun olaraq, yalnız

$$\oint p_i dq_i = n_i \hbar = 2\pi n_i \hbar, (i = 1, 2, \dots, s) \quad (57.6)$$

şərtini ödəyən halları stasionar hallar olacaqdır. Burada  $W_k$  – kinetik enerji,  $n_1, n_2, n_3, \dots, n_s$  – kvant ədədləridir və tam qiymətlər alır. (57.6) ifadələri Zommerfeldin kvant şərtləri adlanır. Qeyd edək ki,  $\oint p_i dq_i$  kəmiyyətlərinə çox zaman baxılan sistemin adiabatik invariantları da deyilir.

(57.6) kvant şərtlərində inteqrallama uyğun  $q_i$  dəyişəninin bütün qiymətləri oblastı üzrə aparılır.

Qeyd edək ki, (57.6) kvant şərtləri əsasında aparılan hesablamalar yalnız sadə atom sistemləri üçün təcrübə ilə uyğun gələn nəticələr verir. Daha mürəkkəb sistemlər üçün (57.6) kvant şərtləri özünü doğrultmur və sonra görəcəyimiz kimi, hesablamalar kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsasən aparılmalıdır. Məhz buna görə də atom fizikasına aid yazılmış dərs vəsaitlərinin əksəriyyətində Bor nəzəriyyəsinin Zommerfeld tərəfindən ümumiləşdirilməsi və təkmilləşdirilməsi şərh olunmur. Belə hesab edilir ki, kvant mexanikasının yaranması nəticəsində Bor-Zommerfeld nəzəriyyəsi öz əhəmiyyətini artıq itirmişdir. Lakin (57.6) şərtləri atom nəzəriyyəsinin inkişafında tarixən böyük rol oynamışdır və ona görə də biz bu şərtlərin hidrogenəbənzər atomlara (E46) tətbiqini

ətraflı şərh edəcəyik. Bu məqsədlə klassik mexanikadan məlum olan Laqranj və Hamilton metodlarından istifadə etmək əlverişlidir.

Fərz edək ki, hidrogenəbənzər atomda nüvənin kütləsi  $m_1$ , elektronun kütləsi isə  $m_2$ -dir. Bu iki hissəcikdən ibarət olan sistemin hərəkətini başlanğıcı  $O$  nöqtəsində olan koordinat sisteminə nəzərən öyrənək (şəkil 57.3). Bu sistemin Laqranj funksiyası

$$L = \frac{m_1 \dot{\vec{r}}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{\vec{r}}_2^2}{2} - U(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \quad (57.7)$$

kimi təyin olunur. Burada  $\vec{r}_1$  – nüvənin,  $\vec{r}_2$  – elektronun radius-vektoru,  $U(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$  – elektron ilə nüvə arasındakı Kulon qarşılıqlı təsirinin potensial enerjisidir. Göründüyü kimi, sistemin sərbəstlik dərəcəsi altıya bərabərdir. Bu sistemin hərəkətini onun kütlə mərkəzinin hərəkəti və kütlə mərkəzinə nisbətən hərəkət olmaqla iki yerə ayırmaq. Bu məqsədlə aşağıdakı qayda ilə yeni  $\vec{r}$  və  $\vec{R}$  dəyişənlərinə keçək:

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \quad (57.8)$$

$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

Burada  $\vec{r}$  – elektron ilə nüvə arasındakı məsafəyə uyğun vektor,  $\vec{R}$  – sistemin kütlə mərkəzinin radius-vektorudur. Asanlıqla göstərmək olar ki, kütlə mərkəzi hissəciklərin mərkəzlərini birləşdirən düz xətt üzərində olur və bu düz xətt parçasını kütlələrin nisbəti ilə tərs mütənəsib hissələrə bölür. Doğrudan da (57.8) düsturundan  $m_1(\vec{R} - \vec{r}_1) = m_2(\vec{r}_2 - \vec{R})$  alınır ki, bu da  $(\vec{R} - \vec{r}_1)$  və  $(\vec{r}_2 - \vec{R})$  vektorlarının bir-birinə paralel olması deməkdir. Bu vektorlar ümumi bir  $C$  nöqtəsinə malik olduğundan, hər üç  $m_1$ ,  $C$  və  $m_2$  nöqtələri bir düz xətt üzərində olar. Beləliklə, yuxarıdakı təklifin birinci hissəsi isbat olunur. İkinci

hissəsinin də isbatı  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{|\vec{R} - \vec{r}_1|}{|\vec{r}_2 - \vec{R}|}$  düsturundan dərhal görünür.

(57.8) tənliklərinin birgə həllindən

$$\vec{r}_1 = \vec{R} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{r}, \quad (57.9)$$

$$\vec{r}_2 = \vec{R} - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{r}$$

alınır. Bu ifadələrə əsasən  $\dot{\vec{r}}_1$  və  $\dot{\vec{r}}_2$  törəmələrini taparaq (57.70)-də yazaq:

$$L = \frac{M \dot{\vec{R}}^2}{2} + \frac{\mu \dot{\vec{r}}^2}{2} - U(r). \quad (57.10)$$

Burada  $M$  – sistemin tam kütləsi,  $\mu$  – gətirilmiş kütlədir.

$$M = m_1 + m_2, \quad (57.11)$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

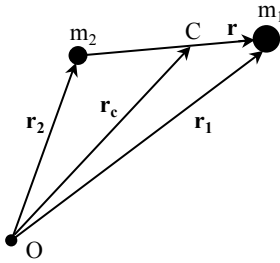
(57.10) ifadəsindən görünür ki, Laqranj funksiyası sistemin kütlə mərkəzinin  $\vec{R}$  radius-vektorundan asılı deyildir. Ona görə də  $\frac{\partial L}{\partial \vec{R}} = 0$  və

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{R}}} - \frac{\partial L}{\partial \vec{R}} = 0 \quad (57.12)$$

Laqranj tənliyindən

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{R}}} = 0, \frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{R}}} = M \dot{\vec{R}} = \text{const}, \dot{\vec{R}} = \text{const} \quad (57.13)$$

alırıq. Deməli, sistemin kütlə mərkəzinin sürəti qiymət və istiqamətcə sabitdir. Ona görə də  $O$  koordinat başlanğıcını (şəkil 57.3) hidrogenəbənzər atomun kütlə mərkəzində yerləşdirməklə, kütlə mərkəzinin hərəkətini aradan çıxarmaq əlverişlidir ( $\vec{R} = 0, \dot{\vec{R}} = 0$ ). Beləliklə, başlanğıcı kütlə mərkəzində yerləşmiş koordinat sisteminə nəzərən hərəkət edən hidrogenəbənzər atom üçün Laqranj funksiyası



Шякил 57.3.

$$L = \frac{\mu \dot{r}^2}{2} - U(r) \quad (57.14)$$

şəklinə düşür. Bu isə  $U(r)$  mərkəzi sahəsində hərəkət edən  $\mu$  kütləli hissəcik üçün Laqranj funksiyasıdır. Deməli, iki hissəciyin hərəkəti haqqında məsələ, kütləsi  $\mu$  gətirilmiş kütləyə bərabər olan bir dənə fiktiv hissəciyin mərkəzi sahədə hərəkəti məsələsinə gətirilir. Lakin elektronun  $m_2$  kütləsi nüvənin  $m_1$  kütləsindən çox kiçik olduğu üçün ( $m_2 \ll m_1$ )

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{1 + \frac{m_2}{m_1}} \approx m_2 = m \quad (57.15)$$

yaza bilərik. Bu isə o deməkdir ki, nüvənin kütləsini sonsuz böyük ( $m_2 \rightarrow \infty$ ) hesab etsək,  $\mu$  gətirilmiş kütlə elektronun  $m$  kütləsinə bərabər götürülə bilər. Yəni elə bil ki, nüvə sükunətdədir və elektron onun ətrafında hərəkət edir. Elektron ilə nüvə arasındakı elektrostatik qarşılıqlı təsirin potensial enerjisi isə (46.5) düsturu ilə təyin olunur.

Deməli, (57.14) Laqranj funksiyası aşağıdakı şəkllə düşür:

$$L = \frac{m \dot{r}^2}{2} - U(r). \quad (57.14a)$$

Beləliklə, məsələ sadələşərək elektronun sükunətdə olan nüvə ətrafında hərəkəti haqqında məsələyə gətirilir. Nüvənin hərəkətini nəzərə almaq üçün (57.14a) düsturunda elektronun  $m$  kütləsini  $\mu$  gətirilmiş kütlə ilə əvəz etmək lazımdır.

Atom sferik simmetriyaya malik sistem olduğundan bu məsələni həll etmək üçün sferik koordinat sistemindən istifadə etmək əlverişlidir. Bu koordinat sistemində (57.14a)

Laqranj funksiyası aşağıdakı ifadə ilə təyin olunur:

$$L = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta) - U(r). \quad (57.16)$$

Burada  $r, \theta, \varphi$  ( $0 \leq r < \infty$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $0 \leq \varphi < 2\pi$ ) – elektronun sferik koordinatlarıdır.

(57.16) ifadəsindən görünür ki, Laqranj funksiyası  $\varphi$  bucağından asılı deyildir, yəni  $\varphi$  – dairəvi koordinatdır. Ona görə də  $\frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0$  və

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0 \quad (57.17)$$

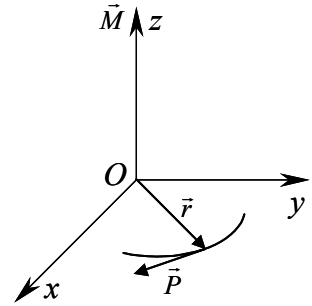
Laqranj tənliyindən alınır ki,  $p_\varphi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}$  ümumiləşmiş impulsu saxlanmalıdır:

$$p_\varphi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = mr^2 \dot{\varphi} \sin^2 \theta = const. \quad (57.18)$$

Digər tərəfdən məlumdur ki,  $p_\varphi = M_z$ . Burada  $M_z$  elektronun impuls momentinin  $Z$  oxu üzrə proyeksiyasıdır. Doğrudan da,

$$M_z = [\vec{r}\vec{p}]_z = mr^2 \dot{\varphi} \sin^2 \theta = p_\varphi = const. \quad (57.19)$$

Deməli, hidrogenəbənzər atomda hərəkət zamanı elektronun impuls momentinin  $M_z$  proyeksiyası saxlanır. Vektorial hasilin tərifinə görə  $\vec{M}$  vektoru  $\vec{r}$  və  $\vec{p}$  vektorlarına perpendikulyar olmalıdır. Əgər  $Z$  oxunu  $\vec{M}$  vektoru boyunca yönəltsek, onda  $|\vec{M}| = M_z = const$  olar, yəni impuls momenti qiymət və istiqamətə saxlanmış olar. Bu isə o deməkdir ki, hidrogenəbənzər atomda elektronun hərəkəti  $\vec{M}$  vektoruna perpendikulyar olan və  $\vec{r}$  və  $\vec{p}$  vektorlarının yerləşdiyi müstəvi üzərində baş verir (şəkil 57.4). Ona görə də bu hərəkəti təsvir etmək üçün  $r, \varphi$  polyar koordinatlardan istifadə etmək əlverişlidir.



Шякил

Biz indi isbat etməliyik ki, elektronun trayektoriyası ellips şəklindədir. Bunun üçün hər şeydən əvvəl polyar koordinatlarda ellipsin tənliyini taraq. Tərifə görə məlumdur ki, ellipsin üzərindəki istənilən nöqtədən fokuslara qədər olan məsafələrin cəmi sabit qalır:  $r+r'=const$ . (şəkil 57.1). Ellipsin fokusları arasındakı məsafənin onun böyük oxunun uzunluğuna olan nisbətində ellipsin eksentristeti deyilir:  $\varepsilon = \frac{BC}{AD}$ . 57.1 şəklindən görünür ki,  $r+r'=2\alpha=AD$ . Burada  $\alpha$  – ellipsin böyük yarımoxudur. Onda  $BC=\varepsilon AD=2\alpha\varepsilon$  yaza bilərik.

Kosinuslar teoreminə görə  $\Delta BEC$ -dən

$$r'^2 = r^2 + (2\alpha\varepsilon)^2 + 2r \cdot 2\alpha\varepsilon \cos \varphi$$

olar.  $r+r'=2\alpha$  olduğunu burada nəzərə alsaq

$$r(1+\varepsilon\cos\varphi)=\alpha(1-\varepsilon^2)$$

yaza bilərik. Burada

$$p=\alpha(1-\varepsilon^2) \quad (57.19)$$

işarə edərək

$$\frac{p}{r}=1+\varepsilon\cos\varphi \quad (57.20)$$

alırıq ki, bu da  $(r,\varphi)$  polyar koordinatlarda ellipsin tənliyidir. (57.20) ifadəsində  $P$  – ellipsin parametri adlanır.

İndi isə göstərək ki, hidrogenəbənzər atomda elektronun trayektoriyası ellipsin (57.20) tənliyi ilə ifadə olunur. Bu məqsədlə Zommerfeldin (57.6) kvant şərtlərindən istifadə edəcəyik. Hidrogenəbənzər atom üçün bu şərtlər aşağıdakı kimi yazılır:

$$\oint p_\varphi d\varphi = n_\varphi h = 2\pi m_\varphi \hbar, \quad (57.21)$$

$$\oint p_r dr = n_r h = 2\pi n_r \hbar, \quad (57.22)$$

$$\oint p_\theta d\theta = n_\theta h = 2\pi n_\theta \hbar. \quad (57.23)$$

Burada  $n_\varphi, n_r, n_\theta$  – tam qiymətlər alan kvant ədədləridir.

Əvvəlcə (57.21) kvant şərtinə baxaq. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, baxılan hərəkət zamanı  $p_\varphi$  ümumiləşmiş impulsu saxlanılır, yəni  $p_\varphi = \text{const}$ . Ona görə də (57.21) düsturundan

$$\oint p_\varphi d\varphi = p_\varphi \oint d\varphi = p_\varphi \cdot 2\pi = n_\varphi h$$

və ya

$$p_\varphi = n_\varphi \hbar \quad (57.24)$$

alınır. Deməli, elektronun  $p_\varphi$  ümumiləşmiş impulsu kəsilməz deyil,  $\hbar$  Plank sabitinin tam misllərinə bərabər olan diskret qiymətlər almalı, yəni kvantlanmalıdır. Qeyd edək ki, hidrogenəbənzər atomda elektron üçün  $p_\varphi = 0$  olduqda elektron nüvənin üzərinə düşər və atom öz mövcudluğunu itirərdi. Doğrudan da,  $p_\varphi = mr^2\dot{\varphi} = 0$  olsa,  $\varphi = \text{const}$  alınır ki, bu da elektronun radius-vektor boyunca düzxətli hərəkətinə uyğundur və bu halda elektrona yalnız nüvənin Kulon cazibə qüvvəsi təsir edir. Deməli, elektronun nüvənin üzərinə düşməməsi üçün, o, nüvənin ətrafında qapalı əyrixətli trayektoriya üzrə hərəkət etməlidir, yəni  $p_\varphi \neq 0$  olmalıdır. Belə hərəkət zamanı elektrona nüvənin cazibə qüvvəsinin əksi istiqamətində yönəlmiş mərkəzdənqaçma qüvvəsi təsir edir. Bu mülahizələrdən aydın olur ki,  $n_\varphi$  azimutal kvant ədədi sıfıra bərabər qiymət ala bilməz ( $n_\varphi = 0$ ) və  $n_\varphi = 1, 2, 3, \dots$  tam qiymətlər almalıdır.

Baxılan halda elektronun hərəkəti mərkəzi sahədə baş verdiyi üçün onun tam enerjisi saxlanılır. Bu halda tam enerji Hamilton funksiyasına bərabərdir.  $(r,\varphi)$  polyar koordinatlarda hidrogenəbənzər atomda elektronun Hamilton funksiyası aşağıdakı ifadə ilə təyin olunur:

$$H = E = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{p_\varphi^2}{2mr^2} - \frac{Ze^2}{r}. \quad (57.25)$$

Burada Ę46-dan fərqli olaraq potensial enerjinin ifadəsində  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  vuruğunu sadəlik naminə yazmadıq.

(57.24)-ü nəzərə almaqla (57.25)-dən

$$p_r = \sqrt{2mE - \frac{n_\varphi^2 \hbar^2}{r^2} + \frac{2mZe^2}{r}} \quad (57.26)$$

yaza bilərik. Digər tərəfdən

$$p_\varphi = mr^2 \dot{\varphi} = mr^2 \frac{d\varphi}{dt} = n_\varphi \hbar,$$

$$d\varphi = \frac{n_\varphi \hbar}{mr^2} dt,$$

$$p_r = m\dot{r} = m \frac{dr}{dt},$$

$$dt = \frac{m dr}{p_r}$$

ifadələrinə əsasən

$$d\varphi = \frac{n_\varphi \hbar}{mr^2} \frac{m dr}{p_r} = \frac{n_\varphi \hbar}{r^2} \frac{dr}{p_r} \quad (57.27)$$

yaza bilərik. Bu ifadəni inteqrallasaq və (57.26)-nı nəzərə alsaq

$$\varphi = \int \frac{n_\varphi \hbar}{r^2} \frac{dr}{p_r} + \varphi_0 = \int \frac{\frac{n_\varphi \hbar}{r^2} dr}{\sqrt{2mE - \frac{n_\varphi^2 \hbar^2}{r^2} + \frac{2mZe^2}{r}}} + \varphi_0 \quad (57.28)$$

olar. Burada  $\varphi_0$  – inteqrallama sabitidir və ümumiliyi pozmadan  $\varphi$ -nin hesablanması başlanğıcını elə seçə bilərik ki,  $\varphi_0=0$  olsun.

(57.28) düsturunda kökaltı ifadəni aşağıdakı kimi çevirək:

$$2mE - \frac{n_\varphi^2 \hbar^2}{r^2} + \frac{2mZe^2}{r} = 2mE - \left( \frac{n_\varphi \hbar}{r} - \frac{mZe^2}{n_\varphi \hbar} \right)^2 + \frac{m^2 Z^2 e^4}{n_\varphi^2 \hbar^2} = a^2 - x^2 \quad (57.29)$$

Burada

$$a = \sqrt{2mE + \frac{m^2 Z^2 e^4}{n_\varphi^2 \hbar^2}}, \quad (57.30)$$

$$x = \frac{n_\varphi \hbar}{r} - \frac{mZe^2}{n_\varphi \hbar} \quad (57.31)$$

işarə edilmişdir. (57.31)-ə əsasən

$$dx = -\frac{n_\varphi \hbar}{r^2} dr, dr = -\frac{r^2}{n_\varphi \hbar} dx \quad (57.32)$$

yaza bilərik.

(57.29) və (57.32)-ni (57.28)-də yazmaqla

$$\varphi = -\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arccos \frac{x}{a} \quad (57.33)$$

alırıq.  $a$  və  $x$  üçün (57.30) və (57.31) ifadələrini (57.33)-də yazaraq və  $\frac{mZe^2}{n_\varphi \hbar}$

kəmiyyətinə ixtisar edərək

$$\varphi = \arccos \frac{\frac{n_\varphi \hbar}{r} \cdot \frac{n_\varphi \hbar}{mZe^2} - 1}{\sqrt{1 + \frac{2mE \cdot n_\varphi^2 \hbar^2}{m^2 Z^2 e^4}}} \quad (57.34)$$

alırıq. Burada

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2mE \cdot n_\varphi^2 \hbar^2}{mZ^2 e^4}}, \quad (57.35)$$

$$P = \frac{n_\varphi^2 \hbar^2}{mZe^2} \quad (57.36)$$

işarə etsək

$$\varphi = \arccos \frac{\frac{P}{r} - 1}{\varepsilon} \quad (57.37)$$

olar. Buradan isə

$$\frac{\frac{P}{r} - 1}{\varepsilon} = \cos \varphi, \frac{P}{r} - 1 = \varepsilon \cos \varphi$$

və ya

$$\frac{P}{r} = 1 + \varepsilon \cos \varphi \quad (57.38)$$

alırıq ki, bu da polyar koordinatlarda ellipsin (57.20) tənliyi ilə üst-üstə düşür. Beləliklə, hidrogenəbənzər atomda elektronun hərəkət trayektoriyası ellipsdir və bu ellipsin parametrləri  $\varepsilon$  və  $P$  (57.35) və (57.36) ifadələrinə əsasən elektronun  $e$  yükündən,  $m$  kütləsindən və  $E$  enerjisindən asılıdır.

(57.38) ifadəsinə əsasən elektronun nüvədən olan (nüvə ellipsin fokuslarından birində yerləşir) ən kiçik və ən böyük məsafəsini tapmaq olar. Bu məqsədlə (57.38)-i

$$r = \frac{P}{1 + \varepsilon \cos \varphi} \quad (57.39)$$



kimi yazaq. Buradan görünür ki,  $\varphi=0$  olduqda  $r_{\min} = \frac{p}{1+\varepsilon}$ ,  $\varphi=\pi$  olduqda isə  $r_{\max} = \frac{p}{1-\varepsilon}$  olur.  $r_{\min}+r_{\max}=2\alpha$  olduğundan  $2\alpha = \frac{p}{1+\varepsilon} + \frac{p}{1-\varepsilon} = \frac{2p}{1-\varepsilon^2}$  və ya ellipsin böyük yarımoxu üçün

$$\alpha = \frac{p}{1-\varepsilon^2} \quad (57.40)$$

ifadəsini tapırıq.

İndi isə ellipsin kiçik yarımoxunu ( $\beta$ ) tapaq. 57.1 şəklindən görünür ki,  $r=r'=\alpha$  nöqtəsi üçün  $r^2=\beta^2+(\alpha\varepsilon)^2$  və buradan da

$$\beta = \alpha\sqrt{1-\varepsilon^2} \quad (57.41)$$

olur.

Elektronun enerjisi tapmaq üçün (57.22) kvant şərtinə baxaq. Burada inteqrallama  $r$ -in bütün dəyişmə oblastı üzrə, yəni perihelidə  $r_{\min}$  qiymətindən afelidə  $r_{\max}$  qiymətinə qədər və əksinə, periheliyə qayıtdıqda  $r_{\max}$  qiymətindən  $r_{\min}$ -a qədər aparılmalıdır. Ona görə də (57.22) ifadəsini

$$\oint p_r dr = 2 \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} p_r dr = n_r h \quad (57.42)$$

kimi yaza bilərik. (57.26)-nı (57.42)-də yazaq və

$$a=2mE, b=2mZe^2, c=-n_\varphi^2 \hbar^2 \quad (57.43)$$

işarə edək. Onda

$$\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} p_r dr = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{\sqrt{ar^2 + br + c}}{r} dr \quad (57.44)$$

olur.

Sonuncu inteqralı hesablamaq üçün  $X=ax^2+bx+c$  işarə edərək riyaziyyatdan məlum olan aşağıdakı ifadələrdən istifadə edəcəyik:

$$\int \frac{X^{1/2} dx}{x} = X^{1/2} + \frac{b}{2} \int \frac{dx}{X^{1/2}} + c \int \frac{dx}{x \cdot X^{1/2}}, \quad (57.45)$$

$$\int \frac{dx}{X^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{-a}} \arcsin \frac{-2ax-b}{\sqrt{b^2-4ac}}; \quad (57.46)$$

$$a < 0, b^2 > 4ac, |2ax+b| < \sqrt{b^2-4ac}$$

$$\int \frac{dx}{x \cdot X^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{-c}} \arcsin \frac{bx+2c}{|x|\sqrt{b^2-4ac}}; c < 0, b^2-4ac > 0. \quad (57.47)$$

(57.45)-(57.47) ifadələrini (57.44)-də nəzərə alsaq

$$\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} p_r dr = \left\{ \sqrt{ar^2 + br + c} + \frac{b}{2\sqrt{-a}} \arcsin \frac{-2ar - b}{\sqrt{b^2 - 4ac}} + \sqrt{-c} \arcsin \frac{br + 2c}{r\sqrt{b^2 - 4ac}} \right\} \Big|_{r_{\min}}^{r_{\max}} \quad (57.48)$$

olar.  $p_r = m\dot{r} = 0$  şərti trayektoriyanın "dönüş nöqtəsini" təyin edir. Belə ki, həmin nöqtədə  $r(t)$  funksiyası artmaqdan azalmaya keçir və ya əksinə. Başqa sözlə,  $\dot{r} = 0$  şərti  $r=r_{\max}$  və ya  $r=r_{\min}$  olduğunu göstərdiyi üçün

$$p_r = \sqrt{2mE + \frac{2mZe^2}{r} - \frac{n_\phi^2 \hbar^2}{r^2}} \Big|_{r_{\min}}^{r_{\max}} = 0 \quad (57.49)$$

olmalıdır. (57.26) ifadəsində  $r_{\min} = \frac{p}{1+\varepsilon}$  və  $r_{\max} = \frac{p}{1-\varepsilon}$  yazmaqla da  $p_r$  ümumiləşmiş impulsu üçün (57.49) şərtini bilavasitə göstərmək olar. Onda (57.26), (57.43) və (57.44) ifadələrinə əsasən

$$\sqrt{ar^2 + br + c} \Big|_{r_{\min}}^{r_{\max}} = r \sqrt{2mE + \frac{2mZe^2}{r} - \frac{n_\phi^2 \hbar^2}{r^2}} \Big|_{r_{\min}}^{r_{\max}} = 0 \quad (57.50)$$

yaza bilərik. Deməli, (57.48) ifadəsində birinci hədd sıfıra bərabər olur. Bu ifadədə digər iki həddi hesablamaq üçün nəzərə almaq lazımdır ki,  $r_{\min}$  və  $r_{\max}$  kəmiyyətləri  $ar^2 + br + c = 0$  tənliyinin kökləridir:

$$r_{\pm} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, r_{\max} = r_+, r_{\min} = r_- . \quad (57.51)$$

(57.51)-i nəzərə almaqla aşağıdakı çevrilmələri aparaq:

$$\frac{-2ar - b}{\sqrt{b^2 - 4ac}} = \frac{1}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \left[ -2a \cdot \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} - b \right] = \mp 1 \quad (57.52)$$

$$\begin{aligned} \frac{br + 2c}{r\sqrt{b^2 - 4ac}} &= \frac{1}{\sqrt{b^2 - 4ac}} + \frac{2c}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \cdot \frac{1}{r} = \frac{b}{\sqrt{b^2 - 4ac}} + \frac{2c}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \cdot \frac{2a}{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}} = \\ &= \frac{b}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \left[ 1 + \frac{4ac}{b(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})} \right] = \frac{b}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \left[ 1 + \frac{4ac(-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac})}{b(b^2 - b^2 + 4ac)} \right] = \\ &= \frac{b}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \left( 1 - 1 \mp \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{b} \right) = \mp 1 \end{aligned} \quad (57.53)$$

(57.50), (57.52) və (57.53) ifadələrini (57.48)-də nəzərə alsaq

$$\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} p_r dr = \left( \frac{b}{2\sqrt{-a}} + \sqrt{-c} \right) [\arcsin(-1) - \arcsin 1] =$$

$$= \left( \frac{b}{2\sqrt{-a}} + \sqrt{-c} \right) \cdot \left( -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right) = -\pi \left( \frac{b}{2\sqrt{-a}} + \sqrt{-c} \right) \quad (57.54)$$

olar.

(57.43) və (54.22) ifadələrini (57.54)-də nəzərə alsaq

$$\oint p_r dr = 2 \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} p_r dr = -2\pi \left( \frac{mZe^2}{\sqrt{-2mE}} + n_\varphi \hbar \right) = n_r h \quad (57.55)$$

olar. Buradan isə

$$-\frac{mZe^2}{\sqrt{-2mE}} = (n_\varphi + n_r) \hbar$$

və ya

$$E_n = -\frac{mZ^2 e^4}{2\hbar^2 n^2}, \quad (E_n = -\frac{mZ^2 e^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2 n^2}) \quad (57.56)$$

alınır. Burada

$$n = n_\varphi + n_r \quad (57.58)$$

işarə edilmişdir. Azimutal  $n_\varphi$  və radial  $n_r$  kvant ədədlərinin cəminə bərabər olan  $n$  – baş kvant ədədi adlanır.

(57.56)-nı (57.35)-də nəzərə alsaq ellipsin eksentristeti üçün

$$1 - \varepsilon^2 = \frac{n_\varphi^2}{n^2} \quad (57.58)$$

ifadəsini yazı bilərik.

Yuxarıda qeyd olunduğu kimi,  $n_\varphi$  kvant ədədi  $n_\varphi=0$  qiyməti ala bilməz. Ona görə də (57.57) ifadəsindən görünür ki,  $n$  baş kvant ədədinin verilmiş qiymətində  $n_\varphi$  və  $n_r$  kvant ədədləri aşağıdakı qiymətləri ala bilər:

$$n_\varphi = 1, 2, 3, \dots, n; \quad n_r = n-1, n-2, n-3, \dots, 0 \quad (57.59)$$

Deməli, (57.21) kvant şərti elliptik orbitlər üzrə hərəkət edən elektronun impuls momenti, (57.22) kvant şərti isə bu ellipslərin eksentristeti üçün müəyyən məhdudiyət qoyur. (57.24), (57.56) və (57.58) şərtləri elliptik orbitlərin enerjisini və digər xarakteristikalarını təyin etməyə imkan verir.

Polyar koordinatlarda elektronun kinetik enerjisi aşağıdakı düsturla təyin olunur:

$$W_\kappa = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2) = \frac{1}{2m} \left( p_r^2 + \frac{p_\varphi^2}{r^2} \right) \quad (57.60)$$

digər tərəfdən

$$p_r = m\dot{r} = m \frac{dr}{dt} = m \frac{dr}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = m\dot{\varphi} \frac{dr}{d\varphi} = \frac{p_\varphi}{r^2} \frac{dr}{d\varphi} \quad (57.61)$$

olduğunu (57.60)-da nəzərə alsaq

$$W_{\kappa} = \frac{p_{\varphi}^2}{2mr^2} \left[ \frac{1}{r^2} \left( \frac{dr}{d\varphi} \right)^2 + 1 \right] \quad (57.62)$$

yaza bilərik.

(57.19) və (57.20) ifadələrinə əsasən ellipsin polyar koordinatlarda tənliyini aşağıdakı kimi yazaq:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1 + \varepsilon \cos \varphi}{1 - \varepsilon^2} \quad (57.63)$$

(57.63) tənliyinin natural loqarifmini tapaq və alınan ifadəni  $\varphi$  üzrə diferensiallayaraq:

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{d\varphi} = \frac{\varepsilon \sin \varphi}{1 + \varepsilon \cos \varphi} \quad (57.64)$$

(57.63) və (57.64) ifadələrindən (57.62)-də istifadə etməklə kinetik enerji üçün aşağıdakı ifadəni yazmaq olar:

$$W_{\kappa} = \frac{p_{\varphi}^2}{m\alpha^2(1-\varepsilon^2)^2} \left( \frac{1+\varepsilon^2}{2} + \varepsilon \cos \varphi \right). \quad (57.65)$$

(57.63) ifadəsini nəzərə alaraq isə elektronun potensial enerjisi üçün aşağıdakı düsturu yazmaq olar:

$$W_p = -\frac{Ze^2}{r} = -\frac{Ze^2}{\alpha} \cdot \frac{1 + \varepsilon \cos \varphi}{1 - \varepsilon^2}. \quad (57.66)$$

(57.65) və (57.66) düsturlarına əsasən elektronun tam enerjisi üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$W = W_{\kappa} + W_p = \frac{p_{\varphi}^2}{m\alpha^2(1-\varepsilon^2)^2} \cdot \frac{1+\varepsilon^2}{2} - \frac{Ze^2}{\alpha(1-\varepsilon^2)} + \left[ \frac{p_{\varphi}^2}{m\alpha^2(1-\varepsilon^2)^2} - \frac{Ze^2}{\alpha(1-\varepsilon^2)} \right] \cdot \varepsilon \cos \varphi. \quad (57.67)$$

Tam enerji saxlandığı üçün onun qiyməti zamandan və deməli,  $\varphi$  bucağından asılı olmayan sabit ədəd olmalıdır. Bu isə o deməkdir ki, (57.67) ifadəsində  $\cos \varphi$ -nin əmsalı sıfıra bərabər olmalıdır:

$$\frac{p_{\varphi}^2}{m\alpha^2(1-\varepsilon^2)^2} - \frac{Ze^2}{\alpha(1-\varepsilon^2)} = 0. \quad (57.68)$$

Buradan ellipsin böyük yarımoxu üçün

$$\alpha = \frac{p_{\varphi}^2}{mZe^2(1-\varepsilon^2)} \quad (57.69)$$

ifadəsini tapırıq. (57.68) və (57.69) ifadələrinə əsasən tam enerji üçün (57.67) düsturu aşağıdakı şəkllə düşür:

$$E = \frac{Ze^2}{\alpha(1-\varepsilon^2)} \left( \frac{1+\varepsilon^2}{2} - 1 \right) \quad (57.70)$$

və ya

$$E = -\frac{Ze^2}{2\alpha}, \quad (E = -\frac{Ze^2}{8\pi\varepsilon_0\alpha}). \quad (57.71)$$

Beləliklə, ellips üzrə hərəkət zamanı elektronun tam enerjisi ellipsin yalnız böyük yarımoxundan asılıdır və özü də bu, çevrə üzrə hərəkət zamanı çevrənin radiusundan asılılığa oxşayır (E46).

(57.56) ifadəsindən görünür ki, (57.21) və (57.22) kimi iki kvant şərtinin tətbiq edilməsinə baxmayaraq son nəticə dairəvi orbitlər üçün alınmış (55.6) düsturundan heç nə ilə fərqlənmir. Belə ki, enerji yenə də bir dənə  $n$  kvant ədəmindən asılı olur. Lakin bu halda baş kvant ədədi adlanan  $n$  iki dənə  $n_\varphi$  və  $n_r$  kvant ədədlərinin cəminə bərabərdir. Belə nəticənin alınması onunla əlaqədardır ki, elektronun ellips üzrə hərəkəti şərti periodik hərəkətin cırlaşmış halıdır. Doğrudan da, müstəvi üzərində cırlaşmış şərti periodik hərəkət qapanmayan Lissaju fiquru üzrə baş verdiyi halda, ellips üzrə hərəkət sırf periodik hərəkət olur. Göstərmək olar ki, (57.56) düsturu ilə ifadə olunan nəticə  $n$  baş kvant ədədinin hər bir qiyməti üçün bir-birinin üzərinə düşən  $n$  dənə enerji səviyyəsinin olduğunu göstərir. Buna inanmaq üçün göstərək ki, hər bir  $n$  qiymətinə böyük yarımoxu eyni olan  $n$  sayda orbit uyğun gəlir. Doğrudan da (57.35), (57.36) və (57.56)-nı (57.40)-da yazaraq ellipsin böyük yarımoxu üçün

$$\alpha = -\frac{Ze^2}{2E} = n^2 \cdot \frac{\hbar^2}{mZe^2} = n^2 \frac{a_0}{Z} \quad (57.72)$$

ifadəsini alırıq. Burada  $a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$  kəmiyyəti (55.5) düsturu ilə təyin olunan birinci Bor orbitinin radiusudur.

Qeyd edək ki, (57.72) ifadəsini (57.56) və (57.71) və ya (57.24), (57.58) və (57.69) düsturlarından istifadə etməklə də tapmaq olar.

Beləliklə, orbitin böyük yarımoxunun qiyməti  $n$  baş kvant ədədinin kvadratı ilə düz mütənasibdir.

Ellipsin kiçik yarımoxunu hesablamaq üçün isə (57.35), (57.56) və (57.72)-ni (57.41)-də nəzərə almaq lazımdır. Onda

$$\beta = n^2 \frac{\hbar^2}{mZe^2} \cdot \frac{n_\varphi}{n} = nn_\varphi \frac{a_0}{Z} \quad (57.73)$$

alınır. Qeyd edək ki, (57.72) və (57.58)-dən istifadə edərək (57.73)-ü dərhal yazmaq olar.

Hidrogen atomu üçün  $Z=1$  olduğundan (57.72) və (57.73) ifadələri aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\alpha = n^2 a_0, \quad (57.72a)$$

$$\beta = nn_\varphi a_0. \quad (57.73a)$$

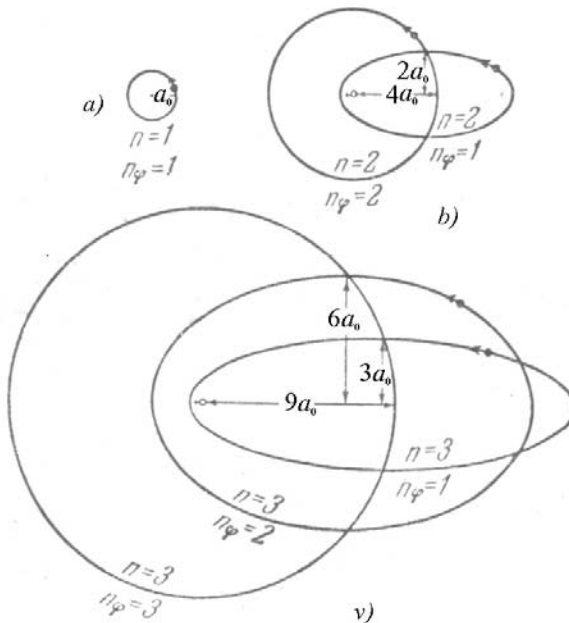
(57.72) və (57.73) ifadələrinin müqayisəsindən görünür ki, hidrogenəbənzər atomda elektronun orbitinin böyük yarımoxu yalnız  $n$  baş kvant ədədinin kvadratından asılı

olduğu halda, kiçik yarımox  $n$  baş və  $n_\varphi$  azimutal kvant ədədlərinin hasilindən asılıdır.  $n=n_\varphi$  olduqda  $\alpha=\beta$  olur və orbit çevrədir.  $n_\varphi=0$  olduqda  $b=0$  və elliptik orbit düzxətli trayektoriyaya çevrilir və elektron bu düz xətt üzrə rəqsvari hərəkət etməlidir. Bor nəzəriyyəsinə görə belə trayektoriya ola bilməz. Çünki belə trayektoriya üzrə hərəkət edən elektron nüvənin üzərinə düşməlidir. Ona görə də yuxarıda qeyd edildiyi kimi,  $n_\varphi=1,2,3,\dots$  sıfırdan fərqli tam qiymətlərini alır.

Beləliklə, (57.59) şərtindən görüldüyü kimi,  $n$  baş kvant ədədinin hər bir qiymətinə və deməli, hər bir böyük yarımoxa bir-birindən eksentristetlə fərqlənən uzunsov ellipsdən çevrəyə qədər  $n$  sayda müxtəlif orbit uyğun gəlir. Məsələn,

- |    |        |                       |                               |          |
|----|--------|-----------------------|-------------------------------|----------|
| 1. | $n=1;$ | $n_\varphi=1, n_r=0;$ | $\alpha=\beta=a_0/Z$          | – çevrə  |
| 2. | $n=2;$ | $n_\varphi=1, n_r=1;$ | $\alpha=4a_0/Z, \beta=2a_0/Z$ | – ellips |
|    |        | $n_\varphi=2, n_r=0;$ | $\alpha=\beta=4a_0/Z$         | – çevrə  |
| 3. | $n=3;$ | $n_\varphi=1, n_r=2;$ | $\alpha=9a_0/Z, \beta=3a_0/Z$ | – ellips |
|    |        | $n_\varphi=2, n_r=1;$ | $\alpha=9a_0/Z, \beta=6a_0/Z$ | – ellips |
|    |        | $n_\varphi=3, n_r=0;$ | $\alpha=\beta=9a_0/Z$         | – çevrə. |

57.5 şəklində  $n=1,2,3$  halları üçün orbitlər sxematik olaraq çəkilmişdir. Bu şəkillərdən görünür ki,  $n_\varphi$  kvant ədədi kiçik olduqca elliptik orbitlər perihelidə fokusa (nüvəyə) daha çox yaxınlaşmış olur.



Шякил 57.5.

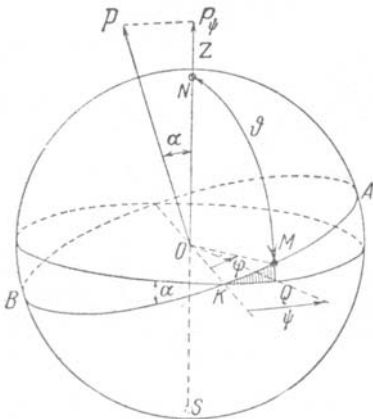
Beləliklə,  $n$  baş kvant ədədinin hər bir qiyməti üçün böyük yarımoxu eyni olan  $n$  sayda müxtəlif orbit mümkün olur və özü də bu orbitlərdən biri çevrə,  $n-1$  dənəsi isə ellipsdir. Bu  $n$  sayda orbitin hamısına (57.56) düsturuna görə enerjinin eyni bir qiyməti, yəni enerjinin  $n$  sayda eyni qiyməti uyğun gəlir. Cırılmanın da mahiyyəti bundan ibarətdir.

Müəyyən həyəcanlaşdırıcı təsir olmadıqda  $n$  baş kvant ədədinin eyni bir qiymətinə uyğun gələn orbitlərin hamısı üçün enerji eyni olur, yəni cırılma qalır. Hər hansı xarici təsir, məsələn, xarici maqnit sahəsinin təsiri olduqda, eyni enerjiyə, lakin müxtəlif hündəsi formaya (müxtəlif yarımoxa) malik olan ellipslər

müxtəlif cür həyəcanlanır (deframasiya edir) və  $n$  sayda enerji səviyyələri bir-birindən ayrılır. Bu isə spektrdə özünü göstərir. Bu halda deyirlər ki, cırılma tamamilə və ya qismən aradan qalxır. Atom daxili həyəcanlaşdırıcı təsir nəticəsində də cırılma aradan qalxa bilər. Məsələn, nüvənin ətrafında hərəkət edən elektronların sayı 1-dən çox olan atomlarda belə daxili həyəcanlaşdırıcı təsir meydana çıxır. Bu cür atomlarda hər bir elektron üçün müxtəlif həndəsi formaya malik elliptik orbitlər digər elektronlar tərəfindən müxtəlif cür həyəcanlanır. Qələvi metal atomları üçün müxtəlif spektral seriyaların olmasını buna əsasən izah etməyə cəhd göstərilmişdi.

Yuxarıda deyilənlərdən və (57.56) və (55.6) düsturlarının müqayisəsindən görünür ki, elliptik orbitlərin də mümkün olmasının nəzərə alınması hər bir stasionar halın enerjisinin qiymətini dəyişdirir. Bu isə o deməkdir ki, dairəvi orbitlərə baxarkən (E55) hidrogen atomunun və ona oxşar ionların spektrləri üçün alınmış bütün nəticələr öz qüvvəsində qalır. Lakin enerjinin hər bir  $E_n$  qiymətinə bir deyil, bir neçə müxtəlif orbit uyğun gəlir.

Zommerfeld göstərdi ki, hidrogenəbənzər atomlarda  $n$  baş kvant ədədinin verilmiş qiymətinə uyğun gələn müxtəlif ellipslər üçün enerjinin eyni bir qiymətinə malik olduğunu ciddi demək olmaz. Buna səbəb nisbətlik prinsipinə görə elektronun kütləsinin onun hərəkət sürətindən asılı olmasıdır (E26):  $m = m_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$ . Ellips uzunsov olduqca o, perihelidə nüvəyə daha çox yaxınlaşır və bu nöqtədə elektronun sürəti daha böyük olur. Ona görə də kütlənin sürətdən asılı olması ilə əlaqədar olaraq meydana çıxan düzəliş həmin nöqtədə daha böyük olur. Zommerfeld müasir dövrdə yalnız tarixi maraq kəsb edən riyazi hesablamalar apararaq göstərmişdir ki, həmin düzəlişləri nəzərə aldıqda elektronun orbiti müstəvi üzərində presessiya etməlidir, yəni elektron ellipsin fokus ətrafında müəyyən sabit bucaq sürətilə yavaş fırlanması nəticəsində alınan qapalı olmayan gülşəkilli (rozetka) trayektoriya üzrə hərəkət etməlidir. Bu presessiya elektronun fırlanma periodu ilə müqayisədə çox ləng baş verir. Məsələn, hidrogen atomunda  $n_\varphi = 1$  olan hal üçün elektronun bir dövrü müddətində böyük yarımox  $\Delta\varphi \approx 0,01^0$  bucaq qədər dönür. Buna baxmayaraq həmin presessiya enerjinin müəyyən qədər dəyişməsinə səbəb olur. Zommerfeld hidrogen atomunun və heliumun müsbət ionunun spektral xətlərinin incə quruluşunu enerjinin bu dəyişməsi ilə izah etməyə cəhd göstərmişdi. Yüksək ayırdetmə qabiliyyətinə malik olan cihazlar vasitəsilə müşahidə apararkən müəyyən edilmişdi ki, bu elementlərin spektral xətləri bir-birinə çox yaxın yerləşmiş bir neçə toplanandan ibarətdir və məhz bu da spektral xəttin incə quruluşu adlandırılır. Sonralar məlum oldu ki, hidrogenəbənzər atomların spektral xətlərinin incə quruluşu heç də yalnız elektronun kütləsinin onun hərəkət sürətindən asılı olması ilə əlaqədar deyildir.



Шякил 57.6.

Yuxarıda isbat etdik ki, hidrogenəbənzər atomda elektronun orbiti bir müstəvi üzərində yerləşir və buna uyğun olaraq da elektronun iki sərbəstlik dərəcəsi olduğunu qəbul etdik. Lakin elektronun fəzada vəziyyəti üç dənə koordinatla xarakterizə olunur. Bu üç sərbəstlik dərəcəsini nəzərə aldıqda isə elektronun nəinki orbit üzrə hərəkətini, həm də bu orbitin yerləşdiyi müstəvinin fəzada yönəlməsini təsvir etmək imkanı yaranır.

Fərz edək ki, elektronun orbiti  $AB$  müstəvisi

üzərində yerləşmişdir (şəkil 57.6). Elektronun fəzada vəziyyəti  $r, \theta$  və  $\psi$  sferik koordinatları ilə xarakterizə olunur. Ona görə də (57.21)-(57.23) kvant şərtləri bu hal üçün aşağıdakı kimi yazılır:

$$\oint p_r dr = n_r h = 2\pi n_r \hbar$$

$$\oint p_\theta d\theta = n_\theta h = 2\pi n_\theta \hbar \quad (57.74)$$

$$\oint p_\psi d\psi = n_\psi h = 2\pi n_\psi \hbar$$

Məlumdur ki,  $p_r$ ,  $p_\theta$  və  $p_\psi$  ümumiləşmiş impulsları tapmaq üçün  $r, \theta, \psi$  sferik koordinatlarda kinetik enerjinin

$$W_\kappa = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 + r^2 \sin^2 \theta \cdot \dot{\psi}^2) \quad (57.75)$$

ifadəsindən  $\dot{r}, \dot{\theta}$  və  $\dot{\psi}$  ümumiləşmiş sürətlərə görə törəmələr almaq lazımdır /bax: (57.5):

$$p_r = \frac{\partial W_\kappa}{\partial \dot{r}} = m\dot{r}, \quad (57.76)$$

$$p_\theta = \frac{\partial W_\kappa}{\partial \dot{\theta}} = mr^2 \dot{\theta}, \quad (57.77)$$

$$p_\psi = \frac{\partial W_\kappa}{\partial \dot{\psi}} = mr^2 \sin^2 \theta \cdot \dot{\psi}. \quad (57.78)$$

İndi isə  $p_\psi$  ümumiləşmiş impulsa baxaq. 57.6 şəklindən görünür ki,  $\psi$  koordinatı  $AB$  orbiti üzrə hərəkət edən elektronun ekvator üzrə proyeksiyasının hərəkətini xarakterizə edir və bu koordinata uyğun olan  $p_\psi$  ümumiləşmiş impulsu isə elektronun  $p_\varphi$  tam impuls momentinin  $Z$  oxu üzrə proyeksiyasına bərabərdir. Bu  $Z$  oxunun istiqaməti fiziki olaraq sonsuz kiçik maqnit sahəsinin istiqaməti ilə eyni qəbul edilməklə verilir. Göstərmək olar ki,  $P_\psi$  ümumiləşmiş impulsu saxlanır. Doğrudan da, kinetik enerji üçün (57.75) və ümumiləşmiş impulslar üçün (57.76)-(57.78) ifadələrinə əsasən yazılmış Hamilton funksiyasının

$$H = W_\kappa + U = \frac{1}{2m} \left( p_r^2 + \frac{p_\theta^2}{r^2} + \frac{p_\psi^2}{r^2 \sin^2 \theta} \right) - \frac{Ze^2}{r} \quad (57.79)$$

ifadəsinə  $\psi$  koordinatı daxil olmadığı üçün (dairəvi koordinat olduğu üçün), bu koordinata uyğun olan ümumiləşmiş impuls saxlanmalıdır, yəni  $p_\psi = \text{const}$ . Ona görə də (57.74)-də sonuncu kvant şərtindən

$$\oint p_\psi d\psi = p_\psi \int_0^{2\pi} d\psi = p_\psi \cdot 2\pi = 2\pi n_\psi \hbar$$

və ya

$$p_\psi = n_\psi \hbar \quad (57.80)$$

alırıq.



Beləliklə, biz görürük ki, elektronun impuls momentinin ( $p_\varphi$ ) sahənin istiqaməti üzrə proyeksiyası ( $p_\psi$ ) kvantlanmış qiymətlər alır. Bu isə o deməkdir ki,  $AB$  orbitinin fəzada yönəlməsi ixtiyari ola bilməz, yəni elektronun orbitinin yerləşdiyi müstəvinin fəzada yönəlməsi mümkün olan müəyyən diskret vəziyyətlərə uyğun ola bilər. Bu müddəa fəza kvantlanması anlayışının mahiyyətini təşkil edir.

Yuxarıda qeyd edildiyi kimi,  $p_\psi$  ümumiləşmiş impulsu elektronun  $p_\varphi$  impuls momentinin xarici maqnit sahəsinin  $ON$  istiqaməti üzrə proyeksiyasıdır:

$$p_\psi = p_\varphi \cos \alpha \quad (57.81)$$

(57.24) və (57.80) ifadələrini (57.81)-də nəzərə alsaq

$$n_\psi = n_\varphi \cos \alpha \quad (57.82)$$

yaza bilərik.

Xarici maqnit sahəsində atomların özünü necə aparmasını öyrənərkən  $n_\psi$  kvant ədədinin mühüm rolunu nəzərə alaraq, onu  $m$  hərfi ilə işarə edirlər və maqnit kvant ədədi adlandırırırlar. Bu şərti nəzərə almaqla (57.82) və (57.81) ifadələrinə əsasən

$$\cos \alpha = \frac{m}{n_\varphi} \quad (57.83)$$

$$p_\psi = \frac{m}{n_\varphi} p_\varphi \quad (57.84)$$

yazmaq olar.  $|\cos \alpha| \leq 1$  və  $n_\varphi$  kvant ədədi sıfırdan fərqli müsbət qiymətlər aldığı üçün, (57.83) ifadəsinə əsasən,  $n_\varphi$  kvant ədədinin hər bir verilmiş qiymətində  $m$  maqnit kvant ədədi  $2n_\varphi + 1$  sayda aşağıdakı tam qiymətləri ala bilər:

$$m = -n_\varphi, -n_\varphi + 1, \dots, 0, \dots, n_\varphi - 1, n_\varphi. \quad (57.85)$$

Deməli,  $n_\varphi$  kvant ədədinin verilmiş qiymətində  $m$  maqnit kvant ədədinin  $2n_\varphi + 1$  sayda müxtəlif qiymətlərinə uyğun olaraq  $\cos \alpha$  da  $2n_\varphi + 1$  sayda müxtəlif qiymətlər alır. Bu isə o deməkdir ki, elektronun impuls momenti vektoru  $\vec{M}$  ( $|\vec{M}| = p_\varphi$ ) xarici üstün istiqamətə nəzərən yalnız  $2n_\varphi + 1$  sayda müxtəlif diskret istiqamətdə yönələ bilər. Başqa sözlə, atomda elektronun impuls momenti vektoru xarici üstün istiqamətə nəzərən yalnız elə bucaqlar altında yönələ bilər ki, onun həmin üstün istiqamət üzrə proyeksiyasının mütəlak qiyməti  $\hbar$  Plank sabitinin tam misllərinə bərabər olsun:

$$p_\psi = m\hbar. \quad (57.86)$$

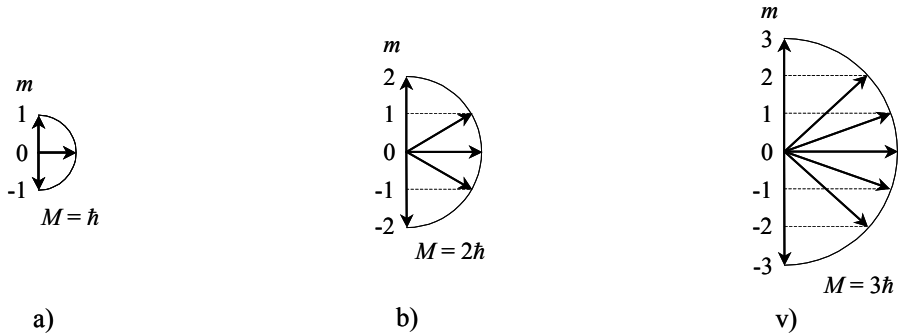
Burada  $m$  maqnit kvant ədədinin mümkün olan qiymətləri (57.85) ilə təyin olunur. Məsələn,

$$n_\varphi = 1; \quad m = -1, 0, 1;$$

$$n_\varphi = 2; \quad m = -2, -1, 0, 1, 2;$$

$$n_\varphi = 3; \quad m = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3.$$

57.7 şəklində bu hallar üçün ( $M=\hbar$ ,  $M=2\hbar$ ,  $M=3\hbar$ ) impuls momentinin mümkün olan istiqamətləri göstərilmişdir. Deyilənlərə uyğun olaraq, impuls momenti vektoru  $\vec{M}$  xarici



Шякил 57.7.

üstün istiqamətə nəzərən birinci halda 3, ikinci halda 5 və üçüncü halda isə 7 müxtəlif istiqamətdə yönələ bilər. Bu hallarda onun üstün istiqamət üzrə proyeksiyaları, uyğun olaraq,  $0, \pm\hbar$ ;  $0, \pm\hbar, \pm 2\hbar$  və  $0, \pm\hbar, \pm 2\hbar, \pm 3\hbar$  qiymətlərini ala bilər.

Qeyd edək ki, (57.74) kvant şərtləri ilə daxil edilən "ekvatorial"  $n_\theta$  və "en"  $n_\psi$  kvant ədədləri azimutal kvant ədədi  $n_\varphi$  ilə aşağıdakı kimi əlaqədardır:

$$n_\varphi = n_\theta + n_\psi \quad (57.87)$$

Bu ifadənin doğruluğunu göstərmək üçün bircinsli funksiyalar haqqında Eyler teoremindən istifadə edəcəyik. Əgər hər hansı  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  funksiyası və  $a \neq 0$  sabit ədədi üçün

$$f(ax_1, ax_2, \dots, ax_n) = a^m f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (57.88)$$

şərti ödənilsə,  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  funksiyası dəyişənlərin bircinsli funksiyası,  $m$  isə bu funksiyanın bircinslilik dərəcəsi adlanır. Bircinsli funksiyalar üçün Eyler teoreminə görə

$$\sum_{k=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_k} x_k = m f \quad (57.89)$$

şərti ödənilir. Məlumdur ki, kinetik enerji ümumiləşmiş sürətlərin bircinsli funksiyasıdır və özü də onun bircinslilik dərəcəsi  $m=2$ -dir. Doğrudan da,

$$W_\kappa(a\dot{q}_1, a\dot{q}_2, \dots, a\dot{q}_n) = a^2 W_\kappa(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n) \quad (57.90)$$

olur. Ona görə də (57.89) Eyler teoreminə əsasən

$$\sum_i \frac{\partial W_\kappa}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i = 2W_\kappa \quad (57.91)$$

yaza bilərik. Lakin kinetik enerjinin ümumiləşmiş sürətə görə törəməsi uyğun ümumiləşmiş impulsa bərabər olduğundan  $\left( \frac{\partial W_\kappa}{\partial \dot{q}_i} = p_i \right)$  (57.91) ifadəsi aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\sum_i p_i \dot{q}_i = 2W_\kappa \quad (57.92)$$

Bu ifadəni bir period intervalında zamana görə inteqrallayaq:  $0 \leq t \leq T$ . Onda:

$$2 \int_0^T W_\kappa dt = \sum_i \int_0^T p_i dq_i = \sum_i \oint p_i dq_i \quad (57.93)$$

olar.  $q_i$  ümumiləşmiş koordinatları olaraq müstəvi üzərində hərəkəti təsvir edən  $(r, \varphi)$  polyar koordinatları götürsək, (57.93) ifadəsi

$$2 \int_0^T W_\kappa dt = \oint p_r dr + \oint p_\varphi d\varphi \quad (57.94)$$

kimi yazıla bilər. Elektronun fəzada hərəkətini təsvir edən sferik koordinatlar  $(r, \theta, \psi)$  üçün isə (57.93)-dən

$$2 \int_0^T W_\kappa dt = \oint p_r dr + \oint p_\theta d\theta + \oint p_\psi d\psi \quad (57.95)$$

alınır. (57.94) və (57.95) ifadələrinin sağ tərəflərini bərabərləşdirərək, (57.21) və (57.74) kvant şərtlərini nəzərə alsaq

$$\oint p_\varphi d\varphi = \oint p_\theta d\theta + \oint p_\psi d\psi,$$

$$n_\varphi = n_\theta + n_\psi$$

yaza bilərik ki, bu da (57.87) ifadəsidir. Bu isə o deməkdir ki, hidrogenəbənzər atomda elektronun enerjisini təyin edən (57.56) düsturunu aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$E_n = -\frac{mZ^2 e^4}{2\hbar^2 n^2} = -\frac{mZ^2 e^4}{2\hbar^2 (n_r + n_\varphi)^2} = -\frac{mZ^2 e^4}{2\hbar^2 (n_r + n_\theta + n_\psi)^2}. \quad (57.96)$$

Deməli, orbitin fəzada yönəlməsini də nəzərə aldıqda, müstəvi üzərində hərəkət üçün olduğu kimi, elektronun tam enerjisi kvant ədədlərinin hər birindən ayrılıqda deyil, onların yalnız cəmindən asılı olur. Başqa sözlə, cırılma müstəvi üzərində hərəkət halındakına nisbətən daha çoxdur: nəinki böyük yarımoxları eyni olan ellipslər, həm də fəzada müxtəlif cür yönəlmiş bütün belə ellipslər, xarici maqnit sahəsi olmadıqda, enerjinin eyni bir qiymətinə uyğun gəlir (Tam cırılma tərtibi  $n^2$ , elektronun spinini də nəzərə aldıqda isə  $2n^2$  olur).

Yuxarıda göstərilən bütün təkmilləşmələrin (elliptik orbitlər, fəza yönəlməsi) daxil edilməsinə baxmayaraq, enerji üçün alınan ifadənin dairəvi orbitlər kimi sadə halda alınan ifadə ilə eyni olması faktı ilk baxışdan həmin mürəkkəbliklərin nəzərə alınmasının elə bil ki, lüzumsuz olduğunu göstərir. Əslində isə belə deyildir. Belə ki, atomu xarici maqnit sahəsinə saldıqda  $n_\psi$  kvant ədədinə (və ya  $m$  maqnit kvant ədədinə) nəzərən cırılma aradan qalxır: fəzada müxtəlif cür yönəlmiş orbitlər enerjinin müxtəlif qiymətlərinə uyğun gəlir. Ardıcıl aparılmış hesablamalar sadə Zeyeman effektinin izahını verir. Bir neçə elektron olan mürəkkəb atomlarda isə kənardakı elektronun hərəkətinin digər elektronlar tərəfindən həyəcanlandırılması sayəsində enerjinin ifadəsində  $n_r + n_\varphi$  cəminə bərabər olan baş kvant ədədi ilə yanaşı həm də azimutal kvant ədədi meydana çıxır. Bunun nəticəsində isə baş kvant ədədinin eyni bir qiymətində azimutal kvant

ədədinin müxtəlif qiymətlərinə uyğun gələn və birelektronlu atomlarda üst-üstə düşən enerji səviyyələri bir-birindən ayrılmış olur. Bu isə bir dənə valent elektronu olan mürəkkəb atomların (dövrü sistemin birinci qrup elementləri Li, Na, K və s.) optik spektrlərinin bəzi xüsusiyyətlərini izah etməyə imkan verir. Lakin biz burada Bor nəzəriyyəsinin sonrakı inkişafı və tətbiqləri haqqında bəhs etməyəcəyik. Çünki bəzi müvəffəqiyyətlərinə baxmayaraq Bor nəzəriyyəsinin bir çox məsələlərin həlli üçün tətbiq edilməsi cəhdləri boşa çıxdı və həmin nəzəriyyə yuxarıda qeyd edildiyi kimi, yalnız tarixi əhəmiyyət kəsb edir.

Yuxarıda xatırladılan bəzi hadisələr (mürəkkəb atomların spektrləri, Zeyeman effekti) isə sonralar yaranan kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsasən özünün daha dolğun izahını tapmışdır.

### Ə58. Uyğunluq prinsipi

Kvant fizikası təsəvvürləri bir çox hallarda klassik fizika təsəvvürlərinə tamamilə ziddir. Lakin məlum olur ki, müəyyən şərtlər ödəndikdə kvant fizikasının bir çox nəticələrindən klassik fizika təsəvvürlərinə uyğun nəticələr alınır. Ona görə də klassik və kvant fizikası qanunlarının qarşılıqlı münasibəti məsələsini ətraflı şəkildə nəzərdən keçirmək məqsədəuyğundur. Bildiyimiz kimi (Ə54),  $\hbar$  Plank sabitinin sıfırdan fərqli olması ona gətirir ki, atom ölçülərində olan sistemi xarakterizə edən mexaniki kəmiyyətlər (enerji, impuls momenti) ümumiyyətlə kəsilməz dəyişə bilməzlər və kvant şərtlərinin köməyi ilə seçilə bilən yalnız diskret qiymətlər alırlar.

Bununla yanaşı, klassik elektrodinamikanın da qanunları atom sistemlərinə tətbiq oluna bilməz. Doğrudan da, atomda orbit üzrə hərəkət edən elektron klassik elektrodinamika qanunlarına görə elektromaqnit dalğaları şüalandırmalıdır. Bu şüalanma nəticəsində elektronun enerjisi azalmalı və o, tədricən atomun nüvəsinə yaxınlaşmalıdır. Bor postulatları isə tələb edir ki, elektron yalnız bir stasionar orbitdən digərinə keçdikdə atomun şüalanması baş verə bilər. Beləliklə, klassik fizikaya görə elektron daim şüa buraxaraq spiral şəkilli orbit üzrə kəsilməz hərəkət edərək nüvənin üzərinə düşdüyü halda, kvant mənzərəsinə görə o, sonlu ölçüyə malik olan pillələr üzrə düşür və yalnız "sıçrayışlar" zamanı şüa buraxır.

Lakin müəyyən şərtlər ödəndikdə hər iki mənzərə üst-üstə düşən nəticələr verir. Fərz edək ki, ardıcıl enerji səviyyələri arasındakı məsafə həmin səviyyələrin özləri ilə müqayisədə çox kiçikdir. Onda "pillələr" çox xırda olacaq və həmin pillələr üzrə sıçrayışlı hərəkət aşağıya doğru kəsilməz sürüşmə hərəkətindən çox az fərqlənəcəkdir. Kvant ədədinin böyük qiymətlərində məhz buna bənzər hal təsadüf olunur. Doğrudan da, məsələn, hidrogenəbənzər atomların enerji səviyyələrinə baxaq:

$$E_n = -\frac{mZ^2e^4}{2\hbar^2n^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (58.1)$$

Enerji mənfi işarəli olduğu üçün  $n$  baş kvant ədədi böyüdükcə, enerji də artır. Buradan,  $n \gg 1$  olduqda

$$\Delta E_n = \frac{mZ^2e^4}{\hbar^2n^3} \Delta n \quad (58.2)$$

yaza bilərik. (58.2) düsturundan görünür ki,  $n$ -in kifayət qədər böyük qiymətlərində qonşu enerji səviyyələri ( $\Delta n = 1$ ) bir-birinə çox yaxın yerləşir və özü də  $n$  böyüdükcə qonşu

səviyyələr arasındakı məsafə sürətlə kiçilir. Əgər  $n$  çox böyük qiymətlər alarsa ( $n \rightarrow \infty$ ), onda səviyyələrin praktik olaraq kəsilməz ardıcılığı alınır və kvant proseslərinin xarakterik xüsusiyyəti olan diskretlik sanki tamamilə aradan qalxır.

Göstərmək olar ki, əvvəlki paraqraflarda alınmış nəticələr üçün bu şərt tam ödənilir. Məsələn, göstərək ki, hidrogenəbənzər atomlar üçün baş kvant ədədinin böyük qiymətlərində klassik fizika və kvant qanunlarına əsasən hesablanmış şüalanma tezlikləri üst-üstə düşür. Bu məqsədlə biz  $\text{E}55$ -də alınmış düsturlardan istifadə edəcəyik. (55.1) və (55.4) düsturlarına əsasən yazılmış

$$\omega_n r_n^2 = \frac{n\hbar}{m} \quad (58.3)$$

və

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{mZe^2} \quad (58.4)$$

ifadələrindən

$$\omega_n = \frac{mZ^2 e^4}{\hbar^3 n^3} \quad (58.5)$$

olduğunu tapırıq.

(58.5) düsturu elektronun  $n$ -ci stasionar dairəvi orbitdə fırlanma tezliyidir. Klassik elektrodinamikaya görə şüalanan elektromaqnit dalğasının dairəvi tezliyi də məhz həmin qiymətə malik olmalıdır:

$$\omega_{kl} = \omega_n = \frac{mZ^2 e^4}{\hbar^3 n^3} \quad (58.6)$$

$E_n \rightarrow E_k$  keçidi zamanı kvant tezliyi

$$\omega_{nk} = \frac{E_n - E_k}{\hbar} = \frac{mZ^2 e^4}{2\hbar^3} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (58.7)$$

olar. (58.6) ilə müqayisə etmək üçün (58.7)-ni aşağıdakı kimi yazmaq əlverişlidir:

$$\omega_{nk} = \frac{mZ^2 e^4}{2\hbar^3} \cdot \frac{n^2 - k^2}{k^2 n^2} = \frac{mZ^2 e^4}{2\hbar^3} \frac{(n-k)(n+k)}{k^2 \cdot n^2} \quad (58.8)$$

Göründüyü kimi,  $\omega_{kl}$  üçün (58.6) ifadəsi  $\omega_{nk}$  üçün olan (58.8) ifadəsindən kəskin şəkildə fərqlənir. Lakin  $n \gg 1$  olduqda  $\omega_{kl} = \omega_{nk}$  alınır. Doğrudan da, fərz edək ki,  $n \gg 1$  və həm də  $n-k=1$ , yəni  $E_n$  və  $E_k$  qonşu səviyyələrdir. Onda  $k=n-1 \approx n$  yazmaq olar. Beləliklə,  $n \gg 1$  olduqda (58.8) ifadəsi aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\omega_{nk} = \frac{mZ^2 e^4}{\hbar^3 n^3} = \frac{mZ^2 e^4}{\hbar^3 k^3}. \quad (58.9)$$

(58.9) və (58.6) ifadələrinin müqayisəsindən görünür ki, baş kvant ədədinin çox böyük qiymətlərində hidrogenəbənzər atomda qonşu kvant halları arasındakı keçidlər üçün klassik fizika və kvant fizikası təsəvvürlərinə əsasən hesablanmış şüalanma tezlikləri bir-birinə bərabər olur:

$$\omega_{nk} = \omega_{kl}. \quad (58.10)$$

Əgər  $E_n \rightarrow E_k$  keçidi zamanı  $n \gg 1$  şərtini ödəyən baş kvant ədədinin dəyişməsi  $n-k$  vahid qədər olmayıb 2,3,... və ümumiyyətlə  $\Delta n$  olsa və  $\Delta n \ll n$  şərti ödənsə, (58.8) və

(58.6) ifadələrinə əsasən

$$\omega_{nk} = \frac{mZ^2 e^4}{\hbar^3 n^3} \cdot \Delta n = \omega_{kl} \Delta n, \quad (\Delta n = 2, 3, \dots) \quad (58.11)$$

yaza bilərik. Bu isə o deməkdir ki, belə keçidlər zamanı buraxılan  $2\omega_{kl}, 3\omega_{kl}, \dots$  tezlikləri klassik tezliyin birinci, ikinci və s. obertonları ilə üst-üstə düşəcəkdir.  $n$  baş kvant ədədinin kiçik qiymətlərində belə üst-üstə düşmə olmur, lakin buna müəyyən uyğunluq vardır. Belə ki, hər bir klassik obertona müəyyən kvant tezliyini uyğun tutmaq olar.

Klassik və kvant qanunları arasında münasibəti daha aşkar şəkildə göstərmək üçün aşağıdakı misala baxaq. Fərz edək ki, sərbəstlik dərəcəsi birə bərabər olan sistem vardır. Bu sistemin buraxdığı şüalanmanın tezliyi kvant qanunlarına görə  $E_n - E_k = \Delta E = \hbar \omega$  tezliklər şərtinə (E47) əsasən hesablanır:

$$\omega_{nk} = \frac{\Delta E}{\hbar}. \quad (58.12)$$

$E_k$  və  $E_n$  enerjisinə malik stasionar hallar isə  $\oint pdq = 2\pi\hbar$  kvant şərtindən tapılır.

$J = \oint pdq$  inteqralı ilə təyin olunan  $J$  kəmiyyətinin ölçü vahidi təsirin ölçü vahidinə (*C.san*) bərabərdir. Beləliklə, iki stasionar hal üçün

$$J_k = 2\pi k \hbar, \quad J_n = 2\pi n \hbar$$

və

$$J_k - J_n = \Delta J = 2\pi(k-n)\hbar$$

yaza bilərik. Əgər iki qonşu stasionar hala baxırıqsa, yəni  $k-n=1$  olsa,  $\Delta J = 2\pi\hbar$  alınar. Bu ifadəni (58.12)-də nəzərə alsaq

$$\omega_{nk} = 2\pi \frac{\Delta E}{\Delta J} \quad (58.13)$$

olar.

Uyğun klassik tezliyi hesablamaq üçün biz xətti harmonik osilyatora baxaq. Belə osilyatorun enerjisi  $E = \frac{mV^2}{2} + U = \frac{p^2}{2m} + U$  və buradan  $h$  impulsu üçün  $p = \sqrt{2m(E-U)}$  alırıq. Bu hal üçün təsir inteqralı

$$J = \oint pdq = \oint \sqrt{2m(E-U)} dx \quad (58.14)$$

olar.  $E$  enerjisini kəsilməz dəyişən parametr hesab edərək aşağıdakı törəməni tapaq:

$$\frac{dJ}{dE} = \oint \frac{m}{\sqrt{2m(E-U)}} dx = \oint \frac{m}{p} dx = \oint \frac{dx}{v} = \oint \frac{dx}{dx/dt} = \oint dt = T.$$

Burada  $T$  – osilyatorun rəqs periodudur. Beləliklə, tezlik üçün klassik fizikaya görə aşağıdakı ifadə alınır:

$$\omega_{kl} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \frac{dE}{dJ} \quad (58.15)$$

(58.15) ifadəsi sərbəstlik dərəcəsi birə bərabər olan istənilən dövrü sistemlər üçün doğrudur. Məsələn, birölçülü rotator, yəni tərpənməz mərkəz ətrafında  $r$  radiuslu çevrə

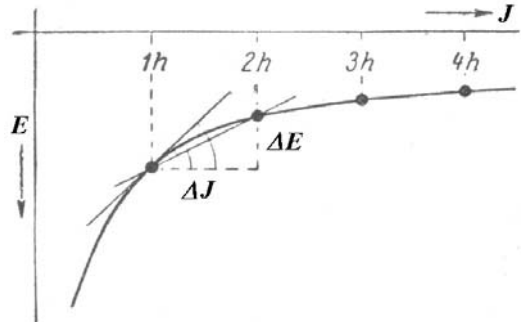
üzrə hərəkət edən  $m$  kütləli hissəcik üçün enerji  $E = \frac{p_\varphi^2}{2I}$ , ümumiləşmiş impuls  $p_\varphi = mr^2\dot{\varphi}$ , ətalət momenti  $I=mr^2$  və təsir inteqralı  $J = \oint p_\varphi d\varphi$  olduğundan

$$\frac{dJ}{dE} = \frac{d}{dE} \oint \sqrt{2IE} d\varphi = \oint \frac{I}{\sqrt{2IE}} d\varphi =$$

$$= \oint \frac{I}{p_\varphi} d\varphi = \oint \frac{I}{I\dot{\varphi}} d\varphi = \oint \frac{d\varphi}{d\varphi/dt} = \oint dt = T \quad \text{və} \quad \omega_{kl} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \frac{dE}{dJ} \text{ alırıq.}$$

(58.13) və (58.15) ifadələrini müqayisə edərək aşağıdakı nəticəyə gəlmək olar. Həm klassik, həm də kvant tezliyini enerjinin artımının təsirin artımına nisbəti kimi hesablamaq olar. Lakin klassik fizikaya görə hesablama zamanı sonsuz kiçik artımlar, kvant fizikasına görə hesablama zamanı isə sonlu fərqlər götürülməlidir. Bu müddəə 58.1 şəklində əyani olaraq nümayiş etdirilir. Bu şəkildə  $E$  enerjisinin təsir inteqralından asılılıq funksiyasının qrafiki verilmişdir. Bu əyrinin yalnız  $J=1h, 2h, 3h, 4h, \dots$  qiymətinə uyğun gələn nöqtələri kvant hallarını təsvir edir. Aydınır ki, (58.13) düsturu ilə təyin olunan  $2\pi\Delta E/\Delta J$  kvant tezliyi, kvant hallarına uyğun gələn iki nöqtəni birləşdirən vətərin, klassik tezlik isə (58.15) düsturu ilə  $2\pi dE/dJ$  kimi təyin olunduğundan toxunanın meyl bucağının tangensinə ədədi qiymətə bərabər olar. Şəkildən görünür ki, kvant ədədinin böyük qiymətlərinə uyğun gələn oblastda vətərlərin və toxunanların meyilləri arasındakı fərq itir və ona görə də  $\omega_{kv} = \omega_{kl}$  olur, yəni (58.10) şərti ödənilir.

Yuxarıda deyilənlər həm də 58.1 cədvəlində öz parlaq əksini tapmışdır. Bu cədvəldə  $n$ -in iki qonşu tam qiyməti üçün (58.6) düsturuna əsasən hesablanmış klassik fırlanma tezlikləri və (58.7) düsturuna əsasən hesablanmış uyğun kvant tezliklərinin qiymətləri verilmişdir. 58.1 cədvəlindən görünür ki,  $n$ -in kiçik qiymətlərində kvant tezlikləri klassik tezliklərlə üst-üstə düşür, lakin onların arasında yerləşir. Lakin  $n$ -in qiyməti artdıqca klassik və kvant tezlikləri arasında fərq azalır və  $n$ -in kifayət qədər böyük qiymətlərində bu fərq çox kiçik olur.



Шякил 58.1.

Alınan nəticəni başqa cür də şərh etmək olar. 54-də kvant şərtləri üçün verilmiş ümumi ifadədən belə məlum olur ki, çox kiçik sistemlər üçün mexaniki kəmiyyətlərin diskret qiymət almasının əsas səbəbi təsirin "atomar" xarakterli olmasıdır. Belə ki, təsirin ən kiçik qiyməti ("elementar təsir") vardır və o,  $h=2\pi\hbar=6,62 \cdot 10^{-34}$  C·san Plank sabitinə bərabərdir. Plank sabiti  $h$  elə bil ki, təsirin "atomu"dur. Əgər sistemin ölçüləri və hissəciklərin kütləsi elədirsə ki, bu sistem üçün təsir Plank sabiti  $h$  ilə müqayisə oluna bilən qiymət alsın, onda hadisələrin kvant xarakteri özünü tam büruzə verir. Əgər sistem üçün təsir elə böyük qiymətə malikdirsə ki, onunla müqayisədə  $h=0$  götürülə bilsin, onda diskretlik hiss olunmur və klassik mexanikanın qanunları ödənilir.

Bu nəticə müasir nəzəri fizikada mühüm rol oynayan ümumi bir prinsipin – uyğunluq prinsipinin xüsusi halıdır. Məsələn,  $v \ll c$  şərti ödəndikdə, yəni cismin  $v$  sürətinə

Cədvəl 58.1.

Başlan-ğıc hal	Son hal	Başlanğıc halda fırlanma tezliyi, $h_s$	Kvant tezliyi, $h_s$	Son halda fırlanma tezliyi, $h_s$
$n = 2$	$n = 1$	$0,82 \cdot 10^{15}$	$2,47 \cdot 10^{15}$	$6,58 \cdot 10^{15}$
6	5	$3,04 \cdot 10^{13}$	$4,02 \cdot 10^{12}$	$5,26 \cdot 10^{13}$
10	9	$6,58 \cdot 10^{12}$	$7,71 \cdot 10^{12}$	$9,02 \cdot 10^{12}$
25	24	$4,21 \cdot 10^{11}$	$4,48 \cdot 10^{11}$	$4,76 \cdot 10^{11}$
101	100	$6,38 \cdot 10^9$	$6,48 \cdot 10^9$	$6,58 \cdot 10^9$
501	500	$5,25 \cdot 10^7$	$5,25 \cdot 10^7$	$5,26 \cdot 10^7$

nisbətən işığın vakuumda yayılma sürəti sonsuz böyük ( $c \rightarrow \infty$ ) hesab edilə bildikdə mexanikada xüsusi nisbilik nəzəriyyəsinin düsturlarından Nyuton mexanikasının düsturları avtomatik olaraq alınır. Uyğunluq prinsipinin ümumi ifadəsi ondan ibarətdir ki, hər bir yeni və daha mükəmməl nəzəriyyədən müəyyən limit halında uyğun klassik nəzəriyyə alınmalıdır. Uyğunluq prinsipinin böyük əhəmiyyəti ondan ibarətdir ki, bu prinsip həqiqətə asimptotik yaxınlaşmalı olan bu və ya digər nəzəriyyənin inkişaf prosesini izləməyə imkan verir.

### Ə59. Bor nəzəriyyəsinin böhranı

Bor nəzəriyyəsi atom daxili hadisələrin başa düşülməsində şübhəsiz ki, mühüm mərhələdir. Makroskopik hadisələri öyrənərkən yaradılmış klassik fizikanı atomlara, molekulalara və ümumiyyətlə mikroaləmdəki hadisələrə tətbiq etməyə cəhd göstərildikdə prinsipial çətinliklər meydana çıxdı.

Bor nəzəriyyəsi belə bir mühüm faktı aydınlaşdırmaq üçün əsas yaratdı ki, mikroaləmdə baş verən hadisələri başa düşmək üçün klassik anlayışlar və klassik qanunlar kifayət deyildir. Mikroaləm üçün prinsipə yeni anlayışlar və yeni qanunlar lazımdır. Burada Plank tərəfindən kəşf olunmuş təsir kvantu ən vacib rol oynayır. Bor nəzəriyyəsi mühüm nəticələrə gətirən bir çox təcrübi tədqiqatların aparılmasında güclü təkan olmuşdur. Hətta bu nəzəriyyə bir çox hadisələrin kəmiyyətə izahını verə bilmədiyi hallarda, Borun iki postulatı bu hadisələrin təsnifatı və keyfiyyətə şərh üçün rəhbər rol oynayır. Məsələn, atom və molekul spektroskopiyasında toplanmış külli miqdar empirik material bu postulatlar əsasında sistemləşdirilmiş və təsnif olunmuşdur.

Lakin Borun iki postulatı tam nəzəriyyə qurmaq üçün, əlbəttə, kifayət deyildi, Onlar atomun enerji səviyyələrini hesablamağa imkan verən kvantlanma qaydaları ilə tamamlanmalı idi. Bor bielektronlu atomlarda dairəvi orbitlərin (55.1) kvantlanma şərtini təklif etdi. Borun özünün etiraf etdiyi kimi, bu şərti yazarkən o, hidrogen atomunun spektral termləri üçün Balmerin müəyyən etdiyi empirik düstura əsaslanaraq enerji səviyyələrini təyin edə bilən nəzəri düstur alınması məqsədini güdmüşdür. Bir qədər sonra Zommerfeld Borun kvantlanma qaydasını elektronun elliptik orbitlər üzrə hərəkəti üçün ümumiləşdirdi. Lakin bundan sonra da kvantlanma şərti yalnız bielektronlu atoma aid olaraq qaldı. Belə ki, kvant şərtlərini nəinki çoxelektronlu atomlar üçün, hətta hidrogendən sonra gələn, bir nüvədən və iki elektrondan ibarət olan sadə helium atomuna tətbiq etmək mümkün olmadı. Nəzəriyyədən, əlbəttə, üç cisim məsələsinin analitik həllini tələb etmək olmaz. Bu məsələnin həlli mümkün olmaya bilər. Lakin nəzəriyyə məsələnin təcrübə ilə müqayisə üçün kifayət olan dəqiqliklə ədədi həllinin prinsipial metodunu



göstərməlidir. Məsələn, səma mexanikasında üç cisim məsələsini analitik həll etmək mümkün olmamışdır. Lakin bu məsələnin tələb olunan dəqiqliklə ədədi həlli üçün səma mexanikasında effektiv təqribi metodlar işlənib hazırlanmışdır. Məlumdur ki, 1912-ci ildə Zundman səma mexanikasında üç cisim məsələsinin analitik həllini sıralar şəklində tapmışdır. Lakin bu sıralar çox zəif yığılır və ona görə də ədədi nəticələr almaq üçün onlar praktik olaraq yararsızdır. Məsələn, müasir astronomik illik cədvəllərin verdiyi dəqiqliyi Zundman sıraları vasitəsilə almaq üçün təqribən  $10^{8000000}$  həddi toplamaq lazım gəlir. Bu işə müasir və hətta gələcək kompyuterlərin imkanı xaricində olan bir işdir.

Bor nəzəriyyəsi isə helium atomu misalında üç cisim məsələsinin ədədi həlli üçün təqribi metod da verə bilmədi. Bundan başqa Bor nəzəriyyəsi daha mürəkkəb bir məsələnin – molekulların yaranması məsələsinin prinsipial həllini də verə bilmədi. Hətta iki nüvə və iki elektrondan ibarət olan hidrogen molekulu yaranması səbəblərini Bor nəzəriyyəsi izah edə bilmədi.

Bor nəzəriyyəsi hətta bielektronlu atomlar kimi sadə halda spektral xətlərin intensivliyini və polyarizasiyasını deyil, yalnız tezliyini hesablamağa imkan verirdi. Spektral xətlərin intensivliyini və polyarizasiyasını tapmaq üçün isə Bor nəzəriyyəsi uyğunluq prinsipindən istifadə edirdi. Lakin uyğunluq prinsipi kvant ədədlərinin yalnız klassik hesablamalar aparmaq mümkün olan çox böyük qiymətlərində doğrudur. Bor nəzəriyyəsi isə uyğunluq prinsipini heç bir əsas olmadan kvant ədədlərinin kiçik qiymətlərinə uyğun olan hallara da şamil edirdi. Beləliklə, son nəticədə intensivlik və polyarizasiya klassik fizikaya görə təyin olunurdu.

Bütün bunlardan başqa Bor nəzəriyyəsinin əsas prinsipial çatışmazlığı onun qeyri-ardıcıl olması idi. Bu nəzəriyyədə atomun yalnız stasionar hallarının və ya Borun özünün dediyi kimi, elektronların stasionar orbitlərinin mövcud olduğu qəbul edilirdi. Bu isə klassik mexanika baxımından tamamilə anlaşılmaz idi. Eyni zamanda Bor nəzəriyyəsi stasionar hallarda elektronların hərəkətinə klassik mexanika qanunlarını tətbiq edir və həm də klassik elektrodinamikanın tətbiqini qeyri-mümkün hesab edirdi (stasionar halda şüalanma baş vermir). Breqqin zarafatla dediyi kimi, Bor nəzəriyyəsində həftənin tək günləri (bazar ertəsi, çərşənbə, cümə) klassik qanunları, cüt günləri (çərşənbə axşamı, cümə axşamı, şənbə) isə kvant qanunlarını tətbiq etmək lazımdır. Atomlarda elektronların orbitləri haqqında təsəvvürlərdən istifadə etmədən də Borun iki postulatı, yuxarıda gördüyümüz kimi, təcrübədə yoxlanmış və ona görə də düzgün hesab olunmalıdır. Lakin bütövlükdə Bor nəzəriyyəsinin özü daha mükəmməl və ardıcıl nəzəriyyəyə doğru inkişaf yolunda yalnız aralıq bir mərhələ idi. Bunu Bor başqalarına nisbətən daha yaxşı başa düşürdü.

Plank işığın buraxılma və udulma proseslərinin kvant xarakteri haqqında təsəvvür daxil etdi. Eynşteyn isə fotonlar haqqında təsəvvür daxil edərək işığın kvantlanmasını həm də onun fəzada yayılmasına şamil etdi. İstilik tutumu haqqında Eynşteyn nəzəriyyəsi isə birbaşa göstərdi ki, Plankın daxil etdiyi  $h$  sabiti yalnız işıq hadisələrində deyil, həm də maddədə gedən proseslərdə də təzahür edir. Sonrakı addımı isə Bor atdı və Plankın enerji kvantları ideyasını atomdaxili proseslərə tətbiq etdi. Ridberq sabitinin və atomun ölçülərinin hesablanmasında Bor nəzəriyyəsinin müvəffəqiyyətləri göstərdi ki, Plank sabiti təkcə işığın korpuskul-dalğa dualizmini deyil, həm də materiyanın bütün növlərini təsvir etmək üçün universal fundamental kəmiyyətdir. Doğrudan da, ölçü vahidi təsirin ölçü vahidi, yəni impulsun koordinata və ya enerjinin zamana hasilinin ölçü vahidi ilə eyni olan Plank sabiti kvant fizikasının bütün məzmununa nüfuz etmişdir.

## V F Ə S İ L. MADDƏ HİSSƏCİKLƏRİNİN DALĞA XASSƏLƏRİ

### Ə60. Müstəvi və sferik dalğalar

Məlumdur ki, işığın paradoks kimi görünən, lakin təcrübi faktlarla təsdiq olunan dualizm xassəsi optikada adət olunmuş bir faktdır. Belə ki, bir sıra hadisələr (interferensiya, difraksiya) zamanı işıq özünü dalğa, digər hadisələr (fotoeffekt, Kompton effekti) zamanı isə hissəcik (korpuskul) kimi aparır. Eyni bir obyektin özünü eyni zamanda həm hissəcik, həm də dalğa kimi aparmasını aydın təsəvvür etmək mümkün olmasa da, optik hadisələri izah etmək məqsədilə işığın hər iki xassəsindən istifadə edilir.

Sonralar müəyyən edildi ki, işıq üçün mövcud olan korpuskul-dalğa dualizmi bizim adətən hissəcik adlandırdığımız elektronlar, protonlar, neytronlar, atomlar, molekullar, yəni maddə hissəcikləri üçün də xarakterikdir. Belə ki, çoxlu sayda təcrübi faktlarla sübut edilmişdir ki, maddənin bu elementar tərkib hissələri özlərini fəzada lokallaşmış hissəciklər kimi aparır. Məsələn, Vilson kamerasında alınmış fotosəkillərdə bu kameraya düşən hissəciklərin (məhz hissəciklərin!) hərəkəti nəticəsində alınan izlər buna parlaq bir misaldır. Lakin bu hissəciklərin özlərini həm də dalğa kimi apardığını şəksiz sübut edən təcrübələr də məlumdur.

Maddə hissəciklərinin dalğa xassələrini təsvir etmək üçün dalğalar nəzəriyyəsinə gələcəkdə bizə lazım olan bəzi məsələləri xatırlamaq məqsədə uyğundur.

Bərk, maye və ya qaz mühitində hissəciklər bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olur. Ona görə də mühitdə hər hansı hissəcik rəqsi hərəkət etsə, bu rəqs hissəcikdən hissəciyə ötürülərək mühitdə bütün istiqamətlərdə müəyyən  $v$  sürətilə yayılmış olur. Rəqslərin fəzada yayılması prosesi dalğa adlanır. Qaz, maye və bərk mühitdə dalğalar, yəni mexaniki dalğalar mühitin ayrı-ayrı hissələri arasında təsir edən elastiklik qüvvəsi sayəsində yaranır. Ona görə də elastiki mühitdə yaranan dalğaları çox zaman elastik dalğalar adlandırırlar. Suyun səthində dalğaların yaranmasında ağırlıq qüvvəsi və səthi gərilmə qüvvəsi mühüm rol oynayır.

Dalğa yayılarkən maddə daşınmır, rəqs edən mühitin yalnız müəyyən halı öz yerini dəyişir. Belə ki, dalğanın yayıldığı mühitin hissəcikləri dalğa tərəfindən irəliləmə hərəkətinə sövq olunmayıb, hər bir hissəcik yalnız öz tarazlıq vəziyyəti ətrafında rəqs edir.

Təbiətindən asılı olmayaraq hər bir dalğa müəyyən sonlu sürətlə yayılır və enerjiyə malikdir. Dalğanın daşdığı enerji rəqsləri yaranan mənbədən daxil olur. Yeri gəlmişkən qeyd edək ki, enerjinin yayılması haqqında təsəvvür ilk dəfə rus fiziki N. A. Umov tərəfindən daxil edilmişdir.

Dalğanın yayılma istiqamətinə nəzərən hissəciklərin rəqslərinin istiqamətindən asılı olaraq uzununa və eninə dalğalar mövcuddur. Mühitin hissəcikləri dalğanın yayıldığı istiqamətdə rəqs edirsə, bu, uzununa dalğa adlanır. Eninə dalğada isə mühitin hissəcikləri dalğanın yayılma istiqamətinə perpendikulyar istiqamətlərdə rəqs edir. Qeyd edək ki, eninə elastiki dalğalarda mühitin ayrı-ayrı hissələri bir-birinə nəzərən dalğanın yayılma istiqamətinə perpendikulyar istiqamətdə sürüşmüş olur. Bu zaman sürüşmə deformasiyası adlanan elastik deformasiya yaranır. Mühitin ayrı-ayrı təbəqələri bir-birinə nəzərən

sürüşür, həcm isə dəyişmir. Bərk mühitdə sürüşmə deformasiyası zamanı bu mühiti öz əvvəlki halına qaytarmağa çalışan elastiklik qüvvələri yaranır və məhz bu qüvvələrin təsiri altında hissəciklərin rəqsləri baş verir. Qazlarda və mayelərdə təbəqələrin bir-birinə nəzərən sürüşməsi elastiklik qüvvələrinin yaranmasına səbəb olmur. Ona görə də qazlarda və mayelərdə eninə dalğalar yaranmır. Eninə dalğalar yalnız bərk mühitlərdə yaranır. Mayələrin daxilində deyil, səthində də eninə dalğalar yaranır.

Uzununa dalğada mühitdə sıxılma və dartılma deformasiyası baş verir. Bu deformasiya nəticəsində bütün mühitlərdə, yəni həm bərk, həm də qaz və maye mühitlərdə elastiklik qüvvələri yaranır və həmin qüvvələrin təsiri altında mühitin ayrı-ayrı hissələrinin rəqsləri baş verir. Məhz buna görə də uzununa dalğalar bütün mühitlərdə yayıla bilər. Deməli, bərk mühitlərdə həm eninə, həm də uzununa dalğalar yarana bilər. Bərk mühitlərdə uzununa dalğaların sürəti eninə dalğaların sürətindən böyükdür.

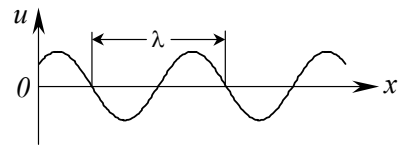
Qeyd edək ki, mexaniki dalğalar vakuumda deyil, yalnız maddə daxilində yarana bilər. Lakin mexaniki dalğalardan fərqli olaraq elektromaqnit dalğaları həm mühitdə, həm də vakuumda yarana bilər. Belə bir mühüm fərqin olmasına baxmayaraq elektromaqnit dalğaları da mexaniki dalğalara oxşar olaraq müəyyən sonlu sürətə malikdir və özü ilə enerji daşıyır.

Dalğa müəyyən istiqamətdə, məsələn  $x$  oxu boyunca yayılır dedikdə yalnız  $x$  oxu üzərində yerləşən hissəciklərin deyil, müəyyən həcmdə yerləşmiş hissəciklər toplusunun rəqs etdiyini başa düşmək lazımdır. Müəyyən  $t$  zaman anında rəqslərin çatdığı nöqtələrin həndəsi yerinə dalğa cəbhəsi deyilir. Dalğa cəbhəsi fəzanın rəqslərin hələ baş vermədiyi hissəsini dalğanın artıq yayılmış olduğu fəza oblastından ayıran sərhəd səthidir.

Eyni fəza ilə rəqs edən nöqtələrin həndəsi yerinə dalğa səthi deyilir. Dalğanın yayılmış olduğu fəzanın hər bir nöqtəsindən dalğa səthi keçirmək olar. Deməli, dalğa səthləri sonsuz sayda ola bildiyi halda, hər bir zaman anı üçün yalnız bir dənə dalğa cəbhəsi vardır. Dalğa səthləri yerlərini dəyişmir və onlar eyni fəza ilə rəqs edən hissəciklərin tarazlıq vəziyyətlərinə uyğun gələn nöqtələrdən keçir. Dalğa cəbhəsi isə daim öz yerini dəyişir.

Dalğa səthlərinin forması ixtiyari ola bilər. Ən sadə hallarda dalğa səthi müstəvi və ya sfera şəklində olur. Buna uyğun olaraq da müstəvi dalğa və ya sferik dalğa anlayışlarından istifadə olunur. Müstəvi dalğada dalğa səthləri bir-birinə paralel yerləşmiş müstəvilər, sferik dalğada isə konsentrik sferalar çoxluğundan ibarətdir.

Fərz edək ki, dalğa  $x$  oxu boyunca yayılır. Onda mühitdə tarazlıq vəziyyəti eyni bir  $x$  koordinatına (lakin müxtəlif  $y$  və  $z$  koordinatlarına) malik olan bütün nöqtələr eyni fazada rəqs edəcəkdir. 60.1 şəklində  $x$  koordinatı müxtəlif olan nöqtələrin tarazlıq vəziyyətindən müəyyən zaman anında  $u$  meylini göstərən qrafik verilmişdir. Bu şəkli dalğanın görünən təsviri kimi qəbul etmək olmaz. Belə ki, həmin şəkildə fiksə olunmuş müəyyən  $t$  zaman anında  $u(x,t)$  funksiyasının qrafiki göstərilmişdir. Həm uzununa, həm də eninə dalğa üçün bu cür qrafik qurmaq olar.



Шякил 60.1.

Mühitin hissəciklərinin rəqs perioduna ( $T$ ) bərabər olan zaman müddəti ərzində dalğanın yayıldığı məsafəyə dalğa uzunluğu ( $\lambda$ ) deyilir. Aydındır ki, dalğanın yayılma sürəti  $v$  olarsa,

$$\lambda = vT \quad (60.1)$$

yaza bilərik, Dalğa uzunluğu həm də mühtdə rəqslərinin fazalar fərqi  $2\pi$  olan iki ən yaxın nöqtə arasındakı məsafəyə bərabərdir (şəkil 60.1).

Rəqslərin  $v$  tezliyi ilə  $T$  periodu arasında  $v = \frac{1}{T}$  münasibətinə əsasən (60.1) ifadəsini

$$v = \lambda v \quad (60.2)$$

kimi də yazmaq olar.

Dalğanı təsvir etmək üçün rəqs edən hissəciyin tarazlıq vəziyyətindən meylinin həmin hissəciyin tarazlıq vəziyyətinin  $x, y, z$  koordinatlarından və zamandan ( $t$ ) asılılığını müəyyən edən funksiya istifadə olunur:

$$u = u(x, y, z; t). \quad (60.3)$$

(60.3) ifadəsi bəzən dalğanın tənliyi adlanır ki, bunu da dalğa tənliyi anlayışı ilə qarışdırmaq lazım deyildir (bax: Ə61).

(60.3) funksiyası həm zamana, həm də koordinatlara nəzərən periodik olmalıdır. Zamana görə periodiklik onunla əlaqədardır ki,  $u$  funksiyası koordinatları  $x, y, z$  olan hissəciyin rəqslərini təsvir edir. Koordinatlara nəzərən periodiklik isə onunla əlaqədardır ki, bir-birindən  $\lambda$  məsafəsində yerləşən nöqtələr eyni cür rəqs edirlər.

Harmonik rəqslər nəticəsində yaranan müstəvi dalğa üçün (60.3) funksiyasının aşkar şəklini tapaq. Sadəlik naminə  $x$  oxunu dalğanın yayıldığı istiqamətdə yönəldək. Onda dalğa səthləri  $x$  oxuna perpendikulyar yerləşəcək və dalğa səthinin bütün nöqtələri eyni cür rəqs etdiyindən onların tarazlıq vəziyyətindən  $u$  meyli yalnız  $x$  və  $t$ -dən asılı olacaq:  $u = u(x, t)$ . Fərz edək ki,  $x=0$  müstəvisi (şəkil 60.2) üzərində yerləşən nöqtələrin rəqsləri

$$u(0, t) = a \cos(\omega t + \delta) \quad (60.4)$$

qanunu ilə baş verir. İndi isə  $x$ -in ixtiyari qiymətinə uyğun gələn müstəvi üzərindəki rəqslər üçün  $u(x, t)$  funksiyasını tapaq.  $v$  sürətilə yayılan dalğa  $x=0$  müstəvisindən hər hansı  $x$  müstəvisinə qədər olan məsafəni  $\tau = \frac{x}{v}$  zaman müddəti ərzində qət

edəcəkdir. Deməli,  $x$  müstəvisində yerləşən

hissəciklərin rəqsi  $x=0$  müstəvisindəki hissəciklərin rəqsinə nisbətən  $\tau$  zaman müddəti qədər gec baş verəcəkdir və ona görə də

$$u(x, t) = a \cos[\omega(t - \tau) + \delta] = a \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \delta\right]$$

yaza bilərik.

Beləliklə,  $x$  oxu boyunca yayılan uzununa və ya eninə müstəvi dalğanın tənliyi aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$u = a \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \delta\right]. \quad (60.5)$$

Burada  $a$  – dalğanın amplitudu,  $\left[ \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + \delta \right]$  – dalğanın fazası, fazanın ifadəsinə daxil olan  $\delta$  kəmiyyəti isə başlanğıc faza adlanır /doğrudan da (60.4) ifadəsində  $t=0$  anında faza  $\delta$ -ya bərabər olur). Başlanğıc faza  $x$  və  $t$  kəmiyyətlərinin hesablamaya başlanğıcının seçilməsi ilə təyin olunur. Bir dənə dalğaya baxıldıqda koordinat və zamanın başlanğıcı adətən elə seçilir ki, başlanğıc faza sıfır bərabər olsun:  $\delta=0$ . Lakin bir neçə dalğaya birlikdə baxıldıqda onların hamısı üçün başlanğıc fazanın sıfır bərabər edilməsi mümkün olmur.

(60.4) və (60.5) ifadələrində  $u$  kəmiyyəti ümumiyyətlə dalğa kimi yayılan həyəcanlaşmanı xarakterizə edən funksiyadır və o, məsələn, bizim yuxarıda götdürdüyümüz kimi, elastik mühitdə yayılan dalğada hissəciyin öz tarazlıq vəziyyətindən meyli, elektromaqnit dalğasında elektrik sahəsinin intensivliyinin və ya maqnit sahəsinin induksiyaının hər hansı bir toplananı və s. ola bilər.

(60.5) ifadəsində fazanın hər hansı bir qiymətini fiksə edək, yəni

$$\omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + \delta = const \quad (60.6)$$

olduğunu qəbul edək. Bu şərt fazanın fiksə olunmuş qiymətə malik olduğu yerin  $x$  koordinatı ilə  $t$  zamanı arasında əlaqəni müəyyən edir. Buradan alınan  $dx/dt$  kəmiyyəti isə fazanın verilmiş (fiksə olunmuş) qiymətinin, yəni dalğa səthinin yerdəyişmə sürətini təyin edir. (60.6) ifadəsini diferensiallayaraq  $dt - \frac{1}{v} dx = 0$  və ya

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (60.7)$$

alırıq. Deməli, (60.5) tənliyində dalğanın yayılma sürəti  $v$  fazanın yerdəyişməsi sürətinə bərabərdir və məhz buna görə də onu faza sürəti ( $v_f$ ) adlandırırlar.

(60.7) düsturuna əsasən  $\frac{dx}{dt} > 0$  olur. Deməli, (60.5) tənliyi  $x$ -in artması istiqamətində, yəni  $x$  oxu boyunca yayılan dalğanı təsvir edir.  $x$  oxunun əksi istiqamətində yayılan dalğa isə

$$u = a \cos \left[ \omega \left( t + \frac{x}{v} \right) + \delta \right] \quad (60.8)$$

tənliyi ilə təsvir olunur. Doğrudan da, (60.8) ifadəsində də fazanı (60.6) kimi sabit qəbul edərək diferensiallasaq  $\frac{dx}{dt} = -v$  alırıq ki, bu da (60.8) dalğasının  $x$ -in azalması istiqamətində yayıldığını göstərir.

(60.5) və (60.8) ifadələrində  $x$  və  $t$  kəmiyyətləri periodik funksiyanın arqumentinə daxil olduğu üçün dalğa, yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, fəza və zamana görə periodiklik xassəsinə malik olmalıdır. Zamana görə periodikliyin olması müəyyən sabit  $T$  zaman müddəti üçün aşağıdakı şərtin ödənməsini tələb edir:

$$\cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + \delta \right] = \cos \left[ \omega \left( t + T - \frac{x}{v} \right) + \delta \right].$$

Bu şərt isə yalnız o zaman ödənilir ki,  $\omega T = 2\pi$  və ya  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$  olsun ( $T$ ,  $\omega$  və  $\nu$  – dalğanın uyğun olaraq, periodu, dairəvi tezliyi və xətti tezliyidir).

Dalğanın fəza periodikliyinə malik olması o deməkdir ki,  $t$ -nin verilmiş qiymətində  $x$  kəmiyyəti dalğa uzunluğu  $\lambda$  qədər dəyişdikdə  $u$  funksiyasının eyni bir qiymətləri təkrarlanmalıdır, yəni

$$\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{\nu}\right) + \delta\right] = \cos\left[\omega\left(t - \frac{x + \lambda}{\nu}\right) + \delta\right].$$

Bu isə o deməkdir ki,  $\omega\lambda/\nu = 2\pi$  və ya  $\lambda = 2\pi\nu/\omega = \frac{\nu}{\omega}$  və nəhayət,

$$\nu = \frac{\omega\lambda}{2\pi} = \lambda\nu \quad (60.2a)$$

şərti ödənməlidir. Bu isə faza sürəti ilə dalğa uzunluğu arasında əlaqəni müəyyən edir.

Müstəvi dalğanın (60.5) və ya (60.8) tənliyini  $x$  və  $t$ -yə nəzərən simmetrik şəkildə yazaq. Bu məqsədlə aşağıdakı kimi təyin olunan  $k$  dalğa ədədi daxil edək:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (60.9)$$

Bu ifadənin sürət və məxrəcini  $\nu$ -yə vursaq

$$k = \frac{\omega}{\nu} \quad (60.10)$$

yaza bilərik. (60.10) düsturunu (60.5)-də nəzərə alsaq,  $x$  oxu boyunca yayılan müstəvi dalğa üçün tənlik aşağıdakı şəkllə düşər:

$$u = a \cos(\omega t - kx + \delta). \quad (60.11)$$

Həmin qayda ilə (60.8) tənliyindən  $x$  oxunun əksi istiqamətində yayılan müstəvi dalğa üçün

$$u = a \cos(\omega t + kx + \delta) \quad (60.12)$$

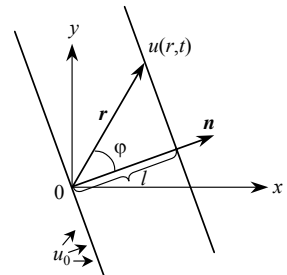
alınır.

(60.11) və (60.12) düsturlarını yazarkən fərz olunur ki, rəqslərin amplitudu  $a$  koordinatdan, yəni  $x$ -dən asılı deyil. Müstəvi dalğa üçün bu şərt dalğanın enerjisi mühit tərəfindən udulmadıqda ödənilir. Enerjini udan mühitdə yayılarkən dalğanın intensivliyi rəqs mənbəyindən uzaqlaşdıqca tədricən azalır, yəni dalğanın sönməsi müşahidə olunur. Sönən rəqslərdə olduğu kimi, bircinsli mühitdə dalğanın sönməsi də amplitudun eksponensial qanunla azalması ilə xarakterizə olunur:

$a = a_0 e^{-\alpha x}$ . Burada  $a_0$  kəmiyyəti  $x=0$  müstəvisinin nöqtələrində amplituddur. Beləliklə,  $x$  oxu boyunca yayılan müstəvi dalğanın tənliyi aşağıdakı kimi olur:

$$u = a_0 e^{-\alpha x} \cos(\omega t - kt + \delta). \quad (60.13)$$

İndi isə  $x, y, z$  koordinat oxları ilə, uyğun olaraq,  $\alpha, \beta$  və  $\gamma$  bucaqları əmələ gətirən ixtiyari istiqamətdə yayılan müstəvi



Шякил

dalğanın tənliyini tapaq. Fərz edək ki, koordinat başlanğıcından keçən müstəvidə (şəkil 60.3) rəqslər

$$u_0 = a \cos(\omega t + \delta) \quad (60.14)$$

kimidir. Koordinat başlanğıcından  $l$  məsafədə yerləşən dalğa səthi (müstəvi) götürək. Bu müstəvi üzərində rəqslər (60.14) rəqslərinə nisbətən  $\tau=l/v$  zaman müddəti qədər gecikmiş olur:

$$u = a \cos \left[ \omega \left( t - \frac{l}{v} \right) + \delta \right] = a \cos(\omega t - kl + \delta). \quad (60.15)$$

$l$  məsafəsini baxılan müstəvinin üzərindəki nöqtələrin radius-vektoru ilə ifadə edək. Bu məqsədlə dalğa səthinə normal olan  $\vec{n}$  vahid vektorunu daxil edək. 60.3 şəkildən görünür ki, baxılan müstəvinin ixtiyari nöqtəsinin  $\vec{r}$  radius-vektorunun  $\vec{n}$  vektoruna skalyar hasilini  $l$  məsafəsinə bərabərdir:

$$\vec{n}\vec{r} = r \cos \varphi = l. \quad (60.16)$$

(60.16)-nı (60.15)-də nəzərə alaq:

$$u = a \cos(\omega t - k\vec{n}\vec{r} + \delta) \quad (60.17)$$

Burada

$$\vec{k} = k\vec{n} \quad (60.18)$$

vektoru modulca  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  dalğa ədədinə bərabər olub, dalğa səthinə normal istiqamətində yönəlmişdir və dalğa vektoru (və ya dalğanın yayılma vektoru) adlanır. Beləliklə, (60.17) tənliyini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$u(\vec{r}, t) = a \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \delta) \quad (60.19)$$

(60.19) ifadəsi  $\vec{k}$  dalğa vektoru ilə təyin olunan istiqamətdə yayılan sönməyən müstəvi dalğanın tənliyidir. Sönən dalğa üçün bu tənliyə  $e^{-\gamma t} = e^{-\vec{\gamma}\vec{r}}$  vuruğu əlavə edilməlidir və onda (60.13)-ə oxşar olaraq

$$u(\vec{r}, t) = a_0 e^{-\vec{\gamma}\vec{r}} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \delta) \quad (60.20)$$

tənliyi alınır.

(60.19) funksiyası radius-vektoru  $\vec{r}$  olan nöqtənin tarazlıq vəziyyətindən  $t$  zaman anında meylini təyin edir (yada salaq ki,  $\vec{r}$  nöqtənin tarazlıq vəziyyətini müəyyən edir). Nöqtənin radius-vektorundan onun  $x, y, z$  koordinatlarına keçmək üçün  $\vec{k}\vec{r}$  skalyar hasilini vektorların koordinat oxları üzrə proyeksiyaları ilə ifadə edək:

$$\vec{k}\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z \quad (60.21)$$

Burada

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \alpha, \quad k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \beta, \quad k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \gamma \quad (60.22)$$

kimi təyin olunur.

Beləliklə,  $\vec{k}$  dalğa vektoru istiqamətində yayılan sönməyən müstəvi dalğanın (60.19) tənliyini

$$u(x,y,z;t)=a\cos(\omega t-k_x x-k_y y-k_z z+\delta) \quad (60.23)$$

kimi yazmaq olar. (60.23) funksiyası tarazlıq vəziyyətinin koordinatları  $x,y,z$  olan nöqtənin tarazlıq vəziyyətindən  $t$  zaman anında meylini təyin edir.  $\vec{n}$  vahid vektoru  $\vec{l}_x$  ort-vektoru ilə üst-üstə düşdükdə  $k_x=k, k_y=k_z=0$  olur və (60.23) tənliyi (60.19) şəklinə düşür.

Rəqslər və dalğalar nəzəriyyəsinin bir çox məsələlərinin riyazi şərhini asanlaşdırmaq üçün

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi \quad (60.24)$$

Eyler düsturuna əsaslanaraq çox zaman triqonometrik funksiyalar əvəzinə eksponensial funksiyalar daxil edilir. (60.24) ifadəsinin  $\text{Re}(e^{i\varphi})$  həqiqi və  $\text{Im}(e^{i\varphi})$  xəyali hissəsi, uyğun olaraq,  $\cos\varphi$  və  $\sin\varphi$  triqonometrik funksiyalarına bərabərdir. Əksər riyazi əməliyyatların triqonometrik funksiyalara nisbətən eksponensial funksiyalarla aparılması daha asan olduğu üçün, hesablamaların aşağıdakı kimi yerinə yetirilməsi daha əlverişli olur: kosinus və sinus funksiyaları əvəzinə eksponensial funksiya daxil edilir və bütün zəruri hesablamalar bu funksiya ilə aparılır. Son nəticədə alınan eksponensial funksiyanın həqiqi və xəyali hissələrini götürməklə triqonometrik funksiyalara keçmək olar. Ona görə də müstəvi dalğanın (60.19) tənliyini

$$u = \text{Re } a e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \delta)} \quad (60.25)$$

kimi yazmaq daha əlverişlidir. Belə yazılış zamanı sadəlik naminə adətən  $\text{Re}$  işarəsi yazılmır və başa düşülür ki, kompleks funksiyanın yalnız həqiqi hissəsi götürülməlidir. Bundan başqa kompleks amplitud adlanan

$$\hat{a} = a e^{i\delta} \quad (60.26)$$

kompleks ədədi daxil edilir ki, onun da modulu dalğanın  $a$  amplituduna, argumenti  $\delta$  isə başlanğıc fazaya bərabərdir. Beləliklə, sönməyən müstəvi dalğanın tənliyini

$$u = \hat{a} e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \quad (60.27)$$

kimi yazmaq olar. Gələcəkdə görəcəyik ki, məhz bu yazılış bizim nəzərdə tutduğumuz məqsəd üçün daha əlverişlidir.

İndi isə sferik dalğanın tənliyini tapan. Dalğaların hər bir real mənbəyi müəyyən ölçüyə malikdir. Lakin mənbədən onun ölçülərinə nisbətən çox böyük məsafələrdə dalğaları öyrənməklə kifayətləndikdə mənbəyin ölçülərini nəzərə almamaq və onu nöqtəvi mənbə hesab etmək olar. İzotrop və bircinsli mühitdə nöqtəvi mənbəyin doğurduğu dalğa sferik dalğa olacaqdır. Əgər nöqtəvi mənbəyin rəqslərinin fazası  $\omega t + \delta$  olarsa, onda  $r$  radiuslu dalğa səthi üzərindəki nöqtələr

$$\omega \left( t - \frac{r}{v} \right) + \delta = \omega t - kr + \delta \quad (60.28)$$

fazası ilə rəqs etmiş olar. Burada nəzərə alındı ki,  $r$  yolunu dalğa  $\tau=r/v$  zaman müddəti ərzində keçir. Bu halda, hətta əgər dalğanın enerjisi mühit tərəfindən udulmasa da, rəqslərin amplitudu sabit qalmayıb, mənbədən olan məsafə ilə tərs mütənasib olaraq, yəni



$1/r$  qanunu ilə azalacaqdır. Deməli, sferik dalğanın tənliyi

$$u = \frac{a}{r} \cos(\omega t - kr + \delta) \quad (60.29)$$

kimi yazıla bilər. Burada  $a$  – sabit kəmiyyət olub, mənbədən vahid məsafədə ( $r=1$ ) ədədi qiymətə amplituda bərabərdir. Aydındır ki,  $a$ -nın ölçü vahidi periodik dəyişən (rəqs edən) kəmiyyətin ölçü vahidi ilə uzunluq vahidinin hasilinə bərabər olmalıdır. Dalğanın enerjisini udan mühit üçün (60.29) düsturuna, (60.13) ifadəsindəkinə oxşar olaraq,  $e^{-\gamma r}$  vuruğu əlavə edilməlidir, yəni sönən sferik dalğanın tənliyi

$$u = a \cdot \frac{e^{-\gamma r}}{r} \cos(\omega t - kr + \delta) \quad (60.30)$$

olar.

Bir daha xatırladaq ki, yuxarıda deyilənlərə uyğun olaraq, (60.29) tənliyi mənbəyin ölçülərindən yalnız xeyli böyük olan  $r$  məsafələri üçün doğrudur,  $r$  məsafəsi sıfıra yaxınlaşdıqca ( $r \rightarrow 0$ ) amplitud sonsuz böyüyür. Bu mənasız nəticənin alınması  $r$ -in kiçik qiymətləri üçün (60.29) düsturunun tətbiq edilə bilməməsi ilə əlaqədardır.

### Ə61. Dalğa tənliyi

Hər hansı bir dalğanı xarakterizə edən funksiya uyğun dalğa tənliyinin həlli olur. Məsələn, Ə60-də müstəvi dalğa üçün yazdığımız ifadə dalğa tənliyi adlanan müəyyən ikitərtibli diferensial tənliyin xüsusi həllidir. Bu tənliyi tapmaq üçün müstəvi dalğanı təsvir edən (60.22) funksiyanın koordinatlara və zamana görə ikinci tərtib xüsusi törəmələrini tapaq:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -k_x^2 a \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \delta) = -k_x^2 u,$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -k_y^2 a \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \delta) = -k_y^2 u,$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -k_z^2 a \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \delta) = -k_z^2 u,$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\omega^2 a \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \delta) = -\omega^2 u.$$

Koordinatlara görə törəmələri toplasaq

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)u = -k^2 u \quad (61.1)$$

olar. Zamana görə törəmə üçün olan ifadədən  $u = -\frac{1}{\omega^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  olduğunu (61.1)-də nəzərə alsaq və (60.10)-a əsasən  $k^2/\omega^2 = 1/v^2$  əvəz etsək

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (61.2)$$

tənliyini alarıq. (61.2) ifadəsi dalğa tənliyi adlanır. Bu tənliyi həm də

$$\nabla^2 u = \Delta u = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (61.3)$$

şəklində yazmaq olar. Burada

$$\nabla^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (61.4)$$

Laplas operatorudur.

Qeyd edək ki,  $\frac{\omega^2}{v^2} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2$  ifadəsi dalğanın  $\omega$  tezliyini dalğa vektorunun komponentləri ilə ələqələndirir. Bu ifadə dalğanın təbiətindən asılıdır və çox zaman dispersiya qanunu adlanır.

Asanlıqla göstərmək olar ki, (61.2) dalğa tənliyini yalnız (60.22) funksiyası deyil, ixtiyari

$$f(x, y, z; t) = f(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \delta) \quad (61.5)$$

kimi funksiya da ödəyir. Doğrudan da, (61.5) ifadəsində sağ tərəfdə mötərizədəki ifadəni  $\eta$  ilə işarə etsək ( $\eta = \omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \delta$ ), aşağıdakıları yaza bilərik:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} = f' \omega; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \omega \frac{\partial f'}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} = \omega^2 f'' \quad (61.6)$$

Buna oxşar olaraq

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = k_x^2 f'', \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = k_y^2 f'', \quad \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = k_z^2 f'' \quad (61.7)$$

yazmaq olar. Burada  $f'' = \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2}$  işarə edilmişdir.

(61.6) və (61.7) ifadələrini (61.2) tənliyində yazaraq,  $v = \omega/k$  olduğunu nəzərə alsaq görərik ki, (61.5) funksiyası həqiqətən dalğa tənliyini ödəyir.

Qeyd edək ki,  $x$  oxu boyunca yayılan müstəvi dalğa üçün dalğa tənliyi

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (61.8)$$

şəklində olur.

(61.2) tənliyini ödəyən hər bir funksiya müəyyən dalğanı təsvir edir və özü də  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  həddinin qarşısında duran əmsalın kvadrat kökünün tərs qiyməti bu dalğanın faza sürətinə bərabərdir.

İndi isə elektromaqnit dalğası üçün dalğa tənliyini tapaq. Məlumdur ki, dəyişən elektrik sahəsi ətraf fəzada dəyişən maqnit sahəsi yaradır. Bu dəyişən maqnit sahəsi də öz növbəsində dəyişən elektrik sahəsi doğurur və s. Beləliklə, rəqs edən elektrik yükü

vasitəsilə dəyişən elektromaqnit sahəsi yaradıldıqda bu yükü əhatə edən fəzada elektrik və maqnit sahələrinin bir-birinə qarşılıqlı şəkildə çevrilərək nöqtədən nöqtəyə keçərək yayılması baş verir. Fəza və zamana görə periodik olan bu proses elektromaqnit dalğası adlanır.

Göstərmək olar ki, elektromaqnit dalğasının mövcud olması

$$[\vec{\nabla}\vec{E}] = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \quad (61.9)$$

$$\vec{\nabla}\vec{B} = 0, \quad (61.10)$$

$$\vec{\nabla}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}, \quad (61.11)$$

$$\vec{\nabla}\vec{D} = \rho \quad (61.12)$$

Maksvel tənliklərindən alınır. Burada  $\vec{E}$  – elektrik sahəsinin intensivlik,  $\vec{B}$  – maqnit sahəsinin induksiya,  $\vec{H}$  – maqnit sahəsinin intensivlik,  $\vec{D}$  – elektrik sahəsinin induksiya,  $\vec{j}$  – cərəyan sıxlığı vektorudur,  $\rho$  – elektrik yükünün sıxlığıdır. Qeyd edək ki,  $\vec{D}$  və  $\vec{H}$  kəmiyyətləri elektromaqnit sahəsinin köməkçi xarakteristikalarıdır (əsas xarakteristikalar  $\vec{E}$  və  $\vec{B}$  kəmiyyətləridir). Bu köməkçi kəmiyyətlərin daxil edilməsi onunla əlaqədardır ki,  $\vec{D}$  vektorunun divergensiyası yalnız kənar yüklərin sıxlığı,  $\vec{H}$  vektorunun rotoru isə yalnız makroskopik cərəyanların sıxlığı ilə təyin olunur

Dielektrik nüfuzluğu  $\varepsilon$  və maqnit nüfuzluğu  $\mu$  sabit olan bircinsli neytral ( $\rho$ ) və keçirici olmayan ( $\vec{j}=0$ ) mühit üçün  $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$  və  $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$  olduğundan

$$\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = \mu\mu_0 \frac{\partial\vec{H}}{\partial t}, \quad \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial\vec{E}}{\partial t},$$

$$\vec{\nabla}\vec{B} = \mu\mu_0\vec{\nabla}\vec{H}, \quad \vec{\nabla}\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{\nabla}\vec{E}$$

yaza bilərik. Ona görə də (61.9)-(61.12) Maksvel tənlikləri baxılan hal üçün

$$[\vec{\nabla}\vec{E}] = -\mu\mu_0 \frac{\partial\vec{H}}{\partial t}, \quad (61.13)$$

$$\vec{\nabla}\vec{H} = 0, \quad (61.14)$$

$$[\vec{\nabla}\vec{H}] = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}, \quad (61.15)$$

$$\vec{\nabla}\vec{E} = 0 \quad (61.16)$$

şəklinə düşür. Burada  $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{Kl^2}{n \cdot m^2}$  – elektrik sabiti,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{n}{A^2}$  – maqnit sabitidir.

(61.13) tənliyinin hər iki tərəfindən rotor alaq:

$$\left[ \vec{\nabla}, [\vec{\nabla} \vec{E}] \right] = -\mu\mu_0 \left[ \vec{\nabla}, \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right]. \quad (61.17)$$

$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$  "nabla" operatoru koordinatlara görə diferensiasillamanı göstərir.

Koordinatlara və zamana görə diferensiasillamanın ardıcılığını dəyişərək

$$\left[ \vec{\nabla}, \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right] = \frac{\partial}{\partial t} [\vec{\nabla} \vec{H}] \quad (61.18)$$

yaza bilərik. (61.18)-i (61.17)-də yazdıqdan sonra alınan tənlikdə  $[\vec{\nabla} \vec{H}]$  əvəzinə (61.15)-i nəzərə alsaq

$$\left[ \vec{\nabla}, [\vec{\nabla} \vec{E}] \right] = -\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (61.19)$$

olar. İkiqat vektorial hasilin  $[\vec{a}, [\vec{b} \vec{c}]] = \vec{b}(\vec{a} \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \vec{b})$  kimi xassəsindən istifadə edərək (61.19) ifadəsinin sağ tərəfini aşağıdakı kimi yazaq:

$$\left[ \vec{\nabla}, [\vec{\nabla} \vec{E}] \right] = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E}. \quad (61.20)$$

Burada (61.16) ifadəsi nəzərə alınmışdır.

(61.20)-ni (61.19)-da yazaraq

$$\nabla^2 \vec{E} = \Delta \vec{E} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (61.21)$$

tənliyini alırıq. Lakin

$$\varepsilon_0\mu_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{san}^2}{\text{m}^2} = \frac{1}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{san}}\right)^2} = \frac{1}{c^2} \quad (61.22)$$

olduğundan ( $c$  – işığın vakuumda sürətidir) (61.21) ifadəsini

$$\nabla^2 \vec{E} = \Delta \vec{E} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (61.23)$$

kimi yaza bilərik. Laplas operatoru üçün (61.4) ifadəsini nəzərə alsaq

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (61.24)$$

olar.

(61.15) ifadəsinin hər iki tərəfindən rotor alaraq, yuxarıdakına oxşar çevirmələr aparmaqla

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (61.25)$$

tənliyini yaza bilərik. (61.24) və (61.25) tənlikləri hər birinə həm  $\vec{E}$ , həm də  $\vec{H}$  daxil olan (61.13) və (61.15) tənliklərindən alındıqları üçün bir-biri ilə sıx surətdə əlaqədardır.

Göründüyü kimi, (61.24) və (61.25) ifadələri eynilə (61.2) ifadəsinə oxşayır və deməli, onlar elektromaqnit dalğası üçün dalğa tənliyidir. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, dalğa tənliyində zamana görə törəmənin əmsalının kvadrat kökünün tərs qiyməti dalğanın faza sürətinə bərabər olduğundan (61.24) və (61.25) tənlikləri göstərir ki, elektromaqnit sahəsi faza sürəti

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad (61.26)$$

olan elektromaqnit dalğaları kimi mövcud ola bilər. Vakuumda  $\epsilon=\mu=1$  olduğundan elektromaqnit dalğasının sürəti işığın  $c$  sürətinə bərabər olur.

Dalğa tənliyinin (61.3) kimi yazılması əslində həmin tənliyin ümumiləşmiş şəkildə yazılışdır. Çünki Laplas operatorunun ifadəsi ixtiyari koordinat sistemində yazıla bilər. Məsələn, xüsusi halda düzbucaqlı Dekart koordinat sistemində Laplas operatoru (61.4) kimi təyin olunur. Digər koordinat sistemlərində isə  $\Delta=\nabla^2$  operatorunun ifadəsi başqa cür olur. Məsələn, fizikada adətən çox işlənən sferik koordinatlarda  $(r, \theta, \varphi)$  Laplas operatorunun ifadəsi aşağıdakı kimidir (E76):

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}. \quad (61.27)$$

Göründüyü kimi, dalğa tənliyi xüsusi törəməli xətti bircinsli diferensial tənlikdir. Hər bir xətti bircinsli diferensial tənlik kimi dalğa tənliyi də aşağıdakı çox mühüm xassəyə malikdir. Fərz edək ki, (61.2) tənliyinin xüsusi həlli  $u_1$ -dir. Onda  $c_1$  ixtiyari sabitdirsə,  $c_1 u_1$  funksiyası da (61.2) tənliyinin həlli olur. Əgər (61.2) tənliyinin xüsusi həlləri  $u_1$  və  $u_2$  mədumdursa, onda  $c_1$  və  $c_2$  ixtiyari sabitlər olduqda  $u=c_1 u_1+c_2 u_2$  (ümumi şəkildə

$u = \sum_{k=1}^n c_k u_k$ ) funksiyası da (61.2) dalğa tənliyinin həlli olacaqdır. Müstəvi dalğaların

toplanması vasitəsilə istənilən dalğanı almağa imkan verən superpozisiya prinsipinin riyazi əsasını dalğa tənliyinin məhz bu xassəsi təşkil edir. Biz növbəti paraqraflarda bu prinsiptən istifadə edəcəyik.

## Ə62. Dalğa paketi

(60.5), (60.11), (60.18) və (60.22) ifadələri ilə təsvir olunan dalğa monoxromatik dalğa adlanır. Ona görə də deyə bilərik ki, monoxromatik dalğanın yayılma sürəti monoxromatik rəqsin fazasının nöqtədən nöqtəyə keçməsi sürətinə, yəni faza sürətinə bərabərdir. Lakin məlum olur ki, məsələn, yalnız vakuumda istənilən periodlu işıq dalğaları üçün yayılma sürəti eynidir. Hər hansı bir mühitdə isə monoxromatik işıq dalğasının faza sürəti bu dalğanın  $\lambda$  uzunluğundan asılıdır, yəni  $v=\Phi(\lambda)$ . Belə mühitlər dispersiyaedici mühit adlanır. Bu fakt mürəkkəb formalı impulsun yayılması zamanı çox böyük əhəmiyyət kəsb edir. Bu cür impuls ixtiyari formalı  $f(t)$  funksiyası ilə ifadə olunur. Ümumi halda  $f(t)$  funksiyası periodik funksiya deyildir. Lakin bir çox optik və akustik problemlərdə  $f(t)$  məhz periodik funksiya olur.

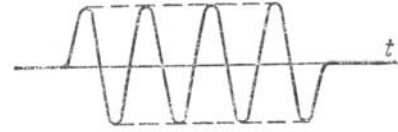
İxtiyari formalı impulsun yayılması haqqında ümumi məsələnin həlli, istənilən funksiyanın bir neçə (ümumiyyətlə isə sonsuz sayda) funksiyanın cəmi şəklində

göstərilməsinin mümkün olması sayəsində xeyli sadələşir. Fizika baxımından bu o deməkdir ki, ixtiyari impuls müəyyən formalı bir neçə (ümumiyyətlə isə sonsuz sayda) impulsun cəmi kimi göstərilə bilər. Qəbuledici qurğuların əksəriyyəti superpozisiya prinsipinə əsaslanır. Çünki bu prinsipə görə eyni zamanda göstərilən bir neçə təsirin ümumi nəticəsi ayrılıqda hər bir təsirin yaratdığı nəticələrin sadəcə olaraq cəminə bərabərdir. Superpozisiya prinsipi o zaman tətbiq oluna bilər ki, göstərilən təsir nəticəsində qəbuledici sistemin xassələri dəyişməsin. Bu isə göstərilən təsir həddən artıq böyük olmadıqda mümkündür. Məsələn, elektrik sahəsinin intensivliyi çox böyük olan işıq dalğası maddədə yayılarkən bu şərt ödənmir. Superpozisiya prinsipinin tətbiq oluna bildiyi hallarda ixtiyari impulsu onun toplananlarının cəmi kimi göstərmək və hər bir toplananı isə ayrıca nəzərdən keçirmək olar. Bu toplananların məqsəduyğun seçilməsi, yəni mürəkkəb impulsun ayrılışı üçün səmərəli üsulun tətbiq olunması məsələnin həllini kəskin şəkildə sadələşdirə bilər. Məsələn, Furyenin monoxromatik dalğalara ayrılış (yəni, ixtiyari funksiyaları kosinus və sinus funksiyalarının cəmi kimi göstərilməsi) üçün təklif etdiyi üsul göstərmək olar. Belə ki, Furiye teoreminə görə ixtiyari funksiya uyğun şəkildə seçilmiş amplitud, period və başlanğıc fazaya malik olan sinus və kosinus funksiyalarının cəmi şəklində istənilən dəqiqliklə ifadə oluna bilər. Maraqlıdır ki, bütün fizika problemlərində funksiyaları Furiye metoduna görə ayırmaq üçün tələb olunan riyazi şərtlər ödənilir. Furiye metoduna görə ayrılış zamanı əgər ilkin funksiya  $T$  perioduna malik periodik funksiyadirsə, bu funksiyanın ayrılışına daxil olan (toplanan) sinus və kosinus funksiyalarının periodları  $\frac{1}{2}T, \frac{1}{3}T, \frac{1}{4}T, \dots$  sadə ardıcılığı kimi olacaqdır. Bu, Furiye sırasına ayrılış adlanır. Əgər ilkin funksiya periodik deyilsə, onda ayrılışa daxil olan sinus və kosinus funksiyalarının periodları bütün mümkün olan, yəni kəsilməz qiymətlər alacaqdır. Bu halda ayrılış Furiye inteqralı şəklində olacaqdır. Praktikada Furiye sırasının adətən bir neçə ilkin həddini nəzərə almaqla kifayətlənərək çox yaxşı nəticələr əldə etmək olur.

Furiye ayrılışından istifadə edərək biz hər hansı bir impulsu monoxromatik dalğaların toplusu kimi göstərə bilərik. Əgər mühit dispersiyaedici deyilsə, yəni bütün monoxromatik dalğalar eyni bir faza sürətilə yayılırsa, mühitin istənilən nöqtəsində rəqslər çoxluğu toplanaraq ilkin formalı impulsu verəcəkdir. Belə mühiddə istənilən impuls öz formasını dəyişmədən tam şəkildə yayılır və faza sürəti həm də eyni zamanda impulsun yayılma sürəti olur. Əgər mühit dispersiyaedicdirsə, ayrı-ayrı sinusoidal rəqslər müəyyən  $t_1$  zaman anında hər hansı bir  $x_1$  nöqtəsinə müxtəlif cür dəyişmiş faza ilə gələcək və toplanaraq dəyişmiş formaya malik impuls verəcəklər. Dispersiyaedici mühiddə yayılan impuls deformasiyaya uğrayır və onun yayılma sürəti haqqında anlayış xeyli mürəkkəbləşir.

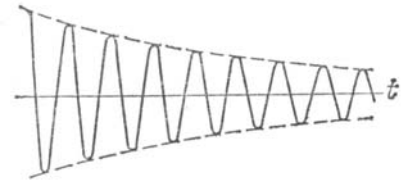
Beləliklə, dispersiyaedici mühitlərdə, (məsələn, işıq dalğaları üçün vakuumdən başqa bütün mühitlərdə) yalnız sonsuz sinusoidal (monoxromatik) dalğa təhrif olunmadan və müəyyən sürətlə yayılır. Riyazi baxımdan mümkün olan digər ayrılışlardan fərqli olaraq Furiye ayrılışının akustika və optika üçün mühüm əhəmiyyətinin də əsas səbəbi məhz budur.

Qeyd edək ki, yalnız  $T$  periodu deyil, həm də  $a$  amplitudu və  $\delta$  başlanğıc fazası da zamandan ( $t$ ) asılı olmayan dalğa monoxromatik dalğa adlanır. (60.5), (60.11), (60.18) və (60.22) ifadələrindən hər hansı biri ilə ifadə olunan dalğa,  $a$  sabit olmadıqda monoxromatik olmayacaqdır. 62.1, 62.2 və 62.3 şəkillərində təsvir olunan və amplitudları zaman keçdikcə dəyişən impulsların yayılması zamanı yayılan dalğalar qeyri-monoxromatik dalğalara misal ola bilər: 62.1 şəklində sinusoida "kəsiyi" və ya dalğa qatarı, 62.2 şəklində sönən sinusoida və 62.3 şəklində periodları yaxın olan iki sinusoidin toplanması (döyülmə) göstərilmişdir. 62.1-62.3 şəkillərində göstərilmiş dalğalardan heç biri  $a=\text{const}$  olan  $u=\text{acos}(\omega t-kx)$  düsturuna uyğun gəlmir və Furiye metoduna görə sonsuz uzanan sinusoid və kosinusoidlərin cəmi kimi göstərilə bilər. Başqa sözlə, baxılan dalğalar sadə monoxromatik dalğalar olmayıb müxtəlif periodlu çoxlu sayda monoxromatik dalğaların toplusundan ibarətdir.



Шякил 62.1.

62.1 şəklində göstərilən monoxromatik olmayan dalğa xüsusi maraq kəsb edir. Burada fərz olunur ki, əvvəlcə amplitud sıfıra bərabərdir, sonra  $t_1$  zaman anında amplitud  $a_1$ -ə bərabər qiymət alır,  $t_1$  zaman anından  $t_2$  zaman anına qədər sabit qalır və sonra yenidən sıfıra bərabər olur. Aydınır ki, hər bir real dalğa ən yaxşı halda bu misala uyğun gəlir. Çünki heç bir real dalğa sonsuz uzun müddət davam etmir və müəyyən zaman anlarında başlayır və sona yetir. Deməli, belə dalğa ciddi monoxromatik hesab oluna bilməz, çünki onun amplitudu zamanın funksiyasıdır.



Шякил 62.2.

$t_2-t_1$  zaman intervalı dalğanın  $T$  perioduna nisbətən böyük olduqca, yəni mənbəyin işlədiyi müddət ərzində buraxılan verilmiş periodlu dalğaların sayı çox olduqca onun şüalanması daha da monoxromatik hesab oluna bilər. Ümumiyyətlə isə, zamandan asılı olaraq amplitudun dəyişməsi ləng baş verdikcə, dalğa daha çox monoxromatik olur.



Шякил 62.3.

Dəyişən amplituda malik sinusoidal dalğanın bir neçə monoxromatik dalğanın toplusuna ekvivalent olduğunu göstərən aşağıdakı misala baxaq.

Fərz edək ki,

$$u=\text{acos}(2\pi mt-kx) \quad (62.1)$$

ifadəsi ilə təsvir olunan dalğa vardır və burada  $a$  – zamandan asılı olaraq aşağıdakı qanunla dəyişir:

$$a=A(1+\text{cos}2\pi mt). \quad (62.2)$$

Bu, o deməkdir ki,  $a$  kəmiyyəti həmin qanunla dəyişərək mümkün olan bütün qiymətləri almaqla bir saniyə ərzində  $m$  dəfə  $2A$ -ya bərabər və  $m$  dəfə də sıfıra bərabər qiymət alır.

Bu zaman  $A$  – müəyyən sabit kəmiyyətdir. Beləliklə, biz tapırıq ki,

$$\begin{aligned} u &= A(1 + \cos 2\pi mt) \cos(2\pi nt - kx) = \\ &= A \cos(2\pi nt - kx) + A \cos 2\pi mt \cos(2\pi nt - kx) = \\ &= A \cos(2\pi nt - kx) + 0,5A \cos[2\pi(n+m)t - kx] + \\ &\quad + 0,5A \cos[2\pi(n-m)t - kx]. \end{aligned} \quad (62.3)$$

Beləliklə, (62.1) dalğası amplitudları  $A$ ,  $A/2$  və  $A/2$ , tezlikləri isə, uyğun olaraq,  $n$ ,  $n+m$  və  $n-m$  olan üç dənə ciddi monoxromatik dalğanın toplusundan başqa bir şey deyildir, yəni bu üç monoxromatik dalğanın cəmlənməsi nəticəsində (62.1) qeyri-monoxromatik dalğası alınır.

Dalğa üçün (60.24) eksponensial ifadəsindən istifadə edərək bu hesablamaları sadələşdirmək də olar. Doğrudan da

$$\begin{aligned} u &= a \exp[i(2\pi mt - kx)] = A \left[ 1 + \frac{1}{2} \exp(i2\pi mt) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \exp(-i2\pi mt) \right] \exp[i(2\pi nt - kx)] = A \exp[i(2\pi nt - kx)] + \\ &\quad + \frac{A}{2} \exp\{i[2\pi(n+m)t - kx]\} + \frac{A}{2} \exp\{i[2\pi(n-m)t - kx]\} \end{aligned} \quad (62.4)$$

ifadəsindən görünür ki, (62.1) dalğası tezlikləri  $n$ ,  $n+m$  və  $n-m$ , amplitudları isə  $A$ ,  $A/2$  və  $A/2$  olan üç dənə monoxromatik dalğanın toplusundan ibarətdir.

Yuxarıda göstərilən misalda məsələnin riyazi həlli çox sadədir. Lakin amplitud zamandan asılı olaraq daha mürəkkəb periodik və ya qeyri-periodik qanunla dəyişdikdə hadisənin fiziki mahiyyəti olduğu kimi qalır və baxılan qeyri-monoxromatik dalğanı toplanaraq əmələ gətirən ayrı-ayrı monoxromatik dalğaların tapılması xeyli mürəkkəb olur və ümumiyyətlə desək, Furiye teoreminin tətbiqi tələb olunur.

Yuxarıda araşdırılan misal aydın şəkildə göstərir ki, amplitudun zamana görə dəyişməsi dalğanın monoxromatikliyinin pozulması və yeni tezliklərin meydana çıxması deməkdir.

Amplitudun zamana görə dəyişməsi intensivliyin variasiyası deməkdir və modulyasiya adlanır. Təkcə amplitudu deyil, həm də fazanı modulyasiya etmək olar. Fazanın modulyasiyası da monoxromatikliyin pozulması deməkdir.

Yuxarıda göstərilən misalda amplitudun modulyasiyası sadə sinusoidal qanunla baş verir. Real hadisələrdə isə modulyasiya adətən daha mürəkkəb şəkildə baş verir və ümumiyyətlə, rəqulyar olmur (xaotik modulyasiya). Məsələn, istənilən işıq mənbəyində bu mənbəyi təşkil edən ayrı-ayrı atomların şüalanması həm amplitud, həm də faza üzrə rəqulyar olmur, yəni xaotik modulyasiyaya uğramış olur.

Modulyasiyanın bizim baxdığımız misaldakı qanunla baş verməsi onu göstərir ki, tezliyi  $n$  olan monoxromatik dalğa tezlikləri  $n$ ,  $n+m$  və  $n-m$  olan uyğun amplitudlu üç dənə monoxromatik dalğaya çevrilir. Dalğanın intensivliyinə bu cür təsir göstərilməsi, yəni monoxromatik dalğanın tezliyinin parçalanması ilə müşayiət olunan modulyasiya bir çox optik hadisələrdə böyük rol oynayır. Qeyd edək ki, optik təcrübələrdə buna bənzər təsirin bilavasitə müşahidə olunması çətindir. Çünki optik dalğaların tezliyi çox böyükdür ( $n \sim 10^{14}$  *hs*). Ona görə də intensivliyin bir saniyədə külli miqdar dəfə baş verən dəyişmələri



tələb olunur ki, tezliyin hiss olunan dəyişməsinə almaq mümkün olsun, yəni  $n+m$  və  $n-m$  tezlikləri  $n$ -dən hiss olunacaq dərəcədə fərqlənə bilsin. Belə yüksək tezlikli modulyasiyanı həyata keçirmək texniki cəhətdən çox çətin olduğundan, optikada buna bənzər hadisələri müşahidə etmək asan deyildir. Lakin buna baxmayaraq belə hadisələr həm bir sıra süni təcrübələrdə, həm də bəzi təbii proseslərdə baş verir.

Akustikada çox da böyük olmayan tezliklərdən istifadə olunduğu üçün həmin hadisəni asanlıqla həyata keçirmək olur. Tezliyi 100 *hs* olan kamerton götürərək tezlikləri 98, 100 və 102 *hs* olan üç dənə dalğanın cəminə bərabər olan mürəkkəb dalğa almaq üçün onun səsinin gücünü göstərilən qanun üzrə saniyədə iki dəfə modulyasiya etmək kifayətdir. Aşağıda təsvir olunan sadə təcrübədə buna inanmaq olar. Biri digərinin qarşısında qoyulmaqla tezlikləri 100 və 98 *hs* (və ya 102 *hs*) olan iki kamerton götürək. Onlar unisona (ahəngə, uyğunluğa) köklənməmişdir və ona görə də bir kamertonun yaratdığı dalğalar digərində rezonans yaratmır. Lakin əgər birinci kamertonu səsləndirərək onun rezonans qutusunun ağzını örtən arakəsməni kamertonlar arasına saniyədə iki dəfə daxil etsək və götürsək, yəni kamertonun səsinə iki dəfə modulyasiya etsək, onda modullaşdırılmış dalğa tezlikləri 100, 98 və 102 *hs* olan üç dənə dalğanın toplusuna təqribən ekvivalent olacaq və ikinci kamerton bu dalğalardan birinə hay verərək səslənəcəkdir. Belə təcrübə heç bir çətinlik olmadan aparılır.

Dəyişən cərəyanın modulyasiyası üçün də buna bənzər təcrübə qoymaq olar. Bu zaman tezliyi qeyd etmək üçün dilləri olan tezlik ölçəndən istifadə etmək əlverişlidir. Sabit amplituda malik olan sinusoidal cərəyan tezlikölçənə təsir etdikdə bu cərəyanın tezliyinə (adətən  $\nu=50$  *hs*) uyğun gələn diltik vibrasiya edir. Əgər cərəyan bir saniyədə periodik olaraq  $\Omega$  dəfə kəsilsə, yəni cərəyan şiddəti  $\Omega$  tezliyinə uyğun sinusoidal qanunla modullaşdırılırsa,  $\nu$  tezliyinə uyğun diltikdən başqa,  $\nu+\Omega$  və  $\nu-\Omega$  tezliklərinə uyğun gələn diltiklər də vibrasiya edəcəklər.

Qeyd edək ki, biz  $a$  amplitudu koordinatdan asılı olmayan müstəvi dalğa misalında monoxromatik dalğa anlayışını daxil etdik. Lakin bu məhdudiyət mühüm rol oynamır. Belə ki, yalnız zamandan asılı olmayan ixtiyari  $a=f(x,y,z)$  amplituduna malik olan dalğa monoxromatiktir. Məsələn, mənbədən uzaqlaşdıqca amplitudu kiçilən (60.27) sferik dalğası monoxromatik dalğadır.

Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, təbiətdə ideal monoxromatik dalğa heç vaxt rast gəlinmir. Doğrudan da, monoxromatik dalğa ciddi periodik prosesdir və bunun üçün də  $o$ , fəza və zaman üzrə sonsuz olmalıdır. Həqiqətdə isə real işıq siqnalları həmişə fəzada məhdud olur və məhdud zaman müddətləri ərzində buraxılır və məhz buna görə də ciddi monoxromatik olmurlar. Bunu nəzərə alaraq, yuxarıda qeyd edildiyi kimi, hər bir real müstəvi dalğaya ciddi harmonik müstəvi dalğaların superpozisiyasının nəticəsi kimi baxmaq olar. Bu superpozisiya zamanı həmin dalğalar interferensiya nəticəsində fəzanın bir hissəsində bir-birini gücləndirir, digər hissəsində isə bir-birini zəiflədir.

Bir qədər əvvəl mürəkkəb dalğanın ayrı-ayrı monoxromatik dalğalara ayrılması üsulları haqqında məlumat verdik. İndi isə bunun əksi olan prosesi, yəni monoxromatik dalğaların superpozisiyası nəticəsində mürəkkəb dalğaların alınmasını nəzərdən keçirək. Misal olaraq əvvəlcə iki müstəvi monoxromatik dalğanın superpozisiyasına baxaq. Fərz edək ki, bu dalğalar  $x$  oxu boyunca yayılır və onların  $\omega_0$  və  $\omega$  tezlikləri, həm də  $k_0=2\pi/\lambda_0$  və  $k=2\pi/\lambda$  dalğa ədədləri bir-birindən çox az fərqlənir:  $\omega_0-\omega=\Delta\omega\rightarrow 0$ ,  $k_0-k=\Delta k\rightarrow 0$ . Həmin dalğaların amplitudları eyni olsun. Beləliklə,  $u_1=acos(\omega_0t-k_0x)$  və  $u_2=acos(\omega t-kx)$  dalğalarını toplayaraq, yəni onların superpozisiyası nəticəsində, aşağıdakı mürəkkəb

dalğanı alırıq:

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 = a \cos(\omega_0 t - k_0 x) + a \cos(\omega t - kx) = \\ &= 2a \cos\left(\frac{\omega_0 - \omega}{2} t - \frac{k_0 - k}{2} x\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_0 + \omega}{2} t - \frac{k_0 + k}{2} x\right). \end{aligned}$$

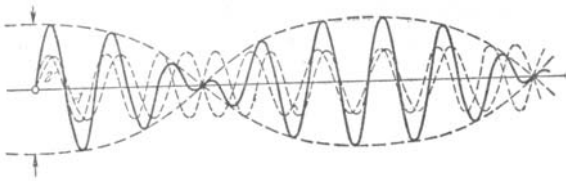
Burada  $\omega_0$  və  $\omega$ ,  $k_0$  və  $k$  kəmiyyətlərinin bir-birindən çox az fərqlənməsini nəzərə alsaq, təqribi olaraq aşağıdakı ifadəni yazı bilərik:

$$u = 2a \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} t - \frac{\Delta k}{2} x\right) \cdot \cos(\omega_0 t - k_0 x). \quad (62.5)$$

Alınmış bu nəticəni aşağıdakı kimi şərh etmək olar. (62.5) ifadəsində ikinci vuruq, yəni  $\cos(\omega_0 t - k_0 x)$  tezliyi  $\omega_0$ , dalğa ədədi isə  $k_0$  olan dalğanı təsvir edir. Bu ifadədə birinci vuruq, yəni  $2a \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} t - \frac{\Delta k}{2} x\right)$  isə yavaş ( $\Delta\omega \rightarrow 0$ ,  $\Delta k \rightarrow 0$ ), lakin periodik dəyişən

amplitudu təyin edir. Başqa sözlə, (62.5) ifadəsi ilə təsvir olunan dalğaya  $\omega_0$  tezliyinə və  $k_0$  dalğa ədədinə malik olan, lakin amplitudu modullaşmış dalğa kimi baxa bilərik. Yada salaq ki, (62.5) düsturu ilə verilən dalğa artıq monoxromatik dalğa deyildir. Çünki, yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, monoxromatik dalğa bütün  $(-\infty, +\infty)$  intervalında eyni bir amplituda və eyni bir tezliyə malik olmalıdır. (62.5) dalğası isə periodik dəyişən amplituda malikdir və uyğun spektral cihaz bu dalğada bir deyil, iki dəfə  $\omega_0$  və  $\omega$  tezliyi aşkar edəcəkdir.

62.4 şəklində müəyyən zaman anı üçün bir-birindən az fərqlənən  $\lambda_0$  və  $\lambda$  dalğa uzunluğuna malik iki monoxromatik dalğa və onların superpozisiyasından yaranan dalğa



Шякил 62.4.

göstərilmişdir. Göründüyü kimi, bu mürəkkəb dalğa kosinus qanunu ilə dəyişən amplitudlara malik bir neçə qrupa bölünür.

Məlumdur ki, müəyyən fazanın yerdəyişmə sürətinə dalğanın faza sürəti deyilir (Ə60). Faza sürəti anlayışı əslində monoxromatik dalğa və ya dispersiya olmayan mühitdə yayılan dalğa üçün tətbiq

edilməlidir. (60.7), (60.2a), (60.9) və (60.10) düsturlarına əsasən (62.5) dalğasının faza

sürətini  $\omega_0 t - k_0 x = \text{const}$ ,  $\omega_0 - k_0 \frac{dx}{dt} = 0$  ifadələrindən

$$v_\phi = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega_0}{k_0} = \frac{\omega_0}{2\pi} \lambda_0 = v_0 \lambda_0 \quad (62.6)$$

kimi yazı bilərik.

İndi isə dalğanın müəyyən amplitudunun yerdəyişmə sürətini tapaq. Aydındır ki, sürət bütövlükdə müəyyən qrupun yerdəyişmə sürətinə bərabər olacaqdır və məhz buna görə də dalğanın qrup sürəti adlanır. Qrup sürətini tapmaq üçün, faza sürətində olduğu kimi (Ə60), amplitudun sabitliyi şərtindən istifadə edilməlidir.

$$\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x = const. \quad (62.7)$$

Buradan  $x = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}t$  və ya  $\frac{dx}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$  alınır.  $\Delta k \rightarrow 0$  şərtində bu ifadənin limitinə qrup sürəti deyilir:

$$v_{qr.} = \frac{d\omega}{dk}. \quad (62.8)$$

Beləliklə, fəza və qrup sürəti müxtəlif düsturlarla təyin olunur. Bu sürətlər arasında münasibəti müəyyən etmək üçün dalğaların müxtəlif mühitlərdə yayılması şərtlərini nəzərdən keçirmək lazımdır. Lakin bunun üçün biz indicə alınmış nəticələri əvvəlcə çoxlu sayda dalğaların toplanması (superpozisiyası) üçün ümumiləşdirməliyik. Göstərməliyik ki, müstəvi dalğaların superpozisiyası nəticəsində elə dalğa almaq olar ki, bu dalğanın amplitudu fəzanın yalnız çox kiçik bir hissəsində sıfırdan fərqli, qalan oblastda isə sıfıra bərabər olsun. Əvvəldə olduğu kimi, sadəlik naminə, yalnız bir fəza koordinatından (məsələn,  $x$ -dən) və zamandan asılı olan müstəvi dalğalara baxacağıq.

Fəzada məhdud uzunluğa malik olan dalğa almaq üçün iki müstəvi dalğanın toplanması artıq kifayət deyildir. Lakin belə dalğanı  $k$  dalğa ədədi müəyyən  $2 \cdot \Delta k$  intervalı daxilində kəsilməz dəyişən dalğaların toplanması nəticəsində almaq olar. Bu intervalın ölçüsünü sonra müəyyən edəcəyik.  $2 \cdot \Delta k$  intervalında müəyyən orta  $k_0$  nöqtəsi götürək və göstərək ki,  $k$ -nın kəsilməz dəyişməsi nəticəsində artıq cəm deyil,

$$u = \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} a(k) \cos(\omega t - kx) dx \quad (62.9)$$

inteqralı şəklində göstərilən superpozisiya nəticəsində, müəyyən şərtlər ödəndikdə, fəzada məhdud müstəvi dalğa, və ya adətən deyildiyi kimi, dalğa paketi almaq mümkündür. Burada toplanan monoxromatik dalğaların  $a(k)$  amplitudlarının bütün  $\pm \Delta k$  intervalında sabit və  $a(k_0)$ -a bərabər olduğu hesab edilir.  $\omega$  tezliyinin  $k$ -dan asılılığı isə baxılan dalğaların təbiətinə uyğun dispersiya qanunu (E61) ilə verilir. Lakin bu qanunun necə olmasından asılı olmayaraq, kiçik  $\Delta k$  intervalı üçün  $\omega(k)$  funksiyasını aşağıdakı üstlü sıra şəklində göstərmək olar:

$$\omega(k) = \omega(k_0) + (k - k_0) \left( \frac{d\omega}{dk} \right)_{k=k_0} + \frac{1}{2} (k - k_0)^2 \left( \frac{d^2\omega}{dk^2} \right)_{k=k_0} + \dots \quad (62.10)$$

$k - k_0$  intervalını o qədər kiçik hesab edək ki, (62.10) ifadəsində üçüncü həddən başlayaraq bütün hədləri atmaq, yəni  $\omega(k)$  üçün aşağıdakı xətti ifadəni yazmaq mümkün olsun:

$$\omega(k) = \omega(k_0) + (k - k_0) \left( \frac{d\omega}{dk} \right)_{k=k_0}. \quad (62.11)$$

Bu şərt daxilində (62.9) inteqralını hesablayaq. Bu məqsədlə  $\omega(k)$ -nın (62.11) ifadəsini (62.9)-də yazaq:

$$u = a(k_0) \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} \cos \left[ \omega t + (k - k_0) \left( \frac{d\omega}{dk} \right)_{k=k_0} t - kx \right] dk. \quad (62.12)$$

(62.12) integralı asanlıqla hesablanır və biz integrəlin sərhədlərini nəzərə aldıqdan, surət və məxrəci  $\Delta k$ -ya vurduqdan sonra aşağıdakı nəticəni alırıq:

$$u = 2a(k_0)\Delta k \cdot \frac{\sin \Delta k \left[ \left( \frac{d\omega}{dk} \right)_{k=k_0} \cdot t - x \right]}{\Delta k \cdot \left[ \left( \frac{d\omega}{dk} \right)_{k=k_0} \cdot t - x \right]} \cdot \cos(\omega_0 t - k_0 x) \quad (62.13)$$

Bu nəticəni də biz (62.5) düsturuna oxşar olaraq şərh edə bilərik. Belə ki, (62.13) ifadəsində  $\cos(\omega_0 t - k_0 x)$  vuruğu mürəkkəb dalğanın fazası ilə əlaqədardır və onun qarşısındakı vuruq isə dəyişən (modullaşmış) amplitudu təsvir edir. Burada

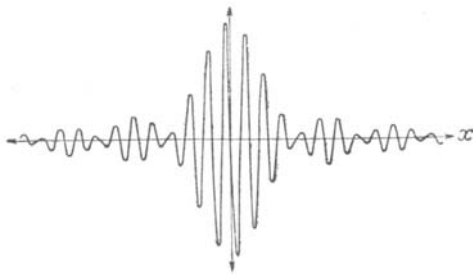
$$\Delta k \left[ \left( \frac{d\omega}{dk} \right)_{k=k_0} t - x \right] = \varphi \text{ ilə işarə etsək görərik ki, amplitudun dəyişməsi xarakteri } \frac{\sin \varphi}{\varphi}$$

vuruğu ilə təyin olunur.  $\frac{\sin \varphi}{\varphi}$  funksiyasının xarakteri isə aşağıdakı kimidir: onun baş

maksimumu  $\varphi=0$  olduqda alınır, yəni  $\lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin \varphi}{\varphi} = 1$ ;  $\varphi = \pm\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \dots$  qiymətlərində isə

$\frac{\sin \varphi}{\varphi} = 0$  olur.  $\varphi$ -nin  $\text{tg } \varphi = \varphi$  şərtini ödəyən  $\varphi = 1,430\pi = 4,49$ ;  $2,459\pi = 7,73$ ;  $3,47\pi = 10,90$

və s. aralıq qiymətlərində isə  $\frac{\sin \varphi}{\varphi}$  funksiyası əlavə maksimumlara da malik olur.



Шякил

Deməli,  $\varphi$  dəyişdikcə  $\frac{\sin \varphi}{\varphi}$  funksiyası bir

sıra maksimum və minimum qiymətlər alır. Lakin bu maksimumlar  $\varphi=0$  qiymətinə uyğun olan baş maksimuma nisbətən kiçik olur və  $\varphi$ -nin qiyməti artdıqca onlar sürətlə kiçilir. Beləliklə, superpozisiya nəticəsində praktik olaraq bir qrup alınır ki, onun da amplitudu fəzanın məhdud bir oblastında sıfırdan fərqli olur və bu oblastda  $\frac{\sin \varphi}{\varphi}$

funksiyası kimi dəyişir. 62.5 şəklində belə

qrupun ani vəziyyəti, yəni müəyyən zaman anında onun forması təsvir edilmişdir.

(62.13) düsturundan görünür ki, yuxarıda baxdığımız iki müstəvi dalğanın toplanması halında olduğu kimi, dalğa paketi üçün də iki sürətdən, yəni faza və qrup sürətindən danışmaq olar. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, faza  $\cos(\omega_0 t - k_0 x)$  vuruğuna daxildir və  $\omega_0 t - k_0 x$  fazasını sabitə bərabər hesab edərək diferensiaslaşdıraraq faza sürətini tapa bilərik:

$$v_f = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega_0}{k_0}.$$

Modullaşmış amplitudu xarakterizə edən və özünü  $\frac{\sin \varphi}{\varphi}$  kimi apan vuruq isə  $\varphi \rightarrow 0$  olduqda 1-ə bərabər olan sabit qiymət alır. Digər tərəfdən  $\varphi=0$  olduqda  $x - \left( \frac{d\omega}{dk} \right)_{k=k_0} \cdot t = 0$  alınır. Bu isə göstərir ki, bərabər amplitudlar səthinin yerdəyişmə sürəti

$$\frac{dx}{dt} = \left( \frac{d\omega}{dk} \right)_{k=k_0} = v_{gr} \quad (62.14)$$

olur. Deməli, bərabər amplitudlar səthinin yerdəyişmə sürəti (62.8) düsturu ilə təyin olunan qrup sürətinə bərabərdir. Bu, həm də bütövlükdə paketin yerdəyişmə sürətidir.

Bura qədər alınan nəticələr (62.10) düsturunda edilən yaxınlaşma, yəni  $\omega(k)$ -nin ayrılışında iki və daha artıq yüksək tərtibli hədlərin nəzərə alınmaması ilə əlaqədardır. Bu yaxınlaşmanın son nəticəyə necə təsir edəcəyini isə tədqiq etmək lazımdır. Əgər  $\left( \frac{d^2\omega}{dk^2} \right)_{k=k_0}$  ikitərtibli törəmə sıfıra bərabədirsə (mühit dispersiyaedici deyilsə, belə də

olur), onda yuxarıdakı nəticələr öz qüvvəsində qalır. Əgər  $\left( \frac{d^2\omega}{dk^2} \right)_{k=k_0} \neq 0$  olarsa, dalğa

paketinin özünəməxsus aşağıdakı xassəsi müşahidə olunur: paket öz formasını saxlamır və tədricən dağılaraq zaman keçdikcə deformasiyaya uğrayır. Lakin əgər dispersiya kiçikdirsə, yəni  $\left( \frac{d^2\omega}{dk^2} \right)_{k=k_0}$  sıfıra yaxındırsa, onda paketin müəyyən forması və bütövlükdə onun qrup sürətilə yerdəyişməsi haqqında danışmaq olar.

Beləliklə, biz baxdığımız dalğa prosesinin tam təsvirini verdik. Bu prosesin aşağıdakı mühüm xüsusiyyətini qeyd edək: dalğa paketinin (62.13) düsturuna müəyyən  $\omega_0$  və  $k_0$  kəmiyyətlərinə uyğun faza vuruğu daxil olmasına baxmayaraq biz əslində dalğa uzunluğunun müəyyən konkret qiyməti ilə əlaqələndirilməsi mümkün olmayan mürəkkəb prosesi nəzərdən keçiririk. Əksinə, paketin yaranması üçün kəsilməz dəyişən  $k$  dalğa ədədinə malik çoxlu sayda monoxromatik dalğaların superpozisiyası zəruri olduğundan, paketin spektral analizi onu kəsilməz (bütöv) spektrin tam bir hissəsi kimi açacaqdır. Bundan başqa həm də məlum olur ki, verilmiş  $\Delta x$  uzunluğuna malik olan dalğa paketi yaratmaq üçün kəsilməz spektrin  $\Delta k$  intervalı müəyyən qiymətdən kiçik ola bilməz.

$\Delta k$  və  $\Delta x$  arasında sonrakı məqsədlərimiz üçün çox mühüm əhəmiyyət kəsb edəcək bu əlaqəni tapan. Bunun üçün hər hansı müəyyən  $t=0$  anında paketə baxaq. Onda paketin forması  $\frac{\sin(\Delta k \cdot x)}{\Delta k \cdot x} = \frac{\sin \varphi_0}{\varphi_0}$  vuruğu ilə təyin olunur ((62.13)-ə bax). Burada  $\varphi_0 = \Delta k \cdot x$  işarə

edilmişdir.  $\varphi_0 = \pm \pi$  olduqda, yuxarıda qeyd edildiyi kimi, bu vuruq sıfıra bərabər olur. Əgər  $x$  oxu üzərində koordinat başlanğıcını baş maksimuma, yəni  $\varphi_0 = 0$  qiymətinə uyğun olan

nöqtədə seçsək, onda bu maksimumdan sol və sağ tərəfdə birinci minimumların koordinatı  $\pm \frac{\Delta x}{2}$  olar. Növbəti maksimumların çox sürətlə kiçildiyini nəzərə alaraq ( $\frac{\sin \varphi}{\varphi}$  funksiyasının yuxarıda verilmiş təhlilinə bax), paketin uzunluğunun bir-birinə simmetrik yerləşmiş birinci minimumlar arasındakı  $\Delta x$  məsafəsinə bərabər olduğunu qəbul edə bilərik. Bu minimumlar üçün  $\Delta k \cdot \frac{\Delta x}{2} = \pi$  şərtini yazsaq ki, buradan da  $\Delta k \cdot \Delta x = 2\pi$  alınır.

Əgər biz paketin uzunluğunu daha dəqiq təyin edərək, onun koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik yerləşmiş ikinci minimumlar arasındakı məsafəyə bərabər olduğunu qəbul etsəydik  $\Delta k \cdot \Delta x = 4\pi$  və ümumiyyətlə isə

$$\Delta k \cdot \Delta x \geq 2\pi \quad (62.15)$$

alardıq.

Bu vaxta qədər biz birölçülü paketin və ya "xətti paketin" yaranmasına baxdıq. Belə paketi almaq üçün  $\vec{k}$  dalğa vektorları eyni cür yönəlmiş monoxromatik dalğalar toplanmalıdır. Yuxarıda söylənilən mülahizələr üç koordinat oxunun hər biri üçün doğru olduğundan, koordinat oxları boyunca ölçüləri  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  və  $\Delta z$  olan paketin yaranması üçün aşağıdakı üç şərt eyni zamanda ödənməlidir:

$$\Delta x \cdot \Delta k_x \geq 2\pi, \Delta y \cdot \Delta k_y \geq 2\pi, \Delta z \cdot \Delta k_z \geq 2\pi. \quad (62.16)$$

Deməli, müəyyən zaman anında ( $t=0$ ) dalğa paketinin fəza ölçüləri ilə bu paketin yaranması üçün tələb olunan monoxromatik dalğaların kəsilməz spektri arasında sıx əlaqə vardır: paketin ölçüsünün kiçik olması üçün  $\Delta k$  intervalı böyük olmalıdır. Sonsuz uzun  $e^{ikx}$  sinusoidal dalğasına  $k$ -nin ( $\lambda$  dalğa uzunluğunun) müəyyən bir qiyməti uyğun gəlir. Lakin dalğa fəzada məhduddursa, onda  $k$ -nin müəyyən bir qiyməti olmur və  $\Delta k$  eni hökmən  $\Delta k \cdot \Delta x \sim 2\pi$  şərtini ödəyən dalğa uzunluqları spektri meydana çıxır.

### Ə63. Faza və qrup sürəti.

Bu vaxta qədər biz bir neçə dəfə faza və qrup sürəti anlayışlarından istifadə etmiş və bu sürətlərin necə təyin olunduğunu da müəyyən etmişik (Ə62). Lakin faza və qrup sürəti anlayışları dalğalar nəzəriyyəsində çox mühüm əhəmiyyət kəsb etdiyindən, həmin anlayışların daha ətraflı şərh olunması məqsəduyğundur.

Məlumdur ki, faza və qrup sürəti anlayışları əsasən işığın sürətinin vakuumda və müxtəlif mühitlərdə ölçülməsi zamanı meydana çıxmışdır. İşıq sürətinin təyini üçün laboratoriya üsulları müxtəlif mühitlərdə işıq sürətini ölçməyə və deməli, işığın sınıması qanununu təcrübədə yoxlamağa imkan verir. Ə1-də göstərdiyimiz kimi, Nyutonun korpuskulyar nəzəriyyəsinə görə işığın sınıma əmsalı  $n = \sin \alpha / \sin \beta = v_2 / v_1$ , Hüygensin dalğa nəzəriyyəsinə görə isə  $n = \sin \alpha / \sin \beta = v_1 / v_2$  kimi təyin olunur. Burada  $v_1$  – işığın birinci,  $v_2$  isə ikinci mühitdə yayılma sürətidir. Bu fərqi səbəbini araşdırmaq üçün Araqonun təklif etdiyi ideya əsasında Fuko işığın havada sürətinin sudakı sürətinə nisbətini təcrübədə təyin edərək Nyutonun nəzəriyyəsindəki kimi  $\frac{3}{4}$  deyil, Hüygensin nəzəriyyəsinə tam

uyğun gələn  $4/3$  almışdı. Fuko bu təcrübələri apardığı dövrdə (1862) işığın dalğa nəzəriyyəsi tam hökm sürürdü və bu nəzəriyyənin əlavə olaraq bir daha əsaslandırılmasına ehtiyac yox idi. Lakin buna baxmayaraq, işığın sürətinin təyini üsulları təkmilləşdikcə bu məsələ sonrakı dövrlərdə yenə də təcrübi tədqiqatların əsas mövzusu oldu və məlum oldu ki, o, xeyli mürəkkəbdir. Belə ki, suyun sındırma əmsalının qiymətinə uyğun olaraq Maykelson su üçün  $c/v=1,33$  qiymətini tapmışdı. Kükürlü karbon ( $CS_2$ ) üçün isə o,  $c/v=1,75$  qiymətini tapmışdı. Lakin həmin maddənin sındırma əmsalının adicə təyini zamanı  $n=1,64$  qiyməti alınır. Belə fərqin yaranmasının izahı dalğanın sürəti anlayışının mürəkkəb xarakterli olduğunu aydınlaşdıran Reley tərəfindən verilmişdir.

İşığın sınma əmsalının adı qayda ilə  $n=\sin\alpha/\sin\beta=v_1/v_2$  düsturuna əsasən təyini iki mühiti ayıran sərhəddə dalğa səthinin normalının istiqamətinin dəyişməsinə əsaslanmışdır və mühitlərdə dalğanın faza sürətlərinin nisbətini verir. Lakin faza sürəti anlayışı yalnız ciddi monoxromatik dalğalara, yəni fəzada sonsuz uzunluğa malik və sonsuz zaman müddəti ərzində mövcud olan dalğalara aid edilə bilər. Belə dalğalar isə real mövcud deyildir. Doğrudan da, biz hər bir dalğa prosesini fəza və zaman üzrə məhdud olan az və çox dərəcədə mürəkkəb bir impuls hesab edə bilərik. Bu cür impulsu müşahidə edərkən biz onun hər hansı bir yerini ayıraraq götürə bilərik. Məsələn, elektromaqnit impulsu adlanan elektrik və ya maqnit sahəsinin intensivliyinin maksimum olduğu yeri götürmək olar. İmpulsun sürəti dedikdə isə onun hər hansı bir nöqtəsinin məsələn, sahənin intensivliyinin maksimum olduğu nöqtənin sürəti başa düşülür. Lakin bu zaman fərz etmək lazımdır ki, bizim baxdığımız impuls zaman keçdikcə öz formasını saxlayır və ya hər halda kifayət qədər ləng deformasiyaya uğrayır, ya da ki, periodik olaraq bərpa olunur. Belə vəziyyətin alınmasını izah etmək üçün isə biz baxdığımız impulsu tezlikləri bir-birinə yaxın olan sonsuz sayda monoxromatik dalğaların toplusu kimi, yəni Furiye inteqralı kimi təsəvvür etməliyik. Əgər müxtəlif dalğa uzunluğuna malik olan bütün bu monoxromatik dalğaların hamısı eyni bir faza sürəti ilə yayılmış olsa (yəni mühit dispersiyaedici deyilsə), onda impuls da öz formasını saxlayaraq bütövlükdə həmin sürətlə yayılmış olar. Lakin vakuumdən başqa hər bir mühit adətən dispersiya ilə xarakterizə olunur, yəni müxtəlif monoxromatik dalğalar mühitdə dalğa uzunluğundan asılı olaraq müxtəlif faza sürəti ilə yayılır və impuls deformasiyaya uğramağa başlayır. Belə olan halda impulsun sürəti anlayışı xeyli mürəkkəbləşir. Əgər dispersiya çox böyük deyilsə, impulsun deformasiyası ləng baş verir və biz dalğa impulsunda sahənin müəyyən amplitudunun (məsələn, sahənin maksimum amplitudunun) yerdəyişməsinə izləyə bilərik. Lakin impulsun yerdəyişmə sürəti (Reley onu qrup sürəti adlandırmışdır) bu impulsu təşkil edən monoxromatik dalğalardan hər hansı birinin faza sürətindən fərqlənir və xüsusi hesablama yolu ilə təyin olunmalıdır.

Aşağıdakı iki halda faza və qrup sürətlərini bir-biri ilə müqayisə edəək.

1. Baxılan impulsu (dalğa paketini) əmələ gətirən monoxromatik dalğaların faza sürəti  $k$  dalğa ədədindən (yəni, dalğa uzunluğundan) asılı deyildir. Bu cür xassəyə malik olan mühitlər dispersiyasız mühitlər adlanır.

Faza sürətinin  $v_f=\omega/k$  ifadəsindən (E62)  $\omega=v_f k$  olduğunu nəzərə alaraq qrup sürətini hesablayaq:

$$v_{gr.} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk}(v_f k) = v_f. \quad (63.1)$$

Deməli, dispersiya olmadıqda faza sürəti ilə qrup sürəti bir-birinə bərabərdir.

2. Mühit dispersiyaya malikdir, yəni faza sürəti  $k$  dalğa ədədinin funksiyasıdır:  $v_f(k)$ . Bu halda

$$v_{qr.} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk} [v_f(k) \cdot k] = v_f + k \frac{dv_f}{dk} \quad (63.2)$$

yaza bilərik. Burada ikinci həddi aşağıdakı kimi çevirək:

$$\frac{dv_f}{dk} = \frac{dv_f}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dk} = \frac{dv_f}{d\lambda} \cdot \frac{dk}{d\lambda} = \frac{dv_f}{d\lambda} \cdot \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) = -\frac{\lambda^2}{2\pi} \frac{dv_f}{d\lambda}.$$

Bu ifadəni (63.2)-də nəzərə alsaq:

$$v_{qr.} = v_f - \lambda \frac{dv_f}{d\lambda} \quad (63.3)$$

olar. Faza və qrup sürəti arasında əlaqəni müəyyən edən (63.3) ifadəsi ilk dəfə Reley tərəfindən tapıldığı üçün çox zaman Reley düsturu adlanır.

(63.3) düsturundan görünür ki, dispersiya mövcud olduqda ( $\frac{dv_f}{d\lambda} \neq 0$ ) qrup sürəti ilə

faza sürəti bir-birinə bərabər olmur. Belə ki,  $\frac{dv_f}{d\lambda}$  törəməsinin işarəsindən asılı olaraq

qrup sürəti faza sürətindən kiçik ( $\frac{dv_f}{d\lambda} > 0$  olduqda) və ya böyük ( $\frac{dv_f}{d\lambda} < 0$  olduqda) ola

bilər. Optikada bu halların hər ikisi normal və anomal dispersiya şəklində reallaşır: 1)

normal dispersiya zamanı  $\lambda$  dalğa uzunluğu artdıqca sınma əmsalı  $n=c/v_f$  azalır, yəni  $v_f$

artır və deməli,  $\frac{dv_f}{d\lambda} > 0$  olur ( $c$  – işığın vakuumdakı sürətidir); 2) udma zolağının

daxilində müşahidə olunan anomal dispersiya zamanı isə  $\lambda$  dalğa uzunluğu artdıqca sınma

əmsalı  $n$  artır, yəni  $v_f$  azalır və deməli,  $\frac{dv_f}{d\lambda} < 0$  olur ( $v_{qr} > v_f$ ). Beləliklə, işıq dalğaları

üçün vakuumdakı hər iki sürət eyni olur; mühitdə isə normal dispersiya zamanı  $v_{qr} < v_f$ , anomal dispersiya zamanı isə  $v_{qr} > v_f$  olur.

Müəyyən çevrilmələr apararaq (63.3) ifadəsini aşağıdakı şəkildə də yazmaq olar:

$$v_{qr.} = \frac{c}{n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}}. \quad (63.4)$$

Doğrudan da, (63.3) düsturundan

$$v_f = v_{qr.} + \lambda \frac{dv_f}{d\lambda} \quad (63.5)$$

və buradan

$$\frac{v_f}{v_{qr.}} = 1 + \frac{\lambda}{v_{qr.}} \cdot \frac{dv_f}{d\lambda} \quad (63.6)$$



yaza bilərik. İndi isə

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{d\lambda} = \frac{v_f}{c} \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{c}{v_f} \right) = -\frac{1}{v_f} \frac{dv_f}{d\lambda}$$

ifadəsindən  $\frac{dv_f}{d\lambda}$  kəmiyyətini taparaq (63.6)-da yerinə yazaq:

$$\frac{v_f}{v_{qr}} = 1 - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{v_f}{\lambda}. \quad (63.7)$$

(63.6)-nı (63.7)-də nəzərə alsaq

$$\frac{v_f}{v_{qr}} = 1 - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \left( 1 + \frac{\lambda}{v_{qr}} \frac{dv_f}{d\lambda} \right)$$

olar. Burada  $\frac{\lambda}{v_{qr}} \frac{dv_f}{d\lambda}$  kəmiyyətinin çox kiçik olduğunu nəzərə alaraq ikinci tərtib kiçik kəmiyyətləri atsaq, birinci yaxınlaşmada

$$\frac{v_f}{v_{qr}} = 1 - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \quad (63.8)$$

yaza bilərik. Lakin  $n=c/v_f$  və ya  $c=nv_f$  olduğunu (63.8)-də nəzərə alsaq

$$\frac{c}{v_{qr}} = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \quad (63.9)$$

olur ki, bu da (63.4) düsturudur.

İşığın sınıma əmsalına dalğa uzunluğunun ( $\lambda$ ) deyil, tezliyin ( $\omega$ ) funksiyası kimi baxsaq və

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}, \quad \frac{dn}{d\lambda} = \frac{dn}{d\omega} \frac{d\omega}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \frac{dn}{d\omega}$$

ifadələrini nəzərə alsaq, (63.4) düsturunu aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$v_{qr} = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}}. \quad (63.10)$$

Qeyd edək ki, (63.4) və (63.10) ifadələri qrup sürətinin mühitin xarakteristikalarından, yəni  $n$  sındırma əmsalından və  $dn/d\lambda$  və ya  $dn/d\omega$  kəmiyyətindən asılılığını aşkar şəkildə göstərir. Dispersiya ( $dv_f/d\lambda$ ) böyük olduqca  $v_{qr}$  və  $v_f$  sürətləri arasındakı fərq də böyük olur. Dispersiya olmadıqda ( $dv_f/d\lambda=0$ ) (63.3) düsturundan görüldüyü kimi,  $v_{qr}=v_f$  olur. Bu isə yalnız vakuüm üçün doğrudur.

Qrup sürəti anlayışını daxil edərkən biz fərz edirik ki, dispersiya çox da böyük deyildir. Əks halda impuls tez bir zamanda deformasiyaya uğrayır və qrup sürəti anlayışı öz mənasını itirir. Məsələn, maddənin udma zolağının yaxınlığında faza sürəti tezlikdən asılı olaraq kəskin dəyişdiyindən (63.3) düsturu  $v_{qr}$  üçün işığın vakuümdəki sürətindən böyük qiymət və ya mənfi qiymət verə bilər. Bu oblastda (63.3) düsturu yaramır.

İmpulsun enerjisi siqnalın sürəti adlandırılıla bilən sürətlə yayılır. Xüsusi tədqiqatlarla müəyyən edilmişdir ki, göstərilən oblastdan kənarında siqnalın yayılma sürəti qrup sürətinə bərabər olur və bu oblastın daxilində isə işığın vakuumda yayılma sürətindən kiçik olur.

XIX əsrin ikinci yarısında, faza və qrup sürəti arasındakı fərq hələ aydın şəkildə başa düşülmədiyi bir vaxtda, işığın dalğa və ya korpuskulyar təbiətli olmasını birdəfəlik müəyyənləşdirmək üçün həlledici bir təcrübənin qoyulmasına cəhdlər edilmişdi. Bizə indi məlumdur ki, bu və bundan sonrakı dövrlərdə aparılan həmin tipli təcrübələr qoyulan suala əslində heç bir cavab vermədi və verə də bilməzdi. Lakin buna baxmayaraq, həmin təcrübələrlə tanış olmaq və onların nə üçün "həlledici" olmadığını araşdırmaq faydalıdır.

Fuko tərəfindən təklif olunmuş və həyata keçirilmiş təcrübə işığın sınıması qanunu (Snellius qanunu) üçün dalğa və korpuskul nəzəriyyəindən alınmış düsturların müqayisəsinə əsaslanmışdır. İşığın vakuumda və mühitdə sürətləri arasındakı prinsiplial fərqi bilmədiyi üçün Fuko belə hesab edirdi ki, işığın təbiəti haqqında məsələni həll etmək üçün işığın hər hansı bir mühitdə yayılma sürəti haqqında işığın sınıma əmsalına əsasən mühakimə aparmaq əvəzinə, bu sürəti bilavasitə ölçmək lazımdır. Əgər bu ölçmə nəticəsində məlum olsa ki, işığın mühitdə sürəti onun vakuumdakı sürətindən kiçikdir, onda dalğa nəzəriyyəsi, əks təqdirdə isə Nyutonun korpuskulyar nəzəriyyəsi doğrudur. Bu ideyaya əsaslanaraq Fuko işığın suda sürətini təcrübə yolu ilə ölçdü və məlum oldu ki, bu sürət işığın vakuumdakı sürətindən kiçikdir. Məhz bu nəticəyə əsaslanaraq Fuko belə fikir irəli sürdü ki, işığın dalğa təbiətinə malik olması birdəfəlik isbat edildi. Əlbəttə, indi məlumdur ki, bu, heç də belə deyildir. Sonralar Maykelson işığın suda və kükürlü karbonda ( $CS_2$ ) sürətini onun havadakı sürəti (işığın havada yayılma sürəti praktik olaraq onun vakuumdakı sürətinə bərabərdir) ilə müqayisə etməyə imkan verən böyük dəqiqliyə malik olan analoji təcrübə qoydu. Bu təcrübə də göstərdi ki, işığın havadakı sürətinin onun sudakı sürətinə olan nisbəti 1,330 olub, Maykelsonun istifadə etdiyi sarı işıq üçün suyun sındırma əmsalına praktik olaraq bərabərdir. Əslində spektrin bu oblastı üçün suyun sındırma əmsalı 1,333-ə bərabərdir. Lakin 0,003 qədər fərqi təcrübənin xətası intervalında hesab etmək olar. Böyük sındırma əmsalına və yüksək dispersiyaya malik olan kükürlü karbon üçün isə nəticə başqa cür alındı: məlum oldu ki,  $CS_2$  üçün sındırma əmsalı 1,63 olduğu halda, sürətlərin nisbəti üçün təcrübədən  $1,76 \pm 0,02$  alınır. Beləliklə, təcrübə göstərdi ki, işığın kükürlü karbonda yayılma sürəti, dalğa nəzəriyyəsinin tələb etdiyi kimi, havadakından kiçikdir və eyni zamanda bu sürətlərin nisbəti işığın sınıma əmsalına bərabər deyildir. Bu zahiri ziddiyyətin səbəbi ondan ibarətdir ki, Maykelson təcrübəsində və ümumiyyətlə, hər hansı təcrübə üsulla işığın sürətini ölçərkən, bir qədər aşağıda görəcəyimiz kimi, faza sürətləri deyil, qrup sürətləri təyin olunur. İşığın sınıma əmsalı isə faza sürətlərinin nisbətində bərabərdir. Havada və suda dispersiya ( $dv_f/d\lambda$ ) çox kiçik olduğu üçün (63.3) düsturuna görə bu mühitlərdə işığın hər iki (faza və qrup) sürəti təqribən eynidir. Lakin kükürlü karbonda dispersiya elə böyükdür ki, həmin mühitdə faza və qrup sürətləri arasındakı fərq hiss olunacaq dərəcədə böyük olur. Yuxarıda göstərdiyimiz kimi, işığın vakuumda  $c$  sürətinin mühitdə  $v_{qr}$  qrup sürətinə olan nisbəti həmin mühitin  $n$  sındırma əmsalı ilə (63.9) düsturuna əsasən əlaqədardır. Maykelson təcrübəsinə görə kükürlü karbon üçün  $c/v_{qr}=1,76$  olur. Digər tərəfdən kükürlü karbon üçün sındırma əmsalının dalğa uzunluğundan asılılıq qrafikinə əsasən Maykelsonun istifadə etdiyi dalğa uzunluğu üçün  $\lambda \frac{dn}{d\lambda} = -0,126$  alınır (mənfi işarəsi göstərir ki, dalğa uzunluğu böyüdükcə sınıma əmsalı azalır). Beləliklə, (63.9) düsturuna əsasən

$$n = \frac{c}{v_{qr}} + \lambda \frac{dn}{d\lambda} = 1,76 - 0,126 \approx 1,63$$

alınır ki, bu da təcürbi faktla tam uyğun gəlir.

Yuxarıda deyilənləri başa düşmək üçün belə bir suala aydın cavab verilməlidir ki, təcürbədə işıq sürətini təyin edərkən faza sürəti ölçülür, yoxsa ki, qrup sürəti? Işıq sürətini təcürbədə ölçmək üçün istifadə edilən müxtəlif üsulların təhlili göstərir ki, bu üsulların heç biri faza sürətini təyin etməyə imkan vermir və onların hamısında məhz qrup sürəti ölçülür. Belə ki, Reley göstərmişdir ki, işıq sürətini təyin etmək üçün istifadə olunan məlum təcürbi metodlarda kəsilməz davam edən dalğadan yox, onun müəyyən üsulla bölünmüş kiçik parçalarından istifadə olunur. Fasiləlilik metodunda dişli çarx və digər arakəsicilər zəifləyən və güclənən işıq həyəcanlaşmaları, yəni dalğa qrupları verir. Ryomer metodunda da periodik tutulmalar nəticəsində işığın yayılmasında fasilələr alınır. Fırlanan güzgü metodunda da güzgü kifayət qədər döndükdə işıq müşahidəçiyə gəlib çatmır. Bütün bu hallarda biz dispersiyaedici mühitdə faza sürətini deyil, qrup sürətini ölçürük.

Reley belə hesab edirdi ki, işığın aberrasiyası metodunda işıq süni yolla kəsilmədiyi üçün biz bilavasitə faza sürətini ölçürük. Lakin Erenfest 1910-cu ildə göstərdi ki, işığın aberrasiyasının müşahidəsi Fizo metodundan prinsipə fərqlənir, yəni burada da işığın qrup sürəti ölçülür. Doğrudan da, aberrasiya təcürbəsini aşağıdakı kimi şərh etmək olar. Hər birində dəşik olan iki disk ümumi bir oxla bərkidilmişdir. Işıq bu dəşikləri birləşdirən düz xətt üzrə göndərilir və müşahidəçiyə çatır. Bütün cihazı böyük sürətlə fırladaq. Onda, işığın sürəti sonlu olduğu üçün, işıq ikinci dəşikdən keçməyəcəkdir. Işığın keçməsi üçün disklərdən birini digərinə nisbətən müəyyən bucaq qədər döndərmək lazımdır ki, bu bucağın da qiyməti disklərin və işığın sürətlərinin nisbəti ilə təyin olunur. Bu tipik aberrasiya təcürbəsi, göründüyü kimi, Fizo təcürbəsindən heç nə ilə fərqlənir. Belə ki, Fizo təcürbəsində dəşikləri olan iki fırlanan disk əvəzinə şüanı döndərmək üçün bir disk və güzgüdə, yəni əslində iki diskdən – real diskdən və onun tərpənməz güzgüdə xəyalından istifadə olunur. Deməli, aberrasiya metodu da, fasiləlilik metodu kimi, işığın qrup sürətini verir.

Deməli, işıq sürətini təyin etmək üçün işlədilən müxtəlif metodlarda ya müəyyən siqnalın (Ryomer metodunda Yupiterin peyklərinin tutulması), ya da məhdud sayda dalğalar çoxluğunun (Fizo metodunda fırlanan dişli çarxın dişləri arasından keçən dalğalar qrupunun) sürəti ölçülür. Lakin dalğaların hər bir məhdud çoxluğu (toplusu) Furye inteqralı vasitəsilə müstəvi monoxromatik dalğaların superpozisiyasının nəticəsi kimi göstərilə bilər. Bu isə o deməkdir ki, dalğaların hər bir məhdud çoxluğu dalğa paketidir və biz paketin sürətini, yəni qrup sürətini ölçürük.

Beləliklə, Maykelsonun həm su, həm də kükürlü karbonla apardığı təcürbələrdə faza sürətlərinin deyil, qrup sürətlərinin nisbəti ölçülmüşdür. Lakin yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, su üçün  $dv_f/d\lambda$  elə kiçikdir ki, (63.3) düsturuna görə praktik olaraq  $v_{qr}=v_f$  və buna görə də  $c/v_{qr}\approx c/v_f=n$  alınır. Lakin kükürlü karbon üçün  $dv_f/d\lambda$  böyükdür və (63.3) düsturuna görə  $v_{qr}<v_f$  və  $c/v_{qr}>c/v_f$  olur ki, Maykelson təcürbəsi də məhz bunu verir ( $c/v_{qr}=1,76$ ,  $c/v_f=1,63$ ). Kükürlü karbonun dispersiyasının dəqiq ölçülməsi göstərdi ki, sürətlər üçün Maykelsonun tapdığı nisbət həqiqətən (63.3) Reley düsturundan alınmış qrup sürətlərinin nisbətinə uyğundur.

Beləliklə, işığın sınıma əmsalı üçün təcürbədən tapılmış qiymətlərin nəzəri qiymətlərlə

uyğun gəlməsi göstərir ki, "ışığı hissəcikləri"nin fotonlar hesab edildiyi korpuskulyar nəzəriyyədə də işığın mühitdəki faza sürəti onun vakuumdakı faza sürətindən kiçik olmalıdır. Bu isə o deməkdir ki, Fuko təcrübəsinə oxşar olan təcrübələr işığın məhz hansı təbiətli, yəni dalğa, yoxsa korpuskulyar təbiətli olması haqqında suala prinsipcə cavab verə bilməz. Deməli, təsvir olunan təcrübələr, XIX əsrdə yaranmış fikirlərin ziddinə olaraq, işığın təbiəti haqqında məsələni həll edə bilmədilər. Çünki onlar işığın nə dalğa, nə də korpuskulyar təbiətli olmasına zidd deyildilər.

Deyilənlərdən aydın olur ki, faza sürəti bilavasitə ölçülməsi mümkün olmayan kəmiyyətdir. Lakin dispersiyaedici mühitdə fəzada məhdud olan dalğaların yayılması zamanı faza sürəti anlayışının da bilavasitə mənası itir. Çünki bu zaman bir faza haqqında deyil, hər biri öz sürəti ilə yayılan sonsuz sayda monoxromatik dalğaların fazaları haqqında danışmaq olar.

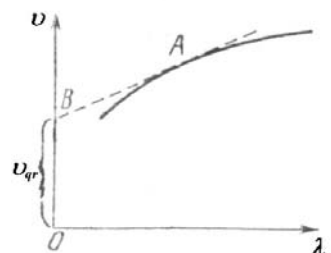
Yuxarıda deyilənlər enerjini udmayan dispersiyaedici mühitlərdə yayılan və çox da böyük olmayan spektral oblastı əhatə edən həyəcanlaşma (impuls) üçün, yəni dalğalar qrupu üçün doğrudur. Bir daha qeyd edək ki, dalğalar qrupu dedikdə elə çox kiçik spektral oblastı əhatə edən dalğa impulsu nəzərdə tutulur ki, bu oblastın daxilində  $v_f$  faza sürətinin artımı  $\lambda$  dalğa uzunluğunun uyğun artımı ilə,  $\omega$  tezliyinin artımı isə  $k$  dalğa ədədinin uyğun artımı ilə kifayət qədər dəqiqliklə düz mütənasib olsun, yəni xətti dispersiya qanunu ödənməmiş olsun. Bu o deməkdir ki, baxılan spektral oblastın daxilində  $v_f = v_f(\lambda)$  və  $\omega = \omega(k)$  asılılıqları  $\lambda$  və  $k$ -nin xətti funksiyası kimi göstərilə bilər/bax: (62.11); yəni

$$v_f = v_f(\lambda_0) + \left( \frac{dv_f}{d\lambda} \right)_{\lambda=\lambda_0} \cdot (\lambda - \lambda_0), \quad (63.12)$$

$$\omega = \omega(k_0) + \left( \frac{d\omega}{dk} \right)_{k=k_0} \cdot (k - k_0) \quad (63.13)$$

ifadələrini yazmaq olar. Burada  $\lambda_0$  – baxılan dalğa qrupuna uyğun olan spektral oblastda yerləşən hər hansı bir dalğa uzunluğu,  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  isə buna uyğun dalğa ədədidir. Belə aproksimasiya qəbul edildikdə həm də həyəcanlaşmanın formasının təqribən bərpə olması zamanı  $\tau = d\lambda/dv_f$  və həyəcanlaşmanın (62.8) və ya (63.3) düsturu ilə təyin olunan  $v_{qr}$  qrup sürəti ilə yayılması haqqında danışmaq olar.  $v_f = v_f(\lambda)$  asılılığının qrafikində (buna Erenfest diaqramı da deyilir) dalğalar qrupu üçün əyrinin yalnız təqribən düzxətli sayıla bilən və toxunanın uyğun parçası ilə əvəz edilə bilən hissəsi əsas rol oynayır (şəkil 63.1). Bu toxunanın ordinat oxundan kəsdiyi  $OB$  parçasının uzunluğu  $v_{qr}$  qrup sürətinə bərabər olur.

(63.12) və (63.13) ayrılışlarında iki və daha yüksək tərtibli hədlərin nəzərə alınması həyəcanlaşmanın yayılması xarakterində aşağıdakı kimi dəyişikliyin üzə çıxmasını müəyyən edir. Belə ki, həyəcanlaşma irəliyə doğru gedir, onun forması isə kəsilməz olaraq dəyişir. Lakin  $\tau = d\lambda/dv_f$  zaman müddəti keçdikdən sonra həyəcanlaşma demək olar ki, ilkin formasını alır və özü də bu müddət ərzində o,  $x = v_{qr} \cdot \tau$  məsafəsi qədər irəliləyir. Belə də demək olar ki, həyəcanlaşmanın enerjisinin  $v_{qr}$  qrup sürəti ilə



Шякил 63.1.

ötürülməsi baş verir. Növbəti həmin  $\tau$  zaman müddəti ərzində yenə də həmin proses təkrarlanır və s. Ümumiyyətlə,  $\tau$  zaman müddəti ərzində  $v_{qr}$   $\tau$  məsafəsi qət edərək hər hansı  $t+\tau$  zaman anında həyəcanlaşma özünün  $t$  zaman anında malik olduğu formasını azacıq təhrif olunmuş şəkildə bərpa edir. Lakin həyəcanlaşma kifayət qədər böyük zaman müddəti ərzində yayılarsa, onda ardıcıl  $\tau$  zaman fasilələrində onun formasında baş verən dəyişikliklərin toplanması nəticəsində elə güclü təhrif olunma baş verə bilər ki, o, özünün ilkin formasına heç oxşamasın. Bunun üçün tələb olunan zaman müddətini tapmaq məqsədilə (63.13) ayrılışında ikinci tərtib həddi nəzərə alaq. Onda, (62.8) düsturuna əsasən  $v_{qr}=d\omega/dk$  olduğundan

$$\omega = \omega(k_0) + (v_{qr})_{k=k_0} \cdot (k - k_0) + \frac{1}{2} \left( \frac{dv_{qr}}{dk} \right)_{k=k_0} \cdot (k - k_0)^2 \quad (63.14)$$

yaza bilərik.  $k-k_0$  fərqi maksimum qiyməti  $\delta k$  olarsa, kvadratik həddin olması sayəsində fazanın maksimal dəyişməsi  $\frac{t}{2} \left| \frac{dv_{qr}}{dk} \right| \cdot (\delta k)^2$  olar. Əgər bu dəyişmə  $\pi$ -yə nisbətən xeyli az

olarsa, onda o, qrupa daxil olan sinusoidlərin (monoxromatik dalğaların) fazalar fərqi az rol oynayacaq və kvadratik həddin olması sayəsində həyəcanlaşmanın (impulsun) forması az təhrif olunacaqdır. Beləliklə,  $t$  zaman intervalı ərzində impulsun ilkin formasının periodik bərpa olunmasının baş verməsi üçün

$$t \ll \frac{2\pi}{\left| dv_{qr}/dk \right| (\delta k)^2} \quad (63.15)$$

şərtinin ödənməsi zəruridir. Dalğa uzunluğuna keçdikdə bu şərt aşağıdakı şəkəldə düşür:

$$t \ll \frac{2\pi}{\left| dv_{qr}/d\lambda \right| (\delta \lambda)^2} \quad (63.16)$$

Əgər  $t$  zaman intervalı (63.15) və ya (63.16) bərabərsizliyinin sağ tərəfinə təqribən bərabər və ya ondan böyükdürsə, onda impulsun ilkin formasının bərpa olunması haqqında danışmaq yersizdir.

Bu vaxta qədər biz hesab edirdik ki, dalğa impulsuna daxil olan müstəvi monoxromatik dalğaların hamısı eyni bir istiqamətdə (məsələn,  $x$  oxu boyunca) yayılır. İndi isə fərz edək ki, impulsa daxil olan monoxromatik dalğaların tezlikləri yenə də kiçik bir oblastı əhatə edir, lakin onlar dar konusun hüdudları daxilində müxtəlif istiqamətlərdə yayılırlar. Belə dalğa impulsu üçölçülü dalğa paketi adlanır və onu (62.9) düsturuna uyğun olaraq aşağıdakı üçqat inteqral vasitəsilə göstərmək olar:

$$\bar{u}(\vec{r}, t) = \int_{k_{0x}-\Delta k_x}^{k_{0x}+\Delta k_x} \int_{k_{0y}-\Delta k_y}^{k_{0y}+\Delta k_y} \int_{k_{0z}-\Delta k_z}^{k_{0z}+\Delta k_z} \bar{a}(\vec{k}) e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} dk_x dk_y dk_z \quad (63.17)$$

(63.17) ifadəsini qısa şəkildə

$$\bar{u}(\vec{r}, t) = \int \bar{a}(\vec{k}) e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} d\vec{k} \quad (63.18)$$

kimi də yazmaq olar. Burada  $\omega$  tezliyinə  $\vec{k}$  dalğa vektorunun funksiyası kimi baxmaq lazımdır və məlum olduğu kimi, bu funksiya dalğaların dispersiyası qanununu müəyyən

edir. Əgər mühit izotropdursa,  $\omega(\vec{k})$  funksiyası  $\vec{k}$  vektorunun istiqamətindən deyil, yalnız ədədi qiymətindən asılı olacaqdır. Lakin anizotrop mühitlərdə, məsələn kristallarda  $\omega(\vec{k})$  funksiyası  $\vec{k}$  vektorunun həm ədədi qiymətindən və həm də istiqamətindən asılı olur. Məhz buna görə də  $\omega(\vec{k})$  funksiyasının aşkar ifadəsini ümumi şəkildə yazmaq olmur və mühakimələr ümumi xarakter daşıyır. Hər bir konkret hal isə bu mühakimələrə uyğun surətdə araşdırılmalıdır.

$\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ ,  $\vec{k} = \vec{k}_0 + \Delta\vec{k}$  kimi götürərək  $\Delta\omega$  kəmiyyətini aşağıdakı xətti ifadə şəklində yazaq:

$$\Delta\omega = \frac{\partial\omega}{\partial k_x} \Delta k_x + \frac{\partial\omega}{\partial k_y} \Delta k_y + \frac{\partial\omega}{\partial k_z} \Delta k_z = (\vec{v}_{qr} \Delta\vec{k}). \quad (63.19)$$

Burada  $\vec{v}_{qr}$  – komponentləri

$$v_{qr.x} = \frac{\partial\omega}{\partial k_x}, \quad v_{qr.y} = \frac{\partial\omega}{\partial k_y}, \quad v_{qr.z} = \frac{\partial\omega}{\partial k_z} \quad (63.20)$$

olan vektordur. Bu vektoru simvolik olaraq

$$\vec{v}_{qr} = \frac{\partial\omega}{\partial\vec{k}} \quad (63.21)$$

kimi də yazırlar.

Uyğun ifadələri (63.18)-də yazdıqdan sonra

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = \vec{A}(\vec{r}, t) e^{i(\omega_0 t - \vec{k}_0 \vec{r})} \quad (63.22)$$

alınır. Burada

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \int \vec{a}(\vec{k}) e^{i(\Delta\omega t - \Delta\vec{k} \vec{r})} d\vec{k} = \int \vec{a}(\vec{k}) e^{i(\vec{v}_{qr} t - \vec{r}) \Delta\vec{k}} d\vec{k} \quad (63.23)$$

işarə edilmişdir. Buradan görünür ki,  $\vec{r} = \vec{v}_{qr} t + \vec{r}_0$ , ( $\vec{r}_0 = const$ ) qanunu üzrə  $\vec{v}_{qr}$  sürəti ilə hərəkət edən  $M$  nöqtəsində amplitud sabit qalır. Bu nöqtədə

$$\vec{u} = \vec{A} e^{i(\omega_0 t - \vec{k}_0 \vec{r})} = \vec{A} e^{i[(\omega_0 - \vec{k}_0 \vec{v}_{qr}) t - \vec{k}_0 \vec{r}_0]} \quad (63.24)$$

harmonik rəqsləri baş verir və bu rəqslərin tezliyi  $\omega_0 - \vec{k}_0 \vec{v}_{qr}$  kimi təyin olunur.  $\tau$  zaman müddəti ərzində bu rəqslərin fazası  $(\omega_0 - \vec{k}_0 \vec{v}_{qr}) \tau$  qədər dəyişir. Əgər fazanın bu dəyişməsi  $2\pi$ -yə bərabədirsə, yəni

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_0 - \vec{k}_0 \vec{v}_{qr}} \approx \frac{2\pi}{\omega - \vec{k} \vec{v}_{qr}} \quad (63.24)$$

şərti ödənirsə, onda hərəkət edən  $M$  nöqtəsində ixtiyari  $t$  zaman anında  $\vec{u}$  vektorunun qiyməti onun keçmiş  $t - \tau$  zaman anındakı qiymətinə bərabər olar. Bu mühakimə  $\vec{r}_0$  parametrinin ixtiyari qiyməti üçün doğru olduğundan, impulsun formasının  $\tau$  periodu ilə periodik surətdə bərpa olunması baş verir və özü də bu  $\tau$  zaman müddəti ərzində impuls  $\vec{v}_{qr} \tau$  məsafəsi qədər irəliləyir. Beləliklə, biz yenə də dalğa impulsunun (63.21) düsturu ilə

təyin olunan  $\bar{v}_{qr}$  qrup sürəti ilə yayılması haqqında nəticəyə gəlirik.

İzotrop mühitlərdə  $\bar{v}_{qr}$  və  $\bar{k}$  vektorları bir-birinə paraleldir. Bu halda (63.24) ifadəsindən yuxarıda istifadə edilən  $\tau = \frac{d\lambda}{dv_f}$  alınır. Anizotrop mühitlərdə isə  $\bar{v}_{qr}$  və  $\bar{k}$

vektorları, ümumiyyətlə, bir-birinə paralel olmur və ona görə də daha ümumi halda (63.21) və (63.24) ifadələrindən istifadə etmək lazımdır. (63.19) ayrılışında iki və daha yüksək tərtibli hədlər nəzərə alınmadığı üçün,  $\tau$  zaman müddətindən sonra impulsun forması dəqiq surətdə deyil, yalnız təqribi şəkildə bərpa olunacaqdır. Belə ki, bu müddət ərzində impuls hiss olunacaq dərəcədə kiçik təhriflərə uğrayır. Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, böyük zaman müddəti keçdikdə bu təhriflər toplanaraq impulsun ilkin formasının tanınmaz dərəcədə dəyişməsinə səbəb olur.

Yuxarıda şərh olunan mülahizələr dispersiyaedici mühitlərdə spektrin qrup sürəti anlayışı tətbiq oluna bilən oblastlarında, yəni udulma zolağından uzaqda enerjinin və ya işıq signalının hərəkət sürəti haqqında məsələni asanlıqla həll etməyə imkan verir. Hər şeydən əvvəl onu qeyd edək ki, enerjinin hərəkət sürəti ilə faza sürəti arasında heç bir ümumilik yoxdur. Faza sürəti fəzanın müxtəlif nöqtələrində rəqslərin fazaları arasında əlaqəni müəyyən edir. Aşağıdakı misaldan görüldüyü kimi, bu əlaqə enerji ötürülmədən də prinsipə mövcud ola bilər.

Fərz edək ki, idmançılar bir düz xətt üzrə bir-birindən bərabər məsafələrdə düzülüşlər və onlar eyni bir gimnastik hərəkəti yerinə yetirirlər. Məsələn, onlar qollarını elə periodik hərəkət etdirirlər ki, qabaqda duran hər bir idmançı bu hərəkəti ondan bilavasitə arxada duran idmançıya nisbətən bir qədər gec başlayır. Bu gecikmə müddəti də bütün idmançılar üçün eyni olsun. Kənardan baxan müşahidəçiyə elə görünəcək ki, idmançıların düzüldüyü xətt boyunca müəyyən dalğa yayılır və bu dalğanın faza sürəti qonşu idmançılar arasındakı məsafədən və yuxarıda göstərdiyimiz gecikmə müddətindən asılıdır. Belə dalğanın olması, əlbəttə, heç də o demək deyildir ki, hər bir idmançı özündən qabaqda yerləşən idmançını hərəkətə gətirir. Bunun kimi də, mühitdə müstəvi monoxromatik dalğanın yayılmasının mümkün olması həmin mühitdə enerjinin faza sürətinə bərabər olan sürətlə daşınmasını söyləməyə əsas vermir.

Ciddi müstəvi monoxromatik dalğanın fəza və zaman üzrə nə sonu, nə də başlanğıcı olmadığı üçün, o, enerjinin ötürülməsini müşahidə etmək üçün yararlı deyildir. Enerjinin ötürülməsi haqqında məsələnin qoyuluşunun özü bu cür ideallaşdırmadan imtina olunmasını tələb edir. Belə ki, fəzada heç olmasa bir ucundan məhdudlaşmış, yəni ön cəbhəsindən irəlidə həyəcanlaşma olmayan dalğa impulsundan istifadə edilməsi lazım gəlir. Bu cür impulsa misal olaraq isə dalğalar qrupunu göstərmək olar. Əgər (63.16) şərti ödənirsə, bu qrupun daşdığı enerjinin orta hərəkət sürəti qrup sürətinə bərabər olur. Doğrudan da,  $t$  zaman anında qrupun malik olduğu forma sonrakı müəyyən  $t+\tau$  zaman anında, demək olar ki, təhrifsiz bərpa olunur. Bu halda qrup həmin qrupda lokallaşmış enerji ilə birlikdə  $\tau$  zaman müddəti ərzində  $x=v_{qr}\cdot\tau$  məsafəsi qədər irəliyə doğru yerini dəyişir. Formanın belə bərpa olunması hər hansı bir ixtiyari  $t$  zaman anı üçün baş verdiyindən enerjinin qrup sürətinə bərabər sürətlə hərəkəti istənilən qədər uzun zaman müddəti ərzində baş verəcəkdir və özü də bu zaman müddəti ərzində dalğalar qrupu (impuls) öz formasını kəskin şəkildə dəyişə bilər.

Beləliklə, güclü udulma oblastından uzaqda dalğalar qrupunda enerjinin hərəkət sürəti qrup sürəti ilə eyni olur. Bu müddəə həm də daxilində  $v_{qr}=v_{qr}(\lambda)$  qrup sürətinin dəyişməsi

kiçik olan nisbətən geniş spektral oblastı əhatə edən dalğa impulsunda enerjinin hərəkət sürəti üçün də təqribən doğrudur. İmpulsun əhatə etdiyi spektral oblastın  $\delta\lambda$  eni sıfıra yaxınlaşarsa, bu impuls limit halında monoxromatik dalğaya çevrilir. Ona görə də belə demək olar ki, monoxromatik dalğada enerjinin ötürülməsinin orta sürəti qrup sürətinə bərabərdir. Bu nəticə məhz yuxarıda deyilən mənada, yəni monoxromatik dalğaya qeyri-monoxromatik dalğanın limit halı kimi baxmaqla başa düşülməlidir. Məsələnin belə abstrakt qoyuluşu zamanı real hadisələrlə əlaqə itir və ona görə də fizika baxımından o, mənasızdır.

İşıq sürətinin bilavasitə ölçülməsi üsulları müəyyən zaman müddəti ərzində işıq siqnalının keçdiyi məsafənin ölçülməsinə əsaslanır. Yuxarıda deyilənlərdən isə aydındır ki, bu üsullar praktik olaraq qrup sürətini təyin edir. Faza sürətini, daha dəqiq desək isə iki müxtəlif mühidə faza sürətlərinin nisbətini həmin mühitlərin mütləq sındırma əmsallarının dalğa nəzəriyyəsinə əsasən tapılmış nisbətinə əsasən təyin etmək olar.

İndi isə dalğa impulsunun ön cəbhəsinin hərəkət sürəti haqqında məsələyə baxaq. Burada ondan irəlidə heç bir həyəcanlaşma olmayan ön cəbhə ilə kəskin məhdudlaşmış dalğadan söhbət gedir. Işıq dalğası üçün belə cəbhənin sürəti işığın vakuumdakı  $c$  sürətinə bərabər olur. Elektron nəzəriyyəsinin əsas təsəvvürlərinə əsaslanaraq buna asanlıqla inanmaq olar. Bu nəzəriyyəyə görə hər bir mühitə maddənin molekul və atomlarının düzöldüyü vakuum kimi baxmaq olar. Bu vakuumba işıq maddənin molekulları və atomları arasında həmişə  $c$  sürəti ilə yayılır. Işıq impulsu hər hansı bir atoma çatdıqda elektronlar və atomun nüvəsi rəqsə gəlir və onların özləri yeni elektromaqnit dalğalarını şüalandıran mərkəzlər olurlar. Bu ikinci dalğalar birinci dalğa ilə toplanır və bununla da mühidə bütün dalğa sahəsini müəyyən edirlər. Lakin ətalət nəticəsində elektronlar və nüvələr dərhal rəqs etməyə başlamırlar. Elektronlar və nüvələr rəqsə başlamayıblarsa ikinci dalğalar şüalanmır və ona görə də birinci dalğa impulsunun yayılmasına təsir etmirlər. Buradan aydın olur ki, ön cəbhənin mühidə yayılma sürəti onun vakuumdakı hərəkət sürətinə bərabər olmalıdır. Bəs onda mühidə işıq sürətini ölçəndə nə üçün  $c$  deyil, başqa qiymət alınır? Bu sualın cavabı ondan ibarətdir ki, ön cəbhə çox az enerji daşıyır və ona görə də kifayət qədər həssas olmayan işıq qəbulediciləri onu hiss etmirlər. İlk dəfə Zommerfeldin və sonra L. Brillüenin apardığı ədədi hesablamalar göstərdi ki, bu, doğrudan da belədir.

#### **Ə64. Həndəsi optika ilə klassik mexanika arasında oxşarlıq**

Məlumdur ki, klassik mexanikada mexaniki sistemin hərəkəti ən kiçik təsir prinsipi ilə təsvir olunur. Bu prinsipə görə mexaniki sistem elə hərəkət edir ki, bu hərəkət zamanı onun  $S$  təsiri minimum olsun:

$$\delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt = 0. \quad (64.1)$$

Burada  $\delta S$  –  $S$  kəmiyyətinin variasiyası,  $L(q, \dot{q}, t)$  baxılan mexaniki sistemin Laqranj



funksiyası (Laqranj funksiyası mexaniki sistemin kinetik və potensial enerjilərinin fərqi kimi təyin olunur),  $q \rightarrow q_1, q_2, \dots, q_k$  – sistemin ümumiləşmiş koordinatları,  $\dot{q} \rightarrow \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_k$  – ümumiləşmiş sürətlər,  $k$  – sistemin sərbəstlik dərəcəsi,  $t$  – zamandır.

Sistemin tam mexaniki enerjisi  $E$  saxlandıqda ( $E = \text{const}$  olduqda) ən kiçik təsir prinsipi sadələşir və Mopertyui prinsipi adlanır. Mopertyui prinsipinə görə enerjinin yalnız sabit qiymətinə uyğun hərəkət trayektoriyaları bir-biri ilə müqayisə olunur. Mopertyui prinsipini ifadə etmək üçün baxılan mexaniki sistemin  $H$  Hamilton funksiyasının (Hamilton funksiyası mexaniki sistemin kinetik və potensial enerjilərinin cəminə, yəni tam mexaniki enerjisinə bərabərdir) məlum

$$H = \sum_{i=1}^k p_i \dot{q}_i - L = E \quad (64.2)$$

ifadəsindən  $L$  Laqranj funksiyasını tapıb  $S$  təsir inteqralının ifadəsində yerinə yazaq:

$$S = \int_1^2 L dt = \int_1^2 \left( \sum_i p_i \dot{q}_i - E \right) dt. \quad (64.3)$$

Burada  $p_i$  – ümumiləşmiş impulslardır.  $\dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}$  və  $E = \text{const}$  olduğunu (64.3)-də nəzərə alsaq

$$S = \int_1^2 \sum_i p_i dq_i - \int_1^2 E dt = \int_1^2 \sum_i p_i dq_i - E(t_2 - t_1). \quad (64.4)$$

(64.4) ifadəsində birinci hədd sistemin qısaldılmış təsiri adlanır və  $S_0$  ilə işarə edilir:

$$S_0 = \int_1^2 \sum_i p_i dq_i. \quad (64.5)$$

(64.4) düsturunda ikinci hədd sabit olduğundan (64.1) ilə ifadə olunan ən kiçik təsir prinsipi aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\delta S = \delta S_0 = \delta \int_1^2 \sum_i p_i dq_i = 0. \quad (64.6)$$

Beləliklə, baxılan sistemin tam mexaniki enerjisi saxlandıqda onun hərəkət tənlikləri qısaldılmış təsirin minimumluğu şərtindən, yəni (64.6) ifadəsindən tapılır. (64.6) şərti isə Mopertyui prinsipinin riyazi ifadəsidir. Mopertyui prinsipinə görə mexaniki sistem 1 vəziyyətindən 2 vəziyyətinə elə trayektoriya üzrə gəlir ki, həmin trayektoriya üzrə sistemin tam enerjisi sabit qalsın və qısaldılmış təsiri minimum olsun.

Misal olaraq  $u(x)$  xarici sahəsində maddi nöqtənin birölçülü ( $x$  oxu boyunca) hərəkətinə Mopertyui prinsipinin tətbiqinə baxaq. Maddi nöqtənin tam mexaniki enerjisinin  $E = \frac{p^2}{2m} + u(x)$  ifadəsindən impuls üçün  $p = \sqrt{2m(E - u)}$  olduğunu nəzərə alaraq (64.6) Mopertyui prinsipini aşağıdakı kimi yazıb bilirik:

$$\delta \int_1^2 p dq = \delta \int \sqrt{2m(E - u)} dl = 0. \quad (64.7)$$

Burada  $q$  dəyişəni  $l$  ilə əvəz edilmişdir. Bir qədər sonra görəcəyik ki, maddi nöqtənin xarici sahədə hərəkəti sındırma əmsalı  $n(x)$  olan qeyri-bircins mühitdə işığın hərəkətinə oxşardır. Ona görə də  $\sqrt{2m(E-u)}$  kəmiyyətinin  $n(x)$  ilə mütənəsb olduğunu qəbul etmək olar. Bu halda (64.7) Mopertyui prinsipi aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\delta \int_1^2 n dl = 0. \quad (64.8)$$

Mühitin  $n$  sındırma əmsalının işığın bu mühitdə keçdiyi yolun  $l$  uzunluğuna hasilinə yolun optik uzunluğu deyilir. Deməli, (64.8) şərti göstərir ki, maddi nöqtə yolun optik uzunluğunun minimum olduğu trayektoriya üzrə hərəkət etməlidir. Asanlıqla göstərmək olar ki, klassik mexanikada Mopertyui prinsipindən alınan bu nəticə həndəsi optikada

Ferma prinsipinə oxşardır. Doğrudan da, sınma əmsalı üçün  $n = \frac{c}{v}$  ifadəsində  $v = \frac{dl}{dt}$

olduğunu nəzərə alsaq  $n dl = c dt$  olar əə (64.8) ifadəsi  $\delta \int_1^2 c dt = 0$  və ya

$$\delta \int_1^2 dt = 0 \quad (64.9)$$

şəklinə düşər. Bu isə o deməkdir ki, maddi nöqtə xarici sahədə elə trayektoriya üzrə hərəkət edir ki, bu hərəkət üçün ən kiçik zaman müddəti sərf olunsun. Göründüyü kimi, bu, həndəsi optikadan məlum olan Ferma prinsipinə tam uyğun gəlir.

Beləliklə, həndəsi optika (Ferma prinsipi) ilə Nyuton mexanikası, yəni klassik mexanika (Mopertyui prinsipi) arasında müəyyən oxşarlıq vardır. Qeyd edək ki, bu oxşarlığın daha ciddi olan başqa təzahürlərini tapmaq mümkündür. Bu məqsədlə klassik mexanikadan məlum olan Hamilton-Yakobi metodundan istifadə edilir.

Məlumdur ki, klassik mexanikada Laqranj və Hamilton metodları ilə yanaşı bir sıra məsələlərin həlli üçün Hamilton-Yakobi metodundan da istifadə edilir. Bu metod həm də optikada, kvant mexanikasında və nəzəri fizikanın bəzi bölmələrində də tətbiq olunur.

Hamilton-Yakobi metodunun tənliklərini almaq məqsədilə (64.4) və (64.5) düsturlarına əsasən mexaniki sistemin təsir inteqralı üçün

$$S = \int_1^2 \sum_i p_i dq_i - E(t_2 - t_1) = S_0 - Et \quad (64.10)$$

ifadəsindən istifadə etmək lazımdır. Buradan

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -E = -H(q, p) \quad (64.11)$$

tənliyi alınır. Digər tərəfdən təsirin tam diferensialı üçün

$$dS = \sum_i \frac{\partial S}{\partial q_i} dq_i$$

ifadəsinə əsasən

$$S = \int_1^2 \sum_i \frac{\partial S}{\partial q_i} dq_i + const \quad (64.12)$$

olduğunu yaza bilərik. (64.10) və (64.12) düsturlarının müqayisəsindən tapırıq ki,

$$\frac{\partial S}{\partial q_i} = p_i. \quad (64.13)$$

Deməli, mexaniki sistemin (64.10) təsir inteqralının zamana və ümumiləşmiş koordinatlara görə xüsusi törəmələri (64.11) və (64.13) düsturları ilə təyin olunur.

Hamilton-Yakobi tənliyini almaq üçün (64.11) tənliyində Hamilton funksiyasının ifadəsində  $p_i$  ümumiləşmiş impulslarını, (64.13) düsturuna uyğun olaraq,  $\frac{\partial S}{\partial q_i}$  törəmələri ilə əvəz etmək lazımdır:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H\left(q_1, q_2, \dots, q_k; \frac{\partial S}{\partial q_1}, \frac{\partial S}{\partial q_2}, \dots, \frac{\partial S}{\partial q_k}\right) = 0. \quad (64.14)$$

(64.14) tənliyi  $S(q, t)$  təsiri üçün xüsusi törəməli diferensial tənlikdir və o, Hamilton-Yakobi tənliyi adlanır. Biz bu tənlikdən həndəsi optika ilə klassik mexanika arasında oxşarlığın olmasını isbat etmək üçün istifadə edəcəyik.

(64.14) ifadəsindən görünür ki, Hamilton-Yakobi tənliyini yazmaq üçün  $H(q, p)$  Hamilton funksiyasının aşkar ifadəsini bilmək və bu ifadədə impulsları (64.13)-ə əsasən təsirin ümumiləşmiş koordinatlara görə xüsusi törəmələri ilə əvəz etmək lazımdır.

Misal olaraq enerjisi saxlanan bir dənə maddi nöqtə üçün Hamilton-Yakobi tənliyinin tapılmasına baxaq.  $u(x, y, z)$  xarici sahəsində hərəkət edən maddi nöqtə üçün Hamilton funksiyası

$$H(x, y, z; p_x, p_y, p_z) = \frac{1}{2}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + u(x, y, z) \quad (64.15)$$

kimi təyin olunur. Bundan başqa (64.13), (64.10) və (64.11) düsturlarına əsasən

$$p_x = \frac{\partial S}{\partial x} = \frac{\partial S_0}{\partial x}, \quad p_y = \frac{\partial S}{\partial y} = \frac{\partial S_0}{\partial y}, \quad p_z = \frac{\partial S}{\partial z} = \frac{\partial S_0}{\partial z}, \quad \frac{\partial S}{\partial t} = -E \quad (64.16)$$

yaza bilərik. (64.15) və (64.16) ifadələrini (64.14)-də nəzərə alaraq bir dənə maddi nöqtə üçün Hamilton-Yakobi tənliyini tapırıq:

$$E = \frac{1}{2m} \left[ \left( \frac{\partial S_0}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial S_0}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial S_0}{\partial z} \right)^2 \right] + u(x, y, z) \quad (64.17)$$

və ya

$$\left( \frac{\partial S_0}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial S_0}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial S_0}{\partial z} \right)^2 = 2m(E - u). \quad (64.18)$$

İndi isə optikada dalğa tənliyinə (E61) baxaq:

$$\nabla^2 f - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0. \quad (64.19)$$

Burada  $n(x,y,z)=c/v$  – mühitin mütləq sındırma əmsalı,  $f$  – dalğanın müəyyən xarakteristikası,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – Dekart koordinatlarında Laplas operatorudur.

Dalğa optikasının (64.19) tənliyini  $\lambda \rightarrow 0$  halı üçün tapaq. Məlumdur ki, dalğa optikasının  $\lambda \rightarrow 0$  limit halı həndəsi optika adlanır. Deməli, (64.19) tənliyindən  $\lambda \rightarrow 0$  halında həndəsi optikanın tənliyi alınmalıdır.

$\lambda \rightarrow 0$  olduqda fəzanın sonlu oblastında dalğanın fazası ( $\varphi = \omega t + \varphi_0 = \frac{2\pi c}{\lambda} t + \varphi_0$ ) sonsuz böyük olur:  $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \varphi = \infty$ . Doğrudan da,  $\lambda$  məsafəsində faza  $\Delta\varphi = 2\pi$ ,  $m\lambda$  məsafəsində isə  $\Delta\varphi = 2\pi m$  qədər ( $m=1,2,3,\dots$ ) artır. Fəzanın sonlu oblastında  $\lambda \rightarrow 0$  olduqda  $m \rightarrow \infty$  və  $\varphi \rightarrow \infty$  alınır. Digər tərəfdən, dalğa uzunluğu çox kiçikdirsə, amplitud demək olar ki, dəyişmir. Deməli, dalğa optikasından həndəsi optikaya keçid  $\varphi \rightarrow \infty$ ,  $a = \text{const}$  şərtləri ödəndikdə baş verir. Ona görə də  $\lambda \rightarrow 0$  limit halı üçün (64.19) tənliyinin həlli

$$f = ae^{i\varphi}, \quad (\varphi \rightarrow \infty, a = \text{const}) \quad (64.20)$$

şəklində axtarılır.

Dalğanın  $\varphi(x,y,z;t)$  fazası üçün tənlik almaq məqsədilə  $f$  funksiyasının koordinatlara və zamana görə ikinci tərtib törəmələrini taparaq (64.19)-da yerinə yazmaq lazımdır.

Əvvəlcə  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$  törəməsini tapaq:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = ia \frac{\partial \varphi}{\partial x} e^{i\varphi}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = iae^{i\varphi} \left[ i \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right].$$

Burada  $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \sim \varphi$ ,  $\left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \sim \varphi^2$  və  $\varphi \rightarrow \infty$  şərti ödəndikdə  $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \ll \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2$  olduğundan

ikinci həddi nəzərə almamaq olar. Onda

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -ae^{i\varphi} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2$$

yaza bilərik.  $y, z$  və  $t$ -yə görə ikinci tərtib törəmələr üçün də buna oxşar ifadələr alınır. Həmin ifadələri (64.19)-da yazaraq və alınan tənliyi  $-ae^{i\varphi}$  kəmiyyətinə ixtisar edərək  $\lambda \rightarrow 0$  halı üçün aşağıdakı tənliyi tapırıq:

$$\left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 - \frac{n^2}{c^2} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 = 0. \quad (64.21)$$

Aydınır ki, (64.21) ifadəsini həndəsi optikanın tənliyi adlandırmaq olar. Bu tənliyə daxil olan  $\varphi(x,y,z)$  fazasını

$$\varphi = k\varphi_0(x,y,z) - \omega t \quad (64.22)$$

kimi axtaraq. Burada  $\varphi$  və ya  $\varphi_0$  dalğanın eykonalı adlanır.

$$(64.22) \text{ ifadəsində } \omega = \frac{2\pi}{T}, k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{cT} = \frac{\omega}{c} \text{ kimi təyin olunur. Məsələn, müstəvi}$$

dalğa üçün  $\varphi_0 = x$ , yəni  $\varphi = kx - \omega t$  olur.

(64.21) tənliyinə daxil olan törəmələri (64.22) ifadəsinə əsasən tapaq:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = k \frac{\partial \varphi_0}{\partial x}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = k \frac{\partial \varphi_0}{\partial y}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = k \frac{\partial \varphi_0}{\partial z}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\omega.$$

Bu ifadələri (64.21)-də yerinə yazaq:

$$k^2 \left[ \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} \right)^2 \right] - \frac{n^2 \omega^2}{c^2} = 0. \quad (64.23)$$

Bu tənliyi  $k^2 = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2$  kəmiyyətinə ixtisar etsək  $\varphi_0$  eykonalı üçün aşağıdakı tənlik alınır:

$$\left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} \right)^2 = n^2. \quad (64.24)$$

(64.22) ifadəsindən görünür ki, müstəvi dalğa üçün  $\varphi_0 = x, y, z$  ola bilər və buna uyğun olaraq da  $k_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}$ ,  $k_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$ ,  $k_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}$  yazmaq olar. Onda üçölçülü hal üçün

$$\varphi = \vec{k}\vec{r} - \omega t \quad (64.25)$$

alınır. Deməli,  $\vec{k}$  dalğa vektoru fazanın qradiyentinə bərabərdir:

$$\vec{k} = \text{grad} \varphi. \quad (64.26)$$

Qradyentin tərifindən isə görünür ki,  $\vec{k}$  dalğa vektoru  $\varphi(x,y,z) = \text{const}$  səthinə perpendikulyar olmalıdır. Bütün nöqtələrində faza eyni olan səth isə, bildiyimiz kimi, dalğa cəbhəsi adlanır. Buradan aydın olur ki,  $\vec{k}$  dalğa vektoru dalğa cəbhəsinə perpendikulyar yönəlir, yəni dalğanın yayılma istiqamətini göstərir.

Klassik mexanikadan məlumdur ki, maddi nöqtənin impulsunun proyeksiyaları təsirin uyğun koordinatlara görə törəmələrinə bərabərdir. /bax (64.13) və (64.16) düsturları/:

$$p_x = \frac{\partial S}{\partial x}, \quad p_y = \frac{\partial S}{\partial y}, \quad p_z = \frac{\partial S}{\partial z}. \text{ Deməli, maddi nöqtənin impuls vektoru təsirin}$$

qradiyentinə bərabərdir:

$$\vec{p} = \text{grad} S. \quad (64.27)$$

Buradan aydın olur ki, maddi nöqtəni  $\vec{p}$  impuls vektoru  $S(x,y,z) = \text{const}$  səthinə perpendikulyar yönəlmişdir, yəni maddi nöqtənin hərəkəti bu səthə perpendikulyar istiqamətdə baş verir. Beləliklə, aydın olur ki, dalğanın  $\varphi$  fazası maddi nöqtənin  $S$  təsir inteqralına,  $\vec{k}$  dalğa vektoru isə  $\vec{p}$  impuls vektoruna uyğun gəlir. Bu uyğunluq isə

(64.26) və (64.27) tənlikləri, yəni həndəsi optika ilə klassik mexanikanın tənlikləri arasında uyğunluğun olduğunu təsdiq edir. Həndəsi optika ilə klassik mexanika arasında belə oxşarlığın müəyyən edilməsi fizika tarixində mühüm rol oynamış və dalğa mexanikasının yaranması üçün zəmin yaratmışdır (sonralar dalğa mexanikasını kvant mexanikası adlandırmışlar).

Beləliklə, yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, təsir inteqralı  $S$  dalğanın fazası  $\varphi$  ilə mütənasibdir:

$$S = \hbar \varphi. \quad (64.28)$$

Sonralar müəyyən edildi ki, bu mütənasiblik əmsalı Plank sabitinə bərabərdir:  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ .

(64.10) və (64.22) ifadələrini (64.28)-də nəzərə alsaq

$$S_0 - Et = \hbar(k\varphi_0 - \omega t) \quad (64.29)$$

olar. Bu bərabərliyin hər iki tərəfini müqayisə edərək

$$E = \hbar \omega$$

$$S_0(x, y, z) = \hbar k \varphi_0(x, y, z) \quad (64.30)$$

ifadələrini yaza bilərik. Məsələn, müstəvi dalğa üçün  $\varphi_0 = x$  və  $S_0 = \hbar k x$  olduğundan

(64.16)-ya görə  $p = \frac{\partial S_0}{\partial x} = \hbar k$  alırıq.

Beləliklə, həndəsi optika ilə klassik mexanika arasındakı oxşarlığa əsasən

$$E = \hbar \omega,$$

$$p = \hbar k \quad (64.31)$$

ifadələrini yazmaq olar. Bu ifadələr ilk dəfə fransız fiziki Lui-de-Broyl tərəfindən təklif olunduğu üçün onun şərəfinə de-Broyl münasibətləri adlanır. (64.31) ifadələri hissəciyin dalğa və korpuskul xassələrini əlaqələndirir. Doğrudan da, (64.31) düsturlarında sol tərəfdə hissəciyi ( $E$  və  $p$ ), sağ tərəfində isə dalğanı ( $\omega$  və  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ) xarakterizə edən fiziki

kəmiyyətlər vardır. Növbəti paraqraflarda görəcəyimiz kimi, çoxlu sayda mülahizələr əsasında de-Broyl belə nəticəyə gəlmişdi ki, hər bir hissəciyin hərəkəti müəyyən dalğa ilə müşayiət olunur və bu dalğanın parametrləri (64.31) ifadələrindən

təyin oluna bilər.

Həndəsi optika ilə klassik mexanika arasında oxşarlığı təsdiq edən bir amili də göstərmək üçün (64.24) tənliyini  $\hbar^2 k^2$ -na vuraq:

$$\left[ \frac{\partial(\hbar k \varphi_0)}{\partial x} \right]^2 + \left[ \frac{\partial(\hbar k \varphi_0)}{\partial y} \right]^2 + \left[ \frac{\partial(\hbar k \varphi_0)}{\partial z} \right]^2 = \hbar^2 k^2 n^2. \quad (64.32)$$

(64.30)-a görə  $S_0 = \hbar k \varphi_0$  olduğundan (64.32) və (64.18) tənliklərinin müqayisəsi göstərir ki,  $\hbar^2 k^2 n^2 = 2m(E - u)$  olduqda bu tənliklər üst-üstə düşür. Buradan alınır ki,

$$n = \frac{1}{\hbar k} \sqrt{2m(E - u)} \quad (64.33)$$

Bu isə, yuxarıda qeyd edildiyi kimi, o deməkdir ki, hissəciyin hərəkət etdiyi xarici sahə özünü sındırma əmsalı (64.33) kimi təyin olunan mühit kimi aparır. Bu müddəə özünü təcrübədə də doğruldu. Belə ki, həndəsi optikanın qanunları (şüaların yayılması, qayıtması və sınıması qanunları) hissəciyin hərəkəti zamanı da ödənilir.

### Ə65. Lui-de-Broyl hipotezi.

Məlumdur ki, "hissəcik (korpuskul) – dalğa" dualizmi işığın təbiətini öyrənərkən müəyyən edilmişdir. Belə ki, XX əsrin əvvəllərində optikada paradoks kimi görünən, lakin təcrübələrlə təsdiq olunan bir vəziyyət yaranmışdı: bir sıra hadisələr (interferensiya, difraksiya) zamanı işıq özünü dalğa, digər hadisələr (fotoeffekt, Kompton effekti və s.) zamanı isə hissəcik (korpuskul) kimi aparır. Bununla yanaşı işığın qayıtması və sınıması (Ə14), Dopler effekti (Ə13) və s. kimi hadisələr həm dalğa nəzəriyyəsi, həm də korpuskulyar nəzəriyyə əsasında müvəffəqiyyətlə izah olunurdu. Bu isə işığın hansı təbiətə malik olması haqqında qəti fikir söyləməyə imkan vermir. "Korpuskul-dalğa" dualizmi ilə əlaqədar olaraq yaranmış bu çətin vəziyyətdən çıxmağa cəhd göstərərək fransa fiziki Lui-de-Broyl 1924-cü ildə belə bir cəsarətli hipotez irəli sürdü ki, dualizm yalnız işığa aid olmayıb, universal əhəmiyyət kəsb edir və materiyanın ümumi xüsusiyyətidir. De-Broyl məsələni belə qoyurdu: optikada yüz illərlə korpuskulyar təsəvvürlər nəzərə alınmamış və dalğa nəzəriyyəsinə üstünlük verilmişdir; maddənin nəzəriyyəsində isə əksinə olmuşdur, yəni "hissəcik" təsəvvürlərinə həddən artıq fikir verilmiş və dalğa mənzərəsi unudulmuşdur. Əgər işıq və elektromaqnit şüalanması üçün ümumiyyətlə kvant hadisələri dalğa xassələri ilə yanaşı korpuskulyar xassələrin də mövcud olmasından ibarətdirsə, onda maddənin hissəcikləri (elektronlar, protonlar, neytronlar, atomlar, molekullar) üçün kvant hadisələri korpuskulyar xassələrlə yanaşı dalğa xassələrinin də mövcud olmasından ibarətdir.

Maddənin korpuskulyar, atomar təbiəti çoxlu sayda hadisələr, xüsusi halda Broun hərəkəti vasitəsilə tam aydınlıqla isbat olunur. Bundan başqa Vilson kamerasında və ya müasir cihazlardan istifadə etməklə xüsusi fotoqrafik emulsiyalarda hissəciklərin izinin fotosəkilləri də maddənin korpuskulyar təbiətə malik olduğunu sübut edir. Çünki bütün bu fotosəkillər tam yəqinliklə göstərir ki, iz, uçan hissəcik tərəfindən yaradılmışdır. Lakin bütün bunlara baxmayaraq de-Broyl dalğa-korpuskul dualizminin maddənin mikrohissəciklərinə də aid olması haqqında fərziyyə irəli sürmüşdür.

Maddə hissəciklərinin dalğa xassəsinə malik olması haqqında hipotezi irəli sürərkən

Lui-de-Broyl həm də aşağıdakı mülahizələrə əsaslanmışdır. XIX əsrin 20-ci illərində Hamilton həndəsi optika ilə mexanika arasında müəyyən oxşarlığın olmasını müəyyən etmişdir (E64). Məlum olmuşdu ki, fizikanın bu iki müxtəlif oblastının əsas qanunları eyni riyazi formada ifadə oluna bilər. Bu, o deməkdir ki, potensialı  $u(x,y,z)$  olan sahədə maddi nöqtənin hərəkəti əvəzinə sındırma əmsalı uyğun şəkildə seçilmiş  $n(x,y,z)$  olan optik qeyri-bircins mühitdə işıq şüasının yayılmasına baxmaq olar və əksinə. Lakin yaxşı məlumdur ki, həndəsi optika işığın heç də bütün xassələrini izah edə bilmir. Işığın interferensiya və difraksiya kimi xassələrini izah etmək üçün daha ümumi əhəmiyyət kəsb edən dalğa optikasından istifadə etmək lazım gəlir; həndəsi optika isə dalğa optikasının çox kiçik dalğa uzunluqlarına ( $\lambda \rightarrow 0$ ) uyğun limit halıdır. Digər tərəfdən məlumdur ki, Nyuton mexanikasının da tətbiq oblastı məhduddur; məsələn, o, atom sistemlərində diskret enerji səviyyələrinin olmasını izah edə bilmir. De-Broylun ideyası isə ondan ibarət idi ki, mexanika ilə optika arasındakı oxşarlığı daha geniş mənada başa düşmək və dalğa optikasına oxşar olaraq dalğa mexanikasının da mövcud olduğunu qəbul etmək lazımdır. Özü də dalğa mexanikası klassik mexanikaya nisbətən daha ümumi olub, atomdaxili hərəkətlərə də tətbiq edilə bilməli və müəyyən şərt daxilində (sonralar görəcəyik ki, Plank sabitini sıfıra bərabər ( $h \rightarrow 0$ ) götürdükdə) Nyuton mexanikasına keçməlidir.

Məlumdur ki, optikada dalğa  $\omega$  tezliyi və  $\lambda$  dalğa uzunluğu ilə, foton isə  $E$  enerjisi və  $p$  impulsu ilə xarakterizə olunur. Işığın bir çox xassələrini (məsələn, işığın qayıtmasını, sınmasını və s.) həm dalğa, həm də foton (korpuskulyar) nəzəriyyəsinə əsasən izah etmək olur (E14). Birinci halda  $\omega$  və  $\lambda$ , ikinci halda isə  $E$  və  $p$  kəmiyyətlərindən istifadə edilir. Lakin əgər biz işığın korpuskulyar mənzərəsindən dalğa təbiətli olmasına keçmək istəyiriksə, onda həmin kəmiyyətlər arasında aşağıdakı məlum münasibətlərdən istifadə etməliyik.

$$E = \hbar \omega \quad (65.1)$$

$$p = \frac{\hbar \omega}{c} = \frac{2\pi \hbar}{\lambda} = \frac{h}{\lambda} = \hbar k. \quad (65.2)$$

Bu düsturlardan isə görünür ki,  $\hbar$  Plank sabiti bir mənzərədən digərinə keçməyə imkan verən çevirici vuruq və ya açar rolunu oynayır. Maddə hissəciklərinin korpuskulyar xassələrlə yanaşı dalğa xassələrinə də malik olmasını fərz edərək, de-Broyl bir mənzərədən digərinə keçmək üçün optikada istifadə olunan (65.1) və (65.2) düsturlarının maddə hissəcikləri üçün də doğru olduğunu qəbul etdi. Bu, əslində həndəsi optika ilə klassik mexanika arasındakı oxşarlığın riyazi üsulla əsaslandırılması (E64) zamanı alınan (64.31) düsturlarında öz əksini tapmışdır.

Fərz edək ki, kütləsi  $m$  olan maddə hissəciyi (məsələn, elektron) xarici sahə olmadıqda (sərbəst), yəni düzxətli bərabərsürətli hərəkət edir. Korpuskulyar nəzəriyyə baxımından bir hissəcik  $E$  enerjisi və  $p = mv$  impulsu ( $v$  – hissəciyin hərəkət sürətidir) ilə, dalğa xassələri baxımından isə həmin hissəcik  $\omega$  tezliyi və  $\lambda$  dalğa uzunluğu ilə xarakterizə olunmalıdır. Əgər maddə hissəciyi həm dalğa, həm də korpuskul xassələrinə malikdirsə, yəni bu xassələr, eyni bir obyektin müxtəlif aspektləridirsə, onda həmin hissəciyi xarakterizə edən  $E$ ,  $p$  və  $\omega$ ,  $\lambda$  kəmiyyətləri arasında (64.31) və ya (65.1), (65.2) düsturları ilə ifadə olunan münasibət olmalıdır.

Optik hadisələr zamanı (65.2) düsturundan sükunət kütləsi sıfıra bərabər olan və  $c$  işıq sürətilə hərəkət edən fotonun impulsunu təyin etmək üçün istifadə edilir. Lui-de-Broyl



belə hesab edirdi ki, (65.2) düsturu maddə hissəciklərinə uyğun tutulan müstəvi monoxromatik dalğaların uzunluğunu hesablamaq üçün də tətbiq oluna bilər:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu}. \quad (65.3)$$

(65.3) düsturu ilə təyin olunan  $\lambda$  kəmiyyəti de-Broyl dalğasının uzunluğu adlanır. Burada sükunət kütləsi sıfıra bərabər olmayan hissəciklər üçün impulsun  $p=m\nu$  olduğu nəzərə alınmışdır. Qeyd edək ki, kiçik sürətlər üçün  $m$  sabit kəmiyyət hesab oluna bildiyi halda, işıq sürəti ilə müqayisə oluna biləcək böyük sürətlər üçün o, relyativistik kütlədir və sürətdən asılıdır:  $m = m_0\sqrt{1 - \beta^2/c^2}$ .

Modulu  $|\vec{k}| = k = \frac{2\pi}{\lambda}$  olan  $\vec{k}$  dalğa vektoru daxil etsək, (64.31) və ya (65.2) düsturuna əsasən

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}, \quad p_x = \hbar k_x, \quad p_y = \hbar k_y, \quad p_z = \hbar k_z \quad (65.2a)$$

yaza bilərik. Ona görə də maddə hissəciklərinin (xarici sahə olmadıqda) hərəkətini təsvir edən üçölçülü müstəvi monoxromatik dalğanın düsturu aşağıdakı kimi olar (E60):

$$\begin{aligned} \Psi &= Ae^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} = Ae^{i(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)} = \\ &= Ae^{\frac{i}{\hbar}(xp_x + yp_y + zp_z - Et)} = Ae^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\vec{r} - Et)}. \end{aligned} \quad (65.4)$$

Burada eksponentin üstü (60.26) ilə müqayisədə əks işarəyə malikdir ki, bunun da heç bir əhəmiyyəti yoxdur. Çünki,  $\psi$  funksiyasının yalnız modulunun kvadratı fiziki məna kəsb edir, yəni  $|\Psi|^2 = \Psi^*\Psi = A^2$ . Lakin kvant mexanikasında tarixən məhz (65.4) yazılış formasından istifadə edilmişdir.

Beləliklə, de-Broyl fərz etmişdir ki, sərbəst fəzada sabit  $\nu$  sürətilə hərəkət edən hissəciklə bu hissəciyin hərəkət istiqamətində yayılan (65.4) kimi hər hansı bir müstəvi monoxromatik dalğa əlaqədardır. Bu dalğanın təbiəti, yəni  $\psi$  funksiyasının fiziki mənası haqqında de-Broyl müəyyən bir fikir söyləyə bilməmişdi. (65.4) kimi təyin olunan dalğalar, faza dalğaları, maddənin dalğaları və ya de-Broyl dalğaları adlandırıldı.

(64.31) və ya (65.1)-(65.2) düsturlarına əsasən de-Broyl dalğalarının bəzi xassələrini nəzərdən keçirək. Artıq yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, de-Broyl dalğasının uzunluğu (65.2) ifadəsi ilə təyin olunur.

(65.1) və (65.2) düsturlarına əsasən de-Broyl dalğasının sürəti üçün

$$\nu_f = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p} \quad (65.5)$$

alırıq. Relyativistik nəzəriyyədə  $E=mc^2$  və  $p=m\nu$  olduğunu (65.5)-də nəzərə alsaq

$$\nu_f = \frac{c^2}{\nu} \quad (65.6)$$

olar. Burada  $\nu$  – hissəciyin sürəti,  $m$  – onun relyativistik kütləsi,  $c$  – işığın vakuumda sürətidir. Həmişə  $\nu \leq c$  olduğundan, (65.6) düsturuna əsasən  $\nu_f \geq c$  olur. Fotonlar üçün vakuumda  $\nu = c$  olduğundan  $\nu_f = c$  olur. Fotonun vakuumda  $c$  sürəti foton üçün de-Broyl

dalğasının  $v_f$  faza sürətinə bərabərdir. Burada alınan  $v_f \geq c$  kimi nəticə bizi narahat etməməlidir, çünki faza sürətinin qiymətinə heç bir məhdudiyət qoyulmur. Belə ki, bildiyimiz kimi, faza sürəti nə "siqnalın" sürətini, nə də enerjinin ötürülməsi (hərəkət) sürətini xarakterizə etmir və ona görə də  $c$  işıq sürətindən həm kiçik, həm də böyük ola bilər. Bundan başqa, müasir fizika təsəvvürlərinə əsasən de-Broyl dalğalarının faza sürəti sırf simvolik (rəmzi) əhəmiyyətə malikdir və məhz bu da bir daha sübut edir ki, faza sürətini müşahidə etmək prinsipcə mümkün deyildir. Prinsipcə müşahidə oluna bilən kəmiyyət de-Broyl dalğasının qrup sürətidir:

$$v_{qr} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}. \quad (65.7)$$

Bu kəmiyyətdə heç bir qeyri-müəyyənlik yoxdur, çünki  $dP$  və  $dE$  kəmiyyətləri birqiymətli təyin olunmuşdur. İsbat etmək olar ki,  $dE/dp$  kəmiyyəti hissəciyin hərəkət sürətinə bərabərdir:  $v = dE/dp$ . Doğrudan da,  $\vec{F}$  qüvvəsinin təsiri altında  $d\vec{S}$  yerdəyişməsi zamanı hissəciyin enerjisinin dəyişməsi  $dE = \vec{F}d\vec{S}$  və eyni zamanda,  $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$  olduğundan

$$dE = \frac{d\vec{P}}{dt} d\vec{S} = d\vec{P} \cdot \frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{v}d\vec{P}$$

yaza bilərik. Lakin  $\vec{v}$  və  $\vec{p}$  vektorları eyni istiqamətdə yönəldiyindən  $dE = v dp$  və deməli,  $v = dE/dp$  olar. Deməli, (65.7) düsturuna əsasən

$$v_{qr} = v \quad (65.8)$$

alınır. Bu isə o deməkdir ki, de-Broyl dalğasının qrup sürəti hissəciyin hərəkət sürətinə bərabərdir.

(65.6) düsturunda (65.8)-i nəzərə alsaq

$$v_f v_{qr} = c^2 \quad (65.9)$$

yazmaq olar.

İndi isə de-Broyl dalğasının  $\omega$  tezliyi ilə  $\vec{k}$  dalğa vektorunun komponentləri arasında əlaqəni, yəni dispersiya qanununu tapaq. Bu məqsədlə relyativistik nəzəriyyədə impuls və enerji arasındakı əlaqəni müəyyən edən (10.13) düsturundan istifadə edərək ümumi halda relyativistik hissəciklər üçün  $\omega$  və  $\vec{k}$  arasında asılılığı müəyyən edək:

$$\frac{E^2}{c^2} = m_0^2 c^2 + \vec{p}^2 = m_0^2 c^2 + (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2). \quad (65.10)$$

(65.1) və (65.4) ifadələrini (65.10)-da nəzərə alsaq

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \frac{m_0^2 c^2}{\hbar^2} + (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \quad (65.11)$$

olar. Burada

$$\omega_0 = \frac{m_0 c^2}{\hbar} \quad (65.12)$$

işarə etsək

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\omega_0^2}{c^2} + (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \quad (65.13)$$

yaza bilərik. (65.13) məhz axtarılan dispersiya qanunu üçün relyativistik düsturdur. Qeyd edək ki, sükunət kütləsi sıfıra bərabər olan hissəciklər üçün (65.12) düsturundan  $\omega_0=0$  alınır və (65.13) aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2. \quad (65.14)$$

Bu isə fotonlara qarşı qoyulan elektromaqnit dalğaları üçün dalğa tənliyindən (E61) alınan məlum ifadədir.

De-Broyl dalğasının uzunluğu üçün (65.3) ifadəsini Kompton dalğa uzunluğu üçün (12.13) düsturu ilə müqayisə etsək görürük ki, Kompton dalğa uzunluğu müəyyən mənada de-Broyl dalğasının uzunluğuna bərabərdir. Belə ki, de-Broyl dalğasına

hissəciyin relyativistik nəzəriyyədə invariant olan  $m_0c = \sqrt{\left(\frac{E}{c}\right)^2 - p^2}$  kəmiyyətinə

bərabər olan impulsu uyğun gəlir.

De-Broyl hissəciyə qarşı qoyulan dalğa (faza dalğası) təsəvvüründən istifadə edərək, birelektronlu atom üçün Borun (55.1) müəmmalı kvantlanma şərtini əyani şəkildə izah etməyə cəhd göstərmişdir. O, atomda elektronun nüvə ətrafında hərəkətinə elektrona qarşı qoyulan dalğanın dairəvi orbit boyunca yayılması kimi baxmışdır. Əgər bu dalğanın  $\lambda$  uzunluğu orbitdə tam ədəd dəfə yerləşirsə, onda dalğa nüvənin ətrafında dövr edərək hər dəfə ilkin nöqtəyə eyni faza və amplituda malik olmaqla qayıdacaqdır. Orbitin hər bir nöqtəsində zamana görə dəyişməyən rəqs rejimi qərarlaşacaq və şüalanma baş verməyəcəkdir. Bu halda stasionar orbit alınacaqdır. Əgər yuxarıda göstərilən şərt ödənməsə, nüvə ətrafında dövr edən dalğanın fazası və amplitudu öz ilkin qiymətini almayacaq və bu, stasionar hal olmayacaqdır. Bu mülahizələr əsasında de-Broyl orbitin stasionarlığı şərtini və ya kvantlanma qaydasını aşağıdakı kimi yazdı:

$$\frac{2\pi R}{\lambda} = n. \quad (65.15)$$

Burada  $R$  – dairəvi orbitin radiusu,  $n$  – tam ədəddir (baş kvant ədədidir). (65.3)-ə əsasən (65.15)-də  $\lambda=h/p=2\pi\hbar/p$  olduğunu yazsaq və  $M=Rp=m\nu R$  elektronun impuls momenti olduğunu nəzərə alsaq  $M=n\hbar$  olar ki, bu da (55.1) kvantlanma şərtidir. Bu nəticənin alınmasını de-Broyl öz hipotezinin parlaq müvəffəqiyyəti hesab edirdi. Sonralar (65.15) şərti elliptik orbitlər üçün də ümumiləşdirildi. Bu zaman belə hesab olunurdu ki, elektronun trayektoriyası boyunca dalğanın  $\lambda$  uzunluğu dəyişir.

Qeyd edək ki, de-Broyl hipotezinin bu müvəffəqiyyəti əslində qeyri-realdır. Belə ki, de-Broylun mühakimələrində fərz olunur ki, dalğa fəzada deyil, müəyyən xətt, yəni elektronun stasionar orbiti boyunca yayılır. Belə ideallaşdırma isə həndəsi optikaya, yəni şüa optikasına uyğun gəlir. Belə yaxınlaşmadan isə  $\lambda$  dalğa uzunluğu elektronun orbitinin radiusuna nisbətən nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik olan limit halında, yəni  $n$  baş kvant ədədinin çox böyük qiymətlərində istifadə etmək olar. Bu limit halında isə, bildiyimiz kimi, kvantlanma problemi öz əhəmiyyətini itirir (E58). Həqiqətən mühüm bir yenilik almaq üçün isə həndəsi optikanı dalğa optikası ilə əvəz etmək lazımdır ki, bunu da 1926-

cı ildə E. Şredinger etmişdir.

Yuxarıda şərh olunanların hamısı sırf hipotetik xarakterli olub, müəyyən fərziyyələrə əsaslandığından onlar nəyi isə isbat etmək gücünə malik deyildir. Alınmış nəticələrin həqiqi isbatını və ya təkzib olunmasını yalnız təcrübə verə bilər. A. Puankarenin dediyi kimi, təcrübə nəzəriyyənin amansız hakimidir. Belə ki, hər hansı bir nəzəriyyə təcrübədə təsdiq olunmursa, həmin nəzəriyyənin yaşamağa haqqı yoxdur. Nəzəriyyə yalnız təcrübədə yoxlanıb təsdiq olunduqdan sonra yaşamaq hüququ qazanmış olur. De-Broyl hipotezindən dərhal sonra belə bir sual meydana çıxdı ki, əgər maddə həqiqətən dalğa xassələrinə malikdirsə, həmin xassələr hansı təbiət hadisələrində özünü büruzə verə bilər? Dalğaların fizika baxımından hansı təbiətə malik olmasından asılı olmayaraq belə hadisələr sırasına ilk növbədə interferensiya və difraksiyanı aid etmək olar. Interferensiya və difraksiya zamanı bilavasitə müşahidə (təyin) oluna bilən kəmiyyət dalğa uzunluğudur. İstənilən hal üçün de-Broyl dalğasının uzunluğu (65.3) düsturu ilə təyin olunur. Hissəciklərin qeyri-relyativistik hərəkəti üçün, yəni klassik mexanika qanunları tətbiq oluna bilən hal üçün bu düstura əsasən de-Broyl dalğasının uzunluğunu tapaq.

Məlumdur ki, nisbətən kiçik  $u$  potensiallar fərqi ilə sürətləndirilmiş elektronların hərəkətinə klassik mexanika qanunlarını tətbiq etmək və

$$\frac{m\nu^2}{2} = eu$$

düsturunu yazmaq olar. Buradan elektronun  $p=m\nu$  impulsunun  $p = \sqrt{2meu}$  olduğunu bilərək elektron üçün de-Broyl dalğasının uzunluğunu (65.3) düsturuna əsasən

$$\lambda_e = \frac{h}{\sqrt{2meu}} \quad (65.16)$$

kimi təyin etmək olar. Burada  $h=6,62 \cdot 10^{-34}$  C.san,  $m=9,1 \cdot 10^{-31}$  kq,  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  Kl qiymətlərini yazsaq

$$\lambda_e = \frac{1,2267}{\sqrt{U_{(B)}}} \text{ nm} \quad (65.17)$$

olar. Eyni qayda ilə protonlar üçün de-Broyl dalğasının uzunluğu

$$\lambda_p = \frac{0,02862}{\sqrt{U_{(B)}}} \text{ nm} \quad (65.18)$$

kimi təyin olunur.

İndi isə mütləq temperaturu  $T$  olan qaz molekulları (fərz olunur ki, qazın özü bütövlükdə sükunətdədir) üçün de-Broyl dalğasının uzunluğunu tapaq. Qaz molekullarının istilik hərəkətinin sürətləri Maksvel qanununa uyğun olaraq paylandığından burada məsələ bir qədər qeyri-müəyyən olur. Ona görə də  $\nu$  sürəti olaraq hər bir molekul üçün orta kvadratik sürəti  $\nu = \sqrt{3kT/m}$  götürsək, onda molekulun impulsu  $p = m\nu = \sqrt{3mkT}$  və molekul üçün de-Broyl dalğasının uzunluğu

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3mkT}} \quad (65.19)$$

olar. Burada  $k=1,38 \cdot 10^{-23} \text{ C/K}$  – Bolsman sabitidir. (65.19) düsturuna əsasən helium atomları üçün ( $m_{\text{He}}=6,7 \cdot 10^{-27} \text{ kq}$ )

$$\lambda_{\text{He}} = \frac{1,26}{\sqrt{T}} \text{ nm}, \quad (65.20)$$

hidrogen molekulları üçün ( $m_{\text{H}_2}=0,33487 \cdot 10^{-26} \text{ kq}$ )

$$\lambda_{\text{H}_2} = \frac{1,78}{\sqrt{T}} \text{ nm} \quad (65.21)$$

istilik neytronları üçün ( $m_n=1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kq}$ ) isə

$$\lambda_n = \frac{2,52}{\sqrt{T}} \text{ nm} \quad (65.22)$$

qiymətləri alınır.

Əgər hissəciyin sürəti çox böyükdürsə, onda Nyuton mexanikasının düsturlarından istifadə etmək olmaz və kütlənin sürətdən asılılığını ifadə edən relyativistik düzəliş nəzərə alınmalıdır. Məsələn, relyativistik halda (10.13) düsturundan elektronun impulsu üçün

$$p = \sqrt{\left(\frac{E}{c}\right)^2 - m_0^2 c^2} \quad (65.23)$$

ifadəsində elektronun  $E$  tam enerjisinin

$$E = E_k + m_0 c^2 = eu + m_0 c^2 \quad (65.24)$$

olduğunu nəzərə alaraq

$$p = \sqrt{2m_0 eu \left(1 + \frac{eu}{2m_0 c^2}\right)} \quad (65.25)$$

yaza bilərik. Burada  $m_0$  – elektronun sükunət kütləsidir. Onda relyativistik elektronun de-Broyl dalğasının uzunluğu üçün aşağıdakı ifadəni yaza bilərik:

$$\begin{aligned} \lambda_e &= \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 eu}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{eu}{2m_0 c^2}}} \approx \frac{h}{\sqrt{2m_0 eu}} \left(1 - \frac{eu}{4m_0 c^2}\right) = \\ &= \frac{1,2267}{\sqrt{U_{(B)}}} (1 - 0,488 \cdot 10^{-6} U_{(B)}) \text{ nm}. \end{aligned} \quad (65.26)$$

Həmin qayda ilə relyativistik proton üçün

$$\lambda_p = \frac{0,02862}{\sqrt{U_{(B)}}} (1 - 0,266 \cdot 10^{-9} U_{(B)}) \text{ nm} \quad (65.27)$$

qiyməti alınır.

65.1 cədvəlində  $u$  potensiallar fərqi üçün müxtəlif qiymətlərində elektronlar və protonlar üçün de-Broyl dalğasının uzunluğunun hesablanmış qiymətləri verilmişdir:

**Cədvəl 65.1.**

Sürətləndirici potensial (V)	Dalğa uzunluğu (Å)		Sürətləndirici potensial (V)	Dalğa uzunluğu (Å)	
	Elektronlar	Protonlar		Elektronlar	Protonlar
$10^9$	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$7,3 \cdot 10^{-6}$	$10^3$	0,39	$9,0 \cdot 10^{-3}$
$10^8$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$2,7 \cdot 10^{-5}$	400	0,61	$1,4 \cdot 10^{-2}$
$10^7$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$0,9 \cdot 10^{-4}$	200	0,86	$2,0 \cdot 10^{-2}$
$10^6$	$0,86 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-4}$	50	1,7	$4,0 \cdot 10^{-2}$
$10^5$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$9,0 \cdot 10^{-4}$	10	3,9	$0,9 \cdot 10^{-1}$
$10^4$	0,12	$2,9 \cdot 10^{-3}$			

Beləliklə, de-Broyl dalğasının uzunluğu üçün yuxarıda alınmış düsturlar göstərir ki, 100-10000  $V$  potensiallar fərqi ilə sürətləndirilmiş elektronlar və protonların, otaq temperaturunda helium atomlarının, hidrogen molekullarının, istilik neytronlarının və digər "yavaş" hərəkət edən yüngül hissəciklərin de-Broyl dalğasının uzunluğu yumşaq rentgen şüalarının dalğa uzunluğu ilə eyni tərtibdədir. Ona görə də belə hissəciklərin difraksiyasını rentgen şüaları üçün tətbiq olunan metodlara oxşar olan metodlarla müşahidə etməyə cəhd göstərmək lazımdır. Lakin de-Broyl hipotezi o dövr üçün elə fantastik idi ki, nisbətən uzun müddət onu təcrübədə yoxlamağa heç kəs cəhd göstərmədi.

### Ə66. De-Broyl hipotezinin doğru olduğunu sübut edən təcrübələr

De-Broyl hipotezi tez bir zamanda təcrübələrlə təsdiq olundu. Ə65-də qeyd olunduğu kimi, de-Broyl dalğalarının uzunluğu rentgen şüalarının dalğa uzunluğu tərtibindədir. Ona görə də rentgen şüalarının difraksiyasını müşahidə etməyə imkan verən təcrübə metodları maddə hissəciklərinin də dalğa xassələrini tədqiq etmək üçün yararlıdır. Doğrudan da, təcrübələrlə müəyyən edildi ki, elektronlar, protonlar və hətta atomlar dəstəsi də işıq və ya rentgen şüaları kimi interferensiya və difraksiya mənzərəsi yaradırlar. Aşağıda belə təcrübə metodları haqqında qısa məlumat verilir.

Ramzauer-Taunsend effekti. 1921-ci ildə Ramzauer enerjisi  $1 eV$ -a yaxın olan elektronların arqon atomlarından elastik səpilməsini tədqiq etmişdi. Eyni zamanda Taunsend də buna oxşar tədqiqatlar aparırdı. Onlar öz təcrübələrində elastik səpilmənin effektiv kəsiyinin (Ə42,43) elektronun enerjisindən asılılığını təyin edirdilər. Bu tədqiqatlar nəticəsində Ramzauer-Taunsend effekti adlanan hadisə müşahidə edildi. Elektronun enerjisi bir neçə  $10 eV$ -dan başlayaraq azaldıqda, nəzəriyyənin qabaqcadan söylədiyi kimi, arqondan elektronun elastik səpilməsinin effektiv kəsiyi artır. Enerjinin  $16 eV$  qiymətində effektiv kəsik maksimuma çatır və enerjinin sonrakı azalması zamanı isə azalır. Elektronun enerjisinin  $1 eV$ -a yaxın qiymətində effektiv kəsik sıfıra yaxın olur və sonra yenidən artmağa başlayır. Arqon atomlarından elektronların elastik səpilməsinin effektiv kəsiyinin elektronun enerjisindən asılılığı 66.1 şəklində verilmişdir. Elektronun enerjisi artdıqca onun elastiki səpilməsinin effektiv kəsiyinin artması və həm də səpilmənin demək olar ki, yox olması klassik təsəvvürlər baxımından başa düşülmür. Çünki elektronun enerjisinin müəyyən bir qiymətində arqon atomları elektron üçün elə bil

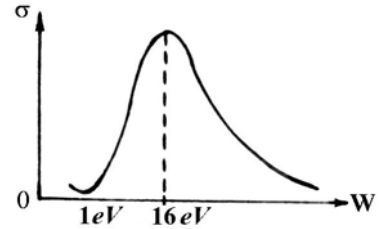
ki, şəffaf olur, yəni arqon qazının içindən səpilməyə məruz qalmadan keçirlər. Müəyyən edildi ki, effektiv kəsiyin özünü belə təəccüblü aparması yalnız arqon üçün deyil, həm də bütün təsirsiz qazlar üçün xarakterikdir.

Ramzauer-Taunsend effekti kəşf olunduqdan sonra bir neçə il ərzində onun qənaətbəxş izahını verə bilmədilər. Sonralar isə aydın oldu ki, bu effekt elektronların dalğa xassəsinə malik olmasının nəticəsidir. Elektronların və digər mikrohissəciklərin dalğa xassəsinə malik olması haqqında de-Broyl hipotezini təsdiq edən çoxlu sayda təcrübi faktlar vardır. Lakin Ramzauer-Taunsend effekti bu növ ilkin təcrübi faktlardan biridir.

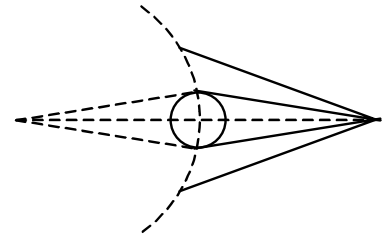
Ramzauer-Taunsend effektinin ümumi izahı aşağıdakı kimidir. Təsirsiz qaz atomlarının quruluşunun özünəməxsus xüsusiyyətləri sayəsində bu atomlarda nüvənin sahəsi elektronların sahəsi tərəfindən çox yaxşı ekranlanır. Bunun nəticəsində təsirsiz qaz atomunun sahəsi məsafədən asılı olaraq kəskin şəkildə azalır. Deməli, elektronun atom ilə qarşılıqlı təsiri nisbətən kəskin hüdudlanmış sferanın daxilində baş verir.

Fərz edək ki, elektron dalğa xassəsinə malikdir, yəni müəyyən mənada o, özünü dalğa kimi aparır. Aydınır ki, elektronun dalğa uzunluğu təsirsiz qaz atomunun diametri tərtibində olarsa, difraksiya hadisəsi müşahidə olunmalıdır. Əgər qeyri-şəffaf sferanı dalğa uzunluğu bu sferanın diametri tərtibində olan işıq şüaları ilə işıqlandırsaq, sferanın arxasında kölgə əvəzinə işıqlı ləkə alınır (şəkil 66.2). Bu hadisə optikada çoxdan məlumdur. Ramzauer-Taunsend effektində də buna bənzər hadisə baş verir. Əgər elektronun enerjisinin müəyyən qiymətində elektronun dalğa uzunluğu təsirsiz qaz atomunun diametri tərtibindədirsə, elektron atomu aşıb keçir və praktik olaraq səpilmə baş vermir, yəni elektron elə hərəkət edir ki, guya atom onun üçün tamamilə şəffafdır. Bu isə o deməkdir ki, belə halda elektronun səpilməsi üçün effektiv kəsik sifra yaxındır. Sonralar hissəciklərin dalğa xassələrini xarakterizə edən de-Broyl dalğasının uzunluğu üçün (65.3) düsturuna əsasən aparılan hesablamalar göstərdi ki, Ramzauer-Taunsend effekti nəinki yuxarıda şərh olunduğu kimi keyfiyyətcə, həm də kəmiyyətcə qənaətbəxş izah oluna bilər.

Beləliklə, Ramzauer-Taunsend effekti ondan ibarətdir ki, çox yavaş elektronların bəzi qazlara nüfuz etməsi anomal şəkildə artır. Başqa sözlə, qazdan keçən elektronlar dəstəsinin sürəti azaldıqca bu dəstə üçün atomun tam effektiv kəsiyi anomal şəkildə kiçik olur. Bu hadisə təsirsiz qazlar, məsələn, arqon, kripton, ksenon və s. üçün xüsusilə aydın şəkildə nəzərə çarpır. Klassik təsəvvür baxımından, elektronların sürəti artdıqca atomun effektiv kəsiyi monoton surətdə kiçilməlidir. Təcrübələr isə, əksinə, göstərir ki, arqon, kripton, ksenon üçün atomun effektiv kəsiyi sürətləndirici gərginliyin  $\sim 1 V$  qiymətində minimuma malik olur. Sürətləndirici gərginliyin qiyməti artdıqca effektiv kəsik minimumdan hər iki tərəfə kəskin artır və ksenon üçün  $\sim 6 V$ , kripton üçün  $\sim 11 V$  və arqon üçün  $\sim 16 V$  qiymətində maksimum olur. Bunu isə atomun daxilindəki elektrik sahəsindən



Шякил



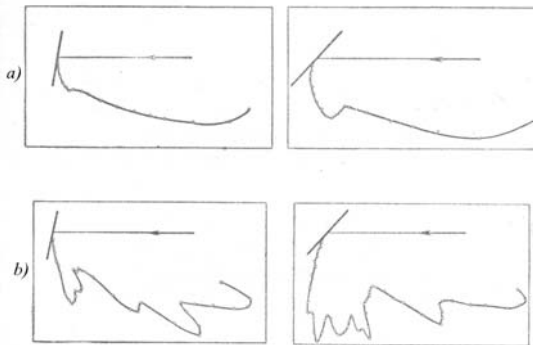
Шякил 66.2.

keçərkən de-Broyl dalğalarının interferensiya zəifləməsi və ya güclənməsi ilə izah etmək olar. Kobud desək, belə sahənin təsiri, atomun daxilində sındırma əmsalı kəsilməz olaraq nöqtədən nöqtəyə dəyişən bircinsli olmayan mühitin təsirinə oxşayır.

Devisson-Cermer təcrübələri. E65-də göstəriləyi kimi de-Broyl dalğalarının uzunluğu "yumşaq" rentgen şüalarının dalğa uzunluğu ilə eyni tərtiblikdir. Ona görə də mikrohissəciklərin interferensiyasını və difraksiyasını müşahidə etmək məqsədilə rentgen şüaları üçün istifadə olunan metodlardan, yəni kristal qəfəslərindən difraksiya və interferensiya hadisələrindən istifadə edilməlidir.

Kristallardan əks olunarkən elektronların interferensiyası əslində de-Broyl hipotezi meydana çıxmamışdan qabaq müşahidə olunmuş, lakin başa düşülməmişdi. 1921-1923-cü illərdə Devisson və Kemsan nazik metal folqalardan elektronların səpilməsinə dair təcrübələr apararaq, səpilmə dəstənin intensivliyinin səpilmə bucağından asılı olaraq dəyişdiyini müşahidə etdilər. Səpilmə əyrisində alınmış maksimumların vəziyyəti və qiyməti elektronların sürətindən asılı idi. Təcrübələrin birində elektronların nikel

təbəqədən səpilməsi öyrənilərkən şüşə qurğu partlamış və nikel təbəqəsi oksidləşmişdi. Həmin lövhəni vakuumda və hidrogen atmosferində uzun müddət qızdırdıqdan sonra yenidən kristallaşma nəticəsində bu lövhədə müəyyən miqdar iri kristallar yaranmışdı. Sonra elektronların səpilməsinə dair təcrübəni həmin lövhə ilə təkrar etdikdə səpilmə əyrisi kəskin dəyişmişdir: maksimumların sayı kəskin artmış, maksimumların özü isə daha aydın nəzərə çarpan olmuşdu. 66.3 şəklində nikel təbəqə qızdırılana qədər (şəkil 66.3a) və



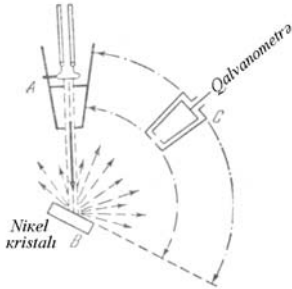
**Шякил 66.3.**

qızdırıldıqdan sonra (şəkil 66.3b) elektronların səpilməsinin polyar diaqramı verilmişdir. Bu diaqramlarda radius-vektorlar boyunca, uyğun istiqamətlərdə elektronların səpilmə intensivliyi ilə düz mütənasib olan düz xətt parçaları qeyd olunmuşdur.

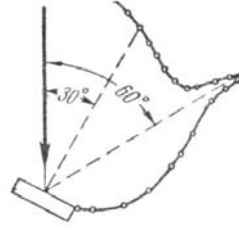
Səpilmə əyrilərində müşahidə olunan maksimumların və minimumların yaranması səbəbi uzun müddət anlaşılmaz qaldı. Yalnız de-Broyl hipotezindən sonra başa düşüldü ki, həmin maksimumlar və minimumlar nikel təbəqəsini qızdırarkən yenidən kristallaşma nəticəsində yaranan iri kristalların uyğun atom müstəvilərindən əks olunan de-Broyl dalğalarının interferensiyası ilə əlaqədar olaraq meydana çıxır. Bu mühüm nəticə 1927-ci ildə Devisson və Cermer təcrübələri ilə təsdiq olundu. Bu təcrübələrdə elektronların difraksiyası kəşf olundu və mikrohissəciklər üçün bu hadisənin sistemli şəkildə öyrənilməsinin əsası qoyuldu.



Devisson və Cermer öz təcrübələrində de-Broyl dalğalarının difraksiyası üçün rentgen şüalarına tətbiq edilmiş məlum Breqq üsulundan (Ə36) istifadə etmişlər. Eyni sürətli paralel elektronlar dəstəsi *A* "elektron topundan" çıxaraq nikel monokristalının üzərinə düşür (şəkil 66.4). Səpilən elektronlar qalvanometrə birləşdirilmiş *C* kollektoru tərəfindən



Шякил



Шякил

tutulur. Bu kollektoru eyni bir müstəvi (şəkil müstəvisi) üzərində daim fırladaraq düşən dəstənin istiqamətinə nəzərən istənilən bucaq altında yerləşdirmək olar. Müxtəlif istiqamətlərdə səpilən elektron dəstələrinin intensivliyini qalvanometrın göstərişinə əsasən müəyyən etmək olar. Elektronların səpilmə intensivliyi üçün bu üsulla alınmış tipik polyar diaqram 66.5 şəklində göstərilmişdir. Bu polyar diaqramı qurmaq üçün müxtəlif istiqamətlərdə çəkilmiş radius-vektorlar üzərində uzunluğu uyğun bucaq altında səpilmə (əks olunma) intensivliyi ilə mütənəsb olan düz xətt parçaları götürülür. Nikel monokristalı ilə aparılan təcrübə zamanı bu polyar diaqramda kəskin selektiv maksimum müşahidə olunur və belə maksimumun olması göstərir ki, elektronlar optik qanuna uyğun olaraq əks olunurlar: yəni, düşmə bucağı qayıtma bucağına bərabərdir. Xaotik yerləşmiş çoxlu sayda kristalcıqlardan ibarət olan polikristal nikel təbəqəsi ilə həmin təcrübəni təkrar etdikdə heç bir selektivlik, yəni elektronların əks olunması üçün heç bir üstün istiqamət müşahidə olunmur.

Devisson və Cermer təcrübələrində de-Broyl hipotezinin doğruluğu nəinki keyfiyyətcə, həm də kəmiyyətcə yoxlanıldı. Məlumdur ki, rentgen şüalarının kristallardan əks olunması interferensiya xarakterlidir (Ə36). Kristalda bir-birinə paralel olan müxtəlif atom müstəvilərinin hər birindən elə bil ki, güzgüdə əks olunmuş kimi əks olunan rentgen şüaları çıxır və onlar arasında interferensiya baş verir. Bu, monoxromatik işığın nazik təbəqədən interferensiya əks olunmasına oxşayır. Bildiyimiz kimi, rentgen şüalarının kristaldan əks olunması yalnız (36.4) Breqq-Vulf şərti ödəndikdə baş verir:  $2d \sin \theta = m \lambda$ .

(36.4) düsturundan istifadə edərək interferensiyanı iki üsulla müşahidə etmək olar. Birincisi, kristal üzərinə müəyyən  $\lambda$  dalğa uzunluğuna malik şüalar göndərmək və kristalı fırladaraq görmək olar ki, şüaların əks olunması Breqq-Vulf şərtində  $m=1,2,3,\dots$  qiymətlərinə uyğun olan yalnız müəyyən  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots$  bucaqları üçün baş verir. Bu qayda ilə birinci, ikinci və s. tərtib spektrlər alınır. İkincisi,  $\theta$  sürüşmə bucağını sabit saxlayaraq, dalğa uzunluğunun qəsilməz dəyişməsi olar. Bu halda əks olunma yalnız

$$\lambda_m = \frac{1}{m} \cdot 2d \sin \theta \quad (66.1)$$

şərtini ödəyən  $\lambda_1, \lambda_2=\lambda_1/2, \lambda_3=\lambda_1/3, \dots$  dalğa uzunluqları üçün baş verəcəkdir.

Qeyd edək ki, rentgen şüaları üçün birinci, elektronlar üçün isə ikinci üsuldən istifadə olunur. Çünki elektronlar dəstəsi adətən müəyyən sürətə, yəni  $\lambda=h/mv$  dalğa uzunluğuna malik olur ki, sürətləndirici  $u$  potensialını dəyişərək bu sürəti (yəni,  $\lambda$  dalğa uzunluğunu) dəyişmək vakuumda kristalı fırlatmaqdan daha sadədir.

(65.17) və (55.1) düsturlarını birləşdirərək

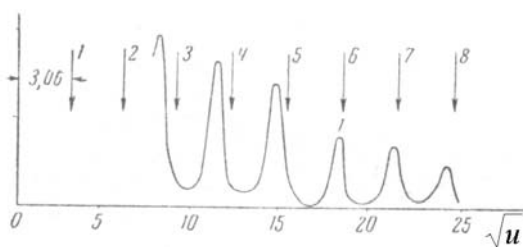
$$\frac{1,2267}{\sqrt{u}} = \frac{1}{m} \cdot 2d \sin \theta$$

və ya

$$\sqrt{u} = m \cdot \frac{1,2267}{2d \sin \theta} \quad (66.2)$$

yaza bilərik. Burada  $m$  – (36.4) Breqq-Vulf düsturuna daxil olan tam ədəddir və onu elektronun kütləsi ilə qarışdırmaq lazım deyil,  $u$  – voltla,  $d$  isə nanometrlə ( $nm$ ) ölçülür.

Beləliklə, təcrübə qurğusunun 66.4 şəklində təsvir olunmuş vəziyyətində sürətləndirici  $u$  potensialını tədricən dəyişsək və hər dəfə kollektorda cərəyan şiddətini (yəni, əks olunmanın intensivliyini) ölçsək və absis oxunda  $\sqrt{u}$  kəmiyyətini, ordinat oxunda isə əks olunmanın intensivliyini qeyd edərək qrafik qursaq, onda aralarındakı məsafə  $1,2267/2d \sin \theta$  olmaqla bir-birindən eyni məsafədə yerləşən bir sıra kəskin maksimumları olan əyri alarıq. Devisson və Cermerin təcrübələrində nikel monokristalından istifadə etdikdə  $\theta=80^\circ$ ,  $d=0,203 \text{ nm}$  qiymətlərində alınmış belə qrafik 66.6 şəklində verilmişdir. (66.2) düsturuna əsasən tapılmış maksimumların vəziyyəti isə



Шякил

şəkildə şaquli oxlarla göstərilmişdir. Hesablamaya görə maksimumlar arasındakı məsafə sabit olub, 3,06-ya bərabər olmalı idi. Lakin təcrübə əyri ilə müqayisə göstərir ki,  $m$ -in yalnız böyük qiymətləri üçün ( $m=6,7,8$ ) maksimumların nəzəri və təcrübə vəziyyətləri üst-üstə düşür.  $m$ -in kiçik qiymətlərində isə uyğunsuzluq müşahidə olunur və özü də  $m$  kiçik olduqca bu uyğunsuzluq böyük olur. Bu uyğunsuzluğun sistemli olub,

qanunauyğun xarakter daşması göstərir ki, hesablama zamanı hansısa bir amil nəzərə alınmamışdır. Bu amil isə de-Broyl dalğaları üçün sınıma əmsalıdır. Doğrudan da, (36.4) Breqq-Vulf düsturunun çıxarılışı zamanı rentgen şüaları üçün sınıma əmsalı 1-ə bərabər, kristaldan kənar və kristalın daxilində dalğa uzunluğunun isə eyni olduğu hesab edilir. Bu, yalnız çox kiçik uzunluğa malik olan dalğalar üçün özünü doğruldur. Rentgen şüaları oblastında daha böyük dalğa uzunluqlarını dəqiq təyin edərkən rentgen şüalarının sınıma əmsalını hökmən nəzərə almaq və bu mənada düzəliş edilmiş (36.7) Breqq-Vulf düsturundan istifadə edilməlidir:  $2nd \cos \alpha_s = m\lambda$ . Bu, eynilə de-Broyl dalğalarına da aiddir. Hesablanmış və təcrübədə tapılmış əks olunma maksimumlarının bir-birinə uyğun gəlməməsi bu mülahizənin doğruluğunu keyfiyyətcə isbat edir. Doğrudan da, (66.1) düsturuna əsasən  $m$  kiçildikcə  $\theta$ -nın verilmiş qiymətində  $\lambda$  dalğa uzunluğu artır və sınıma

amilinin nəzərə alınması zəruri olur.

$m$ -in kiçik qiymətlərində səpilmə üçün nəzəri və təcrübi maksimumların vəziyyətləri arasında 66.6 şəklində göstərilən uyğunsuzluğun səbəbini Bete izah etmişdir. O, göstərmişdir ki, elektronlar üçün de-Broyl dalğaları kristala daxil olarkən sınma baş verir və özü də bu sınma əmsalı vakuumdakından böyük olur. Doğrudan da, metalın kristal qəfəsinin müsbət yüklü ionları və onlar arasında hərəkət edən elektronlar fəzada üst-üstə düşümlər, yəni kobud desək, kristalda müsbət və mənfi yüklərin mərkəzləri bir-birinə nəzərən sürüşmüş olur. Ona görə də metal daxilində potensialı nöqtədən nöqtəyə periodik dəyişən elektrik sahəsi mövcuddur. Bu potensialı kobud yaxınlaşmada sabit  $u_0$  potensialı ilə əvəz etmək olar. Belə ki, bu  $u_0$  potensialı metal daxilindəki elektrik sahəsinin həqiqi potensialının fəza üzrə orta qiymətinə bərabərdir. Bu cür tapılmış  $u_0$  orta potensial metalın daxili potensialı adlanır. Əgər kristalın xaricindəki fəzada potensial sıfıra bərabər qəbul edilsə, onda elektronların metal daxilində qala bilməsi üçün  $u_0$  kəmiyyəti müsbət olmalıdır. Doğrudan da, bu halda metal daxilində elektronun potensial enerjisi mənfi işarəli olacaq, yəni elə bil ki, elektron sabit  $u_0$  dərinliyinə malik olan potensial çuxurda yerləşmiş olacaqdır. Bu çuxurun divarlarından keçərkən potensial xaricdə sıfır qiymətindən daxiləki  $u_0$  sabit qiymətinə qədər sıçrayışla dəyişəcəkdir. De-Broyl dalğası vakuumdən metala keçdikdə sınma əmsalının böyüməsini də məhz metalda daxili potensialın mövcud olması ilə izah etmək olar. Doğrudan da, xaricdən metalın üzərinə düşən elektron  $u$  sürətləndirici potensialını keçmişdirsə, onun sürəti  $v_1 \sim \sqrt{u}$  olar. Metalın daxilində isə bu elektronun sürəti  $v_2 \sim \sqrt{u+u_0}$  qiymətinə qədər artmış olur. Ona görə də metala daxil olarkən elektronun trayektoriyası və de-Broyl dalğası sınımaya məruz qalır. Bu proses üçün metalın nisbi sındırma əmsalı

$$n_{21} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{1+u_0/u} \quad (66.3)$$

olar. Doğrudan da, hər bir dalğa nəzəriyyəsinə sınma əmsalı dalğanın fəza sürəti  $v_f$  ilə tərs mütənəsbdir:  $n \sim 1/v_f$ . Onda (65.9) və (65.8) düsturlarına əsasən

$n \sim 1/v_f = v/c^2$  və  $n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_2}{v_1}$  alırıq. Burada sadəlik naminə indeksləri yazmayaraq

$n \equiv n_{21}$  işarə edəcəyik və bu  $n$  kəmiyyətini mütləq sındırma əmsalı ilə qarışıq salmaq lazım deyil.

Elektronlar üçün de-Broyl dalğalarının sınmasını da nəzərə almaqla (36.7) Breeq-Vulf şərtini

$$2nd\cos\alpha_s = m\lambda \quad (66.4)$$

kimi yazmaq lazımdır. Burada  $\alpha_s$  sınma bucağı, (66.1)-də isə  $\theta$  – sürüşmə bucağıdır. Ona görə də (66.3) sınma qanununu

$$\frac{\cos\theta}{\sin\alpha_s} = n \quad (66.5)$$

kimi yazmaq və buradan  $\cos\alpha_s = \sqrt{1-\sin^2\alpha_s} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2-\cos^2\theta}$  olduğunu tapmaq olar.

Onda (66.4) Breeq-Vulf şərti aşağıdakı şəkllə düşür:

$$2d\sqrt{n^2 - \cos^2 \theta} = m\lambda . \quad (66.6)$$

Yuxarıdakı mülahizələrin doğruluğu hesablamalarla təsdiq olunur. Təcrübədə  $\theta$  bucağının fiksə olunmuş qiymətində müxtəlif tərtibli ( $m=3,4,5$ ) maksimumların alınmasına uyğun gələn  $u$  sürətləndirici potensialı ölçülür. Sonra isə (65.17) düsturuna əsasən bu maksimumlara uyğun gələn de-Broyl dalğalarının uzunluğu hesablanır və (66.6) düsturuna əsasən  $n$  sındırma əmsalı, (66.3) düsturuna görə isə metalın daxili potensialı  $u_0$  tapılır. Müəyyən edilmişdir ki, təcrübi ölçmələrin xətası hüdudunda  $u_0$  verilmiş metal üçün sabit kəmiyyət olub, maksimumun (əksolunmanın)  $m$  tərtibindən, yəni  $u$ -dan və  $\theta$  sürüşmə bucağının qiymətindən asılı deyildir. Əgər yuxarıda verilən izahat doğrudursa, bu, belə də olmalıdır, yəni  $u_0$  yalnız metalın növündən asılı olmalıdır. Məsələn, nikel üçün  $u_0 \approx 15$  V olur. Digər metallar üçün də daxili potensial həmin tərtibdə olur.

66.1 cədvəlində bəzi metallar üçün  $u_0$  daxili potensialının yuxarıda göstərilən qayda ilə təcrübədən tapılmış qiymətləri verilmişdir. Bu cədvəldən görünür ki, həmin qiymətlər kifayət qədər sabitdir. Qeyd etmək lazımdır ki, 66.1 cədvəlində  $u_0$  üçün verilmiş qiymətlər metalların nəzəriyyəsinə əsasən hesablanmış qiymətlərə də uyğun gəlir.

Nəhayət, qeyd etmək ki, bir sıra hadisələri izah etmək üçün metalın həqiqi daxili potensialının onun fəza üzrə orta qiyməti ilə əvəz edilməsi qənaətbəxş deyildir. Nəzərə almaq lazımdır ki, metalın həqiqi daxili potensialı fəzada periodik olaraq dəyişir. Buna əsaslanaraq 1928-ci ildə Bete de-Broyl dalğalarının interferensiyasının həm də dinamik nəzəriyyəsini qurmuşdur.

**Cədvəl 66.1.**

Metal	Sürətləndirici potensial	$\lambda, nm$	$m$	$n$	$u_0, V$
Ni	67	14,9	3	1,12	17
	142	10,3	4	1,05	16
	218	8,3	5	1,03	14
Pb	65	15,2	3	1,10	14
	125	10,9	4	1,06	15
	208	8,4	5	1,03	13
Ag	48	17,7	3	1,15	16
	96	12,5	4	1,08	15
	166	0,5	5	1,04	13

Laue metodu. Yuxarıda göstərildi ki, Devisson və Cermer öz təcrübələrində elektronların de-Broyl dalğalarının interferensiyasını müşahidə etmək məqsədilə rentgen şüaları üçün işlədilən Breqq-Vulf metodundan istifadə etmişlər. Lakin rentgen şüalarının kristallarda interferensiyası yalnız Breqq-Vulf metodu ilə deyil, həm də digər iki əsas metodla – Laue metodu və Debay-Şerer-Hell metodu vasitəsilə də həyata keçirilir (Ə36). Ona görə də Laue və Debay-Şerer-Hell metodları da de-Broyl dalğalarının kristallarda interferensiyasını almaq üçün tətbiq edilə bilər.

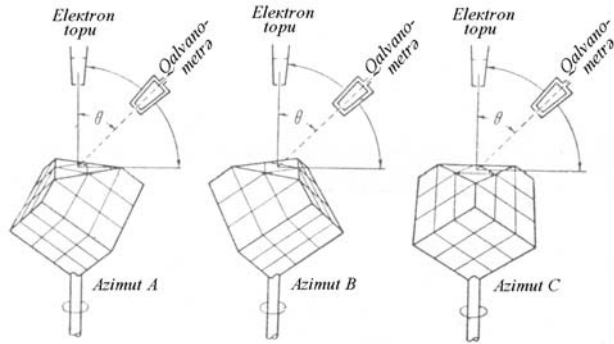
Rentgen şüalarının kristallarda interferensiyasını müşahidə etməyə imkan verən tarixən ilk metod, məlum olduğu kimi, Laue metodudur. Ə36-dan məlum olduğu kimi, bu

metoda görə kəsilməz spektrə malik olan rentgen şüalarının nazik dəstəsi monokristaldan keçərkən interferensiya nəticəsində alınan dəstələr fotolövhədə simmetrik yerləşmiş ləkələr sistemi kimi fiksə olunur. Laue metodunda məhz kəsilməz spektrə malik olan rentgen şüaları dəstəsindən istifadə edilməsinin səbəbi E36-da ətraflı şərh edilmişdir. Lakin təcrübələr zamanı sürətləri kəsilməz dəyişən elektronlar dəstəsi almaq qeyri-mümkündür. Çünki elektron topundan çıxan elektronlar eyni sürətə və ya dəqiq desək, çox kiçik intervalda dəyişən sürətlərə malik olur. Ona görə də belə elektronlar dəstəsini kristal üzərinə göndərdikdə de-Broyl dalğalarının sınma əmsalını nəzərə alan düzəliş etməklə yazılmış Laue şərtləri ödənmir, yəni interferensiya yaranmır. Ona görə də difraksiya maksimumları almaq üçün elektronların sürətini addımbaaddım kəsilməz olaraq dəyişmək (bunun üçün elektron topunda tətbiq olunan sürətləndirici potensialı dəyişmək lazımdır) və eyni zamanda kollektorun vəziyyətini dəyişmək tələb olunur.

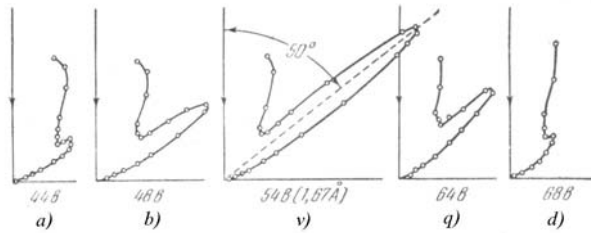
Devisson və Cermer, Laue təcrübəsinə oxşar olaraq, elektronlar üçün təcrübəni praktik olaraq aşağıdakı kimi həyata keçirmişlər. Öz təcrübələrində onlar kubik simmetriyaya malik olan, kristalloqrafik Müllər indeksləri (III) olan müstəvi səthi üzrə cilalanmış nikel monokristaldan istifadə etmişlər. Elektron topu tərəfindən buraxılan elektron dəstəsi cilalanmış müstəviyə perpendikulyar istiqamətdə vakuumda düşür. Səpilmiş elektronları tutmaq üçün xarici və daxili silindrləri arasında kvardan etibarlı izolyasiyası olan ikiqat Faradey silindrindən istifadə olunur. Daxili silindr həssas qalvanometrə birləşdirilmişdir. Səpilərkən öz enerjisinin xeyli hissəsini itirmiş qeyri-elastik səpilmiş elektronları tutmaq üçün xarici silindrə sürətləndirici potensialın qiymətindən 10 dəfə kiçik olan saxlayıcı mənfi potensial verilir. Bunun da nəticəsində qəbulediciyə yalnız elastik səpilmiş (əksolunmuş) elektronlar, yəni əks olunma zamanı sürəti 10%-dən çox azalmayan elektronlar gəlib çata bilirlər. Təcrübələr zamanı səpilmiş elektronların sayının 1) səpilmə bucağından, 2) dəstədəki elektronların sürətindən, 3) azimutdan, yəni səpici müstəviyə perpendikulyar olan ox ətrafında kristalın dönmə bucağından asılılığı tədqiq olunmuşdur.

Kristalın 66.7 şəklindəki vəziyyətinə uyğun olan hal üçün səpilmiş elektronların sayının  $\theta$  səpilmə bucağından asılılığını müəyyən edən polyar diaqram 66.8 şəklində göstərilmişdir. Bu vəziyyətdə kristalın cilalanmış səthi düşmə müstəvisinə (şəkil müstəvisinə) perpendikulyar və aralarındakı məsafə  $d=0,215 \text{ nm}$  olan düzgün atom xətləri ilə örtülmüşdür. Kollektor daim şəkil müstəvisində qalmaqla döndərilə bilər. Həm də sürətləndirici potensialı dəyişdirmək olar. 66.8 şəklində səpilmə intensivliyi üçün polyar diaqramlar səpilmə bucağının  $\theta=50^\circ$  qiymətində elektronların sürətinin (sürətləndirici potensialın), yəni de-Broyl dalğasının uzunluğunun müxtəlif qiymətlərinə uyğun olan hallarda verilmişdir. Buradan görünür ki, elektronların sürətinin  $44 \text{ eV}$ -a uyğun qiymətində  $50^\circ$  bucaq altında alınan maksimum çətinliklə hiss olunur (şəkil 66.8,a)  $54 \text{ eV}$  qiyməti üçün isə bu maksimum xeyli böyük olur (şəkil 66.8,v). Sürətin sonrakı artırılması nəticəsində o, zəifləyir və  $68 \text{ eV}$ -da demək olar ki, tam itir (şəkil 66.8,d). 66.8,v şəklindəki maksimumu periodu  $d=0,215 \text{ nm}$  olan müstəvi difraksiya qəfəsində alınmış birinci tərtib maksimumu hesab etmək olar. Doğrudan da,  $d\sin\theta=\lambda$  düsturuna əsasən hesablama aparsaq  $\theta=51^\circ$  alınır ki, bu da təcrübə ilə yaxşı uyğun gəlir.

Devisson və Cermer təcrübəsində kollektorun vəziyyətini dəyişməz və  $\theta$  bucağının qiymətini sabit saxlayaraq, kristalın müxtəlif azimutları üçün də səpilməmiş elektronların sayı tapılmışdır. Başqa sözlə, kristal cilalanmış müstəvi səthə perpendikulyar olan ox ətrafında fırladıla bilər. Belə ölçmələrin nəticələri  $\theta=50^\circ$  və buna uyğun sürətləndirici potensialın qiyməti  $u=54 V$  üçün qrafik olaraq 66.9 şəklində göstərilmişdir. Bu şəkildəki



Шякил



Шякил

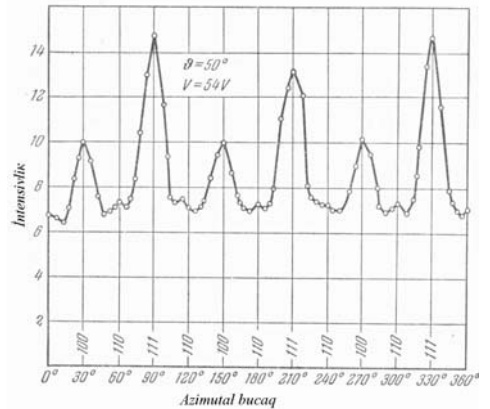
maksimumlar əsasən fəza interferensiyasına, yəni kristalın fəza qəfəsinin atomlarından səpilməmiş dalğaların qarşılıqlı interferensiyasına uyğun gəlir. Kristalı  $360^\circ$  fırlatdıqda əyri hər  $120^\circ$ -dən bir olmaqla 3 dəfə təkrarlanır. Bu, onunla əlaqədardır ki, (III) qaytarıcı müstəvisinə perpendikulyar çəkiliş ox kristalın 3 tərtibli fırlanma oxudur. Nəzəriyyə ilə tam uyğunluğun alınması üçün de-Broyl dalğalarının kristaldan keçərkən sınıma əmsalını da nəzərə almaq lazımdır. Maksimumların kiçik bir hissəsi isə kristalın səth qatına adsorbsiya olunmuş atomlardan səpilməmiş dalğaların interferensiyasına uyğun gəlir. 66.9 şəklindəki üç dənə böyük maksimumdan ortada yerləşənin iki dənə kənardakından bir qədər kiçik olması da məhz bununla izah olunur. Bundan başqa, həmin şəkildə iki kəskin maksimum arasında yerləşən və zəif hiss olunan çox kiçik maksimumlar kristalın digər azimutlarında alınma biləcək maksimumların elə bil ki, izidir.

Debay-Şerer-Hell metodu. Rentgen şüalarının interferensiyasını öyrənmək üçün işlədilən üçüncü metod, yəni Debay-Şerer-Hell metodu da (E36) elektron dəstələrinin interferensiyasının mövcud olduğunu sübut etmək üçün istifadə edilmişdir. Bu metodun ideyası ondan ibarətdir ki, rentgen şüalarının nazik dəstəsi xırda kristallardan ibarət ovuntunun içərisindən və ya mikrokristallardan ibarət olan nazik metal lövhədən

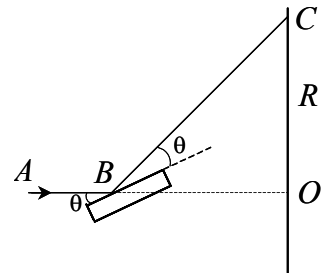
keçdikdə bu kristalcıqların içərisində həmişə elələri tapmaq olar ki, onlar düşən şüa dəstəsinə nəzərən Breqq-Vulf şərtini ödəyən bucaq altında yerləşmiş olsun. Rentgen şüaları belə kristalcıqlardan əks olunduqdan sonra, Breqq-Vulf düsturundakı  $\theta$  bucağının verilmiş qiyməti üçün konusun səthi üzrə yayılmış olurlar. Səpilmiş (əks olunmuş) rentgen şüalarının yoluna ilkin şüanın istiqamətinə perpendikulyar olaraq qoyulmuş fotolövhdə bir sıra konsentrik həlqələr alınır. Nazik metal təbəqədən elektron dəstəsi keçdikdə də eyni ilə buna oxşar mənzərə alınır, yəni səpilmiş elektronlar fotolövhdə interferensiya həlqələri yaradırlar.

1928-ci ildən etibarən D. P. Tomson sürətli elektronlardan (17,5–56,5 keV), P. S. Tartakovski və digər fiziklər isə yavaş elektronlardan (1,7 keV-a qədər) istifadə etməklə elektronların difraksiyasını Debay-Şerer-Hell metodu ilə tədqiq etməyə başlamışlar. Tomson sürətli elektronların nazik monoxromatik dəstəsinin qalınlığı  $\sim 10^{-5}$  sm olan polikristallik metal folqadan keçməsinə müşahidə etmişdir. Onun təcrübələrində sürətləndirici potensial 17,5–56,5 kV intervalında dəyişdirilir, de-Broyl dalğasının uzunluğu isə (65.26) relyativistik düsturuna əsasən hesablanır və 0,092-0,052 nm intervalında qiymətlər alınır. Yavaş elektronların folqa tərəfindən kəskin udulması ilə əlaqədar olaraq Tomson təcrübələrində sürətli elektronlardan istifadə edilmişdir. Bu təcrübələr zamanı folqanın arxasında qoyulmuş fotolövhdə difraksiya həlqələri ilə əhatə olunmuş mərkəzi ləkə alınmışdır. Tomson çox sadə bir təcrübə vasitəsilə sübut etdi ki, bu difraksiya mənzərəsi heç də elektronların folqada həyəcanlandığı ikinci rentgen şüaları tərəfindən deyil, səpilən elektronların məhz özləri tərəfindən yaradılmışdır: maqnit sahəsinə salındıqda difraksiya mənzərəsi sürüşmüş və təhrif olunmuşdu. Əgər difraksiya mənzərəsi rentgen şüaları tərəfindən yaradılmış olsaydı, maqnit sahəsində bu sürüşmə və təhrif olunma baş verməzdi.

Elektronlarla aparılan təcrübələr zamanı difraksiya həlqələrinin alınmasının səbəbi rentgen şüalarının difraksiyasında olduğu kimidir. Üzərinə elektron dəstəsi düşən polikristallik folqa ölçüləri  $\sim 10^{-6}$  sm olan və nizamsız külli miqdar kristalcıqlardan ibarətdir. E36-da göstərilirdi kimi, Debay-Şerer-Hell metodunda rentgen şüası monoxromatik olmalıdır. Yuxarıda qeyd edildiyi kimi,  $\lambda$  dalğa uzunluğunun verilmiş qiymətində folqadakı nizamsız yerləşmiş kristalcıqlar içərisində elələri tapılacaq ki, onlardan əks olunma zamanı  $2d\sin\theta=m\lambda$  Breqq-Vulf şərti ödənməmiş olsun. Burada  $\theta$  – sürüşmə bucağı,  $d$  – atom müstəviləri arasındakı məsafədir və sadəlik naminə elektron şüalarının sınıması nəzərə alınmamışdır. Bunu nəzərə almaq isə həmişə asandır. Verilmiş  $\lambda$  üçün Breqq-Vulf şərtinə uyğun gələn belə



Шякил



Шякил

kristalciqlar çoxluğu düşən şüanın  $ABO$  istiqaməti ətrafında fırlanmaya nəzərən statistik olaraq simmetriyaya malikdir (şəkil 66.10). Ona görə də fotolövhə üzərində uyğun şüaların verdiyi  $C$  ləkələri mərkəzi  $O$  nöqtəsində olan həlqə boyunca yerləşməlidir. Bu həlqənin  $R$  radiusu ilə  $\lambda$  dalğa uzunluğu arasında əlaqə tapaq. Sürüşmə bucağının kiçik qiymətləri üçün

$$\sin \theta \approx \theta = \frac{m\lambda}{2d} = \frac{R}{2D}$$

yaza bilərik. Burada  $D$  – folqadan fotolövhəyə qədər olan məsafədir. Onda

$$\frac{R}{\lambda} = \text{const} \quad (66.7)$$

şərti ödənməlidir. Qeyd edək ki, sınımanı nəzərə aldıqda da (66.7) şərti ödənilir. Yavaş elektronlar üçün (65.17), sürətli elektronlar üçün isə (65.26) ifadələrini nəzərə aldıqda (66.7) ifadəsi həlqənin radiusu  $R$  və sürətləndirici potensial  $U$  arasındakı əlaqəni müəyyən edəcəkdir:

$$\frac{R}{\lambda} = \frac{R\sqrt{U_{(B)}}}{1,2267} = \text{const} \quad (66.7a)$$

$$\begin{aligned} \frac{R}{\lambda} &= \frac{R\sqrt{U_{(B)}}}{1,2264(1 - 0,488 \cdot 10^{-6} U_{(B)})} \approx \\ &\approx \frac{R\sqrt{U_{(B)}}}{1,2267} (1 + 0,488 \cdot 10^{-6} U_{(B)}) = \text{const} \end{aligned} \quad (66.7b)$$

66.2 cədvəlində qızıl folqalardan istifadə etməklə aparılmış təcrübələrin nəticələri verilmişdir. Bu cədvəlin 3-cü sütunundan görüldüyü kimi, (66.7b) düsturu ilə ifadə olunan sabitlik kifayət qədər dəqiqliklə ödənilir.

**Cədvəl 66.2.**

$U (V)$	$R (sm)$	$R\sqrt{U}(1 + 0,488 \cdot 10^{-6} U)$
24600	2,50	398
31800	2,15	390
39400	2,00	404
45600	1,86	405
54300	1,63	388

Elektronların kristallardan keçərkən difraksiyaya uğramasını kəmiyyətcə sübut edən digər fakt kristalın Debay-Şerer-Hell metodu ilə alınmış elektroqramını həmin kristalın bu metodla alınmış rentgenoqramı ilə müqayisə etməklə alınır. Belə ki, bu üsulların hər biri vasitəsilə kristal qəfəsinin sabitini hesablamaq və alınan ədədi nəticələri bir-biri ilə müqayisə etmək olar. Müəyyən edilmişdir ki, bu iki müxtəlif metod bir-birinə qənaətbəxş şəkildə uyğun gələn nəticələr verir. 66.3 cədvəlində bunu təsdiq edən bəzi qiymətlər verilmişdir.

**Cədvəl 66.3.**



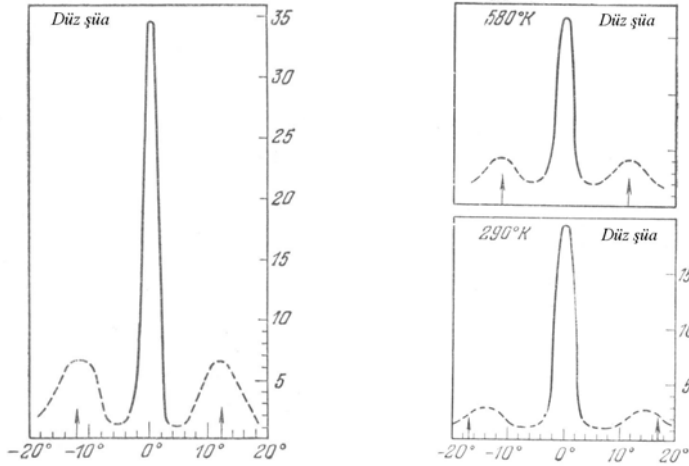
Metal	Kristal qəfəsin sabiti, $\text{Å}$	
	Elektronların difraksiyası	Rentgen şüalarının difraksiyası
Al	4,035	4,063
Au	3,99–4,20	4,06
Pt	3,80	3,91
Pb	4,99	4,92
Fe	2,85	2,86

Hal-hazırda elektron dəstələrinin difraksiyasına və interferensiyasına əsaslanaraq kristalların quruluşunu və xassələrini tədqiq etmək üçün geniş istifadə olunan elektronqrafik analiz metodu yaradılmışdır ki, bu da həmin məqsədlə istifadə olunan rentgenoqrafik analiz metodundan öz praktik əhəmiyyətinə görə nənki geri qalmır, hətta bəzi hallarda daha əlverişli olur.

Elektronların difraksiyasına dair analogi tədqiqatlar Debay-Şerer-Hell metodu ilə P. S. Tartakovski tərəfindən də aparılmışdır. Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, o, yavaş elektronlardan (sürətləndirici potensial  $1,7 \text{ kV}$ ,  $\lambda > 0,297 \text{ nm}$ ) və alüminium folqadan istifadə etmişdir. P. S. Tartakovskinin təcrübələrində səpilmə bucağının qiyməti sabit saxlanmaqla elektronların sürəti dəyişdirilmiş və Breqq-Vulf şərtini ödəyən bir sıra maksimumlar müşahidə olunmuşdur.

Atom və molekul dəstələrinin difraksiyası. De-Broyl hipotezinə görə yalnız elektronlar deyil, maddənin digər ixtiyari hissəcikləri, yəni bütün elementar zərrəciklər (protonlar, neytronlar və s.) atomlar və molekullar da dalğa xassəsinə malik olmalıdır.  $\lambda = h/mv$  düsturuna görə de-Broyl dalğasının uzunluğu  $\lambda$  hissəciyin  $m$  kütləsi ilə tərs mütənəsb olduğundan sürətin eyni bir  $v$  qiymətində elektronlara nisbətən ağır hissəciklər üçün  $\lambda$  xeyli kiçik olmalıdır. Ona görə də atomlar və digər ağır hissəciklər üçün de-Broyl dalğalarının difraksiyası sürətin kiçik qiymətlərində müşahidə edilə bilər. Ştern göstərmişdir ki, de-Broyl dalğasının uzunluğu  $\lambda$  çox kiçik olan ağır atomlar və xüsusilə də molekullar üçün difraksiya mənzərəsi ya heç alınmır, ya da ki, kəskin olmayıb yayılmış şəkildə alınır. Lakin yüngül atomlar və molekullar üçün (məsələn, He, H<sub>2</sub>)  $\lambda = h/mv$  düsturuna böyük dəqiqliklə uyğun gələn çox yaxşı (kəskin) difraksiya mənzərələri alınır. Bu isə onunla əlaqədardır ki, (65.20) və (65.21) düsturlarından görüldüyü kimi, otaq temperaturunda He atomu və H<sub>2</sub> molekulu üçün de-Broyl dalğasının uzunluğu  $0,1 \text{ nm}$  tərtibində alınır ki, bu da rentgen şüalarının dalğa uzunluğu və həm də kristal qəfəslərin sabiti tərtibindədir. Məhz buna görədir ki, molekulyar dəstələr, yəni neytral atom və molekulların düz xətt boyunca yayılan seli ilə aparılan və texniki cəhətdən xeyli təkmilləşdirilmiş təcrübələr sayəsində helium atomlarının və hidrogen molekullarının dəstələrinin də verdiyi difraksiya mənzərələri müşahidə olunmuşdur. Kiçik sürətlərə malik olan atomlar və molekullar kristalın içinə daxil ola bilmədiyini üçün onun səthindən əks olunur, yəni bu halda kristal de-Broyl dalğaları üçün qaytarıcı ikiölçülü qəfəs rolunu oynayır. Rentgen şüalarının belə qəfəsdən difraksiyasına E35-də baxılmışdır. Orada göstərilmişdir ki, müstəvi difraksiya qəfəsi difraksiya spektrlərinin ikiqat müxətəlifliyini verir, məsələn, (+1,+1), (+1,-1) və s. tərtibli spektrlər alınır. De-Broyl dalğalarının da kristal qəfəsdən əks olunması zamanı buna bənzər nəticə alınmalıdır.

66.11 şəklində helium atomlarının, 66.12 şəklində isə hidrogen molekullarının litium flüorid (LiF) kristalından difraksiya mənzərəsini əks etdirən qrafiklər verilmişdir. Bu



Шякил 66.11.

Шякил

qrafiklər difraksiyaya uğramış atom və molekulların bucağa görə paylanmasını təsvir edir. Hər iki halda əsas maksimumun sağında və solunda yerləşən maksimumlar (+1,-1) tərtibli difraksiyaya uyğun gəlir. Maksimumların vəziyyətləri üçün hesablama vasitəsilə alınan nəticələr təcrübi faktlarla çox yaxşı uyğun gəlir. Beləliklə, molekulyar dəstələrlə aparılmış təcrübələr maddə hissəciklərinin dalğa xassəsinə malik olmasını nəinki keyfiyyətcə, həm də kəmiyyətcə təsdiq edir, yəni (65.3) de-Broyl düsturunun atom və molekullar üçün də doğru olduğunu sübut edir.

Neytronların difraksiyası. Neytron, protonlarla yanaşı atom nüvəsinin tərkibinə daxil olan elementar hissəcikdir. Neytron elektrik yükünə malik deyildir, yəni neytral hissəcikdir və onun kütləsi, demək olar ki, protonun kütləsinə bərabərdir. Neytral olduğu üçün neytronlar kristalın daxilinə sərbəst sürətdə daxil ola bilir və kristalın fəza qəfəsindən difraksiyaya uğrayır. Elektrik yükünə malik olmadığından neytron yalnız atomun nüvəsi ilə qarşılıqlı təsirdə olur və bu qarşılıqlı təsir nüvə qüvvələri vasitəsilə baş verir. Neytron atomun elektronlarına və deməli, fotolövhəyə təsir etmir. Lakin, buna baxmayaraq, fotolövhədən istifadə etmək üçün fotolövhəni indiumdan hazırlanmış folqa ilə örtürlər ki, fotolövhənin neytronlar düşən yerlərində elektronların və  $\gamma$ -kvantların ayrılması ilə nüvə reaksiyaları baş versin və bunlar da fotoemulsiyaya təsir etsin. Laue metoduna görə difraksiya mənzərəsi (neytronoqram) almaq üçün nüvə reaktorundan çıxan istilik neytronlarının "ağ" dəstəsi iri monokristal üzərinə göndərilir və bu monokristaldan keçərkən neytronların difraksiyası baş verir.

Neytronlar üçün Laue metodu ilə difraksiya mənzərəsi almaq məqsədilə de-Broyl dalğalarının tələb olunan kəsilməz spektri (polienerjili dəstə), kristalın daxilində neytronların maddə ilə istilik tarazlığına gəlməsi sayəsində alınır. Bu zaman neytronların sürəti molekulyar-kinetik nəzəriyyədən məlum olan Maksvel paylanmasına tabe olur. Belə ki, otaq temperaturu üçün "ən ehtimalı" sürət  $v_0=2200 \text{ m/s}$ , buna uyğun de-Broyl dalğasının uzunluğu isə (65.3) düsturuna əsasən  $1,8 \text{ \AA}$  alınır. Bu isə neytronların kristal

qəfəsdə difraksiyasının alınmasının mümkünliyünü sübut edir. Laue metodu ilə neytronların difraksiyası ilk dəfə NaCl kristalında alınmışdır. Bu laueqramda ləkələrin paylanma xarakteri kristalın simmetriyası ilə müəyyən edilir.

Neytronların Breqq-Vulf metodu ilə difraksiyasını almaq üçün monoenerjili neytronlar selindən istifadə edilməsi tələb olunur. Bu cür dəstəni almaq üçün əvvəlcə neytronlar dəstəsi müəyyən kristaldan əks etdirilir və bu qayda ilə müəyyən sürətə və deməli, de-Broyl dalğasının müəyyən uzunluğuna malik olan neytronlar dəstəsi ayrılır. Sürüşmə bucağının müəyyən qiymətində neytronlar yalnız Breqq-Vulf şərti ödəndikdə əks olunacaqlar:  $\lambda=2d\sin\theta$ , burada  $\lambda=h/m_n v$ .  $\theta$  sürüşmə bucağını uyğun şəkildə seçərək polienerjili dəstədən de-Broyl dalğasının tələb olunan uzunluğuna malik olan neytronları seçmək və onlardan istifadə edərək kristalların quruluşunu tədqiq etmək olar.

Hal-hazırkı dövrdə kristalların quruluşunu neytronların difraksiyası vasitəsilə tədqiq etməyə imkan verən və quruluş neytronoqrafiyası adlanan xüsusi elm sahəsi artıq formalaşmışdır. Quruluş neytronoqrafiyası rentgenoqrafik və elektronqrafik analiz metodlarını əsaslı surətdə tamamlayır. Məsələn, xüsusi halda, kristal qəfəslərində hidrogen atomlarının vəziyyətinin təyin edilməsi məhz neytronların difraksiyası sayəsində mümkün olmuşdur.

## Ə67. Dalğa paketi və hissəcik

Maddə hissəciklərinin (elektronların, neytronların, atomların, molekulların) difraksiyasını və interferensiyasını müşahidə etməyə imkan verən təcrübi metodların şərhindən (Ə66) görünür ki, bu hissəciklər üçün də işığa məxsus olan korpuskul-dalğa dualizmi xarakterikdir. Ona görə də kvant mexanikasının yaranmağa başladığı ilk dövrlərdə bu hissəcik-dalğa ziddiyyətini həll etmək üçün hissəciklərə dalğa paketi kimi baxmaq cəhdləri göstərildi. Bu cəhdlərin əsasını aşağıdakı mülahizələr təşkil edirdi. Elektron və ya hər hansı digər hissəcik müstəvi monoxromatik dalğa ilə eyniləşdirilə bilməz. Çünki belə dalğa fəza və zaman üzrə hüdudsuz olduğu halda, hissəcik fəza və zaman üzrə lokallaşmışdır, yəni müəyyən zaman anında fəzada müəyyən yer tutur. Lakin məlumdur ki, müstəvi monoxromatik dalğaların  $\vec{k}$  dalğa vektorlarını uyğun surətdə seçərək istənilən qədər kiçik ölçüyə malik olan dalğa paketləri qurmaq olar (Ə62). Digər tərəfdən (65.8) düsturuna əsasən de-Broyl dalğası üçün qrup sürəti, yəni paketin maksimumunun irəliləmə sürəti  $v_{qr}$ , hissəciyin hərəkət sürətinə bərabərdir:  $v_{qr} = v$ . Lakin ilk baxışdan cəlbədicə görünən bu heyranedicə fakta əsaslanaraq hissəciyi dalğa paketi ilə eyniləşdirmək olmaz. Məsələ burasındadır ki, paketin Ə62-də göstərilən və bu məqsəd üçün əlverişli görünən dayanıqlı olması və qrup sürətinə bərabər sürətlə bütövlükdə hərəkət etməsi xassələri heç də həqiqi mənzərəni tam əks etdirmir. Doğrudan da bu xassələr yalnız birinci yaxınlaşmada, yəni  $\omega$  və  $k$  arasındakı asılılığı ifadə edən (62.10) ayrılış düsturunda iki və ya daha yüksək tərtibli hədləri nəzərə almadan, (62.11) şəklində götürməklə alınmışdır. Lakin əgər hesablama dəqiq aparılsa, onda başqa nəticə alınır

(Ə62,63). Belə ki, paketin maksimumunun  $v_{qr} = \frac{d\omega}{dk}$  sürəti ilə yerini dəyişməsinə və bu

sürətin də de-Broyl dalğasının  $v$  sürətinə bərabər olmasına baxmayaraq, dispersiyaedici mühitdə hərəkət edərkən paket öz formasını və ölçülərini saxlamır, tədricən genişlənərək yayılır. Bunu aşağıdakı mülahizələr əsasında keyfiyyətcə izah etmək olar (Ə62,63). Fərz

edək ki, müstəvi monoxromatik dalğaların superpozisiyası nəticəsində müəyyən zaman anında dalğa paketi yaranmışdır. Belə paketin yaranması üçün  $k$  dalğa ədədi  $\pm \Delta k$  intervalında kəsilməz dəyişən dalğaları toplamaq lazımdır. Əgər mühit dispersiyaedici deyilsə, bu dalğaların hamısı eyni bir sürətlə yayılacaq və paket saxlanacaqdır. Lakin mühidə dispersiya mövcuddursa, onda paketi əmələ gətirən müstəvi dalğalar müxtəlif faza sürətilə yayılacaqdır, yəni sürəti böyük olan dalğalar irəli gedəcək, sürəti kiçik olanlar isə geri qalacaq. Bunun nəticəsində isə paketin yaranması üçün müstəvi dalğaların fazaları arasında zəruri olan uyğun münasibətlər növbəti zaman anında artıq pozulmuş olacaq və paket genişlənərək yayılacaqdır. Bu yayılmanın baş verməsi müddəti isə daha yeyin və daha ləng dalğaların qrup sürətlərinin fərqi ilə, yəni  $\frac{d^2\omega}{dk^2}(\Delta k)^2$  kəmiyyəti ilə xarakterizə olunur. (62.11) ifadəsində isə məhz bu hədd nəzərə alınmamışdır.

Böyük riyazi çətinliyə malik olan hesablamalar nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, de-Broyl dalğalarından düzəldilmiş və  $t=0$  anında Qaus əyrisi formasında olan

$$u(x, 0) = ce^{-x^2/2b^2} \quad (67.1)$$

dalğa paketinin uzunluğu

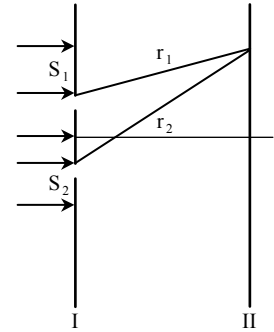
$$t = \sqrt{3} \frac{b^2 m}{\hbar} \quad (67.2)$$

zaman müddətindən sonra iki dəfə böyümüş olur. Burada  $u$  – koordinatı  $x$  olan nöqtədə paketin amplitudu,  $b - t=0$  zaman anında paketin yarımənini xarakterizə edən kəmiyyət,  $m$  – hissəciyin kütləsi,  $\hbar$  – Plank sabitidir. Məsələn, ölçüsü  $2 \text{ mm}$  ( $b=0,1 \text{ sm}$ ) və kütləsi  $m=1 \text{ q}$  olan hissəciyə uyğun dalğa paketinin eninin iki dəfə artması, (67.2) düsturuna əsasən,  $6 \cdot 10^{17} \text{ il}$  müddəti ərzində baş verir. Lakin elektron üçün ( $m=9.1 \cdot 10^{-28} \text{ q}$ ,  $b \sim 10^{-12} \text{ sm}$ ) bu müddət  $t \approx 1,6 \cdot 10^{-26} \text{ san}$  olur. Bu, o deməkdir ki, elektrona uyğun olan dalğa paketi bir an içində dağılmalıdır. Bu isə ən adi müşahidələrə tam ziddir, yəni elektrona (həm də hər hansı hissəciyə) dalğa paketi kimi baxmaq olmaz.

Deməli, hissəciyə dalğa paketi kimi baxmaq cəhdi özünü doğrultmur. Belə ki, hissəcikdən fərqli olaraq dalğa paketi zaman keçdikcə yayılaraq yox olur. Bundan başqa, mikrohissəciklərə dalğa paketi kimi baxmağın qeyri-mümkünlüyünü göstərən ümumi mülahizələr də mövcuddur. Elementar zərrəciklərin mühüm əlamətlərindən biri onların bölünməzliyidir. Biz mənfi elektrik yükünün elektronlardan ibarət olduğunu söylədikdə belə başa düşürük ki, yenidən yüklənmə prosesində elektrik ya bir, ya da ki, bir neçə elektronun yükünə bərabər miqdarda və özü də hər bir halda elektronun yükünün 1-dən kiçik olmayan tam ədəd misli qədər verilə bilər. Fotoeffekt qanunlarının təhlili də, eynilə bunun kimi, fotonların mövcud olması fikrinə gətirir. Belə ki,  $\omega$  tezliyinə malik olan monoxromatik işıq enerjini  $\hbar\omega$  fotonlar seli kimi daşıyır və udulma prosesində isə enerjini fotonun hissələri şəklində deyil, bütöv foton kimi verir.

Dalğalar isə belə bölünməzlik xassəsinə malik deyildir. Dalğanın faza sürəti müxtəlif olan iki mühitin sərhəddinə düşdükdə qayıdan və sınaq dalğalara bölünməsi, kristaldan keçərkən dalğanın bir sıra difraksiya dəstələrinə ayrılması və s. bunu təsdiq edir. Əgər elektrona dalğalardan ibarət olan bir aqreqat kimi baxsaq, onda çox zəif elektron dəstəsinin kristaldan keçərkən difraksiyası zamanı hər bir difraksiya dəstəsi elektronun yalnız bir hissəsini özü ilə aparmış olardı ki, bu da belə deyildir.

Lakin, əgər qayıtma, sınma və difraksiya kimi proseslər zamanı hissəciyin bütövlüyü saxlanılarsa, onda biz hökm etməliyik ki, iki mühiti ayıran səthə düşdükdə hissəcik ya qayıdır, ya da ki, ikinci mühitə keçir. Onda hissəcik və dalğa arasında əlaqə yalnız statistik mənada aşağıdakı kimi şərh oluna bilər: verilmiş yerdə dalğanın amplitudunun kvadratı onun intensivliyini və həmin yerdə hissəciyin olması ehtimalını təyin edir. Bunu aydınlaşdırmaq üçün aşağıdakı interferensiya təcrübəsinə baxaq. Fərz edək ki, müstəvi dalğa  $s_1$  və  $s_2$  deşikləri olan qeyri-şəffaf ekrana düşür (şəkil 67.1). Bu halda kifayət qədər uzaqda yerləşdirilmiş ekranda (bu, fotolövhə və flüoressensiyaedici lövhə ola bilər) ardıcıl yerləşmiş işıqlı və qaranlıq zolaqlardan ibarət olan interferensiya mənzərəsi yaranır. Dalğa nəzəriyyəsi baxımından bu mənzərənin alınmasının izahı hamıya məlumdur: I ekranına sol tərəfdən müstəvi dalğa düşdükdə  $s_1$  və  $s_2$  deşikləri bu ekrandan sağ tərəfdə yayılan və öz aralarında interferensiya edən iki dənə sferik Hüygens dalğalarının mənbəyinə çevrilir. II ekran üzərində, bu dalğaların yollar fərqi sifra və ya cüt sayda yarımdalğa uzunluğuna bərabər olduğu yerlərdə, amplitudun və deməli, işıqlı zolağın maksimumu alınır: bu dalğaların yollar fərqi tək sayda yarımdalğa uzunluğuna bərabər olduğu yerlərdə isə interferensiya nəticəsində dalğalar bir-birini söndürür, yekun amplitud sifra bərabər olur və qara zolaq alınır.



Шякил

Elektronlara bölünməz hissəciklər kimi baxaraq bu zolaqların yaranmasını necə başa düşmək olar? fərz edək ki, düşən elektron dəstəsi çox zəifdir. Təcrübə göstərir ki, interferensiya mənzərəsinin xarakteri intensivlikdən asılı deyildir. Fotolövhə hər bir elektronun düşməsinə ayrıca qeyd edə bilər. Bu halda, I ekrandan zəif elektron dəstəsi keçərkən, fotolövhədə əvvəlcə xaotik paylanmış ayrı-ayrı qara nöqtələr, yəni elektronların düşdüyü yerlərin izi alınır. Lakin nəzərə çarpır ki, bu qara nöqtələrin, yəni elektronların düşdüyü yerlərin sayı, interferensiya mənzərəsindəki maksimumların olduğu yerlərdə daha çoxdur. Təcrübəni kifayət qədər uzun müddət davam etdirdikdə bu ayrı-ayrı izlər interferensiya zolaqları əmələ gətirməlidir. Beləliklə, elektronların tez-tez düşdüyü yerlərdə işıqlı, elektronların heç düşmədiyi yerlərdə isə qara zolaqlar alınmalıdır (burada, əlbəttə, pozitiv xəyal nəzərdə tutulur. Fotolövhənin özündə yəni neqativ xəyalda isə, aydındır ki, elektronların maksimum sayının düşdüyü yerlərdə qara zolaqlar alınır). Əgər bu mülahizələri çoxlu sayda elektronlardan ibarət olan dəstəyə deyil, ayrı-ayrı elektronlara tətbiq etsək, yenə də deyə bilərik ki, dalğa sahəsinin amplitudu maksimum olan yerdə elektronun olması ehtimalı da maksimum, amplitud sifra bərabər olan yerdə isə bu ehtimal sifir olur. Lakin amplitud həm müsbət, həm də mənfi, ehtimal isə həmişə müsbət işarəli ədəd olduğundan ehtimalı amplitudun kvadratı ilə xarakterizə etmək zərurəti meydana çıxır.

De-Broyl dalğalarının yuxarıda göstərilən statistik şərhinə əsaslanaraq, əlverişli mühakimə metodu kimi, dalğa paketi anlayışını da saxlamaq və ondan istifadə etmək olar. Elə dalğa paketi quraq ki, o, müəyyən zaman anında elektronun yerləşdiyi fəza oblastını əhatə etsin və sonra bu paketi özbaşına buraxaq. Əgər hər hansı sonrakı  $t$  zaman anında paketin formasını tapsaq, bu və ya digər yerdə onun amplitudunun kvadratı həmin  $t$  zaman anında elektronun həmin yerdə yerləşməsi ehtimalı ilə düz mütənasib olacaqdır.

Yuxarıda şərh olunan mülahizələrdə biz müəyyənlik olsun deyə, konkret olaraq,

elektronlardan danışdıq. Həmin mülahizələr, əlbəttə, yalnız elektronlara deyil, istənilən mikrohissəciklərə də aiddir.

### **Ə68. De-Broyl dalğalarının və dalğa funksiyasının statistik şərh**

Ə67-də müəyyən mülahizələr əsasında belə nəticə çıxarıldı ki, hissəciyi dalğa paketi hesab etmək olmaz. Bəs de-Broyl dalğalarının fiziki mənası nədir və onların maddə hissəcikləri ilə nə kimi əlaqəsi var? Bu suala cavab vermək üçün Şredinger belə bir ideya irəli sürmüşdü ki, həqiqətdə heç bir dalğa-hissəcik dualizmi yoxdur. Yalnız dalğalar mövcuddur. Hissəciklər isə bu dalğaların superpozisiyasından ibarətdir. Belə ki, riyaziyyatdan məlum olan Furye teoreminə əsasən müxtəlif tezliyə malik və müxtəlif istiqamətlərdə yayılan dalğalardan həmişə dalğa paketi qurmaq olar. Dalğa paketi elə dalğa qurumudur ki, o, müəyyən zaman anında dalğaların toplanaraq fəzanın çox kiçik bir oblastında bir-birini gücləndirməsinə və bu oblastdan kənarında isə bir-birini tam söndürməsinə uyğun gəlir. Bu cür təsəvvürlərə əsasən dalğa paketi elə hissəcik deməkdir. De-Broyl dalğasının intensivliyi dedikdə isə baxılan hissəciyi təşkil edən mühitin sıxlığı ilə düz mütənəsb olan kəmiyyət başa düşülür. Bu ideyanı zahirən təsdiq edən bir mühüm fakt da ondan ibarət idi ki, dalğa paketinin mərkəzi vakuumba qrup sürətinə bərabər sürətlə hərəkət edir və digər tərəfdən də de-Broyl dalğasının qrup sürəti hissəciyin hərəkət sürətinə bərabərdir. Lakin, bütün bunlara baxmayaraq, Ə67-də göstəriləni kimi, dalğa paketi istənilən qədər uzun zaman müddəti ərzində özünü hissəcik kimi apara bilməz. Çünki, hətta vakuumba de-Broyl dalğaları dispersiyaya uğrayır. Doğrudan da, hissəciyin  $p$  impulsu və  $E$  enerjisi arasında əlaqə

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = m_0^2 c^2 \quad (68.1)$$

düsturu ilə ifadə olunur. (65.1) və (65.2) ifadələrini (68.1)-də yazmaqla de-Broyl dalğaları üçün dispersiya qanununu alırıq:

$$\left(\frac{\hbar\omega}{c}\right)^2 - (\hbar k)^2 = (m_0 c)^2 \quad (68.2)$$

Buradan görünür ki, de-Broyl dalğalarının faza sürəti  $v_f = \omega/k$  tezlikdən ( $\omega$ ) asılıdır. Bu da məhz dispersiya deməkdir. İndi isə fərz edək ki, hər hansı bir, məsələn,  $t=0$  zaman anında fəzanın müəyyən kiçik oblastında de-Broyl dalğaları bir-birini gücləndirir, bu oblastdan kənarında isə dalğa sahəsi sıfıra bərabərdir. Bu dalğa paketi zaman keçdikcə özünü necə aparacaqdır? Aydın ki, paketi əmələ gətirən müxtəlif tezlikli monoxromatik dalğalar müxtəlif faza sürətləri ilə dağılışaçaqlar və bu isə ilkin dalğa paketinin deformasiyasına, yayılmasına və nəhayət parçalanmasına səbəb olacaqdır. Beləliklə, əgər hissəcik dalğa qurumundan ibarətdirsə, o, dayanıqsız olmalı və tez bir zamanda (Ə67) parçalanmalıdır. Lakin, bu, həqiqətə heç cür uyğun gəlmir. Deməli, hissəcik de-Broyl dalğalarından qurulmuş dalğa paketi hesab edilə bilməz. Bütün bunlara əsasən Şredinger özünün yuxarıda göstərilən ideyasından tezliklə imtina etməli oldu. Bəlkə əks fərziyyə doğrudur? Yəni hissəciklər ilkin mövcuddur, dalğalar isə bu hissəciklərdən ibarət olan mühitdə, havada səsə uyğun şəkildə, yaranır. Əgər belədirsə, onda bu mühit kifayət qədər böyük

sıxlığa malik olmalıdır. Çünki hissəciklərdən ibarət olan mühitdə dalğaların yaranmasından danışmağın o zaman mənası olur ki, hissəciklər arasındakı orta məsafə dalğa uzunluğuna nisbətən kiçik olsun. E65-dən görüldüyü kimi, tipik hallarda de-Broyl dalğaları üçün bu şərt ödənmir. Hətta bu uyğunsuzluğu aradan qaldırmaq mümkün olsaydı belə, göstərilən fərziyyədən də imtina etmək lazım gəlir. Doğrudan da, bu fərziyyə göstərir ki, dalğa xassələri ayrı-ayrı hissəciklərə deyil, çoxlu hissəciklərdən ibarət olan sistemlərə xasdır. Lakin təcrübələr göstərir ki, hissəciklərin dalğa və interferensiya xassələri, düşən dəstələrin intensivliyi çox kiçik olduqda belə, itmir. Bu müddəə Biberman, Suşkin və Fabrikantın apardığı təcrübələrdə birbaşa isbat edilmişdir.

Biberman, Suşkin və Fabrikantın təcrübələrində istifadə olunan elektronlar dəstəsi elə zəif idi ki, difraksiya sistemindən iki ardıcıl elektronun keçməsi müddəti, bir dənə elektronun bütün cihazdan keçmə müddətindən təqribən 30000 dəfə böyük olurdu. Belə şəraitdə, əlbəttə ki, elektronlar arasında qarşılıqlı təsir heç bir rol oynamır. Bu təcrübələr zamanı ekspozisiya müddətini kifayət qədər böyük götürdükdə yaranan difraksiya mənzərəsi, intensivliyi təqribən 107 dəfə çox olan elektron dəstəsi ilə qısa ekspozisiya müddətində alınan difraksiya mənzərəsindən heç nə ilə fərqlənmirdi. Burada vacib olan odur ki, fotolövhəyə düşən elektronların sayı hər iki halda eyni olmalıdır. Deməli, ayrı-ayrı elektronlar da dalğa xassəsinə malikdir. Bu müddəanın dolayısı yolla isbatı həm də ondan ibarətdir ki, atomların elektron təbəqələrindəki elektronlar, o cümlədən hidrogen atomunda yeganə elektron da dalğa xassəsinə malikdir və burada, əlbəttə, elektronlardan ibarət olan mühit haqqında danışmağa dəyməz.

Beləliklə, de-Broyl dalğalarının fiziki mənasını şərh etmək üçün yuxarıda göstərilən hər iki cəhd sırf hipotetik xarakter daşıyır və danılmaz təcrübə faktları fonunda bu cəhdlərin əsassız olduğu aydın görünür. Ona görə də bu məsələni fərziyyələr metodu ilə deyil, daha etibarlı olan prinsiplər metodu ilə həll etmək lazımdır. Tutaq ki, elektronlar dəstəsi hər hansı difraksiya qurğusunun, məsələn, kristalın üzərinə düşür. Yuxarıda qeyd etdik ki, yalnız bir dənə elektronun da de-Broyl dalğası difraksiya edə bilər. Ona görə də belə hesab etmək olar ki, düşən dəstə yalnız bir dənə elektrondan ibarətdir. Bu halda, bu elektronun de-Broyl dalğası kristaldan keçərkən bir neçə difraksiya dəstəsinə bölünür və demək olmaz ki, bu difraksiya dəstələrinin hər birində elektronun müəyyən payı vardır. Elektron həmişə bütöv, vahid bir tam kimi təsir edir və heç vaxt elektronun hissəsi müşahidə olunmur. Mikroaləmə xas olan atomizm də elə bundan ibarətdir. Fərz edək ki, difraksiya dəstələrindən birinin yoluna elektronu tutmaq üçün saygac qoyulmuşdur. Əgər bu saygac işə düşsə, deməli, o, elektronun heç də hər hansı bir hissəsini deyil, bütöv elektronu qeyd etmiş olur. Buradan belə nəticə çıxarmaq olmaz ki, müşahidə olunana qədər elektron yalnız baxılan dəstədə idi və digər difraksiya dəstələri heç bir rol oynamır, yəni onlar sadəcə olaraq yox idilər. Bu, ona uyğun gələrdi ki, elektron təcrübə qurğusundan klassik mexanikadakı maddi nöqtə kimi keçir. Belə nəticə elektronların difraksiya və interferensiyası hadisələri ilə bir araya sığmır. Əgər həmin təcrübə digər elektron ilə təkrar edilsə, bu elektron da difraksiya dəstələrindən birində müşahidə olunacaqdır və bu, ümumiyyətlə desək, bundan qabaqkı təcrübədə elektronun müşahidə olunduğu difraksiya dəstəsi olmaya da bilər. Bu çətinlikləri aradan qaldırmaq üçün M. Born, hissəciklərin atomizmini onların dalğa xassələri ilə birləşdirmək məqsədilə, de-Broyl dalğalarının statistik şərhini təklif etdi. M. Borna görə de-Broyl dalğalarına ehtimal dalğaları kimi baxılmalıdır. Başqa sözlə, fəzanın hər hansı bir yerində de-Broyl dalğasının intensivliyi, həmin yerdə hissəciyin müşahidə olunması ehtimalı ilə düz mütənəsidir. Lakin hissəciklərin statistik və ya ehtimal xassələri təcrübədə bir hissəciklə deyil, çoxlu

sayda hissəciklərlə və ya da ki, təcrübəni yalnız bir hissəciklə müəyyən şəraitdə çox dəfə təkrar etməklə müəyyən edilə bilər. Statistika və ehtimal anlayışları yalnız onların tətbiq olunduğu müəyyən elementlər çoxluğuna nəzərən məna kəsb edir. Bu çoxluq ya eyni zamanda müşahidə oluna bilən çoxlu sayda elementlər toplusu, ya da ki, ardıcıl zaman anlarında çox dəfələrlə müşahidə olunan bir element ola bilər. Elementlərin belə çoxluğu kvant mexanikasında kvant ansambları adlanır. Kvant mexanikasının əsas müddəələrindən biri ondan ibarətdir ki, kvant ansablı müəyyən makroskopik parametrlərin verilməsi yolu ilə reallaşır. Bu, əlbəttə, dalğa xassələrinin hissəciklərin özlərinə aid olmayıb, hissəciklər ansamblına xas olması demək deyildir.

Hadisələrin statistik şərhini ilk dəfə statistik fizikada meydana çıxmışdır. Lakin klassik statistik fizikanın əsasını dinamikanın qanunları təşkil edir və bu qanunlar sistemin hər bir mikrohissəciyinin zaman keçdikcə özünü bir fərd kimi necə aparacağını qabaqcadan söyləməyə imkan verir. Bu məqsədlə bütün hissəciklər üçün yalnız başlanğıc şərtləri və hissəciklər arasındakı qarşılıqlı təsir qüvvələrini bilmək lazımdır. Məsələn, sükunətdə olan qazın özünü necə aparması makroskopik olaraq onun temperaturu, təzyiqi və həcmi ilə müəyyən edilir. Lakin bunu prinsipə hər bir zaman anında hər bir molekulun koordinatını və sürətini bilərək də etmək olar. Makroskopik təsvir üçün qaz molekullarının koordinatları və sürətləri gizli parametrlər, yəni makroskopik şəkildə təzahür etməyən kəmiyyətlər hesab olunur. Belə fikirləşmək olar ki, kvant mexanikasının verdiyi statistik təsvirin (kvant statistikasının) də əsasını sistemlərin halını müasir səviyyədəkinə nisbətən daha dəqiq və ətraflı təyin edən naməlum gizli parametrlərin özünü necə aparmasını idarə edən naməlum dinamika qanunları təşkil edir. Belə bir fərziyyə həqiqətən məlumdur və o, hələlik heç bir müsbət nəticəyə gətirib çıxarmamışdır. Ona görə də gizli parametrlər məsələsini bir kənara qoyaraq, müasir kvant mexanikasına əsaslanan statistik təsvirlə kifayətlənmək olar. Qeyd edək ki, belə təsvir təcrübə nəticələrinin heç olmasa müasir səviyyədə şərhini və qabaqcadan söylənilməsi üçün kifayət edir.

Hissəciklərin, məsələn elektronların difraksiyası statistik baxımdan necə izah oluna bilər? Difraksiya qurğusunun üzərinə düşməzdən qabaq elektronlar müəyyən sürətləndirici potensiallar fərqi keçirlər ki, bu da (65.16) düsturuna görə de-Broyl dalğasının uzunluğunun eyni bir qiymətinə uyğun gəlir. Məhz bu sürətləndirici potensial hissəciklərin kvant ansabllarını ayıran makroskopik parametr olur. Fərz edək ki, elektronların qeydə alınması fotolövə vasitəsilə həyata keçirilir. Fərdi elektronun fotolövənin hansı yerinə düşəcəyini qabaqcadan tam yəqinliklə demək mümkün deyildir, bunu yalnız müəyyən ehtimalla demək olar. Fotolövənin bu və ya digər yerinə elektronun düşməsi ehtimalı bu yerdə de-Broyl dalğasının intensivliyi ilə düz mütənəsbətdir. Ayrıca elektron fotolövədə ləkə yaradır. Elektronların sayı az olduqda fotolövə az sayda güllələrlə atəşə tutulmuş hədəfə oxşayacaqdır və fotolövədəki ləkələrin yerləşməsində heç bir qanunauyğunluq müşahidə olunmayacaqdır. Fotolövə üzərinə çoxlu sayda elektronlar düşən zaman qanunauyğunluq statistik şəkildə müəyyən olunacaqdır. Bu halda elektronlar fotolövə üzərində de-Broyl dalğalarının difraksiya maksimumları alınan yerlərə böyük üstünlüklə düşəcəkdir və ona görə də fotolövədəki uyğun ləkələrin çoxluğu təcrübədə alınan difraksiya mənzərəsini əks etdirəcəkdir. Elektronlar arasındakı elektrostatik qarşılıqlı təsir nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik olduqda difraksiya mənzərəsi, bu mənzərənin cihazdan ardıcıl olaraq bir-bir keçən elektronlar tərəfindən və ya eyni cür sürətlənmiş və həmin sayda elektronlar olan intensiv dəstənin dərhal keçməsi nəticəsində alınmasından asılı olmayaraq, eyni cür olacaqdır.



De-Broyl dalğalarının simvolik (rəmzi) xarakteri özünü onda göstərir ki, de-Broyl dalğasını təsvir edən (65.4) funksiyası  $\psi(\vec{r}, t)$  mahiyyətcə kompleks funksiyadır. Klassik fizikada da belə kompleks ifadələrdən istifadə edilir. Lakin klassik fizikada fiziki məna bu ifadələrin yalnız həqiqi hissəsi ilə əlaqələndirilir və bu hissəni xəyali hissə ilə tamamlamaq heç də məcburi deyildir. Klassik fizikada kompleks ifadələrdən istifadə edilməsi riyazi çevrilmələri qısa və sadə etmək, həm də son nəticələrin şərhini əlverişli etmək məqsədi güdür (E60). Kvant mexanikasında isə məsələ başqa cürdür. Belə ki, burada  $\psi(\vec{r}, t)$  prinsipial olaraq kompleks funksiyadır. Real fiziki mənası olan bütün fiziki kəmiyyətlər  $\psi(\vec{r}, t)$  funksiyasının heç də yalnız həqiqi hissəsi ilə deyil, bütövlükdə  $\psi(\vec{r}, t)$  kompleks funksiyası vasitəsilə ifadə olunur. Əlbəttə, kompleks funksiyalardan istifadə olunmasından imtina etmək də olar. Onda de-Broyl dalğasını təsvir etmək üçün bir dənə deyil, iki dənə həqiqi funksiyadan istifadə olunması lazım gələrdi. Bunlardan biri  $\psi$  kompleks funksiyanın həqiqi hissəsi, digəri isə xəyali hissənin əmsalı olmalıdır. Bu isə məsələni yalnız mürəkkəbləşdirə bilər.

Hər hansı bir yerdə hissəciyin müşahidə olunması ehtimalını həmin yerdə  $\psi$  funksiyasının modulunun kvadratı, yəni

$$|\psi|^2 = \psi^* \psi \quad (68.3)$$

kəmiyyəti ilə təyin etmək olar. (65.4) müstəvi de-Broyl dalğası üçün

$$\psi^*(\vec{r}, t)\psi(\vec{r}, t) = A^2 = \text{const} \quad (68.4)$$

alınır ki, bu da fəzanın istənilən yerində hissəciyin eyni ehtimalla müşahidə olunması deməkdir. Sonsuz zaman müddəti ərzində bərabərsürətli hissəcik üçün bundan başqa hər hansı bir nəticə fəzanın bircinsliyi ilə uyuşmur. Əgər (65.4) əvəzinə de-Broyl dalğası üçün həqiqi funksiyalar, məsələn,  $\sin$  və ya  $\cos$  götürülsə idi, (68.4) nəticəsi alınmazdı. Bu, həqiqi funksiyalar əvəzinə kompleks funksiyalardan istifadə edilməsinin düzgün olduğunu sübut edən faktlardan məhz biridir. Bəs kompleks funksiyalarla təsvir olunan dalğaların interferensiyası müşahidə oluna bilərmi? Bu sualın cavabının müsbət olduğunu asanlıqla göstərmək olar. Doğrudan da, fərz edək ki, iki de-Broyl dalğası

$$\psi_1 = e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}, \quad \psi_2 = e^{i[\vec{k}\vec{r}-\omega t-\delta(r)]} \quad (68.5)$$

funksiyaları ilə təsvir olunur, yəni bu dalğaların fazalar fərqi  $\delta(r)$ -dir. Həmin dalğaları topladıqda  $\psi = \psi_1 + \psi_2$  dalğası alınır. Fəzanın hər hansı bir yerində hissəciyin müşahidə olunması ehtimalı

$$\begin{aligned} \psi^* \psi &= (\psi_1^* + \psi_2^*)(\psi_1 + \psi_2) = (\psi_1^* \psi_1 + \psi_2^* \psi_2) + \\ &+ (\psi_2^* \psi_1 + \psi_1^* \psi_2) = 2 + (e^{i\delta} + e^{-i\delta}) = \\ &= 2 + 2 \cos \delta = 2(1 + \cos \delta) \end{aligned} \quad (68.6)$$

kəmiyyəti ilə düz mütənəsb olar. Göründüyü kimi, bu ifadəyə  $\delta(r)$  fazalar fərqiindən asılı olaraq  $-2$ -dən  $+2$ -yə qədər dəyişən  $2\cos\delta(r)$  interferensiya həddi daxildir. Deməli, interferensiya müşahidə olunacaqdır.

Bu vaxta qədər yalnız (65.4) funksiyası ilə təsvir olunan müstəvi de-Broyl dalğalarından bəhs edilirdi. Belə dalğalar hissəciklərin sərbəst bərabərsürətli hərəkətini müşayiət edir. İndi isə alınmış nəticələri hissəciklərin ixtiyari qüvvə sahələrində baş verən

ixtiyari hərəkətləri üçün ümumiləşdirmək lazımdır. Belə hallarda kvant mexanikasında hissəciyin halının tam təsviri müstəvi de-Broyl dalğası ilə deyil, koordinatlar və zamandan asılı olan daha mürəkkəb  $\psi(\vec{r}, t)$  kompleks funksiyası ilə verilir. Bu, dalğa funksiyası adlanır. Xüsusi halda, sərbəst hərəkət edən hissəcik üçün dalğa funksiyası, müstəvi de-Broyl dalğasını təsvir edən (65.4) funksiyasına keçir. Dalğa funksiyası əslində müəyyən köməkçi simvol (rəmz) kimi daxil edilir və bilavasitə müşahidə olunan kəmiyyət deyildir. Lakin dalğa funksiyasını bilmək, təcrübədə ölçülə bilən və buna görə də real fiziki mənaya malik olan kəmiyyətlərin qiymətlərini statistik olaraq qabaqcadan hesablamağa imkan verir. Bu məsələ kvant mexanikasında araşdırılır. Bizi isə indi məsələnin başqa cəhəti maraqlandırır.

Dalğa funksiyası vasitəsilə hissəciyin fəzanın müxtəlif yerlərində müşahidə olunmasının nisbi ehtimalı təyin olunur. Ehtimalların yalnız nisbəti haqqında danışılırsa, onda dalğa funksiyasının, prinsiplial olaraq, ixtiyari sabit vuruq dəqiqliyi ilə təyin olunduğunu demək olar. Əgər fəzanın bütün nöqtələrində dalğa funksiyasını sıfırdan fərqli eyni bir sabit (ümumiyyətlə desək, kompleks) ədədə vursaq, yeni dalğa funksiyası alınır ki, bu da dəqiq olaraq yenə həmin halı təsvir edən funksiya olur.  $\psi$  funksiyasının fəzanın bütün nöqtələrində sıfıra bərabər olması mənasızdır. Çünki belə "dalğa funksiyası" fəzanın müxtəlif yerlərində hissəciyin müşahidə olunmasının nisbi ehtimalını müəyyən etməyə heç vaxt imkan vermir. Lakin nisbi ehtimal anlayışını mütləq ehtimal anlayışı ilə əvəz etməklə,  $\psi$  funksiyasının təyinindəki qeyri-müəyyənliyi xeyli azalda bilərik.  $\psi$  funksiyasının ifadəsindəki qeyri-müəyyən sabit vuruğu elə qəbul edək ki,  $|\psi|^2 dV$  kəmiyyəti fəzanın  $dV$  həcm elementində hissəciyin müşahidə olunmasının mütləq ehtimalını vermiş olsun. Onda  $|\psi|^2 = \psi^* \psi$  kəmiyyəti hissəciyi fəzada müşahidə etməyə cəhd göstərərəkən gözlənilən ehtimal sıxlığı mənasını vermiş olur. Bu halda yenə  $\psi$  funksiya modulu vahidə bərabər olan ixtiyari sabit kompleks vuruq dəqiqliyi ilə təyin olunacaqdır.  $\psi$  funksiyasının bu cür təyini zamanı

$$\int |\psi|^2 dV = 1 \quad (68.7)$$

normalanma şərti ödənməlidir. Burada inteqrallama bütün sonsuz fəza üzrə, yəni  $\psi$  funksiyasının ifadəsinə daxil olan koordinatların bütün qiymətləri üzrə aparılır. (68.7) normalanma şərtinin mənası ondan ibarətdir ki, hissəciyin bütün fəzada müşahidə olunması yəqindir.

(68.7) ifadəsindəki inteqral dağılırsa, normalanma mümkün olmur. Məsələn, müstəvi de-Broyl dalğası üçün bu inteqral dağılır. Çünki bu halda hissəciyin müşahidə olunması ehtimalı fəzanın bütün nöqtələrində eynidir. Lakin belə hallara, hissəciyin sonsuzluğa getmədiyi və fəzanın məhdud bir oblastında yerləşməyə məcbur olduğu real şəraitin ideallaşdırılması kimi baxmaq lazımdır. Onda (68.7) normalanması çətin olmur.

Beləliklə,  $\psi$  funksiyasının özü deyil, onun modulunun kvadratı  $\psi^* \psi$  bilavasitə fiziki mənaya malikdir. Bəs onda nə üçün kvant nəzəriyyəsində bilavasitə təcrübədə müşahidə olunan  $\psi^* \psi$  kəmiyyəti ilə deyil,  $\psi$  dalğa funksiyası ilə əməliyyatlar aparılır? Çünki bu, maddənin dalğa xassələrini, yəni interferensiya və difraksiyanı şərh etmək üçün vacibdir. Burada da məsələ hər bir dalğa nəzəriyyəsində olduğu kimidir. Dalğa nəzəriyyəsində xətti yaxınlaşmada intensivliklərin deyil, dalğa sahələrinin özlərinin superpozisiyası prinsipi qəbul olunur və beləliklə, nəzəriyyəyə dalğaların interferensiyası və difraksiyası

hadisələri daxil edilir. Kvant mexanikasında da əsas postulatlardan biri kimi dalğa funksiyalarının superpozisiyası prinsipi qəbul olunur. Bu prinsipə görə əgər  $\psi_1(\vec{r}, t)$  və  $\psi_2(\vec{r}, t)$  dalğa funksiyaları hissəciyin hər hansı iki halını təsvir edirsə, onda bu funksiyaların sabit əmsallarla ixtiyari  $c_1\psi_1 + c_2\psi_2$  xətti kombinasiyası (superpozisiyası) da həmin hissəciyin hər hansı halını təsvir edən dalğa funksiyası olur. Bu qayda ilə  $\psi$  funksiyasını taparaq, sonra  $\psi$  halında  $\psi^*\psi$  ehtimal sıxlığını da təyin etmək olar.

Belə superpozisiya prinsipinin doğruluğu, həmin prinsipdən çıxan nəticələrin təcrübi faktlarla uyğun gəlməsi ilə sübut olunur. Superpozisiya prinsipi təbiətin dəqiq qanunudurmu, yoxsa ki, həmin prinsip yalnız xətti yaxınlaşmada doğrudur? sualı ilə ifadə olunan məsələ hələlik tam aydınlaşdırılmamışdır. Müasir kvant nəzəriyyəsini qurarkən belə hesab olunur ki, superpozisiya prinsipi dəqiq ödəyir.

Bir daha xüsusi qeyd edək ki,  $\psi$  dalğa funksiyasının fiziki mənası yalnız onun modulu ilə deyil, həm də bu funksiyanın xəyali hissəsi ilə təyin olunan fazası ilə də əlaqədardır. Əgər yalnız bir dənə halın dalğa funksiyasından danışılırsa, onda bu funksiyanın yalnız modulu ilə kifayətlənmək olar. Lakin əgər halların toplanmasından (superpozisiyasından) danışılırsa, onda bu halların interferensiyası baş verir ki, bu da həmin halları təsvir edən dalğa funksiyalarının nisbi fazalar fərqi ilə müəyyən edilir.

De-Broyl dalğalarını adi dalğalardan, məsələn elektromaqnit dalğalarından fərqləndirən bir mühüm cəhəti də qeyd edək. Müşahidəçinin yanından keçən adi dalğaları saymaq mümkündür. De-Broyl dalğaları üçün isə bu, mümkün deyildir. Çünki müşahidəçi heç də  $\psi$  dalğasının özünü deyil, yalnız  $\psi^*\psi$  ehtimal sıxlığını izləyə bilər. Bundan başqa, de-Broyl dalğalarının  $\omega$  tezliyini və ümumiyyətlə, dalğa funksiyasının tezliyini müşahidə etmək prinsipə qeyri-mümkündür. Bu müddəadan istifadə edərək qeyri-relyativistik kvant mexanikasına keçmək olar. Klassik mexanikada da hadisələrin əksər hissəsi qeyri-relyativistik yaxınlaşmada tam əhatə olunur. Kvant mexanikasında da bu, belədir. Bundan başqa, kvant mexanikasında relyativistik yaxınlaşmaya keçilməsi aşağıda göstərilən vəziyyətlə əlaqədar olaraq mürəkkəbləşir. Güclü sahələrdə, yəni sahənin (məsələn,  $\gamma$ -kvantın) enerjisi  $2m_0c^2$ -dən böyük olduqda elektron-pozitron cütünün yaranması başlanır. Buna bənzər hallarda digər hissəciklər üçün də eyni hadisə baş verir. Bu səbəbdən də ardıcıl relyativistik kvant mexanikası bir cismin (bir hissəciyin) nəzəriyyəsi ola bilməz. Bir cismin nəzəriyyəsi yalnız qeyri-relyativistik yaxınlaşmada mümkündür. Məhz buna görə də biz bundan sonra qeyri-relyativistik kvant mexanikası ilə kifayətlənəcəyik.

Qeyri-relyativistik kvant mexanikasnda da

$$E = \hbar\omega, \quad (68.8)$$

$$\vec{p} = \hbar\vec{k} \quad (68.9)$$

ifadələrindən istifadə edilir. Lakin burada hissəciyin  $m_0c^2$  sükunət enerjisi nəzərə alınmır. Bu isə o deməkdir ki, biz artıq əvvəlki tezlikdən müəyyən sabit qədər fərqlənən yeni tezlik daxil edirik. Bu yeni tezliyi də, əvvəlki kimi  $\omega$  ilə işarə edəcəyik. Xüsusi halda, hissəciyin sərbəst hərəkəti üçün  $E = p^2/2m$  və (62.2) dispersiya qanununun əvəzinə

$$\omega = \frac{\hbar k^2}{2m} \quad (68.10)$$

ifadəsini alırıq. Bu isə de-Broyl dalğalarının faza sürəti üçün (65.6) əvəzinə aşağıdakı yeni ifadəyə gətirir:

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar k}{2m} = \frac{p}{2m} = \frac{v}{2}. \quad (68.11)$$

Lakin nəzəriyyədən alınan fiziki nəticələrdə bu, öz əksini tapmır. Çünki de-Broyl dalğasının  $\omega$  tezliyi kimi,  $v_f$  faza sürəti də prinsipcə müşahidə olunmayan kəmiyyətdir. Əsas odur ki, müşahidə olunan fiziki kəmiyyətlər – ehtimal sıxlığı  $\psi^* \psi$  və (65.8) qrup sürəti tezliyin yeni seçimi nəticəsində dəyişməz qalır. Bundan başqa, təcrübədə ölçülməsi mümkün olan digər bütün kəmiyyətlər də dəyişməz qalır.

Nəhayət, hər bir fiziki nəzəriyyənin ümumi xarakteristikasına baxaq. Kvant mexanikasını öyrənərkən belə xarakteristika xüsusilə mühüm əhəmiyyət kəsb edir. L. İ. Mandelştamın qeyd etdiyi kimi, hər bir nəzəriyyə bir-birini tamamlayan iki hissədən ibarətdir. Birinci hissə bu nəzəriyyənin riyazi aparatıdır, yəni nəzəriyyəyə daxil olan müxtəlif riyazi işarələr (simvollar) arasında əlaqə yaradan tənliklərdir. İkinci hissə isə bu simvolların təbiətlə, yəni reallıqla əlaqəsini müəyyən edir. İkinci hissə mövcud deyilsə, bu nəzəriyyə illüziyadır, yəni təbiət elmi olmayıb, sırf riyaziyyatdır. Birinci hissəsiz isə, ümumiyyətlə, kəmiyyətə nəzəriyyədən danışmağına dəyməz. Yalnız hər iki hissə birlikdə kəmiyyətə fiziki nəzəriyyəni təşkil edir.

Klassik nəzəriyyələr həmişə ikinci hissədən başlanmışdır. Nəzəriyyə vasitəsilə əməliyyat aparılan simvollar qabaqcadan məlum hesab edilir və ya bu nəzəriyyə qurularkən həmin simvollar müəyyən edilir və dəqiqləşdirilir. Zaman, uzunluq, kütlə, qüvvə, elektrik yükü, elektrik sahəsinin intensivliyi, maqnit sahəsinin induksiyası və s. buna misal ola bilər. Doğrudur, bəzən uyğun anlayışların dəqiq elmi tərifləri gündəlik həyatdan götürülmüş sadəlvöh təsəvvürlərlə düşünüləndən əvəz edilmişdir ki, bu da müəyyən çətinliklərə səbəb olmuşdur. Məsələn, fəza və zaman anlayışlarını buna misal göstərmək olar. Həmin anlayışlara sonradan tənqidi olaraq yenidən baxılması nisbilik nəzəriyyəsinin yaranmasına gətirib çıxardı. Lakin nəzəriyyənin qurulması qaydası əvvəldə olduğu kimi qalmışdı, yəni əvvəlcə anlayışlar müəyyən edilir və yalnız sonra uyğun tənliklər tapılırdı. Kvant mexanikası qurularkən isə başqa yolla gedilmişdir. Əvvəlcə, fiziki mənası heç də tam aydın olmayan hansısa simvollar (məsələn, dalğa funksiyası) üçün tənliklər müəyyən etmiş və yalnız sonradan həmin simvolların reallıqla əlaqəsini axtarmağa başlamışlar. Nəzəriyyənin qurulmasının bu yolu qeyri-təbii görünsə də, reallıqla əlaqə tam müəyyən edilə bilsə, məntiqi baxımdan mümkündür. Məsələn, biz  $\psi$  dalğa funksiyasını ehtimalın uyğun  $\psi^* \psi$  sıxlığı ilə əlaqələndirdik. Lakin,  $\psi$  dalğa funksiyası ilə əlaqədar olaraq daxil edilən digər çoxlu sayda anlayışlar və kəmiyyətlər də vardır.

### Ə69. Qeyri-müəyyənlik münasibətləri

Mikrohissəcik dedikdə, adətən elementar hissəciklər (elektronlar, protonlar, neytronlar, fotonlar və digər sadə hissəciklər), həm də nisbətən az sayda elementar hissəciklərdən təşkil olunmuş mürəkkəb hissəciklər (molekullar, atomlar, atomların nüvələri və s.) nəzərdə tutulur. "Mikrohissəcik" anlayışı bu obyektin yalnız bir cəhətini özündə əks etdirir. Əslində isə hər bir mikroobyekt (molekul, atom, elektron, proton və s.) özündə həm hissəcik, həm də dalğa xassələrini cəmləşdirən xüsusi növ qurumdur. Ona görə də onu ola bilsin ki, "hissəcik-dalğa" adlandırmaq düzgün olardı. Mikroobyekt bizim

hiss üzlərimizə bilavasitə təsir etmir, yəni görmək və toxunmaqla onu hiss etmək olmaz. Bizim qavradığımız aləmdə mikroobyektlərə oxşar heç nə yoxdur. Məşhur fizika alimi Feynmanın "Fizika üzrə Feynman mühazirələri" çoxcildliyinin üçüncü cildində göstəriləndiyi kimi "mikrocisimlər sizin nə vaxtsa gördüyünüz şeylərin heç birinə oxşamır. Atomların özlərini aparması bizim gündəlik təcrübəmizə oxşamadığı üçün, ona adət etmək çox çətinidir. Elmdə yeni olan adama da, təcrübəli fizikə də atomların özünü aparması özünəməxsus və dumanlı görünür. Hətta böyük alimlər də onu öz istədikləri dərəcədə başa düşə bilmirlər və bu da tamamilə təbiidir. Ona görə ki, insanın bütün təcrübəsi, onun bütün intuisiyası iri cisimlərə tətbiq olunmuşdur. İri cismin başına nə gələcəyini biz bilirik; ancaq, xırda cisimciklər özlərini belə aparmırlar. Ona görə də mikrohissəcikləri öyrənərkən müxtəlif növ abstraksiyalardan istifadə etmək, təsəvvürü gərginləşdirmək və onları bizim bilavasitə təcrübəmizlə əlaqələndirməyə çalışmamaq lazım gəlir."

Kvant fizikası yaranana qədər olan dövrdə "başə düşmək" o demək idi ki, biz obyektin və ya prosesin əyani obrazını özümüz üçün tərtib edə bilirik. Kvant fizikasını isə sözün bu mənasında başə düşmək olmaz. Hər bir əyani model labüd olaraq klassik fizika qanunları üzrə işləyəcək və buna görə də kvant proseslərini təmsil etmək üçün yararsızdır. Ona görə də ən düzgünü odur ki, kvant obyektlərinin özünü necə aparmasının əyani modellərini qurmaq cəhdlərindən imtina edilsin. Əyaniliyin olmaması əvvəlcə qeyri-məmnunluq hissi yaratsa da, zaman keçdikcə bu hiss ötcək və hər şey öz yerini tapacaqdır.

Mikrohissəciklər özlərində dalğa və hissəcik xassələrini cəmləşdirməsinə baxmayaraq, Feynmanın dediyi kimi, "özlərini nə dalğa, nə də ki, hissəcik kimi aparmırlar." Mikrohissəciyin dalğadan fərqi ondan ibarətdir ki, o, həmişə bölünməz tam kimi müşahidə olunur. Məsələn, heç kim, heç vaxt elektronun yarısını müşahidə etməyib. Eyni zamanda, dalğanı hissələrə bölmək (məsələn, işıq dalğasını yarı şəffaf güzgünün üzərinə salmaqla) və sonra hər bir hissəni ayrılıqda qavramaq olar. Mikrohissəciyin bizim adət etdiyimiz makrohissəcikdən fərqi isə ondan ibarətdir ki, mikrohissəciyin koordinatlarını və bu koordinatlara uyğun olan impulslarını eyni zamanda dəqiq bilmək olmur və bunun da nəticəsində mikrohissəciyin trayektoriyası anlayışı öz mənasını itirmiş olur.

De-Broyl dalğalarının E68-də şərh olunan statistik mənası nəzəri yolla alınmış nəticələri faktlarla əlaqələndirməyə imkan verir. Lakin bu zaman mikroskopik obyektlərin (elektronların, fotonların və s.) təbiəti haqqında məsələ yenə də həll edilməmiş qalır. Burada əsas çətinlik ondan ibarətdir ki, təcrübə faktları təsvir etmək üçün gah hissəcik, gah da dalğa mənzərəsindən istifadə etmək lazım gəlir. Eyni bir obyektlər, məsələn, elektronlar Vilson kamerası ilə aparılan təcrübələrdə kəskin izlər qoyur, yəni özlərini müəyyən trayektoriya üzrə hərəkət edən mərmilər kimi aparır, mikrokristallik folqalardan keçərkən isə işıqlı və qara interferensiya həlqələri verir, yəni özlərini superpozisiya prinsipinə tabe olan dalğalar kimi aparırlar. Lakin hissəciklərin və dalğaların xassələri nəinki xeyli dərəcədə müxtəlif, həm də bir çox hallarda bir-birinə əks olduğundan, elektronlar isə şübhəsiz ki, vahid təbiətə malik olduğundan, belə çıxır ki, elektronlar əslində nə hissəcik, nə də dalğa deyildir. Çünki dalğa və hissəcik mənzərəsi bəzi hallarda uyğun gəlir, başqa hallarda isə uyğun gəlmir. Mikroərrəciklərin xassələri o dərəcədə özünə məxsusdur və özlərini aparması adi həyatda bizi əhatə edən mikroskopik cisimlərin özlərini aparmasından elə fərqlidir ki, biz mikroərrəciklər üçün bir nümunə tapa bilmirik. Lakin bir şey aydındır ki, eyni bir obyektləri təsvir edərkən həm dalğa, həm

də korpuskul mənzərəsindən istifadə etdiyimiz üçün, bu obyektlərə biz artıq nə dalğaların bütün xassələrini nə də hissəciklərin bütün xassələrini aid edə bilmərik. Məsələn, elektronların dalğa xassələrinin mövcud olması sayəsində, bu mikrohissəciklərə klassik fizikada hissəciyi xarakterizə edən anlayışların tətbiq olunmasında hökmən hansısa bir məhdudiyyətin daxil olunması qaçılmazdır. Bu məhdudiyyətlərin nədən ibarət olduğuna baxaq.

Klassik mexanikada hissəciklər aşağıdakı əsas xassələrə malikdir: Hər bir hissəcik istənilən zaman anında fəzada dəqiq müəyyən olunmuş bir yer tutur (özü də bu "yer" ağırlıq mərkəzinin koordinatları ilə təyin olunur) və müəyyən impulsa malik olur (sükunət kütləsi sıfırdan fərqli olan hissəciklər üçün  $p=mv$  və müəyyən impulsa müəyyən  $v$  sürəti uyğun gəlir). Vəziyyətin və sürətin eyni zamanda dəqiq təyin olunmasının mümkünlüyü makroskopik hissəciklərin elə xarakteristik xassəsidir ki, klassik fizikada hissəciklər sisteminin halı bütün koordinatların və bu koordinatlara uyğun bütün impulsların verilməsi ilə xarakterizə olunur. Biz indi görəcəyik ki, elektronların dalğa xassəsinə malik olması mikrohissəciklər sisteminin halının belə təsvir olunması imkanını əsaslı şəkildə məhdudlaşdırır.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, klassik mexanikada maddi nöqtənin halı hər bir zaman anında onun vəziyyəti (koordinatları) və impulsu ilə xarakterizə olunur. Real mikrohissəciklər (elektronlar, protonlar, atomlar, molekullar və s) isə bu baxımdan daha mürəkkəb obyektidir. Belə ki, mikrohissəciyin ani halını xarakterizə etmək üçün onun vəziyyətini və impulsunu eyni zamanda dəqiq təyin etmək olmaz. Buna səbəb odur ki, hər bir hissəcik həm korpuskul, həm də dalğa xassələrinə malikdir. Ona görə də əgər fəzanın bütün digər nöqtələrində dalğa sahəsi haqqında heç nə məlum deyilsə, onda demək olmaz ki, fəzanın müəyyən nöqtəsində dalğa uzunluğu  $\lambda$ -ya bərabərdir. Belə ki, dalğanın uzunluğu sinusoidanın xarakteristikasıdır, sinusoida isə sonsuz periodik əyridir. Əgər bu əyrinin kiçik bir hissəsini götürsək və bütün qalan hissələri nəzərə almasaq, onda bu kiçik hissə sinusoid üçün xarakteristik olan periodiklik xassəsinə malik olmayacaqdır.  $\lambda$  dalğa uzunluğuna nisbətən kiçik olan sinusoid hissəsi üçün dalğa uzunluğu anlayışı öz mənasını itirir. Aydındır ki, "fəzanın verilmiş  $x$  nöqtəsində dalğa uzunluğu  $\lambda$ -ya bərabərdir" və ya "verilmiş  $t$  zaman anında dalğanın tezliyi  $\omega$ -ya bərabərdir" kimi ifadələrin heç bir mənası yoxdur, çünki,  $\lambda$  kəmiyyəti  $x$ -in,  $\omega$  isə  $t$ -nin funksiyası deyildir.

Fərz edək ki,  $x$  oxu üzərində mikrohissəciyin vəziyyəti bizə müəyyən  $\Delta x$  xətası (qeyri-müəyyənliyi) ilə məlumdur, yəni belə hesab etmək olar ki, hissəcik  $x_0$  ilə  $x_0+\Delta x$  arasında haradasa yerləşmişdir. Xatırlayaq ki, atom fizikasının bütün faktları həm də dalğa mənzərəsi vasitəsilə də təsvir oluna bilər. Hissəciyin vəziyyətinin  $\Delta x$  dəqiqləşməsi (xətası) ilə məlum olması dalğa mənzərəsinə əsasən o deməkdir ki, dalğa funksiyasının amplitudu, yalnız uzunluğu təqribən  $\Delta x$  olan düz xətt parçası boyunca sıfırdan fərqlidir. Belə funksiya, bildiyimiz kimi (Ə62), monoxromatik dalğaların superpozisiyası nəticəsində qurula bilər və onun özü heç də monoxromatik dalğa deyildir. Məhz buna görə də həmin dalğa üçün müəyyən  $\omega$  və  $k$  qiymətlərini yazmaq mümkün deyildir. Fəzada məhdud olan dalğa funksiyası dalğa paketi adlanır. Paketi qurmaq üçün bir dənə sinusoida kifayət etmir. Bunun üçün fəzanın müəyyən oblastında müxtəlif tezlikli çoxlu sayda sinusoidlərin superpozisiyası tələb olunur. Əgər dalğa paketinin uzunluğu  $\Delta x$  (sadəlik naminə biz hələlik bir ölçülü hala baxırıq) olarsa, bu paketi əmələ gətirən monoxromatik dalğaların (sinusoidlərin)  $k_x$  dalğa ədədlərinin kəsilməz olaraq dəyişdiyi  $\Delta k_x$  intervalı istənilən qədər kiçik ola bilməz. Ə62-də göstərildiyi kimi, paketin  $\Delta x$

uzunluğu ilə  $\Delta k_x$  intervalı arasında aşağıdakı düsturla ifadə olunan əlaqə vardır:

$$\Delta x \cdot \Delta k_x \geq 2\pi. \quad (69.1)$$

(69.1) düsturu sırf dalğa münasibətidir. Bu düsturdan görünür ki, qısa radiosiqnalda (kiçik  $\Delta x$ ) həmşə  $\lambda$ -nın müxtəlif qiymətlərinə uyğun və hiss olunacaq intensivliyə malik olan monoxromatik dalğalar təmsil olunmuşlar. Bu cür siqnallar müxtəlif dalğa uzunluqlarına köklənmiş qəbuledicilər tərəfindən qəbul olunacaqlar. Əgər təqribən monoxromatik siqnalların (kiçik  $\Delta \lambda$ ) qəbulu tələb olunursa, onda bu siqnallar kifayət qədər uzun (böyük  $\Delta x$ ) olmalıdır.

Aşağıda göstərilən elementar mülahizələr əsasında da (69.1) düsturunu asanlıqla isbat etmək olar. Amplitudları eyni,  $k$  dalğa ədədləri isə ardıcıl olaraq sinusoiddən sinusoidə keçdikcə eyni bir kəmiyyət qədər artan sinusoidlər çoxluğuna baxaq.  $x$  nöqtəsində bu dalğaların fazaları  $k_x x$ -dən  $(k_x + \Delta k_x) \cdot x$ -ə qədər, yəni  $x \cdot \Delta k_x$  kəmiyyəti qədər dəyişir. Əgər  $x \cdot \Delta k_x = 2\pi$  olsa, bu nöqtədə bütün bu sinusoidlər bir-birini söndürəcəkdir. Bu cür sönmənin baş verə biləcəyi ən yaxın  $x + \Delta x$  nöqtəsini tapaq. Bu nöqtədə kənar sinusoidlər arasındakı fazalar fərqi aşağıdakı kimi olmalıdır:

$$(k_x + \Delta k_x)(x + \Delta x) - k_x(x + \Delta x) = x \cdot \Delta k_x + \Delta x \cdot \Delta k_x = 2\pi + \Delta x \cdot \Delta k_x.$$

Deməli,  $\Delta x \cdot \Delta k_x = 2\pi$  olduqda ən yaxın növbəti sönmə baş verəcəkdir. Beləliklə, bütün dalğa həyəcanlaşması (impulsu) eyni uzunluğa malik olan elə  $\Delta x$  parçalarına bölünür ki, bu parçaların hər birinin uclarında dalğa sahəsi sıfıra bərabər olur. Belə nəticə ona görə alındı ki, bütün sinusoidlərin amplitudu eyni hesab edilmişdi. Lakin bütün mümkün olan amplitudlara malik olan sinusoidlər çoxluğu götürülsə, onda yalnız bir dənə  $\Delta x$  parçasında güclənmə, bu parçadan kənardakı oblastda hər yerdə isə sönmə alınır. Bu nəticə riyaziyyatdan məlum olan Furye teoremindən, özü də (69.1) zəruri şərti ödəndikdə alınır. Biz gələcəkdə məhz bu halı nəzərdə tutacağıq.

İndi isə de-Broyl dalğalarından düzəldilmiş ölçüləri və dalğa ədədinin dəyişmə intervalı (69.1) şərtini ödəyən dalğa paketinə baxaq. Statistik şərhə görə hissəciyin müşahidə olunması ehtimalı yalnız paketin hüdudları daxilində sıfırdan fərqli olacaqdır. Bəs hissəciyin impulsu nəyə bərabər olacaqdır? Dalğa ədədi  $\bar{k}$  olan hər bir de-Broyl dalğasına impulsun  $\bar{p} = \hbar \bar{k}$  qiyməti uyğun gəlir. Deməli, bütün paket üçün müəyyən impuls yoxdur və yalnız  $\bar{p} = \hbar \bar{k}$ -dan  $\bar{p} + \Delta \bar{p} = \hbar(\bar{k} + \Delta \bar{k})$ -ya qədər olan intervalda yerləşən impulsar toplusundan danışmaq olar. Ölçmə zamanı dalğa paketində hansı impulsun müşahidə olunacağı naməlumdur. Ən yaxşı halda bunun yalnız ehtimalını göstərmək olar: ölçmə zamanı impuls bu və ya digər ehtimalla  $\bar{p} = \hbar \bar{k}$  ilə  $\bar{p} + \Delta \bar{p} = \hbar(\bar{k} + \Delta \bar{k})$  arasında müşahidə olunacaqdır. Ona görə də,  $p_x = \hbar k_x$  olduğunu nəzərə alaraq, (69.1) ifadəsini aşağıdakı şəkildə yazma bilərik:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq 2\pi \hbar = h. \quad (69.2)$$

Bu ifadə hissəciyin koordinatı və bu koordinata uyğun impulsu üçün Heyzenberqin qeyri-müəyyənlik münasibəti və ya prinsipi adlanır. (69.2) düsturu klassik fizikada hissəciyin halını xarakterizə etməyə imkan verən  $x$  koordinatının və  $p_x$  impulsunun  $\Delta x$  və  $\Delta p_x$  qeyri-müəyyənliyinin prinsipcə mümkün olan hüdudunu təyin edir. Doğrudan da, (69.2) düsturundan görünür ki,  $x$  və  $p_x$  eyni zamanda müəyyən qiymət ala bilməzlər. Əgər  $x$  müəyyəndirsə, yəni əgər  $\Delta x = 0$  olursa, onda  $\Delta p_x \rightarrow \infty$  olur və deməli  $p_x$  heç bir müəyyən

qiymətə malik deyildir və əksinə. Əgər  $x$  və  $p_x$  kəmiyyətləri  $\Delta x$  və  $\Delta p_x$  intervalında qeyri-müəyyəndirsə, onda bu qeyri-müəyyənliklər arasında (69.2) münasibəti olmalıdır. Bu münasibətdən isə görünür ki,  $\Delta x$  kiçik olduqca, yəni hissəciyin vəziyyəti dəqiq lokallaşdıqca,  $\Delta p_x$  böyük olur, yəni impulsun uyğun proyeksiyasının qeyri-müəyyənliyi böyük olur.

Heyzenberqin qeyri-müəyyənlik münasibətləri klassik anlayışların mikrohissəciklərə tətbiq olunmasının bu paragrafın əvvəlində qeyd olunan məhdudiyyətlərini ifadə edir. Doğrudan da, yuxarıda qeyd edildiyi kimi, makroskopik hissəcik üçün hər bir zaman anında vəziyyətin və impulsun dəqiq təyin olunması xarakterikdir. (69.2) ifadəsi göstərir ki, mikroskopik hissəcik üçün halın belə təsvir olunması (yəni, vəziyyət və impulsun dəqiq təyini) öz mənasını itirir. Doğrudan da, (69.2) ifadəsindən görünür ki,  $\Delta x$  və  $\Delta P_x$  (eləcə də  $\Delta y$  və  $\Delta p_y$ ,  $\Delta z$  və  $\Delta p_z$ ) eyni zamanda sıfıra bərabər ola bilməz. Buradan aydın olur ki,  $x$  və  $p_x$  kəmiyyətlərinin eyni zamanda dəqiq qiymətlər alması haqqında danışımağın mənası yoxdur, çünki mikrohissəciklər üçün belə qiymətlər sadəcə olaraq mövcud deyildir. Başqa sözlə, Heyzenberqin qeyri-müəyyənlik münasibətlərini belə mənada yozmaq olmaz ki, hissəcik üçün hər bir zaman anında  $x$  və  $p_x$  kəmiyyətlərinin dəqiq qiymətləri var, lakin biz bu qiymətləri (69.2) qeyri-müəyyənlik münasibətinin imkan verdiyi dəqiqlikdən böyük olan dəqiqliklə ölçə bilmərik. Məsələyə belə aqnostik baxış mövcud olmuşdur, lakin bu, öyrənilən mikroobyektlərin təbiətinə tamamilə uyğun gəlmir. (69.2) qeyri-müəyyənlik münasibətinin həqiqi mənası ondan ibarətdir ki, mikrohissəciklərin  $x$  və  $p_x$  kəmiyyətlərinin eyni zamanda dəqiq müəyyən qiymətlərinə uyğun gələn halları təbiətdə obyektiv olaraq mövcud deyildir.

Xüsusi halda  $\Delta P_x$  qeyri-müəyyənliyi olmaya da bilər, yəni  $\Delta p_x=0$ . Buna misal olaraq müstəvi monoxromatik de-Broyl dalğasını göstərmək olar. Onda (69.2) qeyri-müəyyənlik münasibətinə görə  $\Delta x=\infty$  olmalıdır, yəni hissəciyin lokallaşdığı yer haqqında heç nə demək olmaz: o, fəzanın istənilən nöqtəsində eyni ehtimalla müşahidə oluna bilər. Əksinə,  $\Delta x=0$  olduqda  $\Delta p=\infty$  olur və bu halda dalğa funksiyası bir nöqtəyə cəmləşəcəkdir. Lokallaşma zamanı hissəcik müəyyən bir nöqtədə (məsələn, koordinat başlanğıcında) müşahidə olunacaqdır, lakin lokallaşmış hissəciyin impulsu haqqında yalnız müəyyən ehtimalla danışmaq olar. Göstərmək olar ki, bu halda hissəciyin impulsunun bütün qiymətləri eyni ehtimallı olacaqdır.

Üçölçülü halda klassik hissəcik üç dənə  $x, y, z$  dekart koordinatları və bu koordinatlara uyğun  $p_x, p_y, p_z$  impulsları ilə xarakterizə olunur. Bu hal üçün Heyzenberqin qeyri-müəyyənlik münasibətləri aşağıdakı kimi üç dənə bərabərsizliklə ifadə olunur:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h, \Delta y \cdot \Delta p_y \geq h, \Delta z \cdot \Delta p_z \geq h. \quad (69.3)$$

Qeyri-müəyyənlik prinsipi Heyzenberq tərəfindən 1927-ci ildə tapılmışdır. Bu prinsip mikroaləmin qanunauyğunluqlarını şərh edilməsində və kvant mexanikasının qurulmasında mühüm addım olmuşdur.

Qeyd edək ki, bir koordinatın qeyri-müəyyənliyinin digər koordinata uyğun impulsun qeyri-müəyyənliyinə vurulmasından alınan  $\Delta x \cdot \Delta p_y$ ,  $\Delta y \cdot \Delta p_z$  və s. hasillərə (69.3) qeyri-müəyyənlik münasibətləri ilə ifadə olunan məhdudiyyət qoyulmur. Belə ki,  $x$  və  $p_y$ ,  $y$  və  $p_z$  və s. kəmiyyətləri eyni zamanda tamamilə dəqiq qiymətlər də ala bilər.

(69.3) qeyri-müəyyənlik münasibətləri üçün kvant mexanikasında kəmiyyətcə daha dəqiq olan ifadələr tapılır. Belə ki, (69.3) düsturlarında  $\Delta x$  və  $\Delta p_x$  kəmiyyətləri özləri də dəqiq təyin olunmamışdır. Lakin  $\psi$  dalğa funksiyası koordinatın və impulsun orta



qiymətini ( $\bar{x}$  və  $\bar{p}_x$ ) tapmağa imkan verir. Bu qiymətlərə əsasən koordinat və impuls üçün orta qiymətdən meyllər (qeyri-müəyyənliklər), yəni  $\Delta x = x - \bar{x}$  və  $\Delta p_x = p_x - \bar{p}_x$  və bu meyllərin orta kvadratik qiymətləri  $\overline{\Delta x^2}$  və  $\overline{\Delta p_x^2}$  tapılır. Kvant mexanikasında isbat olunur ki, qeyri-müəyyənlik münasibətlərinin kəmiyyətə dəqiq ifadəsi aşağıdakı kimi olmalıdır (E77):

$$\overline{\Delta x^2} \cdot \overline{\Delta p_x^2} \geq \frac{\hbar^2}{4}. \quad (69.4)$$

Lakin bütün prinsipial məsələlərdə  $\Delta x \cdot \Delta p_x$  kəmiyyətinin dəqiq qiymətini deyil, yalnız tərtibini bilmək mühüm əhəmiyyət kəsb etdiyindən (69.3) və (69.4) ifadələrinin hər ikisindən eyni hüquqla istifadə etmək olar.

(69.3) qeyri-müəyyənlik münasibətlərini makroskopik cisimlərə də tətbiq etmək olar. Bu hal üçün həmin münasibətlərin doğru olub-olmadığını sübut edən heç bir təcrübə yoxdur. Lakin belə hesab olunur ki, qeyri-müəyyənlik münasibətləri təbiətin fundamental prinsiplərindən birinin ifadəsidir və ona görə də onlar universal olub, ümumi xarakter daşmalıdır. Buna əsaslanaraq biz məsələni belə qoya bilərik ki, makroskopik cisimlər üçün də qeyri-müəyyənlik münasibətləri doğrudursa, onda makroskopik cismin hərəkətində həmin münasibətlər özünü necə göstərir? Kütləsi  $m=1$  q olan kiçik kürəcik götürək. Bu kürəciyin kütlə mərkəzinin vəziyyətini çox yüksək  $\Delta x=10^{-8}$  sm, yəni atomun ölçüsü dəqiqliyi ilə təyin edək. Onda həmin kürəciyin impulsunun qeyri-müəyyənliyi  $\Delta p_x \sim \hbar/\Delta x \approx 6,62 \cdot 10^{-19}$  q·sm/s olar. Heç bir ölçmə zamanı belə dəqiqlik əldə etmək mümkün deyildir və ona görə də qeyri-müəyyənlik münasibətləri sayəsində klassik hərəkətdən kənara çıxmaların müşahidəsi eksperimentin imkanları hüdudundan çox uzaqdır.

Elektronun atomda hərəkəti zamanı isə məsələ tamamilə başqa cür olur. Bor orbiti üzrə elektronun klassik hərəkət etməsi haqqında danışmağın mənası varmı? Bu suala cavab vermək üçün, müəyyənlik naminə, hidrogen atomunda birinci Bor orbiti üzrə elektronun hərəkətinə baxaq. Bu hərəkətin mənasının olması üçün radiusun qiymətindəki  $\Delta r$  qeyri-müəyyənliyi orbitin  $r=\hbar^2/me^2$  radiusuna nisbətən kiçik olmalıdır. Lakin bu halda elektronun  $p_r$  radial impulsunun qeyri-müəyyənliyi

$$\Delta p_r = \hbar/\Delta r \gg \hbar/r = 2\pi\hbar/r = 2\pi p$$

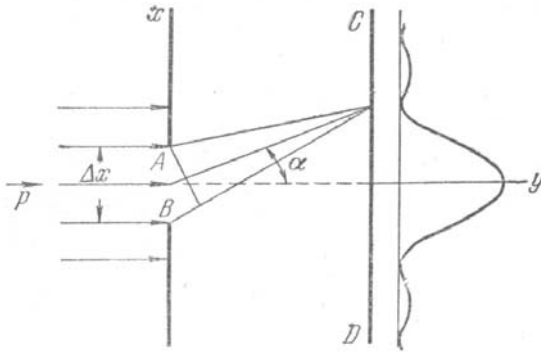
olur ki, bu da elektronun  $p=\hbar/r$  impulsundan xeyli böyükdür. ( $rp=n\hbar$  kvantlanma şərtindən  $n=1$  olduqda  $p=\hbar/r$  alınır). Digər Bor orbitləri üçün də, kvant ədədinin çox da böyük olmayan qiymətlərində, buna bənzər nəticə alınır. Ona görə də belə hallarda elektronun klassik orbitlər üzrə hərəkəti haqqında təsəvvürün mənası qalmır. Məhz buna görə də elektronun atomda hərəkətini təsvir edərkən kvant mexanikası trayektoriya anlayışından imtina etdi, çünki bu anlayışa kvant mexanikasında real surətdə heç nə uyğun gəlmir. Digər elementar hissəciklərin də çox kiçik fəza oblastlarında hərəkəti zamanı yuxarıda söylənilənlər doğru olur.

Beləliklə, aydın olur ki, makroskopik hissəciklər üçün qeyri-müəyyənlik münasibətləri heç bir həlledici rol oynamadığı halda, atom sistemləri və elementar zərrəciklər üçün onlar həlledici rol oynayır.

(69.2) və ya (69.3) qeyri-müəyyənlik münasibətləri, hissəciyin vəziyyətini və ya impulsunu dəqiq ölçməyə cəhd göstərilən bütün hallarda meydana çıxır. Məlum olur ki, hissəciyin vəziyyətinin dəqiqləşdirilməsi onun impulsunun qiymətindəki qeyri-müəyyənliyin artması ilə müşayiət olunur və əksinə. Buna aid bir neçə misal göstərek.

Birinci misal. Yuxarıda qeyri-müəyyənlik münasibətlərinin, elektronun ikili təbiətə malik olmasına əsaslanaraq tapıldığını göstərdik. İndi isə elektronun koordinatını və impulsunu təyin etməyə imkan verən təcrübələrə baxaq. Bu zaman biz yenə də, təbii ki, mikrohissəciklərin təcrübədə şübhəsiz təsdiq olunmuş ikili ( korpuskul-dalğa) təbiətinə malik olması faktına əsaslanacaq və mühakimələrimizin hər bir mərhələsində makroskopik cisimlər üçün yararlı olan təsvir üsulunu mikrohissəciklərə tətbiq edərkən, onların dalğa xassəsinə malik olmasının bu üsula hansı məhdudiyətlər yaratdığını izləyəcəyik.

Mikrohissəciyin koordinat və impulsunu təyin etmək üçün istifadə olunan təcrübələrin müzakirəsi əyanilikdən başqa, həm də aşağıda göstərilən digər səbəbə görə də mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Doğrudan da, nəzəriyyə mikrohissəciyin koordinatının və bu koordinata uyğun impulsun eyni zamanda dəqiq qiymət ala bilməməsini göstərdiyi halda, bu kəmiyyətləri istənilən dəqiqliklə ölçməyə imkan verən, lakin texniki çətinliklər ucundan həyata keçirilməsi mümkün olmayan təcrübə varsa, bu, həmin nəzəriyyənin daxili ziddiyyətə malik olması demək olardı.



**Шякил**

Əvvəlcə, elektronun vəziyyətini birbaşa təyin etməyə imkan verən təcrübə qurğunu nəzərdən keçirək. Eni  $\Delta x$  olan  $AB$  yarığına malik qeyri-şəffaf ekran (bu ekranı biz diafraqma adlandıracağıq) üzərinə sol tərəfdən bu ekran müstəvisinə perpendikulyar istiqamətdə elektron düşür (şəkil 69.1).  $x$  oxunu diafraqma müstəvisinə paralel,  $y$  oxunu isə həmin müstəviyə perpendikulyar yönəldək. Əgər diafraqmadan sağ tərəfdə, flüoresensiyaedici  $CD$

ekranında yaratdığı ssintilyasiyaya və ya fotolövhdə yaratdığı ləkəyə görə, biz elektronu müşahidə etsək, onda deyə bilərik ki, elektron  $AB$  yarığından keçmişdir. Bu halda, aydındır ki, yarıqdan keçən anda "elektronun yeri", cihazın digər hissələrinə nisbətən yarığın vəziyyəti ilə təyin olunacaqdır. Doğrudan da, diafraqma kifayət qədər iridirsə və cihazın digər hissələrinə sərt bərkidilmişdirsə, onda yarığın vəziyyəti cihazla bağlı hesablama sisteminə nəzərən fiksə edilmiş olacaq, və deməli, yarıqdan keçən anda elektronun vəziyyəti yarığın eninə bərabər olan  $\Delta x$  qeyri-müəyyənliyi ilə məlum olacaqdır. Aydın ki, yarığı kiçildərək biz elektronun vəziyyətini bu yolla daha böyük dəqiqliklə təyin edə bilərik və elektronun yerinin müəyyən edilməsi dəqiqliyinin bu cür artırılmasının heç bir məhdudiyəti yoxdur. Bəs bu halda elektronun impulsu haqqında nə demək olar? İlk baxışdan elə görünə bilər ki, elektronun impulsu da tam müəyyənliklə bizə məlumdur. Doğrudan da, diafraqmadan sol tərəfdə elektronun hərəkət istiqaməti diafraqma müstəvisinə perpendikulyar olduğundan, ekrandan sol tərəfdə impulsun  $P_x$  toplananı sıfır,  $p_y$  toplananı isə  $p$ -yə bərabərdir ( $p_x=0$ ,  $p_y=p$ ), yəni impulsun qiyməti müəyyəndir. Lakin sərbəst elektronun hərəkətini təsvir edən müstəvi de-Broyl dalğası yarıqdan keçərkən difraksiyaya uğrayır. Buradan isə aşağıda təsvir olunan mənzərə alınır. Diafraqmadan  $y$  oxu istiqamətində keçən bir dənə elektron əvəzinə paralel elektron

dəstəsinə baxaq. Onda fotolövhdə,  $y$  oxuna nəzərən simmetrik yerləşən və yayılmış şəkildə olan baş maksimumdan və bu baş maksimumun hər iki tərəfində yerləşən daha yüksək tərtibli maksimumlardan ibarət difraksiya mənzərəsi alınır (şəkil 69.1). Difraksiya mənzərəsinin formasına əsasən belə nəticəyə gəlmək olar ki, yarıqdan keçdikdən sonra dəstədəki elektronların əksəriyyəti əvvəlki istiqamətdə hərəkətini davam etdirir, yəni onlar üçün impulsun  $p_x=0$  qiyməti qalır. Lakin öz hərəkət istiqamətini dəyişən və 69.1 şəklindəki əyrinin gedişinə uyğun gələn ehtimalla fotolövhenin müxtəlif nöqtələrinə düşən elektronlar da vardır.

Belə bir mühüm məsələyə nəzər yetirək ki, yuxarıda təsvir olunan difraksiya mənzərəsi yarıqdan eyni zamanda çoxlu sayda elektron keçdikdə alınır və buna əsasən düşünmək olar ki, difraksiya üçün böyük sayda elektronların iştirakı vacibdir; ayrıca götürülmüş bir elektron yəqin ki, özünü başqa cür aparar. Lakin bu, heç də belə deyildir. Optikada çoxdan məlumdur ki, difraksiya mənzərəsinin xarakteri işığın intensivliyindən tamamilə asılı deyildir. Elektronların difraksiyasından bəhs etdikdə isə, E68-də göstəriləndiyi kimi, L. Biberman, N. Suşkin və V. Fabrikantın təcrübələri ilə müəyyən edilmişdir ki, elektronlar difraksiya yaradan sistemdən böyük zaman fasiləsi ilə bir-bir keçdikdə, və deməli, bir-birindən tam asılı olmadıqda, təcrübə kifayət qədər uzun müddət davam etdirildikdə yaranan difraksiya mənzərəsi, milyonlarla dəfə böyük intensivliyə malik olan elektron dəstəsinin verdiyi difraksiya mənzərəsi ilə tam üst-üstə düşür. Bu isə göstərir ki, elektronun hərəkət istiqamətinin, xarakterik difraksiya mənzərəsinin yaranmasına səbəb olan dəyişməsi difraksiyanı yaradan sistemdən (baxılan halda diafraqmadan) hər bir elektronun fərdi keçməsi zamanı baş verir.

Belə sual yaranır ki, yarıqdan keçərkən bəzi elektronların öz hərəkət istiqamətini dəyişməsinə korpuskul baxımından necə izah etmək olar? Aydındır ki, hissəcik–elektron yalnız yarığın kənarları ilə və ya bütövlükdə ekranla qarşılıqlı təsir nəticəsində öz hərəkət istiqamətini dəyişə bilər. Beləliklə, elektronu hissəcik hesab etdikdə, onun hərəkət istiqamətinin dəyişməsi, yarıqdan keçərkən elektronun  $x$  oxu istiqamətində  $\Delta p_x$  əlavə impuls qazanması nəticəsində baş verir. Diafraqmadan keçərkən öz hərəkət istiqamətini dəyişməyən və fotolövheni maksimum qaraldığı yerə düşən elektronlar üçün bu əlavə  $\Delta p_x$  impulsu sıfıra bərabərdir. Lakin maksimumdan hər iki tərəfdə qaralma səlis şəkildə azaldığı üçün, fotolövhenin müxtəlif yerlərinə düşən elektronlar da vardır və deməli, belə elektronlar yarıqdan keçərkən sıfırdan fərqli əlavə  $\Delta p_x$  impulsu qazanmış olurlar. Aydındır ki, yarığın  $\Delta x$  eni elektronun bu yarıqdan keçən anda onun vəziyyətinin hansı qeyri-müəyyənliklə bizə məlum olduğunu xarakterizə etdiyi kimi, əlavə impulsun  $\Delta p_x$  qiyməti də impulsun  $p_x$  toplananının hansı qeyri-müəyyənliklə bizə məlum olduğunu xarakterizə edəcəkdir. Doğrudan da, difraksiya mənzərəsinin istənilən nöqtəsinə (praktik olaraq isə baş maksimumun həddləri daxilində) elektronun düşmə ehtimalı olduğundan,  $\Delta p_x$  əlavə impulsu da sıfırdan başlayaraq, difraksiya mənzərəsinin baş maksimumunun enindən asılı olan müəyyən limit qiymətinə qədər bütün mümkün qiymətləri ala bilər.

Qeyd edək ki, yuxarıda təsvir olunan qurğunu elə dəyişmək olar ki, onun vasitəsilə  $\Delta p_x$  kəmiyyətini təcrübədə təyin etmək mümkün olsun. Belə ki, diafraqmadan keçən hissəciyin bu diafraqma ilə qarşılıqlı təsirinə impulsun saxlanması qanununu tətbiq edərək həmin hissəciyin impulsunu təyin etmək olar. Yarıqdan keçərkən hissəcik diafraqmaya paralel, yəni  $x$  oxu istiqamətində əlavə impuls alır və diafraqmanın özü yarıqla birlikdə  $x$  oxu boyunca, lakin əks istiqamətdə geri təpməyə məruz qalır. Bu geri təpməni bilərək biz həm də  $\Delta p_x$ -i təyin etmiş oluruq.  $p_y$  toplananı dəyişmədiyindən biz,

beləliklə, yarıqdan keçən anda elektronun impulsunu dəqiq ölçürük. Geri təpməni ölçmək üçün isə diafraqmanı kifayət qədər yüngül və mütəhərrik etmək lazımdır. Elektron keçən ana qədər diafraqma cihazın digər hissəsinə nisbətən sükunətdədirsə, elektron keçərkən bu diafraqmanın aldığı sürəti ölçərək və onun kütləsini bilərək, biz diafraqmanın və deməli, elektronun qazandığı əlavə  $\Delta p_x$  impulsunu tapmış olarıq.

Təsvir olunan təcrübənin texniki səbəblərə, məsələn, elektron ilə qarşılıqlı təsir nəticəsində hiss olunacaq sürət ala bilən yüngül ekran əldə etməyin mümkün olmamasına görə həyata keçirilə bilməməsi, həmin təcrübə zamanı getməli olan prosesin gedişini göstərən mühakimələr əsasında alınmış nəticələrin düzgünlüyünə heç bir təsir etmir (Bu növ təcrübələri çox zaman fikri təcrübə də adlandırırlar). Doğrudan da, yuxarıdakı mühakimələr Kompton effektinin nəzəriyyəsiindən heç nə ilə fərqlənmir və özü də mikrohissəciklərin toqquşması zamanı impulsun saxlanması qanununun tətbiqinin bu nəzəriyyədə qəbul olunan mümkünlüyü təcrübələrlə təsdiq olunur. Beləliklə, mütəhərrik diafraqması olan qurğu  $\Delta p_x$  və deməli,  $p$  kəmiyyətini istənilən dəqiqliklə təyin etməyə imkan verir. Lakin, əgər diafraqma mütəhərrikdirsə, onda elektron yarıqdan keçən anda belə diafraqma elektronun vəziyyətini təyin etmək üçün fiksə olunmuş hesablama sistemi kimi artıq götürülə bilməz, yəni elektronun vəziyyəti qeyri-müəyyən qalır.

Beləliklə, biz görürük ki, iki müxtəlif təcrübə mümkündür. Onlardan biri elektron yarıqdan keçən anda onun vəziyyətini təyin etməyə, başqa sözlə, elektronun məkan-zaman lokallaşmasını müəyyən etməyə imkan verir. Digər təcrübə isə impulsun və enerjinin saxlanması qanunlarından istifadə etməklə elektronun impulsunu dəqiq təyin etməyə imkan verir, lakin bu zaman elektronun məkan-zaman lokallaşmasının mümkünlüyündən imtina etmək lazım gəlir.

Tərpənməz diafraqma olan halda, gördüyümüz kimi, qurğu hissəciyin vəziyyətini istənilən qədər kiçik  $\Delta x$  qeyri-müəyyənliyi ilə təyin etməyə imkan verir. Lakin, diafraqma sərt bərkidilmiş olduqda elektron yarıqdan keçərkən diafraqmanın məruz qaldığı geri təpməni nəzərə ala bilmədiyimiz üçün, elektronun qazandığı əlavə impuls məlum  $\Delta p_x$  intervalında qeyri-müəyyən qalır. İsbat edək ki, bu  $\Delta x$  və  $\Delta p_x$  qeyri-müəyyənlikləri üçün (69.2) düsturu doğrudur. 69.1 şəklindən görünür ki,

$$\Delta p_x = p \sin \alpha = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} \cdot \sin \alpha. \quad (69.5)$$

Digər tərəfdən, belə hesab etsək ki, elektron fotolövheyə yalnız baş maksimumun həddləri daxilində düşür, onda  $\alpha$  bucağı, birinci difraksiya minimumuna doğru istiqamət ilə  $y$  oxu arasında qalan bucaq olacaqdır. Bu minimumun vəziyyəti isə belə şərtlə müəyyən olunur ki, yarığın alt və üst kənarlarından difraksiya etmiş dalğaların yollar fərqi  $\lambda$ -ya bərabər olmalıdır. Onda 69.1 şəklinə əsasən

$$\Delta x \cdot \sin \alpha = \lambda \quad (69.6)$$

ifadəsini yazmaq olar. (69.5) və (69.6) ifadələrindən isə

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = 2\pi\hbar \quad (69.7)$$

olarıq. Əgər əlavə maksimumları da nəzərə alsaq, onda (69.7) əvəzinə  $\Delta x \cdot \Delta p_x = n \cdot 2\pi\hbar$  ( $n$  – maksimumun tərtibidir) və deməli, ümumiyyətlə

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \sim \hbar \quad (69.8)$$

olarıq ki, bu da (69.2) qeyri-müəyyənlik münasibətidir.

Klassik anlayışların mikrohissəciklərə tətbiqinin qeyri-müəyyənlik münasibətləri ilə təyin olunan məhdudiyətlərini kəmiyyətə qiymətləndirmək üçün  $p$  impulsunun  $v$  sürətilə  $p=m v$  ifadəsindən istifadə etsək və (69.8) ifadəsini

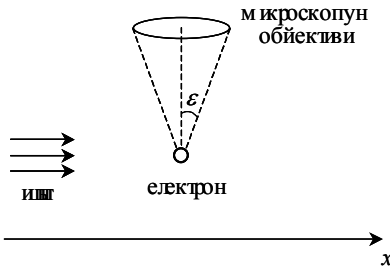
$$\Delta v \sim \frac{\hbar}{m \cdot \Delta x} \quad (69.9)$$

kimi yazmaq əlverişlidir.  $\hbar=1,054 \cdot 10^{-34}$  C·san çox kiçik kəmiyyət olduğundan  $\Delta v$  kəmiyyəti əsasən  $\hbar$  və  $m$ -in ədədi qiymətlərinin nisbətindən asılı olacaqdır. Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, qeyri-müəyyənlik münasibətləri prinsipə istənilən kütləli cisimlər, o cümlədən makroskopik cisimlər üçün də doğru olmalıdır, çünki, isbat etmək olur ki, klassik mexanika kvant mexanikasının limit halıdır. Lakin (69.9) ifadəsindən görünür ki, makroskopik kütlələr üçün  $\Delta x$ -in qiyməti hər halda  $\hbar$  Plank sabitinin ədədi qiymətindən xeyli böyük olduğundan, kütlə böyüdükcə  $\Delta v$  kəmiyyəti sıfıra yaxınlaşmalıdır. Əksinə, kütləsinin qiyməti  $\hbar$  kəmiyyətinin qiyməti ilə eyni tərtibdə olan mikrohissəciklər üçün, vəziyyətin təyininin dəqiqliyindən, yəni  $\Delta x$ -dən asılı olaraq,  $\Delta v$  böyük qiymətlər ala bilər. Buna aid konkret ədədi misallar yuxarıda göstərilmişdir (kütləsi  $1 q$  olan kürəcik və hidrogen atomunda elektron). Bu misallardan isə aydın olur ki, atom sistemlərində qeyri-müəyyənlik münasibətləri həlledici rol oynayır. Yuxarıda təsvir olunan fikri təcrübədə yarığın  $\Delta x < \lambda$  ölçüsünü kiçildərək koordinatın qeyri-müəyyənliyini istənilən qədər kiçik etmək olar. Lakin  $\Delta x < \lambda$  olduqda yarığın arxasındakı dalğa sahəsi müstəvi bircinsli de-Broyl dalğası olmayacaqdır.  $\lambda$  tərtibli və daha kiçik məsafədə sürətlə sönən qeyri-bircins dalğa alınır. Bu halda  $\Delta p_x$  kəmiyyətini qiymətləndirmək üçün yuxarıdakı üsulu tətbiq etmək olmaz. Lakin, buna baxmayaraq (69.8) qeyri-müəyyənlik münasibətləri öz qüvvəsində qalır.

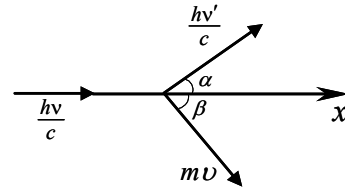
Mikrozərrəciklər üçün  $\Delta x$  kəmiyyətinin tərtibinin mühüm rol oynaması faktı, Vilson kamerasında hissəciklərin özlərini zahirən paradoksal aparmasını izah etməyə imkan verir. Doğrudan da, hissəciklərin enerjisi kifayət qədər böyük olduqda burada biz ciddi düzxətli trayektoriyalar müşahidə edirik və dalğa xassələri ilə əlaqədar olaraq impulsun meydana çıxmalı olan qeyri-müəyyənliyi heç müşahidə olunmur. Bunu izah etmək üçün nəzərə almaq lazımdır ki, bu düzxətli trayektoriyalara mikroskop altında baxdıqda görünür ki, həmin trayektoriyalar dumanın kiçik damcılarından ibarət olan zəncirlərdir. Damcı mikrohissəciyin vəziyyətini qeyd edən "ölçü cihazı"dır. Damcıların ölçüləri  $10^{-4}$  sm tərtibindədir, ona görə də baxılan halda  $\Delta x=10^{-6}$  m və elektron üçün  $\Delta p \sim 10^{-28}$  kq·m/s tərtibində olur. Digər tərəfdən düzxətli trayektoriyalar mikrohissəciyin enerjisi yalnız çox böyük olan hallarda müşahidə olunduğundan,  $\Delta p$  kəmiyyəti  $p$ -yə nisbətən çox kiçik olacaqdır və bu dəqiqlik həddləri daxilində hissəcik özünü tamamilə klassik hissəcik kimi aparacaqdır. Ümumiyyətlə, hissəciyin enerjisi çox böyük olduqda onun de-Broyl dalğasının uzunluğu çox kiçik olacaqdır və optikada olduğu kimi, dalğa uzunluğunun çox kiçik qiymətlərində həndəsi optika tamamilə tətbiq oluna bilər (E64). Belə ki, bu halda, difraksiyanı nəzərə almadan böyük xəyata yol vermədən optikada işıq şüalarından, mikrohissəciklər üçün isə trayektoriyadan danışmaq olar.

İkinci misal kimi, Heyzenberqin mikroskopla fikri təcrübəsinə baxaq. Bu təcrübə də göstərir ki, mikrohissəcik üçün koordinatın və bu koordinata uyğun impulsun eyni zamanda təyinindəki dəqiqlik müəyyən sərhəddi aşı bilməz.

Fərz edək ki, biz elektronun hərəkətini öyrənmək məqsədilə onun vəziyyətini və impulsunu mikroskopla təyin etmək istəyirik. Bu təcrübənin sxemi 69.2 şəklində



Шякил



Шякил

göstərilmişdir. Məlumdur ki, mikroskopun köməyi ilə  $x$  oxu boyunca məsafənin ölçülməsi dəqiqliyi tətbiq olunan işığın  $\lambda$  dalğa uzunluğu ilə məhdudlaşmışdır və bu dəqiqliyin limiti  $\frac{\lambda}{2 \sin \varepsilon}$  kimi təyin olunur. İlk baxışdan elə görünür ki, çox kiçik dalğa uzunluğuna malik olan işıqdan istifadə etməklə bu çətinliyi aradan qaldırmaq olar. Lakin bu zaman Kompton effekti (E12) ilə əlaqədar olan yeni çətinlik meydana çıxır.

Əgər enerjisi  $h\nu$  və impulsu  $h\nu/c$  olan foton sükunətdə olan elektronla toqquşursa, onda bu toqquşmadan sonra foton  $h\nu'$  enerjisinə və  $h\nu'/c$  impulsuna malik olacaq və elektron  $m\nu^2/2$  kinetik enerjisi və  $m\nu$  impulsu qazanacaqdır. Burada  $m$  – elektronun relyativistik kütləsi,  $\nu$  isə onun sürətidir. Foton və elektronun hərəkəti 69.3 şəklində təsvir edilmişdir. Enerjinin saxlanması qanununa görə

$$h\nu = h\nu' + \frac{m\nu^2}{2} \quad (69.10)$$

ifadəsini, impulsun saxlanması qanununa görə isə impulsun proyeksiyaları üçün

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \alpha + m\nu \cos \beta, \quad (69.11)$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \alpha - m\nu \sin \beta \quad (69.12)$$

yaza bilərik. (69.11) ifadəsinə görə elektronun impulsunun  $x$  oxu üzrə proyeksiyası  $p_x = m\nu \cos \beta$  üçün

$$p_x = \frac{h}{c} (\nu - \nu' \cos \alpha) \quad (69.13)$$

düsturu alınır. (69.10) düsturundan göründüyü kimi  $\nu' < \nu$  olur. Bu isə o deməkdir ki, səpilən işığın dalğa uzunluğu düşən işığın dalğa uzunluğundan böyükdür. Lakin (69.13) düsturunda  $\nu' = \nu$  yazsaq, elektronun impulsu üçün bizi kifayət qədər təmin edən dəqiqliklə qiymət ala bilərik (yəni hesab olunur ki, tezliyin dəyişməsi çox da böyük deyildir). Onda (69.13) düsturu aşağıdakı şəkllə düşür:

$$p_x = \frac{h}{\lambda}(1 - \cos \alpha) \quad (69.14)$$

Mikroskopda işıq bizim görməyimiz üçün, o, elektron tərəfindən elə istiqamətdə səpilməlidir ki, obyektivə düşsün, yəni  $\alpha$  bucağı  $90^0 - \varepsilon$  ilə  $90^0 + \varepsilon$  arasında qiymətlər almalıdır. Elektronun səpilməmiş işığın obyektivin məhz hansı hissəsindən keçdiyini təyin etmək mümkün olmadığından, biz yalnız onu deyə bilərik ki, elektronun impulsunun  $x$  oxu üzrə proyeksiyası  $P_x$ , (69.14) düsturuna əsasən,

$$\frac{h}{\lambda}(1 - \sin \varepsilon) \leq p_x \leq \frac{h}{\lambda}(1 + \sin \varepsilon) \quad (69.15)$$

intervalında qiymətlər alır. Deməli, elektronun impulsunun təyində

$$\Delta p_x \sim \frac{h}{\lambda} \sin \varepsilon \quad (69.16)$$

qeyri-müəyyənliyi meydana çıxır. Mikroskopun ayırdetmə qüvvəsi sonlu olduğuna görə, elektronun vəziyyətinin təyində, yuxarıda qeyd olunduğu kimi, labüd olaraq

$$\Delta x \sim \frac{\lambda}{\sin \varepsilon} \quad (69.17)$$

qeyri-müəyyənliyi vardır. (69.16) və (69.17) düsturları ilə təyin olunan qeyri-müəyyənliklərin hasili  $\Delta x \cdot \Delta p_x \sim h$  olur ki, bu da tətbiq olunan işığın dalğa uzunluğundan asılı deyildir. Beləliklə, elektronun vəziyyətinin təyindəki dəqiqliyi artırmaq (qeyri-müəyyənliyi azaltmaq) üçün dalğa uzunluğu kiçik olan işıqdan istifadə cəhdi, elektronun impulsunun təyindəki dəqiqliyi azaldır (qeyri-müəyyənliyi artırır).

Bu çətinlik ümumi xarakter daşıyır. Belə ki, bir-birinə qoşma iki kəmiyyəti eyni zamanda ölçmək üçün hansı təcrübə düşünəlsə də, dəqiqliyin hüdudu (69.2) düsturuna oxşar olan qeyri-müəyyənlik münasibətilə verilmiş olacaqdır. Heyzenberq belə hesab edirdi ki, bu nəticə təbiətin ümumi qanunu olan qeyri-müəyyənlik prinsipinin ifadəsidir.

Üçüncü misal olaraq, monoxromatik işığın hərəkət edən makroskopik cisimdən əks olunması zamanı tezliyin Dopler sürüşməsinə (E13) əsasən bu cismin sürətinin təyin olunmasına baxaq. Fərz edək ki, belə cisim olaraq öz səthinin normalı istiqamətində hərəkət edən ideal qaytarıcı müstəvi güzgü götürülmüşdür, işıq (foton) isə bu güzgünün hərəkət istiqamətində yayılaraq, onun səthinə normal boyunca düşür. Onda qayıdan foton əks istiqamətdə hərəkət edəcəkdir. Enerjinin və impulsun saxlanması qanunlarına əsasən

$$\hbar \omega_0 + \frac{m v_0^2}{2} = \hbar \omega + \frac{m v^2}{2}, \quad (69.18)$$

$$\frac{\hbar \omega_0}{c} + m v_0 = -\frac{\hbar \omega}{c} + m v \quad (69.19)$$

ifadələrini yazı bilərik. Burada  $m$  – cismin kütləsi,  $v_0$  və  $v$  – foton əks olunana qədər və əks olunandan sonra cismin sürəti,  $\omega_0$  və  $\omega$  isə düşən və əks olunan fotonun tezliyidir. (69.18) və (69.19) tənliklərini

$$m(v^2 - v_0^2) = 2\hbar(\omega_0 - \omega), \quad (69.20)$$

$$m(\nu - \nu_0) = \frac{\hbar}{c}(\omega_0 + \omega) \quad (69.21)$$

kimi yazmaq və tərəf-tərəfə bölkək. Onda

$$\nu + \nu_0 = 2c \cdot \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 + \omega} \quad (69.22)$$

alırıq. Güzgünün  $m$  kütləsini fotonun kütləsinə nisbətən sonsuz böyük hesab etmək olar. Onda (69.22) düsturunu

$$\nu = \nu_0 = c \cdot \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 + \omega} \quad (69.23)$$

kimi yazmaq olar.  $\omega_0$  və  $\omega$  tezliklərini ölçərək, (69.23) düsturuna əsasən güzgünün  $\nu$  sürətini hesablamaq olar.  $\omega_0$  tezliyini dəqiq ölçülmüş hesab etmək olar. Onda sürətin tapılmasındakı  $\Delta\nu$  xətası yalnız  $\omega$  tezliyinin ölçülməsindəki dəqiqləşmə ilə (xəta ilə) təyin olunacaqdır.  $\omega$ -nı  $\Delta\omega$  dəqiqliyi ilə ölçmək üçün, bu ölçməni aparmağa minimum  $\Delta t$  vaxtı tələb olunur. Aydındır ki, bu  $\Delta t$  vaxtı  $\Delta\omega \Delta t \sim 2\pi$  şərtini ödəməlidir. Onda (69.23)-ə əsasən

$$\Delta\nu = -2c \cdot \frac{\omega_0 \cdot \omega}{(\omega_0 + \omega)^2} \approx -\frac{c\Delta\omega}{2\omega_0} \quad (69.24)$$

yaza bilərik. Fotonun əksolunma anı  $\Delta t$  xətası ilə məlum olduğundan,  $\nu$  sürətinin təyinindəki  $\Delta\nu$  dəqiqləşmə güzgünün koordinatının təyinində

$$\Delta x \sim |\Delta\nu \cdot \Delta t| \sim \frac{c}{2\omega_0} |\Delta\omega \cdot \Delta t| \sim \frac{\pi c}{\omega_0} \quad (69.25)$$

xətasına səbəb olacaqdır. Lakin (69.21) düsturuna əsasən fotonla qarşılıqlı təsir zamanı güzgünün impulsu nəzarət oluna bilməyən  $\Delta p_x \sim \frac{2\hbar\omega_0}{c}$  dəyişməsinə uğrayır. Deməli, yenə də (69.2) düsturu ilə ifadə olunan  $\Delta x \cdot \Delta p_x \sim 2\pi\hbar = h$  qeyri-müəyyənlik münasibəti alınır.

Yuxarıdakı misallar göstərir ki, kvant oblastında ölçmələr klassik ölçmələrdən prinsipcə fərqlənir. Əlbəttə ki, hər iki halda ölçmələr müəyyən xətalara və müşayiət olunur. Lakin klassik fizikada hesab edilirdi ki, ölçmələrin metodikasını və texnikasını yaxşılaşdırmaq yolu ilə bu xətalara prinsipcə istənilən qədər kiçildilə bilər. Kvant fizikasında isə, əksinə, ölçmələrin dəqiqliyinin prinsipcə müəyyən hüdudu vardır. Bu, təbiətin öz xüsusiyyətidir və cihazların və ölçmə metodlarının hər hansı bir təkmilləşdirilməsi ilə bu dəqiqlik hüdudunu aşmaq olmaz. Heyzenberqin qeyri-müəyyənlik münasibətləri də bu hüdudlardan birini təyin edir. Ölçmə zamanı makroskopik ölçü cihazı ilə mikrohissəcik arasındakı qarşılıqlı təsiri prinsipcə istənilən qədər kiçik etmək olmaz. Əgər, məsələn, hissəciyin koordinatı ölçülürsə, onda bu ölçmə hökmən hissəciyin ilkin halının prinsipcə aradan qaldırılma bilməyən nəzarətdən kənar təhrif olunmasına və deməli, növbəti ölçmə zamanı impulsun qiymətində qeyri-müəyyənliyə gətirir. Əgər koordinat və impulsun ölçülməsi ardıcılığını dəyişsək, onda yenə də həmin şey baş verəcəkdir.

(69.2) və ya (69.3) qeyri-müəyyənlik münasibətlərindən çıxan bəzi nəticələri qeyd edək. Hər şeydən əvvəl görünür ki, hissəciyin tam sükunətdə yerləşməsi halı qeyri-



mümkündür. Daha sonra, məlumdur ki, makroskopik cismin impulsu  $p=mv$  düsturu ilə təyin olunur.  $v$  sürətini tapmaq üçün bir-birinə çox yaxın olan  $t_1$  və  $t_2$  zaman anlarında hissəciyin  $x_1$  və  $x_2$  koordinatları tapılır və sonra  $t_2 \rightarrow t_1$  şərti daxilində  $(x_2-x_1)/(t_2-t_1)$  nisbətinin limiti tapılır. Hissəciyin ani sürətini ölçmək üçün bu metod yaramır. Buna görə aydındır ki, hissəciyin heç bir halında onun ani sürətini yuxarıdakı limit keçidi ilə tapmaq olmaz. Lakin  $t_2-t_1$  zaman müddətini böyük götürmək,  $x_1$  və  $x_2$ -ni isə kiçik dəqiqliklə təyin etmək olar. Onda hissəciyin sürətinin və  $(x_2-x_1)/(t_2-t_1)$  kəsrinin qiymətində ölçmənin xətası özünü az göstərəcəkdir. Bu yolla tapılan sürət isə hissəciyin əsl sürəti olmayıb,  $t_2-t_1$  zaman intervalında onun ancaq orta sürəti olacaqdır. Hissəciyin impulsunu, sürətləndirici elektrik sahəsində bu hissəciyin keçdiyi potensiallar fərqinə görə və ya onun de-Broyl dalğasının hər hansı uyğun difraksiya qurğusu ilə ölçülmüş  $\lambda$  uzunluğuna əsasən təyin etmək olar.

Kvant mexanikasında tam enerjinin kinetik və potensial enerjilərə bölünməsi öz mənasını itirir. Doğrudan da bu kəmiyyətlərdən biri impulslardan, digəri isə koordinatlardan asılıdır. Bu kəmiyyətlər isə eyni zamanda müəyyən qiymətə malik olurlar. Ona görə də  $E$  enerjisi, kinetik və potensial enerjilərə bölünmədən, yalnız tam enerji kimi təyin olunmalı və ölçülməlidir.

Klassik nəzəriyyədə atomun ölçüsünü təyin edən parametr yox idi. Qeyri-müəyyənlik münasibətləri isə belə parametri müəyyən etməyə imkan verir. Misal olaraq, nüvəsinin yükü  $Ze$  olan hidrogenəbənzər atoma baxaq. Klassik fizika təsəvvürlərinə əsaslanaraq enerjinin saxlanması qanununu yazaq (SQSE sistemində):

$$\frac{p^2}{2m} - \frac{Ze^2}{r} = const. \quad (69.26)$$

Əgər başlanğıcda elektronun sonsuzluqda praktik olaraq sükunətdə yerləşdiyini fərz etsək, onda (69.26)-da  $const=0$  götürməliyik. Onda  $p^2$  kəmiyyətini buradan təyin edərək

$$p^2 r^2 = 2mZe^2 \cdot r \quad (69.27)$$

yaza bilərik. Qeyri-müəyyənlik münasibətləri üçün dəqiq ifadə olan (69.4) düsturundan istifadə edəcəyik. Hər halda  $\Delta r < r$ ,  $\Delta p < p$  olduğundan  $p^2 r^2 > \frac{\hbar^2}{4}$  və ona görə də

$2mZe^2 r > \frac{\hbar^2}{4}$  yaza bilərik. Buradan isə

$$r > \frac{1}{Z} \cdot \frac{\hbar^2}{8me^2} = \frac{1}{Z} \cdot 0,66 \cdot 10^{-9} \text{ sm} \quad (69.28)$$

alırıq. Bu düstur atomun ölçüsünün tərtibini düzgün təyin edir. (69.28) düsturu yalnız qiymətləndirmə xarakteri daşdığından, həmin düstura daxil olan ədədi əmsala xüsusi əhəmiyyət vermək lazım deyildir. Xüsusi halda, bu qiymətləndirmə göstərir ki, nüvənin Kulon sahəsində elektronun nüvəyə düşməsi mümkün deyildir. Hətta, elektronun atom nüvəsinin daxilində yerləşməsi Heyzenberqin qeyri-müəyyənlik münasibətləri ilə uyğundur.

Belə qiymətləndirməni atom nüvəsinin ölçülərinin təyini üçün də tətbiq etmək istəsək, (69.28) düsturunda  $m$ -in yerinə protonun kütləsini yazmaq lazımdır. Bunun nəticəsində, nüvənin radiusu üçün (69.28) düsturundakına nisbətən təqribən 2000 dəfə kiçik qiymət alınardı ki, bu da çox böyükdür (xatırlayaq ki, nüvənin radiusu  $\sim 10^{-13}$  sm tərtibindədir).

Belə uyğunsuzluğun alınması göstərir ki, nüvənin yaranması üçün Kulon qüvvələri kifayət deyildir. Nüvədə Kulon qüvvəsindən təqribən 100 dəfə böyük olan daha güclü qüvvələr, yəni nüvə qüvvələri təsir etməlidir.

Dalğa nəzəriyyəsinə (69.1) düsturu ilə yanaşı, həm də

$$\Delta t \cdot \Delta \omega \geq 2\pi \quad (69.29)$$

ifadəsi də çıxarılır. Bu ifadənin mənası ondan ibarətdir ki, zaman üzrə məhdudlaşmış dalğa prosesi monoxromatik ola bilməz. Əgər dalğa prosesi  $\Delta t$  zaman müddəti ərzində davam etmişdirsə, onda bu prosesə daxil olan dalğaların tezlikləri fərqi  $\Delta \omega$  ən yaxşı halda (69.29) şərtini ödəyir. Ona görə də hətta monoxromatik prosesi müşahidə etmək üçün kiçik  $\Delta t$  zaman müddəti ayrılmışdırsa, onda prosesin tezliyi prinsipə yaxşı halda (69.29) şərti ilə təyin olunan  $\Delta \omega$  xətası ilə tapıla bilər.

Əgər  $\omega$  tezliyinə  $E = \hbar \omega$  enerjisinin uyğun gəldiyini nəzərə alsaq, onda (69.29) düsturu

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq 2\pi \hbar = h \quad (69.30)$$

şəklinə düşür. (69.30) düsturu zaman və enerji üçün Heyzenberqin qeyri-müəyyənlik münasibəti adlanır.

(69.30) qeyri-müəyyənlik münasibətinin mənası ondan ibarətdir ki, hər hansı bir halın mövcud olma (yaşama) müddəti kiçik olduqca və ya həmin halı müşahidə etmək üçün ayrılmış zaman intervalı kiçik olduqca, bu halın enerjisinin təyinindəki dəqiqləşmə (qeyri-müəyyənlik) böyük olacaqdır. Əksinə, bu zaman müddəti böyük olduqca, halın enerjisi daha böyük dəqiqliklə təyin olunur. Əgər baxılan hal stasionar haldırsa, o, sonsuz uzun müddət mövcud ola bilər. Məhz bu səbəbdən də stasionar halın enerjisi tam müəyyən qiymətə malikdir. Buna əks misal olaraq, çox kiçik zaman müddəti (məsələn,  $\sim 10^{-20}$  s) ərzində parçalanan qeyri-stabil hissəciyi göstərmək olar. Ona görə də bu zərrəciyin parçalanması prosesinə baxarkən enerjinin saxlanması şərtinin qoyulması tələb olunmur.

## **Ə70. Qeyri-müəyyənlik münasibətləri və səbəbiyyət prinsipi**

Heyzenberq tərəfindən 1927-ci ildə kəşf olunmuş (69.3) qeyri-müəyyənlik münasibətlərinin mənası heç də dərhal düzgün başa düşülmədi və onların düzgün olmayan müxtəlif cür izahları meydana çıxdı. Məsələn, bəziləri belə hesab edirdi ki, "mikrohissəciklər (elektronlar, protonlar, neytronlar və s.) çox kiçik olsalar da, hər bir zaman anında onlar müəyyən koordinatlara və müəyyən impulsa malikdirlər, yəni mikrohissəciklər bilyard şarlarının və ya qırmaların çox kiçildilmiş sürətləri olub, onlardan yalnız kəmiyyətcə, öz ölçüləri ilə fərqlənirlər. Bununla yanaşı qeyri-müəyyənlik münasibətləri ilə ifadə olunan təbiət qanunu vardır ki, bu qanun mikrohissəciklərin vəziyyətini və impulsunu eyni zamanda istənilən dəqiqliklə bilməyi bizə qadağan edir". Qeyri-müəyyənlik münasibətlərinin belə mənalandırılması, hər şeydən əvvəl, fəlsəfi cəhətdən məğbul sayıla bilməz, çünki o, idrakın həddini müəyyən edir və aqnostik düşüncə üçün şübhə yaradır. Bu, həm də fizika baxımından səhvdir. Buna inanmaq üçün aşağıdakı kimi daha bir təcrübəyə baxaq.

İki dənə yarığı olan diafraqma götürək və ondan kifayət qədər uzaqda fotolövhdə yerləşdirək. Əgər belə diafraqmadan paralel elektron dəstəsi buraxsaq, onda fotolövhdədə iki yarıqdan məlum difraksiya mənzərəsi yaranacaq ki, bu da bir yarıqdan alınan difraksiya mənzərəsindən fərqli olacaqdır. Yarıqlardan birini bağlasaq, fotolövhdədə açıq

yarığın özünə oxşayan xəyalı və ya bu yarıq kifayət qədər ensizdirsə, bir yarıqdan difraksiya mənzərəsi alınar. Sonra isə açıq yarığı bağlayaq və bağlı olan birinci yarığı açaq. Yenə də açıq yarığın xəyalı alınacaqdır. Nəhayət, hər iki yarığı eyni zamanda açıq qoysaq, bu zaman alınan mənzərə, yarıqlardan biri açıq olarkən alınan mənzərələrin heç də sadəcə cəminə bərabər olmayıb, işıqlı və qara zolaqlardan ibarət olacaqdır ki, bu zolaqların da vəziyyəti hər iki yarıq ilə təyin olunur. Belə təcrübə işıq ilə aparılmış və yuxarıda təsvir olunan mənzərələrin hamısı müşahidə olunmuşdur. Elektronlarla və ya digər mikrohissəciklərlə də bu cür təcrübə aparmaq mümkün olsaydı, tamamilə buna oxşar mənzərə alınardı.

Aydındır ki, bu təcrübə elektronun müəyyən trayektoriya üzrə hərəkət edən, yəni hər bir zaman anında, hətta naməlum da olsa, koordinat və impulsa malik olan hissəcik kimi təsəvvür olunmasına heç cür uyğun gəlmir. Buna oxşar hissəciyin əyani nümunəsi olaraq, mümkün qədər çox kiçik ölçülərə malik olan qırma dənəsi götürsək, o, yarıqların hökmən yalnız birindən keçə bilər, digər yarığın olması və ya olmaması onun trayektoriyasına heç bir təsir göstərmir. Lakin elektronlar və digər mikrohissəciklər isə bir yarıq və iki yarıq olan hallarda özlərini tamamilə bir-birindən fərqli aparırlar. Yuxarıda təsvir olunan təcrübə göstərir ki, elektrona və digər mikrohissəciklərə sadəcə olaraq kiçik mikroqırınmalar kimi baxmaq heç vəchlə olmaz. Elektronun hərəkəti üçün belə bir mənzərə heç cür doğru sayıla bilməz ki, guya elektron müəyyən trayektoriya üzrə hərəkət edən və onun üzərində ölçmə aparılana qədər bu trayektoriyanın hər bir nöqtəsində müəyyən sürətə malik olan çox kiçik hissəcikdir. Dalğa optikasında işıq şüası anlayışı öz mənasını itirdiyi kimi, elektron üçün də trayektoriya anlayışı öz mənasını itirir.

Biberman, Suşkin və Fabrikantın E69-da qeyd olunan təcrübəsi bir daha inandırıcı şəkildə göstərdi ki, elektronlara heç cür klassik hissəciklər, yəni kiçik kürəciklər toplusu kimi baxmaq olmaz. Bu təcrübədə difraksiyaedici sistem olaraq maqnezium oksid kristalı götürülmüşdü. Nisbətən böyük zaman intervalı ilə elektronlar bu kristaldan bir-bir keçərək sonra difraksiya nəticəsində difraksiya maksimumları istiqamətində hərəkət edirlər. Elektron-mikroqırınma kristal qəfəsinin bir və ya bir neçə atomu ilə qarşılıqlı təsirdə ola bilər; difraksiya mənzərəsinin xarakteri, onun maksimum və minimumlarının paylanması isə, bütövlükdə kristal qəfəslə, yəni yüzlərlə layda yerləşmiş külli sayda atomlarla müəyyən edilir. Yeri gəlmişkən qeyd edək ki, oxşar difraksiya təcrübələri həm də neytronlarla aparılır və neytronlar isə elektrik yükünə malik deyillər və onlar kristal qəfəsinin atomları ilə məsafədən asılı olaraq həddən artıq kəskin sürətdə azalan nüvə qüvvələri vasitəsilə qarşılıqlı təsirdə olur. Bunu nəzərə alaraq, difraksiya mənzərəsinin, neytronların kristal qəfədəki ayrı-ayrı atomlarla qarşılıqlı təsirinin nəticəsində alınmasını iddia etmək tamamilə mənasızdır.

Ona görə də qeyri-müəyyənlik münasibətlərinin mənası, mikrohissəciklərin real mövcud olan hansısa xassələrini bilməyi bizə onların heç də "qadağan" etməsində, yəni heç də idrakı müəyyən dərəcədə məhdudlaşdırmasında deyildir. Qeyri-müəyyənlik münasibətlərinin mənası ondan ibarətdir ki, onlar mahiyyətcə korpuskulyar mexanika olan klassik mexanikanın anlayışlarının mikrohissəciklərə tətbiq edilməsini məhdudlaşdırırlar. Məlumdur ki, klassik mexanikada makroskopik hissəciklər sisteminin bütün  $q_i$  koordinatlarının və bu koordinatlara uyğun  $p_i$  impulslarının eyni zamanda verilməsi bu sistemin halını tam təsvir etmək üçün zəruridir. Mikrohissəcik üçün isə, artıq gördüyümüz kimi, halın belə təsviri mümkün deyildir. Lakin E69-da deyilənlərdən aydındır ki, elektronun koordinatlarının və bu koordinatlara uyğun impulslarının eyni

zamandakı qiymətləri haqqında danışmağın ümumiyyətlə fiziki mənası yoxdur, çünki elektron öz təbiətinə görə belə xarakteristikaya xas olmayan bir obyektidir.

Buna baxmayaraq, əgər biz elektronun özünü aparmasını klassik mexanika anlayışları ilə, yəni onun eyni zamanda vəziyyətini və impulsunu göstərməklə təsvir etmək istəyiriksə, onda bunun üçün müəyyən səbəb vardır. Doğrudan da, atom fizikasında həyata keçirilən hər bir təcrübənin sxemi elədir ki, biz hər hansı təcrübə qurğusunun köməyi ilə, fəza və zamanda baş verən bu və ya digər obyektiv prosesin gedişinə aid olan suala cavab almaq istəyirik. Bu məsələni biz makroskopik cisimlər olan cihazlardan istifadə etməklə həll edirik. Bu cihazların özünü aparması, məsələn, qalvanometrin əqrəbinin dönməsi və ya özüyazan maşının perosunun hərəkəti və s. isə klassik mexanikaya tabedir; qurğunun özü, onun hissələrinin (yarıqların, kondensatorların, maqnit sahələrinin və s.) həndəsi yerləşməsi isə müəyyən fəza-zaman hesablaşma sistemini təmsil edir. Aydın ki, tədqiq olunan mikrohissəciklərin özünü aparmasını da biz həmin fəza-zaman hesablaşma sistemində və özü də həmin makroskopik qurğunu təsvir etdiyimiz klassik anlayışlardan istifadə edərək təsvir etməliyik. Biz, məsələn, katod ossilloqrafının ekranında elektronların yaratdığı işıqlı ləkənin sürüşməsini və ya qurğunun müəyyən hissəsində elektronun meylini və s. ölçürük. Bu hallarda biz elektrona və ya digər mikrohissəciyə onlara xas olmayan klassik təsviri tətbiq etdiyimiz üçün, təbii ki, bu klassik təsvirin tətbiq olunma sərhədlərini də göstərməliyik. Çünki mikrohissəciklər klassik mexanika qanunlarından fərqli olan qanunlara tabedirlər və klassik mexanika qanunları mikrohissəciklərə yalnız müəyyən təqribiliklə tətbiq oluna bilər. Qeyri-müəyyənlik münasibətləri də məhz bu sərhəddi göstərir.

Ə69-da baxılan birinci misalda mikrohissəciyin koordinat və impulsunu təyin etmək üçün istifadə olunan fikri təcrübədə biz gördük ki, bu kəmiyyətləri eyni zamanda təyin etməyə cəhd göstərdikdə çətinlik yaranır. Qurğu hissəciyin vəziyyətini daha yaxşı təyin etməyə yararlı olduqca, hissəciyin impulsunu təyin etmək üçün daha çox yararsız olur. Bunun səbəbi ondan ibarətdir ki, vəziyyəti təyin etmək üçün fəzada sərt fiksə olunmuş hesablaşma sistemi lazımdır. Məhz buna görə də biz impulsun toplanmasını təyin etmək imkanından məhrum oluruq, çünki əks istiqamətdə yönəlmiş təpmə impulsu ümumi iri altlığa verilir ki, bu altlığın da hərəkətsiz olması vəziyyəti təyin etmək imkanını təmin edir. Əksinə, asanca hərəkət edə bilən mütəhərrik diafraqmaya impulsun saxlanması qanununun tətbiq edilməsi bizi hissəciyin yerini təyin etmək üçün həmin diafraqmadan istifadə etmək imkanından məhrum edir. Belə vəziyyət yalnız bu qurğuya aid olmayıb, ümumi xarakter daşıyır. N. Bor özünün "Atom fizikasında idrak nəzəriyyəsinin problemləri haqqında Eynşteynlə diskussiya" adlı məqaləsində mikrohissəciyin vəziyyətini və impulsunu eyni zamanda təyin etmək üçün istifadə edilə bilən müxtəlif qurğuları təhlil edərək göstərir ki, yuxarıda göstərilən çətinlik bu qurğuların istisnasız olaraq hamısında meydana çıxır. Belə vəziyyət ona görə yaranır ki,  $\hbar$  təsir kvantı sıfırdan fərqli sonlu qiymətə malik olduğundan, mikrohissəcik üzərində aparılan ölçmələrdən bəhs etdikdə, ölçülməyə məruz qalan obyekt ilə ölçü cihazı arasındakı qarşılıqlı təsiri nəzərə almamaq olmur. Qeyri-müəyyənlik münasibətləri bu faktın məhz kəmiyyətcə ifadəsidir.

N. Bor belə hesab edir ki, bu vəziyyət nəinki fizika, həm də fəlsəfə baxımından dərin mənaya malikdir. Belə ki, Bora görə materiyanın dalğa və korpuskul xassələri arasında ziddiyyət yoxdur, dalğa xassələrini müşahidə etmək üçün nəzərdə tutulan qurğular yalnız bu xassələri müşahidə etdiyi halda, digər qurğular yalnız korpuskul xassələrini müşahidə

edir. Beləliklə, Bora görə, dalğa və korpuskul xassələri bir-birini istisna etmir və bir-birini tamamlayır: yuxarıda göstərilən səbəblərə görə biz bir təcrübədə mikrohissəciklərin bütün xassələrini aşkar edə bilmərik, ona görə də biz hər biri mikrohissəciyin xassələrinin bir cəhətini təsvir etməyə imkan verən müxtəlif qurğulardan istifadə etməliyik. Yalnız bu qurğular birlikdə bir-birini tamamlayaraq, tədqiq olunan obyekt haqqında həqiqi mənada hər şeyi bilmək imkanı verə bilər.

İlk dövrlərdə belə təsəvvür həm fizika, həm də fəlsəfə baxımından düzgün olmayan bəzi ifadələrin yaranmasına səbəb oldu. Məsələn, deyirdilər ki, "müşahidə hadisənin gedişini pozur" və ya "atom obyektlərinin fiziki xassələri bu obyektlərin ölçülməsi ilə yaradılır". Lakin belə fikirlər yalnız dolaşılıq yaradır. Çünki burada "hadisə", "müşahidə", "xassə" və "ölçmə" sözləri adi danışiq dili və onların praktik təyini ilə heç də uyuşmayan bir mənada işlədilir. Atom fizikasının mühüm xarakterik xüsusiyyəti müxtəlif təcrübə şəraitlərdə müşahidə olunan hadisələr arasında yeni münasibətlərin olmasından ibarətdir. Bu hadisələri və münasibətləri təsvir etmək üçün müxtəlif elementar anlayışlar tətbiq etmək lazım gəlir.

1927-ci ildə Heyzenberq qeyri-müəyyənlik münasibətlərini şərh etdiyi məqaləsində, bu münasibətlərdən çıxan ümumi nəticə kimi göstərmişdi ki, "kvant mexanikası səbəbiyyət qanununun əsassız olduğunu yəqinliklə müəyyən etdi". Bu müddəə aşağıdakı mülahizələrə əsaslanırdı. Səbəbiyyət prinsipi tələb edir ki, hər hansı müəyyən bir zaman anı üçün sistemin halını dəqiq bilərək sonrakı istənilən zaman anında bu sistemin halının necə olacağını qabaqcadan söyləmək mümkün olmalıdır. Nyutonun klassik mexanikası bu tələbi tamamilə ödəyir ki, buna da astronomiya parlaq nümunədir. Məlumdur ki, astronomiya (səma mexanikası) səma cisimlərinin hərəkətini (trayektoriyasını və sürətini) istənilən gələcək zaman anı üçün, məsələnin riyazi həllinin imkan verdiyi dərəcədə dəqiqliklə qabaqcadan hesablamağa imkan verir və bunun da sayəsində istənilən zaman müddəti qədər əvvəlcədən astronomik hadisələri (məsələn, Günəş və Ay tutulmalarını) dəqiq xəbər vermək olur. Belə bir imkanın olması klassik mexanikanın əsas tənliklərinin riyazi formasında da öz ifadəsini tapmışdır. Prinsipial məsələlərin müzakirəsi üçün bu tənliklərin ən əlverişli forması Hamilton metodunun kanonik tənlikləridir:

$$\dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}, p_k = -\frac{\partial H}{\partial q_k}, (k=1,2,\dots,f) \quad (70.1)$$

Burada  $q_k$  və  $p_k$  – ümumiləşmiş koordinatlar və ümumiləşmiş impuls,  $H$  – sistemin Hamilton funksiyası,  $f$  isə sistemin sərbəstlik dərəcəsidir (ümumiləşmiş koordinatların sayıdır). Ən sadə halda, müəyyən xarici sahədə hərəkət edən maddi nöqtə üçün  $k=1,2,3$  olur, yəni zamana görə birinci tərtib altı dənə diferensial tənlik alınır. Bu tənliklərin həlli bütün  $q_k$  koordinatlarını və bütün  $p_k$  impulslarını zamandan və altı dənə ixtiyari sabitlərdən (inteqrallama sabitləri) asılı olan funksiyalar kimi ifadə etməyə imkan verir:

$$q_k = f_k(t, C_1, C_2, \dots, C_6), p_k = \varphi_k(t, C_1, C_2, \dots, C_6) \quad (70.2)$$

Əgər, uyğun ölçmələr apararaq, müəyyən başlanğıc  $t=0$  zaman anında bütün  $q_k^0$  koordinatlarını və bütün  $p_k^0$  impulslarını təyin etsək, onda bu məlum  $q_k^0$  və  $p_k^0$  kəmiyyətlərini (70.2) tənliklərində yerinə yazaraq, alınan tənlikləri həll etməklə,  $t=0$  anı üçün altı dənə ixtiyari  $C_1, C_2, \dots, C_6$  sabitlərini tapa bilərik. Bundan sonra (70.2) düsturları istənilən  $t$  zaman anı üçün  $q_k$  və  $p_k$  kəmiyyətlərini qabaqcadan bilməyə imkan verir. Bu isə o deməkdir ki, bütün koordinatların və bütün impulsların verilmiş toplusu ilə təyin olunan başlanğıc ( $t=0$ ) halı bilərək, istənilən gələcək zaman anı üçün də halı qabaqcadan

bilmək olar; bu isə səbəbiyyət prinsipinə tam uyğundur.

Lakin qeyri-müəyyənlik münasibətləri göstərir ki, koordinatların və onlara uyğun impulsların eyni zamandakı qiymətləri labüd olan  $\Delta q_k$  və  $\Delta p_k$  dəqiqləşməsi ilə ölçülə bilər ki, bunlar da  $\Delta q_k \Delta p_k \sim \hbar$  şərtini ödəyir. Buradan Heyzenberq belə bir nəticə çıxardı ki, başlanğıc hal dəqiq təyin edilə bilməz və buna görə də sonrakı halları da qabaqcadan dəqiq bilmək olmaz, deməli, səbəbiyyət prinsipi ödənmir. Bu nəticə, əlbəttə ki, düzgün deyildir. Şübhəsiz ki, mikrohissəciyin koordinatlarının və bunlara uyğun impulslarının eyni zamandakı qiymətləri qeyri-müəyyənlik münasibətlərinin tələb etdiyi labüd dəqiqləşmə ilə təyin edilir. Lakin kvant mexanikasında "sistemin halı" anlayışının özü, klassik mexanikadakından fərqli olaraq, başqa cür başa düşülməlidir. Belə ki, kvant mexanikasında sistemin halını tam təyin etmək üçün başqa parametrlər toplusu tələb olunur. Səbəbiyyət prinsipinin kəmiyyətə ifadəsi isə yalnız o zaman mümkün olur ki, sistemin halını təyin edən parametrlər verilmiş olsun. Bunu aydınlaşdırmaq üçün aşağıdakı misala baxaq. Elektromaqnit sahəsinin əsas tənlikləri hesab edilən Maksvel tənlikləri, koordinatlar və zamanın funksiyaları olan  $\vec{E}$  və  $\vec{H}$  intensivlikləri, yüklərin  $\rho$  sıxlığı və cərəyanların  $\vec{j}$  sıxlığı üçün zamana görə birinci tərtib xətti diferensial tənliklər sistemidir. Ona görə də müəyyən zaman anı üçün  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\rho$  və  $\vec{j}$  kəmiyyətlərinin verilməsi onların istənilən (gələcək və ya keçmiş) zaman anında qiymətlərini tapmağa imkan verir. Beləliklə, elektromaqnit sahəsi üçün səbəbiyyət prinsipi yalnız o zaman kəmiyyətə ifadə oluna bilər ki, bu sahənin "halı" ( $\vec{E}, \vec{H}, \rho, \vec{j}$ ) parametrlərinin düzgün seçilməsi ilə təyin edilsin. Bu misaldan aydın görünür ki, fiziki hadisələrin bu və ya digər oblastında səbəbiyyət prinsipinin ifadə olunması üçün "sistemin halı" anlayışının aydın təyini və bu halın asılı olduğu parametrlərin aşkar şəkildə göstərilməsi vacibdir.

Məlumdur ki, kvant mexanikasında "hissəciyin" halı dalğa funksiyası adlanan müəyyən  $\psi$  funksiyası ( $\psi$ -funksiya) ilə təyin olunur.  $\psi$ -funksiya yalnız koordinatlardan və zamandan və ya yalnız impulslardan və zamandan asılı olan kompleks funksiyadır. Dalğa funksiyasına sadə misal olaraq (65.4) müstəvi de-Broyl dalğasını göstərmək olar. Dalğa funksiyası zamana görə birinci tərtib diferensial tənliyi (ümumi Şredinger tənliyini) ödəyir. Buradan görünür ki,  $t=0$  zaman anı üçün  $\psi$ -funksiyanın verilməsi istənilən gələcək zaman anı üçün də onu təyin etməyə imkan verir. Beləliklə, mikrohissəciklər sisteminin klassik mexanikaya görə deyil, kvant mexanikasının tələblərinə uyğun surətdə təyin olunmuş halı, bu sistemin əvvəlki halından birqiymətli şəkildə alınır ki, bu da səbəbiyyət prinsipinin tələbinə uyğundur.

Mikrohissəciklərin halını onlara xas olmayan klassik mexanika anlayışları ilə təsvir etməyə cəhd göstərdikdə bunu biz dəqiq edə bilmiriksə və statistik təsvirdən istifadə ediriksə, burada təəccüblü və paradoksal heç nə yoxdur. Buradan heç də səbəbiyyət prinsipinin mikroaləmdə əsassız olması haqqında nəticə çıxarmaq olmaz. Bu, yalnız onu göstərir ki, səbəbiyyət prinsipinin kiçik bərk cisimlər üçün yararlı olan kəmiyyətə ifadəsi mikrohissəciklərə tətbiq edilə bilməz və mikrohissəciyin halının bütün koordinatların və bütün impulsların verilməsi ilə təsvir olunması onun təbiətinə xas deyildir.

Lakin kvant mexanikasında səbəbiyyət prinsipinin guya ki, "təzkib olunması" haqqında yanlış müddəa, fideizmi (elmi din ilə əvəz etmək) əsaslandırmaq kimi ideya pozğunluqlarına səbəb olmuşdur. Məsələn, A. Eddinqton özünün "Fiziki aləmin təbiəti" adlı kitabında hətta təsdiq edirdi ki, "... müasir elmi dəlillər belə nəticə çıxarmağa imkan

verir ki, 1927-ci ildən etibarən din sağlam elmi düşüncə üçün məğbul olmuşdur". Təbii ki, nə qeyri-müəyyənlik münasibətlərində və nə də kvant mexanikasında bütün buna bənzər müddəaların heç bir əsası yoxdur.

Ə69-da qeyri-müəyyənlik münasibətləri və onlardan çıxan nəticələr ətraflı şəkildə şərh olunmuşdur. Biz gördük ki, bu münasibətlər idraka heç də hər hansı bir hədd qoymur və onlar, klassik mexanika təsəvvürlərinin mikroskopik hissəciklərin hərəkətinə yalnız tətbiq edilə bilməməsinin ifadəsidir. Daha dəqiq desək, qeyri-müəyyənlik münasibətləri, makroskopik cisimlər üçün klassik mexanikada edildiyi kimi, koordinatların və onlara uyğun impulsların eyni zamanda verilməsi ilə mikroobyektlərin halının hansı həddə qədər hələ təsvir etməyin mümkün olduğunu kəmiyyətcə müəyyən edir. Belə ki, Ə69-dakı misallardan göründüyü kimi, əgər baxılan hal üçün koordinatın təyinindəki ağılabatan dəqiqlik  $\Delta q$  olduqda,  $\Delta q \cdot \Delta p \sim \hbar$  qeyri-müəyyənlik münasibətlərindən impulsun  $\Delta p$  qeyri-müəyyənliyi üçün nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik qiymət alınarsa, onda obyekt özünü tam "klassik" şəkildə aparır, yəni onun hərəkət trayektoriyası və bu trayektoriyanın hər bir nöqtəsində sürəti haqqında danışmaq olar. Əks halda isə, dalğa optikasının tətbiq oblastında şüa anlayışı öz mənasını itirdiyi kimi, "klassik hissəcik" obrazı yaramır və trayektoriya anlayışı öz mənasını itirir. Buradan görünür ki, qeyri-müəyyənlik münasibətlərinin mənşəyi heç də dərk edən subyektin xassələri olmayıb, elektronların və digər mikrohissəciklərin özünə məxsus fiziki xassələrə malik olmasıdır.

Atom aləmindəki hadisələr oblastında klassik təsəvvürlərin tətbiqinin məhdudluğu heç də bizim dərk etmə qabiliyyətimizin məhdudluğu demək deyildir və bu, yalnız dünyanın mexanikaya əsaslanan mənzərəsinin məhdudluğu deməkdir. Bu mənzərənin əsassız olduğu özünü artıq elektromaqnit sahəsinin nəzəriyyəsində göstərmişdi. Belə ki, çoxlu sayda cəhdlərə baxmayaraq elektromaqnit sahəsinin mexanikaya əsaslanan modelini qurmaq mümkün olmadı. Fizikanın, xarici aləmin dərk edilməsində əhəmiyyətli müvəffəqiyyətlərə gətirən sonrakı inkişafı, xüsusi halda atom fizikasının inkişafı, hər dəfə tam aydınlığı ilə göstərdi ki, klassik mexanikaya əsaslanan dünyagörüşü nə qədər də məhduddur.

Eyni zamanda biz həm də gördük ki, real mövcud olan mikrohissəciklərin obyektiv xassələrinə əsaslanan qeyri-müəyyənlik münasibətləri, bəzi alimlər (Eddinqton, A. Kompton) tərəfindən, yanlış olaraq, səbəbiyyət prinsipinin guya əsassız olduğunu isbat etmək üçün istifadə edilmişdir. Lakin, məsələ burasındadır ki, səbəbiyyət prinsipi təbiətin ümumi obyektiv dialektik qanunu olub, bizim onu dərk edib-etməməyimizdən asılı deyildir.

Nəhayət, qeyd edək ki, kvant mexanikasına ayrı-ayrı hissəciklərin hərəkətinin dərk edilməsində sonuncu mərhələ kimi deyil, yalnız növbəti bir mərhələ kimi baxmaq lazımdır. Əgər kvant mexanikası bəzi suallara hətta cavab verə bilmirsə, bəzi alimlərin fikirləşdiyi kimi, bu, heç də o demək deyildir ki, kvant mexanikasının ehtimallı karikterindən irəli gələn qeyri-müəyyənlik münasibətlərinin alınması mikroaləmdə səbəbiyyət prinsipinin pozulmasının təzahürüdür. Hal-hazırda izah edilməmiş qalan hadisələr isə, yəqin ki, daha mükəmməl nəzəriyyələrin yaranması zamanı nə vaxtsa öz izahını tapacaqdır. Görkəmli ingilis fiziki P. Dirak özünün "Kvant mexanikasının prinsipləri" kitabında qeyd edir ki, fiziki aləmin əsasları haqqında bizim təsəvvürlərimiz ardıcıl mərhələlərlə dəyişir və müasir mərhələ heç də sonuncu deyildir. Dirak belə hesab edir ki, hal anlayışının özü müstəsna dərəcədə atom obyektlərinə mənsubdur və müşahidəçinin daxil edilməsini tələb etmir.

## VI FƏSİL. ŞREDİNGER TƏNLIYI. KVANT MEXANİKASININ RIYAZI APARATI

### Ə71. Şredinger tənliyi

Makroskopik hissəciklər mexanikasının ən mühüm xüsusiyyətlərindən biri diskret enerji səviyyələrinin olmasından ibarətdir. Bu diskretliyin postulat şəklində qəbul edilməsi, kvant fizikasının inkişafının hələ ilk mərhələsində zərurət kimi meydana çıxmışdı (ƏƏ8,47). Lakin klassik fizika çərçivəsində atom hallarının diskretliyi haqqında müddəa klassik fizikanın bütün təsəvvürlərinə zidd olan yad bir fikir idi. Biz görəcəyik ki, kvant mexanikasında enerjinin diskretliyi bu mexanikanın əsaslarına heç də zidd olmayıb, onun tənliklərindən, klassik mexanika tənliklərindən simin harmonik obertonlarının mövcud olmasının alındığı kimi, təbii qaydada alınır. Kvant mexanikasının inkişaf tarixində bu, ilk nəticələrdən biri olduğu üçün, o dövrdə daha təqdirə layiq idi. Lakin tezliklə məlum oldu ki, kvant mexanikasının əsas tənliyindən və bu tənliyin həllərinin mənasının şərhindən digər nəticələr də alınır ki, bunlar da kvantlanmadan heç də az əhəmiyyətli deyildir. Bu nəticələr bir sıra yeni hadisələri izah etməyə imkan verdi və kvant mexanikasının məhsuldar inkişafını təmin etdi. Nəticədə məntiqi cəhətdən müntəzəm olan və tamamilə özünə məxsus kvant mexanikası sistemi qurulmuş oldu. Bu sistemin mənimsənilməsini asanlaşdırmaq üçün biz onu tarixi ardıcılığa uyğun olaraq şərh etməyə çalışacağıq. Belə ki, əvvəlcə kvant mexanikasının əsas tənliyini quracaq, bu tənliyin tətbiqinə aid bir sıra misallara baxacaq və sonra kvant mexanikasının əsasları ilə tanış olacağıq.

Plankın kvantlar nəzəriyyəsi, Bor postulatları və daha sonra de-Broyl hipotezi atom fizikasının nəzəri əsaslarının inkişafı prosesində mühüm mərhələlər olmuşdur. Lakin bunlar, dalğa xassələrini nəzərə almaqla elektronun hərəkətini təsvir edən əsas diferensial tənliyi tapmaq, həm də kvant xassələrini nəzərə almaqla onun şüalanması nəzəriyyəsinə qurmaq üçün yalnız ilkin mərhələlər hesab edilməlidir. Bu istiqamətdə əsaslı addım 1926-cı ildə avstriyalı fizik E. Şredinger tərəfindən atılmışdır. O, xüsusi törəməli elə diferensial tənlik təklif etmişdir ki, bu tənliyin köməyi ilə, bir qayda olaraq, qeyri-relyativistik ( $v \ll c$ ) yüklü hissəciklərin hərəkətini, onların dalğa xassələrini nəzərə almaqla, təsvir etmək mümkün olur. Qeyd edək ki, Şredinger tənliyini, de-Broyl dalğasının uzunluğu sıfırdan fərqli olan hal üçün, klassik Hamilton-Yakobi tənliyinin (Ə64) ümumiləşməsi hesab etmək olar. Dalğa optikası həndəsi optikaya hansı nisbətdədirsə, Şredinger tənliyi də Hamilton-Yakobi tənliyinə təqribən həmin nisbətdədir.

Şredinger tənliyinin ən sadə üsulla necə alındığını göstərək. Yeri gəlmişkən qeyd edək ki, bu tənliyin hər hansı ciddi və ya ümumi çıxarılışından danışmaq düz deyil. Çünki, ümumiyyətlə desək, ixtiyari yeni nəzəriyyəni köhnə təsəvvürlərə əsaslanaraq qurmaq olmaz. Ona görə də Şredinger tənliyini almaq üçün aşağıda şərh olunan mülahizələrə bu tənliyin çıxarılışı kimi yox, həmin tənliyin yalnız qurulması kimi baxılmalıdır. Fizikanın bütün əsas tənlikləri kimi (məsələn, mexanikada Nyuton tənlikləri və ya elektromaqnit sahəsi üçün Maksvel tənlikləri), Şredinger tənliyinin də ciddi çıxarılışı yoxdur. Bu tənlik çıxarılmır, o, müəyyən mülahizələr əsasında qurulur və onun



doğru olması isə, həmin tənlik vasitəsilə alınan nəticələrin təcrübi faktlarla uyğun gəlməsi ilə təsdiq olunur. Şredinger tənliyini yazmaq üçün biz klassik elektrodinamikadan və ya optikadan məlum olan

$$\nabla^2 \psi(\vec{r}, t) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (71.1)$$

dalğa tənliyini (E61) de-Broyl dalğalarının yayılması halı üçün ümumiləşdirəcəyik. Burada  $\psi(\vec{r}, t)$  –  $v$  sürəti ilə yayılan dalğa prosesini təsvir edən funksiya,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – Laplas operatorudur. Əgər dalğa monoxromatikdirsə, (71.1) tənliyinin həllini

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) e^{-i\omega t} \quad (71.2)$$

şəklində axtarmaq olar. Burada  $\omega = 2\pi\nu$  – dairəvi tezlikdir və  $\psi(\vec{r}) = \psi(x, y, z)$  funksiyası yalnız fəza koordinatlarından asılıdır.

(71.2) ifadəsini (71.1)-də nəzərə alaraq,  $\psi(\vec{r}, t)$  dalğa funksiyasının fəza koordinatlarından asılı olan hissəsini tapmaq üçün aşağıdakı diferensial tənliyi alırıq:

$$\nabla^2 \psi(\vec{r}) + \frac{\omega^2}{v^2} \psi(\vec{r}) = 0. \quad (71.3)$$

(71.3) tənliyində  $\omega$  və  $v$  kimi iki parametrin əvəzinə bir dənə parametr, yəni  $\lambda$  dalğa uzunluğunu daxil edə bilərik:

$$\lambda = \frac{2\pi v}{\omega}. \quad (71.4)$$

(71.4)-dən  $\frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$  olduğunu (71.3)-də yazsaq

$$\nabla^2 \psi(\vec{r}) + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \psi(\vec{r}) = 0 \quad (71.5)$$

alırıq.

(71.5) tənliyi, ümumiyyətlə desək, universal xarakterə malik olan dalğa tənliyidir. Əgər biz elektronların dalğa xassəsinə uyğun olan hərəkətini təsvir etməyə imkan verən dalğa tənliyini almaq istəyiriksə, onda (71.5) ifadəsində  $\lambda$ -nın əvəzinə elektron üçün de-Broyl dalğasının

$$\lambda = \frac{h}{m v} = \frac{2\pi \hbar}{p} \quad (71.6)$$

uzunluğunu yazmalıyıq. Onda enerjinin saxlanması qanununun

$$E = \frac{p^2}{2m} + u(\vec{r}) = \text{const} \quad (71.7)$$

ifadəsindən  $p = \sqrt{2m(E - u)}$  olduğunu (71.6)-da yazmaqla alınan ifadədən istifadə edərək

$$\frac{2\pi^2}{\lambda^2} = \frac{2m}{\hbar^2}(E - u) \quad (71.8)$$

alarıq. (71.8) ifadəsini isə (71.5)-də yazmaqla stasionar (yəni, zamandan asılı olmayan) Şredinger tənliyini almış oluruq:

$$\nabla^2 \psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} [E - u(\vec{r})] \psi(\vec{r}) = 0 \quad (71.9)$$

Qeyd edək ki, (71.9) stasionar Şredinger tənliyini başqa üsulla da qurmaq olar. Bu üsulun mahiyyəti aşağıdakından ibarətdir. Ə61-də göstəriləni kimi, elektromaqnit dalğaları üçün dalğa tənliyi (yəni, fotonlara uyğun dalğa tənliyi) elektromaqnit sahəsinin əsas tənlikləri olan Maksvel tənliklərindən bilavasitə alınır. Bu dalğa tənliyində, onun müstəvi dalğa şəklində olan həllini yazaraq biz  $\omega$  tezliyi ilə dalğa vektorunun  $k_x, k_y, k_z$  toplananları arasında elektromaqnit dalğasının təbiəti üçün xarakterik olan əlaqə düsturunu (yəni dispersiya qanununu) tapmış oluruq:

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2. \quad (71.10)$$

İndi isə biz bunun tərsini edəcəyik, yəni de-Broyl dalğaları üçün dispersiya qanunundan istifadə edərək, bu qanuna uyğun gələn diferensial tənliyi tapacağıq. Ə65-də de-Broyl dalğaları üçün aşağıdakı dispersiya qanunu müəyyən edilmişdir:

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\omega_0^2}{c^2} + k_x^2 + k_y^2 + k_z^2. \quad (71.11)$$

Burada  $\omega_0 = m_0 c^2 / \hbar$  işarə edilmişdir. (71.11) dispersiya qanunu impuls və enerji arasında relyativistik əlaqəni müəyyən edən aşağıdakı düsturdan istifadə edilməklə alınmışdır:

$$\frac{E^2}{c^2} = m_0^2 c^2 + (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2). \quad (71.12)$$

Bizi qeyri-relyativistik Şredinger tənliyi maraqlandırır və bu tənliyi almaq üçün impuls və enerji arasında (71.12) əvəzinə Nyuton mexanikasına əsasən yazılmış

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) \quad (71.13)$$

əlaqə düsturundan istifadə etməliyik. (71.13) ifadəsində məlum

$$E = \hbar \omega, p_x = \hbar k_x, p_y = \hbar k_y, p_z = \hbar k_z \quad (71.14)$$

kvant ifadələrini nəzərə alsaq və  $\hbar$  sabitinə ixtisar etsək,

$$\omega = \frac{\hbar}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \quad (71.15)$$

düsturunu alarıq ki, bu da de-Broyl dalğaları üçün qeyri-relyativistik yaxınlaşmada dispersiya qanunudur.

İndi isə Şredinger tənliyini almaq üçün müstəvi de-Broyl dalğasının

$$\psi = A e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} = A e^{i(k_x \cdot x + k_y \cdot y + k_z \cdot z - \omega t)} \quad (65.4)$$

ifadəsini /bax: (65.4)/ zamana görə bir dəfə, bütün koordinatlara görə isə iki dəfə

diferensiallayaq. Onda tapırıq ki,

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -i\omega\psi, \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -k_x^2\psi, \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -k_y^2\psi, \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -k_z^2\psi.$$

Buradan  $\omega$ ,  $k_x$ ,  $k_y$  və  $k_z$ -i taparaq, de-Broyl dalğaları üçün (71.15) dispersiya qanununda yerinə yazaraq

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial t} = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right)$$

və ya

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi \quad (71.16)$$

tənliyini alırıq.

(71.16) tənliyinin həlli müstəvi monoxromatik dalğanı təsvir edən  $\psi(x,y,z,t)$  funksiyasıdır. Bu həlli iki funksiyanın – yalnız koordinatlardan asılı olan  $\psi(x,y,z)$  funksiyası ilə yalnız zamandan asılı olan  $e^{-i\omega t} = e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$  funksiyasının hasili şəklində göstərmək olar:

$$\psi(x,y,z,t) = \psi(x,y,z) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}Et}. \quad (71.17)$$

Belə funksiya üçün (71.16) tənliyinin sol tərəfi

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = E\psi \quad (71.18)$$

şəklinə düşür. Ona görə də (71.17)-ni (71.16)-da yazaraq, (71.18)-i nəzərə alaraq və hər iki tərəfi zamandan asılı olan  $e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$  vuruğuna ixtisar edərək  $\psi(x,y,z)$  funksiyasını tapmaq üçün

$$\nabla^2 \psi(x,y,z) + \frac{2mE}{\hbar^2} \psi(x,y,z) = 0 \quad (71.19)$$

tənliyini alırıq.

Qeyd edək ki, (71.16) ifadəsi sərbəst hissəcik üçün axtarılan Şredinger tənliyidir. Bu tənliyin həlli (71.17) kimi xüsusi şəkildədirsə, onda həmin həllin yalnız koordinatlardan asılı olan  $\psi(x,y,z)$  hissəsi (71.19) tənliyini ödəyir. Zamandan asılı olan həlli tapmaq üçün isə  $\psi(x,y,z)$  funksiyasını  $e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$  funksiyasına vurmaq lazımdır.

(71.19) tənliyini biz sərbəst mikroskopik hissəcik üçün almışıq. Həmin tənliyi  $U$  potensial enerjisi ilə xarakterizə olunan xarici qüvvə sahəsində hərəkət edən hissəcik üçün ümumiləşdirək. Belə sahədə hissəciyin tam enerjisi  $E=T+U$  kimi təyin olunur, yəni  $T$  kinetik enerjisi ilə  $U$  potensial enerjisinin cəminə bərabərdir. Sərbəst hissəcik üçün  $U=0$  olduğundan  $E$  tam enerjisi  $T$  kinetik enerjisinə bərabər olur:  $E=T$ . Bizi maraqlandıran ümumiləşdirmə zamanı, belə sual meydana çıxır ki, hissəciyin xarici sahədə hərəkətinə baxdıqda, (71.19) tənliyindəki  $E$  kəmiyyəti tam enerjidir, yoxsa ki, kinetik enerji? Aydındır ki,  $E$  tam enerji hesab edilsə, onda ümumiləşmiş halda tənlikdə bu və ya digər

sahəni təsvir edən hədd olmayacaqdır. Əksinə, əgər sərbəst hissəcik üçün biz  $E$ -nin yalnız kinetik enerji olduğunu başa düşsək, onda  $U$  potensial enerjisi ilə xarakterizə olunan xarici sahədə hərəkət üçün (71.19) tənliyində  $E$ -nin əvəzinə  $T=E-U$  kinetik enerjisini yazmalıyıq. Onda (71.19) tənliyinin əvəzinə

$$\nabla^2 \psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(\vec{r})] \psi(\vec{r}) = 0 \quad (71.20)$$

tənliyini alırıq ki, bu da xarici sahədə hərəkət edən hissəcik üçün kvant mexanikasının əsas tənliyi olan stasionar Şredinger tənliyidir və (71.9) tənliyi ilə üst-üstə düşür.

Qeyd edək ki, (71.9) tənliyindən dalğa funksiyasının fəza koordinatlarından asılı olan  $\psi(\vec{r})$  hissəsini taparaq, ixtiyari monoxromatik dalğa üçün doğru olan (71.2) düsturundan istifadə etməklə, həm fəza koordinatlarından, həm də zamandan asılı olan tam dalğa funksiyasını tapa bilərik.  $\omega = \frac{E}{\hbar}$  olduğunu nəzərə alsaq, bu tam dalğa funksiyasını

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \cdot e^{-\frac{iE}{\hbar}t} \quad (71.21)$$

kimi yazı bilərik.

(71.9) tənliyi konservativ sahədə, yəni elektronun potensial enerjisinin zamandan aşkar şəkildə asılı olmadığı halda /enerjinin (71.7) saxlanması qanunu ödəyən halda/ hərəkət edən elektron üçün stasionar Şredinger tənliyidir. Zamandan asılı olan Şredinger tənliyini isə ümumi şəkildə

$$\nabla^2 \psi(\vec{r}, t) + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(\vec{r}, t)] \psi(\vec{r}, t) = 0 \quad (71.22)$$

kimi yazmaq olar. Konservativ sahədə, yəni potensial enerjinin zamandan aşkar şəkildə asılı olmadığı halda  $[U(\vec{r}, t) \equiv U(\vec{r})]$  həmişə belə hesab etmək olar ki,  $\psi(\vec{r}, t)$

funksiyasının zamandan asılılığını  $e^{-i\omega t} = e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$  "monoxromatik vuruğu" ilə nəzərə almaq mümkündür. Bu halda (71.22) tənliyini

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) + U \psi(\vec{r}, t) = E \psi(\vec{r}, t) \quad (71.23)$$

kimi yazaraq və (71.21) düsturuna əsasən

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = E \psi(\vec{r}, t) \quad (71.24)$$

olduğunu nəzərə alaraq

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) + U \psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (71.25)$$

ifadəsini yazı bilərik.

(71.9) və (71.25) ifadələrində adətən

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U \quad (71.26)$$

işarə edərək, uyğun Şredinger tənliyini

$$\hat{H}\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad (71.27)$$

və ya

$$\hat{H}\psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (71.28)$$

kimi yazırlar. Burada  $\hat{H}$  – (71.26) ifadəsi ilə təyin olunur və xarici sahədə hərəkət edən bir dənə hissəcik üçün Hamilton operatoru adlanır (E76). Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, (71.27) – bir hissəcik üçün stasionar (zamandan asılı olmayan), (71.28) isə zamandan asılı olan ümumi Şredinger tənliyidir.

Nəhayət, bir məsələni də qeyd edək. Şredinger tənliyini qurarkən biz (71.1) tənliyinin (71.2) həllinin əvəzinə bu həllə kompleks qoşma olan

$$\psi^*(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) e^{i\omega t} \quad (71.29)$$

funksiyasını da götürə bilərdik. Onda (71.21)-(71.25) tənlikləri də uyğun qaydada dəyişməli və  $\psi^*(\vec{r}, t)$  funksiyası üçün yazılmalıdır. Onda (71.28) tənliyi

$$\hat{H}\psi^*(\vec{r}, t) = -i\hbar \frac{\partial \psi^*(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (71.30)$$

kimi yazılmalıdır. Lakin bir qədər sonra görəcəyik ki,  $\psi(\vec{r}, t)$  dalğa funksiyasının özünün fiziki mənası yoxdur, yalnız onun modulunun kvadratı, yəni  $|\psi|^2 = \psi^*\psi$  kəmiyyəti fiziki mənə kəsb edir. Ona görə də Şredinger tənliyinin  $\psi(\vec{r}, t)$  və ya  $\psi^*(\vec{r}, t)$  funksiyası üçün yazılmasının heç bir fərqi yoxdur.

Şredinger tənliyi ümumi tənlik olmalıdır, yəni o, yalnız xüsusi məsələlərin deyil, bütün məsələlərin həlli üçün yararlı olmalıdır. Ona görə də bu tənliyə hərəkətin xüsusi növlərini ayıran parametrlərin qiymətləri (məsələn, başlanğıc şərtlər, qüvvə sahələrinin konkret növü və s) daxil olmamalıdır. Həmin tənliyə dünyəvi sabitlər (məsələn, Plank sabiti), hissəciklərin kütlələri və impulsları daxil ola bilər, lakin onların ədədi qiymətləri konkretləşdirilməməlidir. Hissəciyin hərəkətinin baş verdiyi qüvvə sahələri də Şredinger tənliyində ümumi şəkildə təmsil olunmalıdır. Bir sözlə, Şredinger tənliyi də, klassik mexanikanın və elektrodinamikanın yalnız xüsusi məsələlərini deyil, bütün məsələlərini həll etmək üçün yararlı olan Nyuton və Maksvel tənlikləri kimi ümumi tənlik olmalıdır. Bundan başqa, tələb edilir ki, Şredinger tənliyi  $\psi$  funksiyasına nəzərən xətti və bircinsli olmalıdır. Bu tələb isə, maddə dalğalarının interferensiya və difraksiyasının diktə etdiyi superpozisiya prinsipinin ödənməsi zəruriliyindən doğur. Göründüyü kimi, (71.9) və (71.25) və ya (71.27) və (71.28) Şredinger tənliyi bu şərtlərin hamısını ödəyir.

(71.25) və ya (71.28) ümumi Şredinger tənliyində maddənin ikili, yəni korpuskul-dalğa xassəsi qeyri-aşkar şəkildə artıq nəzərə alınmışdır. Belə ki,  $\psi$  dalğa funksiyasının şərhinə görə hissəcik lokallaşmamışdır və deyildiyi kimi, fəzada müəyyən ehtimalla "yayılmışdır". İlk baxışdan elə görünə bilər ki, (71.25) və ya (71.28) tənliyini yazarkən bu vəziyyət lap əvvəldən nəzərə alınmalı idi, yəni  $u$  kəmiyyəti, hissəciyin bütün mümkün olan hallarının və bu halların ehtimallarının nəzərə alınması ilə yazılan potensial enerji olmalı idi. Əslində isə həmin tənliklərdə  $u$  kəmiyyəti heç də belə nəzərdə tutulmur. Belə ki, (71.25) və ya (71.28) tənliklərində  $u(\vec{r}, t)$  potensial funksiyasına, klassik fizikada olduğu kimi, qüvvə sahəsində lokallaşmış, xüsusi halda isə nöqtəvi hissəciyin potensial

enerjisi kimi baxılır. Məsələn, hidrogen atomunda nüvənin yaratdığı Kulon sahəsində elektronun potensial enerjisi üçün  $u(r)=-e^2/r$  götürülür, yəni belə hesab edilir ki, hər iki hissəcik lokallaşmışdır.

Şredinger tənliyi zamana görə birinci tərtib diferensial tənlikdir. Buradan görünür ki, bütün fəzada hər hansı zaman anında (məsələn, başlanğıc kimi götürülən zaman anında)  $\psi(\vec{r}, t)$  funksiyasının verilməsi ilə həmin funksiya bütün sonrakı zaman anlarında da bütün fəzada verilmiş olur. Lakin bu müddəaya kvant mexanikasında səbəbiyyət prinsipinin ifadəsi kimi baxmaq olmaz, çünki bu müddəa ilə ifadə olunan "səbəbiyyət prinsipi" yalnız  $\psi$  dalğa funksiyasına aiddir.  $\psi$  dalğa funksiyası isə real müşahidə olunan obyektlərlə ehtimal münasibətləri ilə əlaqədardır. Məhz buna görə də kvant mexanikası heç olmasa özünün müasir formasında, prinsipcə statistik nəzəriyyədir.

(71.25) və ya (71.28) Şredinger tənliyi doğrudursa, onda bu tənlikdən xüsusi limit halı kimi klassik mexanikadan məlum olan (64.18) Hamilton-Yakobi tənliyi alınmalıdır. Bu limit halında elektronun dalğa xassəsi yox olmalıdır, yəni elektron üçün de-Broyl dalğasının uzunluğu  $\lambda \rightarrow 0$  olmalıdır. Məlumdur ki,  $\lambda \rightarrow 0$  olduqda dalğanın  $\varphi$  fazası  $\varphi \rightarrow \infty$  şərtini ödəyir (E64). Digər tərəfdən, (64.28) düsturundan görüldüyü kimi,  $\varphi = s/\hbar$  və  $\varphi \rightarrow \infty$  olması üçün  $\hbar \rightarrow 0$  olmalıdır. Bu nəticəni (65.3) düsturundan da dərhal almaq olar.  $\lambda \rightarrow 0$  olması üçün  $\hbar \rightarrow 0$  olmalıdır. Deməli, bir sözlə, kvant mexanikası klassik fizikaya keçid üçün limit şərti  $\hbar \rightarrow 0$  olur. Bu müddəanın doğruluğuna inanmaq üçün Şredinger tənliyinin həlli olan (71.10) funksiyasının

$$\psi(\vec{r}, t) = A e^{i\varphi(\vec{r}, t)} \quad (71.31)$$

ifadəsində, (64.28) düsturuna əsasən  $\varphi(\vec{r}, t) = \frac{s(\vec{r}, t)}{\hbar}$  yazaraq yeni  $s(\vec{r}, t)$  funksiyasına keçək:

$$\psi(x, y, z, t) = A e^{\frac{i}{\hbar}s(x, y, z, t)}. \quad (71.32)$$

Burada  $\varphi(\vec{r}, t) \equiv \varphi(x, y, z, t)$  dalğanın fazası,  $s(x, y, z, t)$  isə (64.10) düsturu ilə təyin olunan təsir inteqralıdır.

(71.32) funksiyasını (71.23) Şredinger tənliyində yazmaq və bu tənliyə daxil olan ikinci tərtib törəmələri tapaq:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{i}{\hbar} A \frac{\partial s}{\partial x} e^{\frac{i}{\hbar}s} \quad (71.33)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{i}{\hbar} A \left[ \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{i}{\hbar} \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 \right] e^{\frac{i}{\hbar}s} \quad \text{və s.} \quad (71.34)$$

Beləliklə, aydın olur ki,

$$\nabla^2 \psi = -\frac{1}{\hbar^2} (\nabla s)^2 \psi + \frac{i}{\hbar} (\nabla^2 s) \psi. \quad (71.35)$$

(71.35) ifadəsini (71.23)-də nəzərə alsaq və hər iki tərəfi  $\psi$  vuruğuna ixtisar etsək

$$\frac{1}{2m}(\nabla s)^2 - \frac{i\hbar}{2m}\nabla^2 s + u = E \quad (71.36)$$

və ya  $\hbar \rightarrow 0$  olduqda

$$(\nabla s)^2 = 2m(E - u) \quad (71.37)$$

alırıq ki, bu da (64.10) düsturuna əsasən, (64.18) Hamilton-Yakobi tənliyi ilə üst-üstə düşür. Qeyd edək ki, (71.36) tənliyi Şredinger tənliyinə tam ekvivalentdir. Əgər biz (71.36) tənliyini dəqiq həll edə bilsək, onda (71.32) düsturuna əsasən  $\psi(\vec{r}, t)$  funksiyasının da dəqiq ifadəsini tapmış oluruq.

## §72. Şredinger tənliyinin həlli olan dalğa funksiyasının xassələri

(71.27) və ya (71.28) Şredinger tənliyinin həlli olan  $\psi$  dalğa funksiyasının xassələrini müəyyən etmək üçün hər şeydən əvvəl klassik fizikadan məlum olan

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \nabla^2 f \quad (72.1)$$

dalğa tənliyini (E61) zamandan asılı olan

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + u \psi \quad (72.2)$$

Şredinger tənliyi (E71) ilə müqayisə edək. Məlumdur ki, (72.1) klassik dalğa tənliyinin həlli  $a \cos[(\vec{k}\vec{r} - \omega t) + \delta]$  kimi həqiqi funksiyadır. Lakin bilavasitə yoxlamaqla inanmaq olar ki, bu cür həqiqi funksiyalar (72.2) Şredinger tənliyini ödəmir və bu tənlik, məsələn  $u=0$  olduqda, yalnız  $\psi = A e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$  kimi kompleks funksiya ilə ödənilir. Şredinger tənliyinin bu xüsusiyyəti onunla əlaqədardır ki, bu tənliyə, klassik dalğa tənliyindən fərqli olaraq, zamana görə birinci, koordinatlara görə isə ikinci tərtib törəmə daxildir. E71-də göstərdiyimiz kimi, bunun səbəbi isə ondan ibarətdir ki, Şredinger tənliyi de-Broyl dalğaları üçün qeyri-relyativistik dispersiya qanununa  $\omega = \frac{\hbar}{2m}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$  uyğun

olmalıdır və bu qanunun da riyazi ifadəsinə  $\omega$ -nın birinci, dalğa vektorunun toplananlarının isə ikinci tərtibi daxildir. Bu fakt isə Şredinger tənliyinin mənasını başa düşmək üçün çox vacibdir. Belə ki, bəzi hallarda Şredinger tənliyinin həlli periodik funksiyalar olsa da, bu tənlik fiziki mühitdə yayılan heç bir real dalğanı təsvir etmir. Buna baxmayaraq bəzən materiyanın durğun "dalğaları", bu dalğaların düyün və qarın nöqtələri və s. haqqında danışılırsa, bu, yalnız əyanilik naminə edilir. Müasir dövrdə qəbul olunmuş statistik şərhə uyğun olaraq, Şredinger tənliyinin həllinin mənası tamamilə başqa cürdür.

(72.2) Şredinger tənliyinə daxil olan  $\psi$  funksiyası ümumi şəkildə dalğa funksiyası adlanır. Bu funksiyanın fiziki mənasını aydınlaşdırmaq üçün hissəciklərin həm korpuskul, həm də dalğa xassələri nəzərə alınmalıdır. Dalğa funksiyasının şərhli məsələsi heç də sadə olmayıb, vaxtilə çoxlu mübahisələrə səbəb olmuşdur. Lakin hal-hazırda bu məsələ kifayət

qədər aydın olduğundan, həmin məsələyə həsr olunmuş çoxlu sayda diskussiyaların mahiyyətini araşdırmağın mənası yoxdur. Ona görə də, biz dalğa funksiyasının yalnız müasir dövrdə qəbul olunmuş şərhini əsaslandıran mühakimələri qısa şəkildə xatırlatmaqla kifayətlənəcəyik.

Fərz edək ki, biz (71.5) dalğa tənliyi ilə təsvir olunan elektromaqnit dalğasını nəzərdən keçiririk. Fəzanın hər bir nöqtəsində enerji seli və ya işıq dalğasının intensivliyi bu tənliyin həlli olan  $\psi$  funksiyasının kvadratı ilə düz mütənasib olacaqdır. Lakin digər tərəfdən işıq selini fotonlar toplusu kimi də təsəvvür etmək olar. Bu halda işıq selinin intensivliyi fotonların sayının sıxlığı (yəni, vahid həcmdəki fotonların sayı) ilə düz mütənasibdir. Deməli, belə nəticə çıxarmaq olar ki,  $\psi$  funksiyasının kvadratı  $\psi^2$  fotonların sayının sıxlığı ilə düz mütənasib olmalıdır və ya ümumi halda  $\psi^2$  kəmiyyəti hissəciklərin sayının sıxlığı ilə düz mütənasibdir.

Əvvəlki paragraflarda (EĖ68,69) təsvir olunan təcrübələr göstərir ki, dalğa xassəsi ayrıca götürülmüş hər bir hissəciyə aiddir. Ona görə də  $\psi$ -funksiyanın şərhini elə şəkildə dəyişmək lazımdır ki, o, bir dənə hissəciyə tətbiq edilə bilsin. Aydındır ki, verilmiş həcm elementində olan hissəciklərin sayı bir dənə hissəciyin həmin həcm elementində olması ehtimalı ilə hissəciklərin ümumi sayının hasilinə bərabərdir. Ona görə də belə demək olar ki,  $\psi^2(\vec{r})$  kəmiyyəti  $\vec{r}$  radius-vektoru ilə xarakterizə olunan nöqtəni əhatə edən həcm elementində hissəciyin yerləşməsi ehtimalının sıxlığı ilə düz mütənasib olmalıdır.  $\psi$ -funksiyanın ümumiyyətlə kompleks funksiya, ehtimal sıxlığının isə həqiqi ədəd olduğunu nəzərə alsaq, deyə bilərik ki,

$$|\psi|^2 dV = \psi^*(\vec{r}, t)\psi(\vec{r}, t)dV$$

kəmiyyəti hissəciyin  $t$  zaman anında  $\vec{r}$  radius-vektoru ilə xarakterizə olunan nöqtəni əhatə edən  $dV$  həcm elementində olması ehtimalı  $dW$  ilə düz mütənasibdir:

$$dW \sim |\psi(\vec{r}, t)|^2 dV. \quad (72.3)$$

Deməli, dalğa funksiyasının modulunun kvadratı, yəni

$$|\psi|^2 = \psi^*(\vec{r}, t)\psi(\vec{r}, t) \quad (72.4)$$

kəmiyyəti  $t$  zaman anında hissəciyin radius-vektoru  $\vec{r}$  olan nöqtədə olması ehtimalının sıxlığı  $dw$  ilə düz mütənasibdir:

$$dw = \frac{dW}{dV} \sim |\psi|^2. \quad (72.5)$$

Burada mütənasiblik əmsalı  $\psi$  dalğa funksiyasının normallığı şərtindən tapılır.

Dalğa funksiyasının belə şərhini ilk dəfə 1929-cu ildə M. Born tərəfindən təklif olunmuşdur. Bu şərhə əsaslanaraq adətən belə deyirlər ki,  $\psi$  dalğa funksiyasının özünün heç bir fiziki mənası yoxdur, onun yalnız modulunun kvadratı  $|\psi|^2$  fiziki məna kəsb edir.

Deməli,  $\psi$  dalğa funksiyasının bilavasitə fiziki mənası yoxdur və ona fəzada yayılan dalğa kimi baxmaq olmaz. Dalğa funksiyası vasitəsilə mikrohissəciklərin hərəkətini yalnız ehtimalı təsvir etmək olar, yəni biz müəyyən zaman anında hissəciyin müəyyən həcm elementində olması ehtimalını qabaqcadan tapa bilərik. Hal-hazırda mövcud olan kvant mexanikasının çərçivəsi daxilində hissəciklərin hərəkətinin ehtimalı təsvirindən



başqa digər təsviri qeyri-mümkündür. Ona görə də belə demək olar ki, hadisələrin təsvirinin ehtimalı xarakteri kvant mexanikasının prinsiplial xüsusiyyətidir. Kvant mexanikasının bu xüsusiyyətinin hissəciklərin sayının çox olması ilə heç bir əlaqəsi yoxdur; hissəciklərin sayının çox olması qabaqcadan söylənmiş ehtimalı yalnız yoxlamağa imkan verir. Kvant mexanikası ayrı-ayrı hissəciklərin (məsələn, hidrogen atomunda elektronun) özünü necə aparmasını təsvir etmək üçün tətbiq edilə bilər. Lakin bu zaman kvant mexanikası bir hissəciyin özünü necə aparması haqqında yalnız müəyyən ehtimalı mülahizələr söyləməyə imkan verir. Eyni hissəciklər və ya sistemlər çoxluğunun olması, ayrıca sistemin və ya ayrıca hissəciyin özünü necə aparması haqqında kvant mexanikasının ehtimalı mülahizələrini yalnız təcrübədə yoxlamaq üçün vacibdir.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, Şredinger tənliyinə zamana görə birinci tərtib törəmə daxildir. Buradan görünür ki, müəyyən (məsələn, başlanğıc kimi qəbul edilən) zaman anında bütün fəzada  $\psi$  dalğa funksiyası verilmişdirsə (məlumdursa), onda bütün sonrakı zaman anlarında, bütün fəzada  $\psi$  dalğa funksiyasını birqıymətli təyin etmək olar. Lakin bu müddəanı heç də kvant mexanikasında səbəbiyyət prinsipinin ifadəsi kimi qəbul etmək olmaz. Çünki burada ifadə olunan "səbəbiyyət prinsipi"  $\psi$  dalğa funksiyasına aiddir. Dalğa funksiyası isə real müşahidə olunan obyektlərlə ehtimal xarakterli münasibətlərlə əlaqədardır. Məhz buna görə də kvant mexanikası, hər halda, özünün indiki formasında, yuxarıda göstəriləni kimi, prinsiplial olaraq statistik nəzəriyyədir. Yaxşı məlumdur ki, klassik statistik mexanikada da hissəciklərin özünü necə aparmasının müəyyən edilməsi ehtimalı xarakter daşıyır. Lakin klassik statistik mexanikanın qanunauyğunluqları ilə kvant mexanikasının statistik qanunauyğunluqları arasında prinsiplial fərqlər vardır. Klassik fizikada statistik qanunauyğunluqlar hər birinin özünü necə aparması klassik mexanikanın dinamika qanunları ilə təsvir olunan çoxlu sayda hissəciklərin qarşılıqlı təsirinin nəticəsi kimi meydana çıxır. Baxılan hissəciklərin sayı kifayət qədər az olduqda klassik fizikanın statistik qanunauyğunluqları artıq ödənmir, uyğun statistik anlayışlar (məsələn, temperatur) isə öz mənasını itirir. Kvant mexanikasının statistik qanunauyğunluqları üçün isə məsələ başqa cürdür. Belə ki, kvant mexanikasının statistik qanunauyğunluqları mikrohissəciklərin daxili xassələrinin təzahürünün nəticəsidir və ona görə də bu qanunauyğunluqlar hətta bir dənə zərrəcik üçün ödəyir. Təcrübələrin göstərdiyi kimi, mikrohissəcik həm korpuskul, həm də dalğa xassələrinə malikdir. Ona görə də hissəciyin hərəkətini təsvir etmək üçün nə korpuskulları, nə də ki, dalğaları təsvir etməkdən ötrü klassik fizikada istifadə olunan metod və anlayışları tətbiq etmək olmaz. Deməli, mikrohissəciklərin xassələrini təsvir etmək üçün yeni təsvir metodlarına keçilməsi, hissəciklərin hərəkəti və bu hərəkəti idarə edən qanunauyğunluqların xarakteri haqqında yeni təsəvvürlərin yaranması heç də təəccüblü deyildir.

Kvant mexanikasının statistik qanunauyğunluqlarının da klassik fizikanın qanunauyğunluqları xarakterində olmasını sübut etmək üçün bir çox cəhdlər edilmişdir. Bu cəhdlərin mahiyyəti aşağıdakıdan ibarətdir. Belə hesab edilir ki, mikrohissəciyin halı təcrübəçinin təkə mikrocihaz vasitəsilə ölçə biləcəyi fiziki kəmiyyətlərlə deyil, həm də "gizli parametrlər" adlanan kəmiyyətlərlə də xarakterizə olunur. Özü də bu zaman halları eyni bir  $\psi$  dalğa funksiyası ilə xarakterizə olunan hissəciklər üçün bu "gizli parametrlər" müxtəlif qiymətlər alır, yəni onların qiymətlərində müəyyən statistik meyl etmələr olur və bunun da nəticəsində mikrohissəciyin hərəkəti statistik şəkildə təsvir olunur. Buna əyani misal kimi vakuumin flüktuasiyaları ilə hissəciyin qarşılıqlı təsirini göstərmək olar. Bu qarşılıqlı təsir nəticəsində hissəciyin hərəkəti Broun hərəkətinə oxşadılır. Lakin bu

istiqlamətdə göstərilən bütün cəhdlər bu günə kimi müvəffəqiyyət qazanmamışdır. Gələcəkdə isə bu müvəffəqiyyətin olub olmamasını nəzəriyyənin sonrakı inkişafı göstərəcəkdir. Lakin buna ümid çox azdır, çünki adətən yeni hadisələr yalnız onlara xas olan və digər hadisələr üçün mövcud olan qanunauyğunluqlara gətirilə bilməyən yeni qanunlara tabe olur.

$\psi$  dalğa funksiyası (72.2) xətti diferensial tənliyin həllidir. Deməli, bu funksiya ixtiyari sabit vuruq dəqiqliyi ilə həmin tənliyi ödəyir.  $\psi$  funksiyasını modulunun kvadratı 1-ə bərabər olan  $e^{i\delta}$  kompleks faza vuruğuna vursaq ( $\delta$  – ixtiyari həqiqi ədəddir), (72.4) ehtimal sıxlığı dəyişməz. Bundan başqa, (72.5) düsturundan görünür ki, hissəciyin müəyyən  $t$  zaman anında hər hansı sonlu  $V$  həcmində müşahidə olunması ehtimalı

$$W(V) = \int_V |\psi(\vec{r}, t)|^2 dV \quad (72.6)$$

düsturu ilə təyin olunur. Əgər (72.6) ifadəsində inteqrallama bütün fəza üzrə aparılırsa, onda ehtimal yəqinliyə çevrilər, çünki hissəcik həmişə fəzanın haradasa müəyyən bir oblastında yerləşir, yəni onun bütün fəzada olması ehtimalı 1-ə bərabərdir. Ona görə də, tələb etmək olar ki,  $\psi$  dalğa funksiyası 1-ə normallanmalıdır.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(\vec{r}, t)|^2 dV = 1. \quad (72.7)$$

(72.7) bərabərliyi dalğa funksiyasının normallıq şərti adlanır. Bu şərtə görə dalğa funksiyasının modulunun kvadratının bütün fəza üzrə inteqralı 1-ə bərabər olmalıdır. Əgər dalğa funksiyası (72.7) şərtini ödəmirsə, onda onu həmişə elə sabit ədədə vurmaq olar ki, o, "normallaşsın", yəni (72.7) şərti ödənsin. Deməli, dalğa funksiyası normallıq şərtini ödəməlidir və bunun üçün də onun modulunun kvadratı inteqrallana bilən

olmalıdır. Riyaziyyatdan məlumdur ki,  $\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dV$  inteqralı o zaman sonlu qiymət alır ki,

inteqralladı funksiya, koordinat başlanğıcından uzaqlaşdıqca kifayət qədər sürətlə azalmış olsun. Xüsusi halda, kvadratı inteqrallanan funksiya heç olmazsa  $1/r^p$  kimi ( $p > 3/2$ ) azalmalıdır. Lakin bəzi hallarda (məsələn, sərbəst hissəciyin hərəkəti  $\text{E}85$ ) elə olur ki, dalğa funksiyasının modulunun kvadratı inteqrallanmır (yəni  $\int |\psi|^2 dV$  inteqralı dağılır).

Belə hallarda əlavə fiziki mülahizələrə əsaslanaraq, dalğa funksiyasını normallamaq üçün digər fəndlərdən (üsullardan) istifadə edilir.

Bir məsələni də qeyd edək ki, əgər  $\psi$  funksiyanın modulunun kvadratı inteqrallanırsa, onu 1-ə normallamaq, yəni (72.7) şərtinin ödənməsini tələb etmək prinsipə heç də vacib deyildir. Ümumi halda  $\psi$  funksiyanın şərhini bir qədər dəyişərək belə hesab etmək kifayətdir ki,  $|\psi|^2$  kəmiyyəti ehtimal sıxlığına bərabər olmayıb, onunla düz mütənəsidir. Onda (72.3) düsturu nisbi ehtimalı təyin edəcək və hissəciyin sonlu  $V$  həcmində müşahidə edilməsi ehtimalı üçün (72.6) düsturunu aşağıdakı kimi modifikasiya etmək olar:

$$W(V) = \frac{\int_V |\psi(\vec{r}, t)|^2 dV}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(\vec{r}, t)|^2 dV}. \quad (72.8)$$

Göründüyü kimi, (72.8) ifadəsindəki kəsrin surətində sonlu  $V$  həcmi üzrə, məxrəcində isə bütün fəza üzrə inteqrallama aparılır. Beləliklə, kvant mexanikasında  $\psi$  funksiyanın təyininə böyük ixtiyarilik var:  $\psi$  funksiyanı prinsipcə ixtiyari ədədə vurmaq olar ki, bu da nəzəriyyənin fiziki məzmununu dəyişmir və ümumiliyi pozmur.

(72.2) Şredinger tənliyinin həlli olan  $\psi$  funksiyası yuxarıda göstərilən modulunun kvadratının inteqrallanması və normalanma şərtlərindən başqa aşağıdakı təbii şərtləri də ödəməlidir:  $\psi$  dalğa funksiyası kəsilməz, birqiymətli və sonlu olmalıdır. Dalğa funksiyasının birqiymətli olması onu göstərir ki, istənilən qapalı kontur boyunca dolandıqda  $\psi(\vec{r})$  funksiyası özünün ilkin qiymətini almalıdır. Dalğa funksiyasının birinci tərtib törəmələri də kəsilməz olmalıdır. Əgər  $u$  potensial enerji kəsilmə səthinə malikdirsə, belə səthin bütün nöqtələrində də dalğa funksiyası və onun birinci tərtib törəmələri kəsilməz olmalıdır. Fəzanın müəyyən oblastında  $u$  potensial enerji sonsuzluğa bərabərdirsə ( $u \rightarrow \infty$ ), onda bu oblastda dalğa funksiyası sıfır bərabər olmalıdır. Dalğa funksiyasının kəsilməz olması tələb edir ki, bu oblastın sərhəddində də  $\psi=0$  olmalıdır.

(71.24)-ü nəzərə almaqla yazılan (72.2) Şredinger tənliyi üçün /bax: (71.23)/ yuxarıda göstərilən təbii şərtləri ödəyən həllər  $E$  enerjisinin heç də ixtiyari qiymətlərində deyil, yalnız müəyyən  $E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$  qiymətlərində alınır. (72.2) Şredinger tənliyinin təbii şərtləri ödəyən həllərinin alındığı  $E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$  kəmiyyətləri bu diferensial tənlik üçün  $E$  enerjisinin məxsusi qiymətləri, onlara uyğun  $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n, \dots$  həlləri isə, uyğun olaraq, bu məxsusi qiymətlərə mənsub olan məxsusi funksiyalar adlanır. Enerjinin  $E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$  məxsusi qiymətləri stasionar hallarda enerjinin mümkün olan qiymətləridir. Enerjinin bu məxsusi qiymətləri diskret və ya müəyyən sonlu və ya sonsuz intervalı dolduran kəsilməz ədədlər ola bilər. Birinci halda deyirlər ki, enerji spektri diskretdir, ikinci halda isə deyirlər ki, enerji spektri kəsilməzdir.

Qeyd edək ki, enerjinin kvantlanması ( $E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$  diskret qiymətlər olması) (72.2) Şredinger tənliyinin həlli olan dalğa funksiyasının üzərinə müəyyən təbii şərtlərin qoyulması ilə əlaqədar olaraq meydana çıxır. Belə ki, yuxarıda qeyd olunduğu kimi, Şredinger tənliyinin bu təbii şərtləri ödəyən həlləri  $E$  kəmiyyətinin ixtiyari deyil, yalnız müəyyən seçilmiş qiymətlərində alınır. Burada məsələ, ucları bərkidilmiş simin rəqsləri haqqındakı məsələyə oxşardır. Simin ucları bərkidildiği üçün bu rəqslər elə seçilmiş tezliklərə malik durğun dalğalar formasında baş verir ki, simin uzunluğunda tam sayda yarım dalğalar yerləşə bilsin.

İki müxtəlif (bir-birinə bərabər olmayan) məxsusi qiymətə mənsub olan məxsusi funksiyalar bir-birinə ortoqonaldır, yəni bu funksiyalardan birinin kompleks qoşmasının digərinə hasilinin bütün fəza üzrə inteqralı sıfır bərabərdir.

Bu teoremi isbat etmək üçün (72.2) tənliyini aşağıdakı kimi iki şəkildə yazaq:

$$\nabla^2 \psi_n + \frac{2m}{\hbar^2} (E_n - u) \psi_n = 0 \quad (72.9)$$

$$\nabla^2 \psi_n^* + \frac{2m}{\hbar^2} (E_n - u) \psi_n^* = 0. \quad (72.10)$$

(72.9) və (72.10) tənliklərini sol tərəfdən, uyğun olaraq,  $\psi_n^*$  və  $\psi_n$  funksiyasına vuraq və alınan birinci tənlikdən ikincini tərəf-tərəfə çıxaraq:

$$\psi_n^* \nabla^2 \psi_n - \psi_n \nabla^2 \psi_n^* + \frac{2m}{\hbar^2} (E_n - E_{n'}) \psi_n^* \psi_n = 0. \quad (72.11)$$

(72.11) tənliyində birinci və ikinci hədlərin fərqi aşağıdakı kimi çevirək:

$$\psi_n^* \nabla^2 \psi_n - \psi_n \nabla^2 \psi_n^* = \vec{\nabla} (\psi_n^* \vec{\nabla} \psi_n - \psi_n \vec{\nabla} \psi_n^*) = \text{div} \vec{A}. \quad (72.12)$$

Burada

$$\vec{A} = \psi_n^* \vec{\nabla} \psi_n - \psi_n \vec{\nabla} \psi_n^* \quad (72.13)$$

işarə edilmişdir.

(72.12)-ni (72.11)-də nəzərə alaraq

$$\text{div} \vec{A} + \frac{2m}{\hbar^2} (E_n - E_{n'}) \psi_n^* \psi_n = 0 \quad (72.14)$$

yaza bilərik. Bu ifadəni müəyyən  $V$  həcmi üzrə inteqrallayaq:

$$\int_V \text{div} \vec{A} dV + \frac{2m}{\hbar^2} (E_n - E_{n'}) \int_V \psi_n^* \psi_n dV = 0. \quad (72.15)$$

Vektor analizindən məlum olan Ostroqradski-Qaus teoreminə görə qapalı səthdən vektorun seli, həmin vektorun divergensiyasının bu səthlə hüdudlanmış həcm üzrə inteqralına bərabərdir. Bu teoremə əsasən (72.15) tənliyindəki birinci həddi aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$\int_V \text{div} \vec{A} dV = \oint_S A_n dS \quad (72.16)$$

$V$  həcmi sonsuz böyük götürsək və  $r \rightarrow \infty$  olduqda  $\psi \rightarrow 0$  olduğunu nəzərə alsaq (72.16) inteqralı sıfıra bərabər olur:

$$\int_V \text{div} \vec{A} dV = \oint_S A_n dS = 0. \quad (72.17)$$

Doğrudan da,  $r \rightarrow \infty$  olduqda  $S=4\pi r^2$  sferik səthi sonsuz böyük olur. Ona görə də  $r \rightarrow \infty$  olduqda  $\psi$  dalğa funksiyası  $1/r$ -dən daha sürətlə sıfıra yaxınlaşsın, (72.17) şərti ödənilir. Çünki bu halda  $|\vec{A}|$  kəmiyyəti  $1/r^2$ -dən daha sürətlə sıfıra yaxınlaşır. Burada  $r$  – (72.16) ifadəsindəki  $V$  həcmi öz daxilində saxlayan sferanın radiusudur. Diskret spektr üçün bu şərt həmişə ödənilir, çünki bu halda  $\psi$  dalğa funksiyası  $r \rightarrow \infty$  olduqda, bir qayda olaraq, eksponensial qanun üzrə sıfıra yaxınlaşır.

Beləliklə, (72.17)-ni (72.15)-də nəzərə alsaq,

$$\frac{2m}{\hbar^2} (E_n - E_{n'}) \int_V \psi_n^* \psi_n dV = 0 \quad (72.18)$$

olduğunu tapırıq. Şərtə görə  $E_n \neq E_{n'}$  olduğundan, (72.18) ifadəsindən

$$\int_V \psi_n^* \psi_n dV = 0, n \neq n' \quad (72.19)$$

alınır ki, bunun da isbatı tələb olunurdu.

Beləliklə, müxtəlif  $E_n$  və  $E_{n'}$  məxsusi qiymətlərinə mənsub olan  $\psi_n$  və  $\psi_{n'}$  məxsusi funksiyaları bir-birinə ortoqonaldır. Məxsusi funksiyaların normallıq və ortoqonallıq

şərtlərini birləşdirərək aşağıdakı kimi bir düstur şəklində yazmaq olar:

$$\int \psi_n^* \psi_n dV = \delta_{nn'}. \quad (72.20)$$

Burada  $\delta_{nn'}$  – Veyerştras-Kronekerin  $\delta$ – simvolu adlanır və aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\delta_{nn'} = \begin{cases} 1, n = n' \text{ olduqda,} \\ 0, n \neq n' \text{ olduqda.} \end{cases} \quad (72.21)$$

(72.20) ifadəsi çox zaman məxsusi funksiyaların ortonormallıq şərti adlanır.

Dalğa funksiyası vasitəsilə elektrik yükünün və cərəyanının sıxlığını da tapmaq olar. Bu məqsədlə (72.2) tənliyini aşağıdakı kimi iki dəfə yazaq:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi - u \psi = 0, \quad (72.22)$$

$$-i\hbar \frac{\partial \psi^*}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi^* - u \psi^* = 0. \quad (72.23)$$

(72.22) və (72.23) tənliklərini, uyğun olaraq, soldan  $\psi^*$  və  $\psi$  funksiyalarına vuraq və alınan birinci tənlikdən ikinci tənliyi çıxaraq:

$$i\hbar \left( \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} + \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \right) + \frac{\hbar^2}{2m} (\psi^* \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \psi^*) = 0. \quad (72.24)$$

Bu tənliyi  $i\hbar$  vuruğuna ixtisar etsək, (72.12) ifadəsini nəzərə alsaq və

$$\vec{j} = \frac{ie\hbar}{2m} (\psi \vec{\nabla} \psi^* - \psi^* \vec{\nabla} \psi), \quad (72.25)$$

$$\rho = e \psi^* \psi \quad (72.26)$$

işarələmələrini qəbul etsək, (72.24) əvəzinə

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad (72.27)$$

tənliyini alırıq. Əgər (72.26) düsturu ilə təyin olunan  $\rho$  kəmiyyətini elektrik yükünün sıxlığı, (72.25) düsturu ilə təyin olunan  $\vec{j}$  kəmiyyətini isə elektrik cərəyanının sıxlığı kimi qəbul etsək, (72.27) ifadəsi elektrodinamikadan məlum olan elektrik yükünün saxlanması qanunu ilə eyni olar. Ona görə də deyirlər ki, (72.25) və (72.26) düsturları cərəyan sıxlığı və yük sıxlığı üçün kvantmexaniki ifadələrdir, (72.27) isə yükün saxlanması qanunudur.

Dalğa funksiyasının mühüm xassələrindən biri də onun superpozisiya prinsipini ödəməsidir. Halların superpozisiyası prinsipi kvant mexanikasının ən əsas müddəələrindən biridir. Klassik fizikada dalğa prosesləri üçün superpozisiya prinsipinə görə əgər elastik mühitin və ya elektromaqnit sahəsinin hər hansı bir nöqtəsinə  $u_1(x,t)$  və  $u_2(x,t)$  həyəcanlaşmalarını yaradan iki dalğa gəlirsə, bu nöqtədə yekun həyəcanlanma sadə toplanma yolu ilə alınır:

$$u_{12}(x,t) = u_1(x,t) + u_2(x,t).$$

Dalğaların interferensiyası klassik superpozisiya prinsipinə əsaslanmışdır.  $u_1$  və  $u_2$ -ni

koherent rəqslər hesab edərək yuxarıdakı ifadənin hər iki tərəfini kvadrata yüksəltmək və sonra nəticəni perioda görə ortalaşdırmaq, biz amplitudların kvadrları, yəni intensivliklər arasında əlaqə tapmış olarıq. Sağ tərəfdə  $2u_1u_2$  hasilinin olması sayəsində intensivliklər heç də sadəcə olaraq toplanmır və bir sıra maksimumları və minimumları olan mürəkkəb interferensiya mənzərəsi yaranır. Beləliklə, klassik fizikada superpozisiya prinsipi, məsələn, şimdə durğun dalğalar, membranda rəqs edən və sükunətdə olan oblastların yaratdığı mürəkkəb naxışlar (Xladin fiqurları), iki yarığı olan ekrandan keçən işığın interferensiyası və çoxlu sayda digər hadisələr şəklində təzahür edir.

Biz artıq bilirik ki, yalnız klassik dalğalar deyil, həm də mikrohissəciklər, yəni elektronlar, protonlar, neytronlar və s. interferensiya edirlər. Mikrohissəciklərin interferensiya-sının təzahür etdiyi hadisələr bundan əvvəlki paraqraflarda (ƏƏ65-68) təsvir edilmişdir. Məlum olur ki, mikrohissəciklərin interferensiyası hadisələrini təsvir etmək üçün superpozisiya prinsipi daxil edilməlidir. Bu superpozisiya prinsipi öz formasına görə klassik fizikadakı superpozisiya prinsipinə oxşarsa da, məzmunca ondan kəskin şəkildə fərqlənərək, ilk baxışdan paradoksal görünən bir sıra nəticələrə gətirir.

Sistemin müxtəlif halları arasında mövcud olan xüsusi münasibətlər nəticəsində yeni hallar yaranır. Bu münasibətlərin mahiyyəti kvant mexanikasının ən mühüm prinsiplərindən biri olan superpozisiya prinsipi ilə ifadə olunur: əgər kvant sistemi  $\psi_1$  və  $\psi_2$  dalğa funksiyaları ilə təsvir olunan hallarda ola bilirsə, o, həm də

$$\psi = a_1\psi_1 + a_2\psi_2 \quad (72.28)$$

dalğa funksiyası ilə təsvir olunan halda da ola bilər. Burada  $a_1$  və  $a_2$  – ümumi halda ixtiyari kompleks ədədlərdir.

Kvant mexanikasında superpozisiya prinsipini ifadə edən (72.28) düsturu öz formasına görə klassik fizikada superpozisiya prinsipini ifadə edən düstura oxşayırsa da, bu düsturların mahiyyəti bir-birindən kəskin şəkildə fərqlənir. Klassik fizikada superpozisiya nəticəsində alınan müəyyən fiziki kəmiyyət, superpozisiyada iştirak edən kəmiyyətlərin kombinasiyasından ibarət olur. Məsələn, baxılan fiziki kəmiyyət elektrik sahəsinin intensivliyidirsə, onda superpozisiya nəticəsində alınan elektrik sahəsinin hər bir nöqtədə intensivliyi superpozisiyada iştirak edən elektrik sahələrinin həmin nöqtədə intensivliklərinin cəminə bərabərdir. Kvant mexanikasında isə məsələ tamamilə başqa cürdür. Fərz edək ki, baxılan müəyyən  $L$  fiziki kəmiyyəti  $\psi_1$  halında  $L_1$ ,  $\psi_2$  halında isə  $L_2$  qiymətini alır. " $\psi_1$  halında fiziki kəmiyyət  $L_1$  qiymətini alır" ifadəsi onu göstərir ki, əgər biz  $\psi_1$  dalğa funksiyası ilə təsvir olunan sistem üçün bu kəmiyyəti ölçsək, onda bu ölçmə nəticəsində biz həmişə  $L_1$  qiymətini almış oluruq. Klassik fizikadakı superpozisiya prinsipinə görə belə gözləmək olar ki,  $\psi$  dalğa funksiyası ilə təsvir olunan halda baxılan kəmiyyətin qiyməti  $L_1$  və  $L_2$  qiymətlərinin müəyyən kombinasiyasından ibarət olmalıdır. Burada kəmiyyətlərin kombinasiyası dedikdə ən ümumi halı nəzərdə tuturuq, çünki klassik fizikada superpozisiya zamanı fiziki kəmiyyətlərin heç də həmişə xətti kombinasiyası alınmır (misal olaraq elektromaqnit sahəsinin enerjisini göstərmək olar). Kvant mexanikasında isə  $\psi$  halında baxılan fiziki kəmiyyətin qiymətini ölçsək, bu ölçmə nəticəsində  $L_1$  və  $L_2$  qiymətlərindən yalnız biri alınır. Ölçmə nəticəsində bu qiymətlərdən hansının alınmasını isə qabaqcadan yalnız müəyyən ehtimalla söyləmək olar. Baxılan fiziki kəmiyyət üçün  $L_1$  və ya  $L_2$  qiymətinin alınması ehtimalı  $a_1$  və  $a_2$  əmsallarının nisbətindən asılıdır. Müəyyən edilmişdir ki,  $L_1$  qiymətinin alınması ehtimalı  $|a_1|^2$ ,  $L_2$

qiymətinin alınması ehtimalı isə  $|a_2|^2$  ilə təyin olunur. Beləliklə, kvant nəzəriyyəsində (72.28) superpozisiya prinsipi klassik fizikadakı superpozisiya prinsipindən mahiyyətcə fərqlənir.

Kvant mexanikasında və klassik fizikada superpozisiya prinsiplərinin digər bir mühüm fərqi də aşağıdakından ibarətdir. Əgər klassik fizikada, məsələn, iki eyni rəqs vardırırsa, onların superpozisiyası nəticəsində ilkin rəqslərdən fərqli olan yeni rəqs alınır və özü də yeni rəqsi xarakterizə edən fiziki kəmiyyətlər superpozisiyada iştirak edən ilkin rəqslər üçün olan uyğun fiziki kəmiyyətlərdən ümumiyyətlə fərqlənən qiymətlər alır. Kvant mexanikasında isə iki eyni halın toplanması dalğa funksiyasının sabit kəmiyyətə vurulmasına, və deməli, həmin hala gətirir. Çünki bir-birindən sabit vuruqla fərqlənən dalğa funksiyaları eyni bir halı təsvir edir. Belə superpozisiya nəticəsində sistemin halı dəyişmədiyi üçün, bu sistemi xarakterizə edən fiziki kəmiyyətlərin qiyməti də dəyişmir. Dalğa funksiyasının ixtiyari sabit vuruq dəqiqliyi ilə təyin olunmasını, yəni bir-birindən yalnız sabit (kompleks və ya həqiqi) vuruqla fərqlənən iki dalğa funksiyasının eyni bir halı təsvir etdiyini yuxarıda göstərmiş və bu xassədən dalğa funksiyasını normallaşdırmaq üçün istifadə etmişik.

(72.28) düsturu iki halın superpozisiyasını ifadə edir. Bu düsturu ümumiləşdirərək superpozisiya prinsipini aşağıdakı kimi söyləmək olar: əgər kvant mexaniki sistem  $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ , dalğa funksiyaları ilə təsvir olunan hallarda ola bilirsə və bu sistemi xarakterizə edən hər hansı  $L$  fiziki kəmiyyəti bu hallarda, uyğun olaraq,  $L_1, L_2, \dots, L_n$  qiymətlərini ala bilərsə, onda

$$\psi = \sum_{k=1}^n a_k \psi_k \quad (72.29)$$

dalğa funksiyası da həmin sistemin halını təsvir edir və bu halda  $L$  kəmiyyəti  $L_1, L_2, \dots, L_n$  qiymətlərindən birini alır. Burada  $a_k$  – ümumi halda ixtiyari kompleks ədədlərdir və  $|a_k|^2$  kəmiyyəti  $L=L_k$  olması ehtimalını təyin edir.

Superpozisiya prinsipindən görünür ki, mövcud olan kvant hallarından (72.29) düsturuna görə, çoxlu sayda üsullarla yeni hallar qurmaq olar və digər tərəfdən hər bir hala da iki və daha çox digər halların sonsuz sayda üsullarla superpozisiyasının nəticəsi kimi baxmaq olar. Hər bir halın digər halların superpozisiyasının nəticəsi kimi göstərilməsi sırf riyazi prosedura olub, fiziki şərtlərdən asılı olmayaraq həmişə mümkündür. Lakin bunun nə dərəcədə məqsədəuyğun olması və məhz necə superpozisiyadan istifadə edilməsi konkret fiziki şərtlərdən asılıdır.

$\psi$  funksiya mikrohissəciklərin özünü necə aparmasını təsvir edir.  $\psi$  funksiyaların ixtiyari xətti kombinasiyasının düzəldilməsinin mümkünlüyü isə mikrohissəciklərin dalğa xassələrinə malik olmasına uyğun gəlir. Beləliklə, superpozisiya prinsipində mikroobyektlərin klassik baxımdan tamamilə başa düşülməyən korpuskul-dalğa dualizmi öz əksini tapmış olur.

(72.29) superpozisiya prinsipinin riyazi nəticəsi olaraq belə bir tələb meydana çıxır ki, dalğa funksiyasının ödəməli olduğu tənlik xətti tənlik olmalıdır. Çünki yalnız xətti tənliklər üçün həllərin ixtiyari sabitlərə hasillərinin cəmi yenə də həmin tənliyin həlli olur. Ona görə də belə demək olar ki, (72.29) düsturunun doğru olması  $\psi$  dalğa funksiyası üçün (72.2) Şredinger tənliyinin xətti tənlik olmasının nəticəsidir. Lakin belə də demək olar: kvant mexanikasında halların superpozisiyası prinsipi doğru olduğu üçün kvant

mexanikasının əsas tənliyi olan Şredinger tənliyi xətti tənlik olur. Beləliklə, bu iki fakt bir-biri ilə sıx surətdə bağlıdır, lakin onların rolu heç də eyni deyildir: təcrübədə bilavasitə halların superpozisiyası prinsipi yoxlanır və təcrübənin nəticələrinə əsasən tənliklərin xətti olması haqqında fikir irəli sürülür.

P. Dirak özünün "Kvant mexanikasının prinsipləri" kitabında yazır: "hallar arasında superpozisiya əlaqələrinin olmasının qəbul edilməsi elə riyazi nəzəriyyəyə gətirir ki, bu nəzəriyyədə halları təyin edən tənliklər məchullara nəzərən xətti tənlik olur. Bunu nəzərdə tutaraq bir çoxları klassik mexanikada xətti tənliklərə və deməli, superpozisiya prinsipinə tabe olan rəqs edən sim və ya membran kimi sistemlərlə oxşarlıq müəyyən etməyə cəhd göstərmişlər. Məhz bu oxşarlıqlar ona gətirmişdir ki, kvant mexanikasını bəzən "dalğa mexanikası" adlandırırlar. Lakin xatırlamaq vacibdir ki, kvant mexanikasında rast gəlinən superpozisiya istənilən klassik nəzəriyyədəki superpozisiyadan əsaslı şəkildə fərqlənir... Ona görə də bu cür oxşatmalar səhvlərə gətirə bilər". Kvant mexanikasında superpozisiya prinsipinin mahiyyətini əyani şəkildə təsəvvür etmək üçün cəhd göstərdikdə o, həddən artıq qəribə və paradoksal görünür. Doğrudan da, P. Dirakın yazdığı kimi "...sözün klassik mənasında belə təsəvvür etmək olmaz ki, sistem qismən bir halda, qismən də digər halda yerləşir və bu da ona ekvivalentdir ki, sistem "bütövlükdə" müəyyən üçüncü halda yerləşir. Burada tamamilə yeni ideya daxil edilir ki, bu ideyaya alışmaq və ətraflı surətdə klassik mənzərəyə malik olmadan bu ideya əsasında sonrakı dəqiq riyazi nəzəriyyəni qurmaq lazımdır...". Kvant mexanikasının riyazi aparatının superpozisiya prinsipi tərəfindən diktə olunan xarakterik cəhətlərindən biri odur ki, kvant mexanikasında istifadə olunan tənliklər və operatorlar xətti olmalıdır.

Kvant mexanikası qanunlarına tabe olan mikrohissəciklərin hallarının xüsusiyyətlərinin zahiri paradokslardan tam azad olan izahını Nils Bor vermişdir. Bu problemlərin aydınlaşdırılmasında atom fizikasının prinsiplial məsələləri üzrə onun Albert Eynşteynlə çoxlu sayda diskussiyaları xüsusi rol oynamışdır. N. Borun konsepsiyasının əsas ideyası ondan ibarətdir ki, paradoksların yaranmaması üçün hallara özlülüyündə, müşahidə vasitələrindən ayrılıqda deyil, belə bir faktı nəzərə almaqla baxılmalıdır ki, mikroskopik obyektlərin bu halları klassik fizika qanunlarına tabe olan makroskopik cihazların məcburi iştirakı ilə öyrənilir.

Bir dənə mikrohissəciyin dalğa funksiyası ilə yanaşı hissəciklər sisteminin də dalğa funksiyası anlayışı daxil edilməlidir. Bir-biri ilə ixtiyari qanun üzrə qarşılıqlı təsirdə olan  $N$  sayda mikrohissəciklərdən ibarət olan sistemin halı bu hissəciklərin koordinatlarından və zamandan asılı olan dalğa funksiyası ilə təsvir olunur:

$$\psi(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_N, y_N, z_N; t) = \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N; t). \quad (72.30)$$

Burada  $x_k, y_k, z_k - k$ -cı hissəciyin koordinatları,  $\vec{r}_k -$  bu  $k$ -cı hissəciyin radius vektorudur.

Kvant mexanikasında bir dənə hissəciyin və hissəciklər sisteminin təsvir olunması arasında prinsipcə heç bir fərq olmadığı üçün,  $N$  sayda hissəcikdən ibarət olan sistemin (72.30) dalğa funksiyasının fiziki şərhini aşağıdakı kimi qəbul edilmişdir:  $N$  sayda hissəcikdən ibarət olan sistemin dalğa funksiyasının modulunun kvadratı ilə düz mütənasib olan

$$dW \sim |\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N; t)|^2 dV_1 dV_2 \dots dV_N \quad (72.31)$$

kəmiyyəti müəyyən  $t$  zaman anında birinci hissəciyin  $\vec{r}_1$  nöqtəsini daxilinə alan  $dV_1$  həcm



elementində, ikinci hissəciyin  $\vec{r}_2$  nöqtəsini daxilinə alan  $dV_2$  həcm elementində və s. olması ehtimalını verir. Buradan aydın olur ki, (72.31) kəmiyyətinin bütün fəza üzrə inteqralı 1-ə bərabər olmalıdır, yəni hissəciklər sisteminin (72.30) dalğa funksiyası normallıq şərtini ödəməlidir:

$$\int |\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N)|^2 dV_1 dV_2 \dots dV_N = 1. \quad (72.32)$$

Aydındır ki, (72.32) ifadəsində  $3N$ -qat inteqrallama aparılır.

Fərz edək ki, baxılan kvant mexaniki sistem bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olmayan iki hissədən ibarətdir və bu hissələr, uyğun olaraq,  $\psi_1(q_1)$  və  $\psi_2(q_2)$  dalğa funksiyaları ilə təsvir olunur. Birinci hissənin  $dV_1$  həcm elementində, ikinci hissənin isə  $dV_2$  həcm elementində olması ehtimalı

$$dW_1 = |\psi_1(q_1)|^2 dV_1, \quad (72.33)$$

$$dW_2 = |\psi_2(q_2)|^2 dV_2 \quad (72.34)$$

düsturları ilə təyin olunur və bu hadisələr bir-birindən asılı deyildir. Onda ehtimal nəzəriyyəsinə görə asılı olmayan hadisələrin tam ehtimalı ayrı-ayrı hadisələrin ehtimalları hasilinə bərabər olduğundan

$$dW = dW_1 \cdot dW_2 = |\psi_1(q_1)|^2 |\psi_2(q_2)|^2 dV_1 dV_2 \quad (72.35)$$

yaza bilərik. Digər tərəfdən

$$dW = |\psi(q_1, q_2)|^2 dV \quad (72.36)$$

olduğuna görə deyə bilərik ki, baxılan sistemin tam dalğa funksiyası onun ayrı-ayrı hissələrinin dalğa funksiyalarının hasilinə bərabər olmalıdır:

$$\psi(q_1, q_2) = \psi_1(q_1) \cdot \psi_2(q_2) \quad (72.37)$$

Beləliklə, əgər kvant mexaniki sistem bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olmayan  $N$  sayda hissədən ibarətdirsə, belə sistemin dalğa funksiyası ayrı-ayrı hissələrin  $\psi_i(q_i)$  dalğa funksiyalarının hasilini kimi götürülməlidir:

$$\psi(q_1, q_2, \dots, q_N; t) = \psi_1(q_1, t) \cdot \psi_2(q_2, t) \cdot \dots \quad (72.38)$$

### Ə73. Xətti və özünəqoşma (ermit) operatorlar

Məlumdur ki, hər bir fiziki nəzəriyyə riyaziyyatın müəyyən bölmələri əsasında qurulur. Məsələn, klassik mexanikanın qanunlarını təsvir etmək üçün Nyuton yeni riyazi aparatdan, yəni diferensial hesabından istifadə etmişdir. Kvant mexanikasının sistematik qurulması və inkişaf etdirilməsi üçün isə operator adlanan riyazi vasitələrdən istifadə edilmişdir. Ona görə də belə demək olar ki, kvant mexanikasının riyazi aparatı operator hesabına əsaslanır. Kvant mexanikasının indiki şəkildə sistemli surətdə şərh edilməsi üçün operator metodundan istifadə olunması tarixən məqsəduyğun sayılmışdır. Kvant mexanikasının əsas tənliyi olan Şredinger tənliyini qurarkən mikrohissəciklərin hərəkəti zamanı özünü bürüzə verən dalğa xassələrini əsas götürərək, kvant mexanikasını dalğa

mexanikası kimi şərh etmək olar. Lakin kvant mexanikasını hərəkəti makroskopik cisimlərin hərəkət qanunlarından əsaslı şəkildə fərqlənən özünə məxsus qanunlara tabe olan mikrohissəciklər mexanikası kimi də başa düşmək olar. Bu vəziyyətlərin hər ikisini nəzərə alaraq kvant mexanikası elə qurulmalıdır ki, bir tərəfdən o, klassik korpuskulyar mexanikanın məntiqi sxeminə mümkün qədər yaxın olsun və digər tərəfdən isə mikrohissəciklərin təbiətinin özünə məxsusluğunu nəzərə ala bilsin. Ona görə də kvant mexanikasında digər riyazi təbiətə malik olan "kəmiyyətlərdən", yəni operatorlardan istifadə edilir.

Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, kvant mexanikasının riyazi aparatında operator anlayışı böyük əhəmiyyət kəsb edir. Klassik mexanikada hər bir fiziki kəmiyyət fəzanın müəyyən nöqtəsində müəyyən zaman anında öz ədədi qiyməti ilə xarakterizə olunur. Məsələn, hissəciyin sürəti hər bir zaman anında tamamilə müəyyən  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$  ədədləri ilə, yəni sürətin koordinat oxları üzrə proyeksiyaları ilə xarakterizə olunur. Başqa sözlə desək, klassik mexanikada fiziki kəmiyyətlər koordinatların və zamanın funksiyaları ilə təsvir olunurlar. Ümumi halda, funksiya dedikdə, bir ədədə və ya ədədlər çoxluğuna digər ədədin və ya ədədlər çoxluğunun uyğun tutulması qaydası başa düşülür. Klassik mexanikanın vəzifəsi müxtəlif kəmiyyətlər arasında funksional asılılıqları axtarıb tapmaqdan ibarətdir.

Kvant mexanikasında fiziki kəmiyyətlər, ümumiyyətlə desək, müəyyən ədədi qiymətlərlə xarakterizə oluna bilməz. Məsələn, hissəciyin yerini xarakterizə edən kəmiyyətə baxaq. Klassik mexanikada hissəciyin hər bir zaman anında vəziyyəti onun koordinatları olan üç ədədlə xarakterizə olunur. Klassik mexanikanın vəzifəsi isə hissəciyin bu koordinatlarını zamanın funksiyası kimi ifadə etməkdən ibarətdir. Kvant mexanikasında isə məsələ başqa cürdür. Əvvəlki paraqraflarda qeyd edildiyi kimi, kvant mexanikasında hissəciyin yalnız fəzanın bu və ya digər oblastında yerləşməsi ehtimalı haqqında danışmaq olar. Bu ehtimal isə dalğa funksiyası vasitəsilə hesablanır. Lakin dalğa funksiyası hissəciyin koordinatına zamanın funksiyası kimi hesablamağa imkan vermir. Kvant mexanikası bu və ya digər koordinatın yalnız ehtimalını və onun orta qiymətini hesablamağa imkan verir. Məsələn, tamamilə bir-birinin eyni olan və bir-birindən asılı olmayan çox böyük miqdarda fiziki sistemlər varsa və onlar eyni bir dalğa funksiyası ilə təsvir olunursa, onda hər hansı bir fiziki kəmiyyətin ədədi qiymətlərini ölçərək, hər bir ölçmədə bu kəmiyyətin, ümumiyyətlə desək, müxtəlif ədədi qiymətlərini almış olur. Kvant mexanikası ölçülən kəmiyyətin bu və ya digər ədədi qiyməti alması ehtimalını qabaqcadan təyin etməyə imkan verir. Bununla əlaqədar olaraq kvant mexanikasında hər bir fiziki kəmiyyət özünün ədədi qiyməti ilə deyil, bu fiziki kəmiyyəti təsvir edən operator ilə xarakterizə olunur. Verilmiş konkret şəraitdə fiziki kəmiyyətin ədədi qiyməti, ümumiyyətlə desək, qeyri-müəyyən olur, lakin həmin fiziki kəmiyyəti təsvir edən operator isə tamamilə müəyyəndir.

Qeyd etdiyimiz kimi, funksiyalar ədədlər arasında əlaqəni müəyyən edir. Operatorlar isə funksiyalar arasında əlaqə yaradır. Operator dedikdə, müəyyən çoxluqdan olan hər bir funksiyaya həmin çoxluqdan və ya digər başqa çoxluqdan olan funksiyanın uyğun tutulması qaydası başa düşülür. Biz operatoru hərfin üstündə "^" işarəsi yazmaqla göstərəcəyik (məsələn,  $\hat{A}$ ,  $\hat{L}$ ,  $\hat{M}$  və s.). Əgər  $\hat{A}$  operatoru  $\psi$  funksiyasına  $\varphi$  funksiyasının uyğun tutulması qaydasını müəyyən edərsə, onda riyazi olaraq bu, aşağıdakı kimi yazılır:

$$\hat{A}\psi = \varphi. \quad (73.1)$$

(73.1) ifadəsi belə oxunmalıdır:  $\hat{A}$  operatorunun  $\psi$  funksiyasına təsiri nəticəsində  $\varphi$  funksiyası alınmışdır. Məsələn, əgər  $\hat{A}$  operatoru diferensiallamayı göstərsə, yəni  $\hat{A} = \frac{d}{dx}$  olarsa, (73.1) ifadəsində  $\varphi$  funksiyası  $\psi$  funksiyasının törəməsinə bərabər olur:

$\hat{A}\psi \rightarrow \frac{d\psi}{dx} = \psi' = \varphi$ . Əgər  $\psi = \sin x$  olarsa,  $\hat{A} \sin x = \frac{d}{dx} \sin x = \cos x$  alırıq və s. Operator müəyyən funksiyalar sinfi üzrə təyin olunur. Müəyyən şərtlərə tabe olan funksiyalar çoxluğu funksiyalar sinfi adlanır. Belə ki, məsələn,  $\hat{A} = \frac{d}{dx}$  operatoru diferensiallana bilən funksiyalar sinfi üzrə təyin olunmuşdur. Operatorun təsir edə bildiyi funksiyalar çoxluğu bu operatorun təyin oblastı adlanır.

Operatorlar üzərində toplama, çıxma və vurma əməliyyatları aparmaq olar. Belə ki, əgər ixtiyari  $\varphi$  funksiyası üçün

$$\hat{C}\varphi = \hat{A}\varphi + \hat{B}\varphi; \hat{C}_1\varphi = \hat{A}_1\varphi - \hat{B}_1\varphi; \hat{C}_2\varphi = \hat{A}_2(\hat{B}_2\varphi) \quad (73.2)$$

bərabərlikləri ödənərsə,  $\hat{C}$ ,  $\hat{C}_1$  və  $\hat{C}_2$  operatorları, uyğun olaraq,  $\hat{A}$  və  $\hat{B}$  operatorlarının cəmi,  $\hat{A}_1$  və  $\hat{B}_1$  operatorlarının fərqi,  $\hat{A}_2$  və  $\hat{B}_2$  operatorlarının hasili adlanır və bu, aşağıdakı kimi yazılır:

$$\hat{C} = \hat{A} + \hat{B}; \hat{C}_1 = \hat{A}_1 - \hat{B}_1; \hat{C}_2 = \hat{A}_2\hat{B}_2. \quad (73.3)$$

Operatorların cəminin və fərqlinin cəbri xassələri ədədlərin cəminin və fərqlinin cəbri xassələri ilə tam eynidir, yəni toplananları qruplaşdırmaq, onların yerini dəyişmək və s. olar. Lakin operatorların hasilinin cəbri xassələri ədədlərin hasilinin xassələrindən kəskin şəkildə fərqlənir: operatorların hasilinin nəticəsi bu hasildə vuruqların yerləşməsi ardıcılığından ümumiyyətlə asılıdır, yəni ümumiyyətlə

$$\hat{A}\hat{B} \neq \hat{B}\hat{A}, \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \neq 0 \quad (73.4)$$

olur. Məhz buna görə də  $(\hat{A}\hat{B})\psi$  ifadəsində əvvəlcə  $\hat{B}$  operatorunun  $\psi$  funksiyasına təsiri tapılmalı və alınan nəticəyə  $\hat{A}$  operatoru təsir etməlidir. (73.4) ifadəsi göstərir ki, ədədlərin hasilindən fərqli olaraq operatorların hasili ümumiyyətlə kommutativlik xassəsini ödəmir. Aşağıdakı misala baxaq. Fərz edək ki,  $\hat{A}$  operatoru  $x$  koordinatına vurma,  $\hat{B}$  operatoru isə  $x$  üzrə diferensiallamayı göstərir:  $\hat{A} = x$ ,  $\hat{B} = \frac{d}{dx}$ . Onda tapırıq ki,

$$\hat{A}\hat{B}\varphi = x \frac{d\varphi}{dx},$$

$$\hat{B}\hat{A}\varphi = \frac{d}{dx}(x\varphi) = \varphi + x \frac{d\varphi}{dx} = \left(1 + x \frac{d}{dx}\right)\varphi.$$

Buradan görünür ki,  $\hat{A}\hat{B} = x \frac{d}{dx}$ ,  $\hat{B}\hat{A} = \left(1 + x \frac{d}{dx}\right)$  və  $\hat{A}\hat{B} \neq \hat{B}\hat{A}$ .

Əgər  $\hat{A}$  və  $\hat{B}$  operatorları üçün

$$\hat{A}\hat{B} = \hat{B}\hat{A}, \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = 0 \quad (73.5)$$

şərti ödənilirsə, yəni bu operatorların hasilinin nəticəsi bu hasildə vuruqların yerləşməsi ardıcılığından asılı deyildirsə, həmin operatorlara bir-biri ilə kommutativ olan operatorlar deyilir.  $\hat{A}$  və  $\hat{B}$  operatorları üçün

$$\hat{A}\hat{B} = -\hat{B}\hat{A}, \hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = 0 \quad (73.6)$$

şərti ödənilirsə, bu operatorlara bir-biri ilə antikommütativ olan operatorlar deyilir. Qeyd edək ki,  $\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$  operatoru  $\hat{A}$  və  $\hat{B}$  operatorlarının kommutatoru,  $\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A}$  isə  $\hat{A}$  və  $\hat{B}$  operatorlarının antikommütatoru adlanır və aşağıdakı kimi işarə olunur:

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}, \quad (73.7)$$

$$[\hat{A}, \hat{B}]_{\mp} = \hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A}. \quad (73.8)$$

Yuxarıda gördük ki,  $x$  koordinatına vurma operatoru ilə  $\frac{d}{dx}$  diferensiallama operatoru bir-biri ilə kommutativ deyildir. Bir-biri ilə kommutativ olan operatorlara misal olaraq  $x$  və  $y$  koordinatlarına vurma operatorlarını,  $\frac{\partial}{\partial x}$  və  $\frac{\partial}{\partial y}$  operatorlarını və s. göstərmək olar.

Doğrudan da

$$(xy)\varphi(x,y) = xy\varphi(x,y),$$

$$(yx)\varphi(x,y) = yx\varphi(x,y) = xy\varphi(x,y),$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y}\right)\varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y},$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x}\right)\varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}$$

ifadələrindən görünür ki,  $xy=yx$ ,  $\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x}$  şərti ödənilir.

Eyni bir  $\hat{A}$  operatorunun təsirinin  $n$  dəfə ardıcıl təkrarlanması  $\hat{A}^n$  kimi göstərilir:

$$\hat{A}^2\varphi = \hat{A}(\hat{A}\varphi), \hat{A}^3\varphi = \hat{A}[\hat{A}(\hat{A}\varphi)], \dots$$

Məsələn,

$$\left(\frac{d}{dx}\right)^2 \varphi = \frac{d}{dx} \left(\frac{d\varphi}{dx}\right) = \frac{d^2\varphi}{dx^2}.$$

Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, ədədlər üçün doğru olan  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  ifadəsi operatorlar üçün, ümumiyyətlə desək, ödənmir. Məsələn,

$$\left(\frac{d}{dx} + x\right)^2 \neq \left(\frac{d}{dx}\right)^2 + 2x \frac{d}{dx} + x^2.$$

Doğrudan da

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{d}{dx} + x\right)^2 \varphi &= \left(\frac{d}{dx} + x\right) \left(\frac{d\varphi}{dx} + x\varphi\right) = \\
 &= \frac{d}{dx} \left(\frac{d\varphi}{dx} + x\varphi\right) + x \left(\frac{d\varphi}{dx} + x\varphi\right) = \\
 &= \frac{d^2\varphi}{dx^2} + \varphi + x \frac{d\varphi}{dx} + x \frac{d\varphi}{dx} + x^2\varphi = \\
 &= \left(\frac{d^2}{dx^2} + 2x \frac{d}{dx} + x^2 + 1\right) \varphi.
 \end{aligned}$$

Lakin xüsusi halda

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\right)^2 \varphi(x, y) = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}$$

şərti ödənilir. Beləliklə, həmişə

$$(\hat{A} + \hat{B})^2 = (\hat{A} + \hat{B})(\hat{A} + \hat{B}) = \hat{A}^2 + \hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} + \hat{B}^2$$

ifadəsini yazmaq olar. Əgər xüsusi halda,  $\hat{A}$  və  $\hat{B}$  operatorları kommutativdirsə, yəni yalnız  $\hat{A}\hat{B} = \hat{B}\hat{A}$  şərti ödəndikdə

$$(\hat{A} + \hat{B})^2 = \hat{A}^2 + 2\hat{A}\hat{B} + \hat{B}^2$$

olur.

$\hat{A}$  operatorunun ixtiyari  $c$  sabitinə hasilindən alınan  $c\hat{A}$  operatoru,  $\hat{A}$  operatorunun  $\varphi$  funksiyasına təsirindən alınan nəticənin  $c$  sabitinə vurulmasını göstərir:

$$(c\hat{A})\varphi = c(\hat{A}\varphi). \quad (73.9)$$

Müəyyən funksiyalara qarşı digər funksiyaların uyğun tutulması qaydaları müxtəlif cür ola bilər, yəni operatorlar ən müxtəlif xassələrə malik ola bilər. Halların superpozisiyası prinsipinin ödənməsi üçün kvant mexanikasında yalnız xətti operatorlardan istifadə edilir. Baxılan sinifdən olan ixtiyari iki  $\varphi_1$  və  $\varphi_2$  funksiyaları və ixtiyari iki  $c_1$  və  $c_2$  sabitləri üçün

$$\hat{L}(c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2) = c_1\hat{L}\varphi_1 + c_2\hat{L}\varphi_2 \quad (73.10)$$

bərabərliyi ödənilirsə,  $\hat{L}$  operatoruna xətti operator deyilir. Məsələn,  $\hat{L} = \frac{\partial}{\partial x}$  operatoru

xətti operatorudur,  $\hat{L} = \sqrt{\quad}$  operatoru isə xətti operator deyildir:

$$\frac{\partial}{\partial x}(c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2) = c_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + c_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x},$$

$$\sqrt{c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2} \neq c_1\sqrt{\varphi_1} + c_2\sqrt{\varphi_2}$$

Operatorun xətti olmasını riyazi şəkildə ifadə edən (73.10) şərtini ümumi şəkildə

aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\hat{L} \sum_{k=1}^n c_k \psi_k = \sum_{k=1}^n c_k \hat{L} \psi_k . \quad (73.11)$$

Kvant mexanikasında ixtiyari xətti operatorlardan deyil, yalnız xətti özünəqoşma və ya xətti ermit operatorlardan istifadə edilir. Buna səbəb odur ki, özünəqoşma (ermit) operatorun məxsusi qiymətləri həqiqi ədədlərdir. Əgər ixtiyari iki  $\psi$  və  $\varphi$  funksiyaları üçün

$$\int \psi^* \hat{L} \varphi d\tau = \int \varphi \hat{L}^* \psi^* d\tau = \int \varphi (\hat{L} \psi)^* d\tau \quad (73.12)$$

şərti ödənilsə  $\hat{L}$  operatoruna özünəqoşma (ermit) operator deyilir. Burada inteqrallama bir-birindən xətti olmayan dəyişənlərin bütün dəyişmə oblastı üzrə aparılır və bu dəyişənlərin diferensiallarının toplusu  $d\tau$  ilə işarə edilmişdir. Xüsusi halda, xətti asılı olmayan dəyişənlər  $x, y, z$  dekart koordinatlarıdırsa, onda (73.12)-də  $d\tau = dx dy dz$  götürülməli, inteqrallama hər bir dəyişən üzrə  $-\infty$ -dan  $+\infty$ -a kimi aparılmalı və tələb olunmalıdır ki,  $\psi$  və  $\varphi$  funksiyasının modullarının kvadratı inteqrallana biləndir, yəni bu funksiyalar sürətlə azalaraq, inteqrallama sərhədlərində sıfıra bərabər olur.

Qeyd edək ki, özünəqoşma operator qoşma operatorun xüsusi halıdır. Belə ki, ixtiyari iki  $\psi$  və  $\varphi$  funksiyaları üçün

$$\int \psi^* \hat{L} \varphi d\tau = \int \varphi (\hat{L}^+ \psi)^* d\tau \quad (73.13)$$

şərti ödənilsə,  $\hat{L}^+$  operatoru  $\hat{L}$  operatoruna qoşma operator adlanır. Əgər operator, ona qoşma olan operatora bərabərdirsə, yəni  $\hat{L} = \hat{L}^+$  şərti ödənilsə, onda bu operator özünəqoşma və ya, görkəmli fransız riyaziyyatçısı Şarl Ermitin şərəfinə, ermit operator adlanır. Aşağıda qoşma operatora aid misal veriləcəkdir.

Operatorların ermitlik xassəsi ilə əlaqədar bəzi misallara baxaq.

1. Asılı olmayan  $x$  dəyişəninə vurma operatoru:  $\hat{L} = x \cdot x$  həqiqi-qi ədəd olduğundan onun kompleks qoşması özünə bərabərdir:  $x^* = x$ . Deməli,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* x \varphi dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi x \psi^* dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi (x \psi)^* dx$$

yazmaq olar. Göründüyü kimi, (73.12) şərti ödənilir və "asılı olmayan dəyişən" operatoru özünəqoşmadır.

2.  $\hat{L} = \frac{\partial}{\partial x}$  operatoru. Bu operatorda xəyali hissə olmadığından  $\hat{L}^* = \hat{L} = \frac{\partial}{\partial x}$  yaza bilərik. Onda

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \hat{L} \varphi dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx \quad (73.14)$$

inteqralında  $v = \psi^*$ ,  $du = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx$  işarə edərək riyaziyyatdan məlum olan

$$\int_a^b v du = u \cdot v \Big|_a^b - \int_a^b u dv \quad (73.15)$$

hissə-hissə inteqrallama düsturunu tətbiq etməklə ( $dv = \frac{\partial \psi^*}{\partial x} dx$ ,  $u = \varphi$ ) tapırıq ki,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx = \varphi \psi^* \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} dx. \quad (73.16)$$

$\psi$  və  $\varphi$  funksiyalarının modullarının kvadratı inteqrallana biləndirsə, inteqrallama sərhədlərində həmin funksiyalar sıfıra bərabər olmalıdır. Ona görə də (73.16)-da sağ tərəfdə birinci hədd sıfıra bərabər olur. Onda

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx = - \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} dx \quad (73.17)$$

alırıq. Deməli,  $\hat{L} = \frac{\partial}{\partial x}$  operatoru üçün (73.12) şərti ödənmir, yəni bu operator özünəqoşma (ermit) deyildir.  $\hat{L}^* = \hat{L} = \frac{\partial}{\partial x}$  olduğundan, (73.17) düsturunu aşağıdakı kimi yazı bilərik:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi \left( - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^* dx. \quad (73.18)$$

(73.18) və (73.13) ifadələrini müqayisə edərək və yuxarıda qeyd olunanları nəzərə alaraq deyə bilərik ki,  $\hat{L} = \frac{\partial}{\partial x}$  və  $\hat{L}^+ = - \frac{\partial}{\partial x}$  operatorları bir-birinə qoşmadır, lakin onlar özünəqoşma (ermit) operatorlar deyildir.

3.  $\hat{L} = i \frac{\partial}{\partial x}$  operatoru. Burada  $i$  xəyali vahiddir:  $i = \sqrt{-1}$ .

Göstərmək olar ki, ermit olmayan  $\frac{\partial}{\partial x}$  operatorunu  $i$ -yə vurmaqla alınan  $i \frac{\partial}{\partial x}$  operatoru ermit olur. Doğrudan da,  $\hat{L} = i \frac{\partial}{\partial x}$  və  $\hat{L}^* = -i \frac{\partial}{\partial x}$  olduğunu nəzərə alaraq 2-ci misaldakı qayda üzrə göstərmək olar ki,

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \hat{L} \varphi dx &= i \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx = i \varphi \psi^* \Big|_{-\infty}^{+\infty} - i \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} dx = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi \left( -i \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi^* dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi \left( i \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^* dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi (\hat{L} \psi)^* dx \end{aligned} \quad (73.19)$$

(73.19) və (73.12) ifadələrinin müqayisəsi göstərir ki,  $\hat{L} = i \frac{\partial}{\partial x}$  operatoru ermitlik şərtini ödəyir, yəni bu operator özünəqoşmadır (ermitdir). Eyni qayda ilə  $\hat{L} = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x} = -i \frac{\partial}{\partial x}$

operatorunun da özünəqoşma olduğunu göstərmək olar.

4.  $\hat{L} = -\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  operatoru. Burada  $L^* = \hat{L} = -\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  olur.  $\psi$  və  $\varphi$  funksiyalarının özlərinin və birinci tərtib törəmələrinin kəsilməz və inteqrallama sərhədlərində onların sıfıra bərabər olduğunu nəzərə almaqla hissə-hissə inteqrallama üçün (73.15) düsturunu iki dəfə tətbiq edərək tapırıq ki,

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \hat{L} \varphi dx &= - \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} dx = - \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) dx = \\ &= - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \psi^* \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \psi^*}{\partial x} dx = \varphi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \\ &- \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^2} dx = - \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^2} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi (\hat{L} \psi)^* dx. \end{aligned} \quad (73.20)$$

(73.20)-ni (73.12) ilə müqayisə edərək görürük ki,  $\hat{L} = -\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  operatoru özünəqoşma operatorudur.

Göstərmək olar ki,  $\hat{F}$  və  $\hat{G}$  özünəqoşma operatorlarsa, onların cəminə bərabər olan  $\hat{L} = \hat{F} \pm \hat{G}$  operatoru da özünəqoşmadır. Doğrudan da,

$$\begin{aligned} \int \psi^* \hat{L} \varphi d\tau &= \int \psi^* (\hat{F} \pm \hat{G}) \varphi d\tau = \int \psi^* \hat{F} \varphi d\tau \pm \\ &\pm \int \psi^* \hat{G} \varphi d\tau = \int \varphi \hat{F}^* \psi^* d\tau \pm \int \varphi \hat{G}^* \psi^* d\tau = \\ &= \int \varphi (\hat{F}^* \pm \hat{G}^*) \psi^* d\tau = \int \varphi (\hat{F} \pm \hat{G})^* \psi^* d\tau = \int \varphi (\hat{L} \psi)^* d\tau \end{aligned} \quad (73.21)$$

yaza bilərik. Buradan dərhal belə nəticə çıxarmaq olar ki,

$$\hat{L} = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Laplas operatoru və ona görə də (71.26) düsturu ilə təyin olunan Hamilton operatoru da özünəqoşma operatorlardır.

Diqqət etsək görərik ki,  $\hat{L} = -\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  ermit operatoru özünəqoşma və eyni zamanda bir-biri ilə kommutativ olan iki dənə  $i \frac{\partial}{\partial x}$  kimi iki operatorun hasilinə bərabərdir. Göstərmək olar ki, bir-biri ilə kommutativ olan iki dənə  $\hat{F}$  və  $\hat{G}$  özünəqoşma operatorun  $\hat{F}\hat{G}$  hasilində özünəqoşma operatorudur. Doğrudan da,  $\hat{F}$  və  $\hat{G}$  operatorlarının hər birinin özünəqoşma olduğunu və  $\hat{F}\hat{G} = \hat{G}\hat{F}$  kommutativlik şərtini nəzərə alsaq



$$\begin{aligned}
\int \psi^* (\hat{F}\hat{G}) \varphi d\tau &= \int \psi^* \hat{F} (\hat{G}\varphi) d\tau = \int \hat{G}\varphi (\hat{F}^* \psi^*) d\tau = \\
&= \int (\hat{F}\psi)^* \cdot \hat{G}\varphi d\tau = \int \varphi \hat{G}^* (\hat{F}\psi)^* d\tau = \\
&= \int \varphi (\hat{G}^* \hat{F}^*) \psi^* d\tau = \int \varphi (\hat{F}\hat{G})^* \psi^* d\tau.
\end{aligned} \tag{73.22}$$

olur ki, bu da (73.12) özünəqoşmalılıq şərtinə uyğundur.

Bəzi hallarda  $\hat{L}$  operatorunun müəyyən sinifdən olan  $\psi$  funksiyasına təsiri nəticəsində həmin  $\psi$  funksiyasının müəyyən  $\lambda$  sabit ədədinə hasili alınır, yəni

$$\hat{L}\psi = \lambda\psi \tag{73.23}$$

şərti ödənilir. Məsələn,  $\hat{L} = -\frac{d^2}{dx^2}$ ,  $\psi = \cos 4x$  olsa,

$$\hat{L}\psi = -\frac{d^2}{dx^2} \cos 4x = 16 \cos 4x = 16\psi \tag{73.24}$$

alınır.

Baxılan funksiyalar sinfinin (73.23) şərtini ödəyən nümayəndələri  $\hat{L}$  operatorunun xarakteristik və ya məxsusi funksiyaları, mümkün olan müxtəlif  $\lambda$  ədədləri isə bu operatorun xarakteristik ədədləri və ya məxsusi qiymətləri adlanır. (73.23) ifadəsini belə oxumaq olar:  $\psi$  funksiyası  $\hat{L}$  operatorunun  $\lambda$  məxsusi qiymətinə mənsub olan məxsusi funksiyasıdır.

Belə bir misala baxaq. Fərz edək ki, bizim baxdığımız funksiyalar sinfi  $x$ -dən asılı olan elə funksiyalar çoxluğundan ibarətdir ki, bu funksiyalar  $-\pi \leq x \leq \pi$  intervalında sonlu,

kəsilməz və birqiymətlidir və baxılan operator  $\hat{L} = \frac{d}{dx}$  kimidir. Onda

$$\frac{d}{dx} e^{kx} = k e^{kx}$$

şərti ödəndiyindən biz deyə bilərik ki,  $\hat{L} = \frac{d}{dx}$  operatorunun məxsusi funksiyası

$\psi(x) = k e^{kx}$  kimidir və həqiqi və ya kompleks olan ixtiyari  $k$  ədədi məxsusi qiymətdir. Qeyd edək ki, funksiyalar sinfinin seçilməsi mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Belə ki, əgər biz indicə baxdığımız misalda belə bir şərt əlavə etsək ki,  $x = \pi$  və  $x = -\pi$  olduqda funksiya eyni qiymət alsın, onda baxılan funksiyalar sinfi məhdudlaşır. Çünki bu halda  $e^{imx}$

formasında olan funksiyalardan yalnız elələri  $\frac{d}{dx}$  operatorunun məxsusi funksiyası

olacaq ki, bu funksiyaların ifadəsində  $m$  – həqiqi tam ədəd olsun və onda operatorun məxsusi qiymətləri heç də ixtiyari həqiqi və ya kompleks ədədlər deyil, yalnız  $im$  ədədləri (xəyali vahidin tam mislləri) olacaqdır.

Kvant mexanikasında istifadə olunan operatorların məxsusi funksiyaları həmişə elə funksiyalar sinfindən seçilir ki, bu sinfə mənsub olan  $\psi(q)$  funksiyaları asılı olmayan dəyişənlərin bütün dəyişmə oblastında təyin olunsun və onlar sonlu, birqiymətli və kəsilməz (funksiyanın sonsuz ola bildiyi sonlu sayda nöqtələr istisna edilməklə) olsun.

Əgər asılı olmayan dəyişənlər  $x, y, z$  dekart koordinatlarıdırsa, onda  $\psi$  funksiyası hər bir koordinat üçün  $(-\infty, +\infty)$  intervalında təyin olunmalıdır. Əgər asılı olmayan dəyişənlər  $r, \theta, \varphi$  sferik koordinatlarıdırsa, onda  $\psi$  funksiyası dəyişənlərin  $0 \leq r < \infty$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$  və  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  intervalında təyin olunur. Asılı olmayan dəyişənlərin bütün dəyişmə oblastında funksiyanın sonlu, birqiymətli və kəsilməz olması şərtləri adətən standart şərtlər adlanır. Asılı olmayan dəyişənlər  $\theta$  və  $\varphi$  sferik bucaqları olduqda funksiyanın birqiymətli olması şərti xüsusilə əhəmiyyətli rol oynayır. Nəhayət, kvant mexanikasında istifadə olunan operatorların məxsusi funksiyaları üzərinə belə bir şərt də qoyulur ki, bu funksiyalar kvadratik inteqrallanan olmalıdır, yəni həqiqi funksiyanın özünün və ya kompleks funksiyanın modulunun kvadratının asılı olmayan dəyişənlərin bütün dəyişmə oblasti üzrə inteqralı sonlu olmalıdır. Standart şərtləri ödəyən və kvadratik inteqrallana bilən funksiyalar sinfini adətən  $Q$  funksiyalar sinfi adlandırırırlar. Kvant mexanikasında məhz  $Q$  funksiyalar sinfinə mənsub olan funksiyalardan istifadə olunur.

Əgər  $\hat{L}$  operatoru məlumdursa, (73.23)  $\psi$  funksiyasını tapmaq üçün tənlik olur. Aydınır ki,  $\psi=0$  həlli  $\lambda$ -nın istənilən qiymətində bu tənliyi ödəyir və ona görə də  $\psi=0$  həmin tənliyin trivial həlli adlanır.

Adətən operatorun məxsusi qiymətini bu operatorun işarə olunduğu hərflə işarə edirlər. Məsələn,  $\hat{L}\psi = L\psi$ .

Əgər (73.23) şərti ödənirsə və  $\psi$  funksiyası standart şərtlərə tabe olub, kvadratik inteqrallanan deyilsə, onda  $\psi$  funksiyası  $\hat{L}$  operatorunun ümumiləşmiş məxsusi funksiyası,  $\lambda$  isə bu operatorun kəsilməz (bütöv) spektrinin nöqtəsi adlanır. (73.24)

ifadəsində  $\cos 4x$  funksiyası  $-\frac{d^2}{dx^2}$  operatorunun ümumiləşmiş məxsusi funksiyası, 16 ədədi isə bu operatorun kəsilməz spektrinin həmin ümumiləşmiş məxsusi funksiyaya uyğun nöqtəsidir.

Operatorun bütün məxsusi qiymətlərinin və kəsilməz spektrinin bütün nöqtələrinin yığılmasına bu operatorun spektri deyilir. Lakin fiziki məsələlərin həlli zamanı məxsusi qiymətləri və kəsilməz spektrin nöqtələrini adətən fərqləndirmirlər və bu iki halı birləşdirərək "operatorun məxsusi funksiyaları və məxsusi qiymətləri" deyirlər. Operatorun spektri diskret, kəsilməz və ya qismən diskret və qismən kəsilməz ola bilər. Məsələn, gələcəkdə görəcəyik ki, impuls operatorunun spektri kəsilməz, enerji operatorunun spektri isə diskret və ya kəsilməz ola bilər. Əgər  $\hat{L}$  operatorunun müəyyən  $L_n$  məxsusi qiymətinə bir-birindən xətti asılı olmayan  $f$  sayda müxtəlif  $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_f$  məxsusi funksiyaları uyğun gəlsə, deyirlər ki, operatorun bu məxsusi qiyməti  $f$  qat cırılmışdır. Bu funksiyaların  $f$  sayına həmin məxsusi qiymətin cırılma tərtibi deyilir.

Qeyd etmək vacibdir ki, (73.23) şərti ödənirsə, lakin  $\psi$  funksiyası standart şərtlərə tabe olmur, onda bu funksiya hətta ümumiləşmiş məxsusi funksiya da olmur və  $\lambda$  ədədi də  $\hat{L}$  operatorunun spektrinə mənsub olmur. Məsələn,

$$-\frac{d^2}{dx^2} \operatorname{ch} 4x = -16 \operatorname{ch} 4x$$

bərabərliyinin ödənməsinə baxmayaraq,  $\operatorname{ch} 4x$  hiperbolik kosinus funksiyası  $-\frac{d^2}{dx^2}$  operatorunun məxsusi funksiyası deyildir. Doğrudan da,

$$ch4x = \frac{1}{2}(e^{4x} + e^{-4x})$$

ifadəsindən görünür ki,  $x \rightarrow \infty$  olduqda  $ch4x \rightarrow \infty$  olur, yəni bu funksiya sonlu (məhdud) olmaq şərtini ödəmir.

Verilmiş  $\hat{L}$  operatorunun spektrinin tapılması məsələsi kvant mexanikasında fundamental rol oynayır. Bu məsələnin həlli (73.23) tənliyini və standart şərtləri ödəyən  $\psi$  funksiyasının tapılmasına gətirilir. Bizi maraqlandıran bir çox hallarda olduğu kimi, əgər  $\hat{L}$  operatoru diferensiallama operatorudursa ( $\hat{L} = \frac{d}{dx}, \frac{d^2}{dx^2}$  və s.), onda məsələ diferensial tənliyin inteqrallanmasına və onun həlləri arasından standart şərtləri ödəyən həllərin seçilməsinə gətirilir. Riyaziyyatdan məlum olduğu kimi, xətti diferensial tənliklərin xüsusiyyəti elədir ki, əksər hallarda bu tənliklərin həlləri,  $\lambda$  parametrinin yalnız diskret ədədlər çoxluğu əmələ gətirən müəyyən seçilmiş qiymətlərində alınır. Belə halda spektr yalnız məxsusi qiymətlərdən ibarət olur və diskret spektr adlanır. Bununla yanaşı elə hallar da olur ki, tələb olunan xassələrə malik olan həllər  $\lambda$ -nın kəsilməz dəyişən qiymətlərində alınır və bu halda spektr kəsilməz (bütöv) olur.

Kvant mexanikasında istifadə olunan operatorların, yəni xətti və özünəqoşma operatorların məxsusi funksiyalarının və məxsusi qiymətlərinin aşağıdakı əsas xassələri vardır.

1. Özünəqoşma operatorların məxsusi qiymətləri həqiqi ədədlərdir.

Bu xassənin isbatı bilavasitə (73.12) ermitlik şərtindən görünür. Fərz edək ki,  $\psi$  funksiyası  $\hat{L}$  özünəqoşma operatorunun  $L$  məxsusi qiymətinə mənsub olan məxsusi funksiyasıdır:

$$\hat{L}\psi = L\psi . \quad (73.25)$$

Buradan

$$\hat{L}^*\psi^* = L^*\psi^* \quad (73.26)$$

ifadəsini də yazmaq olar. (73.12) düsturunda  $\varphi = \psi$  götürərək (73.25) və (73.26)-nı nəzərə alsaq

$$L \int \psi^* \psi d\tau = L^* \int \psi^* \psi d\tau$$

və ya

$$L = L^*$$

olduğunu tapırıq ki, bunun da isbatı tələb olunurdu.

Kvant mexanikasında məhz özünəqoşma operatorlardan istifadə olunması da, yuxarıda qeyd edildiyi kimi, bu operatorların məxsusi qiymətlərinin həqiqi ədədlər olması ilə əlaqədardır.

2. Özünəqoşma  $\hat{L}$  operatorunun müxtəlif  $L_n$  və  $L_m$  məxsusi qiymətlərinə mənsub olan  $\varphi_n$  və  $\varphi_m$  məxsusi funksiyaları bir-biri ilə ortoqonaldır.

Bu müddəanı isbat etməmişdən öncə bəzi ümumi məsələləri nəzərdən keçirək. Fərz edək ki,

$$\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x), \dots \quad (73.23)$$

həqiqi funksiyalar sistemi verilmişdir və bu funksiyalar belə bir şərti ödəyirlər: müəyyən sonlu və ya sonsuz  $a < x < b$  intervalında həmin funksiyaların özlərinin, həm də kvadratlarının inteqralı mövcuddur. Bu funksiyaların skalyar hasilini dedikdə

$$(\varphi_m, \varphi_n) = \int_a^b \varphi_m(x) \varphi_n(x) dx \quad (73.28)$$

inteqralı başa düşülür. Əgər  $m \neq n$  olduqda bu skalyar hasil sıfıra bərabərsə, yəni

$$\int_a^b \varphi_m(x) \varphi_n(x) dx = 0, m \neq n \quad (73.29)$$

şərti ödənilsə,  $\varphi_m(x)$  və  $\varphi_n(x)$  funksiyaları bir-birinə ortoqonal funksiyalar adlanır.

Əgər  $m=n$  olduqda (73.28) skalyar hasilini 1-ə bərabər olursa, yəni

$$\int_a^b \varphi_n(x) \varphi_n(x) dx = \int_a^b [\varphi_n(x)]^2 dx = 1, n = 1, 2, 3, \dots \quad (73.30)$$

şərti ödənilsə,  $\varphi_n(x)$  funksiyası normallaşmış funksiya adlanır. (73.30) inteqralı 1-ə bərabər olmayıb, hər hansı bir sonlu ədədə, məsələn,  $A^2$ -na bərabərsə, onda

$\psi_n(x) = \frac{\varphi_n(x)}{A}$  əvəzləməsi edərək, yeni  $\psi_n(x)$  normal funksiyasına keçmək olar:

$$\int_a^b [\varphi_n(x)]^2 dx = A^2, \quad (73.31)$$

$$\int_a^b \left[ \frac{\varphi_n(x)}{A} \right]^2 dx = \int_a^b [\psi_n(x)]^2 dx = 1. \quad (73.32)$$

$\varphi_n(x)$  funksiyasının bu qayda üzrə  $\psi_n(x)$  funksiyası ilə əvəz olunması  $\varphi_n(x)$  funksiyasının normallaşdırılması,  $\frac{1}{A}$  isə normallaşdırıcı vuruq adlanır. Deməli, (73.30) normallaşma şərtini ödəməyən  $\varphi_n(x)$  funksiyasını lazımi sabit ədədə vurmaqla normallaşdırmaq olar.

Əgər verilmiş (73.27) funksiyalar sistemi (73.29) ortoqonallıq və (73.20) normallıq şərtini ödəyirsə, o, ortonormal funksiyalar sistemi adlanır. Funksiyaların ortonormallıq şərtini isə

$$\int_a^b \varphi_m(x) \varphi_n(x) dx = \delta_{mn} \quad (73.33)$$

kimi yazmaq olar. Burada  $\delta_{mn}$  – (72.21) düsturu ilə təyin olunan  $\delta$  – simvoldur.

Spektri kəsilməz olan operatorun məxsusi funksiyalarını normallaşdırmaq üçün P. Dirakın daxil etdiyi  $\delta$  – funksiyadan istifadə edilir (E74).

Ortonormal həqiqi funksiyalar sisteminə misal olaraq  $-\pi, +\pi$  (ümumiyyətlə,  $2\pi$ -yə bərabər) intervalında aşağıdakı funksiyalar çoxluğunu göstərmək olar:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos x, \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos 2x, \dots, \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos nx; \\ & \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sin x, \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sin 2x, \dots, \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sin nx. \end{aligned} \quad (73.34)$$

Bilavasitə hesablamə yolu ilə asanlıqla inanmaq olar ki, (73.34)-də göstərilən hər bir funksiya sistemini üçün (73.33) ortonormallıq şərti ödəyir.

Kvant mexanikasında, ümumiyyətlə desək, kompleks funksiya sistemindən istifadə etmək lazım gəlir. Həqiqi funksiya sistemindən kompleks funksiya sistemini istifadə etməyə keçəndə, yuxarıda deyilənlərə uyğun olaraq, kompleks funksiya sistemindən ortonormallıq şərti (73.33)-ə uyğun surətdə

$$\int_a^b \varphi_m^*(x) \varphi_n(x) dx = \delta_{mn} \quad (73.35)$$

kimi yazılır. Bu şərti ödəyən  $\varphi_n(x)$  funksiya sistemini ortonormal kompleks funksiya sistemini adlanır.

Əgər verilmiş kompleks funksiya sistemini ortonormallıq şərtini ödəyib, normallıq şərtini ödəmirsə, onda ortoqonal həqiqi funksiya sistemindən yuxarıda göstərilən qayda üzrə normallaşdırılmasına oxşar olaraq, kompleks funksiya sistemini də uyğun normallaşdırıcı vuruğa vurmaqla normallaşdırmaq olar. Bu vuruq da, ümumiyyətlə desək, kompleks ədəd olmalıdır:

$$a_n = |a_n| e^{i\delta}.$$

Burada  $e^{i\delta}$  – faza vuruğudur. Kvant mexanikasında kompleks funksiyanın yalnız modulunun kvadratı fiziki məna kəsb etdiyindən, bu həm də normallaşdırıcı vuruğa da aiddir. Ona görə də

$$a_n^* = |a_n| e^{-i\delta}$$

olduğundan

$$|a_n|^2 = a_n \cdot a_n^*$$

yaza bilərik. Göründüyü kimi, bu zaman  $e^{i\delta}$  faza vuruğu ixtiyari seçilə bilər, yəni  $e^{i\delta}$  qeyri-müəyyən qalır və ona görə də ümumiliyi pozmadan  $e^{i\delta}=1$ , yəni  $\delta=0$  götürmək olar.

Ortonormal kompleks funksiya sistemindən misal olaraq  $-\pi, +\pi$  intervalında təyin olunan aşağıdakı funksiya sistemini göstərmək olar:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{ix}, \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{2ix}, \dots, \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{nix}. \quad (73.36)$$

Doğrudan da,  $m \neq n$  olduqda

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{+\pi} \varphi_m^*(x) \varphi_n(x) dx &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} e^{-imx} e^{inx} dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} e^{i(n-m)x} dx = \\ &= \frac{1}{2\pi i(n-m)} e^{i(n-m)x} \Big|_{-\pi}^{+\pi} = 0, \end{aligned}$$

$m=n$  olduqda isə

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \varphi_n^*(x) \varphi_n(x) dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} e^{-inx} e^{inx} dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} dx = 1$$

alırıq.

İndi isə yuxarıda göstərilən xassəni isbat edək. Bu xassəyə görə əgər  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n, \dots$  kompleks funksiyalar sistemi diskret spektrə malik olan özünəqoşma (ermit) operatorun bir-birinə bərabər olmayan məxsusi qiymətlərinə mənsub olan məxsusi funksiyaları çoxluğudursa, onda bu sistemin ixtiyari iki funksiyası bir-birinə ortoqonal olmalıdır, yəni

$$\int \varphi_m^* \varphi_n d\tau = 0, \quad m \neq n. \quad (73.37)$$

Burada inteqrallama asılı olmayan dəyişənlərin bütün dəyişmə oblastı üzrə aparılır. Şərtə görə  $\varphi_m$  və  $\varphi_n$  məxsusi funksiyaları

$$\hat{L}^* \varphi_m^* = L_m^* \varphi_m^* = L_m \varphi_m^*, \quad (73.38)$$

$$\hat{L} \varphi_n = L_n \varphi_n \quad (73.39)$$

şərtini ödəyir. Burada  $L_m$  və  $L_n$  – özünəqoşma  $\hat{L}$  operatorunun ( $L_m \neq L_n$ ) məxsusi qiymətləridir və həqiqi ədədlərdir:

$$L_m^* = L_m, \quad L_n^* = L_n.$$

(73.38)-i sol tərəfdən  $\varphi_n$ -ə, (73.39)-u isə sol tərəfdən  $\varphi_m^*$ -a vuraq və (73.37)-yə uyğun olaraq inteqrallayaq:

$$\int \varphi_n \hat{L}^* \varphi_m^* d\tau = L_m \int \varphi_n \varphi_m^* d\tau, \quad (73.40)$$

$$\int \varphi_m^* \hat{L} \varphi_n d\tau = L_n \int \varphi_m^* \varphi_n d\tau. \quad (73.41)$$

$\hat{L}$  operatoru ermit olduğundan (73.40) və (73.41) ifadələrinin sol tərəfləri bir-birinə bərabərdir və ona görə də

$$L_m \int \varphi_n \varphi_m^* d\tau = L_n \int \varphi_n \varphi_m^* d\tau$$

və ya

$$(L_m - L_n) \int \varphi_n^* \varphi_n d\tau = 0. \quad (73.42)$$

Şərtə görə  $L_m \neq L_n$  olduğundan (73.42) bərabərliyinin ödənməsi üçün

$$\int \varphi_m^* \varphi_n d\tau = 0, \quad m \neq n$$

olmalıdır ki, bunun da isbatı tələb olunurdu.

3. Xətti operatorun cırlaşmış məxsusi qiymətinə mənsub olan funksiyaların ixtiyari xətti kombinasiyası da bu operatorun həmin məxsusi qiymətinə mənsub olan məxsusi funksiyasıdır.

Fərz edək ki,  $\hat{L}$  operatorunun  $L$  məxsusi qiyməti  $s$  – qat cırlaşmışdır, yəni bu məxsusi qiymətə  $s$  sayda  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s$  müxtəlif məxsusi funksiyalar uyğun gəlir:

$$\hat{L}\varphi_1 = L\varphi_1, \hat{L}\varphi_2 = L\varphi_2, \dots, \hat{L}\varphi_s = L\varphi_s.$$

Bu funksiyaların ixtiyari

$$\varphi = c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2 + \dots + c_s\varphi_s = \sum_{k=1}^s c_k\varphi_k \quad (73.43)$$

xətti kombinasiyasını götürək və ona  $\hat{L}$  operatoru ilə təsir edək.  $\hat{L}$  – xətti operator olduğundan (73.11) düsturuna əsasən

$$\hat{L}\varphi = \hat{L}\sum_{k=1}^s c_k\varphi_k = \sum_{k=1}^s c_k\hat{L}\varphi_k = \sum_{k=1}^s c_kL\varphi_k = L\sum_{k=1}^s c_k\varphi_k = L\varphi \quad (73.44)$$

alırıq ki, bunun da isbatı tələb olunurdu.

Qeyd edək ki, cırılmış məxsusi qiymətə mənsub olan məxsusi funksiyalar, ümumiyyətlə desək, bir-biri ilə ortoqonal deyildirlər. Lakin ikinci xassəyə görə həmin funksiyalar digər məxsusi qiymətlərə mənsub olan məxsusi funksiyalar ilə ortoqonaldırlar. Maraqlıdır ki, riyaziyyatdan məlum olan ortoqonallaşdırma prosedurasından istifadə edərək cırılmış məxsusi qiymətə mənsub olan məxsusi funksiyalardan yeni ortonormal funksiyalar sisteminə keçmək olar. Bu məsələni bir qədər ətraflı nəzərdən keçirək.

Yuxarıda qeyd olunduğu kimi, cırılmış məxsusi qiymətə uyğun olan məxsusi funksiyalar bir-biri ilə ortoqonal olmaya da bilər. Doğrudan da, cırılmış hal üçün (73.42) ifadəsində  $L_m = L_n$  olduğundan, tamamilə mümkündür ki,

$$\int \varphi_m^* \varphi_n d\tau \neq 0 \quad (73.45)$$

şərti ödənsin. Bu məsələyə müəyyən aydınlıq gətirmək üçün biz hər şeydən əvvəl müəyyən etməliyik ki, hansı məxsusi funksiyalara biz müxtəlif funksiyalar deyirik. Bu, ona görə vacibdir ki, məsələn,  $\varphi_n$  və  $c\varphi_n$  funksiyalarını müxtəlif hesab etmək olarmı sualına cavab verilməlidir. Belə qəbul olunub ki, yalnız bir-birindən xətti asılı olmayan məxsusi funksiyalara müxtəlif funksiyalar deyilsin. Əgər bizə  $n$  sayda  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  funksiyaları verilmişdirsə,  $c_1, c_2, \dots, c_n$  sabitlərindən heç olmasa biri sıfırdan fərqli olduqda, asılı olmayan dəyişənlərin ixtiyari qiymətlərində

$$c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2 + \dots + c_n\varphi_n = \sum_{k=1}^n c_k\varphi_k = 0 \quad (73.46)$$

şərti ödənirsə, həmin funksiyalar bir-birindən xətti asılı olmayan funksiyalar adlanır. (73.46) bərabərliyi eynilik kimi ödənmirsə,  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  funksiyaları bir-birindən xətti asılı olur.

Fərz edək ki,  $\varphi_1$  və  $\varphi_2$  funksiyaları  $\hat{L}$  operatorunun  $L$  məxsusi qiymətinə mənsub olan və bir-birindən xətti asılı olmayan məxsusi funksiyalardır. Bu funksiyaların

$$\varphi = c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2$$

xətti kombinasiyasını quraq. Bu  $\varphi$  funksiyası sıfır bərabər deyildir, əks halda  $\varphi_1$  və  $\varphi_2$  bir-birindən xətti asılı olardı. (73.44) düsturuna əsasən bu  $\varphi$  funksiyası da  $\hat{L}$  operatorunun həmin  $L$  məxsusi qiymətinə mənsub olan məxsusi funksiyasıdır. İndi göstərək ki, cırılmış  $\varphi_1$  və  $\varphi_2$  məxsusi funksiyalarının elə xətti kombinasiyalarını

qurmaq olar ki, bu xətti kombinasiyalardan alınan yeni funksiyalar ortonormallıq şərtini ödəmiş olsun. Fərz edək ki,  $\varphi_1$  funksiyası üçün normallaşdırıcı vuruq  $\alpha$ -dır, yəni

$$|\alpha|^2 \int \varphi_1^* \varphi_1 d\tau = 1.$$

Buradan

$$|\alpha| = \frac{1}{\sqrt{\int \varphi_1^* \varphi_1 d\tau}}$$

alırıq. Beləliklə,

$$\psi_1 = \frac{\varphi_1}{\sqrt{\int \varphi_1^* \varphi_1 d\tau}}$$

funksiyası normallaşmış funksiyadır və o,  $\varphi_1$ -dən yalnız sabit vuruqla fərqlənir. İndi isə  $\psi_1$  və  $\varphi_2$  funksiyalarının aşağıdakı kimi xətti kombinasiyasını düzəldək

$$u_2 = a_{21} \psi_1 + \varphi_2$$

Burada  $a_{21}$  əmsalını elə seçmək olar ki,  $\psi_1$  və  $u_2$  funksiyaları bir-birinə ortoqonal olsun. Doğrudan da, ortoqonallıq şərtinə görə

$$0 = \int \psi_1^* u_2 d\tau = a_{21} \int \psi_1^* \psi_1 d\tau + \int \psi_1^* \varphi_2 d\tau = a_{21} + \int \psi_1^* \varphi_2 d\tau$$

olduğundan

$$a_{21} = -\int \psi_1^* \varphi_2 d\tau$$

alırıq. Aydındır ki,  $a_{21}$  əmsalının bu qiymətində  $u_2$  funksiyası  $\psi_1$ -ə ortoqonal olacaqdır, lakin o, hələ normallaşmamışdır. Yuxarıda göstərilən qayda üzrə  $u_2$  funksiyasından normallaşmış

$$\psi_2 = \frac{u_2}{\sqrt{\int u_2^* u_2 d\tau}}$$

funksiyasına keçmək olar. Beləliklə,  $\varphi_1$  və  $\varphi_2$  funksiyalarından biz ortoqonal və normal olan  $\psi_1$  və  $\psi_2$  funksiyalarını qurmuş oluruq. Bu prosesi üç, dörd və s. cırlaşmış funksiyaları da ortoqonallaşdırmaq üçün oxşar qaydada tətbiq etmək olar.

Beləliklə, hesab etmək olar ki, özünəqoşma operatorun məxsusi funksiyalarının ortoqonallıq şərti həmişə ödənilir: cırlaşma olan halda, cırlaşmış məxsusi qiymətə mənsub olan məxsusi funksiyaları onların ortoqonallaşdırılmış xətti kombinasiyaları ilə əvəz etmək olar. Bu zaman yadda saxlamaq lazımdır ki, cırlaşma olan halda məxsusi funksiyalar üzrə sıraya ayırma zamanı, cırlaşmış məxsusi funksiyaların götürülən ortoqonallaşdırılmış xətti kombinasiyalarının sayı cırlaşma tərtibinə bərabər olmalıdır.

4. Sırf diskret spektrə malik olan xətti və özünəqoşma (ermit) operatorun məxsusi funksiyalar çoxluğu tam sistem təşkil edir.

Bu teoremin doğruluğu xətti operatorlar nəzəriyyəsində isbat olunur və göstərilir ki, xətti operatorların geniş sinfinin məxsusi funksiyaları çoxluğu tam ortoqonal sistemdir, yəni elə funksiya yoxdur ki, bu sistemin bütün funksiyalarına ortoqonal olmuş olsun. Bu



müddəadan istifadə edərək həm də isbat olunur ki, fizikada tətbiqləri zamanı bir qayda olaraq ödənen riyazi şərtlərə tabe olan yəni, kəsilməz, özü və kvadratı inteqrallana bilən ixtiyari funksiyaları xətti operatorun məxsusi funksiyalarının tam ortoqonal sistemi üzrə sıraya ayırmaq olar. Qeyd edək ki, funksiyaların bu qayda ilə sıraya ayrılması kvant mexanikası üçün çox mühüm əhəmiyyət kəsb edən bir riyazi əməliyyatdır.

Beləliklə, fərz edək ki, müəyyən intervalda kvadratik inteqrallana bilən  $\psi(x)$  kompleks funksiya və hər hansı xətti özünəqoşma operatorun kvadratik inteqrallana bilən məxsusi funksiyaları sistemi  $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x), \dots$  verilmişdir. 2 və 3 xassələrinə uyğun olaraq bu funksiyalar ortoqonal sistem təşkil edirlər. Biz həm də fərz edəcəyik ki, həmin funksiyalar artıq normalanmışlar. Deməli, belə hesab edirik ki, xətti özünəqoşma operatorun baxılan məxsusi funksiyalar çoxluğu (73.33) şərtini ödəyən tam ortonormal sistem təşkil edir. Onda  $\psi(x)$  funksiyasını aşağıdakı sonsuz sıra şəklində göstərmək, yəni  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  funksiyaları üzrə sıraya ayırmaq olar:

$$\psi(x) = c_1\varphi_1(x) + c_2\varphi_2(x) + \dots + c_n\varphi_n(x) + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} c_k\varphi_k. \quad (73.47)$$

Belə hesab olunur ki, (73.47) sırası elə yığılır ki, onun hər bir həddini inteqrallamaq mümkündür. (73.47) ayrılışı ortonormal funksiyalar sistemi üzrə aparıldığından bu sıranın əmsalları, Furiyenin triqonometrik sıralarının əmsallarının hesablanmasına oxşar olaraq, asanlıqla tapıla bilər: (73.47) sırasında  $\varphi_i$  funksiyasının  $c_i$  əmsalını tapmaq üçün hər iki tərəfi  $\varphi_i^*(x)$  funksiyasına vurmaq və inteqrallamaq lazımdır:

$$\begin{aligned} \int \psi\varphi_i^* dx &= c_1 \int \varphi_1\varphi_i^* dx + c_2 \int \varphi_2\varphi_i^* dx + \dots + \\ &+ c_i \int \varphi_i\varphi_i^* dx + \dots + c_n \int \varphi_n\varphi_i^* dx + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \int \varphi_k\varphi_i^* dx. \end{aligned}$$

Məxsusi funksiyaların ortonormallıq şərtinə (73.33) düsturu/ görə sağ tərəfdə  $c_i$  əmsalına vurulan və 1-ə bərabər olan inteqraldan başqa bütün inteqrallar sıfıra bərabər olur və beləliklə,

$$c_i = \int \varphi_i^* \psi dx \quad (73.48)$$

alırıq.

Triqonometrik sıralar nəzəriyyəsinə analogi olaraq (73.48) düsturu ilə təyin olunan  $c_i$  əmsalları  $\psi(x)$  funksiyasının  $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x)$  ortonormal sisteminə nəzərən əmsalları adlanır.

Beləliklə, 4-cü xassəyə görə ixtiyari  $\psi(x)$  funksiyasını xətti özünəqoşma operatorun  $\varphi_k(x)$  məxsusi funksiyaları üzrə (73.47) kimi sıraya ayırmaq olar və burada  $c_k$  əmsalları (73.48) düsturu ilə təyin olunur.

5. Əgər iki xətti özünəqoşma operatorun tam sistem əmələ gətirən məxsusi funksiyaları eynidirsə, bu operatorlar bir-biri ilə kommutativdir.

Bu xassəni isbat edək. Fərz edək ki,  $\varphi_k$  funksiyası  $\hat{L}$  və  $\hat{M}$  operatorlarının məxsusi funksiyasıdır, yəni

$$\hat{L}\varphi_k = L_k\varphi_k, \hat{M}\varphi_k = M_k\varphi_k$$

şərtləri ödəyir. Onda aydındır ki,

$$(\hat{L}\hat{M})\varphi_k = \hat{L}(\hat{M}\varphi_k) = M_k(\hat{L}\varphi_k) = M_k L_k \varphi_k,$$

$$(\hat{M}\hat{L})\varphi_k = \hat{M}(\hat{L}\varphi_k) = L_k(\hat{M}\varphi_k) = L_k M_k \varphi_k$$

ifadələrini yazmaq olar. Buradan görünür ki,

$$\hat{L}\hat{M}\varphi_k = \hat{M}\hat{L}\varphi_k, (\hat{L}\hat{M} - \hat{M}\hat{L})\varphi_k = 0 \quad (73.49)$$

Şərtə görə,  $\varphi_k$  funksiyaları tam sistem əmələ gətirdiyindən 4-cü xassəyə əsasən ixtiyari  $\psi$  funksiyasını bu  $\varphi_k$  funksiyaları üzrə sıraya ayırmaq olar:

$$\psi = \sum_k c_k \varphi_k.$$

Onda, (73.49) ifadəsini nəzərə almaqla

$$(\hat{L}\hat{M} - \hat{M}\hat{L})\psi = (\hat{L}\hat{M} - \hat{M}\hat{L})\sum_k c_k \varphi_k = \sum_k c_k (\hat{L}\hat{M} - \hat{M}\hat{L})\varphi_k = 0$$

və ya

$$\hat{L}\hat{M}\psi = \hat{M}\hat{L}\psi$$

alırıq ki, buradan da  $\hat{L}$  və  $\hat{M}$  operatorlarının bir-biri ilə kommutativ olduğu görünür:

$$\hat{L}\hat{M} = \hat{M}\hat{L}, \hat{L}\hat{M} - \hat{M}\hat{L} = 0$$

6. Əgər iki xətti özünəqoşma operator bir-biri ilə kommutativdirsə, onların məxsusi funksiyaları eynidir.

Bu müddəa 5-ci xassəni ifadə edən teoremin tərsidir və onu isbat etmək üçün əvvəlcə cırlaşma olmayan hala, yəni hər bir məxsusi qiymətə bir dənə məxsusi funksiyanın mənsub olduğu hala baxaq.

Fərz edək ki,  $\hat{L}$  və  $\hat{M}$  operatorları bir-biri ilə kommutativdir.  $(\hat{L}\hat{M} = \hat{M}\hat{L})$  və  $\varphi_k$  funksiyası  $\hat{L}$  operatorunun  $L_k$  məxsusi qiymətinə mənsub olan məxsusi funksiyasıdır:

$$\hat{L}\varphi_k = L_k \varphi_k. \quad (73.50)$$

İsbat etməliyik ki,

$$\hat{M}\varphi_k = \text{const} \cdot \varphi_k \quad (73.51)$$

olmalıdır.  $\hat{L}$  və  $\hat{M}$  operatorlarının kommutativlik şərtinə əsasən

$$\hat{L}\hat{M}\varphi_k = \hat{M}\hat{L}\varphi_k = \hat{M}(L_k \varphi_k) = L_k \hat{M}\varphi_k$$

yaza bilərik. Buradan

$$\hat{L}(\hat{M}\varphi_k) = L_k(\hat{M}\varphi_k) \quad (73.52)$$

olduğu görünür. Bu o deməkdir ki,  $\hat{M}\varphi_k$  funksiyası  $\hat{L}$  operatorunun  $L_k$  məxsusi qiymətinə mənsub olan məxsusi funksiyası olmalıdır. Digər tərəfdən şərtə görə  $\varphi_k$  funksiyası da  $\hat{L}$  operatorunun həmin  $L_k$  məxsusi qiymətinə mənsub olan məxsusi funksiyasıdır. Deməli, cırlaşma olmayan halda  $\varphi_k$  və  $\hat{M}\varphi_k$  funksiyaları eyni bir halı təsvir

edirlər. Bu isə o zaman mümkündür ki,  $\hat{M}\varphi_k$  funksiyası  $\varphi_k$  funksiyasından yalnız müəyyən sabit vuruqla fərqlənmiş olsun (E72), yəni (73.51) şərti ödənməmiş olsun.

Əgər  $\hat{L}$  operatorunun  $L_k$  məxsusi qiyməti  $s$  qat cırlaşmışdırsa, onda bu məxsusi qiymətə uyğun gələn  $s$  sayda  $\varphi_{kl}$  məxsusi funksiyaları ( $l=1,2,\dots,s$ ) həmin operatorla kommutativ olan  $\hat{M}$  operatorunun ümumiyyətlə desək, məxsusi funksiyaları olmayacaqdır. Lakin bu halda  $\varphi_{kl}$  funksiyalarının elə

$$\psi_{ki} = \sum_l a_{il} \varphi_{kl} \quad (73.53)$$

kimi xətti kombinasiyalarını düzəltmək olar ki, onlar  $\hat{M}$  operatorunun məxsusi funksiyaları olsun.

İndi isə operatorların matris şəklində göstərilməsinə baxaq. Bu məqsədlə isbat edək ki, hər bir xətti və özünəqoşma operatora müəyyən kvadrat matris uyğun gəlir.

Fərz edək ki,  $\hat{L}$  – xətti və özünəqoşma operatorudur və

$$\hat{L}\varphi_n(x) = L_n\varphi_n(x) \quad (73.54)$$

şərti ödənilir. Xətti və özünəqoşma operatorların yuxarıda göstərilən 4-cü xassəsinə uyğun olaraq ixtiyari  $\psi(x)$  funksiyasını bu  $\hat{L}$  operatorunun məxsusi funksiyaları üzrə (73.47) kimi sıraya ayırmaq olar:

$$\psi(x) = \sum_n b_n \varphi_n(x). \quad (73.55)$$

Burada  $b_n$  əmsalları (73.48)-ə uyğun olaraq

$$b_n = \int \varphi_n^*(x) \psi(x) dx \quad (73.56)$$

kimi təyin olunur. Bütün  $b_n$  əmsallarını bilərək, (73.55) düsturuna əsasən  $\psi(x)$  funksiyasını tapmaq olar. Deməli,  $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$  əmsallar çoxluğu  $\hat{L}$  operatorunun təsvirində (qısa olmaq üçün adətən  $L$ -təsvirində deyirlər) elə  $\psi(x)$  funksiyası deməkdir.  $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x), \dots$  funksiyalar çoxluğu isə  $L$ -təsvirinin bazisi adlanır.

Deyək ki,  $\hat{M}$  xətti operatorun müəyyən  $\chi(x)$  funksiyasına təsiri nəticəsində digər  $f(x)$  funksiyası alınmışdır, yəni  $\hat{M}$  operatoru  $\chi(x)$  funksiyasını  $f(x)$  funksiyasına çevirir:

$$f(x) = \hat{M}\chi(x). \quad (73.57)$$

(73.55) düsturuna əsasən

$$f(x) = \sum_n b_n \varphi_n(x),$$

$$\chi(x) = \sum_n c_n \varphi_n(x)$$

ifadələrini (73.57)-də yazaq və  $\hat{M}$  -in xətti operator olduğunu nəzərə alaq:

$$\sum_n b_n \varphi_n(x) = \sum_n c_n \hat{M}\varphi_n(x). \quad (73.58)$$

(73.58)-i sol tərəfdən  $\varphi_k^*(x)$ -ə vursaq və  $\varphi_k(x)$  məxsusi funksiyaları üçün (73.35)

ortonormalıq şərtini nəzərə alsaq

$$b_k = \sum_n M_{kn} c_n \quad (73.59)$$

yaza bilərik. Burada

$$M_{kn} = \int \varphi_k^* \hat{M} \varphi_n(x) dx \quad (73.60)$$

işarə edilmişdir.

(73.57) ifadəsində  $f(x)$ ,  $\chi(x)$  və  $\hat{M}$  koordinat təsvirində ( $x$  təsvirində) verilmişdir. (73.59) düsturunda  $b_k$ ,  $c_k$  və  $M_{kn}$  kəmiyyətləri  $L$  təsvirində, uyğun olaraq,  $f(x)$  funksiyasını,  $\chi(x)$  funksiyasını və  $\hat{M}$  operatorunu təyin etdiyindən, belə demək olar ki, bu düstur  $L$  təsvirində  $\chi(x)$  funksiyasını  $f(x)$  funksiyasına çevirir. Ona görə də deyirlər ki,  $M_{kn}$  kəmiyyətlər çoxluğu  $L$  təsvirində  $\hat{M}$  operatorunu əvəz edir. (73.60) düsturu ilə təyin olunan  $M_{kn}$  kəmiyyətləri çoxluğu  $\hat{M}$  operatoruna  $L$  təsvirində uyğun gələn matris adlanır. Əgər  $L$  təsviri sonlu olub,  $n$  ölçülürsə, onda bu matris  $n \times n$  kimi kvadrat matris olacaqdır.

$$\hat{M} \Rightarrow M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1n} \\ M_{21} & M_{22} & \dots & M_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{n1} & M_{n2} & \dots & M_{nn} \end{pmatrix}. \quad (73.61)$$

Bu kvadrat matrisin sətir və sütunlarının sayı bazis funksiyalarının, yəni  $\hat{L}$  operatorunun məxsusi funksiyalarının sayına bərabərdir. Bu matrisdə sətirlərin  $k$  və sütunların  $n$  nömrələri adətən  $\hat{L}$  operatorunun məxsusi qiymətlərinin artması ardıcılığına uyğun gəlir:  $L_1 \leq L_2 \leq L_3 \leq \dots \leq L_n$ .

(73.60) düsturu ilə təyin olunan matris elementlərini müxtəlif qayda ilə işarə edirlər, məsələn

$$M_{kn} = \langle \varphi_k | \hat{M} | \varphi_n \rangle = \langle L_k | \hat{M} | L_n \rangle = \langle k | \hat{M} | n \rangle. \quad (73.62)$$

Beləliklə, aydın olur ki, hər bir xətti operator müəyyən kvadrat matris kimi göstərilə bilər və əksinə. Bu teorem matrislərin xətti cəbrdə və onların fizikada tətbiqlərində çox mühüm əhəmiyyətini sübut edir.

Xüsusi halda, ortonormal bazisdə vahid operatora və sıfır operatora vahid matris və sıfır matris uyğun gəlir. Doğrudan da

$$I_{kn} = \langle k | 1 | n \rangle = \langle k | n \rangle = \delta_{kn} \quad (73.63)$$

$$O_{kn} = \langle k | 0 | n \rangle = \langle k | 0 \rangle = 0. \quad (73.64)$$

Bundan başqa, operatorun sabit ədədə hasilinə, operatorların cəminə və operatorların hasilinə uyğun matrisin sabit ədədə hasili, uyğun matrislərin cəmi və hasili qarşı qoyulur. Belə ki, əgər

$$\hat{A} = \alpha \hat{B}, \hat{C} = \hat{A} \pm \hat{B}, \hat{E} = \hat{A} \cdot \hat{B}$$

olarsa,

$$A_{kn} = \langle k | \hat{A} | n \rangle = \langle k | \alpha \hat{B} | n \rangle = \alpha \langle k | \hat{B} | n \rangle = \alpha B_{kn}, \quad (73.65)$$

$$\begin{aligned} C_{kn} &= \langle k | \hat{C} | n \rangle = \langle k | \hat{A} \pm \hat{B} | n \rangle = \\ &= \langle k | \hat{A} | n \rangle \pm \langle k | \hat{B} | n \rangle = A_{kn} \pm B_{kn}, \end{aligned} \quad (73.66)$$

$$E_{kn} = \langle k | \hat{E} | n \rangle = \langle k | \hat{A} \hat{B} | n \rangle = \sum_m A_{km} B_{mn} \quad (73.67)$$

yaza bilərik. (73.65) və (73.66) ifadələri aydın olduğundan, biz yalnız (73.67) bərabərliyini isbat edək. Bu məqsədlə

$$E_{kn} = \langle k | \hat{E} | n \rangle = \int \varphi_k^* \hat{E} \varphi_n d\tau = \int \varphi_k^* (\hat{A} \hat{B}) \varphi_n d\tau = \int \varphi_k^* \hat{A} (\hat{B} \varphi_n) d\tau \quad (73.68)$$

ifadəsində  $\hat{B} \varphi_n = f$  işarə edək və (73.47) düsturuna əsasən bu  $f$  funksiyasını sıraya ayıraq:

$$\hat{B} \varphi_n = f = \sum_m b_m \varphi_m. \quad (73.69)$$

(73.48) düsturuna əsasən

$$b_m = \int \varphi_m^* f d\tau = \int \varphi_m^* \hat{B} \varphi_n d\tau = B_{mn} \quad (73.70)$$

olduğunu (73.69)-da nəzərə alsaq

$$\hat{B} \varphi_n = \sum_m B_{mn} \varphi_m \quad (73.71)$$

yaza bilərik. Bu ifadədən də görünür ki,  $\hat{B}$  operatoruna  $B_{mn}$  elementləri (73.70) düsturu ilə təyin olunan bir matris uyğun gəlir. (73.71)-i (73.68)-də yerinə yazaraq,  $\hat{A}$  operatorunun xətti olması xassəsindən istifadə etsək

$$E_{kn} = \sum_m B_{mn} \int \varphi_k^* \hat{A} \varphi_m d\tau = \sum_m B_{mn} A_{km} = \sum_m A_{km} B_{mn}$$

alırıq ki, bu da (73.67) ilə eynidir. Qeyd edək ki, (73.67) ifadəsi matrislərin vurulması qaydasını müəyyən edir.

Verilmiş  $M$  matrisinin kompleks qoşmasının transpans olunmasından alınan matrisə qoşma matris deyilir və  $M^+$  kimi işarə olunur, yəni  $M_{kn}^+ = M_{nk}^*$  və ya

$$M^+ = \begin{pmatrix} M_{11}^* & M_{21}^* & \dots & M_{n1}^* \\ M_{12}^* & M_{22}^* & \dots & M_{n2}^* \\ \text{-----} \\ M_{1n}^* & M_{2n}^* & \dots & M_{nn}^* \end{pmatrix} \quad (73.72)$$

Qoşması özünə bərabər (yəni,  $M^+ = M$ ) olan matris özünəqoşma və ya ermit matris adlanır.

İsbat etmək olar ki, özünəqoşma (ermit) operatorun matrisi də özünəqoşma (ermit) matrisdir. Doğrudan da,  $\hat{M}$  –özünəqoşma operatorudursa, ona uyğun  $M$  matrisinin (73.60) düsturu ilə təyin olunan  $M_{kn}$  elementləri üçün

$$M_{kn} = \int \varphi_k^* \hat{M} \varphi_n d\tau = \int \varphi_n \hat{M}^* \varphi_k^* d\tau = \left\{ \int \varphi_n^* \hat{M} \varphi_k d\tau \right\}^* = M_{nk}^* = M_{kn}^+ \quad (73.73)$$

alınır ki, bunun da isbatı tələb olunurdu.

Göstərək ki, matrislərin hasilindən alınan matrisin qoşması həmin matrislərə qoşma olan matrislərin əks ardıcılıqla hasilinə bərabərdir, yəni  $\hat{C} = \hat{A}\hat{B}$  olarsa,  $C^+ = (AB)^+ = B^+A^+$  yazıla bilər. Doğrudan da,

$$C_{kn}^+ = (AB)_{kn}^+ = (AB)_{nk}^* = \left( \sum_m A_{nm} B_{mk} \right)^* = \sum_m A_{nm}^* B_{mk}^*$$

ifadəsində  $A_{nm}^* = A_{mn}^+$ ,  $B_{mk}^* = B_{km}^+$  olduğunu nəzərə alsaq

$$C_{kn}^+ = \sum_m A_{mn}^+ B_{km}^+ = \sum_m B_{km}^+ A_{mn}^+ = (B^+ A^+)_{kn}$$

olar ki, bunu da isbat etmək tələb olunurdu.

İndi isə isbat edək ki, xətti və özünəqoşma operatorun öz təsvirində onun matrisi diaqonal matrisdir. Fərz edək ki,  $\hat{L}$  – xətti və özünəqoşma operatorudur və  $\hat{L}\varphi_n = L_n\varphi_n$  şərti ödəyir. Onda öz təsvirində bu operatorun matrisinin elementləri

$$L_{kn} = \int \varphi_k^* \hat{L} \varphi_n d\tau = L_n \int \varphi_k^* \varphi_n d\tau = L_n \delta_{kn} \quad (73.74)$$

kimi təyin olunur ki, bu da həmin matrisin diaqonal şəkilli olduğunu və həm də diaqonalda  $\hat{L}$  operatorunun  $L_n$  məxsusi qiymətlərinin yerləşdiyini göstərir.

Operatorların məxsusi funksiyalarının və məxsusi qiymətlərinin tapılması üçün operator tənliklərinin matris şəklində yazılmasına baxaq. Fərz edək ki,

$$\hat{M}\Phi = M\Phi \quad (73.75)$$

operator tənliyi verilmişdir və onu matris tənliyi kimi yazmaq tələb olunur. Xətti və özünəqoşma operatorların məxsusi funksiyaları üçün yuxarıda göstərilən 4-cü xassəyə əsasən  $\Phi$  funksiyasını  $\hat{L}\varphi_n = L_n\varphi_n$  şərtini ödəyən  $\hat{L}$  operatorunun məxsusi funksiyaları üzrə sıraya ayırmaq olar:

$$\Phi = \sum_n c_n \varphi_n \quad (73.76)$$

Onda (73.75) tənliyi aşağıdakı kimi yazıla bilər

$$\hat{M} \sum_n c_n \varphi_n = M \sum_n c_n \varphi_n \quad (73.77)$$

Bu tənliyi sol tərəfdən  $\varphi_k^*$  funksiyasına vuraq,  $\hat{M}$  operatorunun xətti olduğunu nəzərə alaraq və bütün fəza üzrə inteqrallama aparaq. Onda (73.35) və (73.60) ifadələrini nəzərə almaqla

$$\sum_n M_{kn} c_n = M c_k \quad \text{və ya} \quad \sum_n (M_{kn} - M \delta_{kn}) c_n = 0, \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (73.77)$$

yazıla bilər. Dərhal qeyd edək ki, (73.77) ifadəsi (73.75) operator tənliyini əvəz edən matris tənliyidir. Başqa sözlə, naməlum  $\Phi$  funksiyasını tapmaq üçün (73.75) operator tənliyinin həlli,  $L$ -təsvirində bu funksiyayı təyin edən naməlum  $c_n$  əmsallarını tapmaq

üçün xətti bircinsli (73.77) tənliklər sisteminin həllinə gətirilir.  $L$ -təsvirinin bazisini təşkil edən  $\varphi_n$  məxsusi funksiyaları məlum olduğundan  $M_{kn}$  matris elementlərini hesablamaq və sonra isə (73.77) tənliklər sistemini həll edərək  $M$  məxsusi qiymətlərini və  $c_n$  əmsallarını tapmaq, və nəhayət, (73.76) düsturuna əsasən  $\Phi$  məxsusi funksiyasının aşkar ifadəsini yazmaq olar. Məlumdur ki, xətti bircinsli tənliklər sisteminin sıfırdan fərqli (trivial olmayan) həllinin olması üçün bu sistemdə məchulların əmsallarından düzəldilmiş determinant sıfıra bərabər olmalıdır. (73.77) tənliklər sistemi üçün bu şərt aşağıdakı kimi olur:

$$\begin{vmatrix} M_{11} - M & M_{12} & \dots & M_{1n} \\ M_{21} & M_{22} - M & \dots & M_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{n1} & M_{n2} & \dots & M_{nn} - M \end{vmatrix} = 0. \quad (73.78)$$

(73.78) bərabərliyi  $M$  məxsusi qiymətlərini tapmaq üçün tənlikdir. Belə ki, bu determinantı açaraq  $M$  məxsusi qiymətləri üçün  $n$  dərəcəli tənlik alırıq:

$$M^n + b_1 M^{n-1} + b_2 M^{n-2} + \dots + b_0 = 0. \quad (73.79)$$

Bu tənliyi həll edərək  $n$  sayda  $M_1, M_2, \dots, M_n$  köklərini tapırıq. Bu  $M_i$  köklərindən hər birini (73.77) xətti bircinsli tənliklər sistemində yazaraq, alınan sistemi həll etməklə uyğun  $c_n^{(i)}$  əmsallar çoxluğunu  $(c_1^{(i)}, c_2^{(i)}, \dots, c_n^{(i)})$  taparaq və bu əmsallar çoxluğunu (73.76)-da nəzərə alaraq (73.75) operator tənliyində  $\hat{M}$  operatorunun  $M_i$  məxsusi qiymətinə uyğun olan  $\Phi_i$  məxsusi funksiyasını təyin edirik:  $M_i \rightarrow \Phi_i = \sum_n c_n^{(i)} \varphi_n$ .

(73.78) bərabərliyi  $\hat{M}$  operatorunun və ya (73.77) xətti bircinsli tənliklər sisteminin xarakteristik (və ya əsri) tənliyi adlanır və qeyd edildiyi kimi, bu tənliyin  $n$  sayda kökləri vardır. Bu köklərin bəziləri təkrarlana, yəni bir-birinə bərabər də ola bilər. Əgər xarakteristik tənliyin baxılan  $M_i$  kökü təkrarlanmırsa, onda bu kökə (73.77) sisteminin yalnız bir dənə həlli (ixtiyari sabit vuruq dəqiqliyi ilə), yəni bir dənə  $\Phi_i$  məxsusi funksiyası uyğun gəlir və bu halda deyirlər ki,  $M_i$  məxsusi qiyməti cırlaşmamışdır. Əgər baxılan kök təkrarlanırsa, onda (73.77) tənliklər sisteminin bir neçə müxtəlif həlli alınır, yəni belə məxsusi qiymət cırlaşmış olur və özü də cırlaşma tərtibi tənliklər sisteminin baxılan kökünün təkrarlanma sayına bərabər olur.

(73.77) tənliklər sistemi bircinsli olduğundan onun hər bir həlli ixtiyari sabit vuruq dəqiqliyi ilə təyin olunur. Bu isə o deməkdir ki, əgər  $\Phi$  funksiyası  $\hat{M}$  operatorunun  $M$  məxsusi qiymətinə mənsub olan məxsusi funksiyadırsa, onda bu  $\Phi$  funksiyasının ixtiyari  $\alpha$  kompleks ədədinə hasilindən alınan  $\Phi = \alpha \Phi$  funksiyası da həmin məxsusi qiymətə mənsub olan məxsusi funksiya olacaqdır.

Riyaziyyatdan məlumdur ki,  $n$  dərəcəli istənilən cəbri tənliyin heç olmasa bir dənə kökü vardır və bu kök ümumi halda kompleks ədəd də ola bilər. Bu müddəa (73.78) xarakteristik tənliyinə də aid olduğundan, belə nəticə çıxarmaq olar ki, istənilən xətti operatorun heç olmasa bir dənə məxsusi funksiyası vardır. Əgər operator özünəqoşmadırsa (ermittdirsə), onun bir deyil, bir-birindən xətti asılı olmayan  $n$  sayda məxsusi funksiyaları olur ki, həmin məxsusi funksiyalardan da ortonormallıq və tamlıq şərtini ödəyən bazis qurmaq olar.

Aydındır ki,  $\hat{M}$  operatorunun öz təsvirində, yəni (73.75) tənliyi  $\hat{M}\varphi_n = M_n\varphi_n$  kimi olsa, (73.78) ifadəsindəki determinant diaqonal şəkilli olur və məsələnin həlli xeyli sadələşir.

#### Ə74. Delta funksiya

Biz yuxarıda diskret spektrə malik olan operatorun məxsusi funksiyalarının normallaşdırılması qaydasını şərh etdik (Ə73). Kəsilməz spektrə malik olan operatorların məxsusi funksiyalarını normallaşdırmaq üçün Dirak  $\delta$ -funksiya daxil etmişdir. Delta-funksiya, elə bil ki, (72.21) Kroneker-Veyerştrass  $\delta$ -simvolunun kəsilməz spektr üçün ümumiləşdirilməsidir.

Qeyd edək ki,  $\delta$ -funksiya anlayışı prinsipcə klassik elektrodinamika çərçivəsində meydana çıxıb. Belə ki, məsələn, elektrik yükünün  $x$  oxu boyunca xətti paylanması zamanı yük sıxlığı

$$\rho(x) = \frac{dq}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta x} \quad (74.1)$$

kimi təyin olunur. Buradan görünür ki, məsələn, koordinat başlanğıcında yerləşən nöqtəvi  $q$  yükü üçün (74.1) düsturu ilə təyin olunan  $\rho(x)$  sıxlığı  $x=0$  nöqtəsindən başqa digər bütün nöqtələrdə sıfır,  $x=0$  nöqtəsində isə sonsuzluğa bərabər olacaqdır:

$$\rho(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0 \\ \infty, & x = 0 \end{cases} \quad (74.2)$$

Aydındır ki,  $\rho(x)$  funksiyasının bütün  $x$  oxu üzrə inteqralı tam  $q$  yükünə bərabər olduğundan, bu inteqral sonlu olmalıdır. Faktik olaraq  $\delta$ -funksiya məhz bu cür təyin olunur.

Formal olaraq  $\delta$ -funksiya aşağıdakı şərtləri ödəyən  $\delta(x)$ -funksiyasına deyilir:

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0 \\ \infty, & x = 0 \end{cases} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1. \quad (74.3)$$

Əlbəttə, belə funksiya klassik riyazi analizdə baxılan funksiyalara heç vəchlə uyğun gəlmir. Ona görə də riyaziyyatçılar belə funksiyanın mövcudluğunu uzun müddət qəbul etməmiş və kvant mexanikasının Dirak tərəfindən irəli sürülmüş şərhini kəskin tənqid etmişlər. Lakin riyaziyyatçılar S. L. Sobolev və L. Şvars "ümumiləşmiş funksiyalar" və ya "paylanmalar" adlanan nəzəriyyəni qurduqdan sonra vəziyyət dəyişdi. Belə ki, bu nəzəriyyənin daxilində  $\delta$ -funksiya da öz təbii yerini tapmış oldu.

Delta funksiyanı əyani şəkildə aşağıdakı kimi təsəvvür etmək olar.  $x=0$  nöqtəsini daxilinə alan kiçik  $\Delta x$  intervalından başqa hər yerdə sıfır bərabər olan adi funksiyaya baxaq. Əgər bu intervalı sıfır qədər kiçildərək və eyni zamanda onun daxilində funksiyanın qiymətini elə böyütsək ki, bu funksiyanın qrafikinin altında qalan sahə qiymətcə həmişə 1-ə bərabər olsun, onda "limit vəziyyətində" biz  $\delta$ -funksiyanı almış



olarıq.

Delta funksiyayı ciddi surətdə təyin etmək üçün riyaziyyatçılar ixtiyarı kəsilməz  $f(x)$  funksiyası üçün onun aşağıdakı mühüm xassəsini əsas kimi götürürlər:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) f(x) dx = f(0). \quad (74.4)$$

Bu xassə  $\delta$ -funksiyanın tərifindən alınır. Doğrudan da,  $x \neq 0$  olan bütün nöqtələrdə  $\delta(x) = 0$  olduğundan (74.4) inteqralına yalnız  $x = 0$  nöqtəsinin yaxın ətrafı sıfırdan fərqli pay verir.  $x = 0$  nöqtəsinə daxilinə alan bu kiçik intervalda  $f(x)$  funksiyasını  $f(0)$  ilə əvəz etmək olar. Bu  $f(0)$  sabit vuruğunu inteqral altından çıxararaq, (74.3)-dən ikinci ifadəni nəzərə alsaq, (74.4) düsturunun doğru olduğu görünər.

Aydındır ki,  $x = a$  nöqtəsinin yaxın ətrafında  $\delta(x - a)$  funksiyasının xassələri,  $x = 0$  nöqtəsinə öz daxilinə alan sonsuz kiçik intervalda  $\delta(x)$  funksiyasının xassələri ilə eyni olacaqdır. Ona görə də (74.4) ifadəsini ümumi şəkildə aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - a) f(x) dx = f(a). \quad (74.5)$$

Qeyd edək ki, (74.4) və (74.5) ifadələrində inteqrallama oblastının  $(-\infty, +\infty)$  intervalını əhatə etməsi heç də vacib deyildir;  $\delta$ -funksiyanın sıfırdan fərqli olduğu nöqtənin bu inteqrallama oblastına daxil olması kifayətdir.

Delta funksiyanın aşağıdakı mühüm xassələri vardır:

$$\delta(-x) = \delta(x), \quad (74.6)$$

$$x \delta(x) = 0, \quad (74.7)$$

$$\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x), \quad (74.8)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(x) f(x) dx = -f'(x), \quad (74.9)$$

$$\delta'(-x) = -\delta'(x), \quad (74.10)$$

$$x \delta'(x) = -\delta(x). \quad (74.11)$$

(74.9)–(74.11) ifadələrində ştrix  $x$ -ə görə diferensiallamayı göstərir:

(74.6)–(74.8), (74.10) və (74.11) ifadələrinin mənası ondan ibarətdir ki, əgər bu bərabərliklərin bir tərəfi inteqrallı ifadəyə vuruq kimi daxildirsə, onda onu uyğun bərabərliyin digər tərəfi ilə əvəz etmək olar və bunun nəticəsində inteqral dəyişməz.

(74.6) ifadəsi aydındır. Belə ki, həmin xassəyə görə  $\delta(x)$ –cüt funksiyadır.

(74.7) bərabərliyini isbat etmək üçün  $\delta$ -funksiyanın (74.4) əsas xassəsindən istifadə edirik:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} [x\delta(x)]f(x) dx &= \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)[xf(x)] dx = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)\varphi(x) dx = \varphi(0) = xf(x)|_{x=0} = 0 \end{aligned}$$

Buradan isə  $x\delta(x)=0$  yazıla bilər.

Analoji yolla (74.8) xassəsini də isbat etmək olar. (74.6) xassəsinə əsasən  $\delta(ax) = \delta(|a|x)$  olduğunu nəzərə alaraq

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(ax)f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(|a|x)f(x) dx \quad (74.12)$$

yazmaq olar. Burada  $y = |a|x$  əvəzləməsi etsək,  $dy = |a|dx$  olar.  $dy$  və  $dx$  kəmiyyətlərinin eyni işarəli olması üçün  $|a|$  götürdük. Onda (74.12) inteqralı aşağıdakı şəkildə düşər:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(y)f\left(\frac{y}{|a|}\right)\frac{dy}{|a|} = \frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(y)f\left(\frac{y}{|a|}\right)dy. \quad (74.13)$$

Burada  $\varphi(0)=f(0)$  şərtini ödəyən  $\varphi(y) = f\left(\frac{y}{|a|}\right)$  əvəzləməsi edək və (74.13) ifadəsini aşağıdakı kimi çevirərək (74.4)-ü nəzərə alaq:

$$\frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(y)f\left(\frac{y}{|a|}\right)dy = \frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(y)\varphi(y)dy = \frac{1}{|a|} \varphi(0) = \frac{1}{|a|} f(0). \quad (74.14)$$

Əgər başlanğıc inteqral kimi (74.12)-ni deyil,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{1}{|a|} \delta(x) \right] f(x) dx$$

inteqralını götürsəydik və (74.4) xassəsini nəzərə alsaydıq, yenə də (74.14) nəticəsinə gələrdik. Buradan da (74.8) xassəsi alınır.

(74.9) xassəsini isbat etmək üçün sol tərəfdə hissə-hissə inteqrallama apararaq:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(x)f(x) dx &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)d[\delta(x)] = \\ &= f(x)\delta(x)|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)f'(x) dx = -f'(0). \end{aligned} \quad (74.15)$$

Burada  $\delta$ -funksiyanın (74.3) və (74.4) xassələrindən istifadə edilmişdir.

(74.10) xassəsini də (74.9)-a oxşar şəkildə isbat etmək olar. Bunun üçün aşağıdakı qayda üzrə hissə-hissə inteqrallama apararaq:

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(-x)f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)d[\delta(-x)] = \\
& = f(x)\delta(-x) \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(-x)f'(x) dx = \\
& = - \int_{+\infty}^{-\infty} \delta(x)f'(-x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)f'(-x) dx = f'(0).
\end{aligned} \tag{74.16}$$

(74.15) və (74.16) ifadələrinin müqayisəsindən (74.10) bərabərliyi alınır.

(74.11) xassəsini isbat etmək üçün (74.9) və (74.4) xassələrindən istifadə etmək olar. Bu məqsədlə

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [x\delta'(x)]f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(x)[xf(x)] dx$$

ifadəsində  $\varphi(x)=xf(x)$  əvəzləməsi edək və (74.9)-u nəzərə alaq:

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{+\infty} [x\delta'(x)]f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(x)\varphi(x) dx = -\varphi'(0) = \\
& = -[xf'(x)] \Big|_{x=0} = -[f(x) + xf'(x)] \Big|_{x=0} = -f(0).
\end{aligned} \tag{74.17}$$

(74.17) və (74.4)-ün müqayisəsindən  $x\delta'(x)=-\delta(x)$  alınır ki, bunun da isbatı tələb olunurdu.

$\delta(x)$  kimi işarə olunan birölçülü  $\delta$ -funksiyaya oxşar olaraq üçölçülü  $\delta$ -funksiya da daxil edilir. Üçölçülü  $\delta$ -funksiya  $\delta(\vec{r})$  kimi işarə olunur və o, koordinat başlanğıcından başqa qalan nöqtələrdə sıfır bərabərdir. Koordinat başlanğıcında isə  $\delta(\vec{r})$  sonsuzluğa elə çevrilir ki, həm də

$$\int \delta(\vec{r})dV = 1 \tag{74.18}$$

şərti ödənməmiş olsun. Burada inteqrallama bütün üçölçülü fəza üzrə aparılır.

Üçölçülü  $\delta$ -funksiyayı üç dənə birölçülü  $\delta$ -funksiyanın hasili kimi göstərmək olar:

$$\delta(\vec{r}) = \delta(x)\delta(y)\delta(z). \tag{74.19}$$

$\delta(\vec{r})$  funksiyasının təyininə görə görünür ki, (74.5)-ə uyğun olaraq

$$\int f(\vec{r})\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)dV = f(\vec{r}_0) \tag{74.20}$$

yazmaq olar. (74.20) ifadəsində inteqrallama oblastının heç də bütün üçölçülü fəzanı əhatə etməsi vacib deyildir; inteqrallama oblastına  $\vec{r}_0$  radius-vektoru ilə təyin olunan nöqtənin daxil edilməsi kifayətdir.

Riyaziyyatdan məlumdur ki, özünü kifayət qədər yaxşı aparan ixtiyari  $f(x)$  funksiyasını Furiye inteqralına ayırmaq olar.

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(k)e^{ikx} dk. \tag{74.21}$$

Burada  $\tilde{f}(k)$  funksiyası  $f(x)$  funksiyasının Furiye–obrazı adlanır və aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\tilde{f}(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-ikx} dx. \quad (74.22)$$

Onda  $f(x)$  funksiyası üçün (74.21) Furiye inteqralı tam şəkildə

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikx} dx \int_{-\infty}^{+\infty} f(\eta) e^{ik\eta} d\eta \quad (74.23)$$

kimi yazıla bilər. Onda  $\delta$ -funksiya üçün (74.23) Furiye inteqralı

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikx} dk \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\eta) e^{ik\eta} d\eta \quad (74.24)$$

olar. (74.4)-ə uyğun olaraq (74.24)-də  $\eta$  üzrə inteqral  $e^0=1$  olduğundan  $\delta$ -funksiya üçün Furiye inteqralı

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikx} dk \quad (74.25)$$

şəklinə düşür. (74.25) ifadəsinin (74.21) ilə müqayisəsindən görünür ki,  $\delta$ -funksiyanın Furiye obrazı, sadəcə olaraq, ədəddir:

$$\tilde{\delta}(k) = \frac{1}{2\pi}. \quad (74.26)$$

Ona görə də Furiye inteqralı nəzəriyyəsi baxımından  $\delta$ -funksiya müəyyən mənada xeyli dərəcədə sadə funksiyadır. (74.6) düsturuna əsasən yazıla bilər ki,

$$\delta(x) = \delta(-x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikx} dx. \quad (74.27)$$

Buradan isə

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikx} dx = 2\pi\delta(x) \quad (74.28)$$

alınır.

(74.19) və (74.27) düsturlarına əsasən üçölçülü  $\delta$ -funksiya üçün

$$\delta(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ik_x x} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ik_y y} dk_y \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ik_z z} dk_z = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{i\vec{k}\vec{r}} dV_k \quad (74.29)$$

ifadəsini yazmaq olar. Burada  $dV_k = dk_x dk_y dk_z$   $k$ -fəzasında həcm elementidir. (74.29) düsturundan görünür ki,

$$\int e^{i\vec{k}\vec{r}} dV_k = (2\pi)^3 \delta(\vec{r}). \quad (74.30)$$

Burada inteqrallama bütün  $k$ -fəzası üzrə aparılır. (74.30) ifadəsi (74.28)-in üçölçülü analogudur.

$\delta$ -funksiya haqqında yuxarıda verilən ümumi məlumatdan sonra, kvant mexanikasında bu funksiyanın necə daxil edildiyini göstərək. Fərz edək ki, biz ixtiyari  $f(x)$  funksiyanı ortonormal funksiyaaların tam sistemi üzrə sıraya ayırıraq:

$$f(x) = \sum_n f_n \psi_n(x). \quad (74.31)$$

Burada  $\psi_n(x)$  funksiyaları

$$\int \psi_n^*(x) \psi_n(x) dx = \delta_{nn}, \quad (74.32)$$

ortonormallıq şərtini ödəyirlər, yəni bu funksiyalar Hilbert fəzası adlanan sonsuz ölçüyə malik fəzanın ort-vektorlarıdır. Xüsusi halda, Şredinger tənliyinin məxsusi funksiyaları bu şərti ödəyirlər (E72).

(74.31)-i  $\psi_n^*(x)$ -ə vuraraq, bütün fəza üzrə inteqrallayaraq və (74.32)-ni nəzərə alaraq  $f_n$  ümumiləşmiş Furey əmsallarını /bax: (73.48)/ tapırıq:

$$f_n = \int f(x') \psi_n^*(x') dx'. \quad (74.33)$$

(74.33)-ü (74.31)-də yerinə yazsaq

$$f(x) = \sum_n \int dx' f(x') \psi_n^*(x') \psi_n(x) \quad (74.34)$$

alırıq. (74.34) ifadəsində

$$\sum_n \psi_n^*(x') \psi_n(x) \quad (74.35)$$

cəmi dağıldığı üçün əvvəlcə  $x'$  üzrə inteqrallama aparmaq, sonra isə  $n$  üzrə cəmi hesablamaq lazımdır. Lakin  $e^{-\alpha|x|}$  kimi ( $\alpha \geq 0$ ) elə "kəsicici" vuruq daxil etsək ki,

$$\sum_n e^{-\alpha|x|} \psi_n^*(x') \psi_n(x) \quad (74.36)$$

cəmi yığılan olsun, onda (74.34) ifadəsini

$$f(x) = \lim_{\alpha \rightarrow +0} \int dx' f(x') \sum_n e^{-\alpha|x|} \psi_n^*(x') \psi_n(x) \quad (74.37)$$

kimi yazmaq olar.

Qeyd edək ki, (74.34) ifadəsində  $f(x')$  funksiyanı  $f(x)$  funksiyanıya çevirdiyi üçün (74.35) cəmi, (74.5)-ə uyğun olaraq, elə  $\delta$ -funksiyadır, yəni

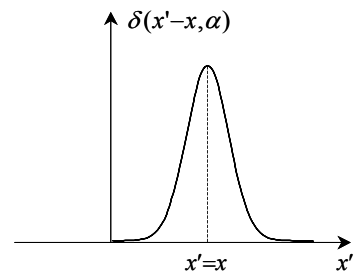
$$\sum_n \psi_n^*(x') \psi_n(x) = \delta(x'-x). \quad (74.38)$$

məhz buna görə də deyirlər ki,  $\delta$ -funksiya  $\delta$ -simvola bənzəyir, çünki  $\delta_{nn}$  simvolu da

$$\sum_{n'} f_{n'} \delta_{nn'} = f_n$$

qaydası üzrə  $f_n$  -i  $f_n$ -ə çevirir.

Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, (74.37) ifadəsində



Шякил

$$\sum_n e^{-\alpha|n|} \psi_n^*(x) \psi_n(x) = \delta(x'-x, \alpha) \quad (74.39)$$

cəmi "yayılmış"  $\delta$ -funksiya adlana bilər. "Yayılmış"  $\delta$ -funksiyanın qrafiki 74.1 şəklində verilmişdir.

(74.39) cəmini yığıla bilən edən digər vuruqlar da daxil etmək olar. Son nəticədə, yəni inteqrallamadan sonra  $\alpha=0$  götürüldüyündən, bu vuruğun daxil edilməsi müxtəlif üsullarla ola bilər. Məsələn, sərbəst hərəkət edən hissəcik üçün Şredinger tənliyinin həlli zamanı bu haqda konkret misal göstərəcəyik (E85).

## Ə75. Kvant mexanikasının postulatları

Məlumdur ki, müxtəlif nəzəriyyələr isbatsız qəbul olunan müəyyən müddəalar əsasında qurulur. Buna misal olaraq Evklid həndəsəsinin əsaslandığı aksiomları, molekulyar-kinetik nəzəriyyənin əsas müddəalarını və s. göstərmək olar. Kvant mexanikası da müəyyən postulatlar (isbatsız qəbul olunan təkliflər) üzərində qurulur. Belə ki, bütün kvant nəzəriyyəsi bu postulatlarla əsaslanaraq şərh olunur və nəhayət, təcrübədə yoxlanıla bilən nəticələr alınır. Təcrübədə yoxlamanın nəticələrindən asılı olaraq nəzəriyyə ya qəbul olunur, ya da ki, rədd edilir. Kvant mexanikasına aid olan dərs vəsaitlərində postulatların sayı müxtəlifdir və bəzi kitablarda bu postulatlar heç ayrıca verilmir. Ona görə də həmin postulatların konkret sayını göstərməyərək biz belə hesab edirik ki, kvant mexanikasını müasir şəkildə şərh etmək üçün aşağıda verilən postulatlarla əsaslanmaq olar.

1-ci postulat. Sistemin istənilən halı koordinatlardan və zamandan asılı olan və dalğa funksiyası (hal funksiyası) adlanan  $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N; t)$  funksiyası ilə tam təsvir olunur.

Dalğa funksiyası və onun xassələri E72-də ətraflı şərh olunmuşdur. E73-də isə qeyd olunmuşdur ki, kvant mexanikasında istifadə olunan məxsusi funksiyalar standart şərtləri ödəyən, yəni  $Q$  sinfinə mənsub olan funksiyalar olmalıdır.  $\psi(\vec{r}, t)$  hal funksiyası baxılan kvant mexaniki sistem üçün Şredinger tənliyinin (E71) həllidir.

2-ci postulat. Kvant mexanikasında hər bir  $L$  fiziki kəmiyyəti müəyyən xətti özünəqoşma (ermit)  $\hat{L}$  operatoru ilə xarakterizə olunur.

Xətti və özünəqoşma operatorlar və onların mühüm xassələri haqqında E73-də bəhs edilmişdir.

3-cü postulat. Əgər sistemin halını təsvir edən  $\psi(\vec{r}, t)$  hal funksiyası bu sistemi xarakterizə edən hər hansı  $L$  fiziki kəmiyyətinə uyğun olan  $\hat{L}$  operatorunun məxsusi funksiyasıdırsa, yəni

$$\hat{L}\psi = \lambda\psi \quad (75.1)$$

şərti ödənirsə, bu fiziki kəmiyyətin yeganə mümkün olan qiymətləri həmin operatorun  $\lambda$  məxsusi qiymətləridir.

Məhz buna görə də kvant mexanikasında fiziki kəmiyyətlər ixtiyari operatorlarla deyil, məxsusi qiymətləri həqiqi ədədlər olan özünəqoşma (ermit) operatorlarla xarakterizə olunur.

Üçüncü postulatla əlaqədar olaraq aşağıdakıları qeyd etmək vacibdir. Bu postulata

görə əgər sistemin hal funksiyası  $\hat{L}$  operatorunun məxsusi funksiyasıdırsa, yəni

$$\hat{L}\psi_n = L_n\psi_n \quad (75.2)$$

tənliyi ödənilsə, onda ölçmə zamanı  $L$  fiziki kəmiyyəti üçün tamamilə müəyyən  $L=L_n$  qiyməti alınır. Lakin sistemin baxılan halını təsvir edən  $\psi$  dalğa funksiyası  $\hat{L}$  operatorunun məxsusi funksiyası deyildirsə, yəni (75.2) tənliyi ödənmirsə, onda ölçmə nəticəsində  $L$  fiziki kəmiyyəti üçün  $\hat{L}$  operatorunun  $L_1, L_2, \dots, L_k$  məxsusi qiymətlərindən biri, o cümlədən  $L=L_n$  qiyməti də alınə bilər. Deməli, bu halda  $L$  fiziki kəmiyyəti üçün  $L_n$  qiymətinin alınması ehtimalından danışmaq olar. Bu ehtimalı müəyyən etmək üçün isə kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsasən fiziki kəmiyyətin orta qiymətinin necə təyin olunduğunu bilmək lazımdır. Bu məqsədlə aşağıdakı teoremi isbat edək.

Teorem. Sistemin  $\psi$  funksiyası ilə təsvir olunan halında  $\hat{L}$  operatoru ilə xarakterizə olunan  $L$  fiziki kəmiyyətinin orta qiyməti

$$\bar{L} = \frac{\int \psi^* \hat{L} \psi d\tau}{\int \psi^* \psi d\tau} \quad (75.3)$$

düsturu ilə təyin olunur. Əgər  $\psi$  dalğa funksiyası normalanmışdırsa, yəni (75.3) ifadəsində məxrəc 1-ə bərabərdirsə,

$$\bar{L} = \int \psi^* \hat{L} \psi d\tau \quad (75.4)$$

olar. (75.3) və (75.4) ifadələrində inteqrallama asılı olmayan dəyişənlərin bütün dəyişmə oblası üzrə aparılır.

Fərz edək ki,  $\hat{L}$  kvant mexaniki operatoru üçün (75.2) şərti ödənilir. Müəyyənlik olması nəminə belə hesab edək ki,  $\hat{L}$  operatorunun spektri, yəni  $L_n$  məxsusi qiymətləri diskretdir və hər bir  $L_n$  məxsusi qiymətinə bir dənə  $\psi_n$  məxsusi funksiyası mənsubdur (cırılma yoxdur).  $\psi_n$  məxsusi funksiyaları tam sistem əmələ gətirdiyindən (E73),  $\psi$  funksiyasını aşağıdakı sıra kimi göstərə bilərik.

$$\psi = \sum_n c_n \psi_n, \quad (75.5)$$

$$c_n = \int \psi_n^* \psi d\tau. \quad (75.6)$$

Superpozisiya prinsipinə (Ə72) əsasən biz deyə bilərik ki, baxılan sistemin  $\psi$  dalğa funksiyası ilə təsvir olunan halı  $L$  fiziki kəmiyyətinin  $L_n$  qiymətlərini ala bildiyi halların superpozisiyası kimi göstərilmişdir. Özü də (75.5) ayrılışında  $c_n$  əmsalı  $\psi$  funksiyası ilə təsvir olunan halda  $\psi_n$  halının təmsil olunması ehtimalını müəyyən edir. Başqa sözlə,  $c_n$  əmsalı,  $\psi$  dalğa funksiyası ilə təsvir olunan halda yerləşən sistemdə  $L$  fiziki kəmiyyətini ölçərkən  $L=L_n$  qiymətinin alınması ehtimalını xarakterizə edir. Ə72-də göstəriləndiyi kimi, bu ehtimalın  $c_n$  əmsalının modulunun kvadratına  $|c_n|^2$  bərabər olduğu qəbul edilir. Beləliklə,  $\psi$  halında olan sistem üzərində ölçmələr apardıqda  $L$  fiziki kəmiyyəti üçün  $L_n$  qiymətinin alınması ehtimalını tapmaq istəyiriksə, biz  $\psi$  funksiyasını  $\hat{L}$  operatorunun məxsusi funksiyaları üzrə sıraya ayrılmalı və bu sırada uyğun  $c_n$  əmsalının modulunun kvadratını  $|c_n|^2$  həmin ehtimala bərabər götürməliyik.

Əgər  $\hat{L}$  operatorunun spektri kəsilməzdirsə, yəni  $L$  fiziki kəmiyyəti kəsilməz qiymətlər alarsa, onda  $\psi$  funksiyasının məxsusi funksiyalar üzrə ayrılışı cəm şəklində olmayıb, inteqral şəklində verilməlidir:

$$\hat{L}\psi_L(x) = L\psi_L(x), \quad (75.7)$$

$$\psi(x) = \int c(L)\psi_L(x)dL.$$

Burada  $c(L)$  əmsalları diskret spektr halındakına (Ə73) oxşar olaraq tapılır. Belə ki, (75.7) bərabərliyinin hər iki tərəfini  $\psi_{L'}^*(x)$  funksiyasına vuraraq, asılı olmayan dəyişənlərin bütün dəyişmə oblastı üzrə inteqrallama aparsaq

$$\int \psi_{L'}^*(x)\psi(x)d\tau = \int c(L)dL \int \psi_{L'}^*(x)\psi_L(x)d\tau$$

olar.  $\psi_L(x)$  məxsusi funksiyalarının  $\delta$ -funksiyaya (Ə74) normallandığını fərz etsək

$$\int \psi_{L'}^*(x)\psi(x)d\tau = \delta(L-L') \quad (75.8)$$

və

$$\int \psi_{L'}^*(x)\psi(x)d\tau = \int c(L)\delta(L-L')dL$$

yaza bilərik ki, buradan da

$$c(L) = \int \psi_L^*(x)\psi(x)d\tau \quad (75.9)$$

alınır.

$\hat{L}$  operatorunun spektri kəsilməz olduqda sistemin  $\psi$  halında ölçmə apardıqda  $L$  fiziki kəmiyyəti üçün  $(L, L+dL)$  intervalında qiymətin alınması ehtimalından danışmaq olar və bu ehtimal

$$dW = |c(L)|^2 dL \quad (75.10)$$

kimi təyin olunur.

Qeyd edək ki,  $\psi$  funksiyası kvadratik inteqrallana biləndirsə və  $\hat{L}$  operatorunun



məxsusi funksiyaları (73.35) və ya (75.8) ortonormallıq şərtini ödəyirsə,  $L$  fiziki kəmiyyətinin ölçülməsi zamanı onun verilmiş qiymətləri alması ehtimalları aşağıdakı şərtləri ödəməlidir:

$$\sum |c_n|^2 = 1, \quad (75.11)$$

$$\int |c(L)|^2 dL = 1. \quad (75.12)$$

Bu ifadələr ehtimal nəzəriyyəsi baxımından aydın olsa da, misal olaraq, (75.12)-ni isbat edək:

$$\begin{aligned} \int |c(L)|^2 dL &= \int c^*(L)C(L)dL = \int c^*(L)dL \int \psi_L^*(x)\psi(x)d\tau = \\ &= \int \psi(x)d\tau \int c^*(L)\psi_L^*(x)dL = \int \psi(x)\psi^*(x)d\tau = 1. \end{aligned} \quad (75.13)$$

İndi isə fərz edək ki, sistemin halını təsvir edən  $\psi$  funksiyası bu sistemi xarakterizə edən  $L$  fiziki kəmiyyətinə uyğun olan  $\hat{L}$  operatorunun məxsusi funksiyası deyildir. Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, bu, o deməkdir ki, həmin halda  $L$  fiziki kəmiyyətini ölçərkən müəyyən bir qiymət alınmır, yəni ölçmələr zamanı müəyyən ehtimalla ixtiyari  $L_n$  məxsusi qiyməti alın bilər. Bununla əlaqədar olaraq sistemin  $\psi$  funksiyası ilə təsvir olunan halında  $L$  fiziki kəmiyyətinin yalnız orta qiyməti haqqında danışmağın mənası vardır və bu orta qiyməti tapmaq lazımdır. Məlumdur ki, müəyyən kəmiyyətin orta qiyməti dedikdə orta hesabı (riyazi gözlənilən) qiyməti başa düşülür.

Sistemin tamamilə eyni olan çoxlu sayda nüsxələrinə, yəni ansambla baxaq. Bu sistemlərin hamısı eyni bir  $\psi$  dalğa funksiyası ilə təsvir olunur. Bu sistemlərin hər birində  $L$  fiziki kəmiyyətini ölçək. Onda bu ölçmələr çoxluğundan alınan orta qiymət  $L$  kəmiyyətinin orta qiyməti adlandırılır.  $L$  kəmiyyətini ölçərkən  $L=L_n$  məxsusi qiymətinin alınması ehtimalını  $W_n$  ilə işarə etsək, ehtimal nəzəriyyəsinin ümumi düsturlarına əsasən  $L$ -in orta qiyməti üçün

$$\bar{L} = \sum_n W_n L_n \quad (75.14)$$

yaza bilərik. Yuxarıda qeyd edildiyi kimi,  $\hat{L}$  operatorunun diskret spektri üçün  $W_n = |c_n|^2$  olduğunu nəzərə alsaq  $L$ -in orta qiyməti üçün

$$\bar{L} = \sum_n |c_n|^2 L_n \quad (75.15)$$

və kəsilməz spektr üçün isə (75.10)-u nəzərə alsaq

$$\bar{L} = \int |c(L)|^2 L dL \quad (75.16)$$

ifadəsi alınır.

(75.15) və (75.16) düsturlarını elə şəkllə salmaq əlverişlidir ki, onlarda  $\psi$  dalğa funksiyasının  $\hat{L}$  operatorunun məxsusi funksiyaları üzrə ayrılışının əmsalları əvəzinə bilavasitə  $\psi$  funksiyasının özü iştirak etsin. Bu məqsədlə əvvəlcə  $\hat{L}$  operatorunun diskret spektrə malik olduğu hala baxaq.  $c_n$  əmsalları üçün (75.6) ifadəsindən istifadə edərək (75.15)-i aşağıdakı kimi çevirək:

$$\bar{L} = \sum_n c_n^* c_n L_n = \sum_n c_n L_n \int \psi_n(x) \psi_n^* d\tau$$

$\psi_n(x)$  məxsusi funksiyaları (75.2) tənliyini ödədiyindən sonuncu düsturu

$$\bar{L} = \sum_n c_n \int \psi^* \hat{L} \psi_n d\tau = \int \psi^* \hat{L} \left( \sum_n c_n \psi_n \right) d\tau$$

kimi yazmaq olar. (75.5)-i burada nəzərə alsaq

$$\bar{L} = \int \psi^* \hat{L} \psi d\tau$$

olar.

$\hat{L}$  operatorunun spektri kəsilməz olduqda (75.9) və (75.7) düsturlarını nəzərə almaqla, (75.16) ifadəsini diskret spektr üçün olan haldakına oxşar olaraq, aşağıdakı kimi çevirək:

$$\begin{aligned} \bar{L} &= \int |c(L)|^2 L dL = \int c^*(L) c(L) L dL = \int dL c(L) L \int \psi_L(x) \psi^*(x) d\tau = \\ &= \int dL c(L) \int \psi^*(x) [L \psi_L(x)] d\tau = \int dL c(L) \int \psi^*(x) \hat{L} \psi_L(x) d\tau = \\ &= \int d\tau \psi^*(x) \hat{L} \int c(L) \psi_L(x) dL = \int \psi^* \hat{L} \psi d\tau. \end{aligned}$$

Beləliklə, biz (75.4) düsturunu isbat etmiş oluruz. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, (75.4) düsturu  $\psi$  dalğa funksiyası normallaşmış olan hal üçündür. Əgər  $\psi$  funksiyası normallaşmamışdırsa, onda (75.4) düsturu daha ümumi şəkildə, yəni (75.3) kimi yazılmalıdır. Doğrudan da ehtimal nəzəriyyəsiindən məlumdur ki, hər hansı  $f$  kəmiyyəti  $f_1, f_2, \dots, f_k$  qiymətlərini ala bilirsə və onun bu qiymətləri alması ehtimalları, uyğun olaraq,  $w_1, w_2, \dots, w_k$  olursa, onda həmin  $f$  kəmiyyətinin orta qiyməti

$$\bar{f} = \frac{\sum_i f_i w_i}{\sum_i w_i} \quad (75.17)$$

kimi təyin olunur. Bu ifadəni inteqral şəklində aşağıdakı kimi yazırlar:

$$\bar{f} = \frac{\int_a^b f w(f) df}{\int_a^b w(f) df}. \quad (75.18)$$

Burada  $w(f)$  – ehtimal sıxlığıdır. Əgər ehtimal sıxlığı 1-ə normalanmışdırsa,  $\int_a^b w(f) df = 1$

və ya buna oxşar olaraq  $\sum_i w_i = 1$  olur.

Əgər sistemin halını təsvir edən  $\psi$  dalğa funksiyası  $\hat{L}$  operatorunun məxsusi funksiyası olarsa, yəni  $\hat{L} \psi = L_m \psi$  şərti ödənərsə,  $L$  kəmiyyətini ölçərkən, 3-cü postulata uyğun olaraq, tamamilə müəyyən və  $L_m$  məxsusi qiymətinə bərabər olan  $L=L_m$  qiyməti alınır. Bu halda, gözlənilməli kimi, (75.3) və (75.4) düsturlarına əsasən  $L$  kəmiyyətinin

orta qiyməti  $L_m$  məxsusi qiymətinə bərabər olur:  $\bar{L} = L_m$ .

Sistemin halını təsvir edən  $\psi$  dalğa funksiyası  $\hat{L}$  operatorunun məxsusi funksiyası deyildirsə, ölçmə zamanı  $L$  fiziki kəmiyyəti üçün bir dənə müəyyən  $L_n$  qiyməti deyil, müxtəlif  $L_1, L_2, \dots, L_k$  qiymətləri alınır ki, bu qiymətlərin içərisində  $L=L_n$  qiyməti də ola bilər.  $L$  kəmiyyəti üçün diskret spektr halında  $L=L_n$  qiymətinin alınması ehtimalı (75.15) düsturuna əsasən  $|C_n|^2$ , kəsilməz spektr halında  $(L, L+dL)$  intervalında qiymətin alınması ehtimalı isə (75.16) düsturuna əsasən  $|c(L)|^2 dL$  olur. Doğrudan da, orta qiymətin hesablanması haqqında yuxarıda isbat etdiyimiz teoremə əsasən diskret spektr üçün

$$\begin{aligned} \bar{L} &= \int \psi^* \hat{L} \psi d\tau = \int \sum_n c_n^* \psi_n^* \hat{L} \sum_{n'} c_{n'} \psi_{n'} d\tau = \\ &= \sum_{n,n'} c_n^* c_{n'} \int \psi_n^* \hat{L} \psi_{n'} d\tau = \sum_{n,n'} c_n^* c_{n'} L_{n'} \int \psi_n^* \psi_{n'} d\tau = \quad (75.19) \\ &= \sum_{n,n'} c_n^* c_{n'} L_{n'} \delta_{nn'} = \sum_n c_n^* c_n L_n = \sum_n |c_n|^2 L_n, \end{aligned}$$

analoji olaraq kəsilməz spektr üçün isə

$$\begin{aligned} \bar{L} &= \int \psi^* \hat{L} \psi d\tau = \int d\tau \int c^*(L) \psi_L^*(x) dL \hat{L} \int c(L') \psi_{L'}(x) dL' = \\ &= \int dL c^*(L) \int dL' c(L') \int \psi_L^*(x) \hat{L} \psi_{L'}(x) d\tau = \\ &= \int dL c^*(L) \int dL' c(L') L' \int \psi_L^*(x) \psi_{L'}(x) d\tau = \quad (75.20) \\ &= \int dL c^*(L) \int dL' c(L') L' \delta(L'-L) = \int dL c^*(L) L c(L) = \\ &= \int |c(L)|^2 L dL \end{aligned}$$

ifadələrini yazı bilərik. (75.19) və (75.20) düsturlarında (75.5), (75.2), (73.35) və (75.7), (75.8) ifadələrindən istifadə edilmişdir.

## Ə76. Bəzi fiziki kəmiyyətlərə uyğun olan operatorlar

Klassik mexanikada sistemin halı və dinamik dəyişənlər kimi əsas anlayışlardan geniş istifadə olunur. Kvant mexanikasında sistemin halının təsvir olunması məsələsi Ə72-də ətraflı şərh olunmuşdur. Klassik mexanikada "dinamik dəyişənlər" dedikdə, hissəciyin koordinatları, impulsunun koordinat oxları üzrə proyeksiyaları, impuls momentinin koordinat oxları üzrə proyeksiyaları, enerjisi və s. başa düşülür. Kvant mexanikasında da bu kəmiyyətlər dinamik dəyişənlər adlanır. Klassik mexanikada dinamik dəyişənlər arasında müəyyən düsturlarla ifadə olunan asılılıqlar vardır. Məsələn, impuls momentinin proyeksiyaları koordinatlar və impulsun proyeksiyaları ilə, tam enerji (Hamilton funksiyası) isə impulsun proyeksiyaları və koordinatların funksiyası olan potensial enerji ilə ifadə olunur və s.

Belə sual meydana çıxır ki, bu dinamik dəyişənlərə kvant mexanikasında hansı kəmiyyətlər uyğun gəlir? Bu suala Ə73-də və Ə75-də kvant mexanikasının ikinci postulatında ətraflı cavab verilmişdir. Biz bilirik ki, kvant mexanikası vasitəsilə təsvir

edilməli olan çox kiçik sistemlərdə hərəkət, klassik mexanika qanunlarına tabe olmayıb, xüsusi kvant qanunları üzrə baş verir. Bununla yanaşı, biz kvant mexanikasında da klassik mexanika sxemini saxlamaq istəyirik. Kvant mexanikasında bu hər iki məsələ özünəməxsus üsulla həllini tapır. Belə ki, kvant mexanikasında klassik mexanikadakı kimi dinamik dəyişənlərdən istifadə edilmir, bu dinamik dəyişənlər digər riyazi təbiətə malik olan kəmiyyətlər, yəni operatorlar vasitəsilə xarakterizə olunur.

Bu paraqrafda bəzi dinamik dəyişənlərə uyğun olan operatorların aşkar ifadəsini müəyyən edəcəyik. Qeyd edək ki, əsas operatorları biz dekart koordinatlarında təyin edəcəyik. Əgər lazım gəlsə, xüsusi çevrilmələr vasitəsilə həmin operatorların digər koordinat sistemlərində də ifadəsini tapmaq olar.

Kvant mexanikasında dinamik dəyişənlərə uyğun olan kvant mexaniki operatorların, yəni xətti və özünəqoşma operatorların aşkar ifadəsini tapmaq üçün uyğunluq prinsipindən istifadə etmək lazımdır. Belə ki, kvant mexanikasında hissəciyin hərəkətini təsvir edən kvant mexaniki operatorlar arasında da, onların "orijinaları", yəni klassik mexanikada bu operatorlara uyğun gələn fiziki kəmiyyətlər arasında mövcud olan asılılıqların saxlandığını fərz etmək təbii sayılmalıdır. Məsələn, belə hesab edilməlidir ki, tam enerji operatoru  $\hat{H}$  kinetik və potensial enerji operatorlarının cəminə bərabər olmalıdır.

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{U} \quad (76.1)$$

Öz növbəsində  $\hat{T}$  kinetik enerji operatoru,  $\hat{p}$  impuls operatoru vasitəsilə

$$\hat{T} = \frac{\hat{p}^2}{2m} \quad (76.2)$$

kimi ifadə olunmalıdır və s.

Aşağıda bəzi mühüm fiziki kəmiyyətləri xarakterizə edən kvant mexaniki operatorların aşkar ifadələrinin tapılması qaydaları göstərilmişdir.

1. Koordinat və zaman operatoru. Fiziki kəmiyyətin orta qiymətini təyin edən (75.4) düsturundan görünür ki, koordinat təsvirində koordinat operatoru sadəcə olaraq bu koordinata vurma əməliyyatından ibarətdir. Doğrudan da, dalğa funksiyasının modulunun kvadratının fiziki mənasından istifadə edərək koordinatın orta qiyməti üçün

$$\bar{x} = \int |\psi|^2 x d\tau = \int \psi^*(x) x \psi(x) d\tau \quad (76.3)$$

ifadəsini yazı bilərik. (76.3) və (75.4) düsturlarının müqayisəsindən görünür ki,  $\hat{x}$  koordinat operatorunun  $\psi(x)$  funksiyasına təsiri bu funksiyanı  $x$ -ə vurmaqdan ibarətdir:

$$\hat{x}\psi(x) = x \cdot \psi(x). \quad (76.4)$$

Kvant mexanikasında qəbul olunmuşdur ki,  $\hat{t}$  zaman operatorunun da  $\psi(x,t)$  funksiyasına təsiri həmin funksiyanın  $t$ -yə hasili deməkdir:

$$\hat{t}\psi(x,t) = t \cdot \psi(x,t). \quad (76.5)$$

Məhz bu mənada bəzən sadəlik naminə deyirlər ki, koordinat və zamana uyğun operatorlar elə onların özlərinə bərabərdir:

$$\hat{x} = x, \hat{t} = t.$$

Analoji olaraq koordinatlardan və zamandan asılı olan ixtiyari  $u(x,y,z,t)$  funksiyasının

orta qiyməti

$$\bar{u}(x, y, z, t) = \int |\psi|^2 u(x, y, z, t) d\tau = \int \psi^* u \psi d\tau \quad (76.6)$$

kimi təyin olunduğundan, deyə bilərik ki, koordinatlar və zamandan asılı ixtiyari funksiya koordinat təsvirində uyğun olan operatorun təsiri bu funksiya vurma əməliyyatından ibarətdir:

$$\hat{u}(x, y, z, t)\psi(x, y, z, t) = u \cdot \psi. \quad (76.7)$$

Bu nəticəni ümumiləşdirərək belə demək olar ki,  $L$  fiziki kəmiyyətinə uyğun olan  $\hat{L}$  operatoru öz təsvirində elə  $L$  kəmiyyətinə vurma əməliyyatına ekvivalentdir. Bu ümumi müddəni koordinat üçün yuxarıda göstərdiyimiz qayda üzrə isbat edə bilərik. Doğrudan da,  $\hat{L}$  operatorunun təsvirində dalğa funksiyasını təyin edən  $c(L)$  funksiyası (bax: 73) vasitəsilə  $L$  kəmiyyəti üçün tapılmış orta qiymət

$$\bar{L} = \int |c(L)|^2 L dL = \int c^*(L) L c(L) dL$$

kimi təyin olunur. Digər tərəfdən  $L$ -təsvirində  $L$  kəmiyyətinin orta qiyməti üçün (75.4) ümumi düsturuna əsasən

$$\bar{L} = \int c^*(L) \hat{L} c(L) dL$$

yazmaq olar. Bu ifadələri müqayisə edərək görürük ki,  $L$  fiziki kəmiyyətinə uyğun  $\hat{L}$  operatoru öz təsvirində  $L$ -ə vurma əməliyyatından ibarətdir.

2. İmpulsun proyeksiyalarına uyğun operatorlar. Bu operatorları tapmaq üçün belə bir faktı istifadə etmək olar ki, de-Broyl hipotezinə görə (75) impulsu  $p_x$  olan sərbəst hərəkət edən hissəcik dalğa ədədi  $k_x = p_x/\hbar$  və tezliyi  $\omega = E/\hbar$  olan müəttəvi dalğa ilə təsvir olunur /bax: (65.4):

$$\psi = A e^{-i(\omega t - k_x x)} = A e^{-\frac{i}{\hbar}(E t - p_x x)}. \quad (76.8)$$

Burada  $A$ -baxılan halda xüsusi əhəmiyyət kəsb etməyən normallaşdırıcı vuruqdur.

Onda üçüncü postulatı görə

$$\hat{p}_x \psi = p_x \psi \quad (76.9)$$

operator tənliyi ödənməlidir, yəni (76.8) dalğa funksiyası impulsun  $p_x$  proyeksiyasına uyğun olan  $\hat{p}_x$  operatorunun məxsusi funksiyası olmalıdır. (76.8) və (76.9) ifadələrinin müqayisəsindən görünür ki,  $\hat{p}_x$  operatoru aşağıdakı kimi təyin olunmalıdır:

$$\hat{p}_x = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}.$$

İmpulsun digər proyeksiyalarının operatorları üçün də buna bənzər ifadələr alınır. Beləliklə, hissəciyin impulsunun dekart koordinat sistemində  $p_x, p_y, p_z$  proyeksiyalarına uyğun olan operatorlar aşağıdakı kimi təyin olunur

$$\hat{p}_x = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\hat{p}_y = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial y} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y} \quad (76.10)$$

$$\hat{p}_z = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial z} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z}.$$

Burada  $i = \sqrt{-1}$  – xəyali vahiddir.

3. İxtiyari fiziki kəmiyyətə uyğun olan operator. Məlumdur ki, klassik mexanikada sistemin halı Hamilton metoduna görə  $q$  ümumiləşmiş koordinatların və  $p$  ümumiləşmiş impulsların verilməsi ilə təsvir olunur. Ona görə də ixtiyari  $L$  fiziki kəmiyyəti koordinatlardan və impulslardan asılı olan funksiya kimi verilə bilər:  $L(q,p,t)$ . Bu paraqrafın 2-ci bəndində qeyd etdiyimiz uyğunluq prinsipinə görə  $L(x, y, z; p_x, p_y, p_z; t)$  funksiyasına (fiziki kəmiyyətinə) uyğun olan operatoru tapmaq üçün bu funksiyanın klassik mexanikadakı ifadəsində impulsları uyğun operatorlarla əvəz etmək lazımdır, yəni

$$\hat{L}(x, y, z; p_x, p_y, p_z; t) = L(x, y, z; \hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z; t)$$

Deməli, koordinat və impuls operatorlarını bilərək bu qaydaya əsasən istənilən fiziki kəmiyyətə uyğun kvant mexaniki operatoru tapmaq olar.

4. İmpuls operatoru. Məlumdur ki, klassik mexanikada impuls vektoru

$$\vec{p} = \vec{i}p_x + \vec{j}p_y + \vec{k}p_z \quad (76.11)$$

kimi təyin olunur. Burada  $p_x, p_y, p_z$  impuls vektorunun dekart koordinat sisteminin oxları üzrə proyeksiyaları,  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  isə bu koordinat sistemində ort-vektorlardır, yəni, uyğun olaraq,  $x, y, z$  oxları boyunca yönəlmiş vahid vektorlardır. Bu ort-vektorların skalyar hasilləri aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\begin{aligned} (\vec{i}, \vec{i}) &= (\vec{j}, \vec{j}) = (\vec{k}, \vec{k}) = 1, \\ (\vec{i}, \vec{j}) &= (\vec{i}, \vec{k}) = (\vec{j}, \vec{k}) = 0. \end{aligned} \quad (76.12)$$

Onda 3-cü bənddə göstərdiyimiz qaydaya görə impuls vektoruna uyğun operator (76.10) düsturlarından istifadə etməklə aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\hat{p} = \vec{i}\hat{p}_x + \vec{j}\hat{p}_y + \vec{k}\hat{p}_z = -i\hbar \vec{\nabla} = \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla}. \quad (76.13)$$

Burada

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \quad (76.14)$$

işarə edilmişdir və "nabla" operatoru adlanır.

5. Tam enerji operatoru. Klassik mexanikada sistemin tam enerjisi bu sistemin  $H(q,p)$  Hamilton funksiyasına, yəni bu sistemin kinetik və potensial enerjilərinin cəminə bərabərdir. Məsələn, dekart koordinatlarında bir dənə hissəciyin tam enerjisi

$$E = H = T + U = \frac{p^2}{2m} + u(x, y, z) = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + u(x, y, z) \quad (76.15)$$

kimi təyin olunur. Ona görə də tam enerji operatorunu adətən Hamilton operatoru adlandırır və  $\hat{H}$  kimi işarə edirlər. (76.1), (76.15) və (76.10) düsturlarına əsasən bir dənə

hissəcik üçün Hamilton operatoru

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{u} = \frac{1}{2m} (\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2) + \hat{u}(x, y, z) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + u(x, y, z) \quad (76.16)$$

olar. Bu barədə E71-də qeyd edilmişdir. (76.16) ifadəsində potensial enerjini təyin edən  $u(x, y, z)$  funksiyası yalnız koordinatlardan asılı olduğu üçün bu funksiyaya uyğun operatorun onun özünə bərabər olduğu nəzərə alınmışdır (bax: 1-ci bənd).

(76.16) ifadəsində

$$\nabla^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (76.17)$$

işarə edilmişdir və dekart koordinat sistemində Laplas operatoru adlanır. Bundan başqa, (76.16) ifadəsindən görünür ki, hissəciyin kinetik enerjisi operatoru

$$\hat{T} = \frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \quad (76.18)$$

kimi təyin olunur.

Beləliklə, 3-cü postulata görə hissəciyin enerjisinin mümkün olan qiymətləri

$$\hat{H}\psi = E\psi \quad (76.19)$$

və ya

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + u(x, y, z) \right] \psi = E\psi \quad (76.20)$$

tənliyini həll etməklə tapılmalıdır. Bu isə E71-dən bizə məlum olan stasionar Şredinger tənliyidir /bax: (71.9)/.

Zamandan asılı olan (71.28) Şredinger tənliyi ilə (76.19) tənliyinin müqayisəsindən görünür ki, zamandan asılı olan hal üçün  $E$  enerjisinə uyğun olan operator

$$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} \quad (76.21)$$

kimi təyin olunur. Bu halda biz zamandan asılı olan (71.28) Şredinger tənliyini alırıq

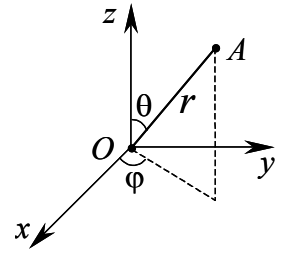
$$\hat{H}\psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t}$$

və ya

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + u(x, y, z, t) \right] \psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t}. \quad (76.22)$$

Qeyd etmək lazımdır ki, bir hissəcik üçün yazılmış (76.20) və (76.22) Şredinger tənliklərini hissəciklər sistemi (məsələn, atom və ya molekul) üçün də ümumiləşdirmək olar. Bunun üçün Hamilton operatorunun ifadəsində kinetik və potensial enerji operatorlarının əvəzinə sistemi təşkil edən hissəciklərin kinetik enerjilərinin cəminə və onlar arasında qarşılıqlı təsirin potensial enerjisinə uyğun olan operatorları yazmaq lazımdır.

Bəzi hallarda kvantmexaniki operatorların dekart koordinat sistemində deyil, digər koordinat sistemlərində ifadələrindən istifadə etmək lazım gəlir. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, bu zaman uyğun çevrilmələr aparmaqla baxılan operatorun dekart koordinat sistemindəki ifadəsindən digər koordinat sistemindəki ifadəsinə keçmək lazımdır. Fizika məsələlərin həlli zamanı bir çox hallarda sferik koordinat sistemindən və onun xüsusi halı olan polyar koordinat sistemindən istifadə edilir. Ona görə də, misal olaraq (76.16) Hamilton operatorunun ifadəsinə daxil olan (76.17) Laplas operatorunun sferik koordinatlarda ifadəsini tapan. Bu məqsədlə  $x, y, z$  dekart koordinatları ilə  $r, \theta, \varphi$  sferik koordinatları arasında aşağıdakı məlum əlaqə düsturlarından istifadə edəcəyik (şəkil 76.1):



Шякил

$$\begin{aligned}x &= r \sin \theta \cos \varphi \\y &= r \sin \theta \sin \varphi \\z &= r \cos \theta\end{aligned}\quad (76.23)$$

Burada asılı olmayan dəyişənlərin dəyişmə intervalları  $-\infty < x < \infty$ ,  $-\infty < y < \infty$ ,  $-\infty < z < \infty$  və  $0 \leq r < \infty$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  kimidir.

Ayındır ki,  $\nabla^2$  operatoru üçün dekart koordinat sistemindən sferik koordinat sistemə keçməkdən ötrü biz  $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$  operatorlarını  $\frac{\partial}{\partial r}, \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{\partial}{\partial \varphi}$  operatorları ilə ifadə etməliyik:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \frac{\partial r}{\partial y} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \\ \frac{\partial}{\partial z} &= \frac{\partial r}{\partial z} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial \theta}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \varphi}.\end{aligned}\quad (76.24)$$

(76.24)-də sferik koordinatlar üzrə  $\frac{\partial}{\partial r}, \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{\partial}{\partial \varphi}$  törəmələrinin əmsallarını tapan üçün

(76.23)-dən alınmış

$$\begin{aligned}r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \cos \theta = \frac{z}{r}, \operatorname{ctg} \varphi = \frac{x}{y}, \\ \theta &= \arccos \frac{z}{r}, \varphi = \operatorname{arccctg} \frac{x}{y}\end{aligned}\quad (76.25)$$

ifadələrindən və  $y_1 = \sqrt{x}$ ,  $y_2 = \arccos x$ ,  $y_3 = \operatorname{arccctg} x$  funksiyalarının törəməsi üçün uyğun olaraq aşağıdakı məlum düsturlardan istifadə edilməlidir:



$$y_1' = \frac{x'}{2\sqrt{x}}, y_2' = -\frac{x'}{\sqrt{1-x^2}}, y_3' = -\frac{x'}{1+x^2}. \quad (76.26)$$

Onda tapırıq ki,

$$\begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial x} &= \frac{x}{r} = \sin \theta \cos \varphi, \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{r} = \sin \theta \sin \varphi, \frac{\partial r}{\partial z} = \frac{z}{r} = \cos \theta; \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} &= \frac{xz}{r^2 \sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\cos \theta \cos \varphi}{r}, \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{yz}{r^2 \sqrt{x^2 + y^2}} = \\ &= \frac{\cos \theta \sin \varphi}{r}, \frac{\partial \theta}{\partial z} = -\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r^2} = -\frac{\sin \theta}{r}; \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= -\frac{y}{x^2 + y^2} = -\frac{\sin \varphi}{r \sin \theta}, \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{x}{x^2 + y^2} = \frac{\cos \varphi}{r \sin \theta}, \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0. \end{aligned} \quad (76.27)$$

Beləliklə, (76.27) ifadələrini (76.24)-də nəzərə alsaq

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \sin \theta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \theta \cos \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{\sin \varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \sin \theta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\sin \theta \sin \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\cos \varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \\ \frac{\partial}{\partial z} &= \cos \theta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}. \end{aligned} \quad (76.28)$$

olar. (76.28) düsturları ümumidir və digər məsələlərin həlli üçün də onlardan gələcəkdə istifadə edəcəyik.

(76.28) düsturlarını (76.17)-də yazaraq və lazımı riyazi çevrilmələr apararaq Laplas operatoru üçün sferik koordinatlarda aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$\begin{aligned} \nabla^2 &= \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} = \\ &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} = \\ &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \nabla_{\theta, \varphi}^2. \end{aligned} \quad (76.29)$$

Bu ifadəni E61-də biz hazır şəkildə yazmışdıq. (76.29)-da

$$\nabla_{\theta, \varphi}^2 = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (76.30)$$

işarə edilmişdir və sfera üçün Laplas operatoru adlanır. Lakin sferik funksiyalar nəzəriyyəsində və bu funksiyaların rast gəliniyi bir çox məsələlərin həlli zamanı  $\hat{\Lambda} = -\nabla_{\theta, \varphi}^2$  kimi işarə olunan Lejandr operatorundan geniş istifadə olunur. (76.29)-u

(76.16)-da yazaraq, sferik koordinat sistemində hissəciyin Hamilton operatorunun ifadəsini almış oluruq.

6. İmpuls momenti operatoru. Klassik fizikada hissəciyin impuls momenti bu hissəciyin  $\vec{r}$  radius-vektoru ilə  $\vec{p}$  impulsunun vektorial hasilini kimi təyin olunur:

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{p}] \quad (76.31)$$

Məlumdur ki,  $\vec{a}$  və  $\vec{b}$  vektorlarının vektorial hasilini dekart koordinat sistemində aşağıdakı üç tərtibli determinant şəklində yazmaq olar:

$$\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \quad (76.32)$$

Bu zaman  $\vec{c}$  vektorunun  $c_x, c_y, c_z$  proyeksiyaları (76.32) determinantında uyğun olaraq  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  ort-vektorlarının cəbri tamamlayıcısı kimi tapılır. Bunları nəzərə alaraq hissəciyin impuls momenti üçün (76.31) ifadəsini

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{p}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ p_x & p_y & p_z \end{vmatrix} \quad (76.33)$$

kimi yazmaq və buradan  $M_x, M_y, M_z$  proyeksiyaları üçün aşağıdakı ifadələri tapmaq olar:

$$\begin{aligned} M_x &= ypz - zpy, \\ M_y &= zp_x - xp_z, \\ M_z &= xp_y - yp_x. \end{aligned} \quad (76.33)$$

Bu paraqrafın 3-cü bəndinə uyğun olaraq, (76.10) ifadələrini (76.33)-də və (76.13)-ü (76.31)-də yazmaqla impuls momentinin dekart proyeksiyalarına uyğun  $\hat{M}_x, \hat{M}_y, \hat{M}_z$  operatorlarını və impuls momentinə uyğun  $\hat{M}$  operatorunu tapmış oluruq:

$$\begin{aligned} \hat{M}_x &= y\hat{p}_z - z\hat{p}_y = -i\hbar \left( y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right), \\ \hat{M}_y &= z\hat{p}_x - x\hat{p}_z = -i\hbar \left( z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \right), \\ \hat{M}_z &= x\hat{p}_y - y\hat{p}_x = -i\hbar \left( x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right), \\ \hat{M} &= [\vec{r}, \vec{p}] = -i\hbar [\vec{r}, \vec{\nabla}]. \end{aligned} \quad (76.34)$$

(76.34) və (76.35) ifadələrini yazarkən nəzərə aldıq ki, koordinata uyğun operator bu koordinata vurma əməliyyatıdır.

Qeyd edək ki, (76.14) ilə təyin olunan  $\vec{\nabla}$  operatoruna formal olaraq komponentləri  $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$  olan vektor kimi baxmaqla (76.35)-i (76.32)-yə oxşar olaraq

$$\hat{M} = -i\hbar[\vec{r}, \vec{\nabla}] = -i\hbar \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix} \quad (76.36)$$

determinantı kimi yazmaq və buradan da (76.34) ifadələrini tapmaq olar.

Kvant mexanikasında adətən  $\hat{M}$  operatorundan deyil, impuls momentinin kvadratı  $\hat{M}^2$  operatorundan istifadə olunur. Bu zaman qeyd etmək vacibdir ki, klassik mexanikada impuls momentinin kvadratı  $\vec{M}^2 = M^2$  kəmiyyətidən istifadə edilmir. Ona görə də kvant mexanikasında  $M^2$  kəmiyyəti  $\hat{M}^2$  operatorunun məxsusi qiyməti kimi qəbul edilməlidir.  $\hat{M}^2$  operatoru aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\hat{M}^2 = \hat{M}^2 = (\vec{i}\hat{M}_x + \vec{j}\hat{M}_y + \vec{k}\hat{M}_z)^2 = \hat{M}_x^2 + \hat{M}_y^2 + \hat{M}_z^2. \quad (76.37)$$

(76.34) ifadələrini (76.37)-də nəzərə almaqla dekart koordinat sistemində  $\hat{M}^2$  operatoru üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$\begin{aligned} \hat{M}^2 &= \hat{M}_x^2 + \hat{M}_y^2 + \hat{M}_z^2 = \hat{M}_x\hat{M}_x + \hat{M}_y\hat{M}_y + \hat{M}_z\hat{M}_z = \\ &= -\hbar^2 \left[ (y^2 + z^2) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + (x^2 + z^2) \frac{\partial^2}{\partial y^2} + (x^2 + y^2) \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \right. \\ &- 2xy \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} - 2xz \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} - 2yz \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} - 2x \frac{\partial}{\partial x} - 2y \frac{\partial}{\partial y} - \\ &\left. - 2z \frac{\partial}{\partial z} \right]. \end{aligned} \quad (76.38)$$

Bir çox hallarda impuls momenti operatorlarının sferik koordinat sistemində ifadəsindən istifadə etmək əlverişli olur. (76.23) və (76.28) ifadələrindən istifadə edərək, (76.34) düsturlarına əsasən, sferik koordinat sistemində  $\hat{M}_x, \hat{M}_y, \hat{M}_z$  operatorlarını tapırıq:

$$\begin{aligned} \hat{M}_x &= i\hbar \left( \sin \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} + \operatorname{ctg} \theta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right), \\ \hat{M}_y &= -i\hbar \left( \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \operatorname{ctg} \theta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right), \\ \hat{M}_z &= -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}. \end{aligned} \quad (76.39)$$

(76.39) ifadələrini (76.38)-də nəzərə alaraq və lazımi riyazi çevirmələr apararaq sferik koordinat sistemində  $\hat{M}^2$  operatorunu tapırıq:

$$\hat{M}^2 = -\hbar^2 \nabla_{\theta, \varphi}^2 = \hbar^2 \hat{\Lambda} = -\hbar^2 \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right]. \quad (76.40)$$

Burada  $\nabla_{\theta, \varphi}^2$  – (76.30) düsturu ilə təyin olunur və  $\hat{\Lambda} = -\nabla_{\theta, \varphi}^2$  Lejandr operatorudur.

Bir çox hallarda  $\hat{M}_x$  və  $\hat{M}_y$  operatorlarının əvəzinə onların aşağıdakı kimi kompleks kombinasiyasından istifadə etmək əlverişli olur:

$$\hat{M}_+ = \hat{M}_x + i\hat{M}_y, \hat{M}_- = \hat{M}_x - i\hat{M}_y. \quad (76.41)$$

Göründüyü kimi,  $\hat{M}_x$  və  $\hat{M}_y$  operatorlarından fərqli olaraq  $\hat{M}_+$  və  $\hat{M}_-$  operatorları özünəqoşma (ermit) operatorlar deyildirlər.

(76.39) və (76.41) düsturlarına əsasən  $\hat{M}_+$  və  $\hat{M}_-$  operatorları üçün sferik koordinatlarda aşağıdakı ifadələr alınır:

$$\hat{M}_+ = \hat{M}_x + i\hat{M}_y = \hbar e^{i\varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} + i \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial}{\partial \varphi} \right), \quad (76.42)$$

$$\hat{M}_- = \hat{M}_x - i\hat{M}_y = -\hbar e^{-i\varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} - i \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial}{\partial \varphi} \right). \quad (76.43)$$

(76.42) və (76.43) ifadələrində

$$e^{\pm i\varphi} = \cos \varphi \pm i \sin \varphi \quad (76.44)$$

olduğu nəzərə alınmışdır.

$\nabla^2$  üçün (76.29) və  $\hat{M}^2$  üçün (76.40) ifadələrindən istifadə edərək, Hamilton operatorunun (76.16) ifadəsini sferik koordinat sistemində aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\hat{H} = \hat{T}_r + \frac{\hat{M}^2}{2mr^2} + u(r, \theta, \varphi). \quad (76.45)$$

Burada

$$\hat{T} = \hat{T}_r + \frac{\hat{M}^2}{2mr^2} \quad (76.46)$$

sferik koordinat sistemində kinetik enerji operatorudur. (76.42)-də

$$\hat{T}_r = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) \quad (76.47)$$

işarə edilmişdir. Beləliklə, kvant mexanikasında hər bir  $F(\vec{r}, \vec{p})$  klassik fiziki kəmiyyətinə müəyyən  $F(\vec{r}, \hat{p})$  operatoru qarşı qoyulur ki, bu operatorun da ifadəsi həmin fiziki kəmiyyətin klassik mexanikadakı ifadəsində  $\vec{p}$  impulsunu uyğun operatorla əvəz

etməklə alınır. Bu zaman real müşahidə olunan kəmiyyətlərlə əlaqə isə statistik olaraq, (75.3) və ya (75.4)-ə əsasən

$$\overline{F(\bar{r}, \bar{p})} = \int \psi^* F(\hat{r}, \hat{p}) \psi d\tau \quad (76.48)$$

düsturu ilə verilir.

### Ə77. Qeyri-müəyyənlik münasibətləri və fiziki kəmiyyətlərin eyni zamanda dəqiq ölçülə bilməsi şərti

Müşahidə oluna bilən, yəni bizim ölçə bildiyimiz fiziki kəmiyyətlər kvant mexanikasında riyazi olaraq, (75.3) və ya (75.4) düsturu ilə təyin olunan orta qiymətlə xarakterizə olunur. Baxılan sistemi xarakterizə edən hər hansı  $L$  fiziki kəmiyyətini ölçərkən alınmış  $L$  qiymətinin bu fiziki kəmiyyətin  $\bar{L}$  orta qiymətindən fərqlənməsi  $\Delta L = L - \bar{L}$  bu kəmiyyətin ölçülməsi zamanı xəta və ya qeyri-müəyyənlik,  $(\Delta L)^2 = (L - \bar{L})^2$  isə kvadratik xəta adlanır. Kvant mexanikasında xəta və kvadratik xəta aşağıdakı operatorlarla xarakterizə olunur:

$$\hat{\Delta L} = \left( L - \bar{L} \right) = \hat{L} - \bar{L}, \quad (77.1)$$

$$\left( \hat{\Delta L} \right)^2 = \left( L - \bar{L} \right)^2 = \left( \hat{L} - \bar{L} \right)^2. \quad (77.2)$$

(77.1) və (77.2) düsturlarını yazarkən  $\bar{L}$  ədədinə uyğun operatorun bu ədədə bərabər olduğu nəzərə alınmışdır:  $\hat{\bar{L}} = \bar{L}$ .

Qeyd edək ki, (77.1) və (77.2) operatorlarından istifadə etməklə, orta xəta  $\overline{\Delta L}$  və orta kvadratik xəta  $\overline{(\Delta L)^2}$  (75.3) və ya (75.4) düsturu ilə hesablanı bilər:

$$\overline{\Delta L} = \overline{(\hat{L} - \bar{L})} = \int \psi^* \Delta \hat{L} d\tau = \int \psi^* (\hat{L} - \bar{L}) \psi d\tau, \quad (77.3)$$

$$\overline{(\Delta L)^2} = \overline{(\hat{L} - \bar{L})^2} = \int \psi^* \left( \hat{\Delta L} \right)^2 \psi d\tau = \int \psi^* (\hat{L} - \bar{L})^2 \psi d\tau. \quad (77.4)$$

Yuxarıda göstərdik ki, sistemin halını təsvir edən dalğa funksiyası yalnız ölçülən fiziki kəmiyyətin operatorunun məxsusi funksiyası olduqda bu fiziki kəmiyyət üçün tamamilə müəyyən qiymət alınır (Ə75). Lakin müxtəlif fiziki kəmiyyətlərin məxsusi funksiyaları ümumiyyətlə müxtəlif olduğundan, ölçmələr nəticəsində müxtəlif fiziki kəmiyyətlər üçün eyni zamanda tamamilə müəyyən qiymətlər alınmır, yəni, ümumiyyətlə desək, müxtəlif fiziki kəmiyyətləri eyni zamanda dəqiq ölçmək olmur və bir qədər sonra görəcəyimiz kimi, yalnız müəyyən şərt ödəndikdə bu mümkün olur. Buradan aydın olur ki, məsələn, sistemin müəyyən halında  $L$  fiziki kəmiyyətini dəqiq ölçsək, yəni  $\overline{(\Delta L)^2} = 0$  olsa, digər  $M$  kəmiyyətinin ölçülməsi zamanı  $\overline{(\Delta M)^2} = \overline{(\hat{M} - \bar{M})^2}$  orta kvadratik xəta

meydana çıxır və əksinə,  $M$  fiziki kəmiyyətini dəqiq ölçsək  $/(ΔM)^2 = 0/$ ,  $L$  kəmiyyəti üçün  $(ΔL)^2 = (\hat{L} - \bar{L})^2$  orta kvadratik xəta alınır.  $\hat{L}$  və  $\hat{M}$  operatorlarının kvantmexaniki, yəni xətti və özünəqoşma (ermit) operatorlar olduğunu nəzərə alaraq,  $(ΔL)^2$  və  $(ΔM)^2$  orta kvadratik xətalari üçün aşağıdakı ifadənin doğru olduğunu isbat etmək olar:

$$(\overline{\Delta L})^2 \cdot (\overline{\Delta M})^2 = (\overline{\hat{L} - \bar{L}})^2 (\overline{\hat{M} - \bar{M}})^2 \geq \frac{1}{4} (\overline{\hat{C}})^2. \quad (77.5)$$

Burada

$$\hat{C} = \frac{1}{i} (\hat{L}\hat{M} - \hat{M}\hat{L}) = -i(\hat{L}\hat{M} - \hat{M}\hat{L}) \quad (77.6)$$

işarə edilmişdir. (77.5) ifadəsinin riyazi mənası ondan ibarətdir ki,  $L$  və  $M$  fiziki kəmiyyətlərinin  $\Delta L$  və  $\Delta M$  dispersiyalarının hasili bu kəmiyyətlərə uyğun operatorların kommutatorunun orta qiyməti ilə məhdudlaşmışdır.

(77.5) düsturunu isbat etmək üçün

$$\hat{A} = \hat{L} - \bar{L}, \hat{B} = \hat{M} - \bar{M} \quad (77.7)$$

əvəzləməsi edək. Aydındır ki,  $\hat{L}$  və  $\hat{M}$  xətti və özünəqoşma operatorlar,  $\bar{L}$  və  $\bar{M}$  isə ədədlər olduğundan,  $\hat{A}$  və  $\hat{B}$  operatorları da xətti və özünəqoşma operatorlardır.

Aşağıdakı kimi köməkçi inteqrala baxaq:

$$J(\lambda) = \int \left| \hat{A}\psi + \frac{\lambda}{i} \hat{B}\psi \right|^2 d\tau \geq 0. \quad (77.8)$$

Burada  $\lambda$  ixtiyari həqiqi parametr,  $i$  – xəyali vahiddir. Aydındır ki, (77.8) inteqralının qiyməti mənfi işarəli ola bilməz.

(77.8) ifadəsini aşağıdakı kimi çevirək:

$$\begin{aligned} J(\lambda) &= \int \left( \hat{A}\psi + \frac{\lambda}{i} \hat{B}\psi \right) \left( \hat{A}\psi + \frac{\lambda}{i} \hat{B}\psi \right)^* d\tau = \\ &= \int \left( \hat{A}\psi + \frac{\lambda}{i} \hat{B}\psi \right) \left( \hat{A}^*\psi^* - \frac{\lambda}{i} \hat{B}^*\psi^* \right) d\tau = \\ &= \int (\hat{A}\psi) \hat{A}^*\psi^* d\tau + \frac{\lambda}{i} \int (\hat{B}\psi) \hat{A}^*\psi^* d\tau - \\ &- \frac{\lambda}{i} \int (\hat{A}\psi) \hat{B}^*\psi^* d\tau + \lambda^2 \int (\hat{B}\psi) \hat{B}^*\psi^* d\tau \geq 0. \end{aligned}$$

Burada hər bir inteqralda mötərizədə operatorun  $\psi$  funksiyasına təsiri nəticəsində alınmış funksiyanın olduğunu ( $(\hat{A}\psi) = \varphi_1, (\hat{B}\psi) = \varphi_2$ ) nəzərə alsaq və  $\hat{A}$  və  $\hat{B}$  operatorlarının özünəqoşma (ermit) olması xassəsindən istifadə etsək

$$\begin{aligned}
J(\lambda) &= \int \psi^* \hat{A}(\hat{A}\psi) d\tau + \frac{\lambda}{i} \int \psi^* \hat{A}(\hat{B}\psi) d\tau - \\
&- \frac{\lambda}{i} \int \psi^* \hat{B}(\hat{A}\psi) d\tau + \lambda^2 \int \psi^* \hat{B}(\hat{B}\psi) d\tau = \\
&= \int \psi^* \hat{A}^2 \psi d\tau + \frac{\lambda}{i} \int \psi^* \hat{A}\hat{B}\psi d\tau - \frac{\lambda}{i} \int \psi^* \hat{B}\hat{A}\psi d\tau + \\
&+ \lambda^2 \int \psi^* \hat{B}^2 \psi d\tau = \overline{\hat{A}^2} + \frac{\lambda}{i} (\overline{\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}}) + \lambda^2 \overline{\hat{B}^2} \geq 0.
\end{aligned} \tag{77.9}$$

alarıq. (77.9) ifadəsində  $C = \frac{1}{i}(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A})$  işarə edək və (77.7)-ni nəzərə alaq. Onda  $\bar{L}$  və  $\bar{M}$ -ni ədədlər olduğunu və xətti operatorun təsiri altından onların vuruq kimi kənara çıxarıla bildiyini nəzərə alaraq

$$\begin{aligned}
\hat{C} &= \frac{1}{i}(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}) = \frac{1}{i}[(\hat{L} - \bar{L})(\hat{M} - \bar{M}) - (\hat{M} - \bar{M})(\hat{L} - \bar{L})] = \\
&= \frac{1}{i}(\hat{L}\hat{M} - \hat{M}\hat{L})
\end{aligned} \tag{77.10}$$

yaza bilərik.  $\hat{C}$  üçün (77.10) ifadəsinə əsasən (77.9)-u

$$\overline{\hat{A}^2} + \lambda^2 \overline{\hat{B}^2} + \lambda \bar{C} = 0 \tag{77.11}$$

kimi yazmaq olar. İndi isə  $\lambda$  parametrisinin ixtiyari həqiqi qiymətində  $\alpha\lambda^2 + \beta\lambda + \gamma$  kvadrat üçhədlisinin hansı şərt ödəndikdə yalnız müsbət işarəli olduğunu müəyyən edək. Bunun üçün

$$\alpha\lambda^2 + \beta\lambda + \gamma = \alpha \left( \lambda + \frac{\beta}{2\alpha} \right)^2 + \gamma - \frac{\beta^2}{4\alpha}$$

çevirməsini edək. Buradan görünür ki,  $\lambda + \beta/2\alpha = 0$  olduqda həmin kvadrat üçhədlisi minimal qiymət alır və bu qiymət də  $\gamma - \beta^2/4\alpha$  olur. Deməli, baxılan kvadrat üçhədlinin daim müsbət olması üçün onun minimal qiyməti

$$\gamma - \beta^2/4\alpha \geq 0$$

şərtini ödəməlidir ki, buradan da

$$\alpha\gamma \geq \frac{\beta^2}{4} \tag{77.12}$$

alınır. Beləliklə, (77.11) şərtinin ödənməsi üçün (77.12)-yə görə

$$\overline{\hat{A}^2 \hat{B}^2} \geq \frac{1}{4} \bar{C}^2$$

və ya (77.7) və (77.10) ifadələrinə əsasən

$$\overline{(\hat{L} - \bar{L})^2 (\hat{M} - \bar{M})^2} = \overline{(\Delta L)^2 (\Delta M)^2} \geq \frac{1}{4} (\bar{C})^2,$$

$$\hat{C} = \frac{1}{i}(\hat{L}\hat{M} - \hat{M}\hat{L})$$

alırıq ki, bunun da isbatı tələb olunurdu.

Qeyd edək ki, (77.5) bərabərsizliyi Heyzenberqin ümumiləşmiş qeyri-müəyyənlik münasibəti adlanır və iki  $L$  və  $M$  fiziki kəmiyyətlərinin ölçülməsi zamanı meydana çıxan xətlər (qeyri-müəyyənliklər) arasındakı əlaqəni təyin edir. Bu düsturdan görünür ki, əgər  $\hat{C}$  operatoru sıfırdan fərqlidirsə, yəni  $\hat{L}$  və  $\hat{M}$  operatorları bir-biri ilə kommutativ deyildirsə,  $L$  və  $M$  kəmiyyətlərinin ölçülməsindəki qeyri-müəyyənliklər sistemin heç bir halında sıfıra bərabər olmur, yəni bu kəmiyyətləri eyni zamanda dəqiq ölçmək olmaz. Əgər  $\hat{L}$  və  $\hat{M}$  operatorları kommutativedirsə, yəni  $\hat{C} = 0$  olarsa, onda  $L$  və  $M$  kəmiyyətlərinin ölçülməsi zamanı meydana çıxan xətlər (qeyri-müəyyənliklər) üzərinə heç bir məhdudiyyət qoymaq olmaz və bu xətlərin hər ikisi eyni zamanda sıfıra bərabər də ola bilər, yəni həmin kəmiyyətlər eyni zamanda dəqiq ölçülə bilər:

Beləliklə, fiziki kəmiyyətlərin eyni zamanda dəqiq ölçülə bilməsi şərti ondan ibarətdir ki, bu fiziki kəmiyyətləri xarakterizə edən operatorlar kommutativ olmalıdır. Digər tərəfdən sistemin  $\psi$  dalğa funksiyası ilə təsvir olunan halında bu sistemi xarakterizə edən iki  $L$  və  $M$  kəmiyyətlərinin eyni zamanda tamamilə müəyyən qiymət alması üçün bu dalğa funksiyası həmin kəmiyyətlərə uyğun  $\hat{L}$  və  $\hat{M}$  operatorlarının məxsusi funksiyası olmalıdır: (E75, 3-cü postulat). Buradan belə nəticə çıxarmaq olar ki, bir-biri ilə kommutativ olan operatorların məxsusi funksiyaları eyni olmalıdır. Bu müddəanın tərsi də doğrudur, yəni məxsusi funksiyaları eyni olan operatorlar bir-biri ilə kommutativ olmalıdır. Bu teoremlər isə E73-də artıq isbat edilmişdir.

Əgər iki fiziki kəmiyyətə uyğun operatorlar bir-biri ilə kommutativ deyildirsə, bəzi xüsusi hallar istisna edilməklə, həmin kəmiyyətləri ümumiyyətlə eyni zamanda dəqiq ölçmək olmaz. Məsələn, impuls momentinin proyeksiyalarına uyğun  $\hat{M}_x, \hat{M}_y, \hat{M}_z$  operatorları bir-biri ilə kommutativ deyildir, lakin xüsusi halda  $\vec{M} = 0$  olduqda  $M_x = M_y = M_z = 0$  olur və bu proyeksiyalar eyni zamanda dəqiq ölçülmüş olur.

(77.5) qeyri-müəyyənlik münasibətlərinin tətbiqinə aid bəzi misallara baxaq.

1. Dekart koordinatları.  $x=x_1, y=x_2, z=x_3$  işarə etsək, (77.5) ifadəsində

$$\hat{C} = \frac{1}{i}(\hat{x}_k \hat{x}_l - \hat{x}_l \hat{x}_k) = 0, (k, l = 1, 2, 3) \quad (77.13)$$

olduğundan

$$\overline{(\Delta x_k)^2 (\Delta x_l)^2} = 0, \overline{\Delta x_k \cdot \Delta x_l} = 0 \quad (77.14)$$

alırıq ki, bu da koordinatların eyni zamanda dəqiq ölçülməsinin mümkünlüyünü göstərir.

2. İmpulsun proyeksiyaları.  $p_x = p_1, p_y = p_2, p_z = p_3$  işarə etsək və (76.10) ifadələrini nəzərə alsaq

$$\hat{C} = \frac{1}{i}(\hat{p}_k \hat{p}_l - \hat{p}_l \hat{p}_k) = 0, (k, l = 1, 2, 3) \quad (77.15)$$

olar. Deməli, impulsun proyeksiyalarına uyğun olan  $\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z$  operatorları bir-biri ilə kommutativ olduğundan (77.5) və (77.15) düsturlarına əsasən



$$\overline{(\Delta p_k)^2} \overline{(\Delta p_l)^2} = 0, \overline{\Delta p_k \cdot \Delta p_l} = 0 \quad (77.16)$$

alınır. Bu isə o deməkdir ki, impulsun  $p_x, p_y, p_z$  proyeksiyalarını eyni zamanda dəqiq ölçmək olar.

3. Koordinat və impulsun bu koordinata qoşma olmayan proyeksiyası. (76.10) ifadələrinə əsasən göstərmək olar ki, impulsun proyeksiyalarına uyğun olan  $\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z$  operatorları bu proyeksiyalara qoşma olmayan koordinatlarla kommutativdir, yəni

$$y\hat{p}_x - \hat{p}_x y = 0,$$

$$z\hat{p}_x - \hat{p}_x z = 0$$

və s. Ümumi şəkildə

$$x_k \hat{P}_l - \hat{P}_l x_k = 0, (k \neq l). \quad (77.17)$$

Burada  $x_1=x, x_2=y, x_3=z; \hat{P}_1 = \hat{P}_x, \hat{P}_2 = \hat{P}_y, \hat{P}_3 = \hat{P}_z$  işarə edilmişdir. Deməli, (77.5) düsturunda

$$\hat{C} = \frac{1}{i}(x_k \hat{p}_l - \hat{p}_l x_k) = 0, (k \neq l)$$

olduğundan  $\overline{(\Delta x_k)^2} \overline{(\Delta p_l)^2} = 0$  və ya  $\overline{\Delta x_k \cdot \Delta p_l} = 0$  alınır ki, bu da hissəciyin koordinatının və impulsun bu koordinata qoşma olmayan proyeksiyasının eyni zamanda dəqiq ölçülməsinin mümkünlüyünü göstərir.

4. Koordinat və impulsun bu koordinata qoşma olan proyeksiyası. Göstərmək olar ki, impulsun proyeksiyalarına uyğun  $\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z$  operatorları bu proyeksiyalara qoşma olan koordinatlarla kommutativ deyildir. Doğrudan da

$$(x\hat{p}_x - \hat{p}_x \cdot x)\psi = -i\hbar \left[ x \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}(x\psi) \right] = i\hbar \psi,$$

yəni

$$x\hat{p}_x - \hat{p}_x x = i\hbar,$$

$$y\hat{p}_y - \hat{p}_y y = i\hbar, \quad (77.18)$$

$$z\hat{p}_z - \hat{p}_z z = i\hbar.$$

Buna uyğun olaraq, (77.5) düsturunda  $\hat{C} = \hbar$  alınır və beləliklə,

$$\overline{(\Delta x)^2} \overline{(\Delta p_x)^2} \geq \frac{\hbar^2}{4} \text{ və ya } \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\overline{(\Delta y)^2} \overline{(\Delta p_y)^2} \geq \frac{\hbar^2}{4} \text{ və ya } \Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2} \quad (77.19)$$

$$\overline{(\Delta z)^2} \overline{(\Delta p_z)^2} \geq \frac{\hbar^2}{4} \text{ və ya } \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$$

alınır ki, bu da E69-da haqqında ətraflı bəhs edilmiş koordinat və bu koordinata qoşma olan impuls üçün Heyzenberqin qeyri-müəyyənlik münasibətlərinə uyğun gəlir.

5. İmpuls momentinin proyeksiyalarına uyğun olan operatorlar. Bu operatorlar (76.34) düsturları ilə təyin olunur. Göstərmək olar ki, impuls momentinin müxtəlif koordinat oxları üzrə proyeksiyalarına uyğun olan  $\hat{M}_x, \hat{M}_y, \hat{M}_z$  operatorları bir-biri ilə kommutativ deyildir, yəni

$$\begin{aligned}\hat{M}_x \hat{M}_y - \hat{M}_y \hat{M}_x &= i\hbar \hat{M}_z, \\ \hat{M}_y \hat{M}_z - \hat{M}_z \hat{M}_y &= i\hbar \hat{M}_x, \\ \hat{M}_z \hat{M}_x - \hat{M}_x \hat{M}_z &= i\hbar \hat{M}_y.\end{aligned}\quad (77.20)$$

Bu ifadələr çox zaman impuls momentinin proyeksiyalarına uyğun operatorlar üçün qeyri-müəyyənlik münasibətləri adlanır və onların birini bilərək, (77.20)-dən görüldüyü kimi, digərlərini  $x, y, z$  indekslərinin dairəvi yerdəyişməsinə əsasən yazmaq olar.

Misal olaraq, (77.20) ifadələrindən birincisini isbat edək. (76.34) düsturlarına əsasən

$$\begin{aligned}\hat{M}_x \hat{M}_y &= -\hbar^2 \left( y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right) \left( z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \right) = \\ &= -\hbar^2 \left( y \frac{\partial}{\partial x} + yz \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} - xy \frac{\partial^2}{\partial z^2} - z^2 \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} + xz \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \right), \\ \hat{M}_y \hat{M}_x &= -\hbar^2 \left( z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \right) \left( y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right) = \\ &= -\hbar^2 \left( zy \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} - z^2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} - xy \frac{\partial^2}{\partial z^2} + x \frac{\partial}{\partial y} + xz \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} \right).\end{aligned}$$

Bu ifadələri tərəf-tərəfə çıxsaq

$$\hat{M}_x \hat{M}_y - \hat{M}_y \hat{M}_x = \hbar^2 \left( x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) = i\hbar \hat{M}_z$$

alınır ki, bunun da isbatı tələb olunurdu. (77.20)-dəki digər iki ifadəni də oxşar üsulla isbat etmək olar.

(77.5) və (77.20) ifadələrindən görünür ki, hissəciyin impuls momentinin  $M_x, M_y, M_z$  proyeksiyaları eyni zamanda müəyyən qiymət ala bilməz. Bu zaman nəzərə almaq lazımdır ki, impuls momentinin sıfır bərabər olduğu hal istisna edilməlidir, çünki bu halda  $\bar{M}_x = \bar{M}_y = \bar{M}_z = 0$  olur. Deməli,  $\bar{M} = 0$  olan haldan başqa,  $M_x, M_y, M_z$  proyeksiyalarının hər üçünün və hətta hər hansı ikisinin müəyyən qiymət ala bildiyi, yəni

$$\hat{M}_x \psi = M_x \psi, \hat{M}_y \psi = M_y \psi, \hat{M}_z \psi = M_z \psi \quad (77.21)$$

tənləklərinin eyni zamanda ödəndiyi hal yoxdur. Bu isə, o deməkdir ki, impuls momenti vektorunun özünün müəyyən qiymətə malik olduğu, yəni qiymət və istiqamətə tam təyin olunduğu hal mövcud deyildir. Başqa sözlə, (76.35) düsturu ilə təyin olunan  $\hat{M}$  impuls

momenti operatorunun müəyyən məxsusi funksiyaları və bunlara uyğun vektorial məxsusi qiymətləri yoxdur. İmpuls momenti vektorunun real gerçəkliklə əlaqəsi ümumi şəkildə, statistik olaraq, (76.48) düsturu ilə verilir ki, bu düstur da impuls momentinin özünün ölçülməsi zamanı alınan orta qiyməti tapmağa imkan verir.

Yeri gəlmişkən qeyd edək ki, hissəciyin klassik  $\vec{M} = [\vec{r}\vec{p}]$  impuls momenti ilə, ona kvant mexanikasında uyğun gələn

$$\hat{M} = \vec{i}\hat{M}_x + \vec{j}\hat{M}_y + \vec{k}\hat{M}_z \quad (77.22)$$

impuls momenti operatoru arasında mühüm fərq vardır. Belə ki, klassik impuls momenti hissəciyin  $\vec{r}$  radius-vektorundan, yəni  $O$  koordinat başlanğıcının seçilməsindən asılıdır ki, moment də həmin nöqtəyə nəzərən hesablanır. Lakin (76.39) və (77.22) düsturlarından görünür ki, impuls momenti operatoru sferik koordinat sistemində  $r$ -dən asılı olmayıb, yalnız  $\theta$  və  $\varphi$  sferik bucaqlarından asılıdır. Bu isə o deməkdir ki, (77.22) impuls momenti operatoru koordinat başlanğıcının seçilməsindən asılı olmayıb, yalnız koordinat oxlarının istiqamətindən asılı olur. Ona görə də impuls momentinin hissəciyin bucaq və ya fırlanma momenti adlandırılması daha düzgün olardı. Klassik impuls momentindən fərqli olaraq bucaq momentinin hansı başlanğıca nəzərən təyin olunmasını göstərməyə lüzum yoxdur. Aydınır ki, bucaq momentinin proyeksiyalarına və kvadratına uyğun olan operatorların məxsusi qiymətləri də koordinat başlanğıcının seçilməsindən asılı olmayacaqdır.

6. İmpuls momentinin proyeksiyalarına və kvadratına uyğun olan operatorlar.

İmpuls momentinin kvadratı operatoru  $\hat{M}^2$  onun proyeksiyalarına uyğun olan  $\hat{M}_x, \hat{M}_y, \hat{M}_z$  operatorlarının hər biri ilə kommutativdir:

$$\begin{aligned} \hat{M}_x \hat{M}^2 - \hat{M}^2 \hat{M}_x &= 0, \\ \hat{M}_y \hat{M}^2 - \hat{M}^2 \hat{M}_y &= 0, \\ \hat{M}_z \hat{M}^2 - \hat{M}^2 \hat{M}_z &= 0. \end{aligned} \quad (77.23)$$

Bu ifadələri (76.34) və (76.38) düsturlarından istifadə edərək isbat etmək olar. Lakin qısa olmaq üçün (77.20) ifadələrindən istifadə edilməsi daha sərfəlidir. (77.20)-də 1-ci bərabərliyi sağ və sol tərəfdən  $\hat{M}_y$ -ə vuraq.

$$\begin{aligned} \hat{M}_x \hat{M}_y^2 &= \hat{M}_y \hat{M}_x \hat{M}_y + i\hbar \hat{M}_z \hat{M}_y, \\ \hat{M}_y^2 \hat{M}_x &= \hat{M}_y \hat{M}_x \hat{M}_y - i\hbar \hat{M}_y \hat{M}_z \end{aligned}$$

və alınan ifadələri tərəf-tərəfə çıxaraq:

$$\hat{M}_x \hat{M}_y^2 - \hat{M}_y^2 \hat{M}_x = i\hbar (\hat{M}_z \hat{M}_y + \hat{M}_y \hat{M}_z). \quad (77.24)$$

Eyni qayda ilə (77.20)-də 3-cü bərabərliyi sağ və sol tərəfdən  $\hat{M}_z$ -ə vuraq:

$$\begin{aligned} \hat{M}_x \hat{M}_z^2 &= \hat{M}_z \hat{M}_x \hat{M}_z - i\hbar \hat{M}_y \hat{M}_z, \\ \hat{M}_z^2 \hat{M}_x &= \hat{M}_z \hat{M}_x \hat{M}_z + i\hbar \hat{M}_z \hat{M}_y \end{aligned}$$

və alınan ifadələri tərəf-tərəfə çıxaraq:

$$\hat{M}_x \hat{M}_z^2 - \hat{M}_z^2 \hat{M}_x = -i\hbar(\hat{M}_y \hat{M}_z + \hat{M}_z \hat{M}_y) \quad (77.25)$$

Bundan başqa, aşkar görünən

$$\hat{M}_x \hat{M}_x^2 - \hat{M}_x^2 \hat{M}_x = 0 \quad (77.26)$$

ifadəsini də yazmaq və (77.24), (77.25) və (77.26)-nı tərəf-tərəfə toplayaraq və (76.37)-ni nəzərə alaraq, Onda

$$\hat{M}_x \hat{M}^2 - \hat{M}^2 \hat{M}_x = 0$$

alınar ki, bunun da isbatı tələb olunurdu. (77.23)-də digər iki bərabərlik də həmin qayda ilə isbat olunur.

Beləliklə, (77.5) və (77.23) düsturlarından görünür ki, hissəciyin impuls momentinin kvadratı ilə onun  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  proyeksiyalarından biri eyni zamanda dəqiq ölçülə bilər.

İndi isə (76.41) kimi təyin olunan  $\hat{M}_+$  və  $\hat{M}_-$  operatorlarının kommutativlik xassələrini nəzərdən keçirək. (76.41), (76.37) və (77.20) ifadələrinə əsasən tapırıq ki,

$$\hat{M}_+ \hat{M}_- = \hat{M}^2 - \hat{M}_z^2 + \hbar \hat{M}_z, \quad (77.27)$$

$$\hat{M}_- \hat{M}_+ = \hat{M}^2 - \hat{M}_z^2 - \hbar \hat{M}_z. \quad (77.28)$$

Buradan görünür ki,  $\hat{M}_+$  və  $\hat{M}_-$  operatorları bir-biri ilə kommutativ deyildirlər:

$$\hat{M}_+ \hat{M}_- - \hat{M}_- \hat{M}_+ = 2\hbar \hat{M}_z. \quad (77.29)$$

(76.41) və (77.20) düsturlarına əsasən  $\hat{M}_+$  və  $\hat{M}_-$  operatorlarının  $\hat{M}_x$ ,  $\hat{M}_y$ ,  $\hat{M}_z$  operatorları ilə aşağıdakı qeyri-kommutativlik münasibətlərini tapırıq:

$$\begin{aligned} \hat{M}_x \hat{M}_\pm - \hat{M}_\pm \hat{M}_x &= \mp \hbar \hat{M}_z, \\ \hat{M}_y \hat{M}_\pm - \hat{M}_\pm \hat{M}_y &= -i\hbar \hat{M}_z, \end{aligned} \quad (77.30)$$

$$\hat{M}_z \hat{M}_\pm - \hat{M}_\pm \hat{M}_z = \pm \hbar \hat{M}_\pm.$$

(77.27) və (77.28) ifadələrinə əsasən  $\hat{M}^2$  operatoru üçün

$$\hat{M}^2 = \hat{M}_+ \hat{M}_- + \hat{M}_z^2 - \hbar \hat{M}_z = \hat{M}_- \hat{M}_+ + \hat{M}_z^2 + \hbar \hat{M}_z \quad (77.31)$$

yazmaq olar.

7. İmpuls momentinin proyeksiyalarına uyğun olan operatorlar və koordinatlar. Göstərmək olar ki,  $\hat{M}_x$ ,  $\hat{M}_y$ ,  $\hat{M}_z$  operatorları və  $x, y, z$  koordinatları üçün də (77.20)-yə uyğun olan qeyri-kommutativlik münasibətləri ödənilir.

$$\begin{aligned} \hat{M}_x y - y \hat{M}_x &= i\hbar z, \\ \hat{M}_y z - z \hat{M}_y &= i\hbar x, \end{aligned} \quad (77.32)$$

$$\hat{M}_z x - x \hat{M}_z = i\hbar y.$$

Misal olaraq (77.32) ifadələrindən birincisini isbat edək. (76.34)-ü nəzərə almaqla

$$(\hat{M}_x y)\psi = -i\hbar \left( y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right) (y\psi) = -i\hbar \left( y^2 \frac{\partial \psi}{\partial z} - z\psi - zy \frac{\partial \psi}{\partial y} \right)$$

$$(y\hat{M}_x)\psi = -i\hbar y \left( y \frac{\partial \psi}{\partial z} - z \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = -i\hbar \left( y^2 \frac{\partial \psi}{\partial z} - yz \frac{\partial \psi}{\partial y} \right)$$

ifadələrini yazaraq, onları tərəf-tərəfə çıxsaq

$$\hat{M}_x y - y\hat{M}_x = i\hbar z$$

alınır. (77.32)-də digər iki bərabərlik və analogi yolla isbat olunur.

Deməli, (77.5) və (77.32) düsturlarına görə  $x, y, z$  koordinatları və impuls momentinin bu koordinatlara uyğun olmayan proyeksiyaları ( $x$  ilə  $M_y$  və  $M_z$ ,  $y$  ilə  $M_x$  və  $M_z$ ,  $z$  ilə  $M_x$  və  $M_y$ ) eyni zamanda dəqiq ölçülə bilməz.

Lakin

$$\hat{M}_x x - x\hat{M}_x = 0,$$

$$\hat{M}_y y - y\hat{M}_y = 0, \quad (77.33)$$

$$\hat{M}_z z - z\hat{M}_z = 0$$

olduğundan,  $x, y, z$  koordinatlarının hər biri və impuls momentinin bu koordinata uyğun proyeksiyası eyni zamanda müəyyən qiymət ala bilər.

8. İmpuls momentinin və impulsun proyeksiyalarına uyğun operatorlar. İmpuls momentinin  $\hat{M}_x, \hat{M}_y, \hat{M}_z$  və impulsun  $\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z$  operatorları üçün də eyni ilə (77.32) və (77.33) kimi qeyri-kommutativlik və kommutativlik münasibətləri ödənilir:

$$\hat{M}_x \hat{p}_y - \hat{p}_y \hat{M}_x = i\hbar \hat{p}_z,$$

$$\hat{M}_y \hat{p}_z - \hat{p}_z \hat{M}_y = i\hbar \hat{p}_x, \quad (77.34)$$

$$\hat{M}_z \hat{p}_x - \hat{p}_x \hat{M}_z = i\hbar \hat{p}_y.$$

və

$$\hat{M}_x \hat{p}_x - \hat{p}_x \hat{M}_x = 0,$$

$$\hat{M}_y \hat{p}_y - \hat{p}_y \hat{M}_y = 0, \quad (77.35)$$

$$\hat{M}_z \hat{p}_z - \hat{p}_z \hat{M}_z = 0.$$

Ona görə də deyə bilərik ki,  $p_x$  ilə  $M_y$  və  $M_z$ ,  $p_y$  ilə  $M_x$  və  $M_z$ ,  $p_z$  ilə  $M_x$  və  $M_y$  kəmiyyətləri eyni zamanda ölçülə bilməz, lakin impuls momentinin və impulsun eyni bir koordinat oxu üzrə proyeksiyaları ( $M_x$  və  $p_x$  və s.) eyni zamanda müəyyən qiymət ala bilər.

9. İmpuls momentinin  $M_z$  proyeksiyasına uyğun olan operator ilə  $\varphi$  azimutal bucağı. Göstərmək olar ki, hissəciyin impuls momentinin  $z$  oxu üzrə proyeksiyasına uyğun olan  $\hat{M}_z$  operatoru ilə  $\varphi$  azimutal bucağı üçün

$$\hat{M}_z \varphi - \varphi \hat{M}_z = -i\hbar \quad (77.36)$$

qeyri-kommutativlik münasibəti ödənilir. (77.36)-nı isbat etmək üçün  $\hat{M}_z \varphi$  və  $\varphi \hat{M}_z$  operatorlarının eyni bir  $\psi$  funksiyasına təsirlərini (76.39)-u nəzərə almaqla tapaq.

$$(\hat{M}_z \varphi) \psi = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi} (\varphi \psi) = -i\hbar \psi - i\hbar \varphi \frac{\partial \psi}{\partial \varphi},$$

$$(\varphi \hat{M}_z) \psi = \varphi \left( -i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right) = -i\hbar \varphi \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}.$$

Bu ifadələri tərəf-tərəfə çıxsaq (77.36) alınır. Onda (77.5) düsturunda (77.45)-ə əsasən  $C = -\hbar$  yazaraq

$$\overline{(\Delta M_z)^2 (\Delta \varphi)^2} \geq \frac{\hbar^2}{4} \text{ və ya } \overline{\Delta M_z \Delta \varphi} \geq \frac{\hbar}{2} \quad (77.37)$$

alırıq. Bu düstur hissəciyin vəziyyətini təyin edən azimutal bucağın  $\Delta \varphi$  qeyri-müəyyənliyi ilə hissəciyin impuls momentinin bu azimutal bucağın hesablandığı müstəviyə perpendikulyar olan  $z$  oxu istiqamətində proyeksiyasının  $\Delta M_z$  qeyri-müəyyənliyi arasındakı əlaqəni göstərir. (77.37) düsturundan görünür ki, əgər hissəcik üçün  $\varphi$  bucağı verilmişdirsə, yəni dəqiq məlumdursa ( $\Delta \varphi = 0$ ), onda hissəciyin impuls momentinin  $z$  oxu üzrə  $M_z$  proyeksiyası tamamilə qeyri-müəyyən qalır ( $\Delta M_z = \infty$ ). Əksinə, əgər biz hissəciyin hərəkətini onun impuls momentinin  $z$  oxu üzrə proyeksiyası ilə xarakterizə ediriksə, onda bu hissəciyin bucaq vəziyyəti haqqında heç nə deyə bilmərik, çünki bu vəziyyət qeyri-müəyyəndir.

10. Enerji operatoru və zaman. Göstərmək olar ki, (76.21) kimi təyin olunan

$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$  enerji operatoru  $t$  zamanı ilə kommutativ deyildir, yəni

$$\hat{E}t - t\hat{E} = i\hbar. \quad (77.38)$$

Doğrudan da,

$$(\hat{E}t) \psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (t \psi) = i\hbar \psi + i\hbar t \frac{\partial \psi}{\partial t},$$

$$(t\hat{E}) \psi(x, t) = t \left( i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = i\hbar t \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

bərabərliklərini tərəf-tərəfə çıxmaqla (77.38) ifadəsini alırıq.

Beləliklə, (77.38)-ə əsasən (77.5)-də  $\hat{C} = \hbar$  olduğundan, enerji və zaman üçün qeyri-müəyyənlik münasibəti

$$\overline{(\Delta E)^2 (\Delta t)^2} \geq \frac{\hbar^2}{4} \text{ və ya } \overline{\Delta E \Delta t} \geq \frac{\hbar}{2} \quad (77.39)$$

kimi olur. (77.39) ifadəsi formaca yuxarıda 1-9 bəndlərində yazılan qeyri-müəyyənlik münasibətlərinə oxşasa da, aşağıdakı mülahizələrə görə onun mənası tamamilə başqadır. Birincisi, təcrübədə tədqiq olunan kəmiyyət hər hansı bir halın tam enerjisi olmayıb,

sistemin bir haldan digər hala keçidinə uyğun enerjilər fərqi. İkincisi, zaman kəsilməz olaraq axdığından, elə bir "orta nöqtə" yoxdur ki,  $\Delta t$  kəmiyyətinə hansısa zaman anlarının bu nöqtəyə nisbətən meyli (xətası) kimi baxmaq mümkün olsun. Bu iki mülahizə bir-biri ilə sıx surətdə əlaqədardır. Həmin mülahizələrdən görünür ki, (77.39) düsturunu yuxarıda göstərdiyimiz digər qeyri-müəyyənlik münasibətlərinə oxşar şəkildə şərh etmək mümkün deyildir. Aydınır ki, "tərpənməz orta nöqtə" olmadığı üçün, (77.39)-da  $\Delta t$  kəmiyyəti yalnız davam etmə mənasını verir. Digər tərəfdən, enerjinin  $\Delta E$  xətasından iki halın enerjiləri fərqi  $\Delta(E-E')$  xətasına keçsək, (77.48) bərabərsizliyinin sağ tərəfini 2 dəfə artırmaq lazım gəlir. Çünki  $\Delta E$  və  $\Delta E'$  dəyişmələrinin işarəsi ixtiyari ola bilər. Ona görə də (77.39) qeyri-müəyyənlik münasibətini

$$\Delta(E-E') \cdot \Delta t \geq \hbar \quad (77.40)$$

kimi yazmaq olar. Burada  $\Delta t$  kəmiyyəti sistemin  $E$  enerjili haldan  $E'$  enerjili hala keçidinin reallaşdığı zaman müddəti kimi başa düşülməlidir. Qeyd etmək vacibdir ki, bu, heç də bir haldan digər hala keçidin özünün davam etmə müddəti olmayıb, həmin hadisənin baş verdiyi zaman kəsiyidir.  $\Delta(E-E')$  kəmiyyəti isə baxılan keçid zamanı ayrılan enerjinin təyinindəki xətdir. Atomların şüalanması misalında bütün bunlar daha sadə şəkildə şərh olunur. Atomda elektron bir haldan digərinə keçdikdə işıq kvantu şüalanır. Lakin yaxşı məlumdur ki, şüalanmanın spektral xətləri müəyyən təbii enə malikdir. Bu, o deməkdir ki, şüalanan kvantların enerjisi dəqiq müəyyən deyildir və bu da atomun bir kvant halından digərinə keçməsi zamanı enerjilər fərqi müəyyən dəqiq qiymətə malik olmamasına uyğundur. Bu xəta (qeyri-müəyyənlik) (77.40) düsturunda  $\Delta(E-E')$  kəmiyyəti ilə təmsil olunur. Beləliklə, şüalanma xətlərinin təbii eninə əsasən  $\Delta(E-E')$  kəmiyyətini təyin etmək və sonra isə (77.40) düsturuna əsasən atomun həyəcanlanmış halda baxılan keçidə nəzərən  $\tau$  yaşama müddətini hesablamaq olar (E69):

$$\tau \sim \frac{\hbar}{\Delta(E-E')}. \quad (77.41)$$

Buradan sistemin vahid zamanda bir haldan digərinə keçməsi ehtimalını təyin etmək olar. Bu  $W$  ehtimalı sistemin baxılan keçidə nəzərən  $\tau$  yaşama müddətinin tərs qiymətinə bərabərdir:

$$W = \frac{1}{\tau} \sim \frac{\Delta(E-E')}{\hbar} \quad (77.42)$$

Enerji üçün qeyri-müəyyənlik münasibəti xüsusilə aydın şəkildə göstərir ki, kvant mexanikasında fiziki kəmiyyətlər üçün qeyri-müəyyənlik münasibətlərinin olması ölçmənin hansısa xüsusiyyətlərindən irəli gəlməyib, kvant sistemlərinin özlərinin daxili xüsusiyyətləri ilə əlaqədardır.

İndi biz kvant mexanikasında "sistemin verilmiş halı" anlayışını dəqiqləşdirə bilərik. Belə hesab olunur ki, əgər sistemi təsvir edən dalğa funksiyası verilmişdirsə, onda bu sistemin halı verilmişdir. Lakin biz dalğa funksiyasının özünü heç vaxtla bilavasitə ölçə bilmirik. Dalğa funksiyasının yalnız modulunun kvadratı fiziki məna kəsb edir və uyğun ehtimal kimi şərh olunur. Zahirən ziddiyyətli görünən bu vəziyyətdən çıxış yolu ondan ibarətdir ki, sistemin halı verilmişdir dedikdə biz başa düşməliyik ki, kvantmexanika kəmiyyətlərin müəyyən toplusunun qiymətləri verilmişdir. Verilməsi sistemin halını tamamilə müəyyən edən bu kəmiyyətlər çoxluğu kvantmexanika kəmiyyətlərinin tam

yığımları adlanır. Klassik mexanikada hər hansı zaman anında sistemin halını vermək üçün bu zaman anında həmin sistem üçün bütün ümumiləşmiş impulsların və ümumiləşmiş koordinatların qiymətlərinin verilməsi tələb olunur. Klassik sistemin sərbəstlik dərəcəsi  $n$ -dirsə, onda cəmi  $2n$  sayda dəyişən kəmiyyətin verilməsi tələb olunur. Mikrosistem, yəni kvant mexanikası ilə təsvir olunan sistem üçün tam yığıma, aydındır ki, hissəciklərin həm impulsları, həm də koordinatları daxil ola bilməz, çünki bu kəmiyyətlər eyni zamanda müəyyən qiymətə malik olmurlar. Kvant mexanikasında sistemin halını vermək üçün hissəciyin yalnız koordinatlarını və ya onun yalnız impulslarını, ya da ki, sayı sistemin sərbəstlik dərəcəsinə bərabər olan, eyni zamanda ölçülə bilən və bir-birindən asılı olmayan kəmiyyətlərin ixtiyarı yığımları vermək kifayətdir. Onda sistemin verilmiş halını təsvir edən dalğa funksiyası tam yığıma daxil olan fiziki kəmiyyətlərə uyğun operatorların verilmiş məxsusi qiymətlərinə mənsub olan məxsusi funksiyası olacaqdır. Məsələn, sərbəstlik dərəcəsi üçə bərabər olan sistem üçün tam yığım əmələ gətirən kəmiyyətlər olaraq impulsun  $p_x, p_y, p_z$  proyeksiyalarını götürmək olar.

Beləliklə, aydın olur ki, hissəciklərin hərəkətini təsvir etmək üçün klassik mexanikada istifadə olunan dəyişənlərin heç də hamısından kvant mexanikasında bu məqsədlə istifadə etmək olmaz. Koordinat və impulsun bu koordinata uyğun proyeksiyası belə kəmiyyətlər cütünə misal göstərilə bilər. Deməli, kvant mexanikasında hərəkət halı daha az sayda dəyişənlərlə təsvir olunur və klassik fizika təsəvvürləri baxımından bu təsvir daha az əhatəlidir.

Operatorları bir-biri ilə kommutativ olan bütün fiziki kəmiyyətləri götürək. Bu kəmiyyətlər eyni zamanda müəyyən qiymət ala bilər. Bu fiziki kəmiyyətlərin toplusu sistemin tam kvant mexaniki təsvirini verir və həmin kəmiyyətlər kvant mexanikasında tam yığım təşkil edir. Klassik mexanikada isə hərəkəti tam təsvir etmək üçün bu kəmiyyətlərlə yanaşı eyni zamanda digər kəmiyyətlərdən də istifadə edilir.

Kəmiyyətlərin tam yığımları kimi müəyyən konkret kəmiyyətləri (məsələn, koordinatları) götürsək, onda operatorları bu kəmiyyətlərin operatorları ilə kommutativ olmayan və ona görə də, bu tam yığıma daxil ola bilməyən digər kəmiyyətləri (məsələn, impulsun proyeksiyalarını) götürə bilmərik. Lakin bu digər kəmiyyətlər də öz növbəsində hərəkəti təsvir etmək üçün istifadə oluna bilən başqa bir tam yığıma daxil ola bilər. Xüsusi halda, biz koordinatlar və zamandan istifadə etsək, onda sistemin fəza və zaman üzrə təsvirini almış olarıq. Lakin həmin sistemi təsvir etmək üçün impuls enerjisi dəyişənlərindən də istifadə etmək olar və bu zaman fəza və zaman ilə əlaqə elə bil ki, itirilmiş olur. Deməli, burada belə bir situasiya yaranır: fiziki kəmiyyətlərin müəyyən bir tam yığımları götürüldükdə fiziki hadisəni nəzərdən keçirərkən onun götürdüyümüz tam yığıma daxil olmayan kəmiyyətlərlə əlaqədar olan bəzi mühüm xüsusiyyətlərini nəzərə ala bilmirik və əgər fiziki kəmiyyətlərin başqa bir tam yığımları götürmüş olsaq, onda əvvəlki tam yığımların kəmiyyətləri ilə əlaqədar olan nəyi isə itirmiş oluruq. Tamamlama prinsipinin mahiyyəti də məhz bundan ibarətdir.

Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, tamamlama prinsipi kvant mexanikasında mövcud olan situasiyanın sadə etirafıdır (təsdiq edilməsidir). Lakin tamamlama prinsipinin şərhli zamanı bəzən səhvlərə yol verilir. Bu səhvlərdən biri tamamlama prinsipinin mənsəyi ilə əlaqədardır. Aydındır ki, tamamlama digər kvant qanunauyğunluqlarının yaranmasına səbəb olan eyni vəziyyətlə əlaqədar olaraq yaranır, yəni tamamlama mikrohissəciklərin nə sırf korpuskul, nə də ki, sırf dalğa baxımından şərh edilə bilməyən xassələri sayəsində meydana çıxır. Tamamlama prinsipi vahid hadisədə bu iki cəhətin olmasının müəyyən mənada təsdiqidir. Ona görə də tamamlama



prinsipini iki sinfə mənsub ölçü cihazlarının mövcud olması və ölçmənin hansısa xüsusiyyətləri ilə əlaqələndirmək üçün göstərilən cəhdlər korrekt deyildir.

Digər səhv isə tamamlama prinsipinin əhəmiyyətinin şərhilə bağlıdır. Tamamlamanın iki cəhətinin fərqi birtərəfli qeyd olunur və onların vəhdəti unudulur. Deyirlər ki, biz hadisənin yalnız bir cəhətini nəzərə ala bilərik və onda digər cəhətlər bizim gözümdən qaçır və əksinə. Lakin nəzərə almaq lazımdır ki, eyni bir obyektiv reallığın nəzərdən keçirilməsinə müxtəlif cür yanaşmalardan bəhs olunur. Ona görə də hadisələrin öyrənilməsinə və şərhinə müxtəlif yanaşmalar bir-birini istisna etmir, tamamlayır. Hadisənin birtərəfli öyrənilməsi, onun həqiqətən bütün cəhətlərdən öyrənilməsi zamanı yalnız mümkündür. Tamamlama prinsipinin düzgün olmayan şərhilə onun məzmununun hadisənin hansısa yalnız bir cəhətdən öyrənilməsi tələbinə uyğun olduğunu göstərmək cəhdindən ibarətdir.

Verilmiş zaman anında kəmiyyətlərin müəyyən tam yığımının verilməsi ilə xarakterizə olunan hallara tam surətdə təsvir olunan və ya "təmiz" hallar deyilir. Bu hallar uyğun dalğa funksiyası ilə birtərəfli təsvir olunur. Bu dalğa funksiyası tam yığma daxil olan kəmiyyətlərin operatorlarının hamısının verilməsi zaman anında məxsusi funksiyası kimi seçilir. Belə demək olar ki, müəyyən dalğa funksiyası ilə tam təsvir olunan hal təmiz hal adlanır. Təmiz hallarda kvant sisteminin halı maksimum tam təsvir olunur. Qeyd edək ki, müəyyən təmiz halı, bu hala uyğun olan dalğa funksiyasını məxsusi funksiyaların /məsələn, (76.8) müstəvi dalğalarının/ müəyyən superpozisiyası kimi götürməklə də almaq olar. Zaman keçdikcə prosesin inkişafı haqqında məlumatı isə, verilməsi başlanğıc şərt daxilində (71.25) Şredinger tənliyini həll edərək və beləliklə də sonrakı zaman anlarında dalğa funksiyasını təyin edərək, ala bilərik.

Bəzən "təmiz" hallarla yanaşı "qarışıq" hallara da rast gəlinir. "Qarışıq" hallarda sistemin dalğa funksiyası müəyyən deyildir. Bu zaman bu və ya digər  $\varphi_n$  "təmiz" halın reallaşmasının yalnız  $P_n$  ehtimalı haqqında danışmaq olar ki, bu da sistemin tam olmayan təsviri deməkdir. Bu barədə bir qədər ətraflı danışmaq məqsədəuyğundur.

Kvant mexanikasında bəzən elə olur ki, müəyyən səbəblər üzündən biz sistemin halını kəmiyyətlərin tam yığımı vasitəsilə təyin edə bilmirik və bu halın tam olmayan təsviri ilə kifayətlənməli oluruq. Belə hala heç bir dalğa funksiyası uyğun gəlmir. Bu zaman baxılan sistemdə fiziki kəmiyyətlərin ölçülməsi nəticəsində:

1. Fiziki kəmiyyətlərin bu və ya digər qiymətlərinin hansı təmiz hallara uyğun gəldiyi bizə məlum olduğundan, tədqiq olunan halda hansı təmiz  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots$  hallarının iştirak etdiyini;

2. Ölçmənin bu və ya digər nəticəsinin meydana çıxmasının nisbi tezliyini bilərək ehtimalı hesablamaq mümkün olduğundan, tədqiq olunan halda  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots$  təmiz hallarının hansı  $P_1, P_2, P_3, \dots$  ehtimalı ilə iştirak etdiyini müəyyən etmək olar. Lakin bu kəmiyyətləri bilərək tədqiq olunan halın dalğa funksiyasını qurmaq mümkün olmur. Çünki superpozisiya prinsipi əsasında yazılmış dalğa funksiyasının

$$\psi = \sum_n c_n \psi_n \quad (77.43)$$

ifadəsində bizə  $c_n$  əmsallarının özləri yox, onların yalnız modullarının kvadratları  $P_n = |c_n|^2$  məlumdur.  $c_n$  əmsalları isə yalnız  $e^{i\varphi}$  faza vuruğu dəqiqliyi ilə təyin olunur. Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, heç bir dalğa funksiyasına uyğun gəlməyən hal qarışıq hal adlanır. Qarışıq hal bu hala daxil olan təmiz halların  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots$  dalğa funksiyaları

yığımları və bu təmiz halların qarışıq hala daxil olmasının  $P_1, P_2, P_3, \dots$  ehtimalları yığımları ilə təsvir olunur.

Qarışıq hala daxil olan təmiz halların dalğa funksiyalarının yığımları və uyğun ehtimalların yığımları bilərək bu qarışıq halda fiziki kəmiyyətlərin orta qiymətini hesablamaq olar. Belə ki,  $\hat{L}$  operatoru ilə xarakterizə olunan fiziki kəmiyyətin orta qiyməti, baxılan qarışıq halda, ehtimal nəzəriyyəsinə görə /bax: (75.17) və (75.18)/

$$\bar{L} = \sum_n P_n \int \psi_n^* \hat{L} \psi_n d\tau \quad (77.44)$$

kimi təyin oluna bilər. (77.44) düsturunu təmiz halda, yəni (77.43) kimi dalğa funksiyası ilə təsvir olunan halda orta qiymət üçün düsturla müqayisə edək. Bu halda

$$\begin{aligned} \bar{L} &= \int \psi^* \hat{L} \psi d\tau = \sum_{n,m} c_n^* c_m \int \psi_n^* \hat{L} \psi_m d\tau = \\ &= \sum_n c_n^* c_n \int \psi_n^* \hat{L} \psi_n d\tau + \sum_{n \neq m} \sum_m c_n^* c_m \int \psi_n^* \hat{L} \psi_m d\tau = \quad (77.45) \\ &= \sum_n P_n \int \psi_n^* \hat{L} \psi_n d\tau + \sum_{n \neq m} \sum_m c_n^* c_m \int \psi_n^* \hat{L} \psi_m d\tau \end{aligned}$$

yaza bilərik. (77.45) və (77.44) düsturlarının müqayisəsi göstərir ki, təmiz halda orta qiymət üçün ifadədə tam hala daxil olan müxtəlif halların interferensiyasını nəzərə alan hədd ((77.45)-də ikinci hədd) iştirak edir. Ona görə də belə deyə bilərik ki, qarışıq hal bu hala daxil olan koherent olmayan təmiz halların qarışığı, təmiz hal isə onu əmələ gətirən koherent təmiz halların qarışığıdır.

Qarışıq hala misal olaraq, istilik tarazlığında olan qazın molekullarının istilik hərəkətini (daxili halını yox) öyrənərkən onların halını göstərmək olar. Burada qarışıq hala daxil olan təmiz halların dalğa funksiyaları müstəvi dalğalar olur, uyğun ehtimallar isə Maksvel paylanması ilə təyin olunur.

## VII FƏSİL. KVANT MEXANİKASININ BƏZİ DİFERENSIAL TƏNLİKLƏRİ

### Ə78. İkinci tərtib diferensial tənliklər haqqında

Məlumdur ki, Hamilton operatoru ikitərtibli diferensial operatorudur (Ə76) və ona görə də  $\hat{H}\psi = E\psi$  Şredinger tənliyi də ikitərtibli diferensial tənlik olmalıdır. Deməli,  $\hat{H}$  Hamilton operatorunun məxsusi funksiyalarını tapmaq üçün ikitərtibli diferensial tənliklərin həlli texnikasını bilmək lazımdır. Sadəlik naminə biz birdəyişənli ikitərtibli diferensial tənliyə baxacağıq. Beləliklə, bizim həll etməli olduğumuz tənlik ümumi şəkildə aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + p(x) \frac{dy}{dx} + q(x)y = 0. \quad (78.1)$$

Burada  $y(x)$  – tapılması tələb olunan naməlum funksiya,  $p(x)$  və  $q(x)$  isə  $x$ -dən asılı olan verilmiş funksiyalardır.

Fərz edək ki,  $y$  funksiyasını  $x=x_0$  nöqtəsi ətrafında aşağıdakı kimi üstlü sıraya ayırmaq mümkündür:

$$y = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k. \quad (78.2)$$

Onda Teylor teoreminə görə

$$a_0 = y(x = x_0), a_1 = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0}, a_2 = \frac{1}{2!} \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)_{x=x_0}, \dots \quad (78.3)$$

yaza bilərik. Əgər (4.1) tənliyini  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  kəmiyyətinə nəzərən həll etsək, onda  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ -ni  $\frac{dy}{dx}$

və  $y$  vasitəsilə ifadə etmiş oluruq. (4.1) tənliyini  $x$ -ə görə bir dəfə differensiallayaraq  $\frac{d^3 y}{dx^3}$

kəmiyyətini  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ ,  $\frac{dy}{dx}$  və  $y$  vasitəsilə ifadə edən düstur tapırıq. Bu qayda ilə (4.1)-i çoxlu dəfə differensiallayaraq  $y$ -in  $x$ -ə nəzərən ixtiyari törəməsini onun aşağı tərtibli törəmələri ilə ifadə etmək olar.

İndi fərz edək ki,  $x=x_0$  nöqtəsində  $y$  və  $\frac{dy}{dx}$  kəmiyyətlərinin qiyməti məlumdur. Onda diferensial tənlikdən bütün yüksək tərtibli törəmələri, onlar vasitəsilə isə (78.2) sırasına daxil olan və (78.3) ifadələri ilə təyin olunan  $a_0, a_1, a_2, \dots$  əmsallarını tapa bilərik.

Beləliklə,  $y$  və  $\frac{dy}{dx}$  kəmiyyətlərinin bir nöqtədə qiymətini bilərək sıranın yığılma intervalında funksiyanı bütövlükdə təyin edə bilərik. Praktikada bu metod əksər hallarda kifayət qədər ağır və ləng olur. Lakin əgər diferensial tənliyi

$$P(x)\frac{d^2y}{dx^2} + Q(x)\frac{dy}{dx} + R(x)y = 0 \quad (78.4)$$

şəklində göstərmək mümkün olduqda onun həll edilməsi xeyli sadələşir. Burada  $P(x)$ ,  $Q(x)$  və  $R(x)$  –  $x$ -ə nəzərən polinomlardır (çoxxhədlilərdir).  $y$  funksiyasını  $x$ -in üstlərinə görə sıraya ayırıq:

$$y = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i. \quad (78.5)$$

Bu sıramı diferensiallayaraq tapırıq ki,

$$\frac{dy}{dx} = a_1 + 2a_2x + \dots + (n+1)a_{n+1}x^n + \dots, \quad (78.6)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2a_2 + 3 \cdot 2a_3x + \dots + (n+2)(n+1)a_{n+2}x^n + \dots \quad (78.7)$$

(78.5)-(78.7) sıralarını (78.4) diferensial tənliyində yerinə yazsaq, onda  $x$ -in bütün üstlərinə uyğun əmsallar sıfıra bərabər olmalıdır.  $x^n$ -in əmsallarını sıfıra bərabərləşdirərək tapırıq ki,

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \dots + c_k a_{n-k} \quad (78.8)$$

Burada  $c_i$  – sabitlərdir. (78.8) ifadəsində  $c_i$  sabitlərinin halı diferensial tənliyin şəklindən asılıdır. (78.8) ifadəsi rekurent düstur adlanır və ilkin bir neçə hədd məlum olduqda bu rekurent düstur vasitəsilə bütün (78.5) sırasını tapmaq olar.

Sadə misal kimi

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0 \quad (78.9)$$

tənliyinə baxaq. (78.4) ilə (78.9)-un müqayisəsindən görünür ki,  $P(x)=1$ ,  $Q(x)=0$ ,  $R(x)=-1$ . Əgər

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots \quad (78.10)$$

olduğunu qəbul etsək, onda (78.9) tənliyinə görə

$$0 = (2a_2 - a_0) + (3 \cdot 2a_3 - a_1) \cdot x + \dots + [(n+2)(n+1)a_{n+2} - a_n] \cdot x^n + \dots \quad (78.11)$$

yaza bilərik.  $x^n$ -in əmsalını sıfıra bərabər edərək tapırıq ki,

$$a_{n+2} = \frac{a_n}{(n+2)(n+1)} \quad \text{və ya} \quad a_n = \frac{a_{n-2}}{n(n-1)}. \quad (78.12)$$

Əgər  $a_0 = a_1 = 1$  olduğunu qəbul etsək, onda (78.12) və (78.10) ifadəsinə əsasən (78.9)-un xüsusi həllini tapmış oluruq.

$$y = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots = e^x. \quad (78.13)$$

Digər misal olaraq bu metodu

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)y = 0 \quad (78.14)$$

tənliyinə tətbiq edərək  $\left[ P(x)=x^2, Q(x)=x, R(x)=x^2 - \frac{1}{4} \right]$  tapırıq ki,

$$0 = -\frac{1}{4}a_0 + \frac{3}{4}a_1x + \left(\frac{15}{4}a_2 + a_0\right) \cdot x^2 + \dots + \left[\left(n^2 - \frac{1}{4}\right)a_n + a_{n-2}\right] \cdot x^n + \dots \quad (78.15)$$

$x^n$ -in əmsalını sıfıra bərabər edərək aşağıdakı rekurent düsturu alırıq:

$$a_n = -\frac{a_{n-2}}{n^2 - \frac{1}{4}} \quad (78.16)$$

(78.15)-də sabit həddin və  $x$  vuruğu daxil olan həddin yox olması üçün  $a_0=a_1=0$  şərti ödənməlidir. Onda (78.16) rekurent düsturundan alınır ki, qalan bütün  $a_i$  əmsalları da sıfıra bərabər olmalıdır və beləliklə, biz heç bir həll almırıq (daha doğrusu,  $y=0$  trivial həlli alınır). Bunun niyə belə olduğu aşağıdakı mülahizələrə əsasən başa düşülür. Əgər (78.14) tənliyini (78.1) şəklində yazsaq

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{1}{4x^2}\right)y = 0 \quad (78.17)$$

olar. Bu tənlikdən görünür ki,  $x=0$  olduqda  $p(x)$  və  $q(x)$  əmsalları sonsuzluğa bərabər olur və həmin tənlikdən  $\frac{d^2y}{dx^2}$  kəmiyyətini tapmaq olmaz. Bu halda  $x=0$  nöqtəsi tənliyin məxsusi nöqtəsi adlanır. Əgər diferensial tənliyi

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + xp'(x) \frac{dy}{dx} + q'(x)y = 0 \quad (78.18)$$

şəklində yazmaq olursa və  $x=0$  nöqtəsində  $P'(x)$  və  $q'(x)$  törəmələri sonludursa, onda  $x=0$  nöqtəsi tənliyin requlyar məxsusi nöqtəsi adlanır. Requlyar olmayan məxsusi nöqtəni irrequlyar məxsusi nöqtə adlandırırlar.

Diferensial tənliyi requlyar məxsusi nöqtənin yaxın ətrafında adətən aşağıdakı kimi həll edirlər. Sabit hədlə başlayan (78.5) sırası əvəzinə

$$y = a_0x^L + a_1x^{L+1} + a_2x^{L+2} + \dots \quad (78.19)$$

sırasını götürürlər. Burada  $a_0 \neq 0$  və  $L$  ixtiyari qiymət ala bilər. Onda

$$\frac{dy}{dx} = La_0x^{L-1} + (L+1)a_1x^L + (L+2)a_2x^{L+1} + \dots \quad (78.20)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = L(L-1)a_0x^{L-2} + (L+1)L a_1x^{L-1} + (L+2)(L+1)a_2x^L + \dots \quad (78.21)$$

yaza bilərik. (78.19)-(78.21) sıralarını (78.14)-də nəzərə alsaq

$$\begin{aligned}
0 &= \left(L^2 - \frac{1}{4}\right)a_0x^L + \left[(L+1)^2 - \frac{1}{4}\right]a_1x^{L+1} + \\
&+ \left\{ \left[(L+2)^2 - \frac{1}{4}\right]a_2 + a_0 \right\}x^{L+2} + \dots + \\
&+ \left\{ \left[(L+n)^2 - \frac{1}{4}\right]a_n + a_{n-2} \right\}x^{L+n} + \dots
\end{aligned} \tag{78.22}$$

olar ki, buradan da aşağıdakı tənliklər çoxluğu alınır:

$$\begin{aligned}
\left(L^2 - \frac{1}{4}\right)a_0 &= 0, \\
\left[(L+1)^2 - \frac{1}{4}\right]a_1 &= 0, \\
\left[(L+2)^2 - \frac{1}{4}\right]a_2 + a_0 &= 0, \\
\text{-----} \\
\left[(L+n)^2 - \frac{1}{4}\right]a_n + a_{n-2} &= 0.
\end{aligned} \tag{78.23}$$

Bu tənliklərin birincisi müəyyənədicı tənlik adlanır. Şərtə görə  $a_0 \neq 0$  olduğundan  $L^2 = \frac{1}{4}$  və ya  $L = \pm 1/2$  olmalıdır. Onda digər tənliklər yerdə qalan bütün  $a_i$  əmsallarını  $a_0$  ilə ifadə etməyə imkan verir. Beləliklə, (78.14) tənliyi üçün iki həll almış oluruz:

$$y = a_0x^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - \frac{x^2}{6} + \frac{x^4}{120} + \dots \right\}, \tag{78.24}$$

$$y = a_0x^{-\frac{1}{2}} \left\{ 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \dots \right\}. \tag{78.25}$$

Əgər bizi diferensial tənliyin yalnız  $Q$  funksiyalar sinfinə (E73) mənsub olan həlləri maraqlandırırırsa, onda bu həllərin bütün məxsusi nöqtələrdə özünü necə aparmasını tədqiq etmək lazımdır. Çünki əgər (78.19)-da  $L$  mənfi işarəli və ya kəsr ədəddirsə, onda  $y$  funksiyası ya sonsuz, ya da ki, çox qiymətli olur və buna görə də  $Q$  sinfinə mənsub ola bilməz.

Sonsuz sıralarla işləmək kifayət qədər çətindir. Məsələn,

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!} \tag{78.28}$$

sırasına əsaslanaraq  $\sin x$  funksiyasının xassələrini müəyyən etmək çox çətindir. Lakin  $\sin x$  funksiyasının adi triqonometrik tərifinə əsasən onun bütün xassələri asanlıqla tapılır. Ona görə də kvant mexanikasında rast gəlinən müxtəlif funksiyaları diferensial tənlikdən alınan üstlü sıra ilə əlaqədar olaraq təyin etmirlər və sonradan onları belə sıra ilə eyniləşdirirlər.

### Ə79. Lejandr tənliyi

Məlumdur ki, kvant mexanikasının əsas tənliyi olan Şredinger tənliyi ikitərtibli diferensial tənlikdir. Bu tənliyi həll edərkən onu bir neçə nisbətən sadə ikitərtibli diferensial tənliyə parçalamaq olur ki, onlardan biri də Lejandr tənliyidir:

$$\frac{d}{dx} \left[ (1-x^2) \frac{dz}{dx} \right] + \left( \alpha - \frac{m^2}{1-x^2} \right) z = 0 \quad (79.1)$$

və ya

$$(1-x^2) \frac{d^2z}{dx^2} - 2x \frac{dz}{dx} + \left( \alpha - \frac{m^2}{1-x^2} \right) z = 0. \quad (79.2)$$

Burada  $\alpha$  və  $m$  həqiqi ədədlərdir.  $m=0$  olduqda bu tənliyin xüsusi halı aşağıdakı kimi olur:

$$(1-x^2) \frac{d^2z}{dx^2} - 2x \frac{dz}{dx} + \alpha z = 0. \quad (79.3)$$

Riyaziyyatın və riyazi fizikanın digər məsələlərindən fərqli olaraq, kvant mexaniki məsələlərə tətbiq edilən zaman  $\alpha$  parametri elə seçilməlidir ki, (79.1)-(79.3) tənliklərinin həlli olan  $z$  funksiyası  $Q$  sinfinə mənsub olsun, yəni birqiymətli, kəsilməz, sonlu və kvadratik inteqrallana bilən olsun.

Sadəlik naminə əvvəlcə (79.3) tənliyini həll edək. Bu məqsədlə aşağıdakı kimi köməkçi funksiya götürək:

$$y = (1-x^2)^l. \quad (79.4)$$

Burada  $l$  – sabit tam ədəddir. Bu funksiyanın  $x$ -ə görə törəməsi

$$y' = \frac{dy}{dx} = -2lx(1-x^2)^{l-1} = -\frac{2lxy}{1-x^2}$$

olduğundan

$$(1-x^2) \frac{dy}{dx} + 2lxy = 0 \quad (79.5)$$

tənliyini yaza bilərik. Bu tənliyin  $x$ -ə görə  $n$  dəfə törəməsini tapaq:

$$(1-x^2) \frac{d^{n+1}y}{dx^{n+1}} + 2(l-n)x \frac{d^n y}{dx^n} + n(2l-n+1) \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} = 0. \quad (79.6)$$

$n=l+1$  olduqda (79.6) tənliyi

$$(1-x^2) \frac{d^{l+2}y}{dx^{l+2}} - 2x \frac{d^{l+1}y}{dx^{l+1}} + l(l+1) \frac{d^l y}{dx^l} = 0 \quad (79.7)$$

şəklinə düşür. Burada

$$z = \frac{d^l y}{dx^l} = \frac{d^l}{dx^l} (1-x^2)^l \quad (79.8)$$

işarə etsək, (79.7) tənliyinin əvəzinə

$$(1-x^2) \frac{d^2 z}{dx^2} - 2x \frac{dz}{dx} + l(l+1)z = 0 \quad (79.9)$$

alırıq ki, bu da

$$\alpha = l(l+1) \quad (79.10)$$

olduqda (79.3) tənliyi ilə üst-üstə düşür. (79.9) adətən Lejandr tənliyi, bu tənliyin həlli olan və (79.8) kimi təyin olunan  $z$  funksiyası isə  $l$  tərtibli Lejandr polinomu adlanır:

$$P_l(x) = z = \frac{d^l y}{dx^l} = \frac{d^l}{dx^l} (1-x^2)^l. \quad (79.11)$$

Adətən normallaşmış Lejandr polinomlarından istifadə edilir:

$$N_l(x) = C \cdot \frac{d^l}{dx^l} (1-x^2)^l. \quad (79.12)$$

Burada  $C$  – normallaşdırıcı vuruqdur.

Göstərmək olar ki,  $-1 \leq x \leq 1$  intervalında  $N_l(x)$  Lejandr polinomları ortonormal funksiyalar sistemi təşkil edir və bu intervalda (79.9) tənliyini ödəyən və  $Q$  sinfinə mənsub olan yeganə funksiyalardır. Lakin  $N_l(x)$  funksiyaları daha ümumi olan birləşmiş normalanmış  $N_{l|m_l}(x)$  Lejandr polinomlarının xüsusi halı olduğundan, həmin xassələri ümumi hal üçün isbat edəcəyik.

(79.12)-də  $C$  normallaşdırıcı vuruğunu tapmaq üçün  $N_l(x)$  polinomlarının normallıq şərtindən istifadə edək:

$$1 = \int_{-1}^1 [N_l(x)]^2 dx = C^2 \int_{-1}^1 [P_l(x)]^2 dx = C^2 \int_{-1}^1 \frac{d^l(x^2-1)^l}{dx^l} \frac{d^l(x^2-1)^l}{dx^l} dx \quad (79.13)$$

(79.13)-də  $l$  dəfə hissə-hissə inteqrallama apararaq

$$\begin{aligned} 1 &= \int_{-1}^1 [N_l(x)]^2 dx = C^2 (-1)^l \int_{-1}^1 (x^2-1)^l \frac{d^{2l}(x^2-1)^l}{dx^{2l}} dx = \\ &= C^2 (-1)^l \int_{-1}^1 (x^2-1)^l \cdot (2l)! dx = C^2 (2l)! \int_{-1}^1 (1-x)^l (1+x)^l dx \end{aligned} \quad (79.14)$$

alırıq. Lakin

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 (1-x)^l (1+x)^l dx &= \frac{l}{l+1} \int_{-1}^1 (1-x)^{l-1} (1+x)^{l+1} dx = \\ &= \frac{l(l-1)(l-2) \dots 1}{(l+1)(l+2) \dots 2l} \int_{-1}^1 (1+x)^{2l} dx = \frac{(l!)^2}{(2l)!} \cdot \frac{2^{2l+1}}{2l+1} \end{aligned} \quad (79.15)$$

olduğunu (79.14)-də nəzərə alsaq



$$1 = C^2 \cdot (2l)! \frac{(l!)^2}{(2l)!} \cdot \frac{2^{2l+1}}{2l+1}$$

və buradan da

$$C = \frac{1}{2^l l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2}} \quad (79.16)$$

olar. Deməli, (79.12) və (79.16) düsturlarına əsasən normalanmış Lejandr polinomları

$$N_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2}} \frac{d^l}{dx^l} (x^2 - 1)^l \quad (79.17)$$

kimi təyin olunur. Bəzən (79.17) əvəzinə

$$N_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2}} \sum_{k=0}^{E\left(\frac{l}{2}\right)} \frac{(-1)^k (2l-2k)!}{k!(l-k)!(l-2k)!} x^{l-2k} \quad (79.18)$$

ifadəsindən istifadə etmək əlverişli olur. Burada  $E\left(\frac{l}{2}\right)$  ədədi  $\frac{l}{2}$  kəsrinin tam hissəsinə bərabərdir:

$$E\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{l}{2} + \frac{1}{4} [(-1)^l - 1]. \quad (79.19)$$

Qeyd edək ki, adətən ənənəvi olaraq, normallanmamış Lejandr polinomu üçün (79.11) əvəzinə

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2 - 1)^l \quad (79.20)$$

ifadəsindən istifadə edilir.

(79.17) və (79.18) ifadələrindən görünür ki,  $N_l(x)$  Lejandr polinomunda  $x$ -in ən böyük üstü  $l$ -ə bərabərdir.

(79.17) və ya (79.18) düsturundan istifadə edərək  $l$ -in ixtiyari qiymətində  $N_l(x)$  polinomunun aşkar ifadəsini tapmaq olar. Məsələn,  $l=0,1,2,3,4$  qiymətləri üçün  $N_l(x)$ -in ifadələri aşağıdakı kimi olur:

$$\begin{aligned} N_0(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}}, \\ N_1(x) &= \sqrt{\frac{3}{2}} x, \\ N_2(x) &= \sqrt{\frac{5}{8}} (x^2 - 1), \\ N_3(x) &= \sqrt{\frac{7}{8}} (5x^2 - 3x), \\ N_4(x) &= \sqrt{\frac{9}{128}} (35x^4 - 30x^2 + 3). \end{aligned} \quad (79.21)$$

$N_l(x)$  normalanmış Lejandr polinomlarının bir sıra mühüm xassələrini qeyd edək. Göstərmək olar ki,  $N_l(x)$  polinomu  $l$ -in cüt qiymətlərində cüt,  $l$ -in tək qiymətlərində isə tək funksiyadır. Bunu isbat etmək üçün (79.17) ifadəsində  $x$ -i  $-x$  ilə,  $dx$ -i isə  $-dx=-1 \cdot dx$  ilə əvəz edək. Onda

$$\begin{aligned} N_l(-x) &= \frac{1}{2^l l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2}} \frac{d^l}{(-1)^l dx^l} [(-x)^2 - 1] = \\ &= \frac{1}{2^l l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2}} \cdot \frac{1}{(-1)^l} \frac{d^l}{dx^l} (x^2 - 1)^l = (-1)^l N_l(x) \end{aligned}$$

və ya

$$N_l(-x) = (-1)^l N_l(x) \quad (79.22)$$

alırıq ki, bunu da isbat etmək lazım idi. Qeyd edək ki, bu xassə (79.21) ifadələrindən əyani şəkildə görünür.

İsbat etmək olar ki,

$$N_l(1) = \sqrt{\frac{2l+1}{2}}. \quad (79.23)$$

Bu məqsədlə (79.17)-də  $x=1+\varepsilon$  əvəzləməsi edək və sonra alınan ifadədə  $\varepsilon \rightarrow 0$ , şərti ilə limitə keçək. Bu əvəzləməni edərkən  $dx=d\varepsilon$  və deməli,  $\frac{d}{dx} = \frac{d}{d\varepsilon}$  olduğunu nəzərə alaq.

Beləliklə, (79.17)-də  $x=1+\varepsilon$  əvəzləməsini edərək tapırıq ki,

$$\begin{aligned} N_l(1+\varepsilon) &= \frac{1}{2^l l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2}} \frac{d^l}{d\varepsilon^l} [\varepsilon^l (2+\varepsilon)^l] = \frac{1}{2^l l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2}} \cdot \\ &\cdot \left\{ \left( \frac{d^l}{d\varepsilon^l} \varepsilon^l \right) (2+\varepsilon)^l + l \left( \frac{d^{l-1}}{d\varepsilon^{l-1}} \varepsilon^l \right) \left[ \frac{d}{d\varepsilon} (2+\varepsilon)^l \right] + \dots + \right. \\ &+ \left. \varepsilon^l \left[ \frac{d^l}{d\varepsilon^l} (2+\varepsilon)^l \right] \right\} = \frac{1}{2^l l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2}} \{ l! (2+\varepsilon)^l + l(l! \varepsilon) \cdot \\ &\cdot [l(2+\varepsilon)^{l-1}] + \dots + \varepsilon^l \cdot l! \} \end{aligned} \quad (79.24)$$

(79.24) ifadəsini yazarkən biz iki funksiyanın hasilinin törəməsi üçün məlum olan aşağıdakı Leybnis düsturundan istifadə etdik:

$$\frac{d^n(uv)}{dx^n} = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} \frac{d^{n-k}u}{dx^{n-k}} \cdot \frac{d^k v}{dx^k}. \quad (79.25)$$

(79.24) ifadəsində böyük mötərizə daxilində birinci həddən başqa digər bütün hədlərdə  $\varepsilon$  üstü 1-dən  $l$ -ə qədər olan vuruq vardır. Ona görə də (79.24)-də  $\varepsilon \rightarrow 0$  şərti ilə limitə keçərək (79.23) ifadəsini alırıq.

(79.22) və (79.23) ifadələrindən alırıq ki,

$$N_l(-1) = (-1)^l N_l(1) = (-1)^l \sqrt{\frac{2l+1}{2}}. \quad (79.26)$$

(79.20) düsturuna əsasən aşağıdakı ifadələrin doğru olduğunu isbat etmək olar:

$$(2l+1)P_l = \frac{d}{dx}(P_{l+1} - P_{l-1}), \quad (79.27)$$

$$(l+1)P_l = \frac{d}{dx}P_{l+1} - x \frac{d}{dx}P_l. \quad (79.28)$$

Əvvəlcə (79.27)-ni isbat edək. (79.20)-yə əsasən

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}P_{l+1} &= \frac{1}{2^{l+1}(l+1)!} \frac{d}{dx} \frac{d^{l+1}}{dx^{l+1}}(x^2-1)^{l+1} = \\ &= P_l + 2l \cdot \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} [x^2(x^2-1)^{l-1}] \end{aligned}$$

yaza bilərik. Burada  $x^2=(x^2-1)+1$  bərabərliyindən istifadə etsək

$$\frac{d}{dx}P_{l+1} = (2l+1)P_l + \frac{2l}{2^l} \frac{d^l}{dx^l}(x^2-1)^{l-1} \quad (79.29)$$

yaza bilərik. Digər tərəfdən, (79.20)-yə əsasən

$$\frac{d}{dx}P_{l-1} = \frac{1}{2^{l-1}(l-1)!} \frac{d}{dx} \frac{d^{l-1}}{dx^{l-1}}(x^2-1)^{l-1} = \frac{2l}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l}(x^2-1)^{l-1} \quad (79.30)$$

olduğu aydındır. (79.29) və (79.30)-un müqayisəsindən (79.27) alınır.

İndi isə (79.28)-i isbat edək. Bu məqsədlə (79.25) Leybnis düsturundan və

$$\frac{d^k x}{dx^k} = x\delta_{k0} + \delta_{k1} \quad (79.31)$$

bərabərliyindən istifadə edəcəyik:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}P_{l+1} &= \frac{1}{2^l l!} \frac{d^{l+1}}{dx^{l+1}} [(x^2-1)^l \cdot x] = \\ &= \frac{1}{2^l l!} \sum_{k=0}^{l+1} \frac{(l+1)!}{k!(l+1-k)!} \frac{d^{l+1-k}(x^2-1)^l}{dx^{l+1-k}} \frac{d^k x}{dx^k} = \\ &= \frac{1}{2^l l!} \left[ \frac{d^{l+1}(x^2-1)^l}{dx^{l+1}} \cdot x + (l+1) \frac{d^l(x^2-1)^l}{dx^l} \right] = \\ &= x \cdot \frac{d}{dx} \left[ \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l(x^2-1)^l}{dx^l} \right] + (l+1) \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l}(x^2-1)^l = \\ &= x \frac{dP_l}{dx} + (l+1)P_l. \end{aligned}$$

Buradan isə (79.28) dərhal alınır.

(79.17) və (79.20) düsturlarına əsasən

$$N_l(x) = \sqrt{\frac{2l+1}{2}} P_l(x) \quad (79.32)$$

olduğunu nəzərə alaraq, (79.27) və (79.28) ifadələrini normalanmış Lejandr polinomu  $N_l(x)$  üçün də yazmaq olar:

$$\sqrt{2(2l+1)}N_l = \frac{d}{dx} \left[ \sqrt{\frac{2}{2l+3}}N_{l+1} - \sqrt{\frac{2}{2l-1}}N_{l-1} \right], \quad (79.33)$$

$$\sqrt{\frac{2(l+1)^2}{2l+1}}N_l = \frac{d}{dx} \sqrt{\frac{2}{2l+3}}N_{l+1} - x \frac{d}{dx} \sqrt{\frac{2}{2l+1}}N_l. \quad (79.34)$$

Beləliklə, (79.11) və (79.20) normalanmamış Lejandr polinomları (79.9)-a uyğun olaraq,

$$(1-x^2)\frac{d^2P_l}{dx^2} - 2x\frac{dP_l}{dx} + l(l+1)P_l = 0 \quad (79.35)$$

və ya

$$\frac{d}{dx} \left[ (1-x^2)\frac{dP_l}{dx} \right] + l(l+1)P_l = 0 \quad (79.36)$$

tənliyini ödəyir. Aydındır ki, (79.32) kimi təyin olunan  $N_l(x)$  normalanmış Lejandr funksiyası üçün də (79.35) və ya (79.36) tənliyi ödəyir.

### Ə80. Birləşmiş Lejandr tənliyi

(79.1) və ya (79.2) Lejandr tənliyini rekurent düstur vasitəsilə çevirərək birləşmiş Lejandr tənliyi adlanan

$$\frac{d}{dx} \left[ (1-x^2)\frac{dz}{dx} \right] + \left[ l(l+1) - \frac{m^2}{1-x^2} \right] z = 0 \quad (80.1)$$

və ya

$$(1-x^2)\frac{d^2z}{dx^2} - 2x\frac{dz}{dx} + \left[ l(l+1) - \frac{m^2}{1-x^2} \right] z = 0 \quad (80.2)$$

tənliyinə gətirmək olar. Bu məqsədlə (79.1) və ya (79.2)-də  $z$  funksiyasını

$$z = (1-x^2)^{\frac{m}{2}} F(x) \quad (80.3)$$

kimi götürək. Burada  $F(x)$  –  $x$ -dən asılı olan funksiyadır. (80.3) funksiyasının  $x$ -ə görə törəməsini tapaq:

$$\frac{dz}{dx} = -mx(1-x^2)^{\frac{m}{2}-1} \cdot F + (1-x^2)^{\frac{m}{2}} \frac{dF}{dx}. \quad (80.4)$$

Buradan

$$(1-x^2)\frac{dz}{dx} = -mx(1-x^2)^{\frac{m}{2}} \cdot F + (1-x^2)^{\frac{m}{2}+1} \frac{dF}{dx} \quad (80.5)$$

yaza bilərik. İndi isə (80.5)-də  $x$ -ə görə törəmə alaıq:

$$\frac{d}{dx} \left[ (1-x^2) \frac{dz}{dx} \right] = \left[ -m(1-x^2)^{\frac{m}{2}} + m^2 x^2 (1-x^2)^{\frac{m}{2}-1} \right] \cdot F - \left[ 2x(m+1)(1-x^2)^{\frac{m}{2}} \right] \frac{dF}{dx} + (1-x^2)^{\frac{m}{2}+1} \frac{d^2 F}{dx^2}. \quad (80.6)$$

(80.6)-nı (79.1)-də yazmaq və alınan tənliyi  $(1-x^2)^{\frac{m}{2}}$  vuruğuna bölək. Onda müəyyən çevirmələr apardıqdan sonra  $F(x)$  funksiyasına nəzərən aşağıdakı kimi ikitərtibli diferensial tənlik alırıq:

$$(1-x^2) \frac{d^2 F}{dx^2} - 2(m+1)x \frac{dF}{dx} + [\alpha - m(m+1)]F = 0 \quad (80.7)$$

Əgər burada

$$a=m+1, b=\alpha-m(m+1) \quad (80.8)$$

əvəz etsək, (80.7) tənliyi

$$(1-x^2) \frac{d^2 F}{dx^2} - 2ax \frac{dF}{dx} + bF = 0 \quad (80.9)$$

şəklinə düşər ki, bu da (78.4) ümumi tənliyinə oxşayır.

Fərz edək ki, (80.9) tənliyinin həlli olan  $F(x)$  funksiyasını aşağıdakı kimi üstlü sıra şəklində göstərmək olar:

$$F = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i x^i. \quad (80.10)$$

Onda

$$\frac{dF}{dx} = \beta_1 + 2\beta_2 x + 3\beta_3 x^2 + 4\beta_4 x^3 + \dots + n\beta_n x^{n-1} + \dots \quad (80.11)$$

$$\frac{d^2 F}{dx^2} = 2\beta_2 + 6\beta_3 x + 12\beta_4 x^2 + \dots + n(n-1)\beta_n x^{n-2} + \dots \quad (80.12)$$

yaza bilərik. (80.10)-(80.12) ifadələrini (80.9) tənliyində yazaraq,  $x$ -in eyni üstü daxil olan hədləri qruplaşdıraraq

$$\begin{aligned} & (2\beta_2 + b\beta_0) \cdot x^0 + [6\beta_3 + (b-2a)\beta_1] x + \\ & + [12\beta_4 + (b-4a-2)\beta_2] \cdot x^2 + \\ & + [20\beta_5 + (b-6a-6)\beta_3] \cdot x^3 + \dots = 0 \end{aligned} \quad (80.13)$$

olar.

$F(x)$  funksiyası (80.9) tənliyinin həlli olduğundan, (80.13) bərabərliyi  $x$ -in bütün qiymətlərində ödənməlidir. Ona görə də (80.13)-də  $x^n$  kəmiyyətlərinin əmsallarının hər biri ayrılıqda sıfıra bərabər olmalıdır: yəni

$$\begin{aligned} 2\beta_2 + b\beta_0 &= 0, \\ 6\beta_3 + (b-2a)\beta_1 &= 0, \\ 12\beta_4 + (b-4a-2)\beta_2 &= 0, \end{aligned} \quad (80.14)$$

$$20\beta_5+(b-6a-6)\beta_3=0,$$

Bu ifadələrdən görüldüyü kimi,  $x$ -in üstü artdıqca, əmsallar müəyyən qanunauyğunluqla dəyişir. Göstərmək olar ki,  $x^n$ -in əmsalı üçün (80.14) ifadələrini aşağıdakı kimi ümumi şəkildə yazmaq olar:

$$(n+1)(n+2)\beta_{n+2}+[b-2na-n(n-1)]\beta_n=0. \quad (80.15)$$

Burada  $n = 0, 1, 2, \dots$  qiymətlərini alan tam ədəddir.

$a$  və  $b$  üçün (80.8) ifadələrini nəzərə almaqla, (80.15)-dən (80.10) sırasının  $\beta_i$  əmsalları üçün rekurent düstur alınır:

$$\frac{\beta_{n+2}}{\beta_n} = \frac{(n+m)(n+m+1)-\alpha}{(n+1)(n+2)}. \quad (80.16)$$

Deməli, (80.10) sırasında  $x^n$ -in əmsalı  $\beta_n$  məlum olduqda, (80.16) rekurent düsturu  $\beta_{n+2}$  əmsalını tapmağa imkan verir. Beləliklə, yalnız iki dənə  $\beta_0$  və  $\beta_1$  əmsallarını bilərək, (80.16) rekurent düsturu vasitəsilə (80.10) sırasında  $x$ -in bütün cüt və tək üstlərinə uyğun əmsalların hamısını tapmaq olar.

(80.10) sırası ilə təyin olunan  $F(x)$  funksiyası  $Q$  sinfinə mənsub olmalıdır və xüsusi halda  $o$ , sonlu olmalıdır. Bu isə  $o$  deməkdir ki, (80.10) sırası müəyyən həddə qırılmalı, yəni polinom (çoxhədli) olmalıdır. Bunun üçün isə  $x^{n+2}$  və daha yüksək tərtibli hədlər, yəni  $x^n$  vuruğu daxil olan həddən sonra gələn bütün hədlər sıfıra bərabər olmalıdır. Bu şərt, yəni  $\beta_{n+2}=0$  şərti (80.16) rekurent düsturuna əsasən

$$(n+m)(n+m+1)-\alpha=0$$

və ya

$$\alpha=(n+m)(n+m+1) \quad (80.17)$$

şərtinə gətirir. Əgər

$$l=n+m \quad (80.18)$$

işarə etsək, (80.17) əvəzinə

$$\alpha=l(l+1) \quad (80.19)$$

şərtini alırıq. Deməli, (79.1) tənliyinin (80.3) kimi təyin olunan həllinin sonlu olması şərti tələb edir ki,  $\alpha$  parametri (80.19) kimi təyin olunsun. (80.19)-u (79.1) və ya (79.2)-də yazmaqla (80.1) və ya (80.2) tənliyini alırıq ki, bu da birləşmiş Lejandr tənliyi adlanır.

Qeyd edək ki, biz bu nəticəni (79.1) və ya (79.2) Lejandr tənliyinin xüsusi halı olan (79.3) tənliyini həll edərkən  $\alpha$  parametri üçün tapdığımız (79.10) ifadəsinə əsasən də dərhal yaza bilərdik.  $n$  və  $m$  ədədləri  $0, 1, 2, \dots$  tam qiymətlərini ala bildiyindən (80.18)-ə əsasən  $l$  ədədi də  $l=0, 1, 2, \dots$  tam qiymətlər almalıdır.

(80.19)-u (80.7)-də nəzərə alsaq (80.3)-dəki  $F(x)$  funksiyasını tapmaq üçün diferensial tənlik aşağıdakı şəkildə düşər:

$$(1-x^2)\frac{d^2F}{dx^2}-2(m+1)x\frac{dF}{dx}+[l(l+1)-m(m+1)]\cdot F=0. \quad (80.20)$$

(80.1) və ya (80.2) birləşmiş Lejandr tənliyinin həlli birləşmiş Lejandr polinomu adlanır. Bu həlli tapmaq məqsədilə (79.35) tənliyindən  $m$  dəfə törəmə alaq. Onda

$$(1-x^2)\frac{d^{m+2}P_l}{dx^{m+2}} - 2(m+1)x\frac{d^{m+1}P_l}{dx^{m+1}} +$$

$$+ [l(l+1) - m(m+1)]\frac{d^m P_l}{dx^m} = 0 \quad (80.21)$$

tənliyi alınır. Əgər

$$F(x) = \frac{d^m P_l(x)}{dx^m} \quad (80.22)$$

işarə etsək, (80.21) tənliyi (80.20) ilə üst-üstə düşər. Deməli, (80.3)-ə daxil olan və (80.20)-nin həlli olan  $F(x)$  funksiyası (80.22) kimi təyin olunur. Deməli, (80.1) və ya (80.2) birləşmiş Lejandr tənliyinin həlli olan və (80.3) kimi təyin olunan  $z$  funksiyası

$$z = P_{l|m}(x) = (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}} \frac{d^{|m|} P_l(x)}{dx^{|m|}} \quad (80.23)$$

düsturu ilə ifadə olunur. Burada  $P_{l|m}(x)$ –birləşmiş normalanmamış Lejandr polinomu adlanır.

(80.3), (80.22) və (80.23) ifadələrinə əsasən

$$F(x) = (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}} P_{l|m}(x) \quad (80.24)$$

olduğunu (80.20)-də nəzərə alaraq, lazımı çevirmələr apardıqdan sonra (80.23) birləşmiş normalanmamış Lejandr polinomunun ödədiyi tənliyi almış oluruz:

$$(1-x^2)\frac{d^2 P_{l|m}(x)}{dx^2} - 2x\frac{dP_{l|m}(x)}{dx} + \left[ l(l+1) - \frac{m^2}{1-x^2} \right] P_{l|m}(x) = 0 \quad (80.25)$$

və ya

$$\frac{d}{dx} \left[ (1-x^2)\frac{dP_{l|m}(x)}{dx} \right] + \left[ l(l+1) - \frac{m^2}{1-x^2} \right] P_{l|m}(x) = 0 \quad (80.26)$$

(80.23) ifadəsində  $P_l(x)$ –normalanmamış Lejandr polinomudur və (79.11) düsturu ilə təyin olunur. Beləliklə, (79.11)-i (80.23)-də nəzərə alsaq birləşmiş normalanmamış Lejandr polinomu üçün

$$P_{l|m}(x) = (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}} \frac{d^{l+|m|}(x^2-1)^l}{dx^{l+|m|}} \quad (80.27)$$

ifadəsini də yazı bilərik.

(80.23) və (80.27) ifadələrindən görünür ki,

$$P_{l0}(x) = P_l(x) \quad (80.28)$$

olur. Ə79-da qeyd olunduğu kimi,  $P_l(x)$  Lejandr polinomunda  $x$ -in ən böyük üstü  $l$ -dir. Ona görə də (80.23) ifadəsindən görünür ki,  $|m| > l$  olduqda  $P_{l|m}(x) = 0$  olmalıdır.

Deməli,  $P_{l|m}(x)$  polinomunda

$$|m| \leq l \quad (80.29)$$

şərti ödənməlidir.

İndi isə göstərək ki,  $-1 \leq x \leq 1$  intervalında  $P_{k|m|}(x)$  və  $P_{l|m|}(x)$  polinomları ( $k \neq l$ ) ortoqonaldır. Bu məqsədlə (80.26) tənliyini bu polinomlar üçün yazaq:

$$\frac{d}{dx} \left[ (1-x^2) \frac{dP_{l|m|}}{dx} \right] + \left[ l(l+1) - \frac{m^2}{1-x^2} \right] P_{l|m|} = 0, \quad (80.30)$$

$$\frac{d}{dx} \left[ (1-x^2) \frac{dP_{k|m|}}{dx} \right] + \left[ k(k+1) - \frac{m^2}{1-x^2} \right] P_{k|m|} = 0. \quad (80.31)$$

(80.30) tənliyini  $P_{k|m|}(x)$ -ə, (80.31) tənliyini isə  $P_{l|m|}(x)$ -ə vuraq və

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left[ (1-x^2) P_{k|m|} \frac{dP_{l|m|}}{dx} \right] = \\ & = P_{k|m|} \frac{d}{dx} \left[ (1-x^2) \frac{dP_{l|m|}}{dx} \right] + (1-x^2) \frac{dP_{l|m|}}{dx} \frac{dP_{k|m|}}{dx} \end{aligned} \quad (80.32)$$

olduğunu bilərək, alınan tənlikləri tərəf-tərəfə çıxaraq:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left[ (1-x^2) \left( P_{k|m|} \frac{dP_{l|m|}}{dx} - P_{l|m|} \frac{dP_{k|m|}}{dx} \right) \right] + \\ & + [l(l+1) - k(k+1)] P_{l|m|} P_{k|m|} = 0. \end{aligned} \quad (80.33)$$

(80.33) bərabərliyini  $-1$ -dən  $+1$ -ə qədər inteqralladıqda  $(1-x^2)$  vuruğunun hesabına birinci hədd sıfıra bərabər olur və

$$\int_{-1}^1 P_{k|m|}(x) P_{l|m|}(x) dx = 0, \quad k \neq l \quad (80.34)$$

alınır ki, bunu da isbat etmək tələb olunurdu. (80.28)-i nəzərə alsaq (80.34)-dən Lejandr polinomları üçün ortoqonallıq şərti dərhal alınır:

$$\int_{-1}^1 P_k(x) P_l(x) dx = 0, \quad k \neq l. \quad (80.35)$$

(79.31)-i (80.35)-də nəzərə alsaq,  $N_l(x)$  normalanmış Lejandr funksiyaları üçün ortoqonallıq şərtini aşağıdakı kimi yazı bilərik:

$$\int_{-1}^1 N_k(x) N_l(x) dx = \delta_{k_l}. \quad (80.36)$$

İndi isə birləşmiş Lejandr polinomlarının normalanmasına baxaq. Normalanmış birləşmiş Lejandr polinomlarını

$$N_{l|m|}(x) = C \cdot P_{l|m|}(x) \quad (80.37)$$



kimi işarə edək. Burada  $C$  – normallaşdırıcı vuruqdur. Bu vuruğu tapmaq üçün

$$1 = \int_{-1}^1 [N_{l|m}(x)]^2 dx = C^2 \int_{-1}^1 [P_{l|m}(x)]^2 dx \quad (80.38)$$

ifadəsindən istifadə edəcəyik. Bu məqsədlə (80.23)-ü (80.38)-də yazaraq və bir dəfə hissə-hissə inteqrallama aparaq:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 [P_{l|m}(x)]^2 dx &= \int_{-1}^1 (1-x^2)^{|m|} \frac{d^{|m|} P_l}{dx^{|m|}} \cdot \frac{d^{|m|} P_l}{dx^{|m|}} dx = \\ &= \left[ (1-x^2)^{|m|} \frac{d^{|m|} P_l}{dx^{|m|}} \frac{d^{|m|-1} P_l}{dx^{|m|-1}} \right]_{-1}^1 - \\ &- \int_{-1}^1 \frac{d^{|m|-1} P_l}{dx^{|m|-1}} \frac{d}{dx} \left[ (1-x^2)^{|m|} \frac{d^{|m|} P_l}{dx^{|m|}} \right] dx. \end{aligned} \quad (80.39)$$

Sonra isə (79.5)-də  $x$ -ə görə  $l+|m|$  dəfə törəmə alaraq, yəni (79.6) tənliyində  $n = l+|m|$  əvəz edək, alınan tənliyi  $(1-x^2)^{|m|-1}$ -ə vuraq və (79.11)-i nəzərə alaraq. Onda

$$\begin{aligned} (1-x^2)^{|m|} \frac{d^{|m|+1} P_l}{dx^{|m|+1}} - 2|m|x(1-x^2)^{|m|-1} \frac{d^{|m|} P_l}{dx} + \\ + (l+|m|)(l-|m|+1)(1-x^2)^{|m|-1} \frac{d^{|m|-1} P_l}{dx^{|m|-1}} = 0 \end{aligned} \quad (80.40)$$

alırıq ki, bu da

$$\frac{d}{dx} \left[ (1-x^2)^{|m|} \frac{d^{|m|} P_l}{dx^{|m|}} \right] = -(l+|m|)(l-|m|+1)(1-x^2)^{|m|-1} \frac{d^{|m|-1} P_l}{dx^{|m|-1}} \quad (80.41)$$

ifadəsi ilə eynidir. (80.41)-i (80.39)-da yazaraq tapırıq ki,

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 [P_{l|m}(x)]^2 dx &= (l+|m|)(l-|m|+1) \int_{-1}^1 (1-x^2)^{|m|-1} \left[ \frac{d^{|m|-1} P_l}{dx^{|m|-1}} \right]^2 dx = \\ &= (l+|m|)(l-|m|+1) \int_{-1}^1 [P_{l,|m|-1}(x)]^2 dx. \end{aligned} \quad (80.42)$$

(80.42) bərabərliyini  $|m|$  dəfə təkrar edərək, son nəticədə

$$\int_{-1}^1 [P_{l|m}(x)]^2 dx = \frac{(l+|m|)!}{(l-|m|)!} \int_{-1}^1 [P_l(x)]^2 dx \quad (80.43)$$

alırıq. Lakin (79.13), (79.14) və (79.15) ifadələrindən görünür ki,

$$\int_{-1}^1 [P_l(x)]^2 dx = \frac{2^{2l+1}}{2l+1} \cdot (l!)^2. \quad (80.44)$$

(80.44)-ü (80.43)-də yerinə yazsaq

$$\int_{-1}^1 [P_{l|m}(x)]^2 dx = \frac{2^{2l+1} (l!)^2}{2l+1} \cdot \frac{(l+|m|)!}{(l-|m|)!} \quad (80.45)$$

olar. (80.45) və (80.38) ifadələrinin müqayisəsindən

$$C = \frac{1}{2^l \cdot l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2} \cdot \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} \quad (80.46)$$

olduğunu (80.37)-də nəzərə alsaq, birləşmiş normalanmış Lejandr polinomları üçün aşağıdakı ümumi ifadəni yazı bilərik:

$$N_{l|m}(x) = \frac{1}{2^l \cdot l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2} \cdot \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} P_{l|m}(x) \quad (80.47)$$

Burada  $P_{l|m}(x)$ -(80.27) düsturu ilə təyin olunan birləşmiş normalanmamış Lejandr polinomudur. Bir çox hallarda  $N_{l|m}(x)$  funksiyaları üçün aşağıdakı analitik ifadədən istifadə etmək əlverişli olur:

$$N_{l|m}(x) = \frac{1}{2^l} \sqrt{\frac{2l+1}{2} \cdot \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} \cdot (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}} \cdot \sum_{k=0}^{E\left(\frac{l-|m|}{2}\right)} \frac{(-1)^k (2l-2k)!}{k!(l-k)!(l-|m|-2k)!} x^{l-|m|-2k} \quad (80.48)$$

Burada  $E\left(\frac{l-|m|}{2}\right) - \frac{l-|m|}{2}$  kəsrinin tam hissəsinə bərabərdir /bax: (79.19)/.

Qeyd edək ki, Lejandr polinomu üçün (79.11) əvəzinə bəzən lüzumsuz olaraq

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (1-x^2)^l \quad (79.11a)$$

ifadəsindən istifadə edirlər və bunun da nəticəsində (80.47) ifadəsində  $\frac{1}{2^l l!}$  vuruğu olmur. Lakin yuxarıda şərh etdiyimiz qaydada hərəkət etdikdə  $\frac{1}{2^l l!}$  vuruğu Lejandr funksiyalarının normalanma şərtindən təbii olaraq alınır.

(80.47) və ya (80.48) düsturlarına əsasən  $l$  və  $|m|$  indekslərinin verilmiş qiymətləri üçün  $N_{l|m}(x)$  birləşmiş normalanmış Lejandr polinomlarının ifadəsini tapmaq olar. Aşağıda bu qayda ilə tapılmış bəzi ilkin ifadələr verilmişdir:

$$N_{00}(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned}
N_{10}(x) &= \sqrt{\frac{3}{2}}x \\
N_{11}(x) &= \sqrt{\frac{3}{4}}(1-x^2)^{1/2} \\
N_{20}(x) &= \sqrt{\frac{5}{8}}(3x^2-1) \\
N_{21}(x) &= \sqrt{\frac{15}{4}}x(1-x^2)^{1/2} \\
N_{22}(x) &= \sqrt{\frac{15}{16}}(1-x^2) \\
N_{30}(x) &= \sqrt{\frac{63}{8}}\left(\frac{5}{3}x^3-x\right) \\
N_{31}(x) &= \sqrt{\frac{21}{32}}(5x^2-1)(1-x^2)^{1/2} \\
N_{32}(x) &= \sqrt{\frac{105}{16}}(1-x^2) \cdot x \\
N_{33}(x) &= \sqrt{\frac{35}{32}}(1-x^2)^{3/2}.
\end{aligned} \tag{80.49}$$

$P_{l|m}(x)$  birləşmiş normalanmamış Lejandr polinomları aşağıdakı rekurent düsturları ödəyirlər:

$$(2l+1)\sqrt{1-x^2}P_{l|m} = P_{l+1,|m|+1} - P_{l-1,|m|+1} \tag{80.50}$$

$$(2l+1)xP_{l|m} = (l-|m|+1)P_{l+1,|m|} + (l+|m|)P_{l-1,|m|} \tag{80.51}$$

$$\begin{aligned}
(2l+1)\sqrt{1-x^2}P_{l|m} &= -(l-|m|+1)(l-|m|+2)P_{l+1,|m|-1} + \\
&+ (l+|m|)(l+|m|-1)P_{l-1,|m|-1}.
\end{aligned} \tag{80.52}$$

(80.50)-(80.52) rekurent düsturları bir çox məsələlərin həlli (məsələn, seçmə qaydalarının müəyyən edilməsi Ə95) üçün faydalıdır. Həmin düsturları isbat edək.

(79.27)-də  $m$  dəfə törəmə alaraq, alınan nəticəni  $(1-x^2)^{\frac{|m|+1}{2}}$ -yə vursaq və birləşmiş normalanmamış Lejandr polinomları üçün (80.23) ifadəsini nəzərə alsaq, dərhal (80.50) düsturunun doğru olduğu görünür.

(80.51)-i isbat etmək üçün (79.25) və (79.31) düsturlarını nəzərə alaraq (79.28)-i  $|m|-1$  dəfə diferensiallayaq:

$$(l+1)\frac{d^{|m|-1}P_l}{dx^{|m|-1}} = \frac{d^{|m|}P_{l+1}}{dx^{|m|}} - x\frac{d^{|m|}P_l}{dx^{|m|}} - (|m|-1)\frac{d^{|m|-1}P_l}{dx^{|m|-1}} \tag{80.53}$$

Bu ifadəni  $(2l+1)(1-x^2)^{\frac{|m|}{2}}$ -yə vuraraq (80.23)-ü nəzərə alaraq qruplaşdırma aparsaq və (80.50)-ni nəzərə alsaq

$$\begin{aligned} (2l+1)xP_{|m|} &= (2l+1)P_{l+1,|m|} - (l+|m|) \cdot \\ &\cdot \left[ (2l+1)\sqrt{1-x^2}P_{l,|m|-1} \right] = (2l+1)P_{l+1,|m|} - \\ &- (l+|m|)\left[ P_{l+1,|m|} - P_{l-1,|m|} \right] = (l-|m|+1)P_{l+1,|m|} + \\ &+ (l+|m|)P_{l-1,|m|} \end{aligned} \quad (80.54)$$

olar ki, bu da (80.51) ilə eynidir.

(80.52)-ni isbat etmək üçün (79.5)-də  $x$ -ə görə  $l+|m|$  dəfə törəmə alaraq, yəni (79.6)-da  $n=l+|m|$  götürək və (79.11)-i nəzərə alaraq. Onda  $P_l(x)$  normalanmamış Lejandr polinomu üçün aşağıdakı tənlik alınır:

$$(1-x^2)\frac{d^{|m|+1}P_l}{dx^{|m|+1}} - 2|m|x\frac{d^{|m|}P_l}{dx^{|m|}} + (l+|m|)(l-|m|+1)\frac{d^{|m|-1}P_l}{dx^{|m|-1}} = 0. \quad (80.55)$$

Bu tənliyi  $(2l+1)(1-x^2)^{\frac{|m|}{2}}$  ifadəsinə vuraq və (80.23)-ü nəzərə alaraq. Onda

$$\begin{aligned} (2l+1)\sqrt{1-x^2}P_{l,|m|+1} &= 2|m|(2l+1)xP_{l,|m|} - \\ &- (l+|m|)(l-|m|+1)(2l+1)\sqrt{1-x^2}P_{l,|m|-1} \end{aligned} \quad (80.56)$$

alınır. Bu ifadənin sağ tərəfində (80.50) və (80.51) rekurent düsturlarını nəzərə alsaq

$$\begin{aligned} (2l+1)\sqrt{1-x^2}P_{l,|m|+1} &= (|m|-l)(l-|m|+1)P_{l+1,|m|} + \\ &+ (l+|m|)(l+|m|+1)P_{l-1,|m|} \end{aligned} \quad (80.57)$$

olar. (80.57)-də  $|m|-1$  ilə əvəz etsək, (80.52) alınır.

(80.47)-dən

$$P_{l,|m|}(x) = 2^l l! \sqrt{\frac{2}{2l+1} \frac{(l+|m|)!}{(l-|m|)!}} N_{l,|m|}(x) \quad (80.58)$$

olduğunu (80.50)-(80.52) ifadələrində yazmaqla  $N_{l,|m|}(x)$  birləşmiş normalanmış Lejandr polinomları üçün də uyğun rekurent düsturlar almaq olar.

Yuxarıda biz (79.9) və (80.25) Lejandr tənliklərinin yalnız xüsusi həllərini nəzərdən keçirdik. İndi isə göstərək ki, bu həllər, yəni  $P_l(x)$  və  $P_{l,|m|}(x)$  funksiyaları  $-1 \leq x \leq 1$  intervalı üçün  $Q$  sinfinə mənsub olan yeganə həllərdir. (79.9) tənliyi (80.25)-in xüsusi halı olduğundan ( $m=0$ ) daha ümumi hal kimi, yalnız (80.25)-ə baxmaqla kifayətlənmək və alınan nəticələrin (79.9) üçün də tətbiq oluna biləcəyini qəbul etmək olar.

(80.24)-ü

$$F(x) = (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}} u(x) \quad (80.59)$$

kimi yazsaq, (80.25) tənliyi

$$(1-x^2) \frac{d^2 u}{dx^2} - 2x \frac{du}{dx} + \left[ l(l+1) - \frac{m^2}{1-x^2} \right] u = 0 \quad (80.60)$$

şəklinə düşər. Göründüyü kimi, (80.60) tənliyinin iki dənə məxsusi nöqtəsi vardır:  $x=1$  və  $x=-1$ . Əgər (80.60)-da  $x=\eta+1$  əvəzləməsi etsək və alınan tənliyin hər iki tərəfini  $-\frac{\eta}{\eta+2}$  -

yə vursaq

$$\eta^2 \frac{d^2 u}{d\eta^2} + 2 \frac{\eta(\eta+1)}{\eta+2} \frac{du}{d\eta} + \left[ -l(l+1) \frac{\eta}{\eta+2} - \frac{m^2}{(\eta+2)^2} \right] u = 0 \quad (80.61)$$

olar. Göründüyü kimi, (80.61) tənliyi ümumi (78.18) diferensial tənliyinə oxşayır və özü də

$$P'(\eta) = \frac{2(\eta+1)}{\eta+2}, \quad q'(\eta) = -l(l+1) \frac{\eta}{\eta+2} - \frac{m^2}{(\eta+2)^2} \quad (80.62)$$

kimi təyin olunur.  $P'(\eta)$  və  $q'(\eta)$  funksiyaları  $\eta=0$  qiymətində sonlu olduğu üçün,  $\eta=0$  ( $x=1$ ) nöqtəsi requlyar məxsusi nöqtədir (Ə78). (80.61)-də kəsrlərdən qurtarsaq, o, (78.4) ümumi tənliyə oxşar formaya düşər:

$$\begin{aligned} & (\eta^4 + 4\eta^3 + 4\eta^2) \frac{d^2 u}{d\eta^2} + (2\eta^3 + 6\eta^2 + 4\eta) \frac{du}{d\eta} + \\ & + [-l(l+1)\eta^2 - 2l(l+1)\eta - m^2] u = 0. \end{aligned} \quad (80.63)$$

(80.63)-ün həlli olan  $u(\eta)$  funksiyasını, (78.19)-a oxşar olaraq, aşağıdakı sıra kimi göstərək:

$$u = a_0 \eta^L + a_1 \eta^{L+1} + \dots \quad (80.64)$$

Onda Ə78-də şərh olunan qayda üzrə burada müəyyənədicə tənlik aşağıdakı kimi alınır:

$$4L(L-1) + 4L - m^2 = 0; \quad L = \pm \frac{m}{2}. \quad (80.65)$$

$m$ -in müsbət həqiqi ədəd olduğunu qəbul etsək, onda  $\eta^{\frac{m}{2}}$  vuruğu daxil olan hədlə başlayan sıra  $\eta=0$  qiymətində sonsuz olur və deməli, bu halda alınan  $u$  funksiyası  $\eta=0$  ( $x=1$ ) nöqtəsi daxil olan intervalda  $\mathcal{Q}$  sinfinə mənsub olmur. Deməli,  $\eta^{\frac{m}{2}}$  həddi ilə başlayan sıra yararlı olur. Yenidən  $x$  dəyişəninə qayıdaraq yararlı olan həlli

$$u = (x-1)^{\frac{m}{2}} (a'_0 + a'_1 x + a'_2 x^2 + \dots) \quad (80.66)$$

şəklində yaza bilərik.

$x=-1$  məxsusi nöqtəsi üçün də analoji təhlil apararaq göstərmək olar ki, bu məxsusi nöqtənin ətrafında  $u$  funksiyası

$$u = (x+1)^{\frac{m}{2}} (a''_0 + a''_1 x + a''_2 x^2 + \dots) \quad (80.67)$$

şəklində yazıla bilər.

Lakin

$$u = (1-x^2)^{\frac{m}{2}} (\beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \dots) \quad (80.68)$$

funksiyasının (80.66) şəklinə düşməsi üçün  $(1+x)^{\frac{m}{2}}$  vuruğunu, həmin funksiyanın (80.67) şəklinə düşməsi üçün isə  $(1-x)^{\frac{m}{2}}$  vuruğunu sıraya ayırmaq lazımdır. Deməli, hər iki məxsusi nöqtə üzərinə qoyulan tələblərin ödənməsi üçün  $u$  funksiyasını

$$u = (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}} z(x); \quad z(x) = (\beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \dots) \quad (80.68)$$

kimi götürmək lazımdır /bax: (80.59)/.

(80.68)-i (80.60)-da nəzərə alaraq  $z(x)$  funksiyasının ödədiyi diferensial tənliyi tapırıq:

$$(1-x^2) \frac{d^2 z}{dx^2} - 2(m+1)x \frac{dz}{dx} + [l(l+1) - m(m+1)]z = 0. \quad (80.69)$$

(80.69) tənliyi (80.20)-yə oxşayır. Lakin nəzərə almaq lazımdır ki,  $F(x)$  xüsusi,  $z(x)$  isə ümumi həlldir.

$z(x)$  üçün (80.68) sırasını (80.69)-da yazaraq (80.9)-(80.16) ifadələrinə uyğun çevirmələr aparsaq  $\beta_n$  əmsalları üçün aşağıdakı rekurent düsturu yazıla bilər:

$$(n+1)(n+2)\beta_{n+2} = [n(n-1) + 2(m+1) \cdot n - l(l+1) + m(m+1)]\beta_n. \quad (80.70)$$

Yalnız  $\beta_0$  və  $\beta_1$  əmsallarını bilərək bu düstur vasitəsilə bütün digər əmsalları tapmaq olar. Buradan tapırıq ki, əgər  $l-m$  tam ədəd olarsa, onda  $n=l-m$  xüsusi halı üçün  $\beta_{l-m+2}=0$  və bundan sonra növbə ilə gələn  $\beta_{l-m+4}$ ,  $\beta_{l-m+6}$ ,... əmsalları da sıfıra bərabər olmalıdır. Ona görə də (80.69)-un həllini

$$z = b_0 \left[ 1 + \frac{m(m+1) - l(l+1)}{2} x^2 + \dots \right] + b_1 \left[ x + \frac{(m+1)(m+2) - l(l+1)}{3 \cdot 2} x^3 + \dots \right] \quad (80.71)$$

kimi yazsaq, istər cüt, istərsə də tək sıra  $n=l-m$  tərtibli polinom kimi yazıla bilər. Ona görə də (80.60)-in ümumi həlli

$$u = (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}} \cdot z = AP_{|m|}(x) + BQ_{|m|}(x) \quad (80.72)$$

kimi göstərilə bilər. Burada  $Q_{|m|}(x)$ —sonsuz sıranı əvəz edir və ikinci növ birləşmiş Lejandr funksiyası adlanır. Onda sonlu sıra bizim artıq yuxarıda öyrəndiyimiz  $P_{|m|}(x)$  birinci növ birləşmiş Lejandr polinomuna uyğundur.

(80.60) birləşmiş Lejandr tənliyinin ikinci həlli olan  $Q_{|m|}(x)$  funksiyası

$$Q_{l|m}(x) = (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}} \frac{d^{|m|} Q_l(x)}{dx^{|m|}} \quad (80.73)$$

kimi təyin olunur. Burada  $Q_l(x)$  ikinci növ Lejandr funksiyası adlanır:

$$Q_l(x) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{P_l(y) dy}{x-y} = \frac{1}{2} P_l(x) \ln \frac{1+x}{1-x} - W_{l-1}(x). \quad (80.74)$$

Burada  $W_{l-1}(x)$  – heç bir dağılma nöqtəsi olmayan  $l-1$  tərtibli müəyyən polinomdur və özü də  $W_{-1}(x)=0$  şərti ödənilir.  $x=\pm 1$  məxsusi nöqtələrində (80.74)-də sağ tərəfdə birinci hədd  $Q_{l|m}(x)$  funksiyası üçün dağılma verdiyindən, Şredinger tənliyinin həlli zamanı bu funksiya ilə bağlı olan həlli ümumiyyətlə nəzərə almaq lazım deyildir.

(80.74)-dən görünür ki,  $P_0(x)=1$  və  $W_{-1}(x)=0$  olduğundan

$$Q_0(x) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{dy}{x-y} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} \quad (80.75)$$

yazmaq olar. İkinci növ Lejandr funksiyası  $Q_l(x)$  birinci növ Lejandr polinomu  $P_l(x)$  vasitəsilə aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$Q_l(x) = Q_0(x) P_l(x) - \sum_{k=0}^{E\left(\frac{l-1}{2}\right)} \frac{2(l-2k)-1}{(2k+1)(l-k)} P_{l-2k-1}(x). \quad (80.76)$$

(80.76)-da  $Q_l(x)$  funksiyasının  $|m|$  tərtibli törəməsini taparaq (80.73)-də nəzərə alsaq, ikinci növ birləşmiş Lejandr funksiyası  $Q_{l\lambda}(x)$  üçün aşağıdakı ifadəni yaza bilərik:

$$\begin{aligned} (x^2-1)^{\lambda/2} Q_{l\lambda}(x) &= (x^2-1)^{\lambda/2} P_{l\lambda}(x) Q_0(x) - \\ &- \frac{1}{2} \sum_{\sigma=1}^{\lambda} \frac{\lambda!(-1)^\sigma}{\sigma(\lambda-\sigma)!} (x^2-1)^{\frac{\lambda-\sigma}{2}} \left[ (x-1)^\sigma - (x+1)^\sigma \right] P_{l,\lambda-\sigma} - \\ &- 2 \sum_{k=0,1}^{l-1} \frac{2k+1}{(l-k)(l+k+1)} (x^2-1)^{\lambda/2} P_{k\lambda}(x). \end{aligned} \quad (80.77)$$

Burada  $1 \leq x \leq \infty$ ,  $\lambda = |m|$  işarə edilmiş və  $l-1$  cüt ədəd olduqda  $k$  üzrə cəm 0-dan başlayaraq cüt qiymətlər üzrə,  $l-1$  tək ədəd olduqda isə 1-dən başlayaraq tək qiymətlər üzrə aparılır.

İkinci növ Lejandr funksiyaları üçün aşağıdakı rekurent düsturlar ödənilir:

$$(l+1)Q_{l+1}(x) = (2l+1)xQ_l(x) - lQ_{l-1}(x), \quad l \neq 0 \quad (80.78)$$

$$\begin{aligned} (2l+1)\sqrt{x^2-1}Q_{l\lambda}(x) &= (l-\lambda+1)(l-\lambda+2)Q_{l+1,\lambda-1}(x) - \\ &- (l+\lambda-1)(l+\lambda)Q_{l-1,\lambda-1}(x), \quad \lambda \neq 0 \end{aligned} \quad (80.79)$$

Aşağıda  $0 \leq l \leq 3$  qiymətləri üçün  $(x^2-1)^{\lambda/2} Q_{l\lambda}(x)$  funksiyasının (80.77)-yə əsasən tapılmış ifadələri verilmişdir. Bu zaman (80.77)-də  $P_{l\lambda}(x)$  birinci növ birləşmiş Lejandr polinomunun  $1 \leq x \leq \infty$  intervalında

$$P_{l\lambda}(x) = (x^2 - 1)^{\lambda/2} \frac{d^\lambda P_l(x)}{dx^\lambda} \quad (80.79)$$

kimi,  $P_l(x)$  funksiyasının isə, (79.32) və (79.28) düsturlarına əsasən,

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l} \sum_{k=0}^{E(l/2)} \frac{(-1)^k (2l-2k)!}{k!(l-k)!(l-2k)!} x^{l-2k} \quad (80.80)$$

kimi təyin olunduğu nəzərə alınmalıdır.

(80.70)-ə görə

$$\frac{\beta_{n+2}}{\beta_n} = \frac{n(n-1) + 2(m+1) \cdot n - l(l+1) + m(m+1)}{(n+1)(n+2)},$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\beta_{n+2}}{\beta_n} = 1 \quad (80.81)$$

olduğundan  $Q_{|l|_m}(x)$  üçün olan sıra, yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi,  $-1 < x < 1$  olduqda yığılır, lakin  $x = \pm 1$  nöqtələrində dağılır. Ona görə də  $[Q_{|l|_m}(x)]^p$  funksiyası  $-1 \leq x \leq 1$  intervalında inteqrallanmır və deməli,  $Q_{|l|_m}(x)$  funksiyası bu intervalda  $Q$  sinfinə mənsub deyildir (funksiyalar sinfinin  $Q$  işarəsini ikinci növ Lejandr funksiyasının işarəsi ilə qarışdırmamalı). Beləliklə, biz görürük ki,  $(-1, 1)$  oblastında (80.69) tənliyini ödəyən və  $Q$  sinfinə mənsub olan yeganə funksiya sabit ədədi vuruq dəqiqliyi ilə  $P_{|l|_m}(x)$  birinci növ birləşmiş Lejandr funksiyasıdır. Qeyd etmək vacibdir ki, əgər  $l-m$  tam ədəd deyildirsə, onda sıra yığılmır və (80.69) tənliyinin  $Q$  sinfinə mənsub olan həlli alınmır.

$l\lambda$	$(x^2 - 1)^{\lambda/2} P_{l\lambda}(x)$	$(x^2 - 1)^{\lambda/2} Q_{l\lambda}(x)$
00	1	$Q_0$
10	$x$	$Q_0 \cdot x - 1$
11	$x^2 - 1$	$Q_0(x^2 - 1) - x$
20	$\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}$	$Q_0\left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}\right) - \frac{3}{2}x$
21	$3x^3 - 3x$	$Q_0(3x^3 - 3x) - (3x^2 - 2)$
22	$3x^4 - 6x^2 + 3$	$Q_0(3x^4 - 6x^2 + 3) - (3x^3 - 5x)$
30	$\frac{5}{2}x^2 - \frac{3}{2}x$	$Q_0\left(\frac{5}{2}x^2 - \frac{3}{2}x\right) - \left(\frac{5}{2}x^2 - \frac{2}{3}\right)$
31	$\frac{15}{2}x^4 - 9x^2 + \frac{3}{2}$	$Q_0\left(\frac{15}{2}x^4 - 9x^2 + \frac{3}{2}\right) - \left(\frac{15}{2}x^3 - \frac{13}{2}x\right)$
32	$15x^5 - 30x^3 + 15x$	$Q_0(15x^5 - 30x^3 + 15x) - (15x^4 - 25x^2 + 8)$
33	$15x^6 - 45x^4 + 45x^2 - 15$	$Q_0(15x^6 - 45x^4 + 45x^2 - 15) - (15x^5 - 40x^3 + 33x)$

## Ə81. Laqer polinoları



Kvant mexanikasının əsas tənliyi olan Şredinger tənliyini bəzi sistemlər üçün həll edən zaman

$$x \frac{d^2 z}{dx^2} + (\beta + 1 - x) \frac{dz}{dx} + (\alpha - \beta)z = 0 \quad (81.1)$$

kimi ikitərtibli diferensial tənlik meydana çıxır ki, bu da Laqer tənliyi adlanır. (81.1) tənliyinin həlli olan  $z(x)$  funksiyasının  $Q$  sinfinə mənsub olması üçün  $\alpha$  və  $\beta$  parametrləri müsbət tam ədədlər olmalıdır.

(81.1) tənliyini həll etmək üçün

$$x \frac{dy}{dx} + (x - \alpha)y = 0 \quad (81.2)$$

diferensial tənliyinə baxaq. Bu tənliyi həll edərək

$$y = cx^\alpha e^{-x} \quad (81.3)$$

olduğunu tapırıq. Burada  $c$  – ixtiyari sabitdir. (81.3)-dən görünür ki, (81.2) tənliyinin xüsusi həllərindən biri

$$y = x^\alpha e^{-x} \quad (81.4)$$

kimi ola bilər.

(79.25) və (79.31)-i nəzərə alaraq (81.2)-ni  $\alpha+1$  dəfə diferensiallasaq

$$x \frac{d^{\alpha+2} y}{dx^{\alpha+2}} + (x+1) \frac{d^{\alpha+1} y}{dx^{\alpha+1}} + (\alpha+1) \frac{d^\alpha y}{dx^\alpha} \quad (81.5)$$

olar. Burada

$$u = \frac{d^\alpha y}{dx^\alpha} \quad (81.6)$$

işarə etsək

$$x \frac{d^2 u}{dx^2} + (x+1) \frac{du}{dx} + (\alpha+1)u = 0 \quad (81.7)$$

tənliyini alarıq. (81.4) və (81.6) ifadələrini nəzərə almaqla

$$u = \frac{d^\alpha y}{dx^\alpha} = \frac{d^\alpha}{dx^\alpha} (x^\alpha e^{-x}) = e^{-x} L_\alpha(x) \quad (81.8)$$

yaza bilərik. Burada  $L_\alpha(x)$  –  $\alpha$  tərtibli Laqer polinomu adlanır:

$$L_\alpha(x) = e^x \cdot u = e^x \frac{d^\alpha}{dx^\alpha} (x^\alpha e^{-x}) = \sum_{k=0}^{\alpha} \frac{(-1)^k (\alpha!)^2}{(k!)^2 (\alpha-k)!} \cdot x^k \quad (81.9)$$

(81.9) düsturuna əsasən

$$\frac{du}{dx} = e^{-x} \frac{dL_\alpha(x)}{dx} - e^{-x} L_\alpha(x) \quad (81.10)$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} = e^{-x} \frac{d^2L_\alpha(x)}{dx^2} - 2e^{-x} \frac{dL_\alpha(x)}{dx} + e^{-x}L_\alpha(x) \quad (81.11)$$

yaza bilərik. (81.8), (81.10) və (81.11)-i (81.7)-də yazaraq  $L_\alpha(x)$  Laqer polinomlarının ödədiyi diferensial tənliyi alırıq:

$$x \frac{d^2L_\alpha}{dx^2} + (1-x) \frac{dL_\alpha}{dx} + \alpha L_\alpha = 0. \quad (81.12)$$

Aşağıda  $0 \leq \alpha \leq 4$  qiymətləri üçün  $L_\alpha(x)$  Laqer polinomlarının (81.9)-a əsasən tapılmış aşkar ifadələri verilmişdir.

$$\begin{aligned} L_0(x) &= 1 \\ L_1(x) &= 1-x \\ L_2(x) &= 2-4x+x^2 \\ L_3(x) &= 6-18x+9x^2-x^3 \\ L_4(x) &= 24-96x+72x^2-16x^3+x^4 \end{aligned} \quad (81.13)$$

(79.25) və (79.31) düsturlarından istifadə etməklə (81.12) tənliyini  $\beta$  dəfə diferensiallayaraq

$$x \frac{d^{\beta+2}L_\alpha}{dx^{\beta+2}} + (\beta+1-x) \frac{d^{\beta+1}L_\alpha}{dx^{\beta+1}} + (\alpha-\beta) \frac{d^\beta L_\alpha}{dx^\beta} = 0 \quad (81.14)$$

tənliyini alırıq.  $L_\alpha(x)$  Laqer polinomunun  $\beta$  tərtibli törəməsini

$$L_\alpha^\beta(x) = \frac{d^\beta L_\alpha(x)}{dx^\beta} \quad (81.15)$$

kimi işarə etsək, (81.4) tənliyi aşağıdakı şəkllə düşər:

$$x \frac{d^2L_\alpha^\beta}{dx^2} + (\beta+1-x) \frac{dL_\alpha^\beta}{dx} + (\alpha-\beta)L_\alpha^\beta = 0. \quad (81.16)$$

Göründüyü kimi, əvəz etsək, (81.16) ilə (81.1) tənliyi eyni olur. (81.1) və ya (81.16) diferensial tənliyinin həlli olan və (81.15) kimi təyin olunan  $L_\alpha^\beta(x)$  funksiyası birləşmiş Laqer polinomu adlanır. İndi isə  $z = L_\alpha^\beta(x)$  birləşmiş Laqer polinomu üçün (81.1) və ya (81.16) diferensial tənliyinin ümumi həllinə baxaq. Göründüyü kimi,  $x=0$  bu tənlik üçün məxsusi nöqtədir. Lakin bu məxsusi nöqtə requlyar olduğundan, (81.16) tənliyinin həllini aşağıdakı sıra kimi göstərə bilərik (E78):

$$z = a_0x^L + a_1x^{L+1} + \dots \quad (81.17)$$

Bu sıranı (81.1) və ya (81.16)-da yazaraq və (78.19)-(78.23) ifadələrinə oxşar olan çevirmələr edərək, aşağıdakı müəyyənedici tənliyi alırıq:

$$L(L+\beta)=0; L=0, L=-\beta. \quad (81.18)$$

Aydındır ki,  $x^{-\beta}$  ilə başlayan sıra  $x=0$  nöqtəsi daxil olan heç bir oblastda  $Q$  sinfinə mənsub olan funksiya ola bilməz. Ona görə də, (81.17)-də yalnız  $L=0$  olan sıra qalır:

$$z = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots = \sum_n a_n x^n. \quad (81.19)$$

(80.10)-(80.15) ifadələrinə oxşar olan çevirmələr apararaq (81.19) sırasının  $a_n$  əmsalları üçün aşağıdakı rekurent düsturun doğru olduğunu göstərə bilərik:

$$(n+\beta+1)(n+1)a_{n+1}=(n+\beta-\alpha)a_n,$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{n}. \quad (81.20)$$

Deməli, (81.19) sırası həmişə yığılır.  $n \rightarrow \infty$  olduqda bu sıranın əmsallarının nisbəti  $e^x$  funksiyasının sıraya ayrılışının əmsalları üçün olduğu kimidir. Buradan görünür ki,  $z = L_\alpha^\beta(x)$  funksiyası  $Q$  sinfinə mənsub deyildir. Ona görə də yalnız sıra yığılan olduqda

$f(x) = e^{\frac{x}{2}} x^{\beta/2} L_\alpha^\beta(x)$  funksiyası  $Q$  sinfinə mənsub olur. Bu isə yalnız  $\alpha - \beta$  müsbət tam ədəd olduqda mümkündür.  $L_\alpha^\beta(x)$  funksiyasından kvant mexanikasında istifadə olunan bütün hallarda  $\beta$  müsbət tam ədəd olur və ona görə  $\alpha$  ədədi də müsbət tam ədəd olmalı, həm də  $\alpha > \beta$  şərti ödənməlidir (bu şərt, həllin  $Q$  sinfinə mənsub olması tələbindən irəli gəlir). Bu şərtin ödənməsinin mümkünlüyü aşağıdakı mülahizələrdən də görünür.  $L_\alpha(x)$  Laqer polinomu  $x$ -in funksiyası olduğu üçün onun tərtibi  $x$ -in ən böyük üstü ilə təyin olunur. (81.9) və (81.13) ifadələrindən görünür ki,  $L_\alpha(x)$  Laqer polinomunda  $x$ -in ən böyük üstü  $\alpha$ -dır. (81.15) ifadəsinə əsasən isə  $L_\alpha^\beta(x)$  birləşmiş Laqer polinomu  $L_\alpha(x)$  Laqer polinomunun  $\beta$  tərtibli törəməsi olduğundan,  $L_\alpha^\beta(x)$ -də  $x$ -in ən böyük üstü  $\alpha - \beta$  olmalıdır. Buradan isə görünür ki,  $\beta \leq \alpha$  şərti ödənməlidir. Deməli,  $L_\alpha^\beta(x)$  birləşmiş Laqer polinomunda  $\beta > \alpha$  olan bütün hədlər sıfıra bərabər olmalıdır.

(81.9), (81.13) və (81.15) düsturlarına əsasən bəzi birləşmiş Laqer polinomu  $L_\alpha^\beta(x)$  üçün tapılmış ifadələr aşağıda verilmişdir:

$\alpha\beta$	$L_\alpha^\beta(x)$	$\alpha\beta$	$L_\alpha^\beta(x)$
00	1	32	18-6x
10	1-x	33	-6
11	-1	40	24-96x+72x <sup>2</sup> -16x <sup>3</sup> +x <sup>4</sup>
20	2-4x+x <sup>2</sup>	41	-96+144x-48x <sup>2</sup> +4x <sup>3</sup>
21	-4+2x	42	144-96x+12x <sup>2</sup>
22	2	43	-96+24x
30	6-18x+2x <sup>2</sup> -x <sup>3</sup>	44	24
31	-18+18x-3x <sup>2</sup>		

Qeyd edək ki,  $L_\alpha^\beta(x)$  birləşmiş Laqer polinomu üçün ümumi analitik ifadə aşağıdakı kimidir:

$$\begin{aligned}
L_{\alpha}^{\beta}(x) &= (-1)^{\alpha} \frac{\alpha!}{(\alpha-\beta)!} \left[ x^{\alpha-\beta} - \frac{\alpha(\alpha-\beta)}{1!} x^{\alpha-\beta-1} + \right. \\
&+ \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-\beta)(\alpha-\beta-1)}{2!} x^{\alpha-\beta-2} - \\
&\left. - \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-\beta)(\alpha-\beta-1)(\alpha-\beta-2)}{3!} x^{\alpha-\beta-3} + \dots \right] = \\
&= \sum_{k=0}^{\alpha-\beta} (-1)^{k+\beta} \frac{(\alpha!)^2}{k!(k+\beta)!(\alpha-\beta-k)!} x^k.
\end{aligned} \tag{81.22}$$

(81.21) ifadələrini (81.22) düsturuna əsasən də almaq olar.

$L_{\alpha}(x)$  Laqer polinomu ortogonal funksiyalar deyildir. Lakin  $f_{\alpha}(x) = e^{-x/2} L_{\alpha}(x)$  funksiyaları  $(0, \infty)$  intervalında ortonormal sistem əmələ gətirir. Əvvəlcə bu funksiyaların ortogonal olduğunu, yəni

$$\int_0^{\infty} f_{\alpha}(x) f_{\gamma}(x) dx = \int_0^{\infty} e^{-x} L_{\gamma}(x) L_{\alpha}(x) dx = 0, \quad \alpha \neq \gamma \tag{81.23}$$

şərtinin ödəndiyini isbat edək. Bu məqsədlə (81.9)-u nəzərə alaraq

$$\int_0^{\infty} e^{-x} x^{\gamma} L_{\alpha}(x) dx = \int_0^{\infty} x^{\gamma} \frac{d^{\alpha}}{dx^{\alpha}} (x^{\alpha} e^{-x}) dx \tag{81.24}$$

inteqralına baxaq. Burada  $\gamma$  dəfə hissə-hissə inteqrallama aparsaq

$$\int_0^{\infty} e^{-x} x^{\gamma} L_{\alpha}(x) dx = (-1)^{\gamma} \gamma! \int_0^{\infty} x^{\gamma} \frac{d^{\alpha-\gamma}}{dx^{\alpha-\gamma}} (x^{\alpha} e^{-x}) dx \tag{81.25}$$

alarıq.  $\gamma < \alpha$  olduqda (81.25)-dən

$$\int_0^{\infty} e^{-x} x^{\gamma} L_{\alpha}(x) dx = (-1)^{\gamma} \gamma! \frac{d^{\alpha-\gamma-1}}{dx^{\alpha-\gamma-1}} (x^{\alpha} e^{-x}) \Big|_0^{\infty} = 0 \tag{81.26}$$

alınır. Lakin  $L_{\gamma}(x)$  funksiyası  $\gamma$  dərəcəli polinom olduğundan (81.26)-dan

$$\int_0^{\infty} e^{-x} L_{\gamma}(x) L_{\alpha}(x) dx = 0, \quad \gamma < \alpha \tag{81.27}$$

olar. Yuxarıdakı hesablamada  $\alpha$  və  $\gamma$ -nın rolunu dəyişərək, (81.27)-yə oxşar olaraq

$$\int_0^{\infty} e^{-x} L_{\alpha}(x) L_{\gamma}(x) dx = 0, \quad \alpha < \gamma \tag{81.28}$$

yaza bilərik. Beləliklə, (81.27) və (81.28) ifadələrini birləşdirərək

$$\int_0^{\infty} e^{-x} L_{\gamma}(x) L_{\alpha}(x) dx = 0, \quad \alpha \neq \gamma \tag{81.23}$$

alırıq ki, bunun da isbatı tələb olunurdu.

İndi isə göstərək ki,  $F_\alpha(x) = \frac{1}{\alpha!} e^{-x/2} L_\alpha(x)$  funksiyası normallıq şərtini ödəyir, yəni

$$\int_0^\infty [F_\alpha(x)]^2 dx = \frac{1}{(\alpha!)^2} \int_0^\infty e^{-x} [L_\alpha(x)]^2 dx = 1. \quad (81.29)$$

$L_\alpha(x)$  polinomunda  $x$ -in ən böyük üstünün  $(-1)^\alpha x^\alpha$  olduğunu və (81.23)-ü (81.29)-da nəzərə alsaq

$$\int_0^\infty e^{-x} [L_\alpha(x)]^2 dx = (-1)^\alpha \int_0^\infty e^{-x} x^\alpha L_\alpha(x) dx \quad (81.30)$$

inteqralını yazı bilərik. (81.25)-də  $\gamma = \alpha$  halı üçün

$$\int_0^\infty e^{-x} x^\alpha L_\alpha(x) dx = (-1)^\alpha \alpha! \int_0^\infty x^\alpha e^{-x} dx = (-1)^\alpha (\alpha!)^2 \quad (81.31)$$

olduğundan (81.30)-dan

$$\int_0^\infty e^{-x} [L_\alpha(x)]^2 dx = (\alpha!)^2 \quad (81.32)$$

alınır ki, bu da (81.29) ilə eynidir. Beləliklə, isbat etdik ki,  $\frac{1}{\alpha!} e^{-x/2} L_\alpha(x)$  funksiyaları ortonormal sistem təşkil edir. (81.23) və (81.29)-u birləşdirərək bu funksiyaların ortonormalıq şərtini aşağıdakı kimi yazı bilərik:

$$\frac{1}{(\alpha!)^2} \int_0^\infty e^{-x} L_\gamma(x) L_\alpha(x) dx = \delta_{\gamma\alpha}. \quad (81.33)$$

$L_\alpha^\beta(x)$  birləşmiş Laqer polinomu ortonormal funksiyalar deyildirlər. Lakin göstərmək olar ki,  $(0, \infty)$  intervalında  $e^{-x/2} x^{\beta/2} L_\alpha^\beta(x)$  funksiyaları ortoqonaldır. Bu məqsədlə

$$\int_0^\infty e^{-x} x^\gamma L_\alpha^\beta(x) dx = \int_0^\infty e^{-x} x^\gamma \frac{d^\beta}{dx^\beta} L_\alpha(x) dx \quad (81.34)$$

inteqralına baxaq. Burada  $\beta$  dəfə hissə-hissə inteqrallama aparsaq

$$\int_0^\infty e^{-x} x^\gamma L_\alpha^\beta(x) dx = (-1)^\beta \int_0^\infty L_\alpha(x) \frac{d^\beta}{dx^\beta} (e^{-x} x^\gamma) dx \quad (81.35)$$

olar.

(79.25) Leybins düsturundan görünür ki,  $\frac{d^\beta}{dx^\beta} (e^{-x} x^\gamma)$  ifadəsində birinci hədd  $(-1)^\beta e^{-x} x^\gamma$  kimidir. Bunu (81.35)-də yazsaq

$$\int_0^\infty e^{-x} x^\gamma L_\alpha^\beta(x) dx = \int_0^\infty e^{-x} x^\gamma L_\alpha(x) dx$$

alınır ki, bu da (81.25) ilə eynidir. Deməli, (81.35) və (81.25) ifadələrinə əsasən  $\gamma < \alpha$  halı üçün

$$\int_0^{\infty} e^{-x} x^{\gamma} L_{\alpha}^{\beta}(x) dx = 0, \quad \gamma < \alpha \quad (81.36)$$

alınır. Digər tərəfdən  $x^{\beta} L_{\gamma}^{\beta}(x)$  funksiyası  $\gamma$  dərəcəli polinom olduğundan (81.36) əvəzinə

$$\int_0^{\infty} e^{-x} x^{\beta} L_{\gamma}^{\beta}(x) L_{\alpha}^{\beta}(x) dx = 0, \quad \gamma < \alpha \quad (81.37)$$

yaza bilərik. (81.34)-(81.37)-də  $\alpha$  və  $\gamma$ -nın rolunu dəyişməklə

$$\int_0^{\infty} e^{-x} x^{\beta} L_{\alpha}^{\beta}(x) L_{\gamma}^{\beta}(x) dx = 0, \quad \alpha < \gamma \quad (81.38)$$

ifadəsini də yaza bilərik. (81.37) və (81.38)-i birləşdirərək  $e^{-x/2} x^{\beta/2} L_{\alpha}^{\beta}(x)$  funksiyalarının  $(0, \infty)$  intervalında ortoqonallıq şərtini alırıq:

$$\int_0^{\infty} e^{-x} x^{\beta} L_{\gamma}^{\beta}(x) L_{\alpha}^{\beta}(x) dx = 0, \quad \gamma \neq \alpha. \quad (81.39)$$

İndi isə bu funksiyaların normallıq şərtini tapaq: (81.22) düsturundan görünür ki,  $x^{\beta} L_{\alpha}^{\beta}(x)$  polinomunda birinci hədd  $\frac{(-1)^{\alpha} \alpha!}{(\alpha - \beta)!} x^{\alpha}$  kimidir. Ona görə də (81.35) və (81.25)-də  $\gamma = \alpha$  götürərək və (81.31)-i nəzərə alaraq aşağıdakı ifadəni yaza bilərik:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} e^{-x} x^{\beta} L_{\alpha}^{\beta}(x) L_{\alpha}^{\beta}(x) dx &= \frac{(-1)^{\alpha} \alpha!}{(\alpha - \beta)!} \int_0^{\infty} e^{-x} x^{\alpha} L_{\alpha}^{\beta}(x) dx = \\ &= \frac{(-1)^{\alpha} \alpha!}{(\alpha - \beta)!} \int_0^{\infty} e^{-x} x^{\alpha} L_{\alpha}(x) dx = \frac{(\alpha!)^3}{(\alpha - \beta)!} \end{aligned} \quad (81.40)$$

Buradan görünür ki,

$$\varphi(x) = \sqrt{\frac{(\alpha - \beta)!}{(\alpha!)^3}} e^{-x/2} x^{\beta/2} L_{\alpha}^{\beta}(x) \quad (81.41)$$

funksiyaları ortonormal sistem əmələ gətirir; (81.39) və (81.40) ifadələrini birləşdirərək bu funksiyaların  $(0, \infty)$  intervalında ortonormallıq şərtini aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$\frac{(\alpha - \beta)!}{(\alpha!)^3} \int_0^{\infty} e^{-x} x^{\beta} L_{\gamma}^{\beta}(x) L_{\alpha}^{\beta}(x) dx = \delta_{\gamma\alpha}. \quad (81.42)$$

Hidrogenəbənzər atomların kvant nəzəriyyəsində (E98)

$$J = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{\beta+1} L_{\alpha}^{\beta} L_{\alpha}^{\beta} dx \quad (81.43)$$

kimi inteqralı hesablamaq lazım gəlir. Bu məqsədlə (81.22) düsturu vasitəsilə (81.43)-də

$x^{\beta+1}L_\alpha^\beta(x)$  funksiyasını sıraya ayıraraq yalnız  $x^{\alpha+1}$  və  $x^\alpha$  olan hədləri saxlamaqla kifayətlənək ( $x$ -in kiçik üstləri daxil olan hədlər inteqrallama zamanı sıfır verir).

$$J = \frac{(-1)^\alpha \alpha!}{(\alpha - \beta)!} \left[ \int_0^\infty e^{-x} x^{\alpha+1} L_\alpha^\beta(x) dx - \alpha(\alpha - \beta) \int_0^\infty e^{-x} x^\alpha L_\alpha^\beta(x) dx \right]. \quad (81.44)$$

(81.44)-də (81.35)-dən istifadə etsək və (79.25)-ə əsasən  $\frac{d^\beta}{dx^\beta}(e^{-x}x^{\alpha+1})$  ayrılışında ilk iki həddi saxlasaq

$$J = \frac{(-1)^\alpha \alpha!}{(\alpha - \beta)!} \left\{ \int_0^\infty e^{-x} x^{\alpha+1} L_\alpha(x) dx - [\beta(\alpha + 1) + \alpha(\alpha - \beta)] \cdot \int_0^\infty e^{-x} x^\alpha L_\alpha(x) dx \right\} \quad (81.45)$$

alınar. (81.45)-də ikinci inteqral (81.31)-ə görə  $(-1)^\alpha(\alpha!)^2$  verir. Birinci inteqralı isə (81.9)-a əsasən

$$\int_0^\infty e^{-x} x^{\alpha+1} L_\alpha(x) dx = \int_0^\infty x^{\alpha+1} \frac{d^\alpha}{dx^\alpha}(x^\alpha e^{-x}) dx$$

kimi yazmaq və  $\alpha$  dəfə hissə-hissə inteqrallayaq. Onda

$$\int_0^\infty e^{-x} x^{\alpha+1} L_\alpha(x) dx = (-1)^\alpha (\alpha + 1)! \int_0^\infty x^{\alpha+1} e^{-x} dx = (-1)^\alpha [(\alpha + 1)!]^2. \quad (81.46)$$

(81.31) və (81.46)-nı (81.45)-də yazaraq aşağıdakı yekun nəticəni alırıq:

$$J = \int_0^\infty e^{-x} \cdot x^{\beta+1} L_\alpha^\beta(x) dx = \frac{(-1)^\alpha \alpha!}{(\alpha - \beta)!} \left\{ (-1)^\alpha [(\alpha + 1)!]^2 - \right. \\ \left. - [\beta(\alpha + 1) + \alpha(\alpha - \beta)] \cdot (-1)^\alpha (\alpha!)^2 \right\} = \frac{(\alpha!)^3}{(\alpha - \beta)!} [(\alpha + 1)^2 - \\ - \beta(\alpha + 1) - \alpha(\alpha - \beta)] = \frac{(2\alpha - \beta + 1) \cdot (\alpha!)^3}{(\alpha - \beta)!}. \quad (81.47)$$

## Ə2. Ermit polinomları

Bir sıra sistemlər, xüsusi halda harmonik osilyator üçün Şredinger tənliyini həll edərkən Ermit polinomlarının ödədiyi ikitərtibli diferensial tənlik meydana çıxır. Ona görə də həmin tənliyin necə həll olunduğunu və Ermit polinomlarının xassələrini bilmək vacibdir.

Aşağıdakı kimi birtərtibli diferensial tənliyə baxaq:

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = 0 \quad (82.1)$$

Bu tənliyi həll edərək

$$y = c \cdot e^{-x^2} \quad (82.2)$$

olduğunu tapırıq. Burada  $c$  – ixtiyari sabitdir.

(82.1) tənliyini  $n+1$  dəfə diferensiallayaq və bu zaman (79.25) və (79.31)-i nəzərə alaq:

$$\frac{d^{n+2}y}{dx^{n+2}} + 2x \frac{d^{n+1}y}{dx^{n+1}} + 2(n+1) \frac{d^n y}{dx^n} = 0. \quad (82.3)$$

Burada

$$z = \frac{d^n y}{dx^n} = c \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2}) \quad (82.4)$$

işarə etsək

$$\frac{d^2 z}{dx^2} + 2x \frac{dz}{dx} + 2(n+1)z = 0 \quad (82.5)$$

tənliyi alınır. (82.4)-dən görünür ki,  $z(x)$  funksiyası  $u(x)$  polinomu ilə  $e^{-x^2}$ -nın hasilini kimi göstərilə bilər:

$$z(x) = u(x) \cdot e^{-x^2} \quad (82.6)$$

(82.6)-ya əsasən

$$\frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx} [u \cdot e^{-x^2}] = \left( \frac{du}{dx} - 2xu \right) e^{-x^2}, \quad (82.7)$$

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \left[ \frac{d^2 u}{dx^2} - 4x \frac{du}{dx} + 4x^2 u - 2u \right] \cdot e^{-x^2} \quad (82.8)$$

yaza bilərik. (82.6)-(82.8) ifadələrini (82.5)-də yazaraq,  $u(x)$  funksiyası üçün aşağıdakı ikitərtibli diferensial tənliyi alırıq:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} - 2x \frac{du}{dx} + 2nu = 0. \quad (82.9)$$

(82.9) ifadəsi Ermit tənliyi adlanır. (82.6) və (82.4) ifadələrinə əsasən bu tənliyin ümumi həlli

$$u(x) = z \cdot e^{x^2} = c e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2}) \quad (82.10)$$

olar. Burada  $c = (-1)^n$  götürsək, (82.9) Ermit tənliyinin xüsusi həlli alınır və bu da  $n$ -dərəcəli Ermit polinomu adlanır. Ermit polinomlarını adətən  $H_n(x)$  kimi işarə edirlər:

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2}). \quad (82.11)$$

(82.10) və (82.11) ifadələrinin müqayisəsindən görünür ki,  $H_n(x)$  Ermit polinomları



$$\frac{d^2 H_n}{dx^2} - 2x \frac{dH_n}{dx} + 2nH_n = 0 \quad (82.12)$$

diferensial tənliyinin həllidir.

$0 \leq n \leq 5$  qiymətləri üçün Ermit polinomlarının (82.11) düsturuna əsasən tapılmış ifadələri aşağıdakı kimidir:

$$\begin{aligned} H_0(x) &= 1 \\ H_1(x) &= 2x \\ H_2(x) &= 4x^2 - 2 \\ H_3(x) &= 8x^3 - 12x \\ H_4(x) &= 16x^4 - 48x^2 + 12 \\ H_5(x) &= 32x^5 - 160x^3 + 120x. \end{aligned} \quad (82.13)$$

Ümumi şəkildə

$$H_n(x) = (2x)^n - \frac{n(n-1)(2x)^{n-2}}{1!} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(2x)^{n-4}}{2!} - \dots \quad (82.14)$$

və ya

$$H_n(x) = n! \sum_{i=0}^n \frac{(-1)^{i/2} (2x)^{n-i}}{(i/2)! (n-i)!} \quad (82.15)$$

yazmaq olar. Göründüyü kimi, (82.15)-də  $i$  indeksi yalnız cüt qiymətlər ala bilər:  $i=0, 2, 4, \dots$

Qeyd edək ki, (82.13) ifadələri (82.14) və (82.15) vasitəsilə də alınır.

Göstərmək olar ki,  $H_n(x)$  Ermit polinomu üçün aşağıdakı rekurent düstur ödəyir:

$$2xH_n = 2nH_{n-1} + H_{n+1}. \quad (82.16)$$

(82.16)-nı isbat etmək üçün (82.11)-ə əsasən  $H_n(x)$ -in  $x$ -ə görə birinci və ikinci tərtib törəmələrini tapmaq:

$$\begin{aligned} \frac{dH_n}{dx} &= \frac{d}{dx} \left[ (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2}) \right] = (-1)^n 2x e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2}) - \\ &- (-1)^{n+1} e^{x^2} \frac{d^{n+1}}{dx^{n+1}} (e^{-x^2}) = 2xH_n - H_{n+1}. \end{aligned} \quad (82.17)$$

Burada  $(-1)^n - (-1)^{n+1}$  olduğu nəzərə alınmışdır. (82.17)-ni nəzərə almaqla

$$\begin{aligned} \frac{d^2 H_n}{dx^2} &= \frac{d}{dx} (2xH_n - H_{n+1}) = 2H_n + 2x \frac{dH_n}{dx} - \frac{dH_{n+1}}{dx} = \\ &= 2H_n + 2x(2xH_n - H_{n+1}) - (2xH_{n+1} - H_{n+2}) = \\ &= (2 + 4x^2)H_n - 4xH_{n+1} + H_{n+2} \end{aligned} \quad (82.18)$$

yaza bilərik.

(82.17) və (82.18)-i (82.12)-də yazaraq  $H_n$ ,  $H_{n+1}$  və  $H_{n+2}$  funksiyalarını əlaqələndirən rekurent düstur tapırıq:

$$H_{n+2} = 2xH_{n+1} - 2(n+1)H_n. \quad (82.19)$$

Burada  $n$ -i  $n-1$  ilə əvəz etsək (82.16) alınar.

Qeyd edək ki,  $H_n(x)$  funksiyaları  $(-\infty, +\infty)$  intervalında inteqrallanmış və ortonormal sistem təşkil etmir. Lakin göstərmək olar ki,  $H_n(x) \cdot e^{-x^2/2}$  funksiyaları  $(-\infty, +\infty)$  intervalında ortonormallıq şərtini ödəyirlər. Əvvəlcə bu funksiyaların həmin intervalda ortoqonal olduğunu, yəni

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_m(x)H_n(x)e^{-x^2} dx = 0, \quad m \neq n \quad (82.20)$$

şərtinin ödəndiyini isbat edək,  $m < n$  olduğunu fərz edək və  $H_n(x)$  üçün (82.11)-i nəzərə alaq. Onda

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_m(x)H_n(x)e^{-x^2} dx = (-1)^n \int_{-\infty}^{+\infty} H_m(x) \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2}) dx \quad (82.21)$$

olar. Burada hissə-hissə inteqrallama aparsaq

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} H_m(x)H_n(x)e^{-x^2} dx &= (-1)^n H_m(x) \cdot \frac{d^{n-1}(e^{-x^2})}{dx^{n-1}} \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \\ &- (-1)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dH_m}{dx} \cdot \frac{d^{n-1}(e^{-x^2})}{dx^{n-1}} dx \end{aligned} \quad (82.22)$$

alırıq.  $e^{-x^2}$  funksiyası və onun bütün törəmələri  $x = \pm\infty$  qiymətlərində sıfıra bərabər olduğundan (82.22)-də birinci hədd sıfıra bərabər olur. Bundan başqa, (82.17) və (82.16)-ya əsasən

$$\frac{dH_m}{dx} = 2mH_{m-1} \quad (82.23)$$

olduğunu da nəzərə alsaq (82.22) ifadəsi

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_m(x)H_n(x)e^{-x^2} dx = (-1)^{n+1} 2m \int_{-\infty}^{+\infty} H_{m-1} \frac{d^{n-1}(e^{-x^2})}{dx^{n-1}} dx \quad (82.24)$$

şəklinə düşər. Bu əməliyyatı  $m$  dəfə təkrar etsək

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} H_m(x)H_n(x)e^{-x^2} dx &= (-1)^{n+m} 2^m \cdot m! \int_{-\infty}^{+\infty} H_0(x) \frac{d^{n-m}(e^{-x^2})}{dx^{n-m}} dx = \\ &= (-1)^{n+m} 2^m \cdot m! \frac{d^{n-m-1}(e^{-x^2})}{dx^{n-m-1}} \Big|_{-\infty}^{+\infty} = 0 \end{aligned} \quad (82.25)$$

alırıq. Burada  $H_0(x)=1$  olduğu nəzərə alınmışdır. Eyni qayda ilə  $n < m$  olduğunu fərz edərək (82.25) ifadəsini almaq olar ki, bu da (82.20) ilə eynidir.

Əgər (82.21)-(82.25) çevirmələri zamanı  $n=m$  olduğunu fərz etsək, son nəticədə (82.25) əvəzinə

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[ H_n(x) e^{-\frac{x^2}{2}} \right]^2 dx = (-1)^{2n} 2^n \cdot n! \int_{-\infty}^{\infty} H_0(x) e^{-x^2} dx =$$

$$= 2^n n! \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = 2^n n! \sqrt{\pi}$$
(82.26)

alırıq. Burada

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$
(82.27)

məlum ifadəsindən istifadə etdik.

Deməli, (82.26) ifadəsinə əsasən məlum olur ki,  $\frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} H_n(x) e^{-x^2/2}$  funksiyaları

$(-\infty, \infty)$  intervalında normallıq şərtini ödəyirlər. Bu funksiyaların (82.20) ortoqonallıq və (82.26) normallıq şərtini birləşdirərək, onlar üçün  $(-\infty, \infty)$  intervalında aşağıdakı ortonormallıq şərtini yaza bilərik:

$$\frac{1}{2^n n! \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} H_m(x) H_n(x) e^{-x^2} dx = \delta_{mn}.$$
(82.28)

İndi isə göstərək ki,  $H_n(x) e^{-x^2/2}$  polinomları (82.9) və ya (82.12) tənliyinin  $(-\infty, \infty)$  oblastında  $Q$  sinfinə mənsub olan yeganə həllidir. (82.9) tənliyində  $x = \pm \infty$  nöqtələrindən başqa məxsusi nöqtə olmadığından onun həllini istənilən nöqtədə sıraya ayırmaq olar. Ona görə də (82.9) tənliyinin həllini  $x_0 = 0$  nöqtəsi (yəni koordinat başlanğıcı) ətrafında sıraya ayıraq:

$$u = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots = \sum_k a_k x^k$$
(82.29)

Buradan

$$\frac{du}{dx} = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + \dots + na_n x^{n-1} + \dots$$
(82.30)

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = 2 \cdot 1 \cdot a_2 + 3 \cdot 2 \cdot a_3 x + \dots + n(n-1) a_n x^{n-2} + \dots$$
(82.31)

yaza bilərik. (82.29)-(82.31) ifadələrini (82.9)-da yazaq:

$$2 \cdot 1 \cdot a_2 + 3 \cdot 2 \cdot a_3 x + \dots + n(n-1) a_n x^{n-2} + \dots - 2a_1 x - 4a_2 x^2 - 3a_3 x^3 - \dots - 2na_n x^n + 2na_0 + 2na_1 x + 2na_2 x^2 + 2na_n x^n + \dots = 0$$

Buradan  $x^k$  əmsallarını sıfıra bərabər edək:

$$2na_0 + 2 \cdot 1 \cdot a_2 = 0$$

$$(2n-2)a_1 + 3 \cdot 2 \cdot a_3 = 0$$

$$(2n-4)a_2 + 4 \cdot 3 \cdot a_4 = 0$$

$$\text{-----}$$

$$(2n-2k)a_k + (k+2)(k+1)a_{k+2} = 0$$

Beləliklə, (82.29) sırasının  $a_k$  əmsalları üçün aşağıdakı ümumi rekurent düsturu yaza

bilərik:

$$(k+2)(k+1)a_{k+2} + (2n-2k)a_k = 0 \quad (82.31)$$

Bu rekurent düsturdən görünür ki, yalnız  $a_0$  və  $a_1$  əmsallarını bilərək (82.29) sırasını bütövlükdə qurmaq olar. Belə ki,  $a_0$  əmsalının qiyməti məlum olsa, (82.31) düsturuna əsasən  $x$ -in cüt üstlərinə,  $a_1$  əmsalının qiyməti məlum olduqda isə  $x$ -in tək üstlərinə uyğun olan bütün əmsalları tapmaq mümkündür. Deməli, (82.9) tənliyinin həlli olan (82.29) sırasını (82.31) rekurent düsturuna əsasən aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$u = a_0 \left( 1 - nx^2 + \frac{n^2 - 2n}{6} x^4 + \dots \right) + a_1 \left[ x - \frac{(n-1)}{3} x^3 + \frac{(n-1)(n-3)}{30} x^5 - \dots \right]. \quad (82.32)$$

(82.31)-dən görünür ki,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{a_{k+2}}{a_k} = \frac{2}{k} \quad (82.33)$$

olduğundan (82.29) sırası həmişə yığılır.

(82.33) düsturundan məlum olur ki,  $k$ -nin çox böyük qiymətlərində (82.29) sırası özünü  $e^{x^2}$  üçün olan sıra kimi aparır. Doğrudan da, məlumdur ki,

$$e^{x^2} = 1 + \frac{x^2}{1!} + \frac{x^4}{2!} + \dots + \frac{x^k}{\left(\frac{k}{2}\right)!} + \frac{x^{k+2}}{\left(\frac{k}{2} + 1\right)!} + \dots = \sum_k b_k x^k. \quad (82.34)$$

Burada  $k$ -nin cüt qiymətləri üçün  $b_k = \frac{1}{\left(\frac{k}{2}\right)!}$ , tək qiymətləri üçün  $b_k = 0$  olur. Əgər  $x^k$  və

$x^{k+2}$ -nin əmsallarını, uyğun olaraq,  $b_k$  və  $b_{k+2}$  ilə işarə etsək, (82.34) sırasının əmsalları üçün aşağıdakı rekurent düsturu yazı bilərik:

$$\frac{b_{k+2}}{b_k} = \frac{\left(\frac{k}{2}\right)!}{\left(\frac{k}{2} + 1\right)!} = \frac{1}{\frac{k}{2} + 1}. \quad (82.35)$$

Buradan görünür ki,  $k \gg 1$  olduqda, yəni

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{b_{k+2}}{b_k} = \frac{2}{k} \quad (82.36)$$

alınır.

(82.36) və (82.33) ifadələri isə göstərir ki, doğrudan da  $k$ -nin böyük qiymətlərində (82.29) sırası özünü (82.34) sırası kimi aparır. Başqa sözlə,  $x = \pm\infty$  qiymətlərinə yaxın olan qiymətlərdə (82.29) sırası  $e^{x^2}$  funksiyasına oxşar olur. Lakin nə  $e^{2x^2}$ , nə də ki,  $e^{x^2}$  funksiyası  $(-\infty, \infty)$  intervalında inteqrallanmadığı üçün, (82.9) tənliyinin ümumi həlli olan

$u(x)$  və ya  $u(x) \cdot e^{-x^2/2}$  funksiyaları da həmin intervalda inteqrallanmır, yəni  $Q$  sinfinə mənsub olmur.  $Q$  sinfinə mənsub olan funksiyaların sonlu olması şərti tələb edir ki, (82.29) sırası  $k$  indeksinin müəyyən qiymətində qırılmalıdır, yəni  $a_k \neq 0$  əmsalından sonra gələn bütün  $a_{k+2}, a_{k+4}, \dots$  əmsalları sıfıra bərabər olmalıdır. (82.31)-dən isə görünür ki, bu, yalnız

$$2n=2k \quad (82.37)$$

şərti ödəndikdə mümkündür. Deməli, (82.9) tənliyinin  $Q$  sinfinə mənsub olan həllinin alınması üçün bu tənlikdəki sərbəst həddə  $u(x)$  funksiyasının əmsalı müsbət cüt ədəd (məhz  $2n$ ) olmalıdır. Yalnız bu zaman (82.32)-dəki sıralardan biri polinoma çevrilir ki, bu da (82.9)-un xüsusi həlli olan  $H_n(x)$  Ermit polinomunun müəyyən sabitə hasilinə bərabər olur. Onda, yuxarıda gördüyümüz kimi,  $\frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} H_n(x) e^{-x^2/2}$  funksiyası  $(-\infty, \infty)$  intervalında kvadratik inteqrallanır və deməli,  $Q$  sinfinə mənsub olan funksiya olur.

## VIII FƏSİL. BƏZİ KVANT MEXANİKİ OPERATORLARIN MƏXSUSİ FUNKSIYALARI VƏ MƏXSUSİ QIYMƏTLƏRİ

### Ə83. İmpuls və kinetik enerji operatorlarının məxsusi funksiyaları və məxsusi qiymətləri

Ə75-dən məlumdur ki, kvant mexanikasının 3-cü postulatına əsasən  $L$  fiziki kəmiyyətinin yeganə mümkün olan qiymətlərini (75.1) operator tənliyini həll etməklə tapmaq olar. Belə ki,  $\hat{L}$  operatorunun aşkar ifadəsi məlumdursa, onda uyğun (75.1) tənliyini həll edərək bu operatorun  $\psi$  məxsusi funksiyalarını və  $\lambda$  məxsusi qiymətlərini təyin etmək mümkündür. Bəzi xüsusi hallar üçün (75.1) tənliyinin necə həll edildiyini göstərək.

1. İmpulsun proyeksiyası operatoru  $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ .

$\hat{p}_x$  operatorunun məxsusi qiymətləri və məxsusi funksiyaları

$$\hat{p}_x \psi(x) = -i\hbar \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} = p_x \psi(x) \quad (83.1)$$

operator tənliyinin həllinə əsasən tapılır. Göründüyü kimi, impulsun  $p_x$  proyeksiyasının  $(-\infty, +\infty)$  intervalında yerləşən ixtiyari həqiqi qiymətlərində bu tənliyin kəsilməz, sonlu və bir qiymətli həlli

$$\psi_{p_x}(x) = A e^{\frac{i}{\hbar} p_x x} \quad (83.2)$$

funksiyasından ibarətdir. Burada  $A$ –normallaşdırıcı vuruqdur. Deməli,  $\hat{p}_x$  operatorunun spektri kəsilməzdir, belə ki,  $p_x$  kəmiyyəti ixtiyari həqiqi qiymət ala bilər. Bundan başqa,  $\hat{p}_x$  operatorunun spektri cırlaşmamışdır, yəni hər bir  $p_x$  məxsusi qiymətinə (83.2) düsturu ilə təyin olunan bir dənə  $\psi_{p_x}(x)$  məxsusi funksiyası uyğun gəlir.

(83.2) funksiyası  $p_x$  impulsuna malik olan hissəciyin  $x$  oxu boyunca hərəkətini təsvir edir.

Qeyd edək ki, (83.2) funksiyasını modulunun kvadratı 1-ə bərabər olan  $e^{\frac{i}{\hbar} E t}$  faza vuruğuna vursaq

$$\psi(x, t) = A e^{\frac{i}{\hbar}(p_x x - E t)} = A e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (83.3)$$

ifadəsini alırıq ki, bu da (65.4) de-Broyl dalğasına uyğundur (bax: Ə76).

Eyni qayda ilə  $\hat{p}_y$  və  $\hat{p}_z$  operatorlarının da məxsusi funksiyalarını tapmaq olar.

2. İmpuls operatoru  $\hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla}$ . İmpuls operatorunun məxsusi funksiyaları və məxsusi qiymətləri

$$\hat{p}\psi = -i\hbar\vec{\nabla}\psi(x, y, z) = \bar{p}\psi(x, y, z) \quad (83.4)$$

tənliyini həll etməklə tapılır. Bu tənlikdə (76.11) və (76.13) ifadələrini nəzərə alsaq

$$-i\hbar\left(\bar{i}\frac{\partial}{\partial x} + \bar{j}\frac{\partial}{\partial y} + \bar{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\psi(x, y, z) = (\bar{i}p_x + \bar{j}p_y + \bar{k}p_z)\psi(x, y, z) \quad (83.5)$$

olar. (83.5) tənliyini həll etmək üçün isə dəyişənlərin ayrılması üsulundan istifadə edəcəyik. Bu məqsədlə (83.5)-in həlli olan  $\psi(x, y, z)$  funksiyasını bir-birindən asılı olmayan üç dənə funksiyanın hasili kimi götürürlər:

$$\psi(x, y, z) = \psi_1(x)\psi_2(y)\psi_3(z). \quad (83.6)$$

(83.6)-nı (83.5)-də yazaraq alınan tənliyin sağ və sol tərəfində  $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$  ortvektorlarının əmsallarını bərabərləşdirərək tapırıq ki, (83.5) tənliyi hər biri (83.1) tənliyinə oxşar olan aşağıdakı kimi üç tənliyə parçalanır:

$$\begin{aligned} -i\hbar\frac{\partial\psi_1}{\partial x} &= p_x\psi_1 \\ -i\hbar\frac{\partial\psi_2}{\partial y} &= p_y\psi_2 \\ -i\hbar\frac{\partial\psi_3}{\partial z} &= p_z\psi_3. \end{aligned} \quad (83.7)$$

Bu tənliklərin hər birinin həlli bizə məlum olub, (83.2) kimidir. Ona görə də (83.2)-ni (83.6)-da nəzərə alaraq (83.4) tənliyinin həlli üçün

$$\psi(x, y, z) = A_1A_2A_3e^{\frac{i}{\hbar}(p_x x + p_y y + p_z z)} = Ae^{\frac{i}{\hbar}\bar{p}\bar{r}} \quad (83.9)$$

ifadəsini alırıq ki, bu da (65.4) üçölçülü de-Broyl dalğasına uyğundur. Qeyd edək ki, (83.9) funksiyası hissəciyin impulsunun tam müəyyən (dispersiyasız) qiymətinə uyğun halını tamamilə təsvir edir.

3. Kinetik enerji operatoru  $\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2$ . Kinetik enerji operatorunun məxsusi qiymətləri və məxsusi funksiyaları

$$\hat{T}\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = T\psi \quad (83.10)$$

tənliyini həll etməklə tapılmalıdır. Burada  $T = \frac{p^2}{2m}$  – hissəciyin kinetik enerjisidir. Lakin

$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2$  operatoru  $\hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla}$  operatoru ilə kommutativ olduğundan, bu operatorların məxsusi funksiyaları eyni olmalıdır. Ona görə də (83.10) tənliyini həll etməyə ehtiyac yoxdur və biz tam yəqinliklə deyə bilərik ki,  $\hat{p}$  impuls operatorunun (83.8) məxsusi funksiyası, eyni zamanda həm də,  $\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2$  kinetik enerji operatorunun məxsusi funksiyasıdır. Deməli, kinetik enerji operatorunun da məxsusi funksiyası üçölçülü de-

Broyl dalğasından ibarətdir. Aydındır ki,  $\hat{T}$  operatorunun da spektri kəsilməzdir. Lakin bu spektr ikiqat cırlaşmışdır: kinetik enerjinin hər bir  $T = \frac{p^2}{2m}$  qiymətinə  $\bar{p}$  və  $-\bar{p}$  impulsuna uyğun iki dənə müxtəlif məxsusi funksiya uyğun gəlir.

$$\psi_{\bar{p}}(\vec{r}) = Ae^{\frac{i}{\hbar}\bar{p}\vec{r}}, \quad \psi_{-\bar{p}}(\vec{r}) = Ae^{-\frac{i}{\hbar}\bar{p}\vec{r}}. \quad (83.11)$$

Göstərmək olar ki, bu cırlaşmış funksiyalar bir-birinə ortoqonaldır, yəni onları ortoqonallaşdırmağa ehtiyac yoxdur (E73, 3-cü xassə). Doğrudan da,

$$\int \psi_{-\bar{p}}^*(\vec{r})\psi_{\bar{p}}(\vec{r})dV = |A|^2 \int e^{i\frac{2}{\hbar}\bar{p}\vec{r}} dV = |A|^2 \left\{ \int \cos\left(\frac{2}{\hbar}\bar{p}\vec{r}\right)dV + i \int \sin\left(\frac{2}{\hbar}\bar{p}\vec{r}\right)dV \right\} = 0$$

yaza bilərik. Çünki kosinus və sinus funksiyaları periodik funksiyalar olduğundan mötərizədəki inteqralların hər biri sıfıra bərabər olur.

E73-də 3-cü xassəyə görə cırlaşmış hala uyğun məxsusi funksiyaların ixtiyari xətti kombinasiyası da həmin məxsusi qiymətə mənsub olan məxsusi funksiya olduğundan

$$\psi_T(\vec{r}) = c_1\psi_{\bar{p}}(\vec{r}) + c_2\psi_{-\bar{p}}(\vec{r}) \quad (83.12)$$

funksiyası da  $\hat{T}$  operatorunun  $T = \frac{p^2}{2m}$  məxsusi qiymətinə mənsub olan funksiyaadır.

Aydındır ki, (83.9)-u nəzərə almaqla (83.12)-ni aşağıdakı kimi də yazmaq olar:

$$\psi_T(\vec{r}, t) = c_1\psi_{\bar{p}}(\vec{r}, t) + c_2\psi_{-\bar{p}}(\vec{r}, t) \quad (83.13)$$

#### **Ə84. İmpuls momenti operatorlarının məxsusi funksiyaları və məxsusi qiymətləri**

Əvvəlcə hissəciyin impuls momentinin  $M_z$  proyeksiyasına uyğun  $\hat{M}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$  operatorunun /bax: (76.39)/ məxsusi funksiyalarını və məxsusi qiymətlərini təyin edək. Bu məqsədlə

$$\hat{M}_z\psi = -i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = M_z\psi \quad (84.1)$$

tənliyini həll etmək lazımdır. Bu tənliyin həlli

$$\psi(\varphi) = Ae^{\frac{i}{\hbar}M_z\varphi} \quad (84.2)$$

olar. Burada  $A$ –normallaşdırıcı vuruqdur. Aydındır ki, (84.2) funksiyası ixtiyari  $e^{i\delta}$  faza vuruğu və ixtiyari  $f(r, \theta)$  funksiyası şəklində vuruq dəqiqliyi ilə təyin olunmuşdur. Göründüyü kimi, (84.2) funksiyası  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  intervalında, yəni  $\varphi$ -nin bütün dəyişmə oblastında kəsilməz və sonludur. Bu funksiya həm də birqiymətli olmalıdır, yəni

$$\psi(\varphi + 2\pi) = \psi(\varphi) \quad (84.3)$$

şərti ödənməlidir. (79.2) ifadəsindən görünür ki, (84.3) şərtinin ödənməsi üçün



$$e^{\frac{i}{\hbar} M_z \cdot 2\pi} = 1 \quad (84.4)$$

olmalıdır. Bu isə yalnız o zaman mümkündür ki,

$$\frac{M_z}{\hbar} = m \quad (84.5)$$

kimi təyin olunan  $m$  ədədi tam qiymətlər ( $m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ ) almış olsun. (84.5) ifadəsindən

$$M_z = \hbar m \quad (84.6)$$

alınır. Deməli,  $\hat{M}_z$  operatorunun (84.2) məxsusi funksiyasının birqiymətli olması tələb edir ki, bu operatorun məxsusi qiyməti olan  $M_z$  kəmiyyəti, yəni impuls momentinin  $z$  oxu üzrə proyeksiyası  $\hbar$  Plank sabitinin tam misllərinə bərabər olan diskret qiymətlər almalıdır, başqa sözlə desək, kvantlanmalıdır. (84.6)-nı (84.2)-də nəzərə alsaq

$$\psi_m(\varphi) = A e^{im\varphi} \quad (84.7)$$

yaza bilərik. Beləliklə,  $\hat{M}_z$  operatorunun spektri diskretdir və cırlaşmamışdır, yəni (84.6) ilə təyin olunan hər bir məxsusi qiymətə bir dənə (84.7) məxsusi funksiyası mənsubdur.

Adətən  $z$  oxunu xarici maqnit sahəsinin istiqaməti boyunca yönəltmək əlverişli olduğundan, deyirlər ki,  $m$  kvant ədədi impuls momentinin xarici maqnit sahəsinin istiqaməti üzrə proyeksiyasını (84.6) düsturuna əsasən təyin edir. Məhz bu mənada  $m$ –maqnit kvant ədədi adlandırılmışdır.

Qeyd edək ki,  $\hat{M}_z$  operatorunun (84.7) məxsusi funksiyaları

$$\int_0^{2\pi} \psi_m^*(\varphi) \psi_{m'}(\varphi) d\varphi = \delta_{mm'}. \quad (84.8)$$

ortonormallıq şərtini ödəyir.  $A$ –normallaşdırıcı vuruq isə  $\psi_m$  funksiyasının

$$1 = \int_0^{2\pi} \psi_m^*(\varphi) \psi_m(\varphi) d\varphi = A^2 \cdot 2\pi$$

normallıq şərtinə əsasən tapılır:  $A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ . Deməli,  $\hat{M}_z$  operatorunun (84.8)

ortonormallıq şərtini ödəyən məxsusi funksiyaları

$$\psi_m(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\varphi} \quad (84.9)$$

ifadəsi ilə, məxsusi qiymətləri isə (84.6) düsturu ilə təyin olunur.

Qeyd edək ki, (84.7)-dən alınan  $A e^{i|m|\varphi}$  və  $A e^{-i|m|\varphi}$  funksiyalarının  $A(e^{i|m|\varphi} \pm e^{-i|m|\varphi})$  xətti kombinasiyası da superpozisiya prinsipinə görə (84.1) tənliyinin həlli ola bilər. Deməli,

$$\begin{aligned} \sin x &= \frac{1}{2i} (e^{ix} - e^{-ix}) \\ \cos x &= \frac{1}{2} (e^{ix} + e^{-ix}) \end{aligned} \quad (84.10)$$

olduğundan,

$$\Phi_m = B \sin|m|\varphi \text{ və } \Phi_m = B' \cos|m|\varphi \quad (84.12)$$

funksiyaları da (84.1) tənliyinin həlləridir. Bu həllərin maraqlı doğuran cəhəti ondan ibarətdir ki, onlarda xəyali vahid  $i$  yoxdur, yəni bu funksiyalar kompleks olmayıb, həqiqi funksiyalardır. (84.12) ifadələrində də  $B$  və  $B'$  sabitləri funksiyaların normallıq şərtindən tapılır:

$$B^2 \int_0^{2\pi} \sin^2|m|\varphi d\varphi = B^2 \cdot \pi = 1, \quad (84.11)$$

$$B'^2 \int_0^{2\pi} \cos^2|m|\varphi d\varphi = B'^2 \cdot \pi = 1 \quad (84.12)$$

və ya

$$B = B' = \frac{1}{\sqrt{\pi}}, \quad (84.13)$$

(84.13)-ü (84.12)-də nəzərə alsaq

$$\Phi_m = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sin|m|\varphi \text{ və ya } \Phi_m = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos|m|\varphi \quad (84.14)$$

yaza bilərik. Burada da  $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$  tam qiymətlərini alır.

İmpuls momentinin  $M_z$  proyeksiyası müəyyən qiymətə malikdirsə, onda digər iki  $M_x$  və  $M_y$  proyeksiyaları qeyri-müəyyən qalır. Bu, o deməkdir ki,  $M_z$ -in verilmiş qiymətinə uyğun halda  $M_x$  və  $M_y$  proyeksiyalarını ölçsək, onlar üçün ixtiyari mümkün olan qiymətlər tapıla bilər. Hissəciyin impuls momenti sıfıra bərabər olan yeganə halda, əvvəllər qeyd etdiyimiz kimi, hər üç proyeksiya eyni zamanda müəyyən qiymət ala bilər:  $M_x=M_y=M_z=0$ . Məhz buna görə də  $\hat{M}_z$  operatorunun (84.9) məxsusi funksiyası (76.39) ilə təyin olunan  $\hat{M}_x$  və  $\hat{M}_y$  operatorlarının məxsusi funksiyası ola bilməz.

Fəza izotrop olduğundan, fəzada bütün istiqamətlər bir-birinə ekvivalentdir. Digər tərəfdən bucaq momentinin iki müxtəlif istiqamət üzrə proyeksiyaları eyni zamanda müəyyən qiymət ala bilməzlər. Ona görə də impuls momentinin ixtiyari istiqamət üzrə proyeksiyası üçün yuxarıda deyilənlər doğrudur. Belə ixtiyari istiqamət olaraq adətən  $z$  oxunu götürürlər ki, buna da səbəb (76.39)-a əsasən  $\hat{M}_z$  operatorunun çox sadə ifadəyə malik olmasıdır.

Nəhayət, bir məsələni də qeyd edək. (84.6) düsturu öz formasına görə Bor nəzəriyyəsidəki (55.1) kvantlanma şərtinə oxşayırsa da, bu ifadələr arasında dərin mənə fərqi vardır. Belə ki, (55.1) düsturunda  $L$  hissəciyin (elektronun) tam impuls momenti olduğu halda, (84.6) ifadəsində  $M_z$  hissəciyin impuls momentinin proyeksiyalarından biridir və dəqiq təyin olunan bir kəmiyyət kimi impuls momenti vektorunun özü isə mövcud deyildir.

İndi isə (76.40) və (76.30) düsturları ilə sferik koordinatlarda təyin olunan impuls momentinin kvadratı operatorunun məxsusi funksiyalarını tapmaq. Bu məqsədlə

$$\hat{M}^2 Y(\theta, \varphi) = -\hbar^2 \nabla_{\theta, \varphi}^2 Y(\theta, \varphi) = -\hbar^2 \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \varphi^2} \right] = M^2 Y(\theta, \varphi) \quad (84.15)$$

diferensial tənliyini həll etmək lazımdır. Bu tənliyi  $-\hbar^2$ -na bölək və

$$\alpha = \frac{M^2}{\hbar^2} \quad (84.16)$$

işarə edək. Onda

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \varphi^2} + \alpha Y = 0 \quad (84.17)$$

tənliyi alınır. Bu tənliyi həll etmək üçün dəyişənlərin ayrılması üsulundan istifadə edilməlidir, yəni onun həlli olan  $Y(\theta, \varphi)$  funksiyası bir-birindən asılı olmayan iki dənə  $P(\theta)$  və  $\Phi(\varphi)$  funksiyalarının hasili kimi götürülməlidir:

$$Y(\theta, \varphi) = P(\theta) \cdot \Phi(\varphi) \quad (84.18)$$

(84.18)-i (84.17)-də yazaraq

$$\Phi \frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{dP}{d\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + \alpha P \Phi = 0$$

tənliyini alırıq. Bu tənliyi  $P \cdot \Phi$  hasilinə bölsək və sonra  $\sin^2 \theta$ -ya vursaq

$$\frac{1}{P} \sin \theta \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{dP}{d\theta} \right) + \alpha \sin^2 \theta = -\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} \quad (84.19)$$

alınır. Göründüyü kimi, (84.19) tənliyində sol tərəf yalnız  $\theta$ , sağ tərəf isə yalnız  $\varphi$  dəyişənindən asılıdır. Ona görə də  $\theta$  və  $\varphi$  dəyişənlərinin bütün mümkün olan qiymətlərində (84.19) bərabərliyinin ödənməsi üçün, bu bərabərliyin sağ və sol tərəfi eyni bir ixtiyari sabitə bərabər olmalıdır. Bu sabit isə ayırma sabiti adlanır. Bu ayırma sabitini biz  $m^2$  ilə işarə edək. Beləliklə, dəyişənlərin ayrılması nəticəsində (84.17) tənliyi aşağıdakı kimi iki dənə diferensial tənliyə parçalanır.

$$-\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} = m^2 \quad \text{və ya} \quad \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + m^2 \Phi = 0, \quad (84.20)$$

$$\sin \theta \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{dP}{d\theta} \right) + \alpha \sin^2 \theta \cdot P - m^2 P = 0. \quad (84.21)$$

Bilavasitə törəmə almaqla yoxlamaq olar ki, (84.20) tənliyinin həlli olan  $\Phi(\varphi)$  funksiyası (84.7) düsturu ilə

$$\Phi = A e^{im\varphi}$$

kimi təyin olunur.  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  intervalında bu funksiyanın birqiymətli olması, yəni (84.3) şərtinin ödənməsi üçün  $m$  ədədi  $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$  tam qiymətlərini almalıdır. Burada  $A$  sabit

vuruğu (84.8) normalliq şərtinə əsasən tapılır:  $A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ . Bir sözlə, (84.20) tənliyinin həlli olan

$$\Phi_m(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\varphi} \quad (84.22)$$

funksiyası  $\hat{M}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$  operatorunun məxsusi funksiyasına bərabərdir. Onda aydındır ki, (84.14) funksiyaları da (84.20) tənliyini ödəyirlər.

(84.21) tənliyini  $\sin^2 \theta$ -ya bölərək

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{dP}{d\theta} \right) + \left( \alpha - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \right) P = 0 \quad (84.23)$$

kimi yazmaq olar. Burada

$$x = \cos \theta \quad (84.24)$$

işarə edərək yeni  $x$  dəyişəninə keçək. Onda

$$\frac{d}{d\theta} = \frac{dx}{d\theta} \frac{d}{dx} = -\sin \theta \frac{d}{dx}$$

olduğunu nəzərə alsaq

$$\frac{1}{\sin \theta} \left( -\sin \theta \frac{d}{dx} \right) \left[ \sin \theta \left( -\sin \theta \frac{dP}{dx} \right) \right] + \left( \alpha - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \right) P = 0 \quad (84.25)$$

olar. (84.25)-də

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - x^2$$

əvəz edərək

$$\frac{d}{dx} \left[ (1-x^2) \frac{dP}{dx} \right] + \left( \alpha - \frac{m^2}{1-x^2} \right) P = 0 \quad (84.26)$$

tənliyini alırıq. Qeyd edək ki, (84.26)-da  $P(x)$  funksiyasının analitik ifadəsi (84.23)-də  $P(\theta)$  funksiyasından fərqlidir. Ona görə də  $P(x)$  funksiyasını başqa hərf ilə işarə etmək lazım idi. Lakin son nəticədə (84.24)-ü nəzərə almaqla yenidən  $P(\theta)$  funksiyasına qayıtmalı olduğumuzdan bunu etmirik.

Göründüyü kimi, (84.26) ifadəsi (79.1) tənliyi ilə eynidir. Ə80-də göstərdik ki, bu tənliyin həllinin sonlu olması şərti tələb edir ki, (80.19) şərti ödənməli, yəni  $\alpha = l(l+1)$  olmalıdır ( $l=0,1,2,3,\dots$ ). Onda (84.26) tənliyi (80.26) birləşmiş Lejandr tənliyi ilə üst-üstə düşür və onun həlli (80.27) birləşmiş Lejandr polinomu  $P_{|m|}(x)$  olmalıdır. (84.26) tənliyinin ortonormalliq şərtini ödəyən və  $Q$  sinfinə mənsub olan həlli (80.47) kimi təyin olunur:

$$N_{|m|}(x) = \frac{1}{2^l l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} P_{|m|}(x) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2^l l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}} \frac{d^{|m|} P_l(x)}{dx^{|m|}} = \\
&= \frac{1}{2^l l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}} \frac{d^{l+|m|} (x^2-1)^l}{dx^{l+|m|}}.
\end{aligned} \tag{84.27}$$

Burada (80.23), (79.11) və (80.27) ifadələri nəzərə alınmışdır.

(84.26) tənliyinin həlli olan və (84.27) düsturları ilə təyin olunan  $N_{l|m|}(x)$  birləşmiş normalanmış Lejandr funksiyaları polinom şəklində (80.48) kimi yazıla bilər.

(84.24)-ü və  $(1-\cos^2 \theta)^{\frac{|m|}{2}} = \sin^{|m|} \theta$  olduğunu (84.27)-də nəzərə alaraq (84.23) tənliyinin ortonormallıq şərtini ödəyən həllini aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\begin{aligned}
N_{l|m|}(\theta) &= \frac{1}{2^l l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} P_{l|m|}(\cos \theta) = \\
&= \frac{1}{2^l l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} \sin^{|m|} \theta \frac{d^{|m|} P_l(\cos \theta)}{(d \cos)^{|m|}} = \\
&= \frac{1}{2^l l!} \sqrt{\frac{2l+1}{2} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} \sin^{|m|} \theta \frac{d^{l+|m|} (\cos^2 \theta - 1)^l}{(d \cos)^{l+|m|}}.
\end{aligned} \tag{84.28}$$

(80.48)-də müvafiq əvəzləmə edərək  $N_{l|m|}(\theta)$  üçün (84.28)-ə ekvivalent olan polinom şəklində ifadə yazıla bilər.

Beləliklə, (84.15) tənliyinin həllini, yəni impuls momentinin kvadratı  $\hat{M}^2$  operatorunun məxsusi funksiyalarını (84.18)-ə əsasən (84.22) və (84.28) funksiyalarının hasilə şəklində götürmək lazımdır:

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} N_{l|m|}(\theta) e^{im\varphi}. \tag{84.29}$$

(84.29) düsturu ilə təyin olunan  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  funksiyaları kompleks sferik funksiyalar adlanır. (84.22) və (84.28) funksiyaları

$$\int_0^{2\pi} \Phi_{m_1}^*(\varphi) \Phi_{m_2}(\varphi) d\varphi = \delta_{m_1 m_2} \tag{84.30}$$

$$\int_0^\pi N_{l_1|m|}(\cos \theta) N_{l_2|m|}(\cos \theta) \sin \theta d\theta = \delta_{l_1 l_2} \tag{84.31}$$

ortonormallıq şərtlərini ödədiyindən, (84.29) kompleks sferik funksiyaları da ortonormal olmalıdırlar, yəni

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} Y_{l_1 m_1}^*(\theta, \varphi) Y_{l_2 m_2}(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = \quad (84.34)$$

$$= \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} Y_{l_1 m_1}^*(\theta, \varphi) Y_{l_2 m_2}(\theta, \varphi) (d \cos \theta) d\varphi = \delta_{l_1 l_2} \delta_{m_1 m_2}$$

$l_1 \neq l_2$  olduqda inteqral (84.31)-ə əsasən  $N_{|m|}(\theta)$  vuruğunun,  $m_1 \neq m_2$  olduqda isə (84.30)-a əsasən  $\Phi_m(\varphi)$  vuruğunun hesabına sıfıra bərabər olur.

Məlumdur ki, dalğa funksiyası  $e^{i\alpha}$  fəza vuruğu dəqiqliyi ilə təyin olunur (E72). Ona görə də (84.29) funksiyasını modulu 1-ə bərabər olan ixtiyari kompleks (xüsusi halda həqiqi) ədədə vurmaq olar. Bunun nəticəsində alınan funksiya yenə də (84.15) tənliyinin həlli olacaq və (84.34) ortonormallıq şərtini ödəyəcəkdir. Kvant mexanikasında bəzi hallarda (84.29) əvəzinə

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) = (-1)^{\frac{m+|m|}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} N_{|m|}(\theta) e^{im\varphi} \quad (84.35)$$

kimi sferik funksiyadan istifadə edilir, yəni  $N_{|m|}(\theta)$  əvəzinə  $N_{lm}(\theta)$  yazılır. Praktiki olaraq bu, o deməkdir ki,  $m \leq 0$  olduqda həll (84.29) kimi götürülməli,  $m > 0$  olduqda isə  $(-1)^m$ -ə vurulmalıdır, yəni  $m$ -in müsbət tək qiymətlərində funksiya  $-1$ -ə vurulmalıdır. Belə qərribə vuruğun meydana çıxması üçün biz məhz (84.29) ifadəsindən istifadə edəcəyik.

(84.29) funksiyaları üçün

$$Y_{lm}^*(\theta, \varphi) = Y_{l-m}(\theta, \varphi) \quad (84.36)$$

şərti ödənilir.

Yuxarıda qeyd etdik ki, (84.15) tənliyinin sonlu və birqiymətli olan (84.29) həllinin alınması üçün  $m$  ədədi tam qiymətlər ( $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) almalı və (84.16) kimi təyin olunan  $\alpha$  parametri isə  $\alpha=l(l+1)$  kimi təyin olunmalı və özü də  $l$  müsbət tam qiymətlər ( $l=0, 1, 2, \dots$ ) almalıdır. Bundan başqa, E80-da isbat olunduğu kimi,  $|m| \leq l$  şərti ödənməlidir /bax: (80.29)/. Bu o deməkdir ki,  $l$ -in verilmiş qiymətində  $m$  ədədi  $-l$ -dən  $+l$ -ə qədər  $2l+1$  sayda qiymətlər ala bilər:

$$m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l \text{ və ya } m=-l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l. \quad (84.34)$$

Başqa sözlə, yalnız  $|m| \leq l$  şərti ödəndikdə (84.29) sferik funksiyaları  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  sıfırdan fərqli olur.

Deməli, (84.16)-dan alınır ki, impuls momentinin kvadratı  $\hat{M}^2$  operatorunun məxsusi qiymətləri

$$M_l^2 = \hbar^2 l(l+1) \quad (84.35)$$

kimi təyin olunur və özü də kvantlanır:  $l=0, 1, 2, \dots$ . Buradan aydın olur ki, hissəciyin impuls momenti kvant mexanikasında

$$M_l = \hbar \sqrt{l(l+1)} \quad (84.36)$$

kimi təyin olunur. (84.36) düsturuna görə hissəciyin impuls momentini təyin edən  $l$  kvant ədədi azimutal və ya orbital kvant ədədi adlanır. (84.6) düsturuna əsasən hissəciyin

impuls momentinin  $M_z$  proyeksiyasını təyin edən  $m$  kvant ədədi isə maqnit kvant ədədi adlanır.

Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki,  $\hat{M}^2$  operatorunun spektri cırplaşmışdır. Belə ki,  $\hat{M}^2$  operatorunun (84.35) ilə təyin olunan hər bir  $M_l^2$  məxsusi qiymətinə bir-birindən  $m$  maqnit kvant ədədi ilə fərqlənən  $2l+1$  sayda müxtəlif  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  məxsusi funksiyası uyğun gəlir, yəni  $M_l^2$  məxsusi qiymətinin cırplaşma tərtibi  $2l+1$  olur.

Qeyd edildiyi kimi, azimutal (orbital) kvant ədədi  $l$  (84.35) düsturuna əsasən hissəciyin bucaq momentinin kvadratını; maqnit kvant ədədi  $m$  isə (84.6) düsturuna əsasən bucaq momentinin  $z$  oxu üzrə proyeksiyasını  $M_z$  təyin edir. Bu, o deməkdir ki,  $M^2$  və  $M_z$  kəmiyyətləri üçün (84.35) və (84.6) ilə təyin olunan qiymətlərdən başqa heç bir qiymət ola bilməz. Deməli, makroskopik cisimlərin də impuls momentləri (84.35) və (84.6) qaydalarına tabe olmalıdır. Lakin  $\hbar$  Plank sabitinin çox kiçik olması sayəsində makroskopik cisimlərin impuls momentlərinin diskretliyi praktik olaraq nəzərə çarpmır. Bu, ona bənzəyir ki,  $e$  elementar yükün çox kiçik olması nəticəsində makroskopik elektrik yüklərinin diskretliyi müşahidə olunmur.

$\hat{M}^2$  və  $\hat{M}_z$  operatorları bir-biri ilə kommutativ olduğundan onların məxsusi funksiyaları eyni olmalıdır (ƏƏ77,73). Deməli, (84.29) funksiyaları

$$\hat{M}^2 Y_{lm}(\theta, \varphi) = -\hbar^2 \nabla_{\theta, \varphi}^2 Y_{lm}(\theta, \varphi) = \hbar^2 l(l+1) Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (84.37)$$

$$\hat{M}_z Y_{lm}(\theta, \varphi) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi} Y_{lm}(\theta, \varphi) = \hbar m Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (84.38)$$

$$\hat{M}_z^2 Y_{lm}(\theta, \varphi) = -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} Y_{lm}(\theta, \varphi) = \hbar^2 m^2 Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (84.39)$$

tənliliklərini ödəməlidir.

$M^2$  və  $M_z$  kəmiyyətlərinin eyni zamanda müəyyən qiymət aldığı hər hansı  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  halına baxaq. İsbat edək ki, bu halda  $M^2=0$  qiymətindən başqa həmişə  $M^2 > M_z^2$  olur. Bu məqsədlə məlum

$$\hat{M}^2 - \hat{M}_z^2 = \hat{M}_x^2 + \hat{M}_y^2 \quad (84.40)$$

bərabərliyinə baxaq. Aydındır ki, (84.37) və (84.39)-a əsasən  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  funksiyası  $\hat{M}^2 - \hat{M}_z^2$  operatorunun  $M^2 - M_z^2$  məxsusi qiymətinə uyğun olan məxsusi funksiyasıdır. Ona görə də (84.40)-a əsasən

$$M^2 - M_z^2 = \int Y_{lm}^*(\theta, \varphi) (\hat{M}_x^2 + \hat{M}_y^2) Y_{lm}(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi \quad (84.41)$$

yaza bilərik. Burada sağ tərəf həmişə müsbət olan  $M_x^2 + M_y^2$  kəmiyyətinin  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  halında orta qiymətini müəyyən etdiyindən həmişə müsbət ədəddir və deməli,

$$M^2 > M_z^2 \quad (84.42)$$

olur ki, bunu isbat etmək lazım idi. (84.42) ifadəsindən görünür ki, bucaq momenti vektoru  $\vec{M}$  dəqiq olaraq  $z$  oxu boyunca yönəlməz. İstənilən halda  $\vec{M}$  vektoruna bu halda qeyri-müəyyən qalan  $M_x$  və  $M_y$  proyeksiyaları daxildir. Bu isə bizə artıq məlum

olan faktıdır:  $M_x$ ,  $M_y$  və  $M_z$  proyeksiyalarının hər üçünün eyni zamanda müəyyən qiymət aldığı hal mövcud deyildir ( $\vec{M}=0$  halından başqa). Bu fakt haqqında bəzən deyirlər ki,  $M^2$ -nin müəyyən qiymətə malik olduğu məxsusi halda bucaq momenti vektoru özünün  $\sqrt{M^2}$  uzunluğunu saxlayır, lakin onun fəzada istiqaməti müəyyən olmayıb flüktuasiyaya məruz qalır. Lakin bu, o qədər də müvəffəqiyyətli ifadə sayıla bilməz. Çünki həmin müddəaya görə hər bir zaman anında müəyyən uzunluğa və istiqamətə malik olan bir  $\vec{M}$  vektoru vardır, lakin bu vektorun istiqaməti zamana görə nizamsız və kəsilməz olaraq dəyişir. Əslində isə, əvvəllər qeyd etdiyimiz kimi, belə bir vektor yoxdur və buna görə də onun flüktuasiyaları haqqında təsəvvür həqiqətə uyğun deyildir.

(80.49) və (84.28) ifadələrini (84.29)-da nəzərə almaqla bəzi  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  kompleks sferik funksiyaları üçün tapılmış ifadələr aşağıda verilmişdir:

$$\begin{aligned}
 Y_{00} &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \\
 Y_{10} &= \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta \\
 Y_{1\pm 1} &= \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta \cdot e^{\pm i\varphi} \\
 Y_{20} &= \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1) \\
 Y_{2\pm 1} &= \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta \cdot e^{\pm i\varphi} \\
 Y_{2\pm 2} &= \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \theta \cdot e^{\pm 2i\varphi} \\
 Y_{30} &= \sqrt{\frac{63}{16\pi}} \left( \frac{5}{3} \cos^3 \theta - \cos \theta \right) \\
 Y_{3\pm 1} &= \sqrt{\frac{21}{64\pi}} (5 \cos^2 \theta - 1) \sin \theta \cdot e^{\pm i\varphi} \\
 Y_{3\pm 2} &= \sqrt{\frac{105}{32\pi}} \sin^2 \theta \cos \theta \cdot e^{\pm 2i\varphi} \\
 Y_{3\pm 3} &= \sqrt{\frac{35}{64\pi}} \sin^3 \theta \cdot e^{\pm 3i\varphi}
 \end{aligned} \tag{84.43}$$

İndi isə (76.41) kimi təyin olunan  $\hat{M}_{\pm} = \hat{M}_x \pm i\hat{M}_y$  operatorlarının məxsusi funksiyalarını və məxsusi qiymətlərini tapmaq.  $\hat{M}_{\pm}$  operatorları özünəqoşma operatorlar deyildir. Lakin, buna baxmayaraq, həmin operatorlar kvant mexanikasında mühüm əhəmiyyət kəsb edirlər. Bu operatorların bir-biri ilə, habelə  $\hat{M}^2$ ,  $\hat{M}_x$ ,  $\hat{M}_y$  və  $\hat{M}_z$  operatorları ilə kommutativlik münasibətləri E77-də verilmişdir.

$\hat{M}_x$ ,  $\hat{M}_y$  və  $\hat{M}_z$  operatorları üçün (77.20) münasibətlərinə əsasən



$$\begin{aligned}\hat{M}_z(\hat{M}_x \pm i\hat{M}_y) &= \hat{M}_z\hat{M}_x \pm i\hat{M}_z\hat{M}_y = (\hat{M}_x\hat{M}_z + i\hbar\hat{M}_y) \pm \\ &\pm (\hat{M}_y\hat{M}_z - i\hbar\hat{M}_x) = (\hat{M}_x \pm i\hat{M}_y)\hat{M}_z \pm (\hat{M}_x \pm i\hat{M}_y)\hbar\end{aligned}$$

və ya

$$\hat{M}_z(\hat{M}_x + i\hat{M}_y) = (\hat{M}_x + i\hat{M}_y)(\hat{M}_z + \hbar) \quad (84.44)$$

$$\hat{M}_z(\hat{M}_x - i\hat{M}_y) = (\hat{M}_x - i\hat{M}_y)(\hat{M}_z - \hbar) \quad (84.45)$$

ifadələrini yazsa bilərik. Əgər (84.44) və (84.45) operatorları ilə  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  funksiyasına təsir etsək və (84.38)-i nəzərə alsaq

$$\begin{aligned}\hat{M}_z[(\hat{M}_x \pm i\hat{M}_y)Y_{lm}(\theta, \varphi)] &= (\hat{M}_x \pm i\hat{M}_y)(\hat{M}_z \pm \hbar) \cdot \\ \cdot Y_{lm}(\theta, \varphi) &= \hbar(m \pm 1)[(\hat{M}_x \pm i\hat{M}_y)Y_{lm}(\theta, \varphi)]\end{aligned} \quad (84.46)$$

olar. (84.46) ifadəsindən görünür ki,  $(\hat{M}_x \pm i\hat{M}_y)Y_{lm}(\theta, \varphi)$  funksiyası  $\hat{M}_z$  operatorunun  $\hbar(m \pm 1)$  məxsusi qiymətinə mənsub olan məxsusi funksiyasıdır.  $\hat{M}^2$  operatoru (84.44) və (84.45)-də olan operatorların hamısı ilə kommutativ olduğundan deyə bilərik ki,  $(\hat{M}_x \pm i\hat{M}_y)Y_{lm}(\theta, \varphi)$  funksiyası həm də  $\hat{M}^2$  operatorunun  $\hbar^2 l(l+1)$  məxsusi qiymətinə uyğun olan məxsusi funksiyasıdır. Doğrudan da, (84.37)-ni nəzərə alsaq

$$\begin{aligned}\hat{M}^2[(\hat{M}_x \pm i\hat{M}_y)Y_{lm}(\theta, \varphi)] &= (\hat{M}_x \pm i\hat{M}_y)[\hat{M}^2 Y_{lm}(\theta, \varphi)] = \\ &= \hbar^2 l(l+1)[(\hat{M}_x \pm i\hat{M}_y)Y_{lm}(\theta, \varphi)]\end{aligned} \quad (84.47)$$

alınır.

(84.46) ifadəsinə əsasən belə mülahizə etmək olar ki,  $\hat{M}_z$  operatorunun  $(\hat{M}_x \pm i\hat{M}_y)Y_{lm}(\theta, \varphi)$  məxsusi funksiyaları onun  $Y_{lm \pm 1}$  məxsusi funksiyaları ilə aşağıdakı kimi əlaqədar olmalıdır:

$$(\hat{M}_x + i\hat{M}_y)Y_{lm} = N_1 Y_{lm+1}, \quad (84.48)$$

$$(\hat{M}_x - i\hat{M}_y)Y_{lm} = N_2 Y_{lm-1}. \quad (84.49)$$

Burada  $N_1$  və  $N_2$  həqiqi ədədlər olub, vuruqlardır və onları tapmaq üçün  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  funksiyalarının (84.34) normallıq şərtindən istifadə edəcəyik. Əvvəlcə  $N_1$ -i tapaq. (84.48)-i özünün kompleks qoşmasına vuraq və  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$  yazaraq  $\theta$  və  $\varphi$  sferik bucaqları üzrə inteqrallama apararaq:

$$\begin{aligned}\int [(\hat{M}_x + i\hat{M}_y)Y_{lm}(\theta, \varphi)]^* [(\hat{M}_x + i\hat{M}_y)Y_{lm}(\theta, \varphi)] d\Omega &= \\ = N_1^* N_1 \int Y_{lm+1}^*(\theta, \varphi) Y_{lm+1}(\theta, \varphi) d\Omega &= N_1^2.\end{aligned} \quad (84.50)$$

$\hat{M}_x$  və  $\hat{M}_y$  operatorlarının özünəqoşma (ermit) olduğunu nəzərə alaraq (84.50) inteqralını aşağıdakı kimi çevirək:

$$\begin{aligned}
N_1^2 &= \int [(\hat{M}_x + i\hat{M}_y)Y_{lm}]^* \hat{M}_x Y_{lm} d\Omega + \\
&+ i \int [(\hat{M}_x + i\hat{M}_y)Y_{lm}]^* \hat{M}_y Y_{lm} d\Omega = \\
&= \int Y_{lm} \hat{M}_x^* [(\hat{M}_x + i\hat{M}_y)Y_{lm}]^* d\Omega + \\
&+ i \int Y_{lm} \hat{M}_y^* [(\hat{M}_x + i\hat{M}_y)Y_{lm}]^* d\Omega = \\
&= \int Y_{lm} [\hat{M}_x^{*2} + \hat{M}_y^{*2} - i(\hat{M}_x^* \hat{M}_y^* - \hat{M}_y^* \hat{M}_x^*)] Y_{lm}^* d\Omega.
\end{aligned} \tag{84.51}$$

Bu ifadənin əvəzinə onun kompleks qoşmasını yazaraq, (77.20) və (84.37)-(84.39) düsturlarını nəzərə alaraq tapırıq ki,

$$N_1^2 = \int Y_{lm}^* (\hat{M}^2 - \hat{M}_z^2 - \hbar \hat{M}_z) Y_{lm} d\Omega = \hbar^2 [l(l+1) - m(m+1)] \tag{84.52}$$

(84.52)-ni (84.48)-də yazaraq

$$\begin{aligned}
(\hat{M}_x + i\hat{M}_y)Y_{lm} &= \hbar \sqrt{l(l+1) - m(m+1)} Y_{lm+1} = \\
&= \hbar \sqrt{(l-m)(l+m+1)} Y_{lm+1}
\end{aligned} \tag{84.53}$$

alırıq. Analoji yolla

$$\begin{aligned}
(\hat{M}_x - i\hat{M}_y)Y_{lm} &= \hbar \sqrt{l(l+1) - m(m-1)} Y_{lm-1} = \\
&= \hbar \sqrt{(l+m)(l-m+1)} Y_{lm-1}
\end{aligned} \tag{84.54}$$

olduğunu da göstərmək olar.

Beləliklə, (84.53) və (84.54) ifadələrindən görünür ki,  $\hat{M}_+ = \hat{M}_x + i\hat{M}_y$  və  $\hat{M}_- = \hat{M}_x - i\hat{M}_y$  operatorlarının  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  kompleks sferik funksiya təsiri nəticəsində bu funksiyanın ifadəsində  $m$  maqnit kvant ədədi, uyğun olaraq, 1 qədər artır və ya azalır. Məhz buna görə də bəzən  $\hat{M}_+$ —"yüksəldici",  $\hat{M}_-$ —isə "alçaldıcı" operator adlanır.

Maraqlıdır ki, (84.53) və (84.54) düsturlarına əsasən

$$\begin{aligned}
\hat{M}^2 Y_{lm} &= \left[ \frac{1}{2} (\hat{M}_x + i\hat{M}_y)(\hat{M}_x - i\hat{M}_y) + \right. \\
&\left. + \frac{1}{2} (\hat{M}_x - i\hat{M}_y)(\hat{M}_x + i\hat{M}_y) + \hat{M}_z^2 \right] Y_{lm} = \hbar^2 l(l+1) Y_{lm}
\end{aligned} \tag{84.55}$$

alınır ki, bu da (84.37) ilə üst-üstə düşür.

## IX FƏSİL. BİR SIRA SADƏ SİSTEMLƏR ÜÇÜN ŞREDİNGER TƏNLIYININ HƏLLİ

### Ə85. Sərbəst hissəcik

Heç bir qüvvə təsir etməyən və bir düz xətt boyunca hərəkət edən hissəcik, yəni sərbəst hissəcik üçün Şredinger tənliyinin həllinə baxaq. Fərz edək ki, hissəcik  $x$  oxu boyunca hərəkət edir. Şərtə görə bu hissəciyə qüvvə təsir etmədiyi üçün  $F = -\frac{du}{dx} = 0$  və buradan  $u(x) = \text{const}$  olduğundan biz hissəciyin potensial enerjisini sıfıra bərabər götürə bilərik:  $u(x) = 0$ . Bu halda Hamilton funksiyası hissəciyin yalnız kinetik enerjisinə bərabər olur:

$$E = H = T + U = \frac{p_x^2}{2m}. \quad (85.1)$$

Onda sərbəst hissəciyin Hamilton operatoru Ə76-nın 3-cü bəndinə görə

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} \quad (85.2)$$

olar. Lakin

$$\hat{p}_x = -i\hbar \frac{d}{dx} \quad (85.3)$$

olduğundan

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left( -i\hbar \frac{d}{dx} \right)^2 = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \quad (85.4)$$

yaza bilərik. Onda sərbəst hissəcik üçün  $\hat{H}\psi = E\psi$  Şredinger tənliyi

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi \quad (85.5)$$

kimi olar. Burada

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad (85.6)$$

işarə etsək sərbəst hissəcik üçün Şredinger tənliyi

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k\psi = 0 \quad (85.7)$$

şəklinə düşər. Bu tənliyin həlli ya sinus və kosinus funksiyaları vasitəsilə, ya da ki,

$$\psi(x) = Ae^{ikx} \quad (85.8)$$

kimi ifadə olunur. (85.8)-i (85.7)-də yerinə yazmaqla bilavasitə əmin olmaq olar ki, bu  $\psi(x)$  funksiyası sərbəst hissəcik üçün (85.7) Şredinger tənliyinin həllidir:

$$A \cdot (ik)^2 + k^2 A = 0. \quad (85.9)$$

Fərz olunur ki, (85.8)-ə daxil olan və (85.6) kimi təyin olunan  $k$  həqiqi ədəd olmalıdır. Əgər  $k$  xəyali ədəd olsa, onda (85.8) funksiyası

$$\psi(x) = Ae^{\pm ax} \quad (85.10)$$

şəklinə düşür ( $a$ -həqiqi ədəddir) və  $x \rightarrow \pm\infty$  olduqda bu funksiya sonsuzluğa bərabər olur ki, bu da dalğa funksiyasının sonlu ( $Q$  sinfinə mənsub) olması xassəsinə ziddir. Deməli,  $k$  həqiqi ədəd olmalıdır. (85.6) ifadəsinə əsasən isə bu, o deməkdir ki, sərbəst hissəciyin enerjisi müsbət işarəli olmalıdır, yəni  $E \geq 0$ . Beləliklə, dalğa funksiyasının sonlu olması xassəsi tələb edir ki, sərbəst hissəciyin enerjisi  $0 \leq E < \infty$  intervalında qiymətlər ola bilər, yəni kəsilməz dəyişə bilər. Deməli, sərbəst hissəciyin enerji spektri kəsilməzdir.

İndi isə (85.8) dalğa funksiyasını sərbəst hissəciyin impulsu  $p_x$  ilə ifadə edək. Bu məqsədlə (85.1) ifadəsindən  $2mE = \pm\sqrt{p_x^2}$  olduğunu (85.6)-da nəzərə alsaq

$$k = \pm \frac{\sqrt{p_x^2}}{\hbar} \quad (85.11)$$

yaza bilərik. Onda (85.8) dalğa funksiyası aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\psi(x) = Ae^{\pm \frac{i\sqrt{p_x^2}}{\hbar} x}. \quad (85.12)$$

(85.12) ifadəsində "müsbət" və "mənfi" işarələrini ayrılıqda götürməklə, (75.3) və (85.3) ifadələrindən istifadə edərək,  $p_x$  impulsunun orta qiymətini hesablayaq:

$$\begin{aligned} \bar{p}_x &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \hat{p}_x \psi dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi dx} = \frac{-i\hbar \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \frac{d}{dx} \psi dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi dx} = \\ &= \frac{-i\hbar \left( \frac{i}{\hbar} \sqrt{p_x^2} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi dx} = \sqrt{p_x^2}. \end{aligned} \quad (85.13)$$

Deməli,

$$\psi(x) = Ae^{\frac{i\sqrt{p_x^2}}{\hbar} x} \quad (85.14)$$

funksiyası hissəciyin  $x$  oxu istiqamətində hərəkətini təsvir edir.

İndi isə

$$\psi(x) = Ae^{-\frac{i\sqrt{p_x^2}}{\hbar} x} \quad (85.15)$$

funksiyası vasitəsilə (85.13)-ə oxşar hesablama aparsaq  $\bar{p}_x = -\sqrt{p_x^2}$  alarıq. Bu isə onu

göstərir ki, (85.15) funksiyası sərbəst hissəciyin  $x$  oxunun əksi istiqamətində hərəkətini təsvir edir. Bu nəticələr E83-də deyilənlərə tam uyğun gəlir.

Sərbəst hissəciyin enerjisi saxlandığından

$$E = \frac{p_x^2}{2m} = \text{const}, p_x^2 = \text{const}, \bar{p}_x = \pm \sqrt{p_x^2} = \text{const}$$

və deməli,  $\Delta p_x = \bar{p}_x - \bar{p}_{x'} = 0$  ( $x$  və  $x'$  nöqtələrində impulsar eynidir) yaza bilərik. Deməli, sərbəst hissəciyin impulsunun ölçülməsi zamanı qeyri-müəyyənlik yoxdur ( $\Delta p_x = 0$ ) və Heyzenberqin qeyri-müəyyənlik münasibətlərinə (E69) ( $\Delta p_x \cdot \Delta x \sim \hbar$ ) görə onun koordinatı qeyri-müəyyən qalır:  $\Delta x \sim \frac{\hbar}{\Delta p_x} = \infty$ . Başqa sözlə, sərbəst hissəciyin fəzada

vəziyyətini təyin etmək olmaz. Sərbəst hissəciyin koordinatının orta qiymətini hesablamaq yolu ilə də bu müddəanın doğruluğunu bilavasitə sübut etmək olar:

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* x \psi dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi dx} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} A^* e^{-ikx} \cdot x \cdot A e^{ikx} dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} A^* e^{-ikx} A e^{ikx} dx} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} dx} = \frac{\left. \frac{x^2}{2} \right|_{-\infty}^{+\infty}}{\left. x \right|_{-\infty}^{+\infty}} = \infty, \quad (85.16)$$

yəni koordinatın qiyməti qeyri-müəyyən qalır.

Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, sərbəst hissəciyin kəsilməz enerji spektri ikiqat cırlaşmışdır. Belə ki, enerjinin eyni bir  $E$  qiymətinə  $p_x$  impulsunun işarəsi ilə bir-birindən fərqlənən iki dənə (85.14) və (85.15) məxsusi funksiyaları uyğun gəlir.

Qeyd edək ki, sərbəst hissəcik üçün (85.7) Şredinger tənliyinin zamandan asılı olan həllini (85.8) və (85.12) funksiyalarının  $e^{\frac{i}{\hbar}Et}$  vuruğuna hasil kimi yazmaq olar:

$$\psi(x, t) = A e^{\frac{i}{\hbar}\sqrt{2mEx}} e^{\frac{i}{\hbar}Et} = A e^{\frac{i}{\hbar}(\pm\sqrt{p_x^2}x - Et)}. \quad (85.17)$$

(85.17)-də "+" və "-" işarələri götürməklə alınan iki dənə funksiyanın ixtiyari xətti kombinasiyası da superpozisiya prinsipinə görə (85.7) tənliyinin həlli olacaqdır.

Beləliklə, aydın olur ki, (85.8) və ya (85.12) funksiyası  $x$ -in bütün  $-\infty \leq x \leq +\infty$  qiymətlərində sonlu olmaq şərtini ödəyir. Lakin bu funksiya kvadratik inteqrallanmır, yəni onun modulunun kvadratının bütün fəza, yəni sərbəst dəyişənlərin bütün dəyişmə oblastı üzrə inteqralı dağılır. Doğrudan da

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi dx = A^* A \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikx} e^{ikx} dx = A^* A \int_{-\infty}^{+\infty} dx \rightarrow \infty \quad (85.18)$$

olur. Buradan görünür ki, sərbəst hissəciyin (85.8) və ya (85.12) dalğa funksiyasını adi üsulla normallaşdırmaq və  $A$  normallaşdırıcı vuruğunu tapmaq olmaz. Müəyyən edilmişdir ki, operatorun məxsusi qiymətləri kəsilməz olan (bütöv spektr) bütün hallarda belə çətinlik meydana çıxır. Kəsilməz və diskret spektrlərin məxsusi funksiyaları arasındakı bu fərq xarakterik xüsusiyyətə malikdir. Diskret spektr üçün biz  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$  diskret məxsusi qiymətlər sırasına uyğun olan  $\psi_1, \psi_2, \dots$  məxsusi funksiyalarını yaza bilərik. Kəsilməz spektr üçün isə  $\psi(x, \lambda)$  məxsusi funksiyası kəsilməz dəyişən  $\lambda$  parametridən asılı olur /məsələn, (85.8) və ya (85.12) funksiyasında kəsilməz dəyişən

belə parametr  $p_x = \sqrt{2mE}$  kəmiyyətidir/.  $\lambda$ -nın müəyyən bir qiyməti üçün bu cür funksiyaları diskret spektrin funksiyaları ilə uyğun tutmaq olmaz. Bu belə bir fakta uyğun gəlir ki, (85.8) funksiyası ilə təsvir olunan hüdudsuz dalğa, ciddi monoxromatik dalğa kimi riyazi abstraksiyadan başqa bir şey deyildir. Məlumdur ki, real kvazimonoxromatik dalğa müəyyən intervalda kəsilməz dəyişən dalğa ədədinə malik monoxromatik dalğaların superpozisiyasından alınan özünə məxsus dalğa paketidir (E67). Buna oxşar olaraq, real fiziki şəraitlərdə heç vaxt vəziyyəti  $(-\infty, +\infty)$  intervalında qeyri-müəyyən olan hissəciyə rast gəlinmir və belə demək olar ki, hissəcik məhdud uzunluğa malik olan bir oblastın harasındasa yerləşir. Belə hissəciyin özünü necə aparmasını təsvir edən dalğa funksiyası fəzada məhduddur. Belə dalğanı müəyyən oblastdan kənarında interferensiya nəticəsində bir-birini söndürən bir sıra hüdudsuz dalğaların superpozisiyasının nəticəsi kimi almaq olar, yəni bu dalğa əslində dalğa paketidir. Riyazi olaraq belə paket  $\lambda$  parametrinin qiymətlərinin kiçik  $\Delta\lambda$  intervalı üzrə inteqral kimi göstərilə bilər:

$$\int_{\lambda}^{\lambda+\Delta\lambda} \psi(x, \lambda) d\lambda$$

Məlum olur ki, məxsusi diferensiallar adlanan belə inteqrallar özlərini eynilə diskret spektrin məxsusi funksiyaları kimi aparırlar, yəni onlar bir-birinə ortoqonaldır və onları adi üsulla normallaşdırmaq olar. Kəsilməz spektrin dalğa funksiyalarının normallaşdırılma-sının bu üsulu prinsipə doğru olsa da, həddən artıq çətin olduğuna görə praktik cəhətdən əlverişli deyildir.

Kəsilməz spektrə mənsub olan dalğa funksiyalarının normallaşdırılmasının digər üsulu M. Born tərəfindən təklif olunmuşdur. Bu üsulun mahiyyəti kəsilməz spektri qonşu enerji səviyyələri arasındakı fərq sonsuz kiçik olan diskret spektrə çevirməkdən ibarətdir. Bu məqsədlə fərz olunur ki, hissəcik tilinin uzunluğu  $L$  olan kubik potensial çuxurda yerləşmişdir.  $L$ -in kifayət qədər böyük qiymətində birincisi, divarların təsirini nəzərə almamaq olar və ikincisi, enerji səviyyələri arasındakı fərq o qədər kiçilir ki, spektri kvazikəsilməz,  $L \rightarrow \infty$  olduqda isə kəsilməz hesab etmək mümkün olur. Bu zaman məxsusi funksiyaların normallaşdırılması isə yuxarıda şərh olunmuş məxsusi diferensiallar üsulu ilə aparılır. Born üsulunu bir qədər ətraflı surətdə nəzərdən keçirək. Fərz edək ki, bizi hissəciyin düzxətli (birölçülü) hərəkəti zamanı uzunluğu  $L$  olan oblastda hərəkəti maraqlandırır. Ona görə də heç də bütün sonsuz fəzada deyil, yalnız  $L$  uzunluqlu oblastda hissəciyin hərəkətini nəzərdən keçirməklə təkrarlanan hesab etmək, yəni dalğa funksiyası üzərinə aşağıdakı kimi periodiklik şərti qoymaq olar:

$$\psi(x) = \psi(x+L). \quad (85.19)$$

Deməli, Born metodunda dalğa funksiyasının üzərinə sərhəd şərtləri əvəzinə periodiklik şərti qoyulur. Məhz buna görə də Born metodu bəzən uzunluğa görə periodiklik metodu da adlandırılır.

Ayındır ki, uzunluğa görə periodik olan, yəni (85.19) şərtini ödəyən dalğa funksiyası ilə təsvir olunan hissəcik artıq tam sərbəst hesab oluna bilməz, çünki onun hərəkəti (85.19) şərti ilə məhdudlaşmış olur. Bunun da sayəsində hissəciyin enerji spektri artıq kəsilməz olmur. Doğrudan da, (85.8) və (85.19) düsturlarına əsasən

$$Ae^{ikx} = Ae^{ik(x+L)}$$

yaza bilərik ki, buradan da

$$e^{ikL} = 1 \quad (85.20)$$

alınır. (85.20) şərti isə o zaman ödəyir ki,

$$kL=2\pi n, n=0,\pm 1,\pm 2,\pm 3,\dots \quad (85.21)$$

olsun. (85.6) və (85.11)-i (85.21)-də nəzərə alsaq

$$k = \frac{2\pi n}{L} = \frac{p_x}{\hbar} \quad (85.22)$$

və

$$E_n = \frac{p_x^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \cdot n^2 \quad (85.23)$$

olar.

(85.23) ifadəsindən görünür ki, (85.19) periodiklik şərtini daxil etdikdən sonra hissəciyin enerjisi kəsilməz deyil, diskret qiymətlər alır (kvantlanır) və deməli, biz kəsilməz spektrdən diskret spektrə keçmiş oluruq. Bu diskret spektrin məxsusi funksiyaları isə (85.8) və (85.22)-yə əsasən

$$\psi_n(x) = A e^{i \frac{2\pi n}{L} x} \quad (85.24)$$

olar. Diskret spektrin məxsusi funksiyaları isə (73.35) ortonormallıq şərtini ödəyir, yəni hissəcik  $-\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2}$  parçasında yerləşirsə

$$\begin{aligned} \delta_{m'n'} &= \int_{-L/2}^{L/2} \psi_{n'}^*(x) \psi_n(x) dx = A^2 \int_{-L/2}^{L/2} e^{i \frac{2\pi}{L} (n-n')x} dx = \\ &= A^2 L \cdot \frac{\sin \pi (n-n')}{\pi (n-n')} = A^2 L \delta_{m'n'}. \end{aligned} \quad (85.25)$$

Buradan görünür ki, normallaşmış (85.24) funksiyaları üçün

$$A^2 L = 1, A = \frac{1}{\sqrt{L}} \quad (85.26)$$

olmalıdır. Deməli, (85.19) periodiklik şərtini ödəyən normallaşmış (85.24) funksiyaları

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{i \frac{2\pi n}{L} x} \quad (85.27)$$

kimi təyin olunur.

(85.23) düsturuna əsasən iki qonşu səviyyənin enerjiləri fərqi

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^2} [(n+1)^2 - n^2] = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^2} (2n+1) \cdot \Delta n \quad (85.28)$$

olar. Burada  $\Delta n=1$ ,  $2n+1 \approx 2n$  və  $p_x = m v_x = \frac{2\pi \hbar n}{L}$  olduğunu nəzərə alsaq

$$\Delta E_n = \frac{2\pi \hbar}{L} \cdot v \quad (85.29)$$

yaza bilərik. Deməli, (85.29)-dan görünür ki,  $L \rightarrow \infty$  olduqda ( $L$ -in kifayət qədər böyük qiymətində)  $\Delta E \rightarrow 0$  olur, yəni enerji səviyyələri bir-birinə qovuşur və enerji spektri kəsilməz olur. Məhz buna görə də kəsilməz spektrin dalğa funksiyaları əvəzinə periodiklik uzunluğuna normalanmış (85.27) dalğa funksiyalarından istifadə edilməsi heç də böyük xətalara səbəb olmur, lakin hesablamalar və alınmış nəticələrin şərhı xeyli sadələşir.

İndi isə birölçülü hərəkət üçün Born metodu ilə alınmış nəticələri sərbəst hissəciyin üçölçülü hərəkət halı üçün ümumiləşdirək. Bu halda (85.7) əvəzinə aşağıdakı kimi Şredinger tənliyi yazılmalıdır:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) \psi(x, y, z) = 0. \quad (85.30)$$

Burada  $k$ –(85.6) kimi təyin olunur. Bu tənliyi dəyişənləri ayırmaq üsulu ilə (E83) həll etmək mümkündür. Bu məqsədlə həmin tənliyin həlli olan  $\psi(x, y, z)$  funksiyasını bir-birindən asılı olmayan üç dənə funksiyanın hasilı kimi yazmaq lazımdır:

$$\psi(x, y, z) = \psi_1(x) \psi_2(y) \psi_3(z) \quad (85.31)$$

(85.31)-i (85.30)-da yazsaq və alınan tənliyi  $\psi_1 \cdot \psi_2 \cdot \psi_3$  hasilinə bölsək

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_1} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_3} \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial z^2} = E \quad (85.32)$$

alınar ki, bu bərabərliyin də ödənməsi üçün sol tərəfdəki bir-birindən asılı olmayan hədlərin hər biri sabit ədədə bərabər olmalıdır:

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_1} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} &= E_1 \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2} &= E_2 \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_3} \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial z^2} &= E_3. \end{aligned} \quad (85.33)$$

Özü də burada

$$E = E_1 + E_2 + E_3 \quad (85.34)$$

şərti ödənməlidir. Beləliklə, (85.30) tənliyi hər biri (85.5) tənliyinə oxşar olan üç dənə (85.33) tənliklərinə parçalanır. Bu tənliklərin hər biri üçün Born metodu ilə periodiklik uzunluğuna normalanmış həll (85.27) düsturu ilə təyin olunur. Ona görə də (85.33) tənliklərinin hər biri üçün (85.27) həllini (85.31)-də yazsaq, sərbəst hissəciyin üçölçülü hərəkəti üçün (85.30) Şredinger tənliyinin həlli olan və Born metodu ilə normalanmış dalğa funksiyasını almış olarıq:

$$\psi(x, y, z) = \psi(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{L^3}} e^{i(k_1 x + k_2 y + k_3 z)} = \frac{1}{\sqrt{L^3}} e^{i\vec{k}\vec{r}}. \quad (85.35)$$

Burada ümumiliyi pozmadan sadəlik naminə bütün koordinatlar üçün periodiklik uzunluğu  $L$  eyni götürülmüşdür:

$$\psi(x, y, z) = \psi(x+L, y, z),$$



$$\psi(x,y,z)=\psi(x,y+L,z), \quad (85.36)$$

$$\psi(x,y,z)=\psi(x,y,z+L).$$

(85.35)-də

$$k_x = k_1 = \frac{2\pi m_1}{L}, \quad k_y = k_2 = \frac{2\pi m_2}{L}, \quad k_z = k_3 = \frac{2\pi m_3}{L} \quad (85.37)$$

işarə edilmişdir.  $n_1, n_2, n_3$  kəmiyyətləri (85.21)-dəki kimi ixtiyari tam (müsbət, mənfi və sıfır) qiymətlər ala bilər.

(85.17)-yə oxşar olaraq zamandan asılı olan dalğa funksiyasını

$$\psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{L^3}} e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\vec{r} - Et)} \quad (85.38)$$

kimi yazmaq olar. Əslində (85.35) və (85.38) dalğa funksiyalarına  $n_1, n_2, n_3$  indeksləri də yazılmalıdır.

(85.38) ifadəsində, (85.22) və (85.23)-ə uyğun olaraq

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}, \quad E = \frac{p^2}{2m} = \frac{2\pi^2\hbar^2}{mL^2}(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2) \quad (85.39)$$

işarə edilmişdir.

(85.35) və ya (85.38) dalğa funksiyaları birölçülü hal üçün (85.25)-ə uyğun olaraq aşağıdakı ortonormallıq şərtini ödəyirlər:

$$\int \psi_{n_1'n_2'n_3'}^*(\vec{r}, t) \psi_{n_1n_2n_3}(\vec{r}, t) dV = \delta_{n_1n_1'} \delta_{n_2n_2'} \delta_{n_3n_3'}. \quad (85.40)$$

Nəhayət, qeyd edək ki, periodiklik uzunluğunu müxtəlif istiqamətlər üçün müxtəlif götürsə idik (85.37), (85.38) və (85.39) ifadələri, uyğun olaraq aşağıdakı kimi olardı:

$$k_x = k_1 = \frac{2\pi m_1}{L_1}, \quad k_y = k_2 = \frac{2\pi m_2}{L_2}, \quad k_z = k_3 = \frac{2\pi m_3}{L_3}, \quad (85.37a)$$

$$\psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{L_1L_2L_3}} e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\vec{r} - Et)}, \quad (85.38a)$$

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}, \quad E = \frac{p^2}{2m} = \frac{2\pi^2\hbar^2}{m} \left( \frac{n_1^2}{L_1^2} + \frac{n_2^2}{L_2^2} + \frac{n_3^2}{L_3^2} \right). \quad (85.39a)$$

Kəsilməz spektrin məxsusi funksiyalarını normallaşdırmaq üçün Bornun təklif etdiyi periodiklik uzunluğu metodu praktik cəhətdən heç də həmişə əlverişli olmur. Ona görə də kvant mexanikasında mühüm rol oynayan üçüncü metoddan istifadə olunur. Bu metoda görə kəsilməz spektrin məxsusi funksiyaları Dirakın  $\delta$ -funksiyasına (E74) normallaşdırılır. Bu metod formal olaraq əvvəlki iki metoda, yəni məxsusi diferensiallar vasitəsilə normallaşdırma və "çuxurda normalalaşdırma" metodlarına tam ekvivalentdir.

Kəsilməz spektrin (85.8) məxsusi funksiyasında  $k$  dalğa ədədi kəsilməz qiymətlər alır. Bu funksiyanın ifadəsində  $A$  sabit vuruğunu tapmaq üçün həmin funksiyanı  $\delta$ -funksiyaya normallayaq. Bu məqsədlə (74.32) və ya (74.38) düsturlarına əsasən

$$\delta(k - k') = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{k'}^*(x) \psi_k(x) dx = A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(k-k')x} dx \quad (85.41)$$

yazaq. Lakin Furiye integralları nəzəriyyəsiindən məlum olan (74.28) düsturuna əsasən

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(k-k')x} dx = 2\pi\delta(k - k') \quad (85.42)$$

ifadəsini (85.41)-də nəzərə alsaq  $2\pi A^2=1$  və ya  $A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$  olduğunu tapırıq. Deməli,

birölçülü hərəkət üçün kəsilməz spektrin  $\delta$ -funksiyaya normalanmış məxsusi funksiyaları

$$\psi_k(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{ikx}, \quad k = \frac{p_x}{\hbar} \quad (85.43)$$

kimi olur.

(74.29) ifadəsindən istifadə edərək üçölçülü hərəkət halında kəsilməz spektrin  $\delta$ -funksiyaya normalanmış məxsusi funksiyaları üçün

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} e^{i\vec{k}\vec{r}}, \quad \vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar} \quad (85.44)$$

ifadəsini yaza bilərik.

### Ə86. Simin rəqsləri

Sərbəst hissəcik üçün Şredinger tənliyinin həllindən (Ə85) məlum oldu ki, bu hissəciyin enerjisi  $0 \leq E \leq \infty$  intervalında kəsilməz dəyişir. Lakin hissəciyin hərəkət etdiyi oblastı məhdudlaşdırsa, yəni hissəcik sərbəst olmasa onun enerji spektri diskret olur və bu oblastın ölçüləri böyüdükcə diskretlik zəifləyir. Sonrakı paraqraflarda kiçik hissəcikləri klassik mexanika qanunlarına tabe olan sistemlərdən kəskin fərqləndirən mühüm xüsusiyyətin, yəni diskret enerji səviyyələrinin mövcudluğunun Şredinger tənliyindən heç bir məcburiyyət olmadan alındığını göstərəcəyik. Görəcəyik ki, bu xüsusiyyət Şredinger tənliyinin diferensial tənlik olmasından irəli gələn və klassik fizikanın müəyyən məsələlərini həll edərkən diferensial tənliklərin artıq çoxdan kəşf olunmuş xassələri ilə sıx surətdə əlaqədardır. Belə klassik məsələlərdən biri bütün uzunluğu boyunca eyni sıxlığa ( $\rho = \text{const}$ ) və eyni gərilməyə ( $F_{\text{gərilmə}} = \text{const}$ ) malik olan dartılmış simin rəqsləri haqqında məsələdir. Riyaziyyatdan məlumdur ki, simin rəqs tənliyi birölçülü dalğa tənliyidir (Ə61):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (86.1)$$

Burada  $u(x,t)$ –tarazlıq vəziyyətindən simin meyli,  $v$ –dalğanın simdə yayılma sürəti olub, simin  $F$  gərilməsi və  $\rho$  sıxlığı ilə aşağıdakı kimi əlaqədardır:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho}}. \quad (86.2)$$

Deməli,  $\rho$  və  $F$  sabit olduqda  $v = \text{const}$  olur.

Əvvəlcə, fərz edək ki, sim hüdudsuzdur (yəni, sonsuz uzundur) və bu simdə yayılan dalğa harmonikdir (monoxromatikdir). Onda simin hər bir hissəsi harmonik rəqs etdiyi üçün (86.1) tənliyinin həllinin

$$u(x,t)=y(x)e^{i\omega t} \quad (86.3)$$

şəklində axtarmaq olar. Burada  $y(x)$  naməlum funksiyadır və onu tapmaq üçün (86.3)-ü (86.1)-də nəzərə almaqla  $e^{i\omega t}$  vuruğuna ixtisar edərək aşağıdakı diferensial tənliyi alırıq:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{\omega^2}{v^2} y = 0. \quad (86.4)$$

Burada  $\frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$  əvəz etsək

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} y = 0 \quad (86.5)$$

olar. Göründüyü kimi, bu tənliyin həlləri  $e^{\pm i \frac{2\pi}{\lambda} x}$  funksiyalarıdır. Onda (86.5) tənliyinin ümumi həlli

$$y = B_1 e^{i \frac{2\pi}{\lambda} x} + B_2 e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} x} \quad (86.6)$$

kimi yazıla bilər. Burada  $B_1$  və  $B_2$  ümumi halda xəyali sabitlərdir və  $\delta_1$  və  $\delta_2$  başlanğıc fazalarını daxil etməklə bu sabitləri

$$B_1 = b_1 e^{i\delta_1}, \quad B_2 = b_2 e^{i\delta_2} \quad (86.7)$$

kimi yazmaq olar. Burada  $b_1$  və  $b_2$  həqiqi ədədlərdir. (86.7)-ni (86.6)-da nəzərə alsaq, həqiqi  $b_1$  və  $b_2$  amplitudlarını daxil etməklə (86.4) tənliyinin ümumi həlli üçün

$$y = b_1 e^{i \left( \frac{2\pi}{\lambda} x + \delta_1 \right)} + b_2 e^{-i \left( \frac{2\pi}{\lambda} x + \delta_2 \right)} \quad (86.8)$$

alırıq. (86.8)-i (86.3)-də yazaraq  $\omega = \frac{2\pi}{\lambda} v$  olduğunu nəzərə alsaq isə, (86.1) diferensial tənliyinin ümumi həllini tapmış oluruq:

$$u(x,t) = b_1 e^{i \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (x+vt) + \delta_1 \right]} + b_2 e^{-i \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (x-vt) + \delta_2 \right]}. \quad (86.9)$$

Bu həllin həqiqi hissəsi

$$u(x,t) = b_1 \cos \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (x+vt) + \delta_1 \right] + b_2 \cos \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (x-vt) + \delta_2 \right] \quad (86.10)$$

olar. (86.9) və ya (86.10) funksiyasındakı hədlərin hər biri sim boyunca yayılan dalğanı təsvir edir və özü də birinci hədd soldan sağa ( $+v$  sürəti) yayılan dalğaya uyğun gəlirsə, ikinci hədd sağdan sola ( $-v$  sürəti) yayılan dalğaya uyğun gəlir.

İndi isə  $b_1=b_2=a/2$  götürək və (86.10) ifadəsinə daxil olan kosinusların cəmini

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad (86.11)$$

düsturuna əsasən çevirək:

$$\begin{aligned}
u(x,t) &= a \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \delta'\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\omega t + \delta\right) = \\
&= a \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \delta'\right) \cos(\omega t + \delta).
\end{aligned}
\tag{86.12}$$

Burada  $\delta' = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}$ ,  $\delta = \frac{\delta_1 - \delta_2}{2}$  işarə edilmişdir. (86.12) ifadəsindən görünür ki,  $x$ -in

$$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \delta'\right) = 0
\tag{86.13}$$

şərtini ödəyən qiymətlərində  $t$ -nin ixtiyari qiymətində  $u(x,t)$  meyli sıfıra bərabər olur. Deməli, (86.12) funksiyası simdə yayılan durğun dalğanı təsvir edir. Bu isə o deməkdir ki, simdə meylin həmişə sıfıra bərabər olduğu yerlər, yəni düyünlər və bu düyünlərin arasında isə meylin həmişə maksimum olduğu yerlər, yəni qarın nöqtələri vardır.

İndi isə fərz edək ki, simin bir ucu məsələn,  $x=0$  nöqtəsində sərt bərkidilmişdir. Bu halda məsələnin həlli üçün bir dənə sərhəd şərti meydana çıxır:

$$u(0,t)=0.
\tag{86.14}$$

(86.14) sərhəd şərtinə görə (86.12) ifadəsi

$$u(0,t)=a \cos \delta' \cdot \cos(\omega t + \delta) = 0
\tag{86.15}$$

şəklinə düşür. (86.15) bərabərliyi  $a=0$  trivial halından başqa, yalnız  $\delta' = (2n+1)\frac{\pi}{2}$  olduqda ödənilir. Onda (86.14) sərhəd şərti daxilində (86.12) ifadəsini

$$u(x,t) = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}x \cdot \cos(\omega t + \delta)
\tag{86.16}$$

kimi yazmaq olar.

Əgər sim  $l$  sonlu uzunluğuna malikdirsə və onun hər iki ucu sərt bərkidilmişdirsə, onda (86.12) həlli aşağıdakı kimi iki sərhəd şərtini ödəməlidir:

$$u(0,t)=0; u(l,t)=0.
\tag{86.17}$$

(86.17)-dəki 1-ci sərhəd şərtinin tətbiqi bizə artıq məlum olan (86.16) həllini verir; 2-ci sərhəd şərtini (86.12)-də nəzərə alsaq isə  $l$ -in ixtiyari sonlu qiyməti üçün ödənməli olan

$$\begin{aligned}
u(l,t) &= a \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}l + (2n+1)\frac{\pi}{2}\right] \cos(\omega t + \delta) = \\
&= a \sin \frac{2\pi}{\lambda}l \cdot \cos(\omega t + \delta) = 0
\end{aligned}
\tag{86.18}$$

şərtini alırıq. Bu şərtin ödənməsi üçün isə

$$\frac{2\pi}{\lambda_n} \cdot l = n\pi, n = 1, 2, 3, \dots
\tag{86.19}$$

və ya

$$\frac{2\pi}{\lambda_n} = n \cdot \frac{\pi}{l}, \quad \omega_n = \frac{2\pi}{\lambda_n} v = n \cdot \frac{\pi v}{l} \quad (86.20)$$

olmalıdır.

Beləliklə, (86.19) və (86.20)-ni (86.12)-də nəzərə alsaq, (86.1) diferensial tənliyi üçün (86.17) sərhəd şərtlərini ödəyən sonsuz sayıda  $u_n(x,t)$  həllər çoxluğunu tapmış olarıq:

$$u_n(x,t) = \sin \frac{n\pi x}{l} \cos(\omega_n t + \delta) = \sin \frac{n\pi x}{l} \cos\left(n \cdot \frac{\pi v}{l} t + \delta\right). \quad (86.21)$$

Burada  $n=1,2,3,\dots$  müsbət tam qiymətlər alır.

(86.21) funksiyaları hər iki ucu sərt bərkidilmiş simdə baş verə bilən müxtəlif durğun dalğaları və ya deyildiyi kimi, məxsusi rəqsləri təsvir edirlər. Doğrudan da, (86.21)-də  $n=1$  yazaraq

$$u_1 = \sin \pi \frac{x}{l} \cos\left(\frac{\pi v}{l} t + \delta\right) \quad (86.22)$$

həllini alırıq ki, bu da  $x=0$  və  $x=l$  kimi iki dənə düyün nöqtəsi olan durğun dalğanı təsvir edir. Çünki  $t$ -nin ixtiyari qiymətləri üçün  $x$ -in yalnız bu qiymətlərində (86.22) ilə təyin olunan  $u_1(x,t)$  funksiyası (meyli) sıfıra bərabər olur.  $n=2$  olduqda (86.21)-dən

$$u_2 = \sin 2\pi \frac{x}{l} \cos\left(2 \frac{\pi v}{l} t + \delta\right) \quad (86.23)$$

durğun dalğasını alırıq ki, bunun da  $x=0, \frac{l}{2}, l$  kimi üç dənə düyün nöqtəsi vardır. Bu düyün nöqtələrindən ikisi simin uclarında, biri isə ortasında yerləşir. Ümumiyyətlə isə  $m$ -ci funksiya

$$u_m = \sin m \frac{\pi x}{l} \cos\left(m \frac{\pi v}{l} t + \delta\right). \quad (86.24)$$

$m+1$  sayıda düyün nöqtəsi olan durğun dalğanı təsvir edir. Bir qədər qabağa qaçaraq qeyd edək ki, burada  $m$  tam ədədi atom fizikası məsələlərində kvant ədədlərinə uyğun olan rol oynayır.

Hər iki ucu sərt bərkidilmiş simdə yarana bilən dalğaların uzunluğu (86.19) şərtindən tapılır:

$$\lambda_n = \frac{2l}{n} \quad (86.25)$$

simdə uzunluğu yalnız (86.25) düsturu ilə təyin olunan dalğalar yayıla bilər, çünki əks halda (86.17) sərhəd şərtləri ödənmir. Bu dalğa uzunluqlarına uyğun seçilmiş tezliklər (86.20) düsturuna əsasən

$$\omega_n = n \cdot \frac{\pi v}{l}, \quad n=1,2,3,\dots \quad (86.26)$$

olar. Bu tezliklər simin rəqslərinin məxsusi tezlikləri adlanır. Göründüyü kimi, bu tezliklər diskret sıra təşkil edir; ən kiçik tezlik  $\omega_1 = \frac{\pi v}{l}$  və sonrakı tezliklər isə

$2\omega_1, 3\omega_1, \dots$  olur.

Yuxarıda deyilənlərə əsasən belə nəticə çıxarmaq olar ki,

$$y_n = \sin n \frac{\pi x}{l} \quad (86.27)$$

funksiyaları

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} y = 0 \quad (86.28)$$

diferensial tənliyini və

$$y(0)=y(l) \quad (86.29)$$

sərhəd şərtlərini yalnız o zaman ödəyir ki, (86.28) tənliyinə parametr kimi daxil olan  $\lambda$  dalğa uzunluğu

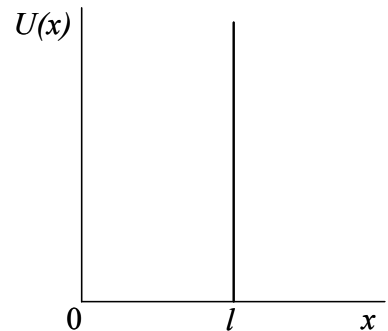
$$\lambda_n = \frac{2l}{n}$$

qiymətlərindən birinə bərabər olsun. Bu qiymətlər parametrin məxsusi qiymətləri, onlara uyğun funksiyalar isə (86.28) diferensial tənliyinin məxsusi funksiyaları adlanır.

### Ə87. Sonsuz dərin düzbucaqlı potensial çuxurda hissəciyin hərəkəti

Hissəcik üçün keçilməz olan sonsuz hündür divarlarla hüdudlanmış fəza oblastı sonsuz dərin potensial çuxur adlanır. Sadəlik naminə əvvəlcə birölçülü sonsuz dərin düzbucaqlı potensial çuxurda hərəkət edən hissəcik üçün Şredinger tənliyinin necə həll edildiyinə baxaq. fərz edək ki, hissəcik  $x$  oxu boyunca hərəkət edir və onun hərəkət oblastı  $x=0$  və  $x=l$  sonsuz hündür və keçilməz divarlarla məhdudlaşmışdır (şəkil 87.1). Bu halda hissəciyin hərəkəti  $0 \leq x \leq l$  oblastında baş verir və onun potensial enerjisi aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$u(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < l, \\ \infty, & x \leq 0, x \geq l \end{cases} \quad (87.1)$$



Шякил

Sonsuz dərin potensial çuxurun sərhədlərində hissəciyə elə böyük qüvvələr təsir edir ki, o, kənara çıxa bilmir və həmişə potensial çuxurun daxilində qalır. Qeyd etmək lazımdır ki, belə potensial çuxur təbiətdə mövcud deyildir (yəni, o, ideal modeldir), lakin bir sıra kvant effektlərini izah etmək üçün o, yaxşı misaldır. Bundan başqa, bir sıra sistemləri, məsələn, metalda elektronları və ya atom nüvəsində nuklonları təqribi təsvir etmək üçün potensial çuxur modelindən müvəffəqiyyətlə istifadə etmək olur.

Hissəciyin  $x$  oxu boyunca birölçülü hərəkəti üçün Şredinger tənliyi  $\hat{H}\psi = E\psi$  aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + u(x) \right] \psi(x) = E\psi(x). \quad (87.2)$$

Bu tənliyi iki hal üçün, yəni potensial çuxurdan kənarda və potensial çuxurun daxilində hissəcik üçün həll etmək lazımdır. Bu məqsədlə (87.2) tənliyini

$$\frac{1}{\psi} \frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m}{\hbar^2} (u - E) \quad (87.3)$$

kimi yazmaq əlverişlidir. Potensial çuxurdan kənarda  $u(x)=\infty$  olduğundan (87.3) tənliyi  $\frac{1}{\psi} \frac{d^2\psi}{dx^2} = \infty$  şəklinə düşür və buradan  $\psi=0$  alınır, yəni potensial çuxurdan kənarda

hissəciyin dalğa funksiyası sıfıra bərabərdir. Bu nəticə əslində dalğa funksiyasının belə bir xassəsinin isbatıdır ki, hissəciyin potensial enerjisi sonsuzluğa bərabər olan fəza oblastında dalğa funksiyası sıfıra bərabər olur. Dalğa funksiyası kəsilməz olduğu üçün potensial çuxurun divarları üzərindəki nöqtələrdə də o, sıfıra bərabər olmalıdır, yəni

$$\psi(0)=\psi(l)=0 \quad (87.4)$$

şərtləri ödənməlidir.

Qeyd edək ki, (87.4) ifadələri potensial çuxurun daxilində hissəcik üçün Şredinger tənliyini həll etməkdən ötrü sərhəd şərtləridir. (87.1)-ə görə potensial çuxurun daxilində  $u(x)=0$  olduğundan hissəcik üçün (87.3) Şredinger tənliyi

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0 \quad (87.5)$$

şəklinə düşür. Burada

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad (87.6)$$

işarə edilmişdir. Aydındır ki, (87.5) tənliyinin ümumi həlli

$$\psi(x) = A\sin kx + B\cos kx \quad (87.7)$$

kimi yazılmalıdır. Lakin (87.4) sərhəd şərtinə görə  $\psi(0)=0$  olması üçün (87.7)-də  $B=0$  olmalıdır, yəni (87.5) tənliyinin həlli

$$\psi(x) = A\sin(kx + \alpha) \quad (87.8)$$

şəklində axtarılmalıdır. Burada  $\alpha$ -başlanğıc faza,  $A$ -normallaşdırıcı vuruqdur. (87.4) sərhəd şərtlərinə görə  $\psi(0)=A\sin\alpha=0$  və  $\alpha=0$  olur. Onda (87.8) həlli

$$\psi(x) = A\sin kx \quad (87.9)$$

şəklinə düşür. (87.4)-dəki ikinci sərhəd şərtinə görə  $\psi(l)=A\sin kl=0$  alınır ki, bu bərabərliyin də ödənməsi üçün

$$kl = \pm n\pi, \quad k = \pm \frac{n\pi}{l}, \quad n=1,2,3,\dots \quad (87.10)$$

olmalıdır. Deməli, birölçülü sonsuz dərin potensial çuxurun daxilində hərəkət edən hissəcik üçün (87.5) Şredinger tənliyinin həlli

$$\psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi}{l} x, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (87.11)$$

olur. Qeyd edək ki, burada  $n=0$  ola bilməz, çünki bu, o demək olardı ki, fəzanın hər yerində  $\psi(x)=0$  olur; yəni hissəcik heç yerdə mövcud deyildir. Bu isə məsələnin şərtinə ziddir.

(87.11)-də  $A$  əmsalı  $\psi_n(x)$  funksiyasının normallıq şərtinə əsasən tapılır:

$$\begin{aligned} 1 &= \int_0^l [\psi_n(x)]^2 dx = A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi}{l} x dx = \\ &= \frac{A^2}{2} \int_0^l \left(1 - \cos \frac{2\pi n}{l} x\right) dx = \frac{A^2 l}{2}. \end{aligned}$$

Buradan  $A = \sqrt{\frac{2}{l}}$  alınır. Beləliklə, ortonormallıq şərtini ödəyən (87.11) funksiyaları aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x, \quad (87.12)$$

$$\int_0^l \psi_n(x) \psi_{n'}(x) dx = \delta_{nn'}. \quad (87.13)$$

(87.6) və (87.10) düsturlarına əsasən hissəciyin enerjisi üçün

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \cdot n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (87.14)$$

ifadəsini alırıq. Buradan görünür ki, potensial çuxurun daxilində hissəciyin enerjisi yalnız

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}, \quad E_2 = 4E_1, \quad E_3 = 9E_1, \quad E_4 = 16E_1, \dots \quad (87.15)$$

diskret qiymətlərini ala bilər, yəni kvantlanır. Qeyd etmək vacibdir ki, enerjinin kvantlanması təbii şəkildə, yəni heç bir əlavə fərziyyə olmadan meydana çıxır. Baxdığımız halda enerjinin kvantlanması inteqrallama oblastının uclarında dalğa funksiyasının üzərinə qoyulmuş sərhəd şərtlərindən bilavasitə alınan nəticədir.

(87.14) düsturundan görünür ki, sonsuz dərin birölçülü potensial çuxurda hissəciyin ən kiçik enerjisi, yəni  $n=1$  olan halın enerjisi həmişə sıfırdan fərqlidir:  $E_1 \neq 0$ . Bu isə klassik fizika təsəvvürlərinə bir növ ziddir. Çünki potensial çuxurun daxilində  $u(x)=0$  olduğundan hissəciyə qüvvə təsir etmir və klassik fizikaya görə belə halda hissəcik sükunətdə də ola bilər. Sonsuz dərin potensial çuxurda hissəciyin minimal enerjisinin sıfırdan fərqli olması Heyzenberqin qeyri-müəyyənlik prinsipinə də (Ə69) tam uyğun gəlir. Doğrudan da potensial çuxurda hissəciyin koordinatının qeyri-müəyyənliyi  $\Delta x \sim l$  olduğundan onun impulsunun qeyri-müəyyənliyi  $\Delta p_x \sim \frac{\hbar}{l}$  olar. Lakin  $p \geq \Delta p$  olduğundan

hissəciyin enerjisi üçün  $E = \frac{p^2}{2m} \geq \frac{\hbar^2}{2ml^2}$  alınır ki, bu da  $E_1$  enerjisi ilə eyni tərtiblikdir.

Hissəciyin mümkün olan ən kiçik enerjili halına onun əsas və ya normal halı deyilir.



Digər bütün mümkün olan hallar isə həyəcanlanmış hallar adlanır.

(87.12) və (87.14) ifadələrindən görünür ki, sonsuz dərin birölçülü potensial çuxurda hərəkət edən hissəciyin enerji spektri cırlaşmamışdır, yəni enerjinin hər bir  $E_n$  qiymətinə bir dənə  $\psi_n$  dalğa funksiyası uyğun gəlir.

Hissəciyin enerjisinin aldığı (87.15) diskret qiymətləri simvolik olaraq üfqi düz xətlər şəklində göstərilir və enerji səviyyələri adlanır. (87.14) düsturundan istifadə etməklə iki qonşu səviyyənin enerjiləri fərqi tapaq:

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (2n+1) \quad (87.16)$$

Buradan görünür ki, hissəciyin  $m$  kütləsi və onun hərəkət oblastının  $l$  ölçüsü kiçik olduqca enerji səviyyələri arasındakı fərq böyüyür, yəni enerjinin diskretliyi (kvantlanması) özünü daha yaxşı büruzə verir və əksinə. Məsələn,  $l=5 \cdot 10^{-8}$  sm ölçülü fəza oblastında yerləşən elektron üçün ( $m \sim 10^{-27}$  q)  $\Delta E \sim 1$  eV olduğu halda, kütləsi  $m \sim 10^{-23}$  q olan və  $l \sim 10$  sm ölçülü oblastda hərəkət edən molekul üçün enerji səviyyələri arasındakı fərq  $\Delta E \sim 10^{-20}$  eV olur. Bu fərq isə, məsələn  $kT=0,025$  eV ilə müqayisədə o qədər kiçikdir ki, molekulun enerjisini praktik olaraq kəsilməz dəyişən kəmiyyət hesab etmək olar.

İndi isə  $\frac{\Delta E_n}{E_n}$  nisbətini tapaq. (87.14) və (87.16) düsturlarına əsasən

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} = \frac{2n+1}{n^2} \quad (87.17)$$

alınır ki, buradan da

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta E_n}{E_n} = 0 \quad (87.18)$$

olduğu görünür. Deməli,  $n$  kvant ədədinin çox böyük qiymətlərində enerji səviyyələri arasındakı fərq sıfıra yaxınlaşır ( $\Delta E_n \rightarrow 0$ ), yəni enerji səviyyələri elə bil ki, bir-birinə qovuşur və enerjinin diskretliyi onun kəsilməz dəyişməsi ilə əvəz olunur.

Nəhayət, sonsuz dərin birölçülü potensial çuxurun daxilində hissəciyin müşahidə olunması ehtimalının sıxlığını  $\left(\frac{dW}{dx}\right)$  həm klassik mexanikaya, həm də kvant mexanikasına görə tapaq. Aydındır ki, hissəciyin  $dx$  intervalında müşahidə olunması ehtimalı klassik mexanikaya görə hissəciyin həmin intervalda olması müddəti  $dt$  ilə düz mütənasibdir:

$$dW_{kl} \sim dt.$$

Digər tərəfdən, hissəciyə qüvvə təsir etmədikdə  $v = \frac{dx}{dt} = const$  olduğundan

$$dW_{kl} \sim \frac{1}{v} dx = c dx$$

yaza bilərik. Yəni  $dW_{kl}$  ehtimalı  $dx$  intervalı ilə düz mütənasibdir. Lakin  $0 \leq x \leq l$  intervalında hissəciyin müşahidə olunması ehtimalı 1-ə bərabər olduğundan

$$W_{kl} = \int_0^l dW_{kl} = c \int_0^l dx = cl = 1$$

və buradan  $c = \frac{1}{l}$  alırıq. Onda klassik mexanikaya görə ehtimal sıxlığı

$$\frac{dW_{kl}}{dx} = \frac{1}{l} = \text{const} \quad (87.19)$$

olur və deməli, potensial çuxurun daxilində  $x$ -dən asılı olmayan sabit kəmiyyətdir. Deməli, klassik mexanikaya görə sonsuz dərin birölçülü potensial çuxurun daxilində hərəkət edən hissəciyin bütün nöqtələrdə olması ehtimalı eynidir (87.2 şəklində düz xətt).

İndi isə kvant mexanikasına görə ehtimal sıxlığını tapan. Məlumdur ki,

$$dW_{kv} = |\psi_n(x)|^2 dx \quad (87.20)$$

kəmiyyəti hissəciyin  $dx$  intervalında yerləşməsi ehtimalını təyin edir (E72). Onda (87.12)-yə əsasən kvant mexanikasına görə ehtimal sıxlığı

$$\frac{dW_{kv}}{dx} = |\psi_n(x)|^2 = \frac{2}{l} \sin^2 \frac{n\pi}{l} x \quad (87.21)$$

kimi təyin olunur. Deməli, kvant mexanikasına görə sonsuz dərin birölçülü potensial çuxurun daxilində hərəkət edən hissəciyin müşahidə olunması ehtimalı sabit kəmiyyət olmayıb  $x$  koordinatından asılıdır. 87.2 şəklindəki qrafikdən görünür ki,  $\frac{dW_{kv}}{dx}$  ehtimal

sıxlığı maksimum və minimum qiymətlərə malikdir və özü də maksimumların sayı  $n$  kvant ədədinə bərabərdir.  $n$  kvant ədədinin böyük qiymətlərində maksimumların sayı artır ki, bu da  $x$ -dən asılı olaraq güclü osilyasiya əyrisinə uyğun gəlir. Bu isə o deməkdir ki,  $n \rightarrow \infty$  olduqda kvant mexanikasına görə hesablanmış ehtimal sıxlığı ( $\frac{dW_{kv}}{dx}$ ) klassik

mexanika təsəvvürlərinə əsasən tapılmış ehtimal sıxlığına ( $\frac{dW_{kl}}{dx}$ ) uyğun gəlir. Doğrudan

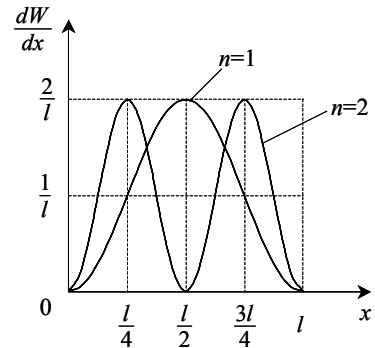
da  $\sin^2 \frac{n\pi}{l} x$  funksiyasını istənilən sonlu interval üzrə inteqrallama zamanı  $1/2$  ilə əvəz etmək olar.

Beləliklə, sonsuz dərin birölçülü potensial çuxurda hissəciyin hərəkəti kimi sadə kvantmexaniki məsələnin həlli aşağıdakı nəticələri çıxarmağa imkan verir:

1. Potensial çuxurda hərəkət edən hissəciyin enerjisi diskret qiymətlər alır (kvantlanır);

2. Hətta ən kiçik  $E=E_1$  enerjili halda (əsas halda) hissəcik kinetik enerjisi sıfıra bərabər olan tam sükunətdə olmur;

3. Hissəciyin kütləsi və onun hərəkətinin baş verdiyi fəza oblastının ölçüləri kiçik olduqca enerjinin diskretliyi (kvantlanması) özünü daha yaxşı büruzə verir;



Шякил

4. Kvant ədədinin böyük qiymətlərində kvantmexaniki ifadələr klassik fizika düsturlarına keçir ki, bu da ümumi uyğunluq prinsipinin (E58) xüsusi halıdır.

Növbəti paraqraflarda görəcəyik ki, bu nəticələr yalnız sonsuz dərin biröçlü potensial çuxurda hissəciyin hərəkətinə aid olmayıb, tamamilə ümumi xarakter daşıyır. Bundan başqa, halların kvantlanması üçün sistemin keçilməz olan divarlarla hüdudlanması heç də məcburi deyildir (məsələn, harmonik osilyator, rotator, hidrogenəbənzər atom və s.). Həm də elə təsəvvür yaranmamalıdır ki, diskret enerji səviyyələrinin mövcudluğu kvantmexaniki sistemlərin vacib əlamətidir. Bəzi hallarda /məsələn, sərbəst hissəcik (E85)/ kvantmexaniki sistemlər də kəsilməz enerji spektrinə malik olur.

İndi isə daha mürəkkəb olan hala, yəni hissəciyin sonsuz dərin üçöçlü potensial çuxurda hərəkəti üçün Şredinger tənliyinin həllinə baxaq. Belə potensial çuxur riyazi olaraq aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$u(x, y, z) = \begin{cases} 0; & 0 < x < l_1; & 0 < y < l_2; & 0 < z < l_3 \\ \infty; & x \leq 0, x \geq l_1; & y \leq 0, y \geq l_2; & z \leq 0, z \geq l_3. \end{cases} \quad (87.22)$$

Bu halda Şredinger tənliyi (87.3)-ə oxşar olaraq

$$\frac{1}{\psi(x, y, z)} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi(x, y, z) = \frac{2m}{\hbar^2} [u(x, y, z) - E] \quad (87.23)$$

kimi yazılır. (87.22)-yə görə potensial çuxurdan kənarında  $u(x, y, z) = \infty$  olduğundan, (87.23) tənliyinə əsasən  $\psi(x, y, z) = 0$  alınır. Dalğa funksiyası kəsilməz olduğu üçün sonsuz dərin üçöçlü potensial çuxurun divarları üzərindəki nöqtələrdə də dalğa funksiyası sıfıra bərabər olmalıdır, yəni

$$\begin{aligned} \psi(0, y, z) &= \psi(l_1, y, z) = 0, \\ \psi(x, 0, z) &= \psi(x, l_2, z) = 0, \\ \psi(x, y, 0) &= \psi(x, y, l_3) = 0 \end{aligned} \quad (87.24)$$

şərtləri ödənməlidir. (87.24) ifadələri üçöçlü sonsuz dərin potensial çuxurun daxilində ( $u=0$ ) hissəcik üçün

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi = 0 \quad (87.25)$$

Şredinger tənliyini həll edərkən istifadə olunacaq sərhad şərtləridir. Burada  $k$ –(87.6) kimi təyin olunur. (87.25) tənliyini dəyişənlərin ayrılması üsuluna əsasən həll edəcəyik. Bunun üçün həmin tənliyin həlli olan  $\psi(x, y, z)$  funksiyasını bir-birindən asılı olmayan üç dənə funksiyanın hasilində göstərək:

$$\psi(x, y, z) = \psi_1(x) \psi_2(y) \psi_3(z) \quad (87.26)$$

(87.26)-nı (87.25)-də yazaraq alınan tənliyi  $\psi_1 \psi_2 \psi_3$  hasilinə bölsək və  $k$  üçün (87.6) ifadəsini nəzərə alsaq

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_1} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_3} \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial z^2} = E \quad (87.27)$$

yaza bilərik. Sol tərəfdəki hədlər bir-birindən asılı olmadığına görə (87.27) bərabərliyinin ödənməsi üçün həmin hədlərin hər biri müəyyən sabitə bərabər olmalıdır:

$$\begin{aligned}
-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_1} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} &= E_1, \\
-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2} &= E_2, \\
-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_3} \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial z^2} &= E_3.
\end{aligned} \tag{87.28}$$

Aydındır ki, (87.27) və (87.28) ifadələrində

$$E = E_1 + E_2 + E_3 \tag{87.29}$$

şərti ödənməlidir.

Deməli, (87.25) tənliyi bir-birindən asılı olmayan üç dənə (87.28) tənliklərinə parçalanır və özü də bu tənliklərin hər biri sonsuz dərin birölçülü potensial çuxurda hərəkət edən hissəcik üçün (87.5) Şredinger tənliyinə oxşardır. Ona görə də həmin tənliklərin (87.24) sərhəd şərtlərinə tabe olan və ortonormalıq şərtini ödəyən həlləri (87.12) və (87.14) ifadələri ilə təyin olunur:

$$\begin{aligned}
\psi_{n_1}(x) &= \sqrt{\frac{2}{l_1}} \sin \frac{\pi n_1}{l_1} x, E_{n_1} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m l_1^2} n_1^2 \\
\psi_{n_2}(y) &= \sqrt{\frac{2}{l_2}} \sin \frac{\pi n_2}{l_2} y, E_{n_2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m l_2^2} n_2^2 \\
\psi_{n_3}(z) &= \sqrt{\frac{2}{l_3}} \sin \frac{\pi n_3}{l_3} z, E_{n_3} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m l_3^2} n_3^2.
\end{aligned} \tag{87.30}$$

Beləliklə, sonsuz dərin üçölçülü potensial çuxurun daxilində hərəkət edən hissəciyin tam dalğa funksiyası və enerjisi (87.26), (87.29) və (87.30) düsturlarına əsasən aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\begin{aligned}
\psi_{n_1 n_2 n_3}(x, y, z) &= \psi_{n_1}(x) \psi_{n_2}(y) \psi_{n_3}(z) = \\
&= \sqrt{\frac{8}{l_1 l_2 l_3}} \sin \frac{n_1 \pi x}{l_1} \sin \frac{n_2 \pi y}{l_2} \sin \frac{n_3 \pi z}{l_3},
\end{aligned} \tag{87.31}$$

$$E_{n_1 n_2 n_3} = E_{n_1} + E_{n_2} + E_{n_3} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left( \frac{n_1^2}{l_1^2} + \frac{n_2^2}{l_2^2} + \frac{n_3^2}{l_3^2} \right). \tag{87.32}$$

Burada  $n_1, n_2, n_3$  kvant ədədləri sıfırdan fərqli müsbət tam qiymətlər alır.

(87.31) və (87.32) ifadələrindən görünür ki, sonsuz dərin birölçülü potensial çuxurda hərəkət edən hissəciyin enerji səviyyələrindən fərqli olaraq (87.32) düsturu ilə təyin olunan enerji səviyyələri cırlaşmışdır. Belə ki, ümumiliyi pozmadan (87.31) və (87.32)-də sadəlik naminə  $l_1 = l_2 = l_3$  götürsək, hissəciyin enerjisi

$$E_{n_1 n_2 n_3} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2) \quad (87.33)$$

düsturu ilə təyin olunur. Buradan isə görünür ki, enerjinin eyni bir qiyməti  $n_1$ ,  $n_2$  və  $n_3$  kvant ədədlərinin müxtəlif kombinasiyalarına uyğun gəlir. Deməli, enerjinin eyni bir  $E_{n_1 n_2 n_3}$  qiymətinə bir-birindən  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  kvant ədədlərinin müxtəlif kombinasiyaları ilə fərqlənən bir neçə (87.31) dalğa funksiyası uyğun gəlir.

Misal olaraq

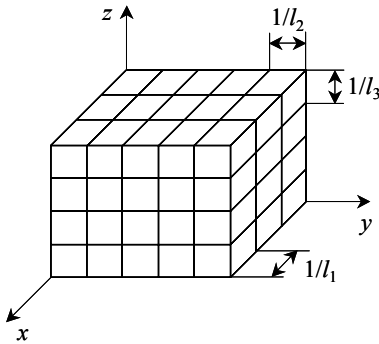
$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \cdot 6 \quad (87.34)$$

enerji səviyyəsinə baxaq. (87.33) və (87.34) ifadələrinin müqayisəsindən görünür ki,  $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 6$  olmalıdır.  $n_1$ ,  $n_2$  və  $n_3$  kvant ədədlərinin hər biri sıfırdan böyük qiymətlər aldığı üçün bu bərabərliyi həmin kvant ədədlərinin aşağıdakı kimi üç müxtəlif kombinasiyası ödəyə bilər:

- 1)  $n_1=2, n_2=1, n_3=1$ ;
- 2)  $n_1=1, n_2=2, n_3=1$ ;
- 3)  $n_1=1, n_2=1, n_3=2$ .

Beləliklə, (87.34) enerji səviyyəsinə (87.31) ilə təyin olunan üç dənə müxtəlif  $\psi_{211}$ ,  $\psi_{121}$  və  $\psi_{112}$  məxsusi funksiya uyğun gəlir, yəni bu səviyyənin cırlaşma tərtibi 3-ə bərabərdir.

Sonsuz dərin üçölçülü potensial çuxurda hərəkət edən hissəciyin enerjisinin mümkün olan qiymətlərini və bu qiymətlərə uyğun olan hallarını əyani şəkildə göstərmək üçün



Шякил

əşağıdakı kimi həndəsi qurmadan istifadə etmək əlverişlidir. Hər bir elementar özəyi tilləri  $1/l_1$ ,  $1/l_2$ ,  $1/l_3$  olan düzbucaqlı paralelepiped formasında olan fəza qəfəsinə baxaq (şəkil 87.3). Belə elementar özəyin həcmi  $\frac{1}{l_1 l_2 l_3}$  olar. Hissəciyin hər

bir halı  $n_1, n_2, n_3$  tam ədədlər yığımı ilə xarakterizə olunduğundan bu fəza qəfəsinin  $n_1/l_1, n_2/l_2, n_3/l_3$  koordinatlarına malik olan düyünü bu hala uyğun gələcəkdir. Həmin hala uyğun gələn enerjini isə, koordinat başlanğıcı ilə bu halı təsvir edən düyün nöqtəsini birləşdirən  $\vec{A}$  vektoru vasitəsilə ifadə etmək olar. Belə ki, bu  $\vec{A}$  vektorunun kvadratı

$A^2 = n_1^2/l_1^2 + n_2^2/l_2^2 + n_3^2/l_3^2$  kimi təyin olunduğundan (87.32) düsturuna əsasən

$E_{n_1 n_2 n_3} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \cdot A^2$  yazıla bilər. Əgər  $l_1=l_2=l_3$  olsa, baxılan fəza qəfəsi kub şəkilli olacaqdır

və bu qəfəsin müxtəlif düyün nöqtələrinə həmişə müxtəlif hallar ( $\psi_{n_1 n_2 n_3}$  dalğa funksiyaları) uyğun gələcəkdir ki, bu halların da bəziləri eyni bir  $E_{n_1 n_2 n_3}$  enerjisinə malik ola bilər. Məsələn, (84.37) kimi təyin olunan enerjiyə üç dənə müxtəlif hal (düyün nöqtəsi) uyğun gəlir. Əlavə olaraq daha iki misala baxaq. Fərz edək ki,  $n_1=1, n_2=1, n_3=1$ .

Bu halda  $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 3$  olur. Kvadratlarının cəmi 3-ə bərabər olan başqa üç dənə tam ədəd olmadığından,  $\psi_{111}$  halına enerjinin yalnız bir dənə  $E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \cdot 3$  qiyməti uyğun gəlir. İndi əgər  $n_1=1, n_2=2, n_3=3$  qiymətlərini götürsək,  $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 14$  alınır ki, buna uyğun enerji (87.33)-ə görə  $E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \cdot 14$  olur. Lakin enerjinin bu qiymətinə 6 dənə müxtəlif hal uyğun gəlir:  $\psi_{123}, \psi_{132}, \psi_{321}, \psi_{231}, \psi_{213}$ . Deməli,  $E_{123}$  enerji səviyyəsinin cırlaşma tərtibi altıya bərabərdir.

### Ə88. Bir tərəfi sonlu hündürlüyə malik olan birölçülü potensial çuxurda hissəciyin hərəkəti

Bəzi hallarda Ə87-də baxdığımız sonsuz dərin potensial çuxurdan başqa 88.1 şəklində təsvir olunmuş bir tərəfi sonsuz, digər tərəfi isə sonlu hündürlüyə malik olan potensial çuxurda hissəciyin hərəkətini tədqiq etmək lazım gəlir. Burada fərz olunur ki, birölçülü potensial çuxurun  $x=0$  tərəfi sonsuz,  $x=l$  tərəfi isə sonlu hündürlüyə malikdir. Hissəciyin potensial enerjisi aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$u(x) = \begin{cases} \infty, & x \leq 0 \\ 0 & 0 < x < l \\ u_0, & l \leq x \leq \infty \end{cases} \quad (88.1)$$

$x < 0$  oblastında  $u(x) = \infty$  olduğundan, hissəcik bu oblasta daxil ola bilmir və bu oblastda onun olması ehtimalı sıfıra bərabərdir, yəni həmin oblastda dalğa funksiyası  $\psi(x) = 0$  olur. Dalğa funksiyasının kəsilməz olması tələb edir ki,  $x=0$  nöqtələrində  $\psi(0) = 0$  sərhəd şərti ödənməlidir. Deməli, yalnız I və II oblastlarında hissəciyin dalğa funksiyasını tapmaq tələb olunur.

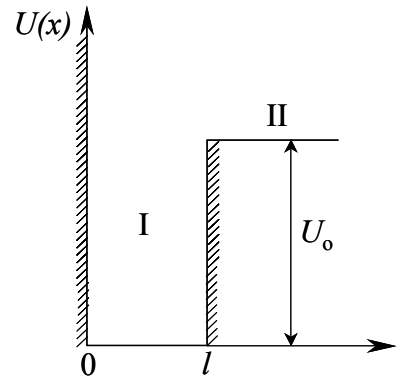
Ə87-dəki mülahizələrə əsasən I və II oblastlarında hissəcik üçün Şredinger tənliyini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\frac{d^2 \psi_1}{dx^2} + k_1^2 \psi_1 = 0, k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}, (0 \leq x < l) \quad (88.2)$$

$$\frac{d^2 \psi_2}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - u_0) \psi_2 = 0, (l \leq x < \infty). \quad (88.3)$$

(88.3) tənliyini həll etmək üçün  $E = u_0$  trivial halından başqa (bu halda  $\psi_2(x) = const$  olur)  $E > u_0$  və  $E < u_0$  kimi iki hala baxaq.

1.  $E > u_0$  olan halda II oblastda (88.3) Şredinger tənliyi



Шякил

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} + k_2^2\psi_2 = 0, k_2^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(E - u_0) > 0 \quad (88.4)$$

kimi olur. Ona görə də (87.5) tənliyi üçün (87.7) həllinə uyğun olaraq I və II oblastda (88.2) və (88.4) tənliklərinin ümumi həllərini aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$\text{I} \quad \psi_1(x) = A_1 \sin k_1 x + B_1 \cos k_1 x, \quad (88.5)$$

$$\text{II} \quad \psi_2(x) = A_2 \sin k_2(x-l) + B_2 \cos k_2(x-l)$$

$\psi_1(0)=0$  sərhəd şərtinə əsasən  $B_1=0$  alınır. Dalğa funksiyasının özü və birinci tərtib törəməsi kəsilməz olduğundan

$$\psi_1(l) = \psi_2(l), \quad (88.6)$$

$$\psi_1'(l) = \psi_2'(l)$$

şərtləri də ödənməlidir. Qeyd edək ki, (88.6) ifadələri bəzən tikib calamaq şərtləri də adlandırılır.  $B_1=0$  olduğunu və (88.6) sərhəd şərtlərini (88.5) tənliklərində nəzərə alsaq  $A_2$  və  $B_2$  əmsallarını  $A_1$  ilə ifadə etməyə imkan verən aşağıdakı düsturları tapmış olarıq:

$$A_2 = \frac{k_1}{k_2} A_1 \cos k_1 l \quad (88.7)$$

$$B_2 = A_1 \sin k_1 l$$

(88.7) ifadələrini (88.5)-də yazmaqla  $E > u_0$  olan hal üçün (88.2) və (88.3) tənliklərinin  $\psi_1(0)=0$  və (88.6) sərhəd şərtlərini ödəyən ümumi həllərini alırıq:

$$\text{I} \quad \psi_1 = A_1 \sin k_1 x, \quad (88.8)$$

$$\text{II} \quad \psi_2 = \frac{k_1}{k_2} A_1 \cos k_1 l \cdot \sin k_2(x-l) + A_1 \sin k_1 l \cdot \cos k_2(x-l).$$

(88.7) şərtləri həmişə ödənə bildiyindən, (88.8) tənliklərindən görünür ki,  $E > u_0$  olduqda hissəciyin hərəkəti fəzanın müəyyən sonlu oblastında lokallaşmamışdır, yəni infinit hərəkətdir və hissəciyin enerji spektri kəsilməzdir. Doğrudan da, (88.8) funksiyaları hər yerdə sıfırdan fərqlidir.

2. İndi isə  $E < u_0$  olan hala baxaq. Bu halda II oblastda (88.3) Şredinger tənliyi

$$\text{II} \quad \frac{d^2\psi_2}{dx^2} - k^2\psi_2 = 0, k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(u_0 - E) > 0 \quad (88.9)$$

kimi yazıla bilər və I oblastında (88.2) tənliyi dəyişməz qalır. Aydındır ki,  $E < u_0$  halında (88.2) və (88.9) Şredinger tənliklərinin ümumi həlləri aşağıdakı kimi olar:

$$\text{I} \quad \psi_1 = A_1 \sin k_1 x,$$

$$\text{II} \quad \psi_2 = C_2 e^{-kx} + D_2 e^{kx} \quad (88.10)$$

Məlumdur ki, dalğa funksiyası hər yerdə sonlu olmalıdır. Lakin (88.10) ifadəsində  $x \rightarrow \infty$  olduqda  $e^{kx}$  qeyri məhdud olaraq artır, yəni sonlu olmur. Ona görə də dalğa funksiyasının sonlu olması xassəsi tələb edir ki, (88.10) ifadəsində  $D_2=0$  götürülməlidir.

Beləliklə, (88.10) həllərinin əvəzinə

$$\psi_1 = A_1 \sin k_1 x \quad (88.11)$$

$$\psi_2 = C_2 e^{-kx}$$

ifadələrini alırıq. (88.6) sərhəd şərtlərinə əsasən (88.11)-dən

$$A_1 \sin k_1 l = C_2 e^{-kl} \quad (88.12)$$

$$A_1 k_1 \cos k_1 l = -k C_2 e^{-kl}$$

ifadələrini yaza bilərik. (88.12) ifadələrini tərəf-tərəfə bölərək enerjinin kvantlanması şərtini alırıq:

$$k_1 \operatorname{ctg} k_1 l = -k. \quad (88.13)$$

Doğrudan da, bu ifadədən

$$k_1 l = n\pi + \operatorname{arccctg} \left( -\frac{k}{k_1} \right) \quad (88.14)$$

alınır ki, burada  $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$  ixtiyari tam ədəddir. (88.13) və (88.14) tənliklərini həll etmək üçün qrafik üsuldən istifadə etmək əlverişlidir. Bu məqsədlə aşağıdakı kimi çevirmə aparaq:

$$\sin k_1 l = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 k_1 l}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( -\frac{k}{k_1} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{u_0 - E}{E}}} = \sqrt{\frac{E}{u_0}}.$$

Lakin (88.2)-yə əsasən  $\sqrt{E} = \pm \frac{\hbar}{2m} k_1$  olduğunu nəzərə alsaq (88.13) tənliyi aşağıdakı şəkllə düşər:

$$\sin y = \pm \frac{\hbar}{l\sqrt{2mu_0}} \cdot y, \quad y = k_1 l \quad (88.15)$$

(88.15) tənliyini həll etmək üçün 88.2 şəkllində göstərilmiş qurmadan istifadə olunur. Belə

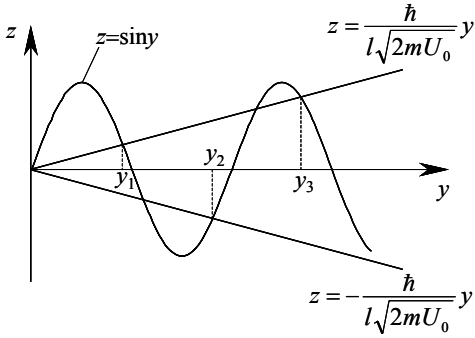
ki, (88.15) ifadəsinin sağ və sol tərəfini  $z = \sin y$  və  $z = \pm \frac{\hbar}{l\sqrt{2mu_0}} \cdot y$  funksiyaları kimi

götürərək  $z(y)$  funksiyasının  $y = k_1 l$  adsız kəmiyyətindən asılılıq qrafiki qurulur. Bu qrafiklər uyğun olaraq, sinusoid və düz xətt olur. (88.13) və ya (88.15) tənliyinin həlləri düz xətlə sinusoidin kəsişmə nöqtəsinə uyğun gələn  $y$  qiymətləri olacaqdır. Lakin bu kəsişmə nöqtələrinin heç də hamısı deyil, yalnız (88.13)-dəki işarəyə uyğun gələn nöqtələr, yəni cüt rüblərdə (II, IV) kəsişmə nöqtələri götürülməlidir (kotangens funksiyası II, IV rüblərdə mənfi işarəlidir). Bu nöqtələrin sayı sonlu ədəddir. (88.2) və (88.15) ifadələrinə əsasən bu  $y_n$  qiymətlərinə hissəciyin uyğun gələn enerjiləri

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2ml^2} \cdot y_n^2 \quad (88.16)$$



olar. 88.2 şəklindəki qrafiklərdən görünür ki, (88.15) tənliyi heç də həmişə həllə malik olmur. Rabitəli (əlaqəli) halın (enerji səviyyəsinin) meydana çıxması üçün potensial çuxur kifayət qədər dərin olmalıdır. Məsələn, potensial çuxurun birinci enerji səviyyəsinin meydana çıxmasına uyğun olan  $u_{0min}$  minimum dərinliyini tapaq. 88.2 şəklindən görünür ki,  $z$  düz xətti sinusoidin



Шякил

$k_1 l = \frac{\pi}{2}$  təpəsindən keçməsi ilk enerji səviyyəsinin yaranması üçün şərtidir. Bu halda həmin düz xəttin  $y$  oxuna meyl

$$\text{bucağının tangensi } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin k_1 l}{y} = \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\pi/2} = \frac{2}{\pi}$$

olar. Deməli, 1-ci enerji səviyyəsinin yaranmasına uyğun olan minimum potensial enerji (88.15)-ə əsasən

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin y}{y} = \frac{\hbar}{l\sqrt{2mu_{0min}}} = \frac{2}{\pi}$$

və ya

$$u_{0min} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8ml^2} \quad (88.17)$$

olar.  $u_{0min}$  minimum dərinliyinə malik olan potensial çuxurda birinci enerji səviyyəsi

$$k_1 l = \frac{\pi}{2} \quad \text{və ya}$$

$$\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \cdot l = \frac{\pi}{2}$$

şərtinə əsasən tapılır. Buradan

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8ml^2} \quad (88.18)$$

alınır. (88.17) və (88.18) ifadələrinin müqayisəsindən görünür ki,  $E = u_{0min}$  və deməli, birinci enerji səviyyəsi  $E_1 = E - u_{0min} = 0$  olur. Deməli, birinci səviyyədə enerji sıfıra bərabərdir və çuxurda digər səviyyələr də yoxdur. Potensial çuxurun dərinliyi artdıqca səviyyənin enerjisi mənfi işarəli olur. Qrafikdə bu, düz xəttin meyl bucağının kiçilməsinə uyğun gəlir. Bu meyl bucağının müəyyən qiymətində (88.15)-in birinci səviyyəyə uyğun gələn kökü ilə yanaşı ikinci kök də meydana çıxır. Bu isə potensial çuxurda ikinci enerji səviyyəsinin yaranmasına uyğun gəlir. Potensial çuxurun dərinliyi artdıqca qrafikdə düz xəttin sinusoidi kəsdiyi nöqtələrin sayı artır və bu da potensial çuxurda enerji səviyyələrinin sayının çoxalması deməkdir.

Nəhayət, onu da qeyd edək ki,  $u_0 < u_{0min}$  olduqda potensial çuxurda hissəciyin rabitəli halının (enerji səviyyəsinin) olmaması klassik fizikada oxşarı olmayan özünəməxsus kvant mexaniki effektdir. Doğrudan da klassik fizika təsəvvürlərinə görə, potensial çuxurun dərinliyi nə qədər kiçik olsa da, kinetik enerjisi potensial çuxurun dərinliyindən

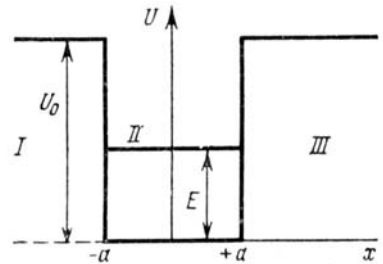
kiçik olan hissəcik belə potensial çuxura düşdükdə uzun müddət orada qala bilər. Kvant mexanikasında isə bu müddəə ümumi şəkildə doğru deyildir.

Deməli, 88.1 şəkildə təsvir olunmuş formaya malik potensial çuxurda  $E < u_0$  olan halda hissəciyin enerjisi sonlu sayda diskret qiymətlər alır. Əgər potensial çuxurun dərinliyi  $u_0$  çox kiçik olsa, ( $E > u_0$  halı), onda ola bilər ki, hissəciyin enerjisinin heç bir dənə də məxsusi qiyməti alınmasın, yəni sonlu oblastda hissəciyin hərəkəti stasionar (finit) hərəkət olmasın. Deməli, kifayət qədər dar olmasına baxmayaraq, dayaz potensial çuxurda hissəciyin halı əlaqəli (bağlı) hal olmaya bilər. Bu, o deməkdir ki, hissəcik çuxur tərəfindən "zəbt olunmur" və yalnız infinit hərəkət edə bilər. Bu isə klassik mexanika təsəvvürlərinə zidd olan kvant mexaniki nəticədir. Belə ki, istənilən qədər zəif cazibəni təsvir edən ixtiyari potensial çuxurda klassik fizikaya görə finit hərəkət mövcud ola bilər.

Bundan başqa klassik mexanikada  $E < u_0$  olduqda hissəcik  $x > l$  olan oblasta nüfuz edə bilməz. Kvant mexanikasında isə məsələ başqa cürdür. Belə ki, (88.11)-ə görə  $x > l$  oblastında hissəciyin  $\psi_2(x)$  dalğa funksiyası  $x=l$  nöqtəsindən  $x$ -in artması istiqamətində uzaqlaşdıqca eksponensial qanun üzrə kəskin şəkildə azalır, lakin  $x$ -in ixtiyari sonlu qiymətində sıfıra bərabər olmur. Bu isə o deməkdir ki,  $E < u_0$  enerjisində malik olan hissəciyin  $x > l$  oblastında olması ehtimalı sıfırdan fərqlidir, yəni hissəcik klassik mexanika təsəvvürlərinə zidd olaraq,  $u_0$  potensial enerjinin öz  $E$  tam enerjisindən böyük olduğu oblasta nüfuz edə bilər. Mikrohissəciklərin potensial çəpərdən keçməsi kimi mühüm kvant mexaniki hadisə məhz bu effektlə izah olunur.

### Ə89. Sonlu dərinliyə malik olan potensial çuxurda hissəciyin hərəkəti

87 və 88-ci paragraflarda sonsuz dərin və bir tərəfi sonsuz hündür olan potensial çuxurlarda hərəkət edən hissəcik üçün Şredinger tənliyinin həllinə baxılmışdır. Lakin hissəciyin sonlu dərinliyə malik olan potensial çuxurda hərəkəti üçün Şredinger tənliyinin həlli də bəzi hallarda praktik cəhətdən müəyyən əhəmiyyət kəsb edir. 89.1 şəkildə verilmiş formada sonlu dərinliyə malik olan birölçülü potensial çuxurun daxilində  $E$  tam enerjili əlaqəli hissəcik üçün Şredinger tənliyini həll edək. Əlaqəli hissəciyin  $u_0$  potensial və  $T$  kinetik enerjisi arasında  $u_0 > T$  münasibəti ödəndiyindən və potensial enerjinin hesablanması üçün sıfırıncı səviyyənin seçilməsi ixtiyari olduğundan fərz edək ki, potensial enerjinin hesablamada başlanğıcı olaraq potensial çuxurun dibi götürülmüşdür. 89.1 şəkildə təsvir olunan potensial çuxurda hissəciyin potensial enerjisi aşağıdakı kimi təyin olunur.



Шякил 89.1.

$$u(x) = \begin{cases} u_0, & x < -l \\ 0, & -l < x < l \\ u_0, & x > l \end{cases} \quad (89.1)$$

Bu hal üçün

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + u(x)\psi = E\psi \quad (89.2)$$

birölcülü Şredinger tənliyini həll edərək alınan həllər içərisindən yalnız  $Q$  funksiyalar sinfinə mənsub, yəni bütün fəzada kəsilməz və sonlu olan funksiyaları götürmək lazımdır.

II oblastda  $u=0$  olduğundan (89.2) tənliyi (87.5) şəklində düşür:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0, k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}. \quad (89.3)$$

Bu tənliyin xüsusi həlləri  $\psi_2 = \cos kx$ ,  $\sin kx$  kimi olub, klassik mexanika qanunlarına tabe olan hissəcik üçün harmonik rəqslərə uyğundur. Ona görə bu həlləri bəzən osilyator həlləri də adlandırılır.

I və III oblastlarında  $u=u_0 > E$  şərti ödəndiyindən (89.2) tənliyini

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} - \chi^2\psi = 0, \chi = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(u_0 - E)} \quad (89.4)$$

kimi yazmaq olar. Aydındır ki, bu tənliyin həlli

$$\psi = e^{\pm\chi x} \quad (89.5)$$

şəklində axtarıla bilər. Lakin bu funksiyanın sonlu olması üçün  $|x| \rightarrow \infty$  olduqda, o, qeyri-məhdud olaraq artmamalı, yəni azalmalıdır. Ona görə də  $x < -l$  olan I oblastda (89.5) funksiyasının ifadəsində "müsbət",  $x > l$  olan III oblastda isə "mənfi" işarəsi götürülməlidir. Burada belə bir məsələyə diqqət yetirmək vacibdir ki, potensial çuxurdan kənarında hissəciyin potensial enerjisi onun tam enerjisindən böyük olduğu üçün ( $u_0 > E$ ) klassik fizika qanunlarına tabe olan hissəcik potensial çuxurun divarlarını aşaraq kənara çıxıb bilməz. Ona görə də  $x$  koordinatı  $x = -l$  və  $x = l$  olan nöqtələr potensial çuxurun daxilində yerləşən hissəciyin rəqsi hərəkəti üçün dönmə nöqtələri olur. Kvant mexanikasına görə isə əksinə, hissəciyin potensial çuxurdan kənarında müşahidə olunması ehtimalı vardır. Doğrudan da, (89.5) ifadəsindən görünür ki,  $|\psi|^2 dx$  kimi təyin olunan bu ehtimal, potensial çuxurun divarlarının  $u_0$  hündürlüyü sonlu olduqda,  $x < -l$  və  $x > l$  oblastlarında eksponensial qanunla azalırsa da  $x$ -in sonlu qiymətlərində sıfıra bərabər olmur.

Beləliklə, biz 89.1 şəklində göstərilmiş üç oblastın hər birində (89.2) Şredinger tənliyinin həllini tapdıq. İndi bu həlləri həmin oblastların sərhədlərində bir-birinə elə "tikib-calamaq" lazımdır ki,  $\psi$ -funksiya bütün fəzada kəsilməz və hamar əyri kimi göstərilə bilsin. Bu əyrinin kəsilməz olması üçün osilyasiya edən  $\cos kx$  və  $\sin kx$  həlləri  $x = -l$  və  $x = l$  nöqtələrində (89.5) eksponensial həlləri ilə üst-üstə düşməli (dalğa funksiyasının kəsilməzliyi şərti), həmin əyrinin hamar olması üçün isə funksiyaların birinci tərtib törəmələri həmin dönmə nöqtələrində bir-birinə bərabər olmalıdır (dalğa funksiyasının birinci tərtib törəməsinin kəsilməzliyi şərti):

$$\begin{aligned} \psi_1(-l) &= \psi_2(-l), \quad \frac{d\psi_1}{dx} = \frac{d\psi_2}{dx} \\ \psi_2(l) &= \psi_3(l), \quad \frac{d\psi_2}{dx} = \frac{d\psi_3}{dx} \end{aligned} \quad (89.6)$$

Dərhal başa düşülür ki, bu şərtlər yalnız bəzi xüsusi hallarda eyni zamanda ödənə bilər.

Əvvəlcə kəsilməzlik şərtinin ödəndiyi halı müəyyən edək. Baxdığımız halda sahə simmetrik olduğundan sərhədlərin yalnız birinə baxmaqla kifayətlənmək olar. Ona görə də II və III oblastların sərhədində dalğa funksiyasının kəsilməzlik şərtinə baxaq. Bu məqsədlə qabaqcadan qeyd edək ki, kosinus – cüt, sinus isə tək funksiya olduğundan, yəni

$$\cos(-\alpha)=\cos\alpha, \sin(-\alpha)=-\sin\alpha \quad (89.7)$$

şərti ödəndiyindən II oblastda Şredinger tənliyinin həlləri olan  $\psi_2$  funksiyaları cüt və tək funksiyalar olmaqla iki növə bölünürlər. Əvvəlcə həllin cüt funksiya olduğu hala baxaq:

$$\psi_2(x)=A\cos kx. \quad (89.8)$$

Burada  $A$ –normallaşdırıcı vuruqdur.  $x \rightarrow \infty$  olduqda dalğa funksiyasının sonlu olması tələbinə uyğun olaraq, III oblastda (87.5) dalğa funksiyası, yuxarıda qeyd edildiyi kimi,

$$\psi_3(x)=Be^{-\chi x} \quad (89.9)$$

şəklində götürülməlidir. Burada  $B$ –normallaşdırıcı vuruqdur. (89.6) kəsilməzlik şərti tələb edir ki,  $x=l$  olduqda

$$A\cos kl=Be^{-\chi l} \quad (89.10)$$

bərabərliyi ödənməlidir. Qeyd edək ki, hətta bu şərt ödəndikdə belə funksiyanın törəməsi  $x=l$  nöqtəsində ümumiyyətlə "kəsilən" ola bilər (yəni, sıçrayışla dəyişə bilər). Bir oblastdan digərinə keçdikdə funksiyanın hamar dəyişməsi üçün

$$\left(\frac{d\psi_2}{dx}\right)_{x=a} = \left(\frac{d\psi_3}{dx}\right)_{x=a} \quad (89.11)$$

şərti ödənməlidir, yəni birinci tərtib törəmələr sərhəddə bir-birinə bərabər olmalıdır. (88.8) və (89.9)-u (89.11)-də nəzərə alsaq və (89.10) bərabərliyindən istifadə etsək

$$k \operatorname{ctg} kl = \chi \quad (89.12)$$

olduğunu tapırıq. Eyni qayda ilə göstərmək olar ki,  $\psi_2$  üçün (89.8) əvəzinə tək funksiya  $\psi_2(x)=A\sin kx$  ifadəsini götürdükdə dalğa funksiyasının sonlu və kəsilməz olması xassəsinə əsasən

$$k \cdot \operatorname{ctg} kl = -\chi \quad (89.13)$$

şərti alınır.

$k$  və  $\chi$  üçün (89.3) və (89.4) ifadələrindən istifadə edərək (89.12) düsturunu aşkar şəkildə yazmaq:

$$\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \cdot l^2 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} (u_0 - E). \quad (89.14)$$

Göründüyü kimi, (89.14) ifadəsində dəyişə bilən yeganə kəmiyyət  $E$  enerjisidir və özü də (89.14) şərti  $E$ -nin yalnız müəyyən qiymətlərində ödəyə bilər. Analoji olaraq (89.13) şərti də enerjinin müəyyən seçilmiş qiymətləri üçün ödəyir. Beləliklə, (89.12) və (89.13) şərtləri sonlu dərinliyə malik olan potensial çuxurda yerləşən hissəciyin diskret enerji səviyyələrinə malik olmasını göstərir. Bir daha qeyd edək ki, bu mühüm nəticə (89.2) Şredinger tənliyinin həllərinin sonlu və kəsilməz olması (standart şərtlərə tabe olması) tələbinə uyğun olaraq alınır.

(89.14)-dən görünür ki, (89.12) və (89.13) ifadələri  $E$ -yə nəzərən transcendent

tənliklərdir. Bu tənlikləri qrafik vasitəsilə həll etmək əlverişlidir. Bu məqsədlə aşağıdakı kimi sadə üsuldən istifadə edilir. Belə ki,

$$\xi = kl, \quad \eta = \chi l \quad (89.15)$$

işarələrini qəbul edək. Onda (89.12) tənliyinin hər iki tərəfini  $l$ -ə vuraraq

$$\xi \operatorname{tg} \xi = \eta \quad (89.16)$$

yaza bilərik. (89.15), (89.3) və (89.4) ifadələrinə əsasən tapırıq ki,

$$\xi^2 + \eta^2 = l^2(k^2 + \chi^2) = l^2 \left[ \frac{2m}{\hbar^2} E + \frac{2m}{\hbar^2} (u_0 - E) \right] = \frac{2mu_0 l^2}{\hbar^2} \quad (89.17)$$

(89.17) isə radiusu  $\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} u_0 l^2}$  olan çevrənin tənliyidir. Qeyd edək ki, hissəciyin enerji

səviyyələri  $\eta = \xi \operatorname{tg} \xi$  əyrisi ilə bu çevrənin kəsişmə nöqtələrinə əsasən tapılır. 89.2 şəklində  $u_0 l^2$  kəmiyyətinin üç müxtəlif qiyməti üçün qurmalar göstərilmişdir:

$u_0 l^2 = \frac{\hbar^2}{2m}, 4 \frac{\hbar^2}{2m}, 12 \frac{\hbar^2}{2m}$ . İlk iki qiymətə I rübdə ( $\xi$  və  $\eta$  yalnız müsbət işarəli qiymətlər ala bilər!) bir dənə, üçüncü qiymətə isə iki dənə kəsişmə nöqtəsi uyğun gəlir.

(89.15) işarələmələrindən istifadə edərək II oblastda tək həllər üçün (89.13) tənliyini

$$-\xi \operatorname{ctg} \xi = \eta \quad (89.18)$$

kimi yazmaq olar. Enerjinin bu şərtə uyğun qiymətlərini almaq üçün (89.18) tənliyini çevrənin (89.17) tənliyi ilə birgə qrafik yolla həll etmək lazımdır. Bu məqsədlə 89.3

şəklindəki kimi aparılmış qurma göstərir ki,  $u_0 l^2 = \frac{\hbar^2}{2m}$  üçün kəsişmə nöqtəsi yoxdur,

digər iki çevrənin hər biri üçün isə bir dənə kəsişmə nöqtəsi vardır. Beləliklə, yekun nəticə olaraq tapırıq ki,  $u_0 l^2$  kəmiyyətinin yuxarıda göstərilən üç ardıcıl qiyməti üçün, uyğun olaraq, bir, iki və üç enerji səviyyəsi mövcuddur.

Ə87-də sonsuz dərin, yəni ideal bərk divarlara ( $u_0 = \infty$ ) malik olan potensial çuxurda hissəciyin hərəkəti məsələsinə baxılmış və müəyyən edilmişdir ki, belə hissəcik

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \cdot n^2 \quad (87.14)$$

düsturu ilə ifadə olunan sonsuz sayda enerji səviyyələrinə malikdir. Ona görə də bu paraqrafda alınan nəticələrin doğru olduğunu sübut etmək məqsədilə göstərək ki,  $u_0 = \infty$  limit halında (89.12) və (89.13) düsturları (87.14) şəklində düşür.

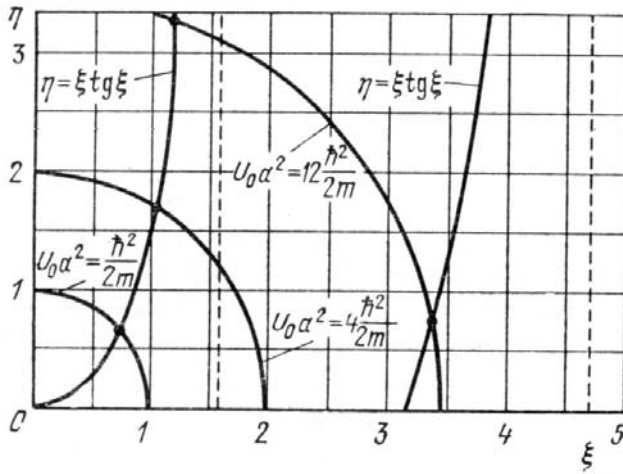
(89.12), (89.3) və (89.4) düsturlarına əsasən

$$\operatorname{tg} kl = \frac{\chi}{k} = \sqrt{\frac{u_0 - E}{E}} \quad (89.19)$$

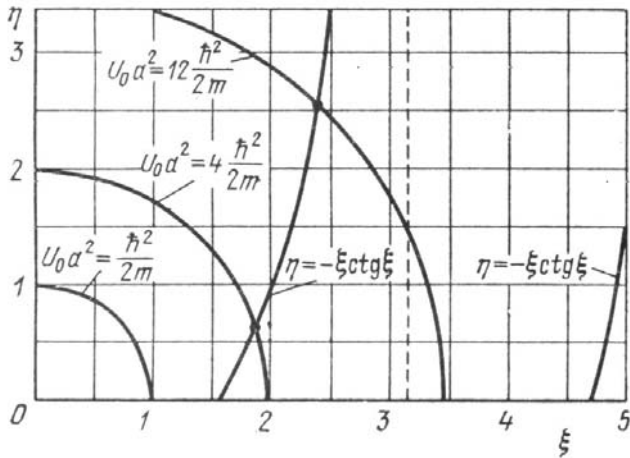
alınır.  $u_0 = \infty$  olduqda (89.19)-un sağ tərəfi  $\infty$  olur. Bu isə o deməkdir ki, limitdə

$$kl = n \cdot \frac{\pi}{2} \quad (89.20)$$

olmalıdır və özü də burada  $n$ -tək ədəddir.  $k$  üçün (89.3) ifadəsini (89.20)-də nəzərə alsaq



Шякил 89.2.



Шякил 89.3.

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m l^2} \cdot n^2 \quad (89.21)$$

olar ( $n$ -tək tam ədəddir).

$\psi_2$  tək funksiya olan hal üçün (89.13)-dən

$$ctgkl = -\frac{\chi}{k} = -\sqrt{\frac{u_0 - E}{E}}$$

alınır ki, burada da  $u_0 = \infty$  olduqda  $ctgkl \rightarrow -\infty$  olur. Bu limit halinin ödənməsi üçün

$$kl = n_1 \cdot \pi = n \cdot \frac{\pi}{2} \quad (89.22)$$

olmalıdır və özü də burada  $n$ —cüt ədəddir. (89.3) və (89.22) ifadələrinə əsasən

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \cdot n^2 \quad (89.23)$$

yazmaq olar ( $n$ —cüt tam ədəddir).

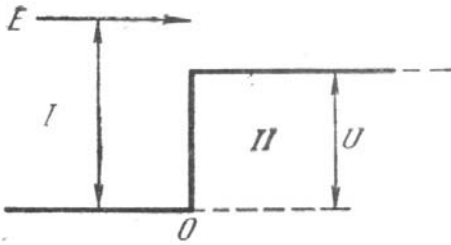
Beləliklə, (89.21) və (89.23) ifadələrini birləşdirsək

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \cdot n^2, \quad n=1,2,3,\dots$$

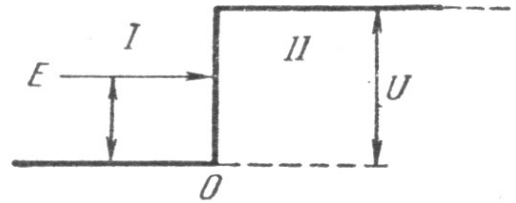
alırıq ki, bunu da isbat etmək tələb olunurdu.

### Ə90. Sonsuz enə malik olan potensial çəpərdən hissəciyin qayıtması və keçməsi

Şredinger tənliyinin tətbiqinə aid digər bir misal olaraq, hissəciyin sonsuz enə malik olan potensial çəpərdən qayıtması və keçməsi üçün bu tənliyin həllinə baxaq. Fərz edək ki, fəzanın I və II oblastlarında hissəciyin potensial enerjisi bir-birindən sonlu kəmiyyət



Шякил 90.1.



Шякил 90.2.

qədər fərqlənən sabit qiymətlər alır. Real şəraitdə rast gəlinən hallara uyğun olaraq fərz edək ki, fəzanın I və II oblastlarının sərhəddində hissəciyin potensial enerjisi sıçrayışla dəyişir (şəkil 90.1 və 90.2).

II oblastı I oblastına nəzərən potensial çəpər adlanır. Potensial enerji  $u(x)$  pilləli xətt ilə təsvir olunduğundan bu, pilləli potensial çəpər də adlandırıla bilər. Koordinat sistemini elə seçək ki,  $x$  oxu hissəciyin hərəkət istiqamətinə paralel olsun. Onda  $\psi$  yalnız  $x$ -dən asılı funksiya olacaq və Şredinger tənliyi birölçülü hal üçün yazılmalıdır:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - u)\psi = 0. \quad (90.1)$$

Burada hissəciyin  $u$  potensial enerjisi 90.1 və 90.2 şəkillərinə uyğun olaraq aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$u(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \text{ I oblast} \\ u_0 = \text{const}, & x \geq 0, \text{ II oblast} \end{cases} \quad (90.2)$$

Bu, o deməkdir ki, hissəciyə fəzanın yalnız II oblastında qüvvə təsir edir, I oblastda o, sərbəst hərəkət edir.

Ümumiyyətlə, məsələnin həlli üçün  $u(x)$  funksiyasını (90.1) Şredinger tənliyində yazmaq və alınan tənliyi inteqrallamaq lazımdır. Lakin baxdığımız halda  $u(x)$  funksiyası kəsilməz olmadığı üçün (sıçrayışla dəyişir) bu üsuldən istifadə etmək olmaz. Ona görə də I və II oblastın hər birində Şredinger tənliyini ayrıca yazmaq və hər bir hal üçün bu tənliyi həll edərək  $\psi_1$  və  $\psi_2$  funksiyalarını tapmaq lazımdır.  $\psi$  funksiyası bütün fəzada kəsilməz olmalıdır tələbinə uyğun olaraq potensialın sıçrayışla dəyişdiyi sərhəddə  $\psi_1$  və  $\psi_2$  funksiyaları bir-birinə bərabər götürülməlidir.  $\psi$  funksiyasının həm də birinci tərtib törəməsinin kəsilməz olması xassəsi tələb edir ki,  $\psi_1$  və  $\psi_2$ -nin birinci tərtib törəmələri də həmin sərhəddə bir-birinə bərabər olmalıdır.  $\psi$  funksiyasının özünün və birinci tərtib törəməsinin kəsilməzliyi şərti məsələni axıra qədər həll etməyə imkan verir.

Beləliklə, (90.2)-ni (90.1)-də nəzərə almaqla I və II oblast üçün Şredinger tənliyini yazmaq:

$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi_1 = 0, \quad (90.3)$$

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - u_0)\psi_2 = 0. \quad (90.4)$$

Burada

$$k_1 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE} = \frac{m v_1}{\hbar} = \frac{2\pi}{\lambda_1}, \quad (90.5)$$

$$k_2 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E - u_0)} = \frac{m v_2}{\hbar} = \frac{2\pi}{\lambda_2} \quad (90.6)$$

işarələrini qəbul etsək I və II oblastda Şredinger tənliyi aşağıdakı şəkllə düşər.

$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2} + k_1^2\psi_1 = 0, \quad (90.7)$$

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} + k_2^2\psi_2 = 0. \quad (90.8)$$

(90.5) və (90.6) ifadələrində  $\lambda_1$  və  $\lambda_2$  – uyğun olaraq, I və II oblastda hissəciyin de-Broyl dalğasının uzunluğudur (Ə65).

(90.7) və (90.8) – sabit əmsallı diferensial tənliklərdir və onların xüsusi həlləri  $e^{\pm ik_1x}$  və  $e^{\pm ik_2x}$  kimidir. Aydındır ki, bu xüsusi həllər, uyğun olaraq, I və II oblastında hissəciyin müstəvi de-Broyl dalğasını (Ə65) təsvir edir. Doğrudan da, bu həllərdən hər hansı birini, məsələn  $e^{\pm ik_1x}$  funksiyasını götürsək və onu zamandan asılı olan  $e^{-\frac{i}{\hbar}Et} = e^{-i\omega t}$  "monoxromatik" vuruq ilə götürsək  $e^{ik_1x} \cdot e^{-i\omega t} = e^{i(k_1x - \omega t)}$  alarıq ki, bu da I oblastda  $x$



oxunun müsbət istiqamətində yayılan müstəvi dalğanı təsvir edir /bax: (65.4)/.

Məlumdur ki, (90.7) və (90.8) tənliklərinin ümumi həlləri

$$\psi_1 = a_1 e^{ik_1 x} + b_1 e^{-ik_1 x} \quad (90.9)$$

$$\psi_2 = a_2 e^{ik_2 x} + b_2 e^{-ik_2 x} \quad (90.10)$$

kimi yazıla bilər.

Baxılan məsələdə maraqlı cəhət hissəciyin I oblastdan II oblasta hansı şərtlər ödəndikdə keçə bilməsini müəyyən etməkdən ibarətdir. Bu məsələni iki hal üçün araşdıraq: 1) hissəciyin  $E$  tam enerjisi II oblastda onun  $u_0$  potensial enerjisindən böyükdür (şəkil 90.1)  $E > u_0$  və 2)  $E < u_0$  (şəkil 90.2).

1.  $E > u_0$  olduqda klassik mexanika qanunlarına tabe olan hissəcik tam yəqinliklə, yəni hökmən I oblastdan II oblasta keçəcəkdir. Doğrudan da, məsələni, baxılan hissəcik elektrik yükünə malikdirsə və I oblastda soldan sağa doğru hərəkət edirsə, I və II oblastların sərhəddində  $o$ , ləngidici sahənin təsirinə üstün gələrək öz hərəkətini II oblastda kiçilmiş  $E - u_0$  kinetik enerjisi ilə davam etdirir.

Lakin kvant mexanikası qanunlarına, yəni Şredinger tənliyinə tabe olan hissəcik, məsələni, elektron, aşağıdakı mülahizələrdən göründüyü kimi, özünü tamamilə başqa cür aparır. Elektronun hərəkəti müstəvi de-Broyl dalğası ilə təsvir olunur. İki oblastın potensialın qəflətən (sıçrayışla) dəyişməsinin baş verdiyi sərhəddində bu dalğa özünü sındırma əmsalı müxtəlif olan iki oblastın sərhəddində işıq dalğasına bənzər aparacaqdır. Başqa sözlə, I və II oblastların sərhəddində de-Broyl dalğası qismən I oblasta qayıdacaq və qismən də II oblasta keçəcəkdir. Biz həm də belə deyə bilərik ki, elektronun müəyyən qayıtma ehtimalı və II oblasta müəyyən keçmə ehtimalı vardır. Baxılan məsələdə əsas məqsəd də məhz bu ehtimalları tapmaqdan ibarətdir. Bunun üçün hər şeydən qabaq qeyd edək ki,  $e^{ik_1 x}$  xüsusi həlli  $x$  oxunun müsbət istiqamətində (soldan sağa) yayılan, yəni düşən dalğaya,  $e^{-ik_1 x}$  xüsusi həlli isə qayıdan (əks olunan) dalğaya uyğundur. I oblastda həm düşən, həm də qayıdan dalğa yayıldığından bu oblastda ümumi həllin (90.9) düsturu ilə verilməsi vacibdir və özü də burada  $a_1^2$ -düşən,  $b_1^2$  isə qayıdan dalğanın intensivliyidir. II oblastda isə yalnız bu oblasta keçən dalğa yayılır və ona görə də həmin oblastda ümumi həlli tapmaq üçün (90.10)-da  $b_2 = 0$  götürmək lazımdır. Beləliklə, (90.9) və (90.10) ümumi həllərinin əvəzinə

$$\psi_1 = a_1 e^{ik_1 x} + b_1 e^{-ik_1 x} \quad (90.11)$$

$$\psi_2 = a_2 e^{ik_2 x}$$

funksiyalarını alırıq.

İndi düşən dalğanın  $a_1$  amplitudunun 1-ə bərabər olduğunu fərz edərək digər iki  $b_1$  və  $a_2$  amplitudlarını hesablayaq. Bunun üçün biz "sərhəd şərtləri"ndən istifadə edəcəyik. Baxılan məsələ üçün sərhəd şərtləri ondan ibarətdir ki, I və II oblastın sərhəddində  $\psi$  dalğa funksiyasının özü və onun birinci tərtib törəməsi kəsilməzdir.

$$\psi_1(0) = \psi_2(0), \quad (90.12)$$

$$\left. \frac{d\psi_1}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{d\psi_2}{dx} \right|_{x=0}. \quad (90.13)$$

Baxılan halda funksiyanın özü kəsilməzdirsə, onun birinci tərtib törəməsinin də kəsilməz olması aşağıdakı mülahizələrdən görünür. Fərz edək ki, 90.1 və 90.2 şəkillərində I və II oblastın sərhəddi olan şaquli xətt 90.3 şəklindəki kimi mail qırıq xətlə əvəz edilmişdir. Fərz edək ki, keçid oblastının eni  $2l$ -ə bərabərdir və bu oblastda potensial 0-dan  $u_0$ -a qədər dəyişir. (90.5) və (90.6) işarələmələrini nəzərə almaqla (90.7) və (90.8) tənliklərinin hər ikisini

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2\psi \quad (90.14)$$

kimi yazaq. Burada  $k'$  əmsalı  $(-l, +l)$  intervalında kəsilməz olaraq  $k'=k_1$ -dən  $k'=k_2$ -yə qədər dəyişir. Aydındır ki, bu interval üçün

$$\int_{-l}^l \frac{d^2\psi}{dx^2} dx = \left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=l} - \left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=-l} \quad (90.15)$$

yaza bilərik. Digər tərəfdən (90.14)-ün sağ tərəfinə orta qiymət haqqında teoremi tətbiq edərək

$$\int_{-l}^l k^2\psi dx = 2l\overline{k^2\psi} \quad (90.16)$$

yaza bilərik. (90.14)-(90.16) ifadələrinə əsasən

$$\left. \frac{d\psi_1}{dx} \right|_{x=l} - \left. \frac{d\psi_2}{dx} \right|_{x=-l} = -2l\overline{k^2\psi} \quad (90.17)$$

olduğu görünür. (90.17)-də  $l \rightarrow 0$  şərti ilə limitə keçsək

$$\left. \frac{d\psi_1}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{d\psi_2}{dx} \right|_{x=0}$$

alırıq ki, bu da (90.13)-ə uyğundur.

Funksiyanın (90.12) kəsilməzlik şərtinə əsasən (90.11) ifadələrindən  $a_1=1$  olduqda

$$1+b_1=a_2 \quad (90.18)$$

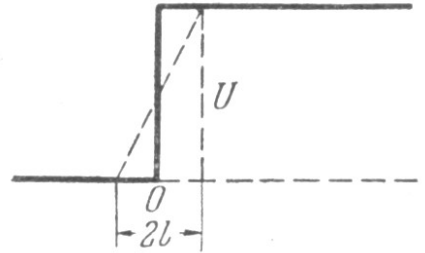
alınır. Eyni qayda ilə (90.13) və (90.11) ifadələrinə əsasən tapırıq ki,

$$1-b_1 = \frac{k_2}{k_1} a_2. \quad (90.19)$$

(90.18) və (90.19) tənliklərini birgə həll edərək  $b_1$  və  $a_2$  kəmiyyətlərini tapırıq:

$$b_1 = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}, a_2 = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}. \quad (90.20)$$

İndi isə optika ilə yuxarıda göstərdiyimiz oxşarlıqdan istifadə edərək  $R$  qayıtma və  $D$  şəffafliq əmsalını tapa bilərik. Optikadan məlumdur ki, qayıtma əmsalı  $R$  qayıdan və düşən dalğaların amplitudlarının kvadratları nisbətində bərabərdir ( $R = \frac{b_1^2}{a_1^2}$ ). Lakin bizim qəbul etdiyimiz şərtə görə  $a_1=1$  olduğunu və (90.20)-ni nəzərə alsaq



Шякил 90.3.

$$R = b_1^2 = \left( \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2 \quad (90.21)$$

olar.  $D$  şəffafliq əmsalını hesablayarkən keçən və düşən dalğaların amplitudlarının kvadratlarının nisbətini hissəciyin uyğun sürətlərinin nisbətinə vurmaq lazımdır. Bunun səbəbi aşağıdakı mülahizələrdən aydın olur. Şəffafliq əmsalı sərhəddən keçən hissəciklər selinin düşən hissəciklər selinə olan nisbətində bərabərdir. Oturacağıın sahəsi  $1 \text{ sm}^2$ , hündürlüyü isə hissəciklərin  $v$  sürətinə bərabər olan silindr götürək. Bu silindrdə hissəciklərin sıxlığı  $\rho$  olarsa, onda həmin silindrdəki hissəciklərin ümumi sayı  $\rho v$  olar və bu hissəciklərin hamısı silindrin oturacağıından  $1 \text{ san}$  ərzində keçər. Deməli, hissəciklər seli  $\rho v$ -yə bərabərdir və onda şəffafliq əmsalı

$$D = \frac{\rho_2 \cdot v_2}{\rho_1 \cdot v_1} \quad (90.22)$$

olar. Lakin hissəciklərin  $\rho$  sıxlığı de-Broyl dalğasının amplitudunun kvadratı ilə düz mütənasib, (90.5) və (90.6) ifadələrinə əsasən sürətlərin nisbəti isə

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{k_2}{k_1} \quad (90.23)$$

olduğundan, (90.22) ifadəsini

$$D = \frac{a_2^2}{a_1^2} \cdot \frac{k_2}{k_1} = a_2^2 \cdot \frac{k_2}{k_1} \quad (90.24)$$

kimi yazmaq olar.  $a_2$  üçün (90.20) düsturundan istifadə etsək

$$D = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2} \quad (90.25)$$

olar.

Korpuskulyar nəzəriyyə baxımından  $R$  və  $D$  əmsallarını belə mənalandırmaq olar ki,  $R - I$  və  $II$  oblastın sərhəddində hissəciyin qayıtmaya (əks olunmaya) məruz qalması ehtimalını,  $D$  isə hissəciyin  $II$  oblasta keçməsi və ya deyildiyi kimi, potensial çəpəri dəf etməsi ehtimalını göstərir.

(90.21) və (90.25) ifadələrinə əsasən

$$R + D = 1 \quad (90.26)$$

olduğunu tapırıq ki, bu da ehtimalların toplanması teoreminə tam uyğun gəlir. Belə ki, tam yəqinliklə hökm etmək olar ki,  $I$  və  $II$  oblastlarının sərhəddində hissəcik ya əks olunur, ya da ki, bu sərhəddi keçib gedir.

İndi isə qayıtma və buraxma (şəffafliq) əmsallarını hissəciyin  $E$  tam enerjisi və potensial çəpərin  $u_0$  hündürlüyü vasitəsilə ifadə edək. Bu məqsədlə (90.5) və (90.6) ifadələrinə əsasən

$$k_1 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE} = \frac{p_1}{\hbar}, \quad k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E - u_0)} = \frac{p_2}{\hbar}$$

olduğunu (90.21) və (90.25)-də nəzərə almaq lazımdır:

$$R = \left( \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2 = \left( \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} \right)^2 = \left( \frac{1 - \sqrt{1 - u_0/E}}{1 + \sqrt{1 - u_0/E}} \right)^2, \quad (90.27)$$

$$D = 1 - R = 4 \cdot \frac{\sqrt{1 - u_0/E}}{(1 + \sqrt{1 - u_0/E})^2}. \quad (90.28)$$

90.1 cədvəlində  $R$  və  $D$  kəmiyyətlərinin bəzi ədədi qiymətləri verilmişdir. Bu cədvəldən görünür ki, hissəciyin  $E$  enerjisi "potensial pillənin"  $u_0$  hündürlüyündən iki dəfə çox olduqda qayıtma ehtimalı tamamilə hiss oluna bilən qiymətə (3%-ə yaxın) malik olur.  $u_0=E$  olduqda isə hissəciyin II oblasta daxil olması ümumiyyətlə qeyri-mümkündür. Halbuki, klassik mexanikaya görə bu halda və həm də cədvəldə baxılan digər hallarda hissəcik tam yəqinliklə II oblasta keçir, lakin  $u_0=E$  olan halda II oblastda hissəciyin kinetik enerjisi sıfır bərabər olur.

Adi makroskopik təcrübələrdə bu kvant qayıtmasının müşahidə olunmamasının səbəbi ondan ibarətdir ki, sərhəddə potensial 90.1 şəklindəki kimi qəflətən artmayıb "makroskopik" kəmiyyət intervalında dəyişir. Lakin, əgər, keçid oblastının eni atom ölçüləri ( $1-10 \text{ \AA}$ ) qədər olsa, bu effekt baş verir və onu nəzərə almaq vacibdir.

**Cədvəl 90.1**

$u_0/E$	$R$	$D$	$E/u_0$
0.1	0.0007	0.9993	10
0.5	0.0296	0.9704	2
0.8	0.1459	0.8541	1.25
0.9	0.2700	0.7300	1.11
1.0	1.0000	0.0000	1.00

2.  $E < u_0$  olduqda klassik mexanikaya görə I oblastından II oblastına keçid qeyri-mümkündür. Çünki klassik nəzəriyyəyə görə hissəcik fəzanın yalnız  $u$  potensial enerjisinin  $E$  tam enerjiden kiçik olduğu nöqtələrində ola bilər. Bu, onunla əlaqədardır ki, hissəciyin kinetik enerjisi  $\frac{mv^2}{2} = E - u$  həmişə müsbət kəmiyyət olmalıdır.  $u_0 > E$  oblastında (potensial çəpər) isə hissəciyin kinetik enerjisi mənfi, sürəti və ya impulsu isə xəyali ədəd olur və buna görə də klassik fizika təsəvvürlərinə görə hissəciyin həmin oblastda olması tamamilə yol verilməzdir.

Kvant mexanikası təsəvvürlərinə görə isə məsələ başqa cürdür. Bunu göstərmək məqsədilə  $E < u_0$  halı üçün  $R$  qayıtma əmsalını kvant mexaniki üsulla hesablayaq. Hər şeydən qabaq onu qeyd edək ki, (90.6) ifadəsindən görüldüyü kimi,  $E < u_0$  olduqda  $k_2$  kəmiyyəti sırf xəyali olur:

$$k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E - u_0)} = i \cdot \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(u_0 - E)} = i\chi. \quad (90.29)$$

Burada  $i = \sqrt{-1}$  xəyali vahiddir və

$$\chi = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(u_0 - E)}, u_0 > E \quad (90.30)$$

işarə edilmişdir. Ona görə də (90.22) düsturuna əsasən  $R$ -i hesablamaq üçün  $b_1 = \frac{k_1 - i\chi}{k_1 + i\chi}$

kəmiyyətinin modulunun kvadratını tapmaq lazımdır. Onda yuxarıdakı mülahizələrə əsasən  $E < u_0$  halı üçün

$$R = b_1 \cdot b_1^* = |b_1|^2 = \left| \frac{k_1 - i\chi}{k_1 + i\chi} \right|^2, D=1-R=0 \quad (90.31)$$

yazmaq olar.

Deməli,  $E < u_0$  olan halda qayıtma əmsalı  $R=1$  olur, yəni tam qayıtma baş verir. Göründüyü kimi, bu, gözlənilən nəticəyə uyğundur. Lakin indi görəcəyimiz kimi, burada gözlənilməz olan odur ki, əks olunmanın tam qayıtma olmasına baxmayaraq, hissəciyin II oblastda olması ehtimalı vardır. Başqa sözlə, qayıtma I və II oblastların hökmən sərhəddində baş vermir, bəzi hissəciklər, sonradan I oblastda qayıtmaq şərtilə, II oblasta daxil olur. Doğrudan da,  $E < u_0$  olduqda  $k_2$  əmsalı sırf xəyali olduğundan II oblastda Şredinger tənliyinin həlli

$$\psi_2 = a_2 e^{ik_2 x} = a_2 e^{-\chi x} \quad (90.32)$$

və ona görə də hissəciyin vahid uzunluqda müşahidə olunması ehtimalı

$$\psi_2 \cdot \psi_2^* = |\psi_2|^2 = a_2^2 e^{-2\chi x} = a_2^2 \cdot e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(u_0 - E)} x} \quad (90.33)$$

kimi təyin olunur. Bu isə o deməkdir ki, hissəciyin II oblastda olması ehtimalı vardır. (90.33)-dən görünür ki,  $x$  artdıqca bu ehtimal eksponensial olaraq (yəni, böyük sürətlə) azalır, lakin sıfıra bərabər deyildir. Deməli, mikroskopik hissəciklər makroskopik hissəciklər üçün "qadağan" olunmuş oblasta nüfuz edə bilərlər.

Misal olaraq,  $u_0 - E = 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  olduqda elektronun sərhəddən  $x = 1 \text{ \AA}$  məsafədə olmasının nisbi ehtimalını tapan:

$$\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(u_0 - E)} \cdot x = \frac{2}{1,05 \cdot 10^{-34}} \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot 10^{-10} = 1,023,$$

$$e^{-1,023} = 0,29.$$

Göründüyü kimi, bu ehtimal  $\sim 30\%$  olub, çox böyükdür.  $x = 5 \text{ \AA}$  olduqda həmin ehtimal  $e^{-5,2} = 0,005$ , yəni  $\sim 0,5\%$  olub, nisbətən kiçikdir, lakin sıfırdan hələ xeyli böyükdür. Lakin  $x = 10 \text{ \AA}$  olduqda bu ehtimal  $e^{-10,45} = 4,54 \cdot 10^{-8}$  nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik olur.

Yuxarıda alınan nəticələrin dalğa nəzəriyyəsi baxımından şərhini o qədər də çətin deyildir. Belə ki,  $E < u_0$  halı optikadan məlum olan tam daxili qayıtma halına oxşardır. Doğrudan da, həndəsi optikadan məlumdur ki, işıq optik sıxlığı çox olan mühitdən optik sıxlığı az olan mühitə düşdükdə, düşmə bucağı tam daxili qayıtmanın limit bucağından böyükdürsə, o, optik sıxlığı az olan mühitə daxil ola bilmir. Lakin dalğa optikasında isbat olunur və təcrübədə də təsdiq olunur ki, düşmə bucağının hətta limit bucağından böyük qiymətlərində də optik sıxlığı az olan mühitdə amplitudu eksponensial qanunla azalan dalğa sahəsi mövcuddur. Özü də amplitudun bu azalması  $e^{-2\pi x/\lambda}$ , intensivliyin azalması isə  $e^{-4\pi x/\lambda}$  vuruğu ilə təyin olunur. Bu isə, göründüyü kimi,  $E < u_0$  halında  $|\psi|^2$  ehtimal sıxlığının (90.33) azalması qanununa tam oxşardır. Hesablamalar göstərir ki, işığın ikinci

mühitə nüfuz etməsinə baxmayaraq Umov-Poyntinq vektorunun (enerji selinin) iki mühiti ayıran sərhəddə perpendikulyar olan toplananının kifayət qədər böyük zaman müddəti ərzində orta qiyməti sıfıra bərabər olur. Bu, o deməkdir ki, enerjinin birinci mühitdən ikinci mühitə bir istiqamətdə axını (hərəkəti) mövcud deyildir. Bu hadisənin A. A. Eyxenvald tərəfindən ətraflı təhlili göstərdi ki, tam daxili qayıtma zamanı Umov-Poyntinq vektorunun xətləri əyri olur. Belə ki, bu xətlər ikinci mühitə daxil olur və sonra yenidən birinci mühitə qayıdırlar; ikinci mühitdə də sahənin olmasına baxmayaraq işığın qayıtması tam qayıtma olaraq qalır. Buna uyğun olaraq, bizim baxdığımız halda da  $R$  qayıtma əmsalı 1-ə, buraxma əmsalı isə sıfıra bərabərdir: hissəciklər II oblasta daxil olaraq müəyyən məsafə qədər ora nüfuz edir və sonra yenidən I oblasta qayıdırlar.

Hissəciklərin "qadağan" olunmuş oblasta daxil olması dalğa nəzəriyyəsi baxımından belə çox sadə şəkildə izah olunmasına baxmayaraq, korpuskulyar nəzəriyyə baxımından bu hadisə ilk baxışda başa düşülmür. Doğrudan da, potensial çəpərdən sağ tərəfdə (II oblast) hissəciyin olması ehtimalı yalnız sıfırdan fərqlidirsə, deməli hissəciyi orada müşahidə etmək olar. Lakin yuxarıda qeyd olunduğu kimi, klassik mexanika baxımından hissəciyin II oblastda müşahidə etmək qeyri-mümkündür, çünki  $E < u_0$  olduqda hissəciyin I oblastdan II oblasta keçməsi enerjinin saxlanması qanununun pozulması demək olardı. Lakin kvant mexanikası təsəvvürlərinə görə burada heç bir paradoks yoxdur. Çünki daim yadda saxlamaq lazımdır ki, qeyri-müəyyənlik münasibətlərinə görə, mikroskopik hissəciyin  $x$  koordinatı və  $p$  impulsu eyni zamanda dəqiq qiymət ala bilməz. Ona görə də mikrohissəciyin tam enerjisinin saxlanması, yəni koordinatın funksiyası olan potensial enerji ilə impulsun funksiyası olan kinetik enerjinin eyni zamanda müəyyən qiymət alması haqqında danışığın mənası yoxdur. Bundan başqa, hissəciyin II oblastda müşahidə olunması o deməkdir ki, biz hissəciyin həmin oblastda  $x$  koordinatını ölçməliyik. Bununla əlaqədar olaraq isə qeyd etmək lazımdır ki, II oblastda (aydındır ki,  $E < u_0$  olduqda hissəcik bu oblasta daxil olsa, onun  $E$  tam enerjisi  $u$  potensial enerjisindən kiçik olar:  $E < u$ ) koordinatı ölçmək üçün heç də hər hansı üsul yaramır və əgər belə yararlı üsul varsa, onda bu üsulu tətbiq etdikdə hissəcik ölçü cihazı tərəfindən elə bir əlavə enerji (impuls) payı alır ki, bunun da nəticəsində enerjinin saxlanması qanunu pozulmamış olur.

Bu məsələni bir qədər ətraflı şərh edək. Fərz edək ki, hər hansı üsulla biz hissəciyin koordinatını təqribi olaraq ölçə bilmişik və məlum olmuşdur ki, hissəcik potensial çəpərdən (I və II oblastları ayıran sərhəddən) sağ tərəfdə  $l$  məsafəsi hüdudunda yerləşmişdir. Başqa sözlə, hissəciyin koordinatının ölçülməsi zamanı qeyri-müəyyənlik  $l$ -ə bərabərdir:  $\Delta x = l$ . Onda qeyri-müəyyənlik münasibətlərinə (E69) görə hissəciyin impulsunun qeyri-müəyyənliyi

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{l} \quad (90.34)$$

olar. Bəs bu əlavə  $\Delta p$  impulsu necə yaranır? Hissəciyin sərhəddən sol tərəfdə deyil, məhz sağ tərəfdə yerləşdiyini inamla söyləmək üçün hissəciyin koordinatını təyin etmək məqsədilə istifadə olunan optik cihazın ayırma qüvvəsi kifayət qədər yüksək olmalıdır. Bunun üçün isə, optikadan məlum olduğu kimi, hissəciyin üzərinə göndərilən işığın dalğa uzunluğu uyğun şəkildə kiçik olmalıdır (E69). Lakin belə olan halda işığın səpilməsi nəticəsində hissəcik Kompton təpəsinə (E12) məruz qalır ki, bu da impulsun  $\Delta p$  qeyri-müəyyənliyini yaradır. İmpulsun bu  $\Delta p$  qeyri-müəyyənliyinə uyğun olan  $\Delta E = (\Delta p)^2 / 2m$  enerji qeyri-müəyyənliyini tapaq. (90.33) düsturuna görə  $x$  artdıqca hissəciyin II oblastda

müşahidə olunması ehtimalı eksponensial surətdə azaldığından, hissəciyi sərhəddən olan elə məsafələrdə axtarmağın mənası olar ki, bu məsafələrdə  $e$ -nin üstü vahid tərtibində olsun:

$$\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(u_0 - E)} \cdot l \sim 1. \quad (90.35)$$

Buradan tapırıq ki,

$$l \sim \frac{\hbar}{2\sqrt{2m(u_0 - E)}}. \quad (90.36)$$

Onda (90.34)-ə əsasən impulsun qeyri-müəyyənliyi

$$\Delta p \geq \sqrt{2m(u_0 - E)}$$

və deməli, tam inamla

$$\Delta p > \sqrt{2m(u_0 - E)} \quad (90.37)$$

olar. Buradan

$$(\Delta p)^2 > 2m(u_0 - E)$$

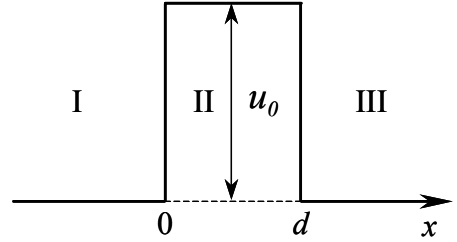
və

$$\Delta E = \frac{(\Delta p)^2}{2m} > u_0 - E \quad (90.38)$$

alınır. Bu isə o deməkdir ki, I oblastda yerləşən hissəciyin enerjisinin qeyri-müəyyənliyi onun  $E$  enerjisinin potensial çəpərin  $u_0$  hündürlüyündən olan fərqi bəyükdür. Beləliklə, hissəciyin koordinatını ölçərkən bu hissəciyin aldığı əlavə enerji  $E < u_0$  olan halda onun kinetik və potensial enerjilərinin fərqi bəyükdür və ona görə də hissəciyin potensial çəpərdən sağ tərəfdə müşahidə olunmasının mümkünlüyü enerjinin saxlanması qanununa zidd deyildir.

## Ə91. Sonlu enə malik olan potensial çəpər

90-cı paragrafda biz eni sonsuz olan və 90.1-90.2 şəkillərində sxemi verilmiş potensial çəpərdən hissəciyin qayıtması və keçməsinə Şredinger tənliyini həll etməklə araşdırdıq. Lakin atom fizikasında rast gəlinən bir çox məsələlərin (məsələn, elektronların metaldan soyuq elepsiyası, radioaktiv çevrilmə və s.) həlli zamanı hissəciyin sonlu enə malik olan potensial çəpərdən qayıtması və keçməsinə araşdırmaq lazım gəlir. Bu paragrafda hissəciyin soldan sağa doğru  $x$  oxunun müsbət istiqamətində hərəkət edərək sonlu enə malik olan potensial çəpər üzərinə düşdüyü hal üçün Şredinger tənliyinin həlli araşdırılır. Bu halda hissəciyin hərəkəti üçün fəzanı aşağıdakı kimi üç oblasta bölmək olar (şəkil 91.1):



Шякил 91.1

$$u(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 & I \\ u_0 = \text{const}, & 0 \leq x \leq d & II \\ 0, & x \geq d & III \end{cases} \quad (91.1)$$

Bu oblastların hər birində birölcülü Şredinger tənliyini yazaq

$$\text{I oblast} \quad \frac{d^2\psi_1}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi_1 = 0, \quad (91.2)$$

$$\text{II oblast} \quad \frac{d^2\psi_2}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - u_0) \psi_2 = 0, \quad (91.3)$$

$$\text{III oblast} \quad \frac{d^2\psi_3}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi_3 = 0. \quad (91.4)$$

Ə90-da göstərdiyi kimi, bu tənliklərin həlləri

$$\psi_1(x) = e^{\pm ik_1 x}, \quad k_1 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (91.5)$$

$$\psi_2(x) = e^{\pm ik_2 x}, \quad k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E - u_0)} \quad (91.6)$$

$$\psi_3(x) = e^{\pm ik_1 x}, \quad k_1 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (91.7)$$

olar. Həmin paragrafda biz hissəciyin potensial enerjinin digər qiymətə malik olduğu sonsuz enə malik olan oblasta keçməsi halına baxdıq və gördük ki, hissəciyin  $E$  enerjisi ilə potensial çəpərin  $u_0$  hündürlüyünün bir-birinə nəzərən istənilən nisbətində (yəni,  $E > u_0$  və ya  $E < u_0$  olduqda), hissəciyin sərhəddən I oblasta müəyyən qayıtma və II oblasta müəyyən keçmə ehtimalı vardır. Bizim indi baxdığımız halda potensial çəpərin eni sonludur və ona görə də biz görəcəyik ki, bu halda hissəciyin II oblastın içindən keçərək



III oblasta çıxması ehtimalı da vardır. Bu zaman xüsusilə maraqlı cəhət ondan ibarətdir ki, hissəciyin  $E$  enerjisi II oblastda onun  $u_0$  potensial enerjisindən kiçik olduqda ( $E < u_0$ ) bu ehtimal müəyyən sonlu qiymətə malikdir və özü də hissəcik III oblasta çıxarkən onun enerjisi I oblastdakı enerjisinə bərabərdir.

Burada baxılan məsələnin əvvəlki paragrafdakından fərqi ondan ibarətdir ki, potensial çəpər sonlu enə malik olduqda hissəciyin həm I və II, həm də II və III oblastların sərhəddində qayıtması baş verə bilər. Buna uyğun olaraq (91.5)-(91.7) həllərini aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= e^{ik_1x} + b_1e^{-ik_1x}, \\ \psi_2 &= a_2e^{ik_2x} + b_2e^{-ik_2x} \\ \psi_3 &= a_3e^{ik_1x}\end{aligned}\quad (91.8)$$

Ə90-da olduğu kimi, burada da  $a_1$  əmsalı, 1-ə bərabər götürülmüşdür.

$R$  qayıtma və  $D$  şəffaflıq əmsallarını hesablamaq üçün (91.8)-ə daxil olan  $b_1, b_2, a_2, a_3$  əmsallarını bilmək lazımdır. Bu məqsədlə I və II, II və III oblastlarının sərhəddində, yəni  $x=0$  və  $x=d$  olduqda  $\psi$  funksiyasının özünün və birinci tərtib törəməsinin kəsilməzliyi şərtindən istifadə edəcəyik. Bu şərtlər ümumi şəkildə aşağıdakı kimidir:

$$\psi_1(0) = \psi_2(0), \quad \left. \frac{d\psi_1}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{d\psi_2}{dx} \right|_{x=0}, \quad (91.9)$$

$$\psi_2(d) = \psi_3(d), \quad \left. \frac{d\psi_2}{dx} \right|_{x=d} = \left. \frac{d\psi_3}{dx} \right|_{x=d}. \quad (91.10)$$

(91.8) ifadələrini (91.9) və (91.10)-da yazaraq aşağıdakı sərhəd şərtlərini tapırıq:

$$1 + b_1 = a_2 + b_2, \quad k_1 - k_1 b_1 = k_2 a_2 - k_2 b_2, \quad (91.11)$$

$$\begin{aligned}a_2 e^{ik_2 d} + b_2 e^{-ik_2 d} &= a_3 e^{ik_1 d}, \\ a_2 e^{ik_2 d} - b_2 e^{-ik_2 d} &= a_3 \frac{k_1}{k_2} e^{ik_1 d}.\end{aligned}\quad (91.12)$$

(91.11) və (91.12) tənliklərini birgə həll edərək  $a_3$  əmsalı üçün

$$a_3 = \frac{4k_1 k_2 e^{-ik_1 d}}{(k_1 + k_2)^2 e^{-ik_2 d} - (k_1 - k_2)^2 e^{ik_2 d}} \quad (91.13)$$

ifadəsini tapmış oluruq.

Biz burada  $R$  qayıtma əmsalını hesablamayacağıq. Çünki bu hesablama Ə90-da  $R$  üçün deyilənlərə yeni heç nə əlavə etmir. Ona görə də  $b_1, b_2$  və  $a_2$  əmsalları da bizə lazım deyildir. Bizim baxdığımız halda I və II oblastda de-Broyl dalğasının uzunluğu eyni olduğundan ( $k_1 = k_3$ ), potensial çəpərin  $D$  şəffaflıq əmsalı (90.24) düsturuna əsasən sadəcə olaraq  $a_3$  əmsalının modulunun kvadratına bərabər olacaqdır:

$$D = |a_3|^2 = a_3 \cdot a_3^*. \quad (91.14)$$

Aydındır ki, baxılan halda  $D$  kəmiyyətinin  $E < u_0$  olduqda hesablanması maraqlı kəsb edir.  $E < u_0$  olduqda (91.6) düsturu ilə təyin olunan  $k_2$  sırf xəyali ədəddir, yəni

$$k_2 = i\chi, \chi = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(u_0 - E)}. \quad (91.15)$$

Deməli, (91.13) ifadəsində məxrəcdə olan  $e^{\pm ik_2 d}$  eksponensial funksiyaları  $E < u_0$  şərti ödəndikdə həqiqi ədədlər ( $e^{\mp \chi d}$ ) olacaqdır. Onda (91.13) əvəzinə

$$a_3 = \frac{i4k_1 \chi e^{-ik_1 d}}{(k_1 + i\chi)^2 e^{\chi d} - (k_1 - i\chi)^2 e^{-\chi d}}, \quad (91.16)$$

$$a_3^* = \frac{-i4k_1 \chi e^{ik_1 d}}{(k_1 - i\chi)^2 e^{\chi d} - (k_1 + i\chi)^2 e^{-\chi d}} \quad (91.17)$$

yaza bilərik. Burada isə hiperbolik

$$chx = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, shx = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

funksiyalarını daxil edərək (91.16) və (91.17)-ni aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$a_3 = \frac{i2k_1 \chi e^{-ik_1 d}}{(k_1^2 - \chi^2) sh \chi d + 2i\chi k_1 ch \chi d}, \quad (91.18)$$

$$a_3^* = \frac{-i2k_1 \chi e^{ik_1 d}}{(k_1^2 - \chi^2) sh \chi d - 2i\chi k_1 ch \chi d}. \quad (91.19)$$

(91.18) və (91.19)-u (91.14)-də yazaraq

$$D = a_3 \cdot a_3^* = \frac{4\chi_1^2 k_1^2}{(k_1^2 - \chi^2)^2 sh^2 \chi d + 4k_1^2 \chi^2 ch^2 \chi d} \quad (91.20)$$

alırıq. (91.20)-də məxrəci uyğun şəkildə çevirərək

$$ch^2 x - sh^2 x = 1$$

olduğunu nəzərə alsaq

$$D = \frac{4\chi_1^2 k_1^2}{(k_1^2 + \chi^2) sh^2 \chi d + 4k_1^2 \chi^2} \quad (91.21)$$

yaza bilərik.

Qeyd edək ki, baxılan məsələnin həllində və bir çox digər hallarda  $sh^2 \chi d$  funksiyasının əvəzinə  $\frac{1}{4} e^{2\chi d}$  götürmək olar. Doğrudan da  $u_0 - E = 150 \text{ eV}$  və  $d = 10^{-8} \text{ sm}$  olduqda (91.15)-ə əsasən elektronlar üçün

$$\chi d = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(u_0 - E)} d = 6,28$$

olduğundan

$$e^{2\chi d} = e^{12,56} = 2,8 \cdot 10^6; e^{-2\chi d} = e^{-12,56} = 3,5 \cdot 10^{-7}$$

$$\text{sh}^2 \chi d = \frac{1}{4} (e^{2\chi d} + e^{-2\chi d} - 2) \approx \frac{1}{4} e^{2\chi d}$$

alınır. Onda bunları (91.21)-də nəzərə alsaq

$$D = \frac{4}{\frac{1}{4} \left( \frac{k_1}{\chi} + \frac{\chi}{k_1} \right)^2 e^{2\chi d} + 4} \quad (91.22)$$

yazmaq olar. Burada  $k_1$  və  $\chi$  eyni tərtibli ədədlər olduğundan və  $e^{2\chi d}$  ilə müqayisədə məxrəcədə 4-ü nəzərə almamaq mümkün olduğundan şəffaflıq əmsalı üçün çox da böyük olmayan vuruq dəqiqliyi ilə

$$D \sim e^{-2\chi d} = e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(u_0 - E)} d} \quad (91.23)$$

ifadəsini alırıq. Bu düstur göstərir ki, potensial çəpərin şəffaflığı onun  $d$  enindən çox güclü şəkildə asılıdır.

Misal olaraq elektronlar üçün (91.23)-dəki eksponensial vuruğu hesablayaq. Əgər  $u_0 - E = VeV = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ VC}$  götürsək,  $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Cs}$  və elektronun kütləsinin  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  olduğunu nəzərə alsaq

$$\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(u_0 - E)} = \frac{2}{\hbar} \sqrt{2mV} = 1,03 \sqrt{V} 10^{10} \text{ m}^{-1}$$

olar.  $u_0 - E = 5 \text{ eV}$  götürərək potensial çəpərin  $d$  eninin müxtəlif qiymətləri üçün (91.23)-də eksponensial vuruğun hesablanmış bəzi qiymətləri aşağıda verilmişdir:

$d (\text{Å})$	1	1,3	1,5	1,8	2,0	5,0	10,0
$D$	0,1	0,04	0,03	0,016	0,008	$5,54 \cdot 10^{-7}$	$1,4 \cdot 10^{-12}$

Göründüyü kimi, potensial çəpərin eni  $1 \text{ Å}$  (atom ölçüləri) tərtibində olduqda nüfuzetmə xeyli böyük olub, bir neçə faizdir. Lakin  $d = 10 \text{ Å}$  olduqda isə nüfuzetmə nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik olur. Burada maraqlı cəhət ondan ibarətdir ki, I və III oblastlarda potensial enerji eynidirsə (buna simmetrik düzbucaqlı potensial çəpər deyilir) hissəciyin potensial çəpərdən keçməsi enerji itgisi ilə müşayiət olunmur. Belə ki, hissəcik potensial çəpərə hansı kinetik enerji ilə daxil olmuşdursa, həmin kinetik enerji ilə də oradan çıxır.

Yuxarıda şərh olunanlardan görünür ki, kvant mexaniki həllin klassik həlldən fərqi ondan ibarətdir ki, klassik fizikaya görə hissəcik lokallaşmışdır, kvant mexanikasına görə isə lokallaşmamışdır. Klassik fizikada fəzanın digər hissələrində nə baş verməsindən asılı olmayaraq, müəyyən oblastda yerləşən hissəciyin enerjisi və halı haqqında danışılır. Kvant mexanikasında isə belə deyildir. Belə ki, kvant mexanikasında alınan həll, yəni dalğa bütün fəzaya aiddir. Düşən dalğa qayıdan və keçən dalğalarla üzvü surətdə əlaqədardır. Bu dalğalardan birini digərlərindən ayırmaq olmaz.  $E$  tam enerjisi hər hansı

bir dalğaya deyil, hissəciyin  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  və  $\psi_3$  funksiyalarının hər üçü ilə təyin olunan halına bütövlükdə aiddir.

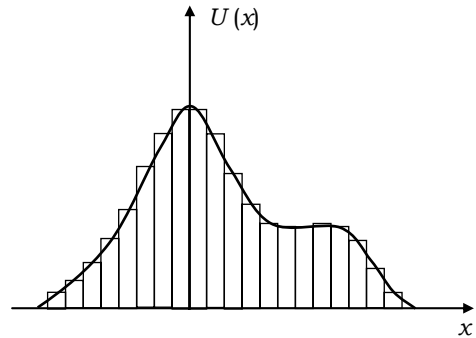
Bundan başqa, qayıtma və şəffaflyq əmsallarının təyini məsələsi tamamilə səbəbiyyət prinsipinə əsaslanır. Bu məsələnin qoyuluşu və həlli klassik fizikada olduğuna oxşardır. Belə ki, həmin məsələ dəqiq yazılmış Şredinger tənliyi və uyğun sərhəd şərtləri əsasında həll edilir. Lakin bu əmsallar heç də təcrübədə tapılan real kəmiyyətləri təyin etmirlər. Belə ki, təcrübədə qayıtma və şəffaflyq əmsalları dalğalar üçün deyil, hissəciklər üçün ölçülür. Bu əmsallar isə dalğalar üçün qayıtma və şəffaflyq əmsalları ilə ehtimal münasibətləri (amplitudun modulunun kvadratı) vasitəsilə əlaqədardır. Deməli, hissəciklərin potensial çəpərdən qayıtması və keçməsi ehtimal qanunları ilə təyin olunur.

Biz hissəciyin düzbucaqlı formasında olan potensial çəpərdən keçməsinə baxdıq. İxtiyari formaya malik olan potensial çəpəri isə, 91.2 şəklində olduğu kimi, təqribi olaraq düzbucaqlı formasında olan və ardıcıl yerləşmiş, potensial çəpərlər toplusu kimi göstərmək olar. Bu zaman həmin ardıcılıqda müəyyən düzbucaqlı potensial çəpərdən keçən hissəciklərin sayı növbəti düzbucaqlı potensial çəpərə düşən hissəciklərin sayına bərabər olacaqdır və s. Ona görə də bütövlükdə potensial çəpərin şəffaflyq əmsalı ayrı-ayrı düzbucaqlı potensial çəpərlərin şəffaflyq əmsallarının hasilinə bərabər götürülə bilər. (91.23) ifadəsində eksponentin qarşısındakı ədədi vuruq potensial enerji səlis dəyişdikdə çox ləng dəyişir. Beləliklə, ixtiyari formalı  $u(x)$  potensial çəpərinin şəffaflyq əmsalı  $D$  aşağıdakı kimi təyin oluna bilər:

$$D = D_0 \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m[u(x) - E]} dx \right\}. \quad (91.24)$$

Burada  $D_0$ —vahid (1) tərtibində olan sabit vuruqdur. Bir sıra konkret fiziki məsələlərin həlli zamanı məhz (91.24) düsturu tətbiq edilir.

Hissəciyin potensial çəpərdən keçməsinə bəzən obrazlı şəkildə tunel effekti adlandırırlar. Belə ki, potensial çəpəri dəf etmək üçün hissəcik bu çəpərə dırmaşaraq onu aşmayıb, tuneldən keçməyə oxşar olaraq onun içərisindən keçib gedir. Tunel keçidlərinin nəzəriyyəsinin əsasları L. İ. Mandelştam və M. A. Leontoviç tərəfindən yaradılmışdır. Onlar Şredinger tənliyinin həlli əsasında anharmonik osilyator üçün kvantlanma problemini həll edərkən  $|x| < a$  olduqda osilyatorun potensial enerjisini  $u = \frac{kx^2}{2}$ ,  $|x| > a$  olduqda isə  $u = \text{const}$  götürmüşlər.



Шякил

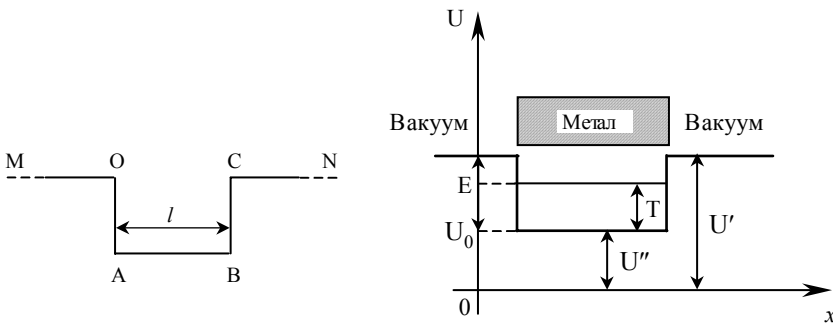
Qeyd edək ki, klassik mexanika təsəvvürlərinə əsasən izah oluna bilməyən bir çox hadisələr, mikrohissəciklərin məhz 1990-91-də şərh olunmuş özünəməxsus xassələrindən istifadə etməklə, kvant mexanikası baxımından asanlıqla izah olunur. Belə hadisələrə misal olaraq növbəti paragrafda araşdırılan sərbəst elektronların metallardan soyuq emissiyasını və kontakt potensiallar fərqi yaranmasını, həm də  $\alpha$ -parçalanmanı, atom nüvələrinin spontan

bölünməsinə, toqquşan nüvələrin kinetik enerjisi klassik fizika baxımından bu nüvələr arasında kulon potensial çəpərini aşmaq üçün kifayət etmədikdə də baş verən nüvə reaksiyalarını və s. göstərmək olar. Bu hadisələr isə nüvə fizikasında öyrənilir.

## Ə92. Elektronların metaldan soyuq emissiyası. Kontakt potensiallar fərqi

Tunel effektinin nəzəriyyəsi metalların elektron nəzəriyyəsində və nüvə fizikasında mühüm tətbiqlərə malikdir. Belə ki, bu nəzəriyyənin köməyi ilə klassik fizikada izah edilməsi mümkün olmayan bir sıra hadisələr rahat başa düşülür. Belə hadisələrə misal olaraq birinci növbədə soyuq elektron emissiyasını, yəni elektrik sahəsinin təsiri altında elektronların metaldan qopmasını və iki metal arasında kontakt potensial fərqinin yaranmasını göstərmək olar.

Metalların yüksək elektrik keçiriciliyinə malik olması onu göstərir ki, elektronlar metalın kristal qəfəsinin daxilində nisbətən sərbəst hərəkət edə bilirlər. Lakin onların metaldan xaricə, yəni vakuuma çıxması çıxış işi adlanan enerjinin sərf olunmasını tələb edir. Bu isə belə bir fikir söyləməyə səbəb olur ki, metala potensial çuxurun daxilində hərəkət edən elektron qazı kimi sadə bir modeli tətbiq etmək olar; bu potensial çuxurun, yəni metalın daxilində potensial enerji sıfıra bərabərdir ( $u=0$ ) və metaldan xaricdə, yəni vakuumda isə potensial enerji sabit müsbət ədəddir ( $u>0$ ). Bu, o deməkdir ki, metal daxilində elektron 92.1 şəklində göstərilmiş "potensial əyrisi" ilə təsvir olunan sahədə hərəkət edir. Potensial enerjini isə aşağıdakı kimi də təyin etmək olar:  $OABC$  potensial çuxurundan kənarında (vakuumda) potensial enerji sıfıra, potensial çuxurun daxilində isə  $-u$ -ya bərabərdir.

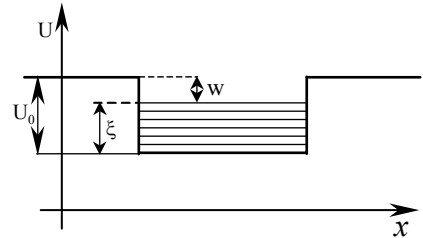


Şякил

Şякил

Potensial enerji üçün sıfırıncı səviyyənin seçilməsi ixtiyari olduğundan, potensial enerjinin sıfıra bərabər olduğu səviyyəni elə götürək ki, metalın daxilində sükunətdə olan elektronun potensial enerjisi müsbət işarəli  $u''$  olsun (şəkil 92.2). Onda metaldan kənarında (vakuumda) sükunətdə olan elektronun da potensial enerjisi  $u'$  müsbət olar və  $u_0=u'-u''$  fərqi isə elektronun yerləşdiyi potensial çuxurun dərinliyinə bərabərdir. Əgər elektron metal daxilində sükunətdə olmayıb, hərəkət edərsə, onda onun  $E$  tam enerjisi  $u''$ -dən böyük olar. Onda  $E-u''=T$  elektronun kinetik enerjisinə bərabərdir.

Məlumdur ki, potensial çuxurda yerləşən elektronun enerjisi yalnız diskret sıra əmələ gətirən qiymətlər ala bilər (ƏƏ87-89). Sonlu ölçüyə malik olan metal parçası üçün bu enerji səviyyələri arasındakı məsafə çox kiçik olur. Lakin bu səviyyələrin mövcud olması təbiətin vacib qanunlarından biri olan Pauli prinsipindən də tam müəyyən şəkildə görünür. Məsələn burasındadır ki, elementar zərrəciklər (elektronlar, protonlar, neytronlar və s.) spin adlanan məxsusi impuls momentinə və buna müvafiq olaraq məxsusi maqnit momentinə malikdirlər və özü də kütlə və elektrik yükü kimi spin də onların özünəməxsus daxili xassəsidir. Elektronun spininin mühüm xüsusiyyəti ondan ibarətdir ki, bu spin vektoru seçilmiş istiqamətdə, xüsusi halda digər elektronun spin vektoruna nisbətən yalnız iki cür, yəni paralel və ya antiparalel yönəyə bilər. Elektronun spini haqqında gələcəkdə ətraflı bəhs edəcəyik. Burada isə hələlik onu qeyd edək ki, Pauli prinsipinə görə metalda hər bir enerji səviyyəsində spinləri antiparalel olan iki elektron yerləşə bilər. Fərz edək ki, başlanğıcda yalnız müsbət ionlardan təşkil olunmuş qəfəs vardır və mütləq sifra bərabər olan temperaturda bu qəfəsə elektronlar ardıcıl olaraq bir-bir daxil edilir. Onda ilk iki elektron ən aşağı enerji səviyyəsində yerləşəcəkdir və üçüncü elektron bu səviyyədə yerləşə bilmədiyi üçün növbəti daha yüksək səviyyədə yerləşməli olur, yəni o, yalnız potensial enerjiyə deyil, həm də çox kiçik kinetik enerjiyə malikdir. Metalda sərbəst elektronların sayı çox böyük olduğundan (məsələn, 1 mol birvalentli metalda, məsələn natriumda  $N_A=6,02 \cdot 10^{23}$  dənə sərbəst elektron vardır), uyğun sayda, yəni sərbəst elektronların sayından 2 dəfə az sayda enerji səviyyəsi dolmuş olacaqdır. Elektronlar tərəfindən tutulmuş ən yuxarı enerji səviyyəsi, dolmuş və dolmamış səviyyələr arasında kəskin sərhəddi müəyyən edir. Bu ən yuxarı səviyyə  $\xi$  ilə işarə edilir və böhran səviyyəsi və ya Fermi sərhəddi adlanır. Aydın ki, elektronu metaldan çıxarmaq üçün ona heç olmasa potensial çuxurun dərinliyi ilə böhran səviyyəsinin enerjisinin fərqi bərabər olan enerji verilməlidir (şəkil 92.3). Bu fərq



Шякил

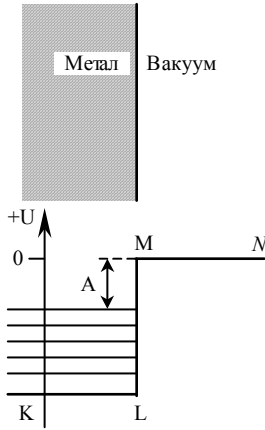
$$\omega = u_0 - \xi \quad (92.1)$$

kimi təyin olunur və elektronun metaldan çıxış işi adlanır /məsələn, fotoeffekt üçün Eynşteyn tənliyində (E10) çıxış işi/.

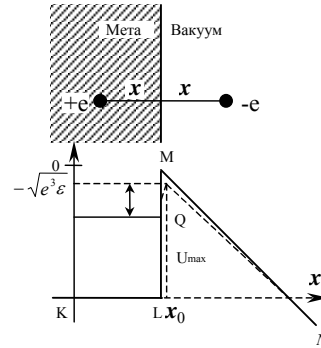
Elektron metaldan müxtəlif üsullarla /məsələn, işığın təsiri (fotoeffekt), metalın qızdırılması, yəni termoelektron emissiyası və s./ qoparıla bilər. Mütləq sıfırdan böyük temperaturalarda elektronların bir hissəsi Fermi sərhəddindən yuxarıdakı səviyyələrdə yerləşirlər. Əgər metalın qızdırılması sayəsində elektronun enerjisi tormozlayıcı sahəni dəf edərək metaldan çıxmaq üçün kifayət edirsə, termoelektron emissiyası baş verir.

Lakin müəyyən edilmişdir ki, termoelektron emissiyasından başqa soyuq elektron emissiyası da baş verir. Belə ki, güclü elektrik sahəsinin təsiri altında elektronlar metaldan hətta ən alçaq temperaturalarda belə çıxırlar. Soyuq elektron emissiyası hadisəsini klassik fizika baxımından keyfiyyətcə izah etmək mümkün olsa da, bu üsulla cərəyan şiddəti üçün tapılmış qiymət təcrübi faktlardan kəskin şəkildə fərqlənir.

Soyuq elektron emissiyasının klassik fizika baxımından izahı aşağıdakından ibarətdir. Elektrik sahəsi olmayanda metal daxilində və onun səthi yaxınlığında potensialın paylanması, yuxarıda qeyd edildiyi kimi,  $KLMN$  sınıq xətti ilə təsvir olunur (şəkil 92.4). Fərz edək ki, metal intensivliyi  $\varepsilon$  olan elektrik sahəsinin təsirinə məruz qalmışdır. Bu elektrik sahəsi metala doğru yönəldilir, lakin o, metalın daxilinə nüfuz etmir və metal daxilində elektronun potensial enerjisi dəyişməz qalır. Metaldan kənarında yerləşən elektrona təsir edən qüvvə isə sahənin bu elektrona göstərdiyi  $e\varepsilon$  qüvvəsi ilə "xəyal qüvvəsi" adlanan qüvvənin cəminə bərabər olur. "Xəyal qüvvəsi" metaldan kənarında yerləşən elektronun elektrostatik induksiya təsiri nəticəsində metalın daxilində onun səthindən  $x$  məsafədə yaratdığı  $+e$  yükü ilə, yəni vakuumdakı elektronun metal daxilində öz xəyalı ilə (şəkil 92.5) qarşılıqlı təsir qüvvəsinə bərabərdir. Beləliklə, metaldan kənarında yerləşən elektrona təsir edən tam qüvvə



Шякил



Шякил

$$F = e\varepsilon - \frac{e^2}{4x^2} \quad (92.2)$$

olar. Bu qüvvənin təsiri altında həmin elektronun potensial enerjisi isə

$$u = u_0 - e\varepsilon x - \frac{e^2}{4x} \quad (92.3)$$

kimi təyin olunur. 92.5 şəklində bu potensial enerjiyə uyğun əyri qırıq xətlə göstərilmişdir. Göründüyü kimi, bu əyri səthdən  $x=x_0$  məsafəsində maksimuma malikdir. Bu  $x_0$  məsafəsini tapmaq üçün

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=x_0} = -e\varepsilon + \frac{e^2}{4x^2} = 0 \quad (92.4)$$

şərtindən istifadə edilir. Buradan

$$x_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{\varepsilon}} \quad (92.5)$$

olar.  $x_0$ -ın bu qiymətini (92.3)-də yazaraq potensial çuxurun dərinliyi üçün

$$u_{maks} = u_0 - \sqrt{e^3 \varepsilon} \quad (92.6)$$

alırıq. Beləliklə, biz görürük ki, tətbiq olunan elektrik sahəsi potensial çuxurun divarlarını  $\sqrt{e^3 \varepsilon}$  qədər aşağı endirir, yəni onun dərinliyini  $\sqrt{e^3 \varepsilon}$  qədər azaldır.

Klassik mexanika baxımından metalın daxilində enerjisi  $u_{maks}$ -dan kiçik olan elektronlar onun səthindən kənara çıxıb bilməzlər, çünki buna  $LQN$  potensial çəpəri (şəkil 92.5) mane olur. Lakin metalın daxilində enerjisi  $u_{maks}$ -dan böyük olan elektronlar isə metalı artıq tərk edirlər, Deməli, elektrik sahəsi mövcud olduqda elektronun metaldan (92.1) çıxış işi azalır və

$$\omega' = u_{maks} - \xi = u_0 - \sqrt{e^3 \varepsilon} - \xi = \omega - \sqrt{e^3 \varepsilon} \quad (92.7)$$

olur. Burada  $\omega$ -sahə olmadıqda (92.1) çıxış işidir.

Aydındır ki, maksimal cərəyanın alınması üçün  $\omega' = 0$  olmalıdır. (92.7)-yə əsasən isə bu şərtin ödənməsi üçün tətbiq olunan elektrik sahəsinin intensivliyi

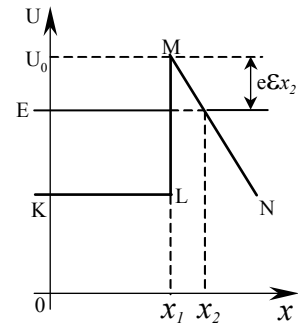
$$\varepsilon = \frac{\omega^2}{e^3} = 7 \cdot 10^6 \omega^2 \frac{V}{sm} \quad (92.8)$$

olmalıdır. Məsələn, volfram üçün  $\omega = 4,9 eV$  olduğundan, maksimal cərəyan (92.8)-ə əsasən  $\varepsilon = 2 \cdot 10^8 V/sm$  intensivliyində alınmalıdır. Lakin Millikenin təcrübələrində soyuq emissiya nəticəsində maksimal cərəyan şiddəti  $\varepsilon$ -nin (92.8)-ə əsasən hesablanmış qiymətinə nisbətən çox kiçik qiymətlərində (məsələn,  $\varepsilon = 4 \cdot 10^6 V/sm$ ) alınır.

Nəzəri və təcrübi nəticələr arasında belə kəskin fərqin olmasına səbəb klassik mexanikada nəzərə alınmayan tunel effektidir, yəni elektronların potensial çəpərdən sızaraq keçməsidir. Sahə olduqda yenə də metalın səthi yaxınlığında potensialı nəzərdən keçirək. Xəyal qüvvəsinin nəzərə alınması daha dəqiq nəticə əldə etməyə imkan versə də, bu hesablamaları xeyli mürəkkəbləşdirir. Ona görə də indi həmin qüvvəni nəzərə almırıq. Onda potensialın paylanması  $KLMN$  sınıq xətti ilə təsvir olunur (şəkil 92.6). Kvant mexanikası təsəvvürlərinə görə  $E$  enerjisi potensial çəpərin  $u_0$  hündürlüyündən ədədi qiymətə kiçik olan elektron bilavasitə tunel effekti sayəsində metaldan çıxıb bilər. Bu çıxışın ehtimalı potensial çəpərin (91.24) düsturu ilə təyin olunan şəffaflıq əmsalına bərabərdir:

$$D = D_0 e^{-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(u-E)} dx} \quad (92.9)$$

Burada  $u$ -potensial çəpərin daxilində hər hansı bir nöqtədə potensial enerji,  $E$  isə hissəciyin potensial çəpərin hündürlüyünə uyğun olan səviyyədə hesablanan enerjisidir.



Шякил 92.6.



92.6 şəklindən görünür ki,

$$u = u_0 - e\epsilon x \quad (92.10)$$

Ona görə də  $x_1 = 0$  götürərək

$$\begin{aligned} \int_0^{x_2} \sqrt{u - E} dx &= \int_0^{x_2} \sqrt{u_0 - e\epsilon x - E} dx = \\ &= -\frac{2}{3e\epsilon} (u_0 - e\epsilon x - E)^{3/2} \Big|_0^{x_2} = \\ &= -\frac{2}{3e\epsilon} (u_0 - e\epsilon x_2 - E)^{3/2} + \frac{2}{3e\epsilon} (u_0 - E)^{3/2}. \end{aligned} \quad (92.11)$$

92.6 şəklindən bilavasitə görünür ki,  $u_0 - e\epsilon x_2 = E$ . Ona görə də (92.11)-də birinci hədd sıfıra bərabər olur və deməli, (92.9) şəffaflıq əmsalı üçün

$$D = D_0 e^{-\frac{4(u_0 - E)^{3/2} \sqrt{2m}}{3e\hbar} \frac{1}{\epsilon}} \quad (92.12)$$

ifadəsi alınır. Burada

$$\epsilon_0 = \frac{4(u_0 - E)^{3/2} \sqrt{2m}}{3e\hbar} \sim 10^6 \frac{V}{sm} \quad (92.13)$$

işarə etsək

$$D = D_0 e^{-\frac{\epsilon_0}{\epsilon}} \quad (92.14)$$

alarlıq. Göründüyü kimi, (92.13) düsturu ilə təyin olunan  $\epsilon_0$  kəmiyyəti sərbəst elektronların metaldan çıxış işindən ( $u_0 - E$ ) asılıdır.

Soyuq elektron emissiyası nəticəsində yaranan elektrik cərəyanının  $j$  sıxlığı  $D$  şəffaflıq əmsalı ilə mütənəsib olduğundan (92.14) düsturuna əsasən

$$j = j_0 D = j_0 e^{-\frac{\epsilon_0}{\epsilon}} \quad (92.15)$$

yazmaq olar. Maraqlıdır ki, təcrübələr zamanı "soyuq cərəyanın" sıxlığının tətbiq olunan elektrik sahəsinin  $\epsilon$  intensivliyindən asılılığının məhz (92.15) kimi olduğu müəyyən edilmişdir.

92.1 cədvəlində tətbiq olunan elektrik sahəsinin  $\epsilon$  intensivliyinin müxtəlif qiymətlərində potensial çəpərin şəffaflığı və soyuq cərəyanın sıxlığı üçün bəzi qiymətlər verilmişdir. Burada iki maraqlı cəhət diqqəti cəlb edir.

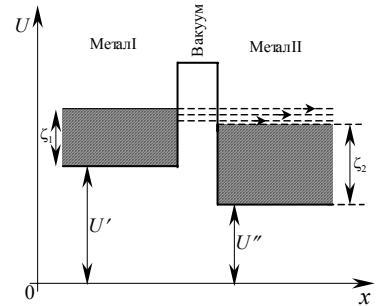
Cədvəl 92.1

$\epsilon$ (V/sm)	$E = -2 \text{ eV}$		$E = -5 \text{ eV}$	
	$D$	$j$ (A/sm <sup>2</sup> )	$D$	$j$ (A/sm <sup>2</sup> )
$10^6$	$10^{-30}$	$10^{-74}$	$10^{-328}$	$10^{-322}$
$5 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^{-15}$	$1,5 \cdot 10^{-7}$	$8 \cdot 10^{-65}$	$6 \cdot 10^{-58}$
$10^7$	$1,3 \cdot 10^{-6}$	100	$10^{-31}$	$3 \cdot 10^{-74}$
$2 \cdot 10^7$	0,013	$4 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^{-15}$	$3 \cdot 10^{-7}$
$3 \cdot 10^7$	1	$7 \cdot 10^8$	$6 \cdot 10^{-10}$	0,18

1) Sahənin  $\varepsilon$  intensivliyi artdıqca  $D$  şəffaflıq əmsalının çox böyük sürətlə artması; 2)  $D$ -nin çox kiçik qiymətlərində cərəyan sıxlığı  $j$  üçün böyük qiymətlər alınması. İkinci faktı belə izah etmək olar ki, potensial çəpərin divarını bir saniyə ərzində bombardman edən elektronların sayı o qədər çoxdur ki, tunnel effektinin hətta ən kiçik ehtimalı olduqda belə cərəyan sıxlığı alınır.

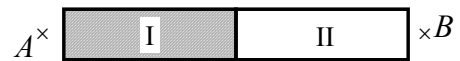
İndi isə kontakt potensiallar fərqinin yaranması səbəblərinin izahına baxaq. Hələ Volta tərəfindən kəşf olunmuş bu hadisə də tunnel effektinə əsasən izah olunur. İki müxtəlif (məsələn, mis və sink) I və II metalına baxaq (şəkil 92.7). Potensial çuxurların dibini və bütün enerji səviyyələrini eyni bir ümumi səviyyədən hesablayaq. Aydındır ki, I və II metala uyğun potensial çuxurların dibi və həm də bu metallarda Fermi sərhədləri ümumiyyətlə eyni olmayacaqdır. Fərz edək ki, I metalda Fermi sərhəddi daha yuxarıda yerləşmişdir. I və II metallarda daxili potensiallar və bu metallar üçün  $w_1$  və  $w_2$  çıxış işləri müxtəlifdir və özü də  $w_1 < w_2$  olsun.

Bu iki metalı bir-birinə doğru elə yaxınlaşdıraq ki, onların səthləri arasındakı məsafə (vakuunun ölçüsü) atom ölçüləri tərtibində, yəni  $10^{-8} \text{sm}$  olsun. Onda metallar arasındakı boşluqda nazik potensial çəpər yaranmış olur. Hər iki metalda  $\xi$  Fermi sərhəddindən aşağıda yerləşmiş bütün enerji səviyyələri elektronlar tərəfindən tutulmuşdur, yuxarıda yerləşmiş səviyyələr isə boşdur. I metalda Fermi sərhəddi II metaldakına nisbətən yuxarıda yerləşdiyi üçün I metalın yuxarı enerji səviyyələrindən elektronlar bu metalları ayıran potensial çəpərdən tunnel effekti sayəsində II metalın boş enerji səviyyələrinə keçəcəkdir. Lakin II metaldan elektronlar I metala keçə bilməzlər. Çünki, II metaldan elektronların keçə biləcəyi bütün enerji səviyyələri I metalda elektronlar tərəfindən artıq tutulmuşdur. Beləliklə, I metal elektronlar itirərək müsbət yüklənir, onun potensialı artır və Fermi sərhəddi aşağı enir. II metal isə, əksinə, əlavə elektronlar qazanaraq mənfi yüklənir, onun potensialı azalır və Fermi sərhəddi yuxarı qalxır. Bu proses hər iki metalda Fermi sərhədləri bərabərləşənə qədər davam edir. Nəticədə metallar arasında xarici potensiallar fərqi və ya, adətən deyildiyi kimi, kontakt potensiallar fərqi yaranır. İki müxtəlif metalın kontaktı zamanı yaranan xarici potensiallar fərqi bu metallardan sərbəst elektronun çıxış işlərinin fərqinə bərabərdir. Bu müddəə aşağıdakı mülahizələrdən aydın olur. Fərz edək ki, çıxış işləri  $w_1 < w_2$  olan I və II metalları bir-birinə toxunur (şəkil 92.8). I və II metalın səthləri yaxınlığında vakuumdakı yerləşmiş  $A$  və  $B$  nöqtələrinə baxaq.



Шякил 92.7.

Metalların temperaturu eynidir. Yuxarıda deyilənlərə uyğun olaraq bu metalların biri müsbət, digəri isə mənfi yüklənmiş olur. Nəticədə bu metalların sərbəst ucları arasında elektrik sahəsi yaranır. Kontaktı olan metallardan kənarında, lakin onların bilavasitə səthləri yaxınlığında yerləşən iki ixtiyari  $A$  və  $B$  nöqtələri arasındakı potensiallar fərqi



Шякил 92.8.

məhz kontakt potensialları fərqi adlanır. Elektrik cərəyanı olmadıqda hər bir metalın səthi ekvipotensial səth olduğundan bu potensiallar fərqi,  $A$  nöqtəsi I metalın,  $B$  nöqtəsi isə II metalın səthi yaxınlığında yerləşmək şərti ilə, bu nöqtələrin vəziyyətindən asılı deyildir. Ona görə də elektron  $A$  nöqtəsindən I metalın daxilinə Fermi sərhəddindəki enerji səviyyəsinə keçdikdə  $w_1$  çıxış işinə bərabər olan enerji ayrılır; bunun kimi də elektron  $B$  nöqtəsindən II metalın daxilinə Fermi sərhəddindəki enerji səviyyəsinə keçdikdə  $w_2$  çıxış işi qədər enerji ayrılır. Lakin yuxarıda göstərdik ki, hər iki metalda Fermi sərhədləri statistik tarazlıq yaranması nəticəsində eyni hündürlükdə yerləşir. Hər bir metal üçün xarakterik olan çıxış işi isə bu metalın digər metalla kontaktda olub-olmamasından asılı deyildir. Əgər kontaktda olan iki metalın Fermi sərhəddi eyni hündürlükdədirsə və bu metallar üçün çıxış işləri  $w_2 > w_1$  kimdirsə, bu, yalnız o zaman ola bilər ki,  $B$  nöqtəsində potensial  $A$  nöqtəsindəki potensialdan məhz  $w_2 - w_1$  qədər böyük olsun. Deməli, kontakt potensialları fərqi I və II metallar üçün çıxış işlərinin fərqi bərabərdir.

### Ə93. Harmonik osilyator. Seçmə qaydaları

Harmonik osilyatorun öyrənilməsi nəzəri fizikanın mühüm məsələlərindən biridir. Belə ki, harmonik osilyator anlayışından fizikanın müxtəlif bölmələrində (mexanika, klassik elektrodinamika, radiofizika, optika, atom və molekul fizikası və s.) böyük əhəmiyyət kəsb edən rəqslər nəzəriyyəsinin qurulmasında istifadə olunur. Bundan başqa, nəzəri fizikada meydana çıxan nəzəriyyələri sınaqdan keçirmək üçün də bir sıra sadə məsələlərlə yanaşı, harmonik osilyator haqqında məsələyə də həmin nəzəriyyəyə çərçivəsində baxılır. Harmonik osilyator anlayışı sahələrin kvant nəzəriyyəsinin (ikinci kvantlanma) yaradılmasında və elektromaqnit vakuununun sıfırıncı enerjisi haqqında fikirlərin təhlilində böyük rol oynamışdır. Bir çox hallarda mürəkkəb sistemlərin hərəkətinin öyrənilməsini harmonik osilyatorların hərəkətinə ekvivalent olan normal rəqslər toplusunun tədqiqinə gətirmək olur. Bundan başqa, tarazlıqda olan şüalanmanın nəzəriyyəsində (ƏƏ8,9), ikiatomlu molekulların spektrlərinin nəzəriyyəsinin və istilik tutumunun nəzəriyyəsinin qurulmasında harmonik osilyator anlayışından istifadə olunur. Harmonik osilyatorun nəzəriyyəsinin qurulması həm də metodik cəhətdən maraqlı kəsb edir. Doğrudan da, harmonik osilyator üçün Şredinger tənliyini dəqiq həll etmək və bununla da həmin tənliyin konkret məsələlərin həlli üçün tətbiq olunmasının mümkünlüyünü sübut etmək olur.

Məlumdur ki, klassik fizikada harmonik osilyator dedikdə kvazielastiklik qüvvəsinin (yəni, hissəciyin tarazlıq vəziyyətindən meyli ilə düz mütənəsb olub, onu tarazlıq vəziyyətinə qaytarmağa çalışan qüvvənin) təsiri altında hərəkət edən maddi nöqtə (hissəcik) başa düşülür. Əgər bu hissəciyin hərəkəti yalnız bir düz xətt, məsələn,  $x$  oxu boyunca baş verirsə, həmin hissəcik birölçülü və ya xətti harmonik osilyator adlanır. Tərifə görə birölçülü (xətti) harmonik osilyatora təsir edən kvazielastiklik qüvvəsi

$$F = -kx \quad (93.1)$$

olur. Burada  $x$ —hissəciyin tarazlıq vəziyyətindən meyli,  $k$ —kvazielastiklik əmsəlidir. Onda məlum

$$F = -\frac{du}{dx} \quad (93.2)$$

ifadəsinə əsasən birölçülü harmonik osilyatorun  $u(x)$  potensial enerjisi üçün

$$du = -Fdx = -kx dx$$

$$u = \int du = -\int kx dx = -\frac{kx^2}{2} \quad (93.3)$$

ifadəsini yazıya bilərik. Burada ümumiliyi pozmadan inteqrallama sabitini sıfıra bərabər götürdük. Sadəlik naminə bundan sonra harmonik osilyator dedikdə birölçülü və ya xətti harmonik osilyatorun nəzərdə tutulduğunu şərtləşək.

Harmonik osilyator üçün klassik hərəkət tənliyi

$$F = m\ddot{x},$$

$$-kx = m\ddot{x},$$

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (93.4)$$

kimi olar. Burada

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (93.5)$$

işarə edilmişdir və  $T$ -rəqs periodudur;  $\omega$ -rəqslərin dairəvi tezliyi adlanır.

(93.4) tənliyinin həlli (E46)

$$x = a \cos \omega t \quad (93.6)$$

şəklində yazıla bilər.  $a$ -rəqslərin amplitududur.

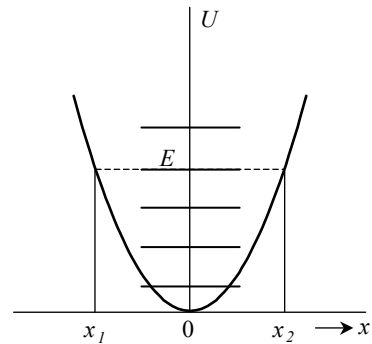
(93.3) və (93.5) ifadələrinə əsasən harmonik osilyatorun potensial enerjisi

$$u(x) = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2} \quad (93.7)$$

kimi yazmaq olar. Tarazlıq vəziyyəti olaraq koordinat başlanğıcını, yəni  $x=0$  nöqtəsini götürsək, (93.7) funksiyasının qrafiki parabola olar (şəkil 93.1). Göründüyü kimi, bu potensial qaytarıcı

divarları olan potensial çuxurdur (E87). Enerjisi  $E$  olan makroskopik osilyator bu çuxurun "divarları" arasında  $x_1, x_2$  düz xətt parçası intervalında qalmaq, yəni  $x_2$  nöqtəsindən sağa,  $x_1$ -dən isə sola keçməmək şərti ilə sağa-sola hərəkət edir. Mikroskopik osilyator üçün məsələni həll etmək məqsədilə bu potensial çuxurun daxilində yaranan durğun dalğalara baxmaq lazımdır. Bu prosedura prinsipcə simin məxsusi rəqslərinin tapılmasına (E86) tam oxşardır. Lakin burada məsələni riyazi cəhətdən mürəkkəbləşdirən bir xüsusiyyət vardır. Baxılan potensial çuxurun daxilində potensial enerji sabit qalmayıb, parabolik qanun üzrə dəyişir və buna görə

də de-Broyl dalğasının uzunluğu  $\lambda = \hbar / \sqrt{2m(E - u)}$



Шякил

potensial çuxurun müxtəlif yerlərində eyni qalmayıb, orta hissədə azalır və kənar hissələrdə isə artır.

Kvant mexanikasında qüvvə anlayışından istifadə olunmur. Ona görə də harmonik osilyatora potensial enerjisi  $u(x)$  funksiyası olan hissəcik kimi baxmaq lazımdır. Bu halda da belə bir çətinlik meydana çıxır:  $u(x)$  funksiyasını elə normallaşdırmaq olmur ki, sonsuzluqda o, sıfıra bərabər olsun, çünki  $x=\pm\infty$  olduqda  $u(x)$ -in özü sonsuzluğa bərabər olur. Lakin bu çətinlik ideal hal üçündür. Çünki real sistemlərdə  $|x|$  artdıqca (93.7) parabolik asılılıqdan elə kənaraçıxmalar baş verir ki,  $u(\pm\infty)$  kəmiyyəti sonlu qiymət alır. Biz  $u(x)$  funksiyasının simmetrik olduğu halda, yəni  $u(+x)=u(-x)$  şərtinin ödəndiyi hala baxacaq və  $x=0$  nöqtəsində  $u=0$  olduğunu nəzərə alacağıq. Bundan başqa, biz hesab edəcəyik ki, (93.7) düsturu  $x$ -in ixtiyari qiymətində doğrudur. Lakin alınan nəticələr real harmonik osilyator üçün  $|x|$ -in çox da böyük olmayan qiymətlərində qənaətbəx hesab oluna bilər.

Birözlü harmonik osilyator üçün Hamilton funksiyası, yəni kinetik və potensial enerjinin cəmi

$$H = \frac{P_x^2}{2m} + \frac{kx^2}{2} \quad (93.8)$$

olduğundan, Hamilton operatoru

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}_x^2}{2m} + \frac{kx^2}{2} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{kx^2}{2} \quad (93.9)$$

olar. Onda harmonik osilyator üçün  $\hat{H}\psi = E\psi$  Şredinger tənliyi

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E - \frac{kx^2}{2} \right) \psi = 0 \quad (93.10)$$

olar. Bu tənliyin həlli olan  $\psi(x)$  funksiyası  $Q$ -funksiyalar sinfinə mənsub olmalı (yəni, dalğa funksiyasının ödədiyi standart şərtlərə tabe olmalı) və  $\psi(\pm\infty)=0$  şərtini ödəməlidir.

(73.10) tənliyində  $x$ -dən adsız  $\zeta$  dəyişəsinə keçmək əlverişlidir. Bu məqsədlə aşağıdakı işarələmələri qəbul edək:

$$\alpha = \frac{2mE}{\hbar^2}, \beta = \frac{\sqrt{mk}}{\hbar} = \frac{m\omega}{\hbar}, \zeta = \sqrt{\beta}x \quad (93.11)$$

Onda  $x = \zeta/\sqrt{\beta}$  olduğundan

$$\frac{d}{dx} = \frac{d}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dx} = \sqrt{\beta} \frac{d}{d\zeta},$$

$$\frac{d^2}{dx^2} = \sqrt{\beta} \frac{d^2}{d\zeta^2} \frac{d\zeta}{dx} = \beta \frac{d^2}{d\zeta^2}$$

ifadələrini və (93.11)-i (93.10)-da nəzərə alsaq

$$\frac{d^2\psi}{d\zeta^2} + \left( \frac{\alpha}{\beta} - \zeta^2 \right) \psi = 0 \quad (93.12)$$

tənliyini alırıq. Yadda saxlayaq ki, (93.12) tənliyinin həlli olan  $\psi$  funksiyası  $\psi(\zeta)$  kimi yazılmalıdır.

Əvvəlcə  $\zeta \rightarrow \pm\infty$  olduqda (93.12) tənliyinin asimptotik həllini tapaq. Aydındır ki,  $\zeta \gg 1$  olduqda (93.12) tənliyində  $\frac{\alpha}{\beta} \ll \zeta^2$  olduğundan  $\frac{\alpha}{\beta}$ -ni nəzərə almamaq olar. Bu halda (93.12) tənliyi

$$\frac{d^2\psi_\infty}{d\zeta^2} - \zeta^2\psi_\infty = 0 \quad (93.13)$$

şəklinə düşür. Bu tənliyin həlli isə

$$\psi_\infty = e^{\varepsilon\zeta^2} \quad (93.14)$$

şəklində axtarıla bilər.  $\varepsilon$  naməlum vuruğunu tapmaq üçün

$$\frac{d^2\psi_\infty}{d\zeta^2} = (4\varepsilon^2\zeta^2 + 2\varepsilon)e^{\varepsilon\zeta^2} \approx 4\varepsilon^2\zeta^2\psi_\infty \quad (93.15)$$

ifadəsini (93.13)-də yerinə yazmaq lazımdır. Onda

$$4\varepsilon^2\zeta^2 - \zeta^2 = 0, \quad \varepsilon = \pm 1/2 \quad (93.16)$$

alınır. Beləliklə, (93.13) tənliyinin ümumi həllini onun xüsusi həllərinin xətti kombinasiyası kimi yazmaq olar:

$$\psi_\infty = c_1 e^{-\zeta^2/2} + c_2 e^{\zeta^2/2}. \quad (93.17)$$

Lakin  $\zeta \rightarrow \pm\infty$  olduqda dalğa funksiyasının sonlu olması xassəsi tələb edir ki, (93.17)-də  $c_2=0$  götürülməlidir. Dalğa funksiyası hələlik normallaşdırılmadığı üçün (93.17)-də  $c_1=1$  götürmək olar. Beləliklə, (93.13) asimptotik tənliyinin standart şərtləri ödəyən həlli

$$\psi_\infty = e^{-\zeta^2/2} \quad (93.18)$$

olar.

Beləliklə, (93.12) tənliyinin ümumi həllini

$$\psi(\zeta) = u(\zeta) \cdot \psi_\infty(\zeta) = e^{-\zeta^2/2} \cdot u(\zeta) \quad (93.19)$$

kimi axtarmaq olar. Burada  $u(\zeta)$ -ixtiyari funksiya olmayıb, elə təyin olunmalıdır ki, (93.19) funksiyası yenidən eksponensial artan həllə çevrilməsin. Bu şərtin ödənməsi üçün  $u(\zeta)$  funksiyasının polinom şəklində olması tələb olunur. (93.19)-da naməlum  $u(\zeta)$

funksiyasını tapmaq üçün  $\frac{d^2\psi}{d\zeta^2}$  törəməsini taparaq (93.12)-də yazmaq və alınan tənliyi  $e^{-\zeta^2/2}$  vuruğuna ixtisar etmək lazımdır. Onda

$$\frac{d^2u}{d\zeta^2} - 2\zeta \frac{du}{d\zeta} + \left( \frac{\alpha}{\beta} - 1 \right) u = 0 \quad (93.20)$$

tənliyi alınır. Əgər (93.20)-də

$$\frac{\alpha}{\beta} - 1 = 2n, (n=0,1,2,\dots) \quad (93.21)$$

şerti ödənsə, o, (82.12) Ermit tənliyi ilə eyni olur və (93.20) tənliyinin həlli olan  $u(\zeta)$  funksiyası (82.11) Ermit polinomu ilə üst-üstə düşür.

Qeyd edək ki, (93.20) tənliyində (93.21) şərti ödənməsə, yəni  $\frac{\alpha}{\beta} - 1$  cüt ədəd olmasa,

onda həmin tənliyin həlli Ermit polinomu olmur. Bu halda  $z = \sqrt{2}\zeta$  və  $\frac{\alpha}{\beta} - 1 = 2\nu$  işarə edərək (93.12) tənliyinin ümumi həlli üçün

$$\psi = c_1 D_\nu(z) + c_2 D_\nu(-z) \quad (93.22)$$

ifadəsi alınır. Burada  $D_\nu(z)$  və  $D_\nu(-z)$  – parabolik silindr və ya Veber-Ermit funksiyalarıdır. Lakin  $\nu = n = 0, 1, 2, \dots$  olduqda  $D_\nu(\pm z)$  funksiyaları  $H_n(z/\sqrt{2})$  Ermit polinomları ilə ifadə olunur.

Deməli, yalnız (93.21) şərti ödəndikdə (93.20) tənliyinin həlli olan və birölçülü harmonik osilyatorun dalğa funksiyasının (93.19) ifadəsinə daxil olan  $u(\zeta)$  funksiyası xassələri 82-də ətraflı şərh olunmuş  $H_n(\zeta)$  Ermit polinomu ilə eyni olur. Onda (93.12) tənliyinin ortonormallıq şərtini ödəyən həlli

$$\psi_n(\zeta) = C e^{-\zeta^2/2} H_n(\zeta) \quad (93.23)$$

kimi yazıla bilər. Burada  $C$  – normallaşdırıcı vuruqdur. 82-də bu  $C$  normallaşdırıcı vuruğu üçün  $C = 1/\sqrt{n!2^n\sqrt{\pi}}$  ifadəsi tapılmışdır /bax: (82.26)/.

Beləliklə, (93.12) tənliyinin ortonormallıq şərtini ödəyən həlli

$$\psi_n(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{n!2^n\sqrt{\pi}}} e^{-\zeta^2/2} H_n(\zeta) \quad (93.24)$$

kimi olur. Burada  $H_n(\zeta)$  –  $n$  tərtibli Ermit polinomu olub, (82.11), (82.14) və ya (82.15) ifadələri ilə təyin olunur. Bundan başqa  $H_n(\zeta)$  polinomları (82.16), (82.19) və (82.23) rekurent düsturlarını da ödəyir.

Harmonik osilyatorun dalğa funksiyasının (93.24) ifadəsində  $\zeta$  dəyişənindən  $x$  dəyişəninə keçmək üçün dalğa funksiyasının normallıq şərtindən və (93.11) əvəzləməsindən istifadə etmək olar. Doğrudan da,

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} [\psi_n(x)]^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} [\psi_n(\zeta)]^2 d\zeta = \frac{1}{n!2^n\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta x^2} [H_n(\sqrt{\beta}x)]^2 \sqrt{\beta} dx$$

ifadəsindən

$$\psi_n(x) = \left[ \frac{1}{n!2^n\sqrt{\pi}} \right]^{1/2} e^{-\beta x^2/2} H_n(\sqrt{\beta}x), \quad \beta = \frac{m\omega}{\hbar} \quad (93.25)$$

alırıq. Deməli, birölçülü harmonik osilyator üçün (93.10) Şredinger tənliyinin həlli (93.25) düsturu ilə təyin olunan və  $Q$ –funksiyalar sinfinə mənsub olan  $\psi_n(x)$  funksiyasıdır. Bir daha xatırladaq ki, bu həll yalnız (93.21) şərti ödəndikdə alınır.

Harmonik osilyatorun (92.25) məxsusi funksiyalarına uyğun məxsusi enerjilərini tapmaq üçün (93.11) ifadələrini (93.21) şərtində nəzərə almaq və sonra buradan  $E$  enerjisini tapmaq lazımdır. Belə ki,

$$2n+1 = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2mE}{\hbar\sqrt{mk}}$$

ifadəsində (93.5)-i nəzərə almaqla harmonik osilyatorun enerjisinin

$$E_n = \hbar\omega(n+1/2), n=0,1,2,\dots \quad (93.26)$$

kimi təyin olunduğunu, yəni diskret qiymətlər aldığı (kvantlandığını) tapırıq.

Deməli, dalğa funksiyasının standart şərtləri ödəməsi ( $Q$ -funksiyalar sinfinə mənsub olması) şərti tələb edir ki, (93.21) şərti ödənməlidir və bu da öz növbəsində harmonik osilyatorun enerjisinin diskret qiymətlər almasına gətirir. (93.24)-(93.26) ifadələrindən görünür ki, birölçülü harmonik osilyatorun enerji səviyyələri cırlaşmamışdır, yəni hər bir  $E_n$  enerji səviyyəsinə bir dənə  $\psi_n$  məxsusi funksiyası uyğun gəlir.

Harmonik osilyatorun enerji spektrində iki qonşu səviyyənin enerjiləri fərqi (93.26) düsturuna əsasən tapaq:

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \hbar\omega. \quad (93.27)$$

Deməli, birölçülü harmonik osilyatorun qonşu enerji səviyyələr arasındakı məsafə eynidir, yəni onlar ekvidisnant səviyyələrdir.

Maraqlıdır ki, (93.26) düsturu harmonik osilyator üçün Plank nəzəriyyəsində (köhnə kvant nəzəriyyəsində  $\text{E}8$ ) olan

$$E_n = n\varepsilon_0 = n\hbar\omega \quad (93.28)$$

düsturundan fərqlənir. Belə ki, (93.26) düsturunda birölçülü harmonik osilyatorun kvant ədədi "yarımtam" ədəd olub  $(n+1/2)$ -ə bərabərdir. Bunun nəticəsində osilyatorun əsas (normal) halında, yəni  $n=0$  olduqda onun enerjisi, (93.28)-dən fərqli olaraq, sıfıra bərabər deyildir:

$$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}. \quad (93.29)$$

Harmonik osilyatorun bu  $E_0$  enerjisi "sıfırıncı enerji" adlanır. Bu ad onunla əlaqədardır ki, hətta temperaturun mütləq sıfırında da bu  $\hbar\omega/2$  enerjisi yox olmur. Deməli, mütləq sıfıra bərabər olan temperaturda osilyator heç də sükunətdə olmur. Yəni onun rəqsləri dayanmır və o, deyildiyi kimi, sıfırıncı rəqslər edir. Bu çox mühüm nəticə yalnız müasir kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsasən alınır və klassik fizika baxımından heç cür başa düşülmür. Qeyd edək ki, harmonik osilyatorun sıfırıncı rəqslərinin mövcud olması qeyri-müəyyənlik münasibətlərindən ( $\text{E}69$ ) çıxan labüd nəticədir. Doğrudan da, kvazielastik qüvvənin təsiri altında olan rəbitəli hissəcik mütləq sıfır temperaturunda sükunətdə olsa idi, onun impulsu sıfıra bərabər olardı, koordinatı da müəyyən dəqiq qiymət alardı. Bu isə o deməkdir ki, hissəciyin elə bir halı vardır ki, həmin halda onun koordinatı və impulsu eyni zamanda və dəqiq məlumdur. Belə nəticə isə qeyri-müəyyənlik münasibətlərinə ziddir. Göstərmək olar ki,  $\hbar\omega/2$  sıfırıncı enerji məhz qeyri-müəyyənlik münasibətlərinin ödənməsi üçün əsas halda osilyatorun malik olmalı olduğu ən kiçik enerjidir, yəni hissəciyin dalğa xassələrinə malik olmasının nəticəsidir. Sıfırıncı enerjinin mövcudluğu osilyatorun şüalanma tezliyinə təsir etmir.



Harmonik osilyatorun sıfıncı enerjiyə malik olmasının qeyri-müəyyənlik münasibətlərinə uyğun gəldiyini göstərək. Bu məqsədlə hissəciyin koordinatlarının qeyri-müəyyənliyi olaraq orta kvadratik xətanı, yəni orta kvadratik fluktuasiyanın kvadrat kökünü götürək.

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\bar{\varepsilon}^2} \quad (93.30)$$

Burada

$$\bar{\varepsilon}^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2 \quad (93.31)$$

kimi təyin olunur. Koordinat başlanğıcını tarazlıq vəziyyətinə uyğun gələn nöqtədə götürsək, ümumiliyi pozmadan,  $\bar{x} = 0$  yaza bilərik. Onda (93.30) və (93.31)-ə əsasən

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\bar{x}^2} \quad (93.32)$$

alırıq. (93.6)-nı (93.32)-də yazaraq, E46-da verilmiş düsturlardan istifadə etsək

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\bar{x}^2} = \sqrt{a^2 \cos^2 \omega t} = \sqrt{\frac{1}{2} a^2} \quad (93.33)$$

yaza bilərik. Lakin  $E_0 = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2$  (E46) olduğundan

$$a^2 = \frac{2E_0}{m\omega^2} = \frac{2E_0}{k}$$

və

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{E_0}{k}} \quad (93.34)$$

alırıq. Bundan başqa, analogi yolla

$$\begin{aligned} \Delta \bar{p}_x &= \sqrt{\bar{p}_x^2} = \sqrt{(m v_x)^2} = \sqrt{m^2 a^2 \omega^2 \sin^2 \omega t} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} m^2 a^2 \omega^2} = \sqrt{m E_0} \end{aligned} \quad (93.35)$$

olduğunu tapırıq. Beləliklə,

$$\Delta \bar{x} \cdot \Delta \bar{p}_x = E_0 \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{E_0}{\omega}. \quad (93.36)$$

Lakin qeyri-müəyyənlik münasibətləri üçün (77.19) ifadəsinə əsasən

$$\Delta \bar{x} \cdot \Delta \bar{p}_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad (93.37)$$

olduğunu nəzərə alaraq və burada bərabərlik işarəsi (xətalının hasilinin aşağı sərhəddini) götürərək, (93.36) və (93.37) düsturlarına əsasən

$$\frac{E_0}{\omega} = \frac{\hbar}{2}, E_0 = \frac{\hbar \omega}{2}$$

alarıq ki, bu da (93.29) ifadəsidir. Deməli, osilyatorun sıfıncı enerjisi əsas halda ( $n=0$ ) qeyri-müəyyənlik münasibətlərinin ödənməsi üçün doğrudan da onun tələb olunan minimal enerjisidir.

(93.32), (93.33) və (93.34) ifadələrində istifadə etdiyimiz  $\bar{x}=0$  və  $\overline{x^2} = \frac{E}{k}$  qiymətlərini kvant mexanikasında orta qiymətin tapılması haqqında teoremə görə də (E75) hesablamaq olar. Həmin teoremə görə

$$\bar{x} = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \bar{\zeta} = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \cdot \frac{1}{2^n n! \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} H_n(\zeta) \cdot \zeta \cdot H_n(\zeta) e^{-\zeta^2} d\zeta$$

olar.  $H_n(\zeta)$  Ermit çoxhədliləri üçün (82.16) rekurent düsturunu və (82.28) ortonormallıq şərtini nəzərə alsaq dərhal  $\bar{x}=0$  yazı bilərik.

Eyni qayda ilə

$$\overline{x^2} = \frac{1}{\beta} \overline{\zeta^2} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{2^n n! \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} H_n(\zeta) \cdot \zeta^2 \cdot H_n(\zeta) e^{-\zeta^2} d\zeta$$

inteqralında həmin rekurent düstura əsasən

$$\begin{aligned} \zeta^2 H_n &= n \zeta H_{n-1} + \frac{1}{2} \zeta H_{n+1} = \\ &= n \left[ (n-1) H_{n-2} + \frac{1}{2} H_n \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \left[ (n+1) H_n + \frac{1}{2} H_{n+2} \right] \end{aligned}$$

olduğunu və (82.28) ortonormallıq şərtini nəzərə alaraq

$$\overline{x^2} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{2^n n! \sqrt{\pi}} (n+1/2) \int_{-\infty}^{+\infty} [H_n(\zeta)]^2 e^{-\zeta^2} d\zeta = \frac{n+1/2}{\beta}$$

yaza bilərik. (93.26), (93.5) və (93.11) ifadələrini burada nəzərə alsaq isə  $\overline{x^2} = E/k$  və ya  $E = k \overline{x^2}$  olar.

Harmonik osilyatorun əsas halının enerjisinin sıfırdan fərqli olduğunu, yəni sıfıncı rəqslərin mövcud olduğunu təcrübə yolu ilə də isbat etmişlər. Bu məqsədlə temperaturun dəyişməsindən asılı olaraq işığın kristallardan səpilməsinin necə dəyişdiyini tədqiq etmişlər. Məlumdur ki, işığın səpilməsi atomların rəqsləri sayəsində baş verir. Temperatur azaldıqca klassik mexanika təsəvvürlərinə görə atomların rəqslərinin amplitudu sıfıra qədər kiçilməli və mütləq sıfıra yaxın temperaturlarda işığın səpilməsi baş verməməlidir. Lakin temperatur azaldıqca kvant mexanikası baxımından rəqslərin orta amplitudu sıfıra qədər azalmayıb, sıfıncı rəqslərin mövcudluğu sayəsində müəyyən limit qiymətinə qədər kiçilir. Ona görə də temperatur aşağı düşdükcə işığın səpilməsi də müəyyən limitə yaxınlaşmalıdır. Təcrübələrdə işığın səpilməsi intensivliyinin məhz belə azalması müşahidə olunur.

İndi isə harmonik osilyatorun (93.24) və ya (93.25) dalğa funksiyalarının xassələrini araşdıraq. Aydındır ki, (82.28) düsturuna uyğun olaraq bu funksiyalar ortonormal sistem əmələ gətirirlər:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n(x) \psi_{n'}(x) dx = \delta_{nn'}. \quad (93.38)$$

(93.26) ilə təyin olunan hər bir  $E_n$  məxsusi qiymətinə bir dənə (93.24) və ya (93.25) məxsusi funksiyası uyğun gəlir. Ona görə də (82.13) düsturlarını nəzərə almaqla, (93.26) və (93.24)-ə əsasən harmonik osilyatorun bəzi ilkin enerji səviyyələri və dalğa funksiyaları üçün aşağıdakı ifadələri yazı bilərik:

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega, \quad \psi_0(x) = \left( \sqrt{\beta/\pi} \right)^{1/2} e^{-\beta x^2/2}$$

$$E_1 = \frac{3}{2} \hbar \omega, \quad \psi_1(x) = \left( \frac{1}{2} \sqrt{\beta/\pi} \right)^{1/2} \cdot 2\sqrt{\beta} x e^{-\beta x^2/2}$$

(93.39)

$$E_2 = \frac{5}{2} \hbar \omega, \quad \psi_2(x) = \left( \frac{1}{8} \sqrt{\beta/\pi} \right)^{1/2} \cdot (4\beta x^2 - 2) e^{-\beta x^2/2}$$

$$E_3 = \frac{7}{2} \hbar \omega, \quad \psi_3(x) = \left( \frac{1}{48} \sqrt{\beta/\pi} \right)^{1/2} \cdot (8\beta\sqrt{\beta} x^3 - 12\sqrt{\beta} x) \cdot e^{-\beta x^2/2}$$

(93.24), (93.25) və (93.39) ifadələrindən görünür ki,  $n$  kvant ədədi enerjidən başqa həm də  $\psi_n(x)$  dalğa funksiyasının cütlüyünü təyin edir. Doğrudan da,  $n$ -in cüt qiymətlərində Ermit polinomu  $H_n(x)$  və onunla birlikdə  $\psi_n(x)$  dalğa funksiyası cüt funksiya olur, yəni  $x$ -i  $-x$  ilə əvəz etdikdə öz işarəsini dəyişmir /bax: (82.11), (82.13) və (82.25)/,  $n$ -tək ədəd olduqda isə işarəsini dəyişir:

$$\psi_n(-x) = \psi_n(x), \quad n\text{-cüt ədəd olduqda}$$

(93.40)

$$\psi_n(-x) = -\psi_n(x), \quad n\text{-tək ədəd olduqda}$$

Deməli, harmonik osilyatorun dalğa funksiyaları  $n=0, 1, 2, 3, \dots$  qiymətlərində növbə ilə gah cüt və gah da tək funksiyalar olur.

Bu nəticəni ümumi halda aşağıdakı kimi göstərmək olar. Əgər hissəciyin birölçülü hərəkəti üçün

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - u(x)] \psi(x) = 0$$

Şredinger tənliyində  $u(x)$  potensial enerji funksiyası cüt funksiyadırsa, yəni

$$u(x) = u(-x)$$

şərti ödənilsə, onda bu tənlikdə  $x$ -i  $-x$  ilə əvəz edərək

$$\frac{d^2\psi(-x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[E - u(x)]\psi(-x) = 0$$

alarıq. Deməli, bu halda  $\psi(x)$  və  $\psi(-x)$  funksiyaları eyni bir dalğa tənliyini ödəyir və eyni bir enerji səviyyəsinə mənsubdurlar. Bu, o deməkdir ki, enerji səviyyəsi cırlaşmamışdırsa,  $\psi(x)$  və  $\psi(-x)$  funksiyaları bir-birindən yalnız sabit  $A$  vuruğu ilə fərqlənirlər:

$$\psi(x) = A\psi(-x)$$

Bu ifadədə  $x$ -i  $-x$  ilə əvəz etsək

$$\psi(-x) = A\psi(x) \text{ və ya } \psi(x) = A^2\psi(x)$$

alarıq ki, buradan da

$$A^2 = 1, A = \pm 1$$

olduğu görünür. Deməli, potensial enerji koordinatın cüt funksiyasıdır, onda bütün məxsusi funksiyalar ya cüt, ya da tək funksiya ola bilər.

Cırlaşma olan halda Şredinger tənliyinin həlli olan məxsusi funksiyalar müəyyən cütlük xassələrinə malik olmaya da bilər. Lakin bu məxsusi funksiyaların həmişə elə xətti kombinasiyalarını qurmaq olar ki, bu xətti kombinasiyalardan alınan funksiyalar müəyyən cütlüyə malik olsunlar.

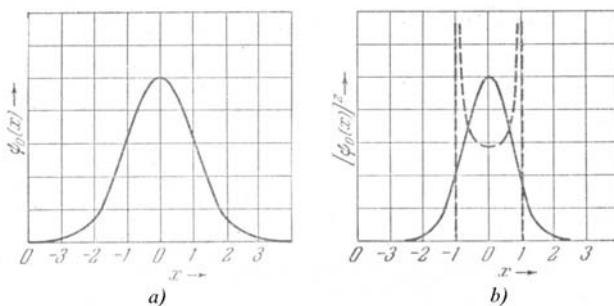
Yuxarıda göstərdik ki, harmonik osilyatorun  $\psi_n$  məxsusi funksiyalarının cütlüyü  $n$  kvant ədədinin cütlüyü ilə eynidir.

(93.39)-dan görünür ki, harmonik osilyatorun əsas halının  $\psi_0(x)$  dalğa funksiyası və buna uyğun ehtimal sıxlığı

$$|\psi_0(x)|^2 = \sqrt{\beta/\pi} e^{-\beta x^2} \quad (93.41)$$

riyaziyyatdan məlum olan Qaus funksiyası kimidir.

93.2 şəklində  $\psi_0(x)$  funksiyasının (a) və  $|\psi_0(x)|^2$  funksiyasının (b) qrafikləri verilmişdir. 93.2,b şəklindəki qrafik göstərir ki, osilyatorun əsas halında hissəciyin



Шякил

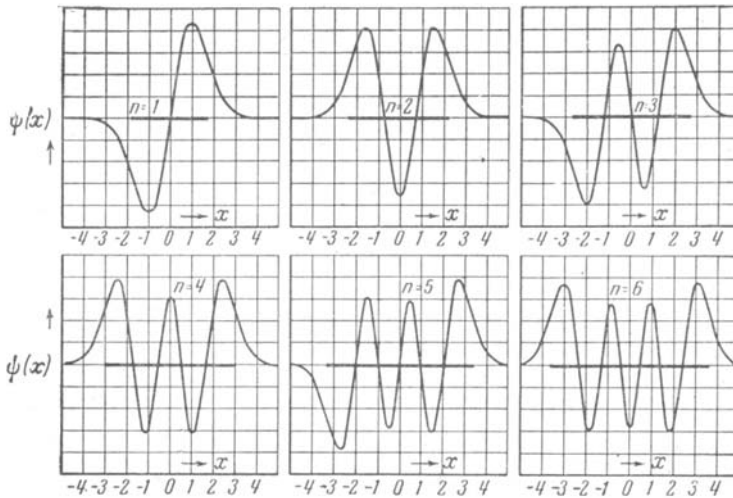
vəziyyətini çoxlu sayda təyin etdikdə, biz onu ən çox tarazlıq vəziyyəti, yəni  $x=0$  nöqtəsi ətrafında tapmış olarıq. Lakin, bundan başqa, hissəciyi yalnız klassik osilyatorun rəqs amplitudunun ikiqat qiymətinə bərabər olan oblastda deyil, həm də hissəciyin potensial enerjisinin onun tam enerjisindən böyük olduğu "qadağan olunmuş" oblastda (93.2,b şəklində şaquli qırıq xətlərdən sağda və solda) da müşahidə olunması ehtimalı sıfırdan fərqlidir. Bu qrafiki harmonik rəqs edən makroskopik hissəciyin ümumi yolun hər hansı  $dx$  hissəsində müşahidə olunması ehtimalının paylanması qrafiki ilə müqayisə etmək

maraqlıdır. Fərz edək ki, kiçik rəqslər edən rəqqas vardır və bu rəqqasın kürəciyinin vəziyyətlərini kinolentinə çəkək. Heç şübhə yoxdur ki, kadrların əksəriyyətində biz hissəciyin kənar vəziyyətlərdən birinin yaxınlığında yerləşdiyini görəcəyik, çünki məhz bu yerlərdə kürəciyin sürəti sıfıra yaxındır. Lakin kadrların çox az bir hissəsində kürəciyin tarazlıq vəziyyətinin yaxınlığında yerləşdiyi müşahidə olunur, çünki bu nöqtələrdə kürəciyin sürəti ən böyükdür. Buradan aydın olur ki, harmonik rəqs edən kürəciyin müəyyən yerdə olması ehtimalı bu yerdə onun sürəti ilə, yəni kinetik enerjisinin kvadrat kökü ilə tərs mütənəsbdir ( $\sim \frac{1}{v} = \frac{1}{\sqrt{E-u}}$ , burada  $E$ –tam enerji,  $u$ –potensial enerjidir).

Ehtimalın belə paylanmasına uyğun qrafik 93.2,*b* şəklində qırıq xətlə verilmişdir və göründüyü kimi, o, kvantmexaniki osilyator üçün olan ehtimal paylanması əyrisindən kəskin şəkildə fərqlənir.

93.2,*b* şəklində kvant mexanikasına görə qurulmuş ehtimal sıxlığı qrafikinin osilyatorun klassik trayektoriyasından /baxılan halda (-1,1) parçasından/ kənarında, yəni tam enerjinin potensial enerjindən kiçik ( $E < u$ ) olduğu oblastlarda ehtimal üçün sıfıra bərabər qiymət vermədiyini belə izah etmək olar: yuxarıda qeyd olunduğu kimi, osilyatorun 93.1 şəklində verilmiş potensial əyrisi potensial çuxurdur və bu potensial çuxurun divarları rəqs edən hissəcik üçün potensial çəpər rolunu oynayır. Ona görə də hissəciyin rəqslərinə bu potensial çəpərdən "qayıtmalar" kimi baxmaq olar və burada  $\ddot{E}90$ -da hissəciyin potensial çəpərdən qayıtma və keçmə məsələsinin şərhinə əsaslanaraq izahat vermək olar.

İndi isə harmonik osilyatorun həyəcanlanmış hallarının dalğa funksiyalarını nəzərdən keçirək. 93.3 şəklində  $n$  kvant ədədinin bəzi qiymətləri üçün bu funksiyaların qrafikləri

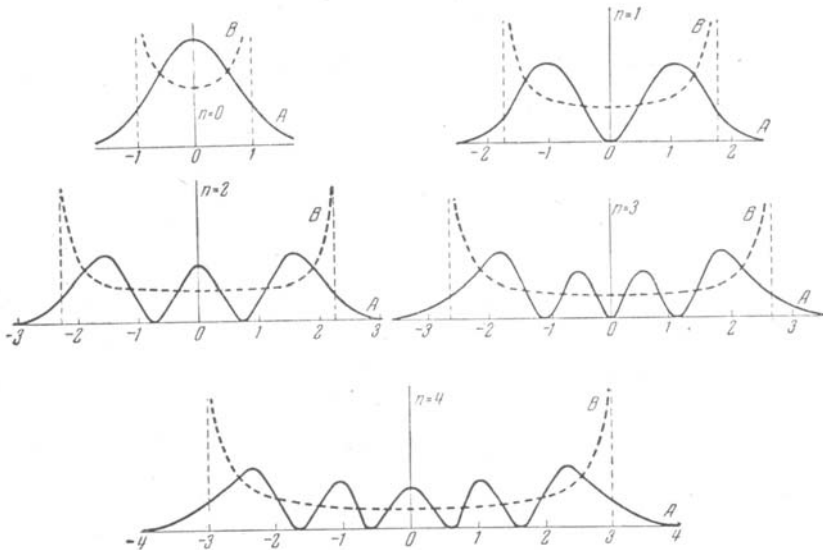


**Шякил**

verilmişdir. Əgər dalğa funksiyasının (93.24) və ya (93.25) ifadəsinə zamandan asılı olan  $e^{i\omega t}$  vuruğu da daxil etsək, bu qrafiklərdən göründüyü kimi, durğun dalğaya oxşar bir mənzərə alınır.  $n=0$  olduqda (şəkil 93.2,*a*) qrafikdə iki dənə düyün və ortada bir dənə maksimum ("qarın") alınır və özü də düyünlər potensial çuxurun divarlarında deyil,

sonsuzluqda yerləşir;  $n=1$  olduqda (şəkil 93.3) iki dənə düyün sonsuzluqda, bir dənə düyün isə klassik osilyatorun rəqs oblastının (şəkildə üfqi düz xətt) ortasında alınır;  $n=2$  olduqda sonsuzluqda yerləşən iki dənə düyündən başqa, klassik osilyatorun rəqs oblastında yerləşən daha iki dənə də düyün alınır və s. 93.3 şəkildə verilmiş qrafiklərə baxdıqda dərhal nəzərə çarpır ki, hissəciyin klassik trayektoriyasını göstərən üfqi düz xəttin ortasına yaxın yerlərdə düyünlər arasındakı məsafə, bu düz xəttin ucları yaxınlığındakı düyünlər arasındakı məsafədən kiçikdir. Bu isə o deməkdir ki,  $u(x)=0$  qiymətinə uyğun gələn tarazlıq vəziyyətinin yaxınlığında de-Broyl dalğasının  $\lambda = \hbar / \sqrt{2m(E - u)}$  uzunluğu ən kiçik olmalıdır.

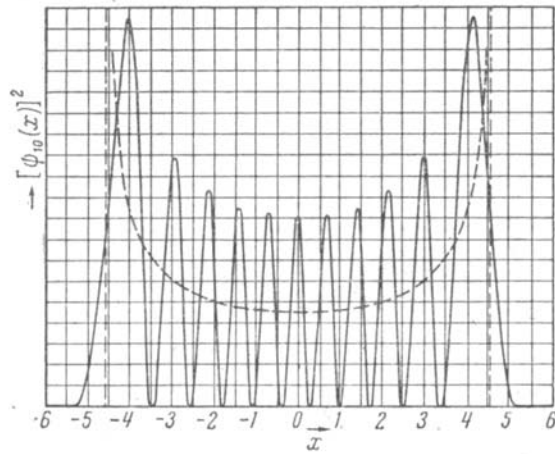
93.4 şəkildə  $n=0, 1, 2, 3, 4$  qiymətlərində harmonik osilyator üçün  $|\psi_n(x)|^2$  ehtimal



**Шякил 93.4.**

sıxlığının paylanması qrafikləri və həm də qırıq xətlə makroskopik osilyator (rəqqasın kürəciyi) üçün uyğun əyriyə göstərilmişdir. Bu şəkillərdən görünür ki,  $n$  kvant ədədinin kiçik qiymətlərində kvant osilyatorunun özünü aparması klassik osilyatordan tamamilə fərqlənir. Əksinə,  $n$ -in böyük qiymətlərində ehtimal sıxlığının kvantmexaniki paylanması klassik paylanmaya daha çox yaxınlaşır. Bu, 93.5 şəkildən xüsusilə daha aydın görünür. Bu şəkildə  $n=10$  qiyməti üçün ehtimal sıxlığının paylanması qrafiki verilmişdir. Əgər kvantmexaniki paylanma əyrisinin maksimumlarından səlis xətt keçirsək, bu, klassik paylanma əyrisinə təqribən paralel olacaqdır.  $n$  kvant ədədinin sonrakı böyük qiymətlərində maksimumlar bir-birinə daha çox yaxın yerləşir və kvantmexaniki paylanma əyrisi klassik paylanma qrafikinə daha çox oxşayır ki, bu da uyğunluq prinsipinin (Ə58) tələblərinə tam cavab verir.

Bu vaxta qədər biz yalnız birölçülü (xətti) harmonik osilyator üçün Şredinger tənliyinin həlli və bu həlldən alınan nəticələrin təhlili ilə məşğul olduq. İndi isə üçölçülü



Шякил 93.5.

harmonik osilyator üçün Şredinger tənliyinin həllinə baxaq. Ümumi halda fərz edək ki, qarşılıqlı perpendikulyar olan üç istiqamətdə kvazielastiklik əmsalları müxtəlif olub,  $k_1$ ,  $k_2$  və  $k_3$ -dür. Onda üçölçülü harmonik osilyatorun potensial enerjisi

$$u(x, y, z) = \frac{k_1 x^2}{2} + \frac{k_2 y^2}{2} + \frac{k_3 z^2}{2} \quad (93.42)$$

kimi təyin olunduğundan, bu halda  $\hat{H}\psi(x, y, z) = E\psi(x, y, z)$  Şredinger tənliyi

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + \left( \frac{k_1 x^2}{2} + \frac{k_2 y^2}{2} + \frac{k_3 z^2}{2} \right) \psi = E\psi \quad (93.43)$$

olar. Bu tənliyi dəyişənlərin ayrılması üsulu ilə həll etmək mümkündür. Bunun üçün həmin tənliyin həlli olan  $\psi(x, y, z)$  funksiyasını bir-birindən asılı olmayan üç dənə  $\psi_1(x)$ ,  $\psi_2(y)$ ,  $\psi_3(z)$  funksiyalarının hasili kimi yazaq:

$$\psi(x, y, z) = \psi_1(x) \psi_2(y) \psi_3(z). \quad (93.44)$$

(93.44)-ü (93.43)-də yazdıqdan sonra alınan tənliyin hər iki tərəfini  $\psi_1 \psi_2 \psi_3$  hasilinə bölsək

$$\begin{aligned} & \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_1} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + \frac{k_1 x^2}{2} \right) + \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2} + \frac{k_2 y^2}{2} \right) + \\ & + \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_3} \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial z^2} + \frac{k_3 z^2}{2} \right) = E \end{aligned} \quad (93.45)$$

alınır. Bu bərabərliyin ödənməsi üçün sol tərəfdəki mütərizələrdə bir-birindən asılı olmayan ifadələrin hər biri müəyyən sabitə bərabər olmalıdır:

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_1} \frac{d^2\psi_1}{dx^2} + \frac{k_1x^2}{2} &= E_1 \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_2} \frac{d^2\psi_2}{dy^2} + \frac{k_2y^2}{2} &= E_2, \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_3} \frac{d^2\psi_3}{dz^2} + \frac{k_3z^2}{2} &= E_3. \end{aligned} \quad (93.46)$$

Burada həm də

$$E = E_1 + E_2 + E_3 \quad (93.47)$$

şərti ödənməlidir. Göründüyü kimi, (93.46) tənliklərinin hər biri birölçülü (xətti) harmonik osilyator üçün (93.10) Şredinger tənliyi ilə eynidir. Ona görə də həmin tənliklərin hər birinin həlli (93.25) və (93.26) ifadələrinə oxşar olacaqdır. Beləliklə, (93.25) və (93.26) düsturlarını (93.44) və (93.47)-də nəzərə alaraq üçölçülü harmonik osilyator üçün (93.43) Şredinger tənliyinin həllini aşağıdakı kimi yazıb bilərik:

$$\begin{aligned} \psi_{n_1n_2n_3}(x, y, z) &= \psi_{n_1}(x)\psi_{n_2}(y)\psi_{n_3}(z) = \\ &= \left[ \frac{\beta_1\beta_2\beta_3}{\pi\sqrt{\pi n_1!n_2!n_3!} 2^{n_1+n_2+n_3}} \right]^{1/2} e^{-(\beta_1x^2 + \beta_2y^2 + \beta_3z^2)/2} \cdot \\ &\cdot H_{n_1}(\sqrt{\beta_1}x)H_{n_2}(\sqrt{\beta_2}y)H_{n_3}(\sqrt{\beta_3}z) \end{aligned} \quad (93.48)$$

$$\begin{aligned} E_{n_1n_2n_3} &= E_{n_1} + E_{n_2} + E_{n_3} = \hbar\omega_1(n_1 + 1/2) + \\ &+ \hbar\omega_2(n_2 + 1/2) + \hbar\omega_3(n_3 + 1/2). \end{aligned} \quad (93.49)$$

(93.48)-də  $\beta_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) kəmiyyətləri (93.11)-ə oxşar olaraq, aşağıdakı kimi təyin olunurlar:

$$\beta_i = \frac{\sqrt{mk_i}}{\hbar} = \frac{m\omega_i}{\hbar}, (i=1,2,3). \quad (93.50)$$

(93.48) və (93.49) ifadələrindən görünür ki, ən ümumi halda, yəni  $k_1 \neq k_2 \neq k_3$  və ya  $\omega_1 \neq \omega_2 \neq \omega_3$  şərti ödəndikdə üçölçülü harmonik osilyatorun enerji spektri cırılmaşmamışdır, hər bir  $E_{n_1n_2n_3}$  enerji səviyyəsinə bir dənə  $\psi_{n_1n_2n_3}$  dalğa funksiyası uyğun gəlir. Lakin xüsusi halda izotrop osilyator üçün  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega$  olduğundan enerji üçün (93.49) ifadəsi

$$E_{n_1n_2n_3} = \hbar\omega(n_1 + n_2 + n_3 + 3/2) \quad (93.51)$$

şəklinə düşür, yəni enerji kvant ədədlərinin  $n = n_1 + n_2 + n_3$  cəmindən asılı olur. Bu isə o deməkdir ki, enerjinin (yəni,  $n$ -in) eyni bir qiyməti  $n_1, n_2, n_3$  ədədlərinin müxtəlif kombinasiyalarına (müxtəlif dalğa funksiyalarına) uyğun gələ bilər. Deməli, yalnız  $n=0$  (yəni,  $n_1 = n_2 = n_3 = 0$ ) halından başqa, izotrop osilyatorun qalan bütün halları cırılmaşmış olur.



Bu cırlaşmanın tərribini tapaq. Bu məqsədlə  $n$ -dən başqa  $n_1$  ədədini də fiksə edək. Onda  $n_1, n_2, n_3$  kombinasiyalarının mümkün olan sayı  $n_2$ -nin mümkün olan qiymətlərinin sayına, yəni  $(n-n_1+1)$ -ə bərabər olacaqdır, çünki  $n_2=0, 1, 2, \dots, (n-n_1)$  qiymətlərini ala bilər. Beləliklə,  $n-n_1+1$  ifadəsini  $n_1$ -in mümkün olan bütün qiymətləri üzrə cəmləyərək  $n_1, n_2, n_3$  ədədlərinin cəminin  $n$ -ə bərabər olduğu bütün kombinasiyalarının sayını, yəni  $n$ -ə uyğun (93.51) enerji səviyyəsinin cırlaşma tərribini tapırıq.

$$f_n = \sum_{n_1=0}^n (n - n_1 + 1) = \frac{1}{2}(n+1)(n+2). \quad (93.52)$$

93.1 cədvəlində  $n=1, 2, 3$  qiymətləri üçün izotrop osilyatorun enerji səviyyələrinin cırlaşma tərribinin müəyyən edilməsinə aid misallar göstərilmişdir. Bu cədvəldəki nəticələr (93.52) düsturundan da dərhal alınır.

İndi isə harmonik osilyatorun şüalanması məsələsini nəzərdən keçirək. E46-da göstərdik ki, klassik elektrodinamikaya görə elektromaqnit dalğalarını şüalandıran mənbə, məsələn, təcillə hərəkət edən elektrik yükü ola bilər və bu şüalanmanın intensivliyi yüklü hissəciyin təcilinin kvadratı ilə düz mütənəşib olub, (46.15) düsturu ilə təyin olunur. Bundan başqa, həmin paraqrafda qeyd olunmuşdur ki, əgər şüalanma mənbəyi birölçülü harmonik osilyatordursa, onda şüalanmanın tezliyi bu osilyatorun mexaniki rəqslərinin tezliyi ilə eynidir, şüalanmanın intensivliyi isə rəqslərin amplitudunun kvadratı ilə düz mütənəşibdir. E46-dan aydın olur ki, yüklü hissəciyin hərəkəti daha mürəkkəb olan  $x=f(t)$  qanunu üzrə  $T=2\pi/\omega$  periodu ilə baş verirsə, onda  $f(t)$  funksiyasını Furiye sırasına ayıraraq

$$x = \sum_k a_k \cos k\omega t \quad (93.53)$$

yazmaq və belə hesab etmək olar ki, şüalanma  $\omega_k=k\omega$  ( $k=1, 2, 3, \dots$ ) tezliklərinə malik olan osilyatorlar sistemi tərəfindən baş verir. Bu halda həm  $\omega$  əsas tonu ( $k=1$ ), həm də  $k\omega$  ( $k=2, 3, 4, \dots$ ) harmonikaları şüalanacaq və özü də hər bir harmonikaya uyğun şüalanmanın intensivliyi  $a_k^2$  ilə düz mütənəşib olacaqdır.

Deməli, klassik nəzəriyyəyə görə sistemin şüalanması tamamilə onun mexaniki xassələri ilə müəyyən olunur. Belə ki, şüalanmanın tezliyi ya sistemin mexaniki rəqslərinin tezliyinə, ya da ki, bu tezliyin tam misllərinə bərabər, hər bir harmonikaya uyğun gələn şüalanmanın intensivliyi isə uyğun rəqs amplitudunun kvadratı ilə düz mütənəşib olur.

Kvant mexanikasına görə isə şüalanma haqqında məsələyə bir qədər başqa cür yanaşmaq lazım gəlir. Çünki kvant nəzəriyyəsinə görə şüalanma hissəciyin və ya sistemin böyük enerjili kvant halından kiçik enerjili kvant halına, yəni deyildiyi kimi, "yuxarı səviyyədən aşağı səviyyəyə" keçməsi nəticəsində baş verir.

Şüalanma problemini kvant nəzəriyyəsi baxımından ilk dəfə 1917-ci ildə Eynşteyn öyrənmiş və o, sonralar Eynşteyn əmsalları adlanan  $A$  və  $B$  əmsallarını daxil etmişdir. Bu əmsallar sistemin bir enerji səviyyəsindən digərinə spontan (özbaşına) və məcburi (xarici elektromaqnit sahəsinin təsiri altında) keçidlərini xarakterizə edir (E9).  $A_{nm}$ ,  $B_{nm}$  və  $B_{n'n}$  Eynşteyn əmsalları şüalanmanın kvant nəzəriyyəsinə kvant elektrodinamikası təsəvvürlərinə əsasən tapılır və onlardan istifadə edilərək tarazlıqda olan şüalanmanın spektral sıxlığı üçün məşhur (8.14) Plank düsturu alınır.

Cədvəl 93.1

$n$	$n_1$	$n_1n_2n_3$	$f_n$	$N$	$n_1$	$n_1n_2n_3$	$f_n$
1	0	001	3	4	0	004	15
		010				013	
1	022						
	031						
2	0	002	6		1	103	
		011				112	
		020				121	
1	101	110			2	202	
						200	
						220	
3	0	003	10		3	301	
		012				310	
		021					
		030					
	1	102		111	4	400	
							120
	2	201		210			
					300		

Şüalanmanın kvant nəzəriyyəsinin ümumi prinsiplərini qısa şəkildə aşağıdakı kimi ifadə etmək olar. Şredinger nəzəriyyəsi çərçivəsində yalnız məcburi keçidləri, yəni atomun elektronlarının xarici elektromaqnit sahəsi ilə qarşılıqlı təsiri nəticəsində baş verən keçidləri izah etmək olur. Həyəcanlaşmış enerji hallarından daha aşağı hallara spontan keçidlər isə bu nəzəriyyə ilə izah oluna bilmir; çünki belə keçidlərin baş verməsinə səbəb olan xarici təsir yoxdur. Bu məsələnin həlli yalnız şüalanmanın kvant nəzəriyyəsi yaradıldıqdan sonra, elektromaqnit sahəsinin kvantlanması (ikinci kvantlanma) anlayışından istifadə etməklə tapılmışdır. Burada elektronlar və şüalanma sahəsi bir-birilə qarşılıqlı təsirdə olan iki kvant sistemi kimi götürülür və özü də bu qarşılıqlı təsir hətta real fotonlar olmadıqda belə itmir. Verilmiş anda mövcud olmayan, lakin yarana biləcək fotonlara virtual fotonlar deyilir. Virtual fotonlar elektromaqnit vakuumunu təşkil edirlər.

Elektronların virtual fotonlar sahəsi ilə qarşılıqlı təsirinin klassik analoqu olaraq hərəkət edən elektrona Plankın tapdığı şüa sürtünmə qüvvəsinin ( $F_{Plank} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \frac{d^3x}{dt^3}$ ) təsirini göstərmək olar. Bu qüvvə elektronun özünün yaratdığı elektromaqnit sahəsi tərəfindən yaranır. Məhz bu sahə elektrondan şüalanma kimi ayrıla bilər. İkinci kvantlanma dilində bu, fotonların virtual haldan real hala keçməsi deməkdir.

Şüalanmanın kvant nəzəriyyəsinə əsasən spontan keçidləri xarakterizə edən  $A_{nn'}$  Eynşteyn əmsalı üçün

$$A_{nn'} = \frac{4}{3} \frac{e^2 \omega^3}{\hbar c^3} |\vec{r}_{n'n}|^2 \quad (93.54)$$

ifadəsi alınır. Bundan başqa  $B_{nn'}$  və  $B_{n'n}$  Eynşteyn əmsallarını  $A_{nn'}$  ilə ifadə etməyə imkan verən (9.13) düsturu da ümumi şəkildə tapılır. Ona görə də (93.54) və (9.13) düsturlarına əsasən həm spontan, həm də məcburi keçidlərin ehtimalını hesablamaq mümkündür.

(93.54)-də  $\vec{r}_{n'n}$  kəmiyyəti hissəciyin  $\vec{r}$  radius vektorunun  $n \rightarrow n'$  keçidinin baş verdiyi halları təsvir edən  $\psi_{n'}$  və  $\psi_n$  dalğa funksiyaları vasitəsilə hesablanmış matris elementidir:

$$\vec{r}_{n'n} = \int \psi_{n'}^* \vec{r} \psi_n dV . \quad (93.55)$$

Aydınır ki, radius-vektorun  $\vec{r}_{n'n}$  matris elementinin modulunun kvadratını  $x, y, z$  dekart koordinatlarının uyğun matris elementləri ilə aşağıdakı kimi ifadə etmək olar:

$$|\vec{r}_{n'n}|^2 = |x_{n'n}|^2 + |y_{n'n}|^2 + |z_{n'n}|^2 . \quad (93.56)$$

Beləliklə, kvant sistemində baş verən şüalanma keçidlərinin ehtimalı radius-vektorun matris elementləri ilə təyin olunur. Əgər radius-vektorun matris elementi sıfıra bərabərdirsə, onda deyirlər ki, buna uyğun keçid qadağandır. Radius-vektorun matris elementinin sıfırdan fərqli olduğu keçidlər qadağan olunmamış (mümkün olan, yol verilən) keçidlər adlanır. Qadağan olunmamış keçidləri müəyyən edən qaydalar isə seçmə qaydaları adlanır.

Şüalanmanın kvant nəzəriyyəsinin əsas ideyaları aşağıdakıdan ibarətdir. Fərz edək ki, hər hansı bir atom sistemində elektronlardan biri  $E_n$  enerjisinə malik olan həyəcanlanmış  $n$  səviyyəsində yerləşir. Onda bu elektronun daha kiçik  $E_{n'}$  enerjisinə malik olan  $n'$  səviyyəsinə vahid zaman müddəti ərzində spontan keçidinin ehtimalı  $A_{nn'}$  olar. Bu zaman  $\hbar \omega = E_n - E_{n'}$  enerjili foton buraxılır. Əgər belə həyəcanlanmış atomların sayı  $N_n$  olarsa, onda spontan keçidlər nəticəsində vahid zamanda şüalanan enerji, yəni spontan şüalanmanın intensivliyi

$$W_{sp} = N_n A_{nn'} \hbar \omega \quad (93.57)$$

olar. Əgər atomlara həm də xarici elektromaqnit şüalanması təsir etsə, onda bu şüalanmanın təsiri altında həm yuxarı səviyyələrdən aşağı səviyyələrə (buraxma), həm də əksinə, aşağı səviyyələrdən yuxarı səviyyələrə (udulma) məcburi keçidlər baş verəcəkdir.

Beləliklə, (93.54)-ü (93.57)-də nəzərə alsaq, bir dənə osilyator ( $N_n=1$ ) üçün spontan şüalanmanın intensivliyini təyin edən aşağıdakı düsturu yazı bilərik:

$$W_{nn'}^{sp.} = \frac{4e^2 \omega^4}{3c^3} |\vec{r}_{n'n}|^2 . \quad (93.58)$$

Əgər  $\vec{d} = e\vec{r}$  dipol momenti və buna uyğun olaraq da dipol momentinin matris elementi

$$\vec{d}_{n'n} = e\vec{r}_{n'n} \quad (93.59)$$

anlayışını daxil etsək, (93.54) və (93.58) ifadələrini

$$A_{nn'} = \frac{4}{3} \frac{\omega^3}{\hbar c^3} |\vec{d}_{n'n}|^2 , \quad (93.60)$$

$$W_{nn'}^{sp.} = \frac{4\omega^4}{3c^3} |\bar{d}_{n'n}|^2 \quad (93.61)$$

kimi yaza bilərik. Ona görə də (93.54) və (93.58) düsturları ilə xarakterizə olunan şüalanmanı çox zaman dipol şüalanması adlandırırlar.

Yuxarıda şərh olunanlara əsaslanaraq, harmonik osilyator üçün spontan şüalanma ilə əlaqədar olan bəzi məsələləri nəzərdən keçirək. Kvant mexanikasının üçüncü postulatına görə (E75) fiziki kəmiyyətlərin müşahidə olunan qiymətləri, bu kəmiyyətlərin yalnız baxılan halı təsvir edən dalğa funksiyası və uyğun operator vasitəsilə hesablanmış orta qiymətləridir. Dalğa funksiyasının özü isə köməkçi rol oynayır. Harmonik osilyatorun kvant nəzəriyyəsində mühüm rol oynayan  $\bar{x}$  və  $\bar{x}^2$  kəmiyyətlərinin hesablanması yuxarıda göstərilmişdir. Lakin (93.54) və (93.58) ifadələrindən görünür ki, harmonik osilyatorun dipol şüalanmasını tədqiq etmək üçün

$$x_{n'n} = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{n'}^* x \psi_n dx \quad (93.62)$$

matris elementlərini hesablamaq lazımdır. (93.62) inteqralını hesablamaq üçün (93.25) və (82.16) ifadələrinə əsasən alınan

$$x\psi_n = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \left( \sqrt{\frac{n}{2}} \psi_{n-1} + \sqrt{\frac{n+1}{2}} \psi_{n+1} \right) \quad (93.63)$$

düsturundan istifadə etmək lazımdır. (93.63)-ü (93.62)-də yazdıqdan sonra (93.38) ortonormalıq şərtindən istifadə edərək

$$x_{n'n} = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \left( \sqrt{\frac{n}{2}} \delta_{n',n-1} + \sqrt{\frac{n+1}{2}} \delta_{n',n+1} \right) \quad (93.64)$$

alıraq. Buradan görünür ki, yalnız  $n'=n\pm 1$  olan matris elementləri sıfırdan fərqlidir:

$$\begin{aligned} x_{n-1,n} &= \sqrt{\frac{n}{2\beta}} \\ x_{n+1,n} &= \sqrt{\frac{n+1}{2\beta}} \end{aligned} \quad (93.65)$$

Deməli, harmonik osilyator üçün dipol keçidləri yalnız qonşu enerji səviyyələri arasında baş verə bilər və harmonik osilyatorun dipol şüalanması üçün seçmə qaydaları

$$\Delta n = n - n' = \pm 1 \quad (93.66)$$

kimi olmalıdır. Xüsusi halda spontan keçid  $n \rightarrow n-1$  sxemi üzrə mümkündür. (93.26)-nı nəzərə almaqla spontan keçidə uyğun olan şüalanma tezliyi üçün

$$\omega_{n,n-1} = \frac{E_n - E_{n-1}}{\hbar} = \omega \quad (93.67)$$

alıraq ki, bu da mexaniki rəqslərin tezliyinə bərabərdir.

(93.58) və (93.65) düsturlarına əsasən şüalanma intensivliyi üçün

$$W_{n,n-1}^{sp.} = \frac{4e^2\omega^4}{3c^3} \cdot \frac{n}{2\beta} \quad (93.68)$$

və ya (93.11) və (93.5) düsturlarına əsasən

$$\beta = \frac{m\omega}{\hbar} \quad (93.69)$$

olduğundan

$$W_{n,n-1}^{sp.} = \frac{2e^2\omega^2}{3mc^3} \cdot n\hbar\omega = \frac{2}{3} \frac{e^2\omega^2}{mc^3} (E_n - E_0) \quad (93.70)$$

alınır. Burada  $E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$  olduğu nəzərə alınmışdır.  $n$  kvant ədədinin çox böyük qiymətlərində, yəni  $E_n \gg E_0$  olduqda (93.70) düsturunda  $E_0$  kəmiyyətini nəzərə almamaq olar və onda bu ifadə klassik harmonik osilyatorun şüalanma intensivliyini təyin edən (46.24) ilə üst-üstə düşür. Doğrudan da  $E = \frac{ma^2\omega^2}{2}$  olduğunu (46.24)-də nəzərə alsaq

$$W = \frac{2}{3} \frac{e^2\omega^2}{mc^3} \cdot E \quad (93.71)$$

olar.

(93.70)-də  $\hbar \rightarrow 0$  olduqda da bu nəticə alınır. Hər iki halda belə nəticənin alınması uyğunluq prinsipinin (E58) ödənməsi deməkdir. Qeyd edək ki, bu nəticə ümumi xarakter daşıyır. Kvant ədədlərinin böyük qiymətlərində kvant mexaniki sistemin hərəkəti klassik fizikadan məlum olan düsturlarla yaxşı dəqiqliklə təsvir oluna bilər.

$n$  səviyyəsindən yuxarı enerji səviyyələrinə keçidlər  $n \rightarrow n+1$  sxemi üzrə baş verən məcburi keçidlər olacaqdır və onlar udulma keçidləri adlanır.

Harmonik osilyatorun şüalanmasını tədqiq edərkən belə sual meydana çıxır ki, bu zaman harmonikalar da şüalanırmı? Məsələ burasındadır ki, klassik harmonik osilyator ancaq bir dənə  $\omega$  tezlikli şüa buraxır. Borun tezliklər qaydasından və (93.26) düsturundan belə görünür ki, kvant osilyatoru  $\omega$ -nın tam misllərinə bərabər olan  $N\omega$  tezlikli şüalar buraxmalıdır. Əslində isə bu, belə deyildir. Bu çətin vəziyyətdən çıxmaq məqsədilə Bor uyğunluq prinsipindən istifadə edərək harmonik osilyatorun şüalanması üçün  $\Delta n = \pm 1$  seçmə qaydalarını daxil etdi. O, belə hesab edirdi ki, bu qaydalar ödənməyən keçidlərin ehtimalı sıfıra bərabərdir, yəni belə keçidlər qadağan olunmuşdur. Bir qədər əvvəl göstərdik ki, köhnə kvant mexanikasında daxil edilmiş bu seçmə qaydaları heç bir uyğunluq prinsipinə müraciət etmədən müasir kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsasən hesablama yolu ilə alınır. Yuxarıda göstərilən suala cavab vermək üçün isə kvadrupol şüalanmasının intensivliyini hesablamaq lazımdır.

Şüalanmanın kvant nəzəriyyəsində isbat olunur ki, spontan kvadrupol şüalanmasının intensivliyi

$$W_{mm'}^{kvadr.} = \frac{e^2\omega_{mm'}^6}{15c^3} (x^2)_{n'n}^2 \quad (93.72)$$

düsturu ilə hesablanır, yəni  $(x^2)_{n'n}$  matris elementinin kvadratı ilə düz mütənasibdir. Bu matris elementi

$$(x^2)_{n'n} = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{n'}(x) x^2 \psi_n(x) dx \quad (93.73)$$

kimi təyin olunur. Bu inteqralı hesablamak məqsədilə (93.25) və (82.16) ifadələrinə əsasən

$$\begin{aligned} x^2 \psi_n &= \frac{1}{\beta} \left[ \frac{1}{2^n n!} \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \right]^{1/2} e^{-\beta x^2} (\sqrt{\beta} x)^2 H_n(\sqrt{\beta} x) = \\ &= \frac{1}{\beta} \left[ \frac{1}{2^n n!} \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \right]^{1/2} e^{-\beta x^2} \left[ n(n-1) H_{n-2}(\sqrt{\beta} x) + \right. \\ &+ \left. \left( n + \frac{1}{2} \right) H_n(\sqrt{\beta} x) + \frac{1}{4} H_{n+2}(\sqrt{\beta} x) \right] = \\ &= \frac{1}{\beta} \left[ \frac{1}{2} \sqrt{n(n-1)} \psi_{n-2} + \left( n + \frac{1}{2} \right) \psi_n + \frac{1}{2} \sqrt{(n+2)(n+1)} \psi_{n+2} \right] \end{aligned} \quad (93.74)$$

olduğunu (93.73)-də yazmaq və (93.38) ortonormallıq şərtindən istifadə etmək lazımdır. Onda (93.69)-u nəzərə alsaq

$$(x^2)_{n'n} = \frac{\hbar}{m\omega} \left[ \frac{1}{2} \sqrt{n(n-1)} \delta_{n,n-2} + (n+1/2) \delta_{nn} + \frac{1}{2} \sqrt{(n+2)(n+1)} \delta_{n,n+2} \right] \quad (93.75)$$

yaza bilərik. Buradan görünür ki, yalnız aşağıdakı matris elementləri sıfırdan fərqlidir.

$$\begin{aligned} (x^2)_{n-2,n} &= \frac{\hbar}{2m\omega} \sqrt{n(n-1)}, \\ (x^2)_{n+2,n} &= \frac{\hbar}{2m\omega} \sqrt{(n+2)(n+1)}, \\ (x^2)_{nn} &= \frac{1}{m\hbar\omega} (n+1/2). \end{aligned} \quad (93.76)$$

Deməli, harmonik osilyatorun kvadrupol şüalanması üçün seçmə qaydaları

$$\Delta n = n - n' = 0, \pm 2 \quad (93.77)$$

kimi yazıla bilər.

Xüsusi halda, spontan kvadrupol şüalanması  $n \rightarrow n-2$  keçidi nəticəsində baş verməli və bu halda dipol şüalanmasında olduğu kimi  $\omega$  tezlikli əsas ton deyil, tezliyi

$$\omega_{n,n-2} = \frac{E_n - E_{n-2}}{\hbar} = 2\omega \quad (93.78)$$

olan birinci harmonika şüalanmalıdır. (93.78) və (93.76)-nı (93.72)-də yazaraq

$$W_{n,n-2}^{kvadr.} = \frac{16e^2}{15c^3} \cdot \frac{\hbar^2 \omega^4}{m^2} n(n-1) \quad (93.79)$$

alırıq. Burada  $n \gg 1$  olan hala baxaq və  $\hbar \omega n \rightarrow E$  klassik yaxınlaşmadan istifadə etsək, klassik fizikaya görə kvadrupol şüalanmasının intensivliyi üçün

$$W^{kvadr.} = \frac{16e^2}{15c^3} \cdot \frac{E^2 \omega^2}{m^2} \quad (93.80)$$

ifadəsini yaza bilərik.

Harmonik osilyatorun dipol və kvadrupol şüalanmaları üçün yuxarıda verilmiş düsturları müqayisə edərək görürük ki, dipol keçidləri  $\Delta n = \pm 1$ , kvadrupol keçidləri isə  $\Delta n = 0, \pm 2$  olduqda baş verir. Bir qədər əvvəl qeyd etdiyimiz kimi,  $n$  kvant ədədi harmonik osilyatorun (93.25) dalğa funksiyasının cütlüyünü xarakterizə etdiyindən, deyə bilərik ki, dipol keçidləri cüt hallardan tək hallara ( $n$  cüt  $\rightarrow n'$  tək) və əksinə, tək hallardan cüt hallara  $\Delta n = \pm 1$  şərti ödənməklə baş verə bilər. Kvadrupol keçidləri isə yalnız cüt hallardan cüt hallara və ya tək hallardan tək hallara  $\Delta n = 0, \pm 2$  şərti ödənməklə baş verə bilər.

İndi isə harmonik osilyatorun kvadrupol və dipol şüalanmalarının intensivliklərini müqayisə edək. (93.89) və (93.71)-ə əsasən tapırıq ki,

$$\frac{W^{kvadr.}}{W^{dip}} = \frac{8}{5} \frac{E}{mc^2} = \frac{8}{5} \cdot \frac{m\omega^2 a^2}{mc^2} = \frac{4}{5} \frac{\omega^2 a^2}{c^2} \sim \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2. \quad (93.81)$$

Burada  $\lambda = 2\pi c/\omega$  - dalğa uzunluğu,  $a$  - rəqslərin amplitududur.

(93.81) ifadəsindən görünür ki, qeyri-relyativistik halda ( $E_0 \ll m_0 c^2$ ) kvadrupol keçidlərin ehtimalı dipol keçidlərin ehtimalına nisbətən çox kiçikdir. Doğrudan da, atom və molekul sistemlərinin şüalandırdığı elektromaqnit dalğasının uzunluğu  $\lambda \sim 10^{-5} sm$  tərtibində olub, onların ölçülərinə ( $a \sim 10^{-8} sm$ ) nisbətən çox böyükdür və ona görə də (93.81)-ə əsasən kvadrupol keçidin ehtimalı dipol keçidin ehtimalına nisbətən təqribən  $10^7$  dəfə kiçik olur. Ona görə də optik oblastda dipol keçidləri qadağan olunmayan keçidlər adlanır. Kvadrupol və maqnit şüalanması verən keçidlər isə, çox kiçik ehtimala malik olduqları üçün, optik oblastda adətən qadağan olunmuş keçidlər hesab olunurlar. Bu keçidlərin nəzərə alınması ona görə vacibdir ki, dipol keçidlərinin qadağan olduğu hallarda çox zəif xətlərin alınması məhz kvadrupol keçidləri ilə əlaqədar olur. Qeyd edək ki, harmonik osilyator üçün maqnit keçidləri baş vermir. Çünki, yüklü hissəciyin düzxətli hərəkəti zamanı mexaniki moment və onunla birlikdə həm də maqnit momenti sıfıra bərabər olur.

Beləliklə, kvant osilyatorunun şüalanması zamanı əsas ton (dipol şüalanması) ilə yanaşı harmonikalar da şüalana bilər, lakin onlara uyğun keçidlərin ehtimalı çox kiçik olduğu üçün bu keçidlər qadağan olunmuş hesab edilir.

#### **Ə94. Van-der-Vaals qüvvələrinin yaranmasının kvantmexaniki izahı**

Birölcü (xətti) harmonik osilyator üçün Şredinger tənliyinin həlli göstərdi ki, hətta mütləq sıfır temperaturunda da osilyatorun rəqsləri dayanmır və o, "sıfırıncı enerjiyə" ( $E_0 = \hbar \omega / 2$ ) malik olur (Ə93). Təcrübələr də göstərir ki, harmonik osilyatorun enerjisi üçün alınmış (93.26) ifadəsi bir çox faktlara Plankın istifadə etdiyi  $E_n = n \hbar \omega$  düsturuna nisbətən daha yaxşı uyğun gəlir. Məsələn, molekulların spektrlərinin tədqiqi zamanı bu uyğunluq

özünü daha yaxşı göstərir. Xüsusi maraq doğuran cəhət ondan ibarətdir ki, sıfırıncı enerjinin mövcudluğu o dövərə qədər çoxdan məlum olan, lakin izah edilə bilməyən hadisələrin izahında gözlənilmədən mühüm rol oynadı. Buna misal olaraq, səthi gərilməni, adsorbsiyanı və digər molekulyar hadisələri izah etmək üçün istifadə olunan molekulyar ilişmə (yapışma) qüvvələrinin yaranmasının izahını göstərmək olar. Belə qüvvələr real qazlar üçün hal tənliyi olan

$$\left(P - \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \quad (94.1)$$

Van-der-Vaals tənliyinə daxil olduğu üçün onları adətən Van-der-Vaals qüvvələri adlandırırlar.

Klassik fizika təsəvvürlərinə əsasən Van-der-Vaals qüvvələrinin yaranması səbəblərini izah etmək üçün çoxlu cəhdlər göstərilmiş və bu cəhdlərin hamısında həmin qüvvələrin sırf elektrik təbiətli olduğu fərz edilmişdir. Van-der-Vaals qüvvələri neytral atomlar və ya molekullar arasındakı qarşılıqlı təsiri xarakterizə etdiyindən, bu qüvvələrin mövcud olmasını başa düşmək üçün belə hesab etmək lazımdır ki, qarşılıqlı təsirdə olan bu neytral sistemlər elektrik dipolları və ya, daha simmetrik sistemlədirsə, elektrik kvadrupollarıdır. Dipollar arasındakı qarşılıqlı təsir qüvvələri məsafənin dördüncü, kvadrupollar arasındakı qarşılıqlı təsir qüvvələri isə məsafənin altıncı dərəcəsi ilə tərs mütənəsb olaraq azalır. Bu isə çoxdan məlum olan belə bir fakta keyfiyyətcə uyğun gəlir ki, molekulyar qarşılıqlı təsir qüvvələri məsafədən asılı olaraq sürətlə azalır.

Lakin molekullar arasındakı qarşılıqlı təsiri daha dərindən və xüsusilə kəmiyyətcə izah etməyə cəhd göstərdikdə klassik fizika aradan qaldırıla bilməyən maneələrlə qarşılaşdı. Belə ki, məsələn, təsirsiz qaz atomları arasında molekulyar qarşılıqlı təsirin mövcud olması tamamilə müəmmalı görünürdü. Bu atomlar yüksək elektrik simmetriyasına malik olduğundan, statik halda onların sabit dipol və hətta kvadrupol momentinə malik olduğunu söyləmək olmaz. Lakin buna baxmayaraq, bu qazlar sıxlaşaraq mayeyə çevrilir ki, bu da onların atomları arasında molekulyar qarşılıqlı təsir qüvvəsinin mövcud olduğunu sübut edir. Bundan başqa, qabaqcadan böyük dipol momentinə malik olan HCl, HBr, HJ kimi hidrogen halogenidlərin kəmiyyətcə nəzəriyyəsini qurmaq üçün göstərilən cəhdlər qənaətbəxş olmayan nəticələrə gətirdi.

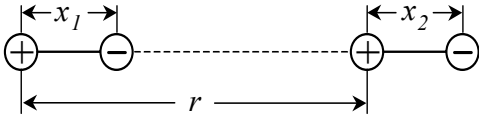
Əgər sırf statik qarşılıqlı təsirlərdən başqa həm də molekulda elektronların sürətli hərəkəti ilə əlaqədar olaraq yaranan qarşılıqlı təsirlər də nəzərə alınsa, çətinliklər aradan qalxır.

Fərz edək ki, iki molekul vardır və sükunət halında bu molekullarda elektrik yüklərinin paylanması sferik simmetrikdir, yəni bu molekullar arasında qarşılıqlı təsir (elektrik qarşılıqlı təsiri nəzərdə tutulur) yoxdur. Əgər yüklər öz tarazlıq vəziyyətindən sürüşsə, molekulun dipol momenti yaranır və qarşılıqlı təsir baş verə bilər. Yüklərin belə sürüşməsi (meyli) həqiqətən heç bir şəraitdə yox olmayan və  $\hbar\omega/2$  enerjisində malik olan sıfırıncı rəqslər sayəsində yaranır. Lakin molekulların birində dipol momentinin meydana çıxması ətraf fəzada sahə doğurur və digər molekulda dipol momenti induksiylayır. Sürətlə dəyişən bu dipol momentləri bir-birinə nisbətən elə fazada yerləşirlər ki, nəticədə molekullar arasında cazibə yaranır. Molekulyar qüvvələrin yaranmasının keyfiyyətcə izahı məhz bundan ibarətdir. Göründüyü kimi, bu izah mövcudluğunun zəruriliyi qeyri-müəyyənlik münasibətlərindən alınan sıfırıncı rəqslərlə qaçılmaz şəkildə bağlıdır. Göstərmək olar ki, bu sadə mənzərə kəmiyyət hesablamaları aparmağa və molekullar



arasındaki qarşılıqlı təsir qanununu müəyyən etməyə imkan verir. Bunun üçün biz əvvəlcə bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olan iki osilyatorun, yəni rabitəli osilyatorların rəqsləri haqqındakı məsələnin klassik mexanikada necə həll olunduğunu xatırlamalıyıq.

Fərz edək ki, bir düz xətt boyunca bir-birindən  $r$  məsafədə yerləşən iki elektrik dipolu vardır (şəkil 94.1). Hər bir yükə uyğun kütlə  $m$ , əks işarəli yüklər arasındakı məsafə birinci dipolda  $x_1$ , ikinci dipolda isə  $x_2$  olsun. Bu dipolların qarşılıqlı təsir enerjisi əks işarəli yüklərin bir-birini cəzb etməsi, eyni işarəli yüklərin isə bir-birini itələməsi sayəsində yaranır. Kulon qanununa görə bu enerji aşağıdakı kimi yazıla bilər:



Шякил 94.1.

$$u_{12} = -\frac{q^2}{r-x_1} - \frac{q^2}{r+x_2} + \frac{q^2}{r+x_2-x_1} + \frac{q^2}{r} =$$

$$= \frac{q^2}{r} \left( -\frac{1}{1-\frac{x_1}{r}} - \frac{1}{1+\frac{x_2}{r}} + \frac{1}{1+\frac{x_2-x_1}{r}} + 1 \right). \quad (94.2)$$

$r$  məsafəsi həmişə  $x_1$  və  $x_2$ -dən xeyli böyük olduğundan (94.2) ifadəsində mötərizədəki kəşrləri

$$\frac{1}{1+\frac{x}{r}} = 1 - \frac{x}{r} + \frac{x^2}{r^2} - \dots \quad (94.3)$$

ümumi düsturuna əsasən sıraya ayıra bilərik. Bu ayrılışlarda ilk üç hədlə kifayətlənsək, sadə çevirmələrdən sonra (94.2) əvəzinə

$$u_{12} = -\frac{2q^2}{r^3} \cdot x_1 \cdot x_2 \quad (94.4)$$

alırıq ki, bu da dipolların qarşılıqlı təsirinin potensial enerjisidir.

İndi fərz edək ki, bu dipollarda rəqslər yaranır. Tarazlıq vəziyyətindən meyllər kiçik olduqda bu rəqslər harmonik rəqslər olacaqdır. Hər bir dipolda yüklərə uyğun kütlələr və onları əlaqələndirən qüvvələr eyni olduğundan, dipollar arasında rabitə olmadıqda (məsələn, onlar arasındakı məsafənin çox böyük qiymətlərində) onların hər ikisi eyni bir

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (94.5)$$

tezliyi ilə sadə harmonik rəqs edəcəkdir. Burada  $k$ -hər iki dipol üçün eyni olan kvazielastik qüvvə sabitidir.

İndi isə osilyatorlar arasında əlaqə (rabitə) olduğunu nəzərə alaq. Birinci osilyatorda yükün meyli nəticəsində  $-kx_1$ , ikinci osilyatorda isə  $-kx_2$  kvazielastik qüvvənin meydana çıxmasına səbəb olur. Lakin ikinci osilyatorun dipol momentinin dəyişməsi, osilyatorlar

arasında rabitənin mövcud olması nəticəsində, birinci osilyatorada əlavə qüvvənin meydana çıxmasına səbəb olur və əksinə. Osilyatorlar arasındakı qarşılıqlı təsirin  $u_{12}$  potensial enerjisini bilərək bu əlavə  $F_{12}$  və  $F_{21}$  qüvvələrini tapa bilərik:

$$\begin{aligned} F_{12} &= -\frac{\partial u_{12}}{\partial x_1} = \frac{2q^2}{r^3} x_2 = \chi x_2 \\ F_{21} &= -\frac{\partial u_{12}}{\partial x_2} = \frac{2q^2}{r^3} x_1 = \chi x_1 \end{aligned} \quad (94.6)$$

Burada

$$\chi = \frac{2q^2}{r^3} \quad (94.7)$$

işarə edilmişdir. Onda osilyatorların hərəkət tənliklərini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_1}{dt^2} + \omega_0^2 x_1 - \frac{\chi}{m} x_2 &= 0 \\ \frac{d^2 x_2}{dt^2} + \omega_0^2 x_2 - \frac{\chi}{m} x_1 &= 0 \end{aligned} \quad (94.8)$$

Bu ifadələrdə  $m\omega_0^2 x_1 = kx_1$  və  $m\omega_0^2 x_2 = kx_2$  – birinci və ikinci osilyatorlarda təsir göstərən kvazielastik qüvvədir.

Hansı şərtlər ödəndikdə rabitəli osilyatorların sadə harmonik rəqslər edəcəyini aydınlaşdırmaq. Aydındır ki, hər iki osilyator sadə rəqs edirsə, bu rəqsin tezliyi onlar üçün eyni olmalıdır. Ona görə də (94.8) diferensial tənliklər sisteminin həllərini

$$x_1 = Ae^{i\omega t}, \quad x_2 = Be^{i\omega t} \quad (94.9)$$

şəklində axtarmaq lazımdır. Bu həlləri (94.8)-də yazaraq və alınan tənlikləri  $e^{i\omega t}$  vuruğuna ixtisar edərək

$$\begin{aligned} (\omega_0^2 - \omega^2)A - \frac{\chi}{m} B &= 0, \\ -\frac{\chi}{m} A + (\omega_0^2 - \omega^2)B &= 0 \end{aligned} \quad (94.10)$$

tənliklər sistemini alırıq. Göründüyü kimi, (94.10) –  $A$  və  $B$  məchullarına nəzərən xətti və bircinsli tənliklər sistemidir. Məlumdur ki, belə tənliklər sisteminin sıfırdan fərqli həllinin olması üçün məchulların əmsallarından düzəldilmiş determinant sıfıra bərabər olmalıdır. Onda (94.10) tənliklər sistemi üçün

$$\begin{vmatrix} \omega_0^2 - \omega^2 & -\frac{\chi}{m} \\ -\frac{\chi}{m} & \omega_0^2 - \omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (94.11)$$

yaza bilərik. Bu determinantı açaraq

$$(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - \left(\frac{\chi}{m}\right)^2 = 0,$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 \pm \frac{\chi}{m}$$

və buradan da,  $\omega$  tezliyi üçün iki qiymət tapırıq:

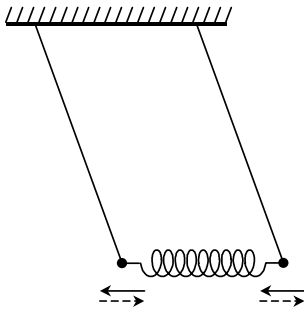
$$\omega_+ = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\chi}{m}}, \quad \omega_- = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{\chi}{m}}. \quad (94.12)$$

(94.12) ifadələrinin hər birini ayrılıqda (94.10)-da yazaraq

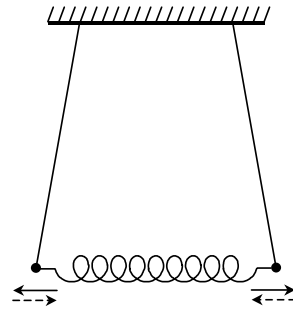
$$\omega = \omega_+, \quad A = B;$$

$$\omega = \omega_-, \quad A = -B = B e^{i\pi} \quad (94.13)$$

alarıq, Beləliklə, görürük ki, rabitəli iki osilyatordan ibarət olan sistem üçün tezliyin iki müxtəlif qiyməti alınır və bu qiymətlərin biri  $\omega_0$ -dan bir az kiçik, digəri isə bir az böyükdür. Qeyd edək ki, bu tezliklər normal və ya baş tezliklər adlanır və rabitəli osilyatorların sadə harmonik rəqsləri məhz bu tezliklərlə baş verə bilər. Özü də  $\omega_+$  tezliyi ilə rəqs etmək üçün osilyatorlar başlanğıc zaman anında eyni fazada eyni meyl ( $A = B$ , simmetrik rəqs),  $\omega_-$  tezliyi ilə rəqs etmək üçün isə əks fazada eyni meyl ( $A = -B$ , antisimmetrik rəqs) etməlidir. Bu hallar uyğun olaraq, 94.2 və 94.3 şəkillərində təsvir



Шякил 94.2.



Шякил 94.3.

edilmişdir. Burada nəzərə almaq lazımdır ki, rabitəli rəqqaslarda potensial enerji baxılan haldakı kimi qarşılıqlı təsirdə olan iki dipol üçün olduğundan fərqli olur. Məsələn, xüsusi halda, rəqqaslar üçün yalnız tezliklərdən biri (məhz böyük  $\omega$  tezliyi)  $\omega_0$ -dan fərqlənir. İkinci tezlik  $\omega_+$  isə öz qiymətini dəyişmişir. Doğrudan da,  $\omega = \omega_0$  olduqda (94.13)-ə görə  $A = B$  olur, yəni rəqqaslar eyni istiqamətdə rəqs edirlər və ona görə də onları əlaqələndirən elastik yayı aradan götürsək, tezlik dəyişməz.

Əgər başlanğıc şərtlər (94.13) kimi deyilsə, onda sistemin rəqsləri sadə rəqslər olmayacaqdır. Ümumi halda bu rəqsləri  $\omega_+$  və  $\omega_-$  tezlikli rəqslərin superpozisiyası kimi göstərmək olar. (94.8) tənliklər sisteminin xüsusi həllərini həqiqi funksiyalar şəklində yazaq. Onda  $A = a e^{i\delta_1}$  və  $B = b e^{i\delta_2}$  qəbul edərək

$$\begin{aligned}x_1 &= a \cos(\omega_+ t + \delta_1), \\x_2 &= b \cos(\omega_+ t + \delta_2)\end{aligned}\quad (94.14)$$

alırıq. Ümumi həll bu xüsusi həllərin superpozisiyasından ibarət olar:

$$x_1 = a \cos(\omega_+ t + \delta_1) + b \cos(\omega_+ t + \delta_2), \quad (94.15)$$

$$x_2 = a \cos(\omega_+ t + \delta_1) - b \cos(\omega_+ t + \delta_2).$$

Aşağıdakı başlanğıc şərtləri qəbul edək:  $t=0$  anında birinci osilyatorun meyli  $x_1 = \alpha$ , sürəti isə  $\dot{x}_1 = 0$  olsun; ikinci osilyator isə öz tarazlıq vəziyyətində sükunətdədir, yəni  $x_2 = 0$ ,  $\dot{x}_2 = 0$ . Bu başlanğıc şərtləri (94.15)-də nəzərə alsaq

$$a \cos \delta_1 + b \cos \delta_2 = \alpha, \quad 0 = a \omega_+ \sin \delta_1 + b \omega_+ \sin \delta_2, \quad (94.16)$$

$$0 = a \cos \delta_1 - b \cos \delta_2, \quad 0 = a \omega_+ \sin \delta_1 - b \omega_+ \sin \delta_2$$

olar. Burada sağ tərəfdəki tənliklərdən  $\delta_1 = \delta_2 = 0$  alınır. Onda sol tərəfdəki tənliklərdən

$$a = b = \frac{\alpha}{2} \quad (94.17)$$

alınır. Deməli, bizim baxdığımız osilyatorların rəqsləri, yuxarıda verilən başlanğıc şərtlər daxilində, aşağıdakı düsturlarla ifadə olunur:

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{A}{2} (\cos \omega_- t + \cos \omega_+ t) = A \cos \frac{\omega_- - \omega_+}{2} t \cos \frac{\omega_- + \omega_+}{2} t \\x_2 &= \frac{A}{2} (\cos \omega_- t - \cos \omega_+ t) = A \sin \frac{\omega_- - \omega_+}{2} t \sin \frac{\omega_- + \omega_+}{2} t\end{aligned}\quad (94.18)$$

(94.18) ifadələrinin hər birində modullaşmış amplitudu göstərən və  $(\omega_- - \omega_+)/2$  tezliyi ilə ləng dəyişən vuruq və  $(\omega_- + \omega_+)/2$  tezliyi ilə sürətlə dəyişən faza vuruğu vardır. Bundan başqa, göründüyü kimi,  $x_1$  və  $x_2$  rəqsləri arasında  $\pi/2$ -yə bərabər olan faza sürüşməsi vardır. Belə ki, birinci osilyator maksimal amplitud ilə rəqs edəndə, ikinci osilyator sükunətdə olur. Birinci osilyatorun amplitudu tədricən kiçilir, ikinci osilyatorun rəqs amplitudu isə artır və modulyasiyanın periodunun dördüdə bir hissəsindən sonra osilyatorlar rollarını dəyişirlər və sonra bütün proses tərsinə baş verir.

Enerjinin bu "gəzişməsi" və ya fluktuasiyaları bir-biri ilə əlaqəli olan iki eyni rəqqasla aparılan məlum nümayiş təcrübəsində əyani şəkildə müşahidə olunur.

Baxdığımız rabitəli osilyatorların tam enerjisini hesablayaq. Ayrılıqda bir osilyatorun potensial enerjisi  $m\omega_0^2 x^2/2$  kimi təyin olunur. Yuxarıda gördüyümüz kimi rabitəli osilyatorlar sisteminin potensial enerjisinin ifadəsinə hər iki osilyatorun potensial enerjilərinin cəmindən başqa həm də onların qarşılıqlı təsir enerjisinə uyğun olan

$-\frac{2q^2}{r^3} x_1 x_2$  həddi də daxil olmalıdır. Beləliklə, rabitəli osilyatorlar sisteminin potensial enerjisi

$$u = \frac{1}{2}m\omega_0^2x_1^2 + \frac{1}{2}m\omega_0^2x_2^2 - \frac{2q^2}{r^3}x_1x_2, \quad (94.19)$$

kinetik enerjisi isə

$$E_k = \frac{1}{2}m\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}_2^2 \quad (94.20)$$

kimi təyin olunur. Onda bu sistemin tam enerjisi

$$E = E_k + u = \frac{1}{2}m\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}_2^2 + \frac{1}{2}m\omega_0^2x_1^2 + \frac{1}{2}m\omega_0^2x_2^2 - \frac{2q^2}{r^3}x_1x_2 \quad (94.21)$$

olar. Göründüyü kimi, osilyatorların qarşılıqlı təsirini nəzərə almamaq mümkün olsaydı, (94.21) ifadəsində sonuncu hədd olmazdı və sistemin tam enerjisi sadəcə olaraq  $\omega_0$  sabit tezliyi ilə rəqs edən iki osilyatorun tam enerjilərinin cəminə bərabər olardı. Belə yaxınlaşma osilyatorların bir-birindən çox böyük  $r$  məsafəsində yerləşdiyi halda doğru ola bilər. Lakin biz rabitəli iki osilyatordan ibarət sistemin  $E=E_k+u$  tam enerjisini dəyişmiş tezliyə malik iki osilyatorun enerjilərinin cəmi kimi də göstərə bilərik. Bu məqsədlə  $x_1$  və  $x_2$  əvəzinə aşağıdakı kimi təyin olunan iki dənə yeni  $\xi$  və  $\eta$  dəyişənləri daxil edək:

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_1 + x_2), \quad \eta = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_1 - x_2). \quad (94.22)$$

Buradan tapırıq ki,

$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi + \eta), \quad x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi - \eta), \quad x_1^2 + x_2^2 = \xi^2 + \eta^2,$$

$$\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 = \dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2, \quad x_1x_2 = \frac{1}{2}(\xi^2 - \eta^2).$$

Bu ifadələrdən istifadə edərək tam enerjinin (94.21) ifadəsini aşağıdakı kimi çevirək:

$$E = \frac{m}{2}(\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2) + \frac{m\omega_0^2}{2}(\xi^2 + \eta^2) - \frac{q^2}{r^3}(\xi^2 - \eta^2) = \frac{m\dot{\xi}^2}{2} + \frac{m\omega_0^2}{2}\left(1 - \frac{2q^2}{mr^3\omega_0^2}\right)\xi^2 + \frac{m\dot{\eta}^2}{2} + \frac{m\omega_0^2}{2}\left(1 + \frac{2q^2}{mr^3\omega_0^2}\right)\eta^2.$$

Burada (94.7) və (94.12) ifadələrini nəzərə alsaq,

$$E = E_k + u = \frac{m\dot{\xi}^2}{2} + \frac{m\omega_+^2\xi^2}{2} + \frac{m\dot{\eta}^2}{2} + \frac{m\omega_-^2\eta^2}{2} \quad (94.23)$$

yaza bilərik. Beləliklə, biz görürük ki, (94.23) kimi təyin olunan  $E$  tam enerjisi yuxarıda tapdığımız  $\omega_+$  və  $\omega_-$  normal tezlikləri ilə bir-birindən asılı olmayaraq rəqs edən iki osilyatorun tam enerjilərinin cəminə bərabərdir.

Ə93-də göstərilədiyi kimi, osilyatorların enerjiləri kvantlanmış qiymətlər alır /bax: (93.26)/:

$$\begin{aligned} E_{n_+} &= \hbar\omega_+ \left( n_+ + \frac{1}{2} \right) \\ E_{n_-} &= \hbar\omega_- \left( n_- + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (94.24)$$

Onda sistemin tam enerjisi üçün

$$E = E_{n_+} + E_{n_-} = \hbar\omega_+ \left( n_+ + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_- \left( n_- + \frac{1}{2} \right) \quad (94.25)$$

ifadəsini yazmaq olar.

İndi isə  $\omega_+$  və  $\omega_-$  tezliklərini bizi təmin edən dəqiqliklə hesablayaq. Bunun üçün əvvəlcə (94.7)-ni (94.12)-də yazaraq və  $k=m\omega_0^2$  olduğunu nəzərə alaq:

$$\omega_+ = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{2q^2}{r^3k}}, \quad \omega_- = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{2q^2}{r^3k}} \quad (94.26)$$

(94.26) ifadəsində

$$\sqrt{1 + \varepsilon} = 1 + \frac{\varepsilon}{2} - \frac{\varepsilon^2}{2} + \dots \quad (94.27)$$

ayrılışından istifadə edərək

$$\begin{aligned} \omega_+ &= \omega_0 \left( 1 - \frac{q^2}{r^3k} - \frac{q^4}{2r^6k^2} \right) \\ \omega_- &= \omega_0 \left( 1 + \frac{q^2}{r^3k} - \frac{q^4}{2r^6k^2} \right) \end{aligned} \quad (94.28)$$

yazmaq olar. (94.28) ifadələrini (94.25)-də nəzərə alaraq tapırıq ki,

$$\begin{aligned} E = E_{n_+} + E_{n_-} &= \hbar\omega_0 \left[ (n_+ + n_- + 1) + \right. \\ &\left. + \frac{q^2}{r^3k} (n_- + n_+) - \frac{q^4}{2r^6k^2} (n_- + n_+ + 1) \right]. \end{aligned} \quad (94.29)$$

Hər iki osilyator əsas haldadırsa  $n_+=n_-=0$  və (94.29)-dan

$$E = \hbar\omega_0 \left( 1 - \frac{q^4}{2r^6k^2} \right) \quad (94.30)$$

alırıq. Bu halda (94.29)-da ikinci hədd sıfıra bərabər olur və sıradan çıxır. Lakin baxılan dipollardan (osilyatorlardan) biri həyəcanlanmış halda olduqda ( $n_+$  və ya  $n_-$  sıfırdan fərqli olduqda), bu hədd böyük əhəmiyyət kəsb edir.

Osilyatorların sıfıncı enerjilərinin cəmi  $\frac{\hbar\omega_0}{2} + \frac{\hbar\omega_0}{2} = \hbar\omega_0$  olduğundan, (94.30)

ifadəsindən biz görürük ki, bu cəm  $\frac{q^4\hbar\omega_0}{2k^2r^6}$  qədər azdır. Məhz bu kəmiyyət osilyatorlar arasında rabitə enerjisinə bərabərdir:

$$W = -\frac{q^4\hbar\omega_0}{2k^2} \cdot \frac{1}{r^6} = -\frac{C}{r^6}. \quad (94.31)$$

Burada  $C$  – müəyyən sabitdir və onu müxtəlif atomlar üçün optikadan məlum olan kəmiyyətlər və  $\hbar$  universal sabiti vasitəsilə hesablamaq olar. ( $q$  elementar  $e$  yükünün tam mislinə bərabərdir). (94.31) ifadəsində mənfi işarəsi göstərir ki, osilyatorlar arasında rabitə cazibə xarakterlidir və özü də bu, osilyatorların hansı fazalarda rəqs etməsindən asılı deyildir.

Beləliklə, biz molekullar arası qarşılıqlı təsir enerjisini qabaqcadan hesablamaq imkanı əldə etmiş oluruq. Digər tərəfdən bu enerji həm də atom və ya molekulu kristal qəfəsdən qoparmaq üçün görülən işə, yəni sublimasiya istiliyinə bərabərdir. 94.1 cədvəlində verilmiş qiymətlər (94.31) düsturu ilə hesablanmış qiymətlərin təcrübədən tapılmış sublimasiya istiliyi (mütləq sifra götürülmüş) ilə nə dərəcədə yaxşı uyğun gəldiyini göstərir. Bu paragrafın əvvəlində deyilənlərə qayıdaraq, göstərək ki, Van-der-Vaals qüvvələrinin yaranmasının mümkünlüyü osilyatorun enerjisinin ifadəsində ilk baxışdan

qəribə görünən  $\frac{\hbar\omega_0}{2}$  sıfıncı enerjinin olması ilə əlaqədardır. Doğrudan da son

hesablamalar üçün biz Plankın yarımklassik  $E_n = n\hbar\omega_0$  düsturundan istifadə etmiş olsaydıq, (94.29) düsturunda birinci və üçüncü hədlərdə 1 ədədi olmazdı. Bu isə o deməkdir ki, əsas halda, yəni  $n_+ = n_- = 0$  olduqda rabitə enerjisi sifra bərabərdir. Bu nəticə belə bir fakta uyğun gəlir ki, sükunətdə olan osilyatorlarda yükün paylanması nəticəsində elektrik dipol və ya kvadrupol momenti yoxdursa, (təsirsiz qaz atomları He, Ne, Ar) klassik nəzəriyyəyə görə belə osilyatorlar bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə ola bilməzlər. Deməli, normal (əsas) halda molekulyar qarşılıqlı təsir qüvvələrinin yaranması sıfıncı enerjinin mövcud olması ilə əlaqədardır. Doğrudan da, həyəcanlanmış atom və molekullarda dipol momentləri yaranır və bu dipol momentləri zamana görə dəyişir. Lakin atom və ya molekul həyəcanlanmamışdırsa (əsas haldadırsa), yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, klassik təsəvvürlər baxımından onların dipol momenti olmamalıdır. Lakin kvant mexanikasına görə bu, heç də belə deyildir. Kvant mexanikası təcrübi faktlara tam uyğun olaraq göstərir ki, həyəcanlanmamış atom və ya molekul sıfıncı enerjiyə malik olmalıdır ki, bu da çox cəld sıfıncı rəqslərə uyğun gəlir. Qeyd etdiyimiz kimi, Van-der-Vaals qüvvələrinin də mənşəyi məhz sıfıncı rəqslərin mövcud olması ilə əlaqədardır. Sıfıncı rəqslərin istilik hərəkəti ilə heç bir əlaqəsi yoxdur, yəni onlar temperaturdan asılı deyildir. Ona görə də Van-der-Vaals qüvvələri də temperaturdan asılı olmamalıdır. Təcrübələr göstərir ki, bu, doğrudan da belədir.

Van-der-Vaals qüvvələrinin meydana çıxmasında sıfıncı rəqslərin rolunu aydınlaşdırmaq və bu qüvvələrin kvant təbiətli olduğunu göstərmək üçün real atom və ya molekulların əvəzinə onların modelindən, yəni qarşılıqlı təsirdə olan eyni atomlara və ya molekullara  $m$  kütləsinə malik olan və  $\omega_0$  tezliyi ilə rəqs edən birölçülü harmonik osilyator kimi baxılmasından istifadə edilir. Van-der-Vaals qüvvələrinin kvant təbiətli

olması (94.31) düsturundan da bilavasitə görünür. Bu düstura  $\hbar$  Plank sabiti vuruq kimi daxildir.

Cədvəl 94.1

Maddə	Sublimasiya istiliyi	
	hesablanmış	təcrübədən tapılmış
Ne	0,47	0,58
N <sub>2</sub>	1,64	1,86
Ar	2,08	2,03
CH <sub>4</sub>	2,42	2,70

Əgər osilyatorların dipol momentləri bir-birinə perpendikulyardır, onda dipol qarşılıqlı təsiri yaranmır və cazibə qüvvəsi də sıfır bərabər olur. Əgər osilyatorların dipol momentləri bir-birinə nəzərən bucaq əmələ gətirməklə yönəlmişdirsə, onları osilyatorları birləşdirən düz xətt boyunca və bu xəttə perpendikulyar istiqamətdə yönələn iki toplanana ayırmaq olar və deməli, bu halda cazibə qarşılıqlı təsiri yaranır.

Molekullar arasında dipol qarşılıqlı təsirinin cazibə xarakterli olmasını başqa cür də izah etmək olar. Molekulların müxtəlif adlı yükləri olan tərəfləri bir-birinə yaxın yerləşdikdə (şəkil 94.4a) onlar arasında cazibə eyniadlı yükləri olan tərəfləri bir-birinə yaxın yerləşdikdə isə (şəkil 94.4b) itələmə baş verir.

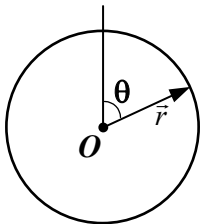
Molekulların bir-birinə nəzərən yönəlməsindən (oriyentasiyasından) asılı olan dipol qarşılıqlı təsirin enerjisi birinci halda minimum, ikinci halda isə maksimum qiymət alır. Ona görə də birinci hala dayanıqlı, ikinci hala isə dayanıqsız tarazlıq uyğun gəlir. Bolsman paylanması görə termodinamik tarazlıq halında, məsələn qazda, birinci halın ehtimalı ikinci halın ehtimalına nisbətən çoxdur, yəni molekullar birinci halda ikinci haldakına nisbətən daha çox olurlar. Bunun da nəticəsində qarşılıqlı təsirin yekun effekti cazibədən ibarət olur.



Шякил

### Ə95. Sərt rotator. Seçmə qaydaları

Əvvəlcə birölçülü sərt rotator üçün Şredinger tənliyini həll edək. Sabit  $r$  radiuslu çevrə üzrə hərəkət edən hissəcik birölçülü sərt rotator adlanır (şəkil 95.1). Belə hissəciyin  $u(r)$  potensial enerjisi sabit olur və ona görə də ümumiliyi pozmadan birölçülü sərt rotator üçün  $u(r)=0$  götürmək olar. Onda birölçülü sərt rotator üçün Şredinger tənliyi



Шякил

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi \quad (95.1)$$

kimi yazıla bilər. Burada  $x$  məsafəsi çevrə üzrə ölçülür. 95.1 şəklindən görünür ki, bu hissəciyin vəziyyəti onun  $\vec{r}$  radius vektorunun çevrənin mərkəzindən keçən və hesablama başlanğıcı kimi götürülən düz xətt ilə əmələ gətirdiyi  $\theta$  bucağı ilə tam təyin

olunur. Ona görə də



$$x=r\theta \quad (95.2)$$

olduğunu nəzərə alaraq, (95.1) tənliyində  $\theta$  dəyişəninə keçmək daha əlverişlidir. Onda (95.2)-dən

$$\theta = \frac{x}{r}, \quad \frac{d}{dx} = \frac{d}{d\theta} \frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{r} \frac{d}{d\theta}, \quad \frac{d^2}{dx^2} = \frac{1}{r^2} \frac{d^2}{d\theta^2}$$

olduğundan (95.1) tənliyini

$$\frac{d^2\psi}{d\theta^2} + k^2\psi = 0 \quad (95.3)$$

kimi yazmaq olar. Burada

$$k = \sqrt{\frac{2mr^2E}{\hbar^2}} \quad (95.4)$$

işarə edilmişdir. Aydındır ki, (95.3) tənliyinin ümumi həlli

$$\psi = A \cos k\theta \quad (95.5)$$

olar.  $A$ –normallaşdırıcı vuruqdur.

(95.5) ifadəsində  $k$ -nın mümkün olan qiymətləri  $\psi$ -funksiyasının birqiymətli olması şərtinə əsasən müəyyən edilir. Belə ki,  $\theta=0$  olduqda  $\psi=A$  alınır. Dalğa funksiyasının birqiymətli olması şərti tələb edir ki, radius-vektor yenidən həmin nöqtəyə qayıtdıqda dalğa funksiyası yenə də həmin qiyməti almalıdır, yəni

$$\cos k\theta = \cos k(\theta + 2\pi) = \cos(k\theta + k \cdot 2\pi)$$

şərti ödənməlidir. Bu şərtin ödənməsi üçün isə

$$k=0, 1, 2, 3, \dots \quad (95.6)$$

tam qiymətlər almalıdır. Deməli, (95.4) ifadəsinə əsasən birölçülü sərt rotatorun enerjisi diskret qiymətlər alır, yəni kvantlanır:

$$E_k = \frac{\hbar^2}{2mr^2} \cdot k^2, \quad k=0, 1, 2, \dots \quad (95.7)$$

Beləliklə, sərt rotatorun enerjisini təyin edən  $k$  kvant ədədi sıfıra da bərabər ola bilər, yəni əvvəl baxdığımız misallardan fərqli olaraq, sərt rotatorun əsas halının enerjisi sıfıra bərabərdir. Lakin, bu, heç də çətinlik yaratmamalıdır. Belə ki, çevrə üzrə hərəkət məhdud deyildir, çünki çevrənin başlanğıcı və sonu yoxdur. Məhz buna görə də çevrə üzrə hərəkət edən hissəciyin  $E$  enerjisinin sıfıra bərabər olması qeyri-müəyyənlik münasibətlərinə zidd deyildir.

(95.5) dalğa funksiyasının normallıq şərtinə əsasən

$$1 = \int_0^{2\pi} \psi^* \psi d\theta = A^2 \int_0^{2\pi} \cos^2 k\theta d\theta = A^2 \cdot \pi$$

olduğundan,  $A = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$  və

$$\psi_k(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos k\theta \quad (95.8)$$

alınır. (95.7) və (95.8) ifadələrindən görünür ki, birölçülü sərt rotatorun enerji səviyyələri cırlaşmamışdır, yəni hər bir  $E_k$  məxsusi qiymətinə bir dənə  $\psi_k$  məxsusi funksiyası uyğun gəlir.

İki qonşu səviyyənin enerjiləri fərqi

$$\Delta E_k = E_{k+1} - E_k = \frac{\hbar^2}{2mr^2}(2k+1) \quad (95.9)$$

olduğundan, deyə bilərik ki,  $k$  kvant ədədi artdıqca qonşu səviyyələr arasındakı məsafə də artır. Lakin  $k \rightarrow \infty$  olduqda

$$\frac{\Delta E_k}{E_k} \sim \frac{2k+1}{k^2} \rightarrow 0$$

olduğundan,  $k$  kvant ədədinin çox böyük qiymətlərində enerji səviyyələri demək olar ki, bir-birinə qovuşur və enerjinin diskretliyi onun kəsilməzliyi ilə əvəz olunur.

Hissəciyin çevrə üzrə hərəkəti zamanı onun impuls momenti  $M = mvr$  və kinetik enerjisi  $W_k = \frac{mv^2}{2}$  arasında

$$M = r\sqrt{2mW_k} \quad (95.10)$$

kimi əlaqə vardır. Birölçülü sərt rotator üçün  $E = W_k$  olduğundan, (95.7)-ni (95.10)-da nəzərə alsaq

$$M = k\hbar \quad (95.11)$$

ifadəsini alırıq ki, bu da impuls momentinin kvantlandığını göstərir. Deməli, birölçülü sərt rotatorun həm enerjisi, həm də impuls momenti diskret qiymətlər alır.

İndi isə üçölçülü sərt rotatora baxaq. Sabit  $r$  radiuslu sferanın səthi üzrə hərəkət edən hissəcik üçölçülü sərt rotator adlanır. Belə hissəciyin hərəkətinə sferik-simmetrik və ya mərkəzi sahədə hərəkət kimi baxmaq olar. Onda bu hissəciyin potensial enerjisi istiqamətdən, yəni sferik bucaqlardan asılı olmayıb, yalnız sferanın  $r$  radiusundan asılı olacaq və həm də sabit qiymət alacaqdır:  $u(r) = \text{const}$ . Ümumiliyi pozmadan belə hesab etmək olar ki, bu sabit, yəni üçölçülü sərt rotatorun potensial enerjisi sifra bərabərdir. Deməli, sərbəst üçölçülü sərt rotatorun tam enerjisi  $E$  onun yalnız kinetik enerjisinə bərabərdir:  $E = E_k$ . Göstərmək olar ki, üçölçülü sərt rotatorun kinetik və deməli, tam enerjisi

$$E = E_k = \frac{M^2}{2I} \quad (95.12)$$

düsturu ilə təyin olunur. Burada  $M$  və  $I$  uyğun olaraq, sferanın mərkəzinə nəzərən hissəciyin impuls momenti və ətalət momentidir:

$$M = mvr, \quad (95.13)$$

$$I = mr^2. \quad (95.14)$$

Aydındır ki, sferik səth üzrə fırlanan hissəciyin kinetik enerjisi

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 r^2}{2} = \frac{1}{2}(mr^2)\omega^2 = \frac{I\omega^2}{2} \quad (95.15)$$

impuls momenti isə

$$M = m \nu r = m r^2 \omega = I \omega \quad (95.16)$$

kimi təyin olunur. Burada  $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$  – bucaq sürəti,  $\nu = \omega r$  – xətti sürətdir. (95.15) və (95.16) ifadələrindən isə (95.12) düsturunu dərhal alınır.

Deməli, üçölçülü sərt rotator üçün Hamilton operatoru

$$\hat{H} = \frac{\hat{M}^2}{2I} \quad (95.17)$$

kimi yazıla bilər. Deməli, sərbəst fəza rotatoru üçün Şredinger tənliyi

$$\hat{H}\psi = \frac{\hat{M}^2}{2I}\psi = E\psi \quad (95.18)$$

şəklində olar. Buradan görünür ki, sərbəst fəza rotatorunun dalğa funksiyası  $\hat{M}^2$  impuls momenti operatorunun məxsusi funksiyası ilə eyni olmalıdır. Başqa sözlə, (84.29) ifadəsi ilə təyin olunan və  $\hat{M}^2$  operatorunun məxsusi funksiyası olan  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  kompleks sferik funksiyalar, həm də sərbəst üçölçülü sərt rotatorun halını təsvir edir.  $\hat{H}$ ,  $\hat{M}^2$  və  $\hat{M}_z$  operatorları bir-biri ilə kommutativ olduğundan bu funksiyalar onların üçün də eyni zamanda məxsusi funksiyasıdır. Ona görə də (84.37) və (84.38) ifadələri ilə yanaşı sərt fəza rotatoru üçün (95.18)-ə uyğun olaraq

$$\frac{\hat{M}^2}{2I} Y_{lm}(\theta, \varphi) = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2I} Y_{lm}(\theta, \varphi) = E_l Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (95.19)$$

bərabərliyi də ödənməlidir. Beləliklə, sərt fəza rotatorunun tam enerjisi

$$E_l = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2I}, l = 0, 1, 2, \dots \quad (95.20)$$

diskret qiymətlər alır, yəni kvantlanır.  $l$  kvant ədədi böyüdükcə qonşu səviyyələr arasındakı məsafə (enerji fərqi) artır. Doğrudan da,

$$\Delta E_l = E_{l+1} - E_l = \frac{\hbar^2}{I}(l+1) \quad (95.21)$$

olur. Lakin  $l$ -in çox böyük qiymətlərində rotatorun enerji səviyyələri sanki bir-birinə qovuşur:

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \frac{\Delta E_l}{E_l} = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{2}{l} = 0. \quad (95.22)$$

Sərbəst fəza rotatorunun enerji səviyyələrini təyin edən  $l$  kvant ədədi bəzən rotasiya (fırlanma) kvant ədədi də adlanır.

Rotator modelindən ikiatomlu molekulların hərəkətini və fırlanma spektrlərini, həm də nüvələrin fırlanma hərəkətini təsvir etmək üçün müvəffəqiyyətlə istifadə olunur. Bu zaman ikiatomlu molekulun ətalət momentini  $I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$  götürmək lazımdır. Burada  $m_1$  və  $m_2$  molekuldakı atomların kütlələri,  $r_1$  və  $r_2$  isə bu atomlardan molekulun kütlə mərkəzinə qədər olan məsafədir.

Ə84-də göstərilmişdir ki,  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  funksiyasının ifadəsinə daxil olan  $l$  və  $m$  kvant ədədləri arasında  $|m| \leq l$  şərti ödənməlidir, yəni  $l$  kvant ədədinin verilmiş qiymətində  $m$  kvant ədədi  $2l+1$  sayda müxtəlif qiymətlər alır:  $m=-l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l$ . Bu isə o deməkdir ki, rotatorun  $l=0, m=0$  əsas halına uyğun  $E_0$  enerji səviyyəsindən başqa digər ( $l \neq 0$ ) bütün enerji səviyyələri  $2l+1$  tərtibdən cırlaşmışdır. Başqa sözlə, hər bir  $E_l$  enerji səviyyəsinə bir-birindən  $m$  kvant ədədi ilə fərqlənən  $2l+1$  sayda müxtəlif  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  məxsusi funksiyaları uyğun gəlir. Rotatorun enerji səviyyələrinin cırlaşması onunla əlaqədardır ki, sərt fəza rotatoru sferik simmetriyaya malik olduğundan koordinat başlanğıcından keçən bütün istiqamətlər eyni hüquqludur. Bu nəticəni ümumiləşdirərək belə demək olar ki, sferik simmetriyaya malik olan bütün sistemlərdə bu cür cırlaşma mövcud olmalıdır.

Əgər hər hansı üstün istiqamət varsa (məsələn, maqnit sahəsinin istiqaməti), onda sferik simmetriya pozulur və  $\hat{M}$  impuls momenti vektorunun mümkün olan istiqamətləri artıq eyni hüquqlu olmur. Bunun da sayəsində cırlaşma ya tamamilə aradan qalxır, ya da onun tərtibi kiçilir (qismən aradan qalxır).

(95.20) düsturundan görünür ki, sərbəst üçölçülü sərt rotatorun enerjisinin ən kiçik qiyməti (əsas halın enerjisi)  $E_0=0$  olur. Lakin bu halda ( $l=0, m=0$ ) rotatorun müşahidə olunması ehtimalının sıxlığı  $|Y_{00}(\theta, \varphi)|^2 = \frac{1}{4\pi} = const$  olub, sferanın səthi üzərindəki bütün nöqtələrdə eynidir. Deməli, əsas halda rotatorun enerjisinin sıfır bərabər olmasına baxmayaraq, o, sükunətdə qalmayıb, hərəkət edir. Bu da qeyri-müəyyənlik prinsipinə (Ə69) uyğundur.

Aydındır ki,  $|Y_{lm}|^2 \sin\theta d\theta d\varphi$  kəmiyyəti sabit radiuslu sfera üzərində hərəkət edən hissəciyin (sərt rotatorun) ( $\varphi, \varphi+d\varphi$ ) və ( $\theta, \theta+d\theta$ ) bucaqları oblastında müşahidə olunması ehtimalını verir. (84.29) ifadəsindən görüldüyü kimi,  $|Y_{lm}|^2$  kəmiyyəti  $\varphi$  bucağından asılı deyildir və ona görə də sərt rotatorun eyni bir  $d\varphi$  intervalında müşahidə olunması ehtimalı da eynidir. Məhz buna görə də  $|Y_{lm}|^2 \cdot 2\pi \sin\theta d\theta$  kəmiyyəti rotatorun ( $\theta, \theta+d\theta$ ) bucaq intervalında müşahidə olunması ehtimalının sıxlığıdır.

İndi isə sərbəst üçölçülü sərt rotator üçün seçmə qaydalarını müəyyən edək. (93.54) və (93.58) düsturlarından görüldüyü kimi, bu məqsədlə

$$\langle l' m' | \vec{r} | l m \rangle = \vec{r}_{l' m', l m} = \int Y_{l' m'}^*(\theta, \varphi) \vec{r} Y_{l m}(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi \quad (95.23)$$

matris elementlərini hesablamaq lazımdır. Belə ki, kvant ədədlərinin hər hansı bir dəyişməsi zamanı bu matris elementi sıfır bərabərdirsə, belə keçid qadağan olunmuşdur, yəni Ə93-də qeyd edildiyi kimi, bu qadağanın özü də tam ciddi deyildir. Çünki qadağan olunmuş keçidlər elə keçidlərdir ki, onların baş verməsi ehtimalı çox kiçikdir. Məsələn, kvadrupol şüalanmasının ehtimalı dipol şüalanmasının ehtimalına nisbətən xeyli kiçik olur. Seçmə qaydalarının əhəmiyyəti ondan ibarətdir ki, bu qaydaları bilərək şüalanmanın həm tezliyini, həm də intensivliyini /bax: (93.58)/ dərhal tapmaq olar.

(95.23) ifadəsində  $\vec{r}$  radius-vektoru, yəni  $x, y, z$  koordinatları əvəzinə aşağıdakı kimi dəyişənlər daxil edək:

$$z = r \cos\theta, \quad (95.24)$$

$$x+iy=asin\theta e^{i\varphi}, \quad (95.25)$$

$$x-iy=asin\theta e^{-i\varphi}. \quad (95.26)$$

Burada  $\theta$   $\varphi$ -sferik bucaqlardır və  $a=|\vec{r}|$  işarə edilmişdir. Fizika baxımından bu, o deməkdir ki, rotatorun hərəkəti üç hərəkətə ayrılır: 1)  $z$  oxu boyunca rəqsi hərəkət; 2)  $XOY$  müstəvisi üzərində  $x+iy$  ilə xarakterizə olunan sağ fırlanma; 3)  $XOY$  müstəvisi üzərində  $x-iy$  ilə xarakterizə olunan sol fırlanma. Bu üç hərəkət birlikdə hissəciyin  $a$  radiuslu sfera üzrə hərəkətini verməlidir.

Deməli, seçmə qaydalarının təyini yeni (95.24)-(95.26) dəyişənlərinin aşağıdakı matris elementlərinin hesablanmasına gətirilir:

$$z_{l'm',lm} = \int Y_{l'm'}^*(\theta, \varphi) \cos\theta Y_{lm}(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi, \quad (95.27)$$

$$(x+iy)_{l'm',lm} = \int Y_{l'm'}^*(\theta, \varphi) \sin\theta e^{i\varphi} Y_{lm}(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi, \quad (95.28)$$

$$(x-iy)_{l'm',lm} = \int Y_{l'm'}^*(\theta, \varphi) \sin\theta e^{-i\varphi} Y_{lm}(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi. \quad (95.29)$$

(95.27)-(95.29) ifadələrində sadəlik naminə  $a=1$  götürülmüşdür.

(80.50)-(80.52) rekurent düsturlarında (80.58)-i nəzərə almaqla  $N_{|m|}(\cos\theta)$  birləşmiş normalanmış Lejandr funksiyaları üçün tapılmış uyğun rekurent düsturlardan və (84.29) ifadəsindən istifadə etməklə  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  kompleks sferik funksiyalar üçün də aşağıdakı rekurent düsturları yazmaq olar:

$$\cos\theta Y_{lm} = AY_{l+1,m} + BY_{l-1,m}, \quad (95.30)$$

$$\sin\theta e^{\pm i\varphi} Y_{lm} = A_{\pm} Y_{l+1,m\pm 1} \mp B_{\pm} Y_{l-1,m\pm 1}. \quad (95.31)$$

Burada aşağıdakı işarələmələr qəbul edilmişdir:

$$A(l, m) = 2(l+1) \sqrt{\frac{(l+1-|m|)(l+1+|m|)}{(2l+1)(2l+3)}}, \quad (95.32)$$

$$B(l, m) = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{(l+|m|)(l-|m|)}{(2l+1)(2l-1)}}, \quad (95.33)$$

$$A_{\pm}(l, m) = \pm 2(l+1) \sqrt{\frac{(l+2\pm|m|)(l+1\pm|m|)}{(2l+1)(2l+3)}}, \quad (95.34)$$

$$B_{\pm}(l, m) = \mp \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{(l\mp|m|)(l-1\mp|m|)}{(2l+1)(2l-1)}}. \quad (95.35)$$

(95.31), (95.34) və (95.35) ifadələrində hər yerdə ya yuxarıdakı, ya da aşağıdakı işarə götürülməlidir.

Kompleks sferik funksiyalar üçün (95.30)-(95.31) rekurent düsturlarından və (84.34) ortonormallıq şərtindən istifadə edərək (95.27)-(95.29) matris elementləri üçün

$$z_{l'm',lm} = \delta_{m'm} \cdot (A \delta_{l',l+1} + B \delta_{l',l-1}), \quad (95.36)$$

$$(x+iy)_{l'm',lm} = \delta_{m',m+1} \cdot (A_+ \delta_{l',l+1} + B_+ \delta_{l',l-1}), \quad (95.37)$$

$$(x-iy)_{l'm',lm} = \delta_{m',m-1} \cdot (A_- \delta_{l',l+1} + B_- \delta_{l',l-1}) \quad (95.38)$$

ifadələrini tapırıq. (95.32)-(95.35) düsturlarını nəzərə almaqla sıfırdan fərqli olan (95.36)-(95.38) matris elementlərinin ədədi qiymətlərini də ( $a=1$  olduqda) tapa bilərik:

$$z_{l+1,m',lm} = 2(l+1) \sqrt{\frac{(l+1)^2 - m^2}{(2l+1)(2l+3)}}, \quad (95.39)$$

$$z_{l-1,m',lm} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{l^2 - m^2}{(2l+1)(2l-1)}}, \quad (95.40)$$

$$(x \pm iy)_{l+1,m \pm 1; lm} = \pm 2(l+1) \sqrt{\frac{(l+2 \pm |m|)(l+1 \pm |m|)}{(2l+1)(2l+3)}}, \quad (95.41)$$

$$(x \pm iy)_{l-1,m \pm 1; lm} = \mp \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{(l \mp |m|)(l-1 \mp |m|)}{(2l+1)(2l-1)}}. \quad (95.42)$$

(95.36)-(95.38) ifadələrinə əsasən aşağıdakı seçmə qaydaları alınır:

a)  $z$  oxu boyunca baş verən rəqslər üçün

$$\Delta m = m - m' = 0, \Delta l = l - l' = \pm 1; \quad (95.43)$$

b) sağ fırlanma  $(x+iy)$  üçün

$$\Delta m = -1, \Delta l = \pm 1; \quad (95.44)$$

v) sol fırlanma  $(x-iy)$  üçün

$$\Delta m = +1, \Delta l = \pm 1. \quad (95.45)$$

Bu qaydaları ümumiləşdirərək belə nəticəyə gəlmək olar ki, sərbəst üçölçülü sət rotator üçün  $l$  orbital və  $m$  maqnit kvant ədədlərinin yalnız

$$\Delta l = l - l' = \pm 1 \quad (95.46)$$

$$\Delta m = m - m' = 0, \pm 1 \quad (95.47)$$

kimi dəyişməsi ilə baş verən dipol keçidləri mümkündür.

Qeyd edək ki, (95.46) və (95.47) seçmə qaydaları həm də ixtiyari sferik simmetrik sistemlər, və xüsusi halda, hidrogenəbənzər atomlar üçün də doğrudur.

Seçmə qaydalarını bilərək rotator üçün mümkün olan şüalanma və ya udulma tezliklərini tapmaq olar:

$$\omega_{ll'} = 2\pi\nu_{ll'} = \frac{E_l - E_{l'}}{\hbar}. \quad (95.48)$$

Rotatorun enerjisi üçün (95.20) ifadəsini (95.48)-də yazaraq və baxılan halda onun ətalət momentinin dəyişmədiyini nəzərə alaraq

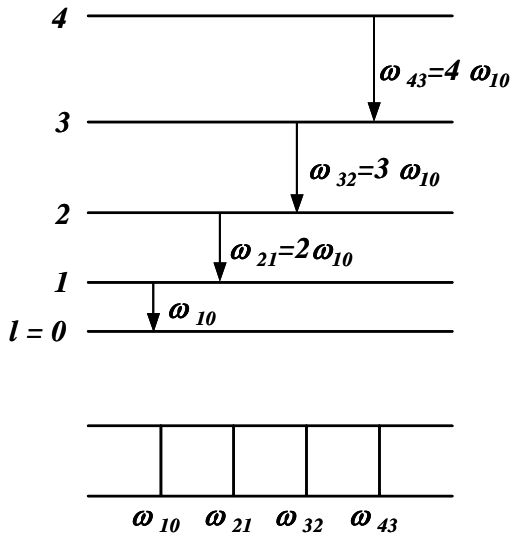
$$\omega_{l'} = \frac{\hbar}{2I} [l(l+1) - l'(l'+1)] \quad (95.49)$$

yaza bilərik. (95.46)-ya əsasən buradan

$$\omega_{l,l-1} = \frac{\hbar}{I} l, \quad (95.50)$$

$$\omega_{l,l+1} = -\frac{\hbar}{I} (l+1) \quad (95.51)$$

alarıq. Qeyd edək ki,  $\omega_{l,l-1}$  tezliyi yuxarı enerji səviyyəsindən aşağı səviyyəyə,  $\omega_{l,l+1}$  tezliyi isə, əksinə, aşağı enerji səviyyəsindən yuxarı səviyyəyə keçidə uyğun gəlir.



Шякил 95.2.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, rotasiya (fırlanma) spektrləri molekulların spektrlərini tədqiq edərkən rast gəlinir. Molekulun şüalanması yalnız rotasiya keçidləri sayəsində baş verirsə, onda bu şüalanmanın tezliyi (95.50) düsturu ilə təyin olunur. Bu düsturdan görünür ki, sırf rotasiya spektri bir-birindən bərabər məsafələrdə yerləşmiş xətlər çoxluğundan ibarətdir (şəkil 95.2). Bu xətlər uzaq infraqırmızı oblastda (dalğa uzunluğu  $\sim 100-300 \text{ mkm}$ ) yerləşmişdir və məhz buna görə də onların təcrübi tədqiqi bir sıra çətinliklərlə qarşılaşır. Fırlanma spektrində xətlər arasındakı məsafəni ölçərək molekulun ətalət momenti və deməli, onun həndəsi quruluşu haqqında fikir yürütmək olar. Molekulların rotasiya spektri onların

rəqs spektrinin fonunda zolaqlar şəklində müşahidə olunur.

## X Ф Я С И Л. ЩИДРОЭЕНЯБЯНЗЯР АТОМЛАРЫН КВАНТ НЯЗЯРИЙЯСИ

### Ё96. Мяркязи сащядя щярякят едян щиссягьк цццн Шрединээр тянлийи

Атом физикасында  $u$  потенциал функциянын бирюлчццц олмайыб, мцяййян гцввя мяркязиня нязярян сферик симметрик олдуьу щал даща мцщцм ящямийят кясб едир. Мясялян, атомда мцсбят йцкцц нцвянин йаратдыьы електрик сащясини буна мисал эюстярмяк олар. Беля сащядя щярякят едян бир дяня электронун потенциал енержиси йалныз нцвядян олан  $r$  мясафясиндян асылыдыр, йяни  $u=u(r)$ . Бурада  $r=|\vec{r}|$  электронун радиус-векторудур. Бу щалда электронун  $\psi$  далья функцийасы, йяни уйьун Шрединээр тянлийинин щялли олан функция йалныз  $r$ -дян дейил, щям дя  $\vec{r}$  радиус-векторунун истигамятини тьяин едян  $\theta$  вя  $\varphi$  буьагларындан да асылы ола бияр.

Потенциалы йалныз мяркяз адланан нюгтядян олан мясафядян асылы сащяйя мяркязи вя йа сферик-симметрик сащя дейилир. Мяркязи сащядя щярякят едян щиссягьийин потенциал енержиси бу щиссягьийин йалныз гцввя мяркязиндян олан  $r$  мясафясиндян асылы  $u(r)$  функциясындан ибарятдир. Она эюря дя беля щиссягьк цццн Шамилтон оператору

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + u(r) \quad (96.1)$$

кими йазыла бияр /бах: (76.16)/. Мяркязи сащя сферик симметрийаа малик олдуьундан мясяляни сферик координатларда (Ё76) щялл етмяк мягсядяуьундур. (76.45) вя (76.47) ифадяляриня ясасян сферик координатларда (96.1) Шамилтон операторуну

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\hat{M}^2}{2mr^2} + u(r) \quad (96.2)$$

щяклиндя йазмаг олар. Бурада  $\hat{M}^2$ –щиссягьийин импульс моментинин квадраты операторудур (Ё76).

Асанлыгла эюстярмяк олар ки, (96.2) оператору щям  $\hat{M}^2$ , щям дя  $\hat{M}_z$  оператору иля коммутативдир. Дюьрудан да, (96.2) ифадясиндя бирингьи вя цццнцщя дин гьами олан  $\hat{Q} \left( r, \frac{\partial}{\partial r} \right)$  операторуна йалныз  $r$  вя  $\frac{\partial}{\partial r}$  дахилдир вя  $\theta$ ,  $\varphi$  буьагларындан вя бу буьаглара эюря тюрямялярдян асылы дейилдир. Беляликля, (96.2) явзяиня

$$\hat{H} = \hat{Q} \left( r, \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{2mr^2} \cdot \hat{M}^2 \quad (96.3)$$



операторундан истифадя етмяк олар. (76.40) ифадясиндя эюрцнцр ки,  $\hat{M}^2$  операторуна йалныз  $\theta$  буъабы вя  $\theta$  вя  $\varphi$ -йя эюра тюрмяляр дахилдир. Она эюра дя  $\hat{M}^2$  оператору  $\hat{Q}\left(r, \frac{\partial}{\partial r}\right)$  иля коммутативдир вя  $\frac{1}{r^2}$  вурууна тясир етмир. Бурадан айдын олур ки,  $\hat{M}^2$  оператору (96.2) оператору иля коммутативдир.

(76.39) ифадясиндя эюрцнцр ки, щиссяъийин импульс моментинин  $z$  оху цзя проексийасына уйьун олан  $\hat{M}_z$  оператору йалныз  $\varphi$  буъабы цзя тюрмядян ибарятдир. Она эюра дя  $\hat{M}_z$  оператору  $\hat{Q}\left(r, \frac{\partial}{\partial r}\right)$  оператору иля коммутативдир вя  $\frac{1}{r^2}$  вурууна тясир етмир. Бундан башга,  $\hat{M}_z$  оператору щям дя  $\hat{M}^2$  оператору иля коммутативдир /бах: (77.32)/. Демяли,  $\hat{M}_z$  оператору да (96.2) оператору иля коммутативдир:  $\hat{H}\hat{M}_z - \hat{M}_z\hat{H} = 0$ .

Демяли, мяркъязи саядя щярякят едян щиссяъик цчцн  $\hat{H}$ ,  $\hat{M}^2$  вя  $\hat{M}_z$  операторлары бир-бири иля коммутативдир. Бу ися о демякдир ки, беля щиссяъийин енержиси, импульс моментинин квадраты вя импульс моментинин цстцн истигамят цзя проексийасы ейни заманда мцяййан гиймятляр ала бияр, йяни щямин кямийятляр сахланыр (Ë77). Бундан башга  $\hat{H}$ ,  $M^2$  вя  $M_z$  операторларынын мяхсуси функцийалары да ейни олмалыдыр (Ë73).  $\hat{M}^2$  вя  $\hat{M}_z$  операторларынын мяхсуси гиймятляри  $\hat{M}^2$  вя  $\hat{M}_z$  ися (84.6), (84.35) вя (84.34) дцстурлары иля тьяин олунур.  $\hat{H}$  операторунун мяхсуси гиймятлярини, йяни мяркъязи саядя щярякят едян щиссяъийин енержисинин ала билдийи гиймятляри тапмаг цчцн ися  $\hat{H}\psi = E\psi$  вя йа

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{2mr^2} \hat{M}^2 \psi + u(r) \psi = E \psi \quad (96.4)$$

Шрединээр тянлийини щялл етмяк лазымдыр. Йухарыда дейилянлярдян айдын олур ки, бу тянлийин щялли олан  $\psi(r, \theta, \varphi)$  функцийасы щям дя  $\hat{M}^2$  вя  $\hat{M}_z$  операторларынын мяхсуси функцийасы олмалыдыр. Бу щяртин юдянмяси цчцн ися  $\psi(r, \theta, \varphi)$  функцийасыны бир-бириндя асылы олмайан ики дяня  $R(r)$  вя  $Y(\theta, \varphi)$  функцийаларынын щасили кими эютцрмяк лазымдыр:

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \cdot Y(\theta, \varphi). \quad (96.5)$$

(96.5)-и (96.4)-дя йазсаг вя  $\hat{M}^2$  операторунун ифадясиндя  $r$  цзя дифференциаллама олмадыбыны нязря алсаг

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \cdot Y \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{2mr^2} R \cdot \hat{M}^2 Y + u(r) R Y = E R Y \quad (96.6)$$

олар.  $R(r)$  функцийасы йалныз  $r$ -дя асылы олдуьу цчцн (96.6)-да  $r$  цзя там тюрмя ишаряси йазылмышдыр.

(96.6) бярәбярлийини  $\frac{2mr^2}{RY\hbar^2}$  кямиййятиня вурараг, ону

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} [E - u(r)] = \frac{1}{\hbar^2 Y} \hat{M}^2 Y \quad (96.7)$$

кими йазаг. Бурадан эюрцндр ки, (96.5) явзлямяси (96.4) тянлийиндя дыйишянлярин айрылмасына эятир. Бея ки, (96.7) тянлийинин сол тяряфиня йалныз  $r$  дыйишяни, саь тяряфиня ися йалныз  $\theta$  вя  $\varphi$  дыйишянляри дахилдир. (96.7) бярәбярлийи  $r, \theta, \varphi$  дыйишянляринин ихтийари гиймятляриндя юдянмялидир. Бу ися йалныз о заман мцмкцндр ки, (96.7) тянлийинин сол вя саь тяряфи ейни бир  $C$  сабитиня бярәбяр олсун. Демяли, (96.7) тянлийинин явзиня ашаьыдакы кими ики тянлик йазмаг олар:

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} [E - u(r)] R - CR = 0, \quad (96.8)$$

$$\hat{M}^2 Y = \hbar^2 C Y. \quad (96.9)$$

(96.9) тянлийинин шялли бизя мялумдур (Ё84). Бея ки,  $\hat{M}^2$  операторунун мяхсуси функсийалары  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  комплекс сферик функсийалар /бах: (84.29)/ олуб, мяхсуси гиймятляри ися (84.35) дцстуру иля тыйин олунур. (84.37) вя (96.9) ифадяляринин мцгайисясиндя тапырыг ки, (96.8) вя (96.9) тянликляриндяки  $C$  сабити

$$C = l(l+1), \quad l=0,1,2,\dots \quad (96.10)$$

кими тыйин олунур.

Беяликля, айдын олур ки, (96.5) далья функсийасынын буьагдан асылы щиссяси импульс моментинин квадраты операторунун ( $\hat{M}^2$ ) мяхсуси функсийалары  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  иля ейнидир.

(96.9) тянлийинин шяллинин хассяляриня уйьун олагаг, (96.8) тянлийиндя  $C$  сабитинин йалныз (96.10) дцстуру иля тыйин олунан гиймятляри ццн алынан шялляр мараг кясб едир. Она зюря дя (96.8)-дя  $C$  сабитинин явзиня (96.10) ифадясини йазаг

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left[ E - u(r) - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \right] R = 0 \quad (96.11)$$

вя йа бурада мютяризядяки ифадянин  $r$  цзря тюрмяясини тапараг

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[ E - u(r) - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \right] R = 0 \quad (96.12)$$

тянлийини аларыг. (96.11) вя йа (96.12) тянлийи (96.5) функсийасынын радиал щиссяси олан намялум  $R(r)$  функсийасыны тапмаг ццн диференсиал тянликдир. Эюрцндцй кими шямин тянлийи шялл етмяк ццн  $u(r)$  потенсиал енержи функсийасынын ашкар ифадясини билмяк лазымдыр. Демяли, (96.5) функсийасынын радиал щиссяси мяркъязи сащянин характериндя, йяни  $u(r)$  функсийасынын конкрет ифадясиндя асылыдыр. (96.5) функсийасынын буьагдан асылы щиссяси ися  $u(r)$ -дя асылы дейилдир вя бцтцн мяркъязи сащяляр ццн ейни

олуб,  $l$  вь  $m$  квант ядядляриндян, йяни щиссяъийин импулс моментинин вь бу моментин  $z$  оху цзря проексийасынын гиймятиндян асылдыр.

(96.11) вь йа (96.12) тянлийини щялл едаряк  $E$  енержисинин мяхсуи гиймятлярини вь бу гиймятляря уйьун олан  $R(r)$  функцийаларыны тапмаг олар. Бу функцийалар  $l$  квант ядядиндян асылы олаъаглар вь она эюря дя  $R_l(r)$  кими йазыла билярляр. Беяликля, мяркъязи сащядя щярякят едян щиссяъик цццн (96.4) Шрединээр тянлийинин щялли олан (96.5) функцийасыны

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R_l(r) Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (96.13)$$

кими йазмаг олар.

(96.4) тянлийинин ян цмуми щялли (96.13) щялляринин суперпозицийасы кими эюстяриля биляр:

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \sum_{l,m} C_{lm} R_l(r) Y_{lm}(\theta, \varphi). \quad (96.14)$$

(96.11) вь йа (96.12) тянлийиня  $m$  квант ядяди дахил дейилдир. Бу, о, демякдир ки, щиссяъийин  $E$  енержиси  $m$  квант ядядиндян асылы олмамалыдыр. Демяли,  $l$  квант ядядинин верилмиш гиймятиндя бир-бириндян  $m$  квант ядядинин гиймяти иля фярглянян шаллар чохлауьу /беля шалларын сайы  $(2l+1)$ -я бярабардир,  $\frac{E}{84}$  енержинин ейни бир  $E$  гиймятиня уйьун эялир, йяни щиссяъийин енержиси  $2l+1$  тяртибдян ьырлашмышдыр. Беяликля, мяркъязи сащядя щярякят едян щиссяъик цццн  $m$  квант ядяди цзря  $2l+1$  тяртибли ьырлашма мновъуддур. Бу ьырлашма мяркъязи сащянин сферик симметрийайа малик олмасы нятиъясиндя мейдана чыхыр. Беля ки, сферик симметрик сащядя щярякят едян щиссяъийин енержиси импулс моментинин фязада истигамятиндян, йяни онун сечилмиш ихтийари истигамят цзря проексийасынын гиймятиндян асылы дейилдир.

(96.11) вь йа (96.12) тянлийини щялл едарякя координат башланьыгыны гцввя мяркъязиндя (сферик симметрик сащянин мяркъязиндя) эютцрмак мягсядяуьундур. Координат башланьыгына йахын ( $r \rightarrow 0$ ) вь координат башланьыгындан чох буюцк ( $r \rightarrow \infty$ ) мясафялярдя (96.11) вь йа (96.12) тянлийинин щялли олан  $R_l(r)$  функцийасынын юзцнц неъя апардыьыны арашдыраг. Бу арашдырманы  $u(r)$  функцийасынын конкрет ифадяси цццн дейил, цмуми щякилдя апараг. Бу мягсядя  $R_l(r)$  функцийасынын явязиня

$$R_l(r) = \frac{1}{r} \chi(r) \quad (96.13)$$

ифадясиндя истифадя етмяк ялверишлидир. Садылик намина  $\chi(r)$  функцийасында  $l$  индексини йазмырыг. (96.13) ифадясини (96.12)-дя йазсаг

$$\frac{d^2 \chi}{dr^2} + \left[ \frac{2m}{\hbar^2} (E - u) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \chi = 0 \quad (96.14)$$

аларыг. (96.14) тянлийи (96.12)-я нисбятян даща садыдир.  $R_l(r)$  функцийасынын (96.13) кими эюстярилмясинин ящямиййяти дя мящз бундан ибарятдир.

Эюрцндцйц кими, (96.14) ифадяси щиссяъийин

$$u_l(r) = u(r) + \frac{l(l+1)}{r^2} \quad (96.15)$$

сашьясиндя бирюлчцлц щярякяти цццн Шрединээр тянлийиня формал олараг охшайыр:

$$\frac{d^2 \chi}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - u_l(r)] \chi = 0. \quad (96.16)$$

Юзц дя (96.16) тянлийиндя

$$E_{m.q.} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} = \frac{M_l^2}{2mr^2} \quad (96.17)$$

щяддини мяркъздянгачма енержиси адландырмаг олар.

Яввяляя  $r$ -ин чох кичик гиймятляри цццн  $R_l(r)$  функсийасынын характерини мцяййян едяк. Фярыз едяк ки, координат башланьыгынын йахынлыьында  $u(r)$  потенциал енержи функсийасы юзцнц

$$\lim_{r \rightarrow 0} u(r)r^2 = 0 \quad (96.18)$$

кими апарыр. Мясялян, хцсуси шалда, Кулон сашьясиндя, йяни  $u = \frac{\alpha}{r}$  олдугда (96.18) шярти юдянир.

(96.18)-дян эюрцнцр ки,  $r \rightarrow 0$  олдугда  $u(r)$  функсийасы  $\frac{1}{r^2}$ -на нисбятян лянэ артыр. Она эюря дя (96.14) тянлийиндя  $l(l+1)/r^2$  щяддини нисбятян  $\frac{2m}{\hbar^2}(E - u)$  щяддини нязяря алмамаг олар. Беяликля,  $r$ -ин кичик гиймятляри цццн  $\chi(r)$  функсийасы

$$\frac{d^2 \chi}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \chi = 0 \quad (96.19)$$

тянлийинин щялли олур. Бу тянликдя ямсаллар 1 вя  $\frac{1}{r^2}$  иля мцтянасиб олдуьу цццн онун щяллини  $\chi = cr^q$  кими ахтармаг олар. Бурада  $c$  – сабит,  $q$  – там ядяддир.  $\chi$  цццн бу ифадяни (96.19)-да йазараг  $q$ -йя нязярян

$$q(q+1) = l(l+1) \quad (96.20)$$

квадрат тянлийи алыныр. Бу тянлийин кюкляри

$$q_1 = l+1, q_2 = -l \quad (96.21)$$

олар. Бурада икиньи кюк далья функсийасынын сонлу олмасы хассясиня зидд олдуьу цццн нязяря алынмамалыдыр. Доьрудан да,  $q_2 = -l$  олдугда (96.13) ифадясиня ясаян алыныр ки,  $R \sim r^{-(l+1)}$  олмалыдыр вя  $l$ -ин ихтийари гиймятиндя (хатырлайаг ки,  $l \geq 0$ )  $r=0$  олдугда  $R$  функсийасы сонсузлуьа бярабяр олур. Беяликля, координат башланьыгынын йахынлыьында ( $r \rightarrow 0$ )  $\chi \sim r^{l+1}$  вя  $R$  радиал функсийасы юзцнц

$$R_l(r) = cr^l \quad (96.22)$$

кими апарыр.

Инди исея  $r$ -ин чох буюцк гиймятляриндя  $R(r)$  радиал функциясанын юзцнц неья апармасыны мцяййян едяк. Адытян олдуьу кими  $r \rightarrow \infty$  олдуьгда  $u(r)$  потенциал енержисинин сыфра бярабяр олдуьуну гябул етсаяк

$$\lim_{r \rightarrow \infty} u(r) = 0 \quad (96.23)$$

йаза билярик. Она эюря дя  $r \rightarrow \infty$  олдуьгда (96.14) тянлийиндяки орта мютяризядя  $2mE/\hbar^2$  шядди иля мцагайисядя  $2mu/\hbar^2$  вя  $l(l+1)/r^2$  шядлярини нязяря алмамаг олар. Онда (96.14) тянлийи

$$\frac{d^2 \chi}{dr^2} + k^2 \chi = 0, \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \quad (96.24)$$

шяклия дцшцр. Айдындыр ки, бу тянлийин цмуми шяллини

$$\chi = A_1 e^{ikr} + A_2 e^{-ikr} \quad (96.25)$$

кими эюстярмяк олар. Демяли,  $r \rightarrow \infty$  олдуьгда  $R(r)$  функциясанын асимптотик ифадяси (96.13)-я ясаян

$$R_l(r) = A_1 \frac{e^{ikr}}{r} + A_2 \frac{e^{-ikr}}{r} \quad (96.26)$$

кими олар.

Щиссяыйин  $E$  енержиси мцсбят олдуьгда ( $E > 0$ ), (96.24)-я ясаян  $k$  параметри шягиги яядя олур. Она эюря дя бу шалда (96.26) ифадяси эеян вя эялян сферик дальаларын (Ё60) суперпозициясындан ибарятдир. Яэяр  $R_l(r)$  функциясанын шягиги функция олмасы тяляб олунарся,  $E > 0$  олан шал цццн (96.26) ифадясини

$$R_l(r) = \frac{a_l \sin(kr + \beta_l)}{r} \quad (96.27)$$

кими йазмаг олар.

Беляликля,  $r$ -ин чох кичик гиймятляриндя (96.13) функциясанын  $R(r)$  радиал щиссясинин асимптотик ифадяси (96.22),  $r$ -ин чох буюцк гиймятляриндя вя  $E > 0$  олдуьгда исея (96.26) кими олур. Йухарыдакы шярщян эюрцнцр ки, бу асимптотик ифадяляр  $u(r)$  функциясанын конкрет ифадясиндя асылы дейилдир. Ясас тяляб ондан ибарятдир ки, бу функция (96.18) вя (96.23) шяртлярини юдясин.

$r$ -ин чох буюцк гиймятляриндя вя  $E < 0$  олдуьгда  $R(r)$  функциясанын асимптотик ифадяси Ё98-дя мцяййян едиляьякдир.

## **Ё97. Бир-бири иля гаршылыгылы тясирдя олан ики щиссяыйкдян ибарят систем цццн Шрединэр тянлийи**

Яввялки параграфларда биз йалныз бир щиссяыйин верилмиш мцяййян хариъи сащядя (гцввя сащясиндя) шяркяйти цццн Шрединэр тянлийинин шяллини нязярдян кечирмишик. Лакин бир-бири иля гаршылыгылы тясирдя олан систем даща реал шалдыр. Мялумдур ки, классик механикада беля системин шяркяйти ики шяркяйти айрылыр: 1) системин бцтцвльцкдя сярбяс (хариъи гцввя тясир етмядян) шяркяйти вя йа ццтля мяркязинин шяркяйти; 2) бир щиссяыйин дизяр щиссяыйя

нисбятян онлар арасындакы гаршылыглы тясир гцввясинин тясир алтында шяркятти вя йа нисби шяркятт. Юзц дя икинъи шяркятт, формал олагаг, щиссяъиклярдян биринин шягиги кцтлясини эятирилмиш кцтля

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (97.1)$$

иля явяз етмякля, бу щиссяъийин шяркятти кими бахылыр. Бурада  $m_1$  вя  $m_2$  – биринъи вя икинъи щиссяъийин кцтлясидир. Бу мясяля Ё57-дя ятрафлы шярш едилмишдир. Стационар шаллара бахаркян квант механикасында да ейниля бу гайдадан истифады едилир.

Ё71-я уйбун олагаг бир-бири иля гаршылыглы тясирдя олан ики щиссяъийин стационар шаллары цццн ШРединээр тянлийини ашабыдакы кими йазмаг олар:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_1} \nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m_2} \nabla_2^2 + u(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \right] \psi = E \psi \quad (97.2)$$

Бурада  $\vec{r}_1(x_1, y_1, z_1)$  вя  $\vec{r}_2(x_2, y_2, z_2)$ , уйбун олагаг, биринъи вя икинъи щиссяъийин координатларыны эюстярив вя

$$\nabla_1^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_1^2}, \quad \nabla_2^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} \quad (97.3)$$

ишаря едилмишдир. Щиссяъикляр арасындакы гаршылыглы тясирин  $u(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$  потенциал енержи функциясы ися биринъи вя икинъи щиссяъийин координатларынын йалныз фяргиндян асылыдыр. Мяркязи сашядя ися потенциал енержи функциясы йалныз бу щиссяъикляр арасындакы  $r = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$  мясафясиндян асылы олур. (97.2)-дя  $\psi$  функциясы ися 6 координатдан асылыдыр:  $\psi(x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2)$ .

(97.2) тянлийиндя ашабыдакы гайда цзря йени дяйишянляря кечяк:

1. системин кцтля мяркязинин координатлары

$$\vec{R}(X, Y, Z) = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}; \quad (97.4)$$

2. биринъи щиссяъийин икинъи щяссаъийя нисбятян координатлары

$$\vec{r}(x, y, z) = \vec{r}_1(x_1, y_1, z_1) - \vec{r}_2(x_2, y_2, z_2). \quad (97.5)$$

(97.4) вя (97.5) тянликлярини бирэя шялл едяряк

$$\vec{r}_1 = \vec{R} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{r}, \quad \vec{r}_2 = \vec{R} - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{r} \quad (97.6)$$

алырыг. (97.4)-(97.6) ифадыляриня ясасян ашабыдакылары йазмаг олар:

$$X = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}, \quad Y = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}, \quad Z = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{m_1 + m_2};$$

$$x = x_1 - x_2, \quad y = y_1 - y_2, \quad z = z_1 - z_2; \quad (97.8)$$

$$x_1 = X + \frac{m_2}{m_1 + m_2} x, \quad y_1 = Y + \frac{m_2}{m_1 + m_2} y, \quad z_1 = Z + \frac{m_2}{m_1 + m_2} z;$$

$$x_2 = X - \frac{m_1}{m_1 + m_2} x, \quad y_2 = Y - \frac{m_1}{m_1 + m_2} y, \quad z_2 = Z - \frac{m_1}{m_1 + m_2} z.$$

(97.8) ифадяляриндян ися эюрцнцр ки,

$$\frac{\partial}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial x_1} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{\partial}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial x},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} &= \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{\partial}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial x} \right) \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{\partial}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial x} \right) = \\ &= \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial X^2} + 2 \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{\partial^2}{\partial X \partial x} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}. \end{aligned}$$

Бунун кими дя

$$\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} = \left( \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial X^2} - 2 \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{\partial^2}{\partial X \partial x} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y_1^2} = \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial Y^2} + 2 \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{\partial^2}{\partial Y \partial y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y_2^2} = \left( \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial Y^2} - 2 \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{\partial^2}{\partial Y \partial y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} = \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial Z^2} + 2 \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{\partial^2}{\partial Z \partial z} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z_2^2} = \left( \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial Z^2} - 2 \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{\partial^2}{\partial Z \partial z} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

йазмаг олар. Бу ифадяляри уйьун сурятдя  $m_1$  вя  $m_2$ -йя бюляряк тяряф-тяряфя топласаг

$$\begin{aligned} &\left( \frac{1}{m_1} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{1}{m_2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) + \left( \frac{1}{m_1} \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{1}{m_2} \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} \right) + \left( \frac{1}{m_1} \frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{1}{m_2} \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} \right) = \\ &= \left[ \frac{1}{m_1 + m_2} \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] + \left[ \frac{1}{m_1 + m_2} \frac{\partial^2}{\partial Y^2} + \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] + \\ &+ \left[ \frac{1}{m_1 + m_2} \frac{\partial^2}{\partial Z^2} + \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \end{aligned}$$

вя йа

$$\begin{aligned} & \frac{1}{m_1} \left( \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_1^2} \right) + \frac{1}{m_2} \left( \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} \right) = \\ & = \frac{1}{m_1 + m_2} \left( \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \right) + \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \end{aligned}$$

алыныр. Сонунъу ифадяни

$$\frac{1}{m_1} \nabla_1^2 + \frac{1}{m_2} \nabla_2^2 = \frac{1}{M} \nabla_R^2 + \frac{1}{m} \nabla^2 \quad (97.9)$$

кими йазараг, (97.2)-дя нязря алсаг

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_R^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + u(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \right] \psi(\vec{R}, \vec{r}) = E \psi(\vec{R}, \vec{r}) \quad (97.10)$$

олар. Бурада  $M = m_1 + m_2$ ,  $m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  ишаря едилмишдир.  $\nabla_R^2$  вя  $\nabla^2$ -уйбун олагаг,

$X, Y, Z$  вя  $x, y, z$  дыйишянляриндя Лаплас операторудур. (97.10)-да  $\psi$  функциясы йени  $X, Y, Z$  вя  $x, y, z$  дыйишянляриндя асылыдыр.

Беляликля, (97.4) вя (97.5) йени дыйишянляриня кечдикдя (97.2) тянлийинин сол тяряфиндя  $\psi$  функциясына тясир едян оператор, (97.10)-дан эюрндцц кими, бир-бириндя асылы олмайан ики щяддин ъями кими эюстяриля билир: бу щядлярдя бири йалныз  $\vec{R}(X, Y, Z)$  координатларындан, дизяри ися йалныз  $\vec{r}(x, y, z) = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$  нисби координатлардан асылыдыр. Она эюря дя (97.10) тянлийиндя дыйишянляри айырмаг мцмкндцр. Бу мягсядя (97.10) тянлийинин щялли олан  $\psi(\vec{R}, \vec{r})$  функциясыны бир-бириндя асылы олмайан ики дяня функциянын щасили кими эюстяряк:

$$\psi(\vec{R}, \vec{r}) = \psi_1(\vec{R}) \psi_2(\vec{r}). \quad (97.11)$$

(97.11)-и (97.10)-да йзагаг вя алынан тянлийи  $\psi_1(\vec{R}) \psi_2(\vec{r})$  щасилиня бюляк. Онда

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{1}{\psi_1} \nabla_R^2 \psi_1 + \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_2} \nabla^2 \psi_2 + u(\vec{r}) \right] = E \quad (97.12)$$

бярэярлийи алыныр. Бурада сол тяряфдя бир-бириндя асылы олмайан ики щяддин ъями саь тяряфдя мцяййян  $E$  сабитиня бярэярдир. Бу щяртин юдянмяси ццц сол тяряфдяки щядлярин дя щяр бири сабит олмалыдыр, йяни

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{1}{\psi_1} \nabla_R^2 \psi_1 = E_R,$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi_2} \nabla^2 \psi_2 + u(\vec{r}) = E_r$$

вя йа



$$-\frac{\hbar^2}{2M}\nabla_{\vec{R}}^2\psi_1(\vec{R})=E_R\psi_1(\vec{R}), \quad (97.13)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+u(\vec{r})\right]\psi_2(\vec{r})=E_r\psi_2(\vec{r}). \quad (97.14)$$

Бурада  $E_R$  вә  $E_r$  сабитляри

$$E=E_R+E_r \quad (97.15)$$

шяртини юдямялидир.

Беляликля, (97.10) тянлийи бир-бириндя асылы олмайан (97.13) вә (97.14) кими ики тянлийя парчаланыр. (97.13) тянлийи, кцтляси еля бил ки,  $M=m_1+m_2$  олан щиссябийин, йяни кцтля мяркъазинин сярбьаст шяркъятини (Ё85) тьсвир едир. Диэяр (97.14) тянлийи ися биринъи щиссябийин икинъи щиссябийя нисбьятян шяркъятини

тьсвир едир вә бу тянликдя щиссябийин шьагиги кцтляси  $m=\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$  эьтирилмиш

кцтля иля явьз едилмишдир. Беля дя демьак олар ки, (97.14) тянлийи биринъи щиссябийин системин кцтля мяркъазиня нязьрян шяркъятини тьсвир едир.

Бурада беля бир тььшятя фикир вермяк лазымдыр ки,  $\psi_2(\vec{r})\psi_1(\vec{R})$  шасилиндя  $\vec{R}$  – дьйишян,  $\vec{r}$  ися параметр, йяни яслиндя сабит кими эьтцрцлсә, онда (97.11) функсийасы да  $\psi_1(\vec{R})$  функсийасы кими кцтля мяркъазинин шяркъятини тьсвир едяр.

Буна охшар олараг да  $\vec{r}$ -и дьйишян,  $\vec{R}$ -и ися параметр кими эьтцрсьак, (97.11) функсийасы  $\psi_2(\vec{r})$  кими биринъи щиссябийин нисби шяркъятини тьсвир етмиш олар. Демьали, (97.10) тянлийинин цмуми шьалли олан  $\psi(\vec{R},\vec{r})$  функсийасы бир-бириндя асылы олмайан ики шяркъьати – кцтля мяркъазинин шяркъятини вә щиссябьиклярдя биринин диэяриня нисбьятян шяркъятини тьсвир едир вә мцхтьялиф дьйишянлярдя асылы олан ики дьня функсийанын (97.11) шасили кими эьстярйля биляр. Бу заман классик механикада олдуьу кими, там енержи кцтля мяркъазинин вә щиссябьиклярин бир-бириня нисбьятян шяркъьати иля ялагьадар олан ики енержинин (97.15) тьяминя бьрабьар олур.

Яэяр кцтля мяркъазинин шяркъятини нязьря алмасаг, йяни ону тьрпьянмяз (сцкуньтдя) щесаб етсьак, (97.13) тянлийи арадан чьхьыр вә йалныз щиссябьиклярин нисби шяркъьати цццн (97.14) тянлийи гальыр. Она эьоря дя шьамин тянлийи садььа олараг

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi+u(\vec{r})\psi=E\psi \quad (97.16)$$

кими йазьрлар.

Бу параграфда алынан нятйььялярдя, хцсуси шалда, щидрозеньябьаньяр атомларда нцвьянин шяркъятини нязьря алмаг цццн истифадя едильяькдир (Ё98).

### Ё98. Щидрозеньябьаньяр атомлар цццн Шрединьэр тянлийинин шьалли

Яввялки параграфларда бахдыбымыз сады мисалларда биз бир сыра цмуми квант механики ганунауыбуунлугларла таныш олдуг. Инди электронларын реал системлярда, йяни кимйяви элементлярин атомларында щярякятини юйрянмйя башламаг олар.

Гейд етдийимиз кими (Ё96), щиссяыйин мяркъязи сашья щярякятиня аид ян мщщм мисал олараг атомда нцвянин йаратдыбы Кулон сашясиндя бир дяня электронун щярякятини эюстярмяк олар. Нцвядян вя бир дяня электрондан ибарят олан беля ян сады атом системиня щидроэенябянзяр атом дейилир. Щидроэен атому вя истянилян атомун йалныз бир электрону галан  $(z-1)$  гат мцсбят иону  $(z-1)$  атомун сыра нюмрясидир) щидроэенябянзяр атом щесаб олуна бияр. Башга бир мисал олараг протондан вя мянфи йцкцц мезондан ибарят олан мезощидроэен атомуну эюстярмяк олар.

Нцвядян вя электрондан ибарят олан системин щярякяти щаггында мясяля, кцтляси, эятирилмиш кцтляйя бярабяр олан бир щиссяыйин Кулон сашясиндя щярякятиня эятирилир /бах: (97.16)/. Ё96-да щиссяыйин мяркъязи сашья щярякяти цццн (97.16) Шрединээр тянлийи цмуми щякилдя арашдырылмыш вя эюстярилмишдир ки, бу тянлийин щялли бир-бириндян асылы олмайан  $R(r)$  радиал вя  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  сферик функцийаларынын (96.13) щасили кими йазыла бияр.  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  сферик функцийалары импульс моментинин квадраты операторунун  $(\hat{M}^2)$  мяхсуси функцийалары олуб, (84.29) ццстуру иля тяйин олунур вя бцццн мяркъязи сашьяр цццн ейнидир. (96.13)-я дахил олан  $R(r)$  радиал функцийаларыны тапмаг цццн ися (96.11) вя йа (96.12) тянлийини щялл етмяк лазым эялир. Бу тянлийи щялл етмякдя ютрц мяркъязи сашья щиссяыйин  $u(r)$  потенциал енержисинин ашкар ифадясини билмяк тяляб олунур. Щидроэенябянзяр атомларда электронун нцвя иля гаршылыгылы тясиринин потенциал енержиси цццн ашкар ифадя мялумдур, йяни

$$u(r) = -\frac{ze^2}{r}. \quad (98.1)$$

Бурада  $+ze$ -нцвянин,  $-e$  ися электронун йцкц,  $r$ -нцвядян электрона гядяр олан мясафядир.

Беляликля, щидроэенябянзяр атомлар цццн (96.4) Шрединээр тянлийинин радиал щиссяси олан (96.12) тянлийини ашабыдакы кими йазмаг олар:

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[ E + \frac{ze^2}{r} - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \right] R = 0. \quad (98.2)$$

(97.16)-йа уйбун олараг, (98.2) тянлийиндя

$$m = \frac{M \cdot m_e}{M + m_e} \quad (98.3)$$

кямийяти кцтляляри уйбун олараг,  $M$  вя  $m_e$  олан нцвя вя электрондан ибарят системин эятирилмиш кцтлясидир. Хцсуси гейдляр йохдурса, биз бу параграфда вя эялягякдя беля щесаб едяйяик ки, нцвя щярякят етмир, йяни нцвянин  $M$  кцтляси электронун  $m_e$  кцтлясиня нисбятян сонсуз буюцкдцр. Яслиндя, дягиг десяк, системин йалныз кцтля мяркъязи тярпянмяз (сцкунятдя) гала бияр. Лакин ян йцнэцл олан щидроэен атомунда нцвянин (протонун) кцтляси электронун

кцтлясиндян 1840 дяфя буюцк олдуьундан ( $M \approx 1840 m_e$ ), айдындыр ки, кцтля мяркъазиндян нцвьяй гядяр олан мясафя, электрона гядяр олан мясафядян 1840 дяфя кичик олар (Е97) вя она эюря дя бириньи, йахынлашмада беля щесаб етмяк олар ки, кцтля мяркъазы нцвя иля цст-цстя дцщцр. Онда координат башланьыгыны кцтля мяркъазиндя (нцвядя) эютцрсяк, беля координат системиндя кцтля мяркъазы, йяни атомун нцвясй сцкунятдя олар. Бу ися  $M \rightarrow \infty$  шяртиня уйьун эялир вя (98.3) ифадясиндян эюрцндцр ки, бу щалда эятирилмиш кцтля электронун кцтлясиня бярәбяр олур:  $m = m_e$ . Мящз бу мянада адятян дейирляр ки, (98.2) тянлийиндя  $m$ -электронун кцтлясидир. Нцвьянин щяркяйти иля ялагядар олан дцзялишляри нязря алмаг цццн (98.2) тянлийиндя вя бурадан алынан бцтцн дцстурларда  $m$  кцтлясинин явзяиня (98.3) дцстур уля тьяин олунан эятирилмиш кцтляни йазмаг лазымдыр.

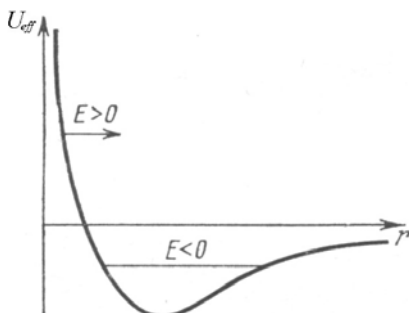
Атом нцвясинин йаратдыьы Кулон саясындя бир дяня электронун щяркятинин квант механикасы васитясиля тядгиги, йяни щидроэенябязяр атомлар цццн Шрединэер тянлийинин щялли цмумийятля атомун гурулушунун юйрянилмяси цццн йол ачыр. Щидроэенябязяр атомлар цццн квант нязриййяси рийазй бахымдан планетлярин Эцняш ятрафында щяркяйти (Кеплер проблеми) цццн, классик нязриййянин бир нюв квант цмумиялшмясидир. Бу, щям дя методик ъащятдян мцщцм ящямийят кясб едир. Беля ки, щармоник осиллятор вя ротатор цццн олдуьу кими, щидроэенябязяр атомлар цццн дя Шрединэер тянлийи дягиг щялл олуна биляр. Бу ися атом системляриндя цмуми квант механики ганунауйьунлуглары ашкар етмяйя имкан верир. Беля ки, чохелектронлу атомларын да нязриййяси щидроэенябязяр атомларын квант нязриййясиня яасланьыр. Няинки мцряккяб атомларын, щям дя молекулларын далья функсийаларыны тапмаг цццн щидроэенябязяр атомларын далья функсийаларындан бир башланьыг кими истифадыя олунур.

Эюрцндцйц кими, (98.2) тянлийи

$$u_{eff.} = -\frac{ze^2}{r} + \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{l(l+1)}{r^2} \quad (98.4)$$

эффektiv потенциалына малик олан хариьы саящя дя щиссяьийин бир юлчцлц щяркяйти цццн Шрединэер тянлийидир. Лакин щиссяьийин бу бирюлчцлц щяркяйти дцз хяттин йалныз  $r > 0$  областында баш верир. Еля бил ки,  $r = 0$  нюгтясиндя сонсуз щцндцр потенциал чяпяр (дивар) йерляшмищдир (Е88). (98.4) ифадясиндя бириньи щядд Кулон гаршьылыглы тясиринин, икиньи щядд ися мяркъаздянгачма тясиринин енержисидир.

(98.4) потенциал енержисиня уйьун олан график (потенциал яйри) 98.1



щяклиндя эюстярилмищдир.  $r$ -ин кичик гиймятляриндя (98.4)-дя икиньи щядд даща буюцк гиймятляр алыр вя  $u_{eff} > 0$  олур, яксиня,  $r$ -ин буюцк гиймятляриндя бириньи щядд цстцнлцк тяшкил едир,  $u_{eff} < 0$  олур вя  $r \rightarrow \infty$  олдугда ися  $u_{eff} \rightarrow 0$  олур. 98.1 щяклиндян эюрцндцйц кими, электронун там енержиси  $E < 0$  олан щалда потенциал яйринин формасы елядир ки, электрон "потенциал чухурда" щяркят едир, йяни бу щалда

электронун шярякати финитдир вә енержиси дә квантланыр.  $E > 0$  олан шалда ися абсис охундан енержийя бярәбяр мясафядя цфги истигамятдә чякилмиш дцз хятт потенциал яйрини йалныз бир нюгтядә кясир вә бу, о дөмякдир ки, шярякят йалныз бир тярәфдән потенциал чяпярля мящдудланмышдыр; сонсузлугдан бу потенциал чяпярля дөурү саьдан сола шярякят едән щиссяьик шямин чяпярдән якс олунур вә йенидән сонсузлугә эедир. Бу шалда енержи квантланмыр, йәни  $E > 0$  олдугда енержи операторунун спектри дискрет олмайыб кясилмяздир. Биз бурада  $E < 0$  олан шала бахмагла кифайятляняьйик.  $E > 0$  шалы тоггушмалар, мясялян электронларын сяпилмяси шаггында мясялялярә уйьундур ки, бу да шям нязари, шям дә практик бахымдан буюцк ящямийят кясб едир. Беля мясялялярин шяллия квант механикасынын хцсуси бюлмяляриндә бахылыр.

Гейд едяк ки,  $E < 0$  олан шал цццн (98.2) тянлийини садяляшдирмяк мягсяди иля ашаьыдакы кими явязлямяляр етмяк мягсядяуьундур:

$$n^2 = -\frac{mz^2 e^4}{2\hbar^2 E}, \quad (98.5)$$

$$\rho = \frac{2mze^2}{n\hbar^2} \cdot r = \frac{2z}{na_0} \cdot r, \quad (98.6)$$

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}. \quad (98.7)$$

Эюрцндцц кими, бу явязлямяляр (98.2) тянлийиндә  $E$  вә  $r$  кямийятляриндән адсыз  $n$  вә  $\rho$  дәйишянляриня кечмяйя имкан верир. (98.7) дцстуру иля тйин олунан  $a_0$  кямийятти узунлуг ващиди иля юлчцлцр. ( $a_0 = 0,529 \cdot 10^{-10}$  м) вә сонра эюряьйимиз кими бириньи Бор орбитинин радиусуна бярәбярдир. (98.5) вә (98.6) ифадялярини (98.2) тянлийиндә йазараг лазыми чевирмяляр апардыгдан сонра

$$\frac{d^2 R(\rho)}{d\rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{dR(\rho)}{d\rho} + \left[ -\frac{1}{4} + \frac{n}{\rho} - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right] R(\rho) = 0 \quad (98.8)$$

тянлийини алырыг.

(98.4) кими тйин олунан  $u_{эфф}$  потенциал енержиси цццн 98.1 шяклиндяки графика ясяян (98.2) вә йа (98.8) тянлийинин шяллиянин цмуми характери шаггында фикир суюлямяк олар. Айдындыр ки, потенциал чухурун дахилиндә, йәни  $r_{мин} < r < r_{макс}$  шярти юдяндикдә бу шялл рягс характерли, потенциал чухурдан кянарда ( $r \rightarrow 0$  вә  $r \rightarrow \infty$ ) ися шям сонсуз артан вә шям дә сонсуз азалан олаьагдыр. Сонсуз артан шяллари арадан чыхармаьа имкан верян шяртлярин сечилмяси зяруридир. Шармоник осилйатор цццн (Е93) олдуьу кими, бу тяляб электронун дискрет енержи сявийяляринин тапылмасына эятирмялидир. Бцццн бунлары мцяййян етмяк цццн ися (98.8) тянлийинин явяляьа асимптотик шяллярини тапмаг лазымдыр. 98.1 шяклиндән эюрцндцц кими, потенциал чухур симметрийаьа малик олмадыьы цццн (98.8) тянлийинин  $\rho \rightarrow 0$  вә  $\rho \rightarrow \infty$  шалларында асимптотик шяллярини айрылыгдә ахтармаг лазымдыр.

Яввяля  $\rho \rightarrow \infty$  щалы цццн (98.8) тянлийинин асимптотик щялли олан  $R_\infty(\rho)$  функцийасыны тапаг.  $\rho \rightarrow \infty$  (вя демяли,  $r \rightarrow \infty$ ) олдугда (98.8) тянлийиндя  $1/\rho$  вя  $1/\rho^2$  дахил олан щядляри нязря алмагаг олар. Онда бу щал цццн (98.8) тянлийи

$$\frac{d^2 R_\infty}{d\rho^2} - \frac{1}{4} R_\infty = 0 \quad (98.9)$$

щяклия дцщр. Бу тянлийин щялли ися

$$R_\infty(\rho) = C_1 e^{-\rho/2} + C_2 e^{\rho/2} \quad (98.10)$$

кими ахтарыла бияр. Лакин бурада икинчи щядд даля функцийасынын сонлу олмасы хассясиня уйбун эялмир ( $\rho \rightarrow \infty$  олдугда экспоненциал ганунла сонсуз артыр) вя она эюря дя нязря алынмамалыдыр. Бу мягсядя (98.10)-да  $C_2 = 0$  эютцрцлмялидир.  $C_1$  сабити даля функцийасынын цмуми нормаллашдырыгы ворууна дахил едиля бияр вя она эюря дя бурада ону 1-я бярабяр эютцрцрцк. Беляликля,

$$R_\infty(\rho) = e^{-\rho/2} \quad (98.11)$$

алырыг.

Инди ися  $\rho \rightarrow 0$  асимптотик щалына бахаг.  $\rho \rightarrow 0$  олдугда (98.8) тянлийиндя орта мютяризядя  $l(l+1)/\rho^2$  щядди диэяр ики щяддя нисбятян чох бюцк олдую цццн щямин щядляри нязря алмагаг олар. Онда бу щал цццн (98.8) тянлийинин асимптотик щяллини  $R_0(\rho)$  иля ишаря едяряк

$$\frac{d^2 R_0}{d\rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{dR_0}{d\rho} - \frac{l(l+1)}{\rho^2} R_0 = 0 \quad (98.12)$$

йза биярик. Бу тянлийин щяллини  $R_0(\rho) = \rho^q$  кими ахтараг. Бурада  $q$ -там ядяддир. Онда  $q$ -нц тапмаг цццн (98.12)-йя ясаян

$$q(q+1) - l(l+1) = 0 \quad (98.13)$$

квадрат тянлийини алырыг. Бу тянлийин щяллиндян

$$q_1 = l, \quad q_2 = -(l+1)$$

кюкляри тапылыр. Демяли, (98.12) тянлийинин цмуми щялли

$$R_0(\rho) = C_1 \rho^l + C_2 \rho^{-(l+1)} \quad (98.14)$$

олур. Лакин  $\rho \rightarrow 0$  олдугда  $\rho^{-(l+1)}$  функцийасы сонсуз артыр вя бу, даля функцийасынын сонлу олмасы щяртиня зиддир. Она эюря дя (98.14)-дя  $C_2 = 0$  эютцрмякля бу уйбунсузлуу арадан галдырмаг лазымдыр. Бир гядяр яввял гейд етдийимиз кими, бурада да  $C_1 = 1$  гябул етмяк олар. Онда

$$R_0(\rho) = \rho^l \quad (98.15)$$

алыныр.

Беляликля, даля функцийасынын сонлу олмасы щярти тяляб едир ки,  $\rho \rightarrow \infty$  вя  $\rho \rightarrow 0$  асимптотик щалларында (98.8) тянлийинин щяляри (98.11) вя (98.15) кими тйин олунмалыдыр. Онда (98.8) тянлийинин цмуми щяллини

$$R(\rho) = R_0(\rho) R_\infty(\rho) u(\rho) = \rho^l e^{-\rho/2} u(\rho) \quad (98.16)$$

шяклинды ахтармаг олар. Бурада  $u(\rho)$ —сонлу вя кясилмяз намялум функциядыр. Бу функцияны тапмаг цццн тянлик алмаг мягсядила (98.16)-ны (98.8)-дя йзаг вя лазымы чевирмяляр апараг. Онда

$$\rho \frac{d^2 u}{d\rho^2} + (2l + 2 - \rho) \frac{du}{d\rho} + (n - l - 1)u = 0 \quad (98.17)$$

алыныр. Бурада

$$\beta = 2l + 1, \alpha = n + l \quad (98.18)$$

ишаря етсаяк

$$\rho \frac{d^2 u}{d\rho^2} + (\beta + 1 - \rho) \frac{du}{d\rho} + (\alpha - \beta)u = 0$$

тянлийини алырыг ки, бу да бирляшмиш Лагер полиномунун  $L_{\alpha}^{\beta}(\rho)$  юдядийи (81.16) тянлийи иля ейнидир. Беяликля, айдын олур ки, (98.17) тянлийинин шялли олан  $u(\rho)$  функциясы (81.9) вя (81.16) иля тйин олунан бирляшмиш Лагер полиномудур:

$$u(\rho) = L_{n+l}^{2l+1}(\rho) \quad (98.19)$$

Демяли, шидроэенябянзяр атомлар цццн (96.4) Шрединэер тянлийинин радиал щиссяси олан (98.2) тянлийинин цмуми шялли (98.16) вя (98.19) ццтурларына ясяян ашаьыдакы кими тйин олунур:

$$R_{nl}(r) = C_{nl} \rho^l e^{-\rho/2} L_{n+l}^{2l+1}(\rho), \quad \rho = \frac{2z}{na_0} \cdot r. \quad (98.20)$$

Бурада  $C_{nl}$ — нормаллашдырыгы вуругдур вя  $R_{nl}(r)$  функциясынын нормаллыг шяртиндян тапылыр:

$$\int_0^{\infty} [R_{nl}(r)]^2 r^2 dr = 1. \quad (98.21)$$

(98.20)-ни (98.21)-дя нязря алсаг

$$1 = \int_0^{\infty} [R_{nl}(r)]^2 r^2 dr = C_{nl}^2 \int_0^{\infty} \rho^{2l} e^{-\rho} [L_{n+l}^{2l+1}(\rho)]^2 r^2 dr \quad (98.22)$$

олар. Бурада  $r = \frac{na_0}{2z} \rho$  олдуьуну нязря алсаг, (98.18) вя (81.47) ифадяляриндян истифады етсаяк

$$\begin{aligned} 1 &= C_{nl}^2 \left( \frac{na_0}{2z} \right)^3 \int_0^{\infty} \rho^{2l+2} e^{-\rho} [L_{n+l}^{2l+1}(\rho)]^2 d\rho = \\ &= C_{nl}^2 \left( \frac{na_0}{2z} \right)^3 \cdot \frac{2n \cdot [(n+l)!]^2}{(n-l-1)!} \end{aligned} \quad (98.23)$$

алыныр. Демяли, шидроэенябянзяр атомларын далья функциясынын нормаллашдырылмыш радиал щиссяси (98.20) вя (98.23)-я ясяян

$$R_{nl}(r) = -\sqrt{\left(\frac{2z}{na_0}\right)^3} \cdot \frac{(n-l-1)!}{2n \cdot [(n+l)!]^{\frac{1}{2}}} \rho^l e^{-\rho/2} L_{n+l}^{2l+1}(\rho) \quad (98.24)$$

кими тѣйин олунур. Бурада квадрат кюк мянфи ишаря иля эютцрцлмщдцр ки, бу да функсийанын мѣсбят ишаряли олмасыны тѣмин едир.

Ё81-дя исбат едилмишдир ки, (98.17) тѣнлийинин сонлу, биргиймятли вѣ кѣсилмѣз щѣллинин алынмасы цццн  $n-l-1$  мѣсбят там ядѣд олмалыдыр. Бурада  $l$  квант ядѣди  $l=0, 1, 2, \dots$  мѣсбят там гиймятлѣр ала билдийиндѣн айдын олур ки,  $n$  ядѣди йалныз  $n=1, 2, 3, \dots$  там гиймятлѣрини ала билѣр. Демяли,  $n=0$  ола билмѣз! Бундан башга, Ё81-дя эюстѣрилмишдир ки,  $L_{\alpha}^{\beta}(\rho)$  бирлѣшмиш Лагер полиномунун ифадѣсиндѣ  $\beta \leq \alpha$  шѣрти юдѣнмялидир. Бу ися о демякдир ки,  $n$  вѣ  $l$  квант ядѣдлѣри бир-бири иля ялагѣли олан гиймятлѣр алмалыдыр, йѣни  $n \geq l+1$  олмалыдыр. Демяли,  $n$  квант ядѣдинин верилмиш гиймятиндѣ  $l$  квант ядѣди йалныз  $l=0, 1, 2, \dots, n-1$  гиймятлѣрини ала билѣр.

Йухарыда дейилѣнлѣрдѣн вѣ (98.5) ифадѣсиндѣн эюрцнцр ки, щидроэенѣбянзѣр атомларда електронун енержиси дискрет мянфи гиймятлѣр алмалы, йѣни квантланмалыдыр:

$$E_n = -\frac{mz^2 e^4}{2\hbar^3 n^2}, \quad n=1, 2, 3, \dots, \infty. \quad (98.25)$$

Эюрцндѣйц кими, квант механикасында Шрединѣр тѣнлийинин щѣллина ясѣян щидроэенѣбянзѣр атомларда електронун енержиси цццн алынмыш (98.25) ифадѣси Бор-Зоммерфелд нѣзѣрийѣйѣси васитѣсила тапылмыш (55.6) вѣ йа (57.56) дѣстурѣ иля ейнидир.

Щидроэенѣбянзѣр атомларын дальѣ функцийаларыны (96.13)-ѣ уйѣун оларѣг

$$\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (98.26)$$

кими йѣзмаг олар. Бурада  $R_{nl}(r)$  вѣ  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  функцийалары, уйѣун оларѣг, (98.24) вѣ (84.29) ифадѣлѣри иля тѣйин олунур.  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  комплекс сферик функцийалар цццн бѣзи ифадѣлѣр Ё84-ѣ верилмишдир /бах: (84.43)/.

Щидроэенѣбянзѣр атомларын нормаланмыш  $R_{nl}(r)$  радиал функцийалары цццн (81.21) вѣ (98.24) дѣстурларына ясѣян тапылмыш бѣзи ифадѣлѣр ися ашаѣыдакы

кимидир ( $n \geq l+1, \rho = \frac{z}{a_0} r$ ):

$n$	$l$	$R_{nl}(r)$
1	0	$2 \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} e^{-\rho}$
2	0	$\frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} (2-\rho) e^{-\rho/2}$
2	1	$\frac{1}{2\sqrt{6}} \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} \rho e^{-\rho/2}$

$$\begin{array}{ll}
3 & 0 \\
3 & 1 \\
3 & 2
\end{array}
\begin{array}{l}
\frac{2}{81\sqrt{3}} \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} (27 - 18\rho + 2\rho^2) e^{-\rho/3} \\
\frac{4}{81\sqrt{6}} \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} (6\rho - \rho^2) e^{-\rho/3} \\
\frac{4}{81\sqrt{30}} \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} \rho^2 e^{-\rho/3}
\end{array}
\quad (98.27)$$

(98.26), (98.27) в (84.43) дистрибуциядан истифода едяряк шидроэенябязяр атомларын нормаланмыш дальа функцийаларынын ашкар ифадясини йазмаг олар.

Бея ифадялярин бязилари ашабыда верилмишдир ( $\rho = \frac{z}{a_0} r$ ):

$n$	$l$	$m$	$\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi)$
1	0	0	$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} e^{-\rho}$
2	0	0	$\frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} (2 - \rho) e^{-\rho/2}$
2	1	0	$\frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} \rho e^{-\rho/2} \cdot \cos \theta$
2	1	$\pm 1$	$\frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} \rho e^{-\rho/2} \cdot \sin \theta e^{\pm i\varphi}$
3	0	0	$\frac{1}{81\sqrt{2\pi}} \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} (27 - 18\rho + 2\rho^2) e^{-\rho/3}$
3	1	0	$\frac{1}{81\sqrt{2\pi}} \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} (6\rho - \rho^2) e^{-\rho/3} \cdot \cos \theta$
3	1	$\pm 1$	$\frac{1}{81\sqrt{2\pi}} \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} (6\rho - \rho^2) e^{-\rho/3} \cdot \sin \theta e^{\pm i\varphi}$
3	2	0	$\frac{1}{81\sqrt{6\pi}} \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} \rho^2 e^{-\rho/3} (3 \cos^2 \theta - 1)$
3	2	$\pm 1$	$\frac{1}{81\sqrt{\pi}} \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} \rho^2 e^{-\rho/3} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i\varphi}$
3	2	$\pm 2$	$\frac{1}{162\sqrt{\pi}} \left(\frac{z}{a_0}\right)^{3/2} \rho^2 e^{-\rho/3} \sin^2 \theta e^{\pm 2i\varphi}$

(98.28)

Атом физикасында бир чох шалларда шидроэенябязяр атомларын (98.26) комплекс дальа функцийалары явзяиня шягиги дальа функцийаларындан истифадя



етмяк ялверишли олур. (98.26) комплекс дальа функцийаларындан фяргли оларак щягиги дальа функцийаларынын буьагдан асылы щиссяси щягиги сферик функцийалардыр. Биз щягиги сферик функцийалары  $S_{lm}(\theta, \varphi)$  кими ишаря едяьыйк. Щягиги сферик функцийалар (84.29)  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  комплекс сферик функцийаларын ашаьыдакы хятти комбинасийаларындан алыныр:

$$S_{l|m|}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{l|m|}(\theta, \varphi) + Y_{l-|m|}(\theta, \varphi)] = \frac{1}{\sqrt{\pi}} N_{l|m|}(\cos \theta) \cdot \cos|m|\varphi, \quad (98.29)$$

$$S_{l-|m|}(\theta, \varphi) = \frac{1}{i\sqrt{2}} [Y_{l|m|}(\theta, \varphi) - Y_{l-|m|}(\theta, \varphi)] = \frac{1}{\sqrt{\pi}} N_{l|m|}(\cos \theta) \cdot \sin|m|\varphi, \quad (98.30)$$

$$S_{l0}(\theta, \varphi) = Y_{l0}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} N_{l0}(\cos \theta). \quad (98.31)$$

Бу ифадяляри йазаркян  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  функцийалары цццн (84.29) ифадясиндян истифадя едилмиш вя

$$e^{im\varphi} = \cos m\varphi + i \sin m\varphi \quad (98.32)$$

олдуьу нязяря алынмышдыр.

Гейд едяк ки, (98.29)-(98.31) ифадялярини бирляшдиряряк

$$S_{lm}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{(1 + \delta_{m0})\pi}} N_{l|m|}(\cos \theta) \cdot \begin{cases} \cos|m|\varphi, & m \geq 0 \\ \sin|m|\varphi, & m < 0 \end{cases} \quad (98.33)$$

кими йазмаг олар.

Тяйининдян эюрцндщйц кими,  $S_{lm}(\theta, \varphi)$  щягиги сферик функцийалары (84.37)-йя ясаян импульс моментинин квадраты операторунун мяхсуси функцийаларыдыр, лакин импульс моментинин цццн истигамят цзря проексийасы операторунун ( $\hat{M}_z$ ) мяхсуси функцийалары дейилдир, йяни

$$\hat{M}_z^2 S_{lm}(\theta, \varphi) = \hbar^2 l(l+1) S_{lm}(\theta, \varphi). \quad (98.34)$$

Щягиги сферик функцийалар да ортонормаллыг щяртини юдяйирляр:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi S_{lm}(\theta, \varphi) S_{l'm'}(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = \delta_{ll'} \delta_{mm'}. \quad (98.35)$$

Бурада  $\delta_{kk}$ —Кронекерин  $\delta$ -символудур /бах: (72.21)/.

Беляликля, щидроэенябязря атомларын щягиги дальа функцийалары

$$u_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r) S_{lm}(\theta, \varphi) \quad (98.36)$$

кими тяйин олунур ( $\psi_{nlm}$  комплекс функцийаларындан фяргляндирмяк цццн щягиги функцийалары  $u_{nlm}$  кими ишаря едяьыйк).

(80.49) вя (98.33) ццтурларына ясаян  $S_{lm}(\theta, \varphi)$  щягиги сферик функцийалары цццн тапылмыш бязи ифадяляр ашаьыда верилмишдир:

$$l \quad m \quad S_{lm}(\theta, \varphi)$$

$$\begin{array}{ll}
0 & 0 \\
1 & 0 \\
1 & 1 \\
1 & -1 \\
2 & 0 \\
2 & 1 \\
2 & -1 \\
2 & 2 \\
2 & -2 \\
3 & 0 \\
3 & 1 \\
3 & -1 \\
3 & 2 \\
3 & 2 \\
3 & 3 \\
3 & -3
\end{array}
\begin{array}{l}
\frac{1}{\sqrt{4\pi}} \\
\sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta \\
\sqrt{\frac{3}{4\pi}} \sin \theta \cos \varphi \\
\sqrt{\frac{3}{4\pi}} \sin \theta \sin \varphi \\
\sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1) \\
\sqrt{\frac{15}{16\pi}} \sin 2\theta \cos \varphi \\
\sqrt{\frac{15}{16\pi}} \sin 2\theta \sin \varphi \\
\sqrt{\frac{15}{16\pi}} \sin^2 \theta \cos 2\varphi \\
\sqrt{\frac{15}{16\pi}} \sin^2 \theta \sin 2\varphi \\
\sqrt{\frac{63}{16\pi}} \left( \frac{5}{3} \cos^3 \theta - \cos \theta \right) \\
\sqrt{\frac{21}{32\pi}} (5 \cos^2 \theta \sin \theta - \sin \theta) \cos \varphi \\
\sqrt{\frac{21}{32\pi}} (5 \cos^2 \theta \sin \theta - \sin \theta) \sin \varphi \\
\sqrt{\frac{105}{16\pi}} \sin^2 \theta \cos \theta \cos 2\varphi \\
\sqrt{\frac{105}{16\pi}} \sin^2 \theta \cos \theta \sin 2\varphi \\
\sqrt{\frac{35}{32\pi}} \sin^3 \theta \cos 3\varphi \\
\sqrt{\frac{35}{32\pi}} \sin^3 \theta \sin 3\varphi
\end{array}
\tag{98.37}$$

(98.36), (98.27) в (98.37) ифадялярина ясаган шидроэнябянзяр атомларын бязи щягиги дальа функсийалары цццн тапылмыш ифадяляр ашааыдакы кимидир

( $\rho = \frac{z}{a_0} r$ ):

$$n \quad l \quad m \quad u_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r) S_{lm}(\theta, \varphi)$$

$$\begin{aligned}
1 \quad 0 \quad 0 & \quad \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{z}{a_0} \right)^{3/2} e^{-\rho} \\
2 \quad 0 \quad 0 & \quad \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left( \frac{z}{a_0} \right)^{3/2} (2-\rho) e^{-\rho/2} \\
2 \quad 1 \quad 0 & \quad \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left( \frac{z}{a_0} \right)^{3/2} \rho e^{-\rho/2} \cos \theta \\
2 \quad 1 \quad 1 & \quad \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left( \frac{z}{a_0} \right)^{3/2} \rho e^{-\rho/2} \sin \theta \cos \varphi \\
2 \quad 1 \quad -1 & \quad \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left( \frac{z}{a_0} \right)^{3/2} \rho e^{-\rho/2} \sin \theta \sin \varphi \\
3 \quad 0 \quad 0 & \quad \frac{1}{81\sqrt{3\pi}} \left( \frac{z}{a_0} \right)^{3/2} (27-18\rho+2\rho^2) e^{-\rho/3} \\
3 \quad 1 \quad 0 & \quad \frac{1}{81\sqrt{2\pi}} \left( \frac{z}{a_0} \right)^{3/2} (6\rho-\rho^2) e^{-\rho/3} \cos \theta \\
3 \quad 1 \quad 1 & \quad \frac{1}{81\sqrt{2\pi}} \left( \frac{z}{a_0} \right)^{3/2} (6\rho-\rho^2) e^{-\rho/3} \sin \theta \cos \varphi \\
3 \quad 1 \quad -1 & \quad \frac{1}{81\sqrt{2\pi}} \left( \frac{z}{a_0} \right)^{3/2} (6\rho-\rho^2) e^{-\rho/3} \sin \theta \sin \varphi \\
3 \quad 2 \quad 0 & \quad \frac{1}{81\sqrt{6\pi}} \left( \frac{z}{a_0} \right)^{3/2} \rho^2 e^{-\rho/3} (3\cos^2 \theta - 1) \\
3 \quad 2 \quad 1 & \quad \frac{1}{81\sqrt{2\pi}} \left( \frac{z}{a_0} \right)^{3/2} \rho^2 e^{-\rho/3} \sin 2\theta \cos \varphi \\
3 \quad 2 \quad -1 & \quad \frac{1}{81\sqrt{2\pi}} \left( \frac{z}{a_0} \right)^{3/2} \rho^2 e^{-\rho/3} \sin 2\theta \sin \varphi \\
3 \quad 2 \quad 2 & \quad \frac{1}{81\sqrt{2\pi}} \left( \frac{z}{a_0} \right)^{3/2} \rho^2 e^{-\rho/3} \sin^2 \theta \cos 2\varphi \\
3 \quad 2 \quad -2 & \quad \frac{1}{81\sqrt{2\pi}} \left( \frac{z}{a_0} \right)^{3/2} \rho^2 e^{-\rho/3} \sin^2 \theta \sin 2\varphi
\end{aligned} \tag{98.38}$$

Гейд едяк ки, (98.24) дцстуру иля тьяин олуан нормаланмыш  $R_{nl}(r)$  радиал функцийалары щям дя ашаьыдакы ортогоналлыг шьартини юдяйирляр.

$$\int_0^{\infty} R_{nl}(r) R_{n'l'}(r) r^2 dr = \delta_{nn'}. \tag{98.39}$$

(84.34), (98.35) вә (98.39) ифадяляриня ясаһян дейя бияриқ ки, щидроэнябянзәр атомларын (98.26) комплекс вә (98.36) щяғиги далья функсийалары ортонормаллығ шяртини юдяйирляр, йяни

$$\int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \psi_{nlm}^*(r, \theta, \varphi) \psi_{n'l'm'}(r, \theta, \varphi) r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (98.40)$$

$$\int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} u_{nlm}(r, \theta, \varphi) u_{n'l'm'}(r, \theta, \varphi) r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (98.41)$$

Щидроэнябянзәр атомларын (98.26) вә йа (98.36) далья функсийаларынын ифадяляриня даһил олан  $n, l$  вә  $m$  ядядляр, уйьун оларағ, баш, орбитал вә магнит квант ядядляр адланьр. Бу квант ядядляр далья функсийасынын юдямяли олдуьу тябии (стандарт) шяртлярин (сонлу, биргиймятли, қясилмяз) тялябиня уйьун оларағ мейдана чыхьр (ЕЕ84,95,98).  $n$  баш квант ядяди (98.25) дцстуруна ясаһян щидроэнябянзәр атомда электронун енержисини,  $l$  орбитал квант ядяди (84.37) ифадясиня ясаһян электронун импульс (орбитал) моментини,  $m$  магнит квант ядяди (84.38)-я ясаһян электронун орбитал моментинин цстцн истигамят цзря проексийасыны тьяин едир. Щям дя беля демяк олар ки, бу квант ядядляр ицвянин йаратдыьы мярқязи сащядя щярякят едян электронун там енержисинин, импульс моментинин вә бу моментин цстцн истигамят цзря проексийасынын саһланмасы ганунларынын еля бил ки, квант механикасында ифадясидир. Щидроэнябянзәр атомлар цццн Шрединэер тянлийинин щялли заманы, далья функсийасынын хассяляриня уйьун сурятдя, рийязи оларағ, алыньр ки,  $n, l$  вә  $m$  квант ядядляр бир-бири иля ялагяли щякилдя ашаьыдакы там гиймятляр и алыр:  $n=1, 2, 3, \dots, \infty$ ;  $n$  баш квант ядядинин верилмиш гиймятиндя  $l=0, 1, 2, \dots, n-1$ ;  $l$  орбитал квант ядядинин верилмиш гиймятиндя  $m=-l, -l+1, \dots, 0, \dots, l, l-1$ , йяни  $2l+1$  сайда гиймят. Мясялян,

$$n=3$$

$$l=0, 1, 2;$$

$$l=0; \quad m=0;$$

$$l=1; \quad m=-1, 0, 1;$$

$$l=2; \quad m=-2, -1, 0, 1, 2.$$

(98.25), (98.26) вә (98.36) дцстурларындан эюрцнцр ки, щидроэнябянзәр атомларда электронун енержиси  $E_n$  йалныз баш квант ядядиндян асылы олдуьу щалда далья функсийасы  $n, l$  вә  $m$  квант ядядляринин цццндян дя асылыдыр. Бу ися о демяқдир ки, щидроэнябянзәр атомларда щяр бир  $E_n$  енержи сывийьяси мцяйьян тяртибдян ьырлашмышдыр, йяни енержинин ейни бир  $E_n$  гиймятиня бир-бириндян  $l$  вә  $m$  квант ядядляр иля фярглянян мцхтялиф щаллар (далья функсийалары) уйьун эялир. Бу щалларын сайы ьырлашма тяртиби адланьр.  $n$  баш квант ядядинин верилмиш гиймятиндя  $l=0, 1, 2, \dots, n-1$  гиймятлярини,  $l$ -ин щяр бир гиймятиндя ися  $m$  квант ядяди  $2l+1$  сайда гиймятляр алдыьындан щидроэнябянзәр атомларда  $E_n$  енержи сывийьясинин ьырлашма тяртиби цццн

$$g_n = \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = 1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2 \quad (98.42)$$

алырыг. Демяли, щидроэенябянзяр атомларда щяр бир  $E_n$  енержи сывийяси  $n^2$  тяртибдян ырлашмышдыр. Мясялян, йухарыда верилмиш мисалдан эюрцнцр ки,  $n=3$  олдугда ырлашма тяртиби 9-а бярәбярдир. Електронун спинини дя нязря алдыгда щидроэенябянзяр атомда  $E_n$  енержи сывийясинин ырлашма тяртиби  $2n^2$  олур.

Ё96-да эюрдцк ки,  $m$  магнит квант ядыди цзря ырлашма сферик симметрийайа малик олан мяркъязи сашядя щяркятин цмуми хассясидир. Лакин Кулон сашясиндя щяркят едян электронун енержи сывийяляри щям дя  $l$  орбитал квант ядыдиня эюрә ырлашмышдыр. Гцввяляр ганунуну бир балаға дыйищян кими, енержи  $l$  квант ядыдиндян дя асылы олур вя бу ырлашма, йяни енержинин  $l$  квант ядыдиндян асылы олмамасы тясадцфи ырлашма адланыр.

Кулон сашяси олмайан дизяр мяркъязи-симметрик сашялярдя  $l$  цзря ырлашма олмур, йяни  $n$ -ин верилмиш гиймятиня уйбун енержи сывийяси  $l$ -ин мцхтялиф гиймятляриня уйбун эялян  $n$  сайда алт сывийяйя парчаланыр. Мясялян, хцсуси щалда, щятгта щидроэенябянзяр атомда релйативистик эффектлярин, нцвянин щяьминин вя йа вакуум дцзляищляринин нязря алынмасы  $l$  цзря ырлашманы арадан галдырыр. Буна охшар олараг, атомларынын хариьи электрон тябгясиндя бир дянә электрон олан гяяви металлларда дахили тябгялярдяки электронларын тясириня нятяьсиндя спектрдя  $l$  цзря ырлашма арадан галхмыш олур. Язәр систем щям дя онун мяркъязи-симметрийасыны позан хариьи сашядя (мясялян, магнит сашясиндя) йерлящдирился,  $m$  квант ядыди цзря ырлашма да арадан галхыр, йяни  $E_n$  енержи сывийяси  $n^2$  сайда алт сывийяйя парчаланыр.

Щидроэенябянзяр атомларда электронун енержиси цццн Шрединэер тянлийинин щялли заманы алынмыш (98.25) дцстуру Бор-Зоммерфелд нязрийясиня ясаян тапылмыш (55.6) вя йа (57.56) дцстурундан фярглянмядийиндя, щидроэен атомунун ( $z=1$ ) енержи сывийяляринин (98.25)-я ясаян гурулмуш схеми дя Бор нязрийясиня ясаян гурулмуш вя 55.1 щяклиндя тясвир олунмуш схемля тамамиля цст-цстя дцщцр. Щидроэен атомунун спектриндя щцаланма тезликляри вя мцхтялиф серийалар да квант механикасына ясаян Бор нязрийясиндя (Ё55) тапылмыш дцстурлара там охшар олан дцстурларла тясвир олунур. Мящз буна эюрә дя онлары бурада тякряр етмяйя лцзум йохдур. Лакин щямин дцстурларын Бор нязрийясиня вя квант механикасына ясаян щярщиндяки фяргляри эюстярмяк мцщцм ящямийят кясб едир.

Бор нязрийясиндя беля щесаб олунур ки, электронун нцвя ятрафында щяркятиня мцствяи орбитляр цзря баш верир вя демяли, сферик симметрик ола билмяз. Квант механикасында ися электронларын орбит цзря щяркятиня щаггында данышмаьын мянасы йохдур вя она эюрә дя атомун сферик симметрик щалларынын реаллашмасы цццн щеч бир янэял ола билмяз. Сферик симметрийадан эюрцнцр ки, классик механикада импульс моменти адланан кямийят сыфра бярәбяр ола биляр. Бор нязрийясиндя ися йалныз атомун радиусу бойунға щяркят едян электронун импульс моменти сыфра бярәбяр ола биляр вя бу щалда да, о, атомун нцвяси иля тоггуша биляр. Бор нязрийяси бу чятинлийи арадан галдыра билян гянаятбяхщ чыхьщ йолу тапа билмядийиндя, нцвя иля тоггушманы арадан галдырмаг цццн электронун радиал щяркятини садяьә олараг гейри мцмкцн щесаб

едир. Квант механикасында ися бу вя буна бязяр сциликляря ещтийаъ галмыр. Беля ки, гейд етдийимиз кими, квант механикасында электронун щяр щансы трайекторийа цзя щярякяти щаггында данышмаг, йяни электронун координатыны замандан асылы олан функциа кими эюстярмак олмаз. Бу, квант механикасында микрощиссяыйин щярякятинин ещтимал характерли тясвиринин цмуми хцсусийятляри иля ялагядардыр (Ѓ69). Она эюря дя электронун мцяййян орбит цзя щярякяти щаггында тясаввцр явзяиня электронун щярякят щалы анлайышындан истифадя едилир ки, бу щал да мцяййян дальа функциасы иля тясвир олунур. Башга сюзля, дейирляр ки, электрон бу вя йа башга щалда йерляшмищдир. Электронун щярякят щалынын щятта тягриби дя олса классик аналогу йохдур. Мясяля,  $l=0$  олдугда электронун импульс моменти сыфра бярабардир. Йухарыда гейд етдийимиз кими, классик механика бахымындан бу, атомда электронун радиус бойунъа щярякятиня уйбун эялир, йяни беля щярякят заманы электрон нцвянин йерлящдийи областдан кечмялидир. Классик механикада бу, гейри мцмкндцр. Квант механикасына эюря ися орбитал моментин сыфра бярабар олдуу щярякят щалы мцмкндцр.

Бор нязярийяси изащ едя билмир ки, ня ццн (55.6) вя йа (57.56) дцстурунда  $n=0$  ола билмяз. (98.25) дцстурунда ися  $n=0$  гиймати тябии сурятдя арадан чыхыр. Ццнки дальа функциасынын юдямяли олдуу тябии щяртляр тяляб едир ки,  $n-l-1$  там мцсбят яяд олмалыдыр вя  $l=0, 1, 2, \dots$  олдуу ццн  $n$  баш квант ядядинин ян кичик гиймати  $n=1$  олмалыдыр.

Диэяр мщщм фярг щярякятин характеринин вя квант кечидляринин щярщи иля ялагядардыр. Бор нязярийясиндя беля щесаб едилир ки, электрон классик механикайа эюря тапылмыш трайекторийадан демяк олар ки, фярглянмяйян орбит цзя щярякят едир. Фярг йалныз ондан ибарятдир ки, тябилля щярякят етмясиня бахмайараг, электрон щца бурахмыр. Бундан башга баша дцщцлмцр ки, электрон ня ццн диэяр орбит цзя дейил, мящз бу классик орбит цзя щярякят едир (Борун квантланма щярти). Бор нязярийясиня эюря щцаланма электронун бир орбитдян диэяриня кечмяси заманы баш верир. Квант механикасына эюря ися бир орбитдян диэяриня кечид электронун бир щалдан диэяр щала кечидиня уйбун эялир. Бор нязярийясиня вя квант механикасына эюря щярщлярдяки фярг ондан ибарятдир ки, электронун бир орбитдян диэяриня кечиди онун фязада йердяйишмяси кими баша дцщцлдцйц щалда, электронун бир щалдан диэяр щала кечмяси онун фязада щяр щансы конкрет щярякяти иля ялагядар дейилдир.

Квант механикасы тясаввцрляриня эюря щидроэенябязяр атомда щалы  $\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi)$  дальа функциасы иля тясвир олунан электронун координатлары  $r, \theta, \varphi$  олан нюгтяни ящатя едян сонсуз кичик щяъм элементиндя олмасы ещтималы

$$\begin{aligned} dW_{nlm}(r, \theta, \varphi) &= |\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi)|^2 dV = \\ &= |R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \varphi)|^2 r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi \end{aligned} \quad (98.43)$$

кими тйин олунур. Бу ифадяни  $\theta$  вя  $\varphi$  сферик буъагларынын бцтцн гиймятляри цзя интегралласаг вя  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  сферик функциалар ццн (84.34) ортонормаллыг щяртини нязяря алсаг электронун  $(r, r+dr)$  сферик гатында олмасы ещтималы ццн

$$dW_{nl}(r) = [R_{nl}(r)]^2 r^2 dr, \quad (98.44)$$

бу ештималын сыхлыбы цццн ися

$$\omega_{nl}(r) = \frac{dW_{nl}}{dr} = [R_{nl}(r)]^2 r^2 \quad (98.45)$$

аларыг.

(98.45) ифадяси мцхтялиф квант щалларында йерляшян электронун нцвядян  $r$  мясафясиндя йерляшмяси ештималынын сыхлыбыны тьяин едир. Мясялян, щидроэенябянзяр атомун ясас щалы цццн  $n=1$  олдуьундан бу щалы тясвир едян радиал функция  $R_{10}(r)$  олур. (98.27)-йя ясаян  $R_{10}(r)$  функциясынын ифадясини (98.45)-дя нязря алсаг

$$\omega_{10}(r) = \frac{4z^3}{a_0^3} e^{-\frac{2z}{a_0}r} \cdot r^2 \quad (98.47)$$

йаза билярик. Эюрцндцц кими, бу ештимал сыхлыбы бцццн фязада сыфырдан фярглидир. Лакин нцвядян узаглашдыгъа, йяни  $r$  буюцццкъя  $\omega_{10}(r)$  вя  $\omega_{10}^H(r)$  ештимал сыхлыбы даяишир вя  $r \rightarrow \infty$  олдугда сыфра гядяр азалыр.  $\omega_{10}^H(r)$  функциясынын максимум гиймятиня уйьун эялян  $r$  мясафясини тапаг. Бунун цццн  $\frac{d\omega_{10}^H}{dr} = 0$  шяртиндян истифада етмяк лазымдыр:

$$\frac{d\omega_{10}^H}{dr} = -\frac{8}{a_0^4} e^{-\frac{2r}{a_0}} \cdot r^2 + \frac{8}{a_0} e^{-\frac{2r}{a_0}} \cdot r = 0.$$

Бурадан эюрцнцр ки,  $r=a_0$  олдугда  $\omega_{10}^H(r)$  ештимал сыхлыбы максимум олур.  $a_0$  кямийяти (98.7) ццстуру иля тьяин олунур вя (55.5) ифадясиня ясаян бириньи Бор орбитинин радиусу адланыр. Демяли, квант механикасы тясаввцрляриня ясаян щидроэен атомунун ясас щалында электрон, Бор нязярийясиндян фяргли олагаг, нцвядян принципъя истянилян мясафядя йерляшя биляр вя бу заман онун  $r=a_0$  мясафясиндя олмасы ештималы ян буюццццр.

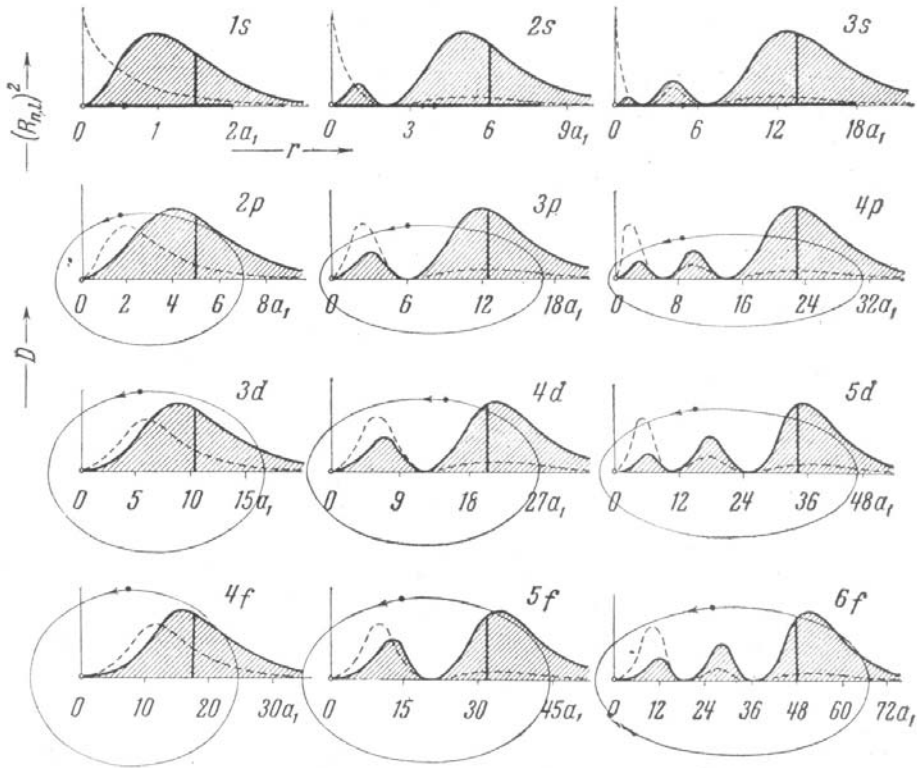
Щидроэен атомунун щяйьяанланмыш щаллары цццн  $\omega_{nl}^H(r)$  ештимал сыхлыбыны тядгиг едяркян беля бир ганунауйьунлуг мейдана чыхыр ки,  $\omega_{nl}^H(r)$  функцияларынын щяр бири бир нечя максимум гиймятляр алыр вя юзц дя  $r$  артдыгъа щяр бир функция цццн максимумун гиймяти артыр.  $R$ -ин бязи гиймятляриндя  $\omega_{nl}^H(r)$  функциясы сыфра бярабяр олур. Бу дцццн нюгтяляринин сайы  $R_{nl}(r)$  функциясына дахил олан Лагер полиномундакы щядлярин сайына, йяни  $(n-l)$ -я бярабяр олур.  $\omega_{nl}(r)$  функциясынын максимумларынын сайы да  $(n-l)$ -дир.

(98.45) ццстуру иля тьяин олунан  $\omega_{nl}(r)$  функциясынын  $r$ -дян асылылыг графикляри ештимал сыхлыбынын радиал пайланмасы яйриляри адланыр. Щидроэен атомунун бязи щаллары цццн радиал пайланма яйриляри 98.2 шяклиндя верилмишдир. Бу шякилдян эюрцнцр ки, электронун щидроэенябянзяр атомда мцшшадия олунмасы ештималынын радиал сыхлыбы кцрянин дахилиндя дурьун дальяя охшар шякилдя пайланмышдыр вя юзц дя нцвяйя доьру эетдикъя бу ештимал сыхлыбынын максимум гиймятляри тядриьян кичилир.

(98.24), (98.6) вя (81.22) ифадяляриня ясаян айдын олур ки,  $R_{nl}(r)$  радиал функциясы

$$R_{nl}(r) \sim e^{-\frac{2z}{na_0}} \left( \frac{2zr}{na_0} \right)^{n-1} + \dots \quad (98.48)$$

шяклинды эюстяриля билияр. Бу функцийя васитясила (98.45)-я ясяян шесабланмыш ештимал сыхлыбы  $r \sim \frac{na_0}{z}$  мясафясинды кяскин азалыр. Бурадан



Шякил 98.2.

дейя билиарик ки,  $\frac{na_0}{z}$  кямиййяти атомун юлчэсэцц характеризя едир. Чцнки бундан буюцк мясафялярды электронун мцшациды олунмасы ештималы чох кичикдир.

Йухарыда дейилиялярдыан айдын олур ки, электронун шидроэенябянзяр атомда мцшациды олунмасынын ештимал сыхлыбы нцвядян узаглашдыгя яввяля артараг мцяййян максимум гиймятя чатыр вя сонра монотон олараг азалыр. Атомун гурулушунун бу мянзярсяи Бор-Зоммерфелд нязярийясиндыан алынан нятиьялярдыан кяскин шякилды фярглянир. Беяя ки, Бор-Зоммерфелд нязярийясиня эюря электрон, мясяян, шидроэен атомунун ясас щалында  $a_0$  радиуслу даиряви орбитды йерляшмялидир. Бундан башга, мялум олур ки, квант механикасына эюря атомун радиусуну вя юлчэсэцц цмумиййятля дягиг тьяин етмяк олмаш. Добрудан



да, адятян мадди объектин радиусу дедикдя, маддянин (бахылан шалда электронун) мшшацидя олундуу йерин мяркъяздян олан максимум мясафяси баша дцшцлр. Лакин щидроэенябянзяр атом ццн бу мясафя сонсузлуя бярәбярдир, ццнки ештимал пайланмасынын радиал сыхлыгы  $\omega_{nl}(r)$  асимптотик олараг сыфра йахынлашыр. Онда атомун радиусу олараг бу ештимал сыхлыгынын максимум олдуу мясафяни эютцрмяк мябүриййятиндя галырыг. Мящз бу мянада биз дейя бияриг ки, мясялян, щидроэен атомунун радиусу биринги Бор орбитинин радиусу  $a_0$  тяртибиндядир. Беяликля, щяр бир мадди объектин дягиг дахили характеристикалары олан енержи вя импулс моментиндян фяргли олараг атомун радиусу анлайышы щяртидир.

Бир чох щалларда щидроэенябянзяр атомлар ццн  $r^v$  кямиййятинин ( $v=2, 1, -1, -2, -3, -4$ ) орта гиймятини щесабламаг лазым эялир:

$$\langle r^v \rangle = \int \psi_{nlm}^*(r, \theta, \varphi) r^v \psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) dV. \quad (98.49)$$

(98.26) вя (84.34) ифадялярини (98.49)-да нязря алсаг

$$\langle r^v \rangle = \int_0^\infty r^{v+2} [R_{nl}(r)]^2 dr \quad (98.50)$$

олар. Гейд едяк ки, щяр бир конкрет шал ццн (98.50) интегралыны щесабламаг мягсяди иля  $R_{nl}(r)$  радиал функцийаларынын (98.27) ифадяляриндян истифадя етмяк олар. Лакин (98.50) интегралыны  $v=2, 1, -1, -2, -3, -4$  гиймятляринин щяр бири ццн цмуми щякилдя щесабламаг вя аналитик ифадя тапмаг мцмкцндцр. Бу мягсядля (98.6) вя (98.24)-ц (98.50)-дя йазаг:

$$\langle r^v \rangle = C_{nl}^2 \left( \frac{na_0}{2z} \right)^{v+3} \int_0^\infty \rho^{v+2} \rho^{2l} e^{-\rho} [L_{n+l}^{2l+1}(\rho)]^2 d\rho. \quad (98.51)$$

Бурада

$$C_{nl} = \sqrt{\left( \frac{2z}{na_0} \right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n \cdot [(n+l)!]^3}} \quad (98.52)$$

кямиййяти (98.24)-дяки нормаллашдырыгы вуругдур. (98.51)-дя

$$\alpha=n+l, \beta=2l+1 \quad (98.53)$$

явяз едяряк

$$\langle r^v \rangle = C_{nl}^2 \left( \frac{na_0}{2z} \right)^{v+3} \int_0^\infty \rho^{v+1} \rho^\beta e^{-\rho} L_\alpha^\beta(\rho) L_\alpha^\beta(\rho) d\rho \quad (98.54)$$

кими йазаг. Сонуну интегралы щесабламаг ццн  $L_\alpha^\beta(\rho)$  бирляшмиш нормаланмыш Лагер полиномларындан бирини (81.22) сырасы кими, дияряни ися (81.15), (81.9) вя (79.25)-я ясясян

$$L_\alpha^\beta(\rho) = \frac{d^\beta L_\alpha(\rho)}{d\rho^\beta} = \frac{d^\beta}{d\rho^\beta} \left[ e^\rho \frac{d^\alpha}{d\rho^\alpha} (\rho^\alpha e^{-\rho}) \right] \quad (98.55)$$

щяклиндя йазаг. Онда (98.54) ифадяси ашабыдакы щякля дцшцр:

$$\begin{aligned} \langle r^\nu \rangle &= C_{nl}^2 \left( \frac{na_0}{2z} \right)^{\nu+3} \sum_{k=0}^{\alpha-\beta} \frac{(-1)^{k+\beta} (\alpha!)^2}{k!(\beta+k)!(\alpha-\beta-k)!} \times \\ &\times \int_0^\infty \rho^{\nu+\beta+1+k} e^{-\rho} \frac{d^\beta}{d\rho^\beta} \left[ e^\rho \frac{d^\alpha}{d\rho^\alpha} (\rho^\alpha e^{-\rho}) \right] d\rho. \end{aligned} \quad (98.56)$$

(98.56) ифадясиня дахил олан

$$G = \int_{-\infty}^{+\infty} u \frac{d^n v}{dv^n} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} u v^{(n)} dx \quad (98.57)$$

кими интегралы шесабламаг цццн тюрямнин "кечирилмеси" шаггында теорема ясаян

$$G = \int_{-\infty}^{+\infty} u v^{(n)} dx = (-1)^n \int_{-\infty}^{+\infty} u^{(n)} v dx \quad (98.58)$$

дцстурундан истифадя етмяк ялверишлидир. Бу теорема зюря эзяр

$$[u v^{(n-1)}]_{-\infty}^{+\infty}, [u^{(1)} v^{(n-2)}]_{-\infty}^{+\infty}, \dots, [u^{(n-1)} v]_{-\infty}^{+\infty} \quad (98.59)$$

ифадяляри сыфра бярабяр оларса, (98.58) шярти юдянир. Доьрудан да, (98.57) ифадясиндя  $n$  дяфя щисся-щисся интеграллама апарараг (98.59) ифадяляринин сыфра бярабяр олдуьуну нязря алсаг (98.58) дцстуру алынар. Дискрет спектр цццн далья функсийасы сонсузлугда экспоненсиал ганун цзря сыфра гядяр азалдыьындан (98.59) ифадяляри щямишя сыфра бярабяр олур. Кясилмяз спектр (сярбьаст щярякят) цццн ися щямин ифадяляр периодиклик сайясиндя (Ё85) сыфра бярабяр олур. (98.59) ифадяляринин сыфра бярабяр олмасы физика бахымындан о демякдир ки, сонсузлугда щиссяьикляр вя ьярйанлар йохдур.

(98.58)-и (98.56)-да нязря алдыгдан сонра

$$\frac{d^n}{dx^n} (x^q e^{-x}) = e^{-x} \sum_{s=0}^n \frac{(-1)^s n! q!}{s!(n-s)!(q-n+s)!} x^{q-n+s} \quad (98.60)$$

ифадясиндян истифадя етсаяк, (98.58)-и бир дяфя дя тятбиг едяряк

$$\frac{d^i x^n}{dx^i} = \frac{n!}{(n-i)!} x^{n-i}, \quad (n > i) \quad (98.61)$$

$$\int_0^\infty x^k e^{-ax} dx = \frac{k!}{a^{k+1}}, \quad (k \geq 0, a > 0) \quad (98.62)$$

дцстурларыны нязря алсаг  $\langle r^\nu \rangle$  кямиййяти цццн ашаьыдакы аналитик ифадяни тапырыг:

$$\begin{aligned} \langle r^\nu \rangle &= C_{nl}^2 \left( \frac{na_0}{2z} \right)^{\nu+3} \sum_{k=0}^{\alpha-\beta} \sum_{s=0}^{\beta} \frac{(-1)^{k+s+\alpha} (\alpha!)^2}{k!(\beta+k)!(\alpha-\beta-k)!} \times \\ &\times \frac{\beta!(\nu+1+\beta+k)!(\nu+1+k+s)!}{s!(\beta-s)!(\nu+1+k+s-\alpha)!}, \quad \nu+1+k+s-\alpha \geq 0. \end{aligned} \quad (98.63)$$

Бурада  $C_{nl}$ ,  $\alpha$  вә  $\beta$ , уйбун оларга, (98.52) вә (98.53) кими тәйин олунур вә йалныз  $\nu+1+k+s-a \geq 0$  шярти юдәндикдә  $\langle r^\nu \rangle \neq 0$  олур. Мцвафиг шесабладалар апарараг мцәййән едилмишдир ки,

$$\langle r^2 \rangle = \left( \frac{a_0}{z} \right)^2 \cdot n^4 \left\{ 1 + \frac{3}{2} \left[ 1 - \frac{l(l+1) - 1/3}{n^2} \right] \right\}, \quad (98.64)$$

$$\langle r \rangle = \frac{a_0}{z} \cdot n^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{l(l+1)}{n^2} \right] \right\}, \quad (98.65)$$

$$\langle r^{-1} \rangle = \frac{z}{a_0} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (98.66)$$

$$\langle r^{-2} \rangle = \left( \frac{z}{a_0} \right)^2 \frac{1}{n^3(l+1/2)}, \quad (98.67)$$

$$\langle r^{-3} \rangle = \left( \frac{z}{a_0} \right)^3 \frac{1}{n^3(l+1/2)(l+1)}, \quad (98.68)$$

$$\langle r^{-4} \rangle = \left( \frac{z}{a_0} \right)^4 \frac{3n^2 - l(l+1)}{2n^5(l-1/2)l(l+1/2)(l+1)(l+3/2)}. \quad (98.69)$$

$\langle r^{-3} \rangle$  вә  $\langle r^{-4} \rangle$  кямийятлярини шесаблайаркән нязрәдә тутулур ки,  $l \neq 0$  олмалыдыр.  $\nu=2$  олан шал диамагнетизми юйрәнәркән,  $\nu=-1$  шалы потенциал енержини шесаблайаркән,  $\nu=-3$  ися спин-орбитал гаршылыгы тәсири тядгиг едәркән мейдана чыхыр. Бундан башга кинетик енержини, дипол моментинин гејри-диагонал матрис элементлярини (шщаланма ещтималыны) шесабламаг вә функцийаларын ортогоналлыыны эюстярмяк ццң дә (98.64)-(98.69) ифадяляриндән истифадә едилир.

### Ё99. Щидроән атомунун спектрал серийалары. Сечмя гайдалары. Нцвянин щяркятинин нязрә алынмасы.

(84.36) ифадясиня эюрә импульс моментинин ядәди гиймәти  $\hbar\sqrt{l(l+1)}$  кими тәйин олундуьундан,  $l$  орбитал квант ядәдинин мцхтялиф гиймәтляриня импульс моменти мцхтялиф олан шаллар уйбун эялир. Атом физикасында бу шаллары ашаьыдакы гайда цзрә  $s, p, d, f, \dots$  щярфляри иля ишарә етмяк гябул олунмушдур:

$$l = \begin{array}{cccccc} 0, & 1, & 2, & 3, & 4, & 5, \dots \\ s, & p, & d, & f, & g, & h, \dots \end{array} \quad (99.1)$$

Бу ишарялярин тарихи мянбәйи квант механикасы йаранана гядәр гяяви металларын спектрал серийаларынын ямяля эялмясиня сябәб олан бир сыра термлярин мювьуд олмасынын кяшфи иля ялагядардыр.

(99.1) ишарялямясиня уйбун олараг атомларын цмуми шалда йалныз  $n$  баш квант ядядиндян дейил, шям дя  $l$  орбитал квант ядядиндян асылы олан спектрал термляри  $(-E_{nl}/\hbar)$  ашабыдакы кими ишаря едилир:

$$-\frac{E_{nl}}{\hbar} = (nl) \quad (99.2)$$

Бурада  $n=1, 2, 3, \dots, \infty$  баш квант яядидир.  $n$  вя  $l$  квант яядляри арасында  $l \leq n-1$  мцнасибяти олдуьундан айдындыр ки, йалныз ашабыдакы кими спектрал термляр мцмкцндцр:  $1s; 2s, 2p; 3s, 3p, 3d; 4s, 4p, 4d, 4f$ ; вя с. Лакин, мясялян,  $1p$  вя йа  $3f$  терми ола билмяз. Чцнки бу заман уйбун олараг,  $n=l=1$  вя  $n=l=3$  олмалыдыр ки, беля шаллар да мцмкцн дейилдир.

(99.2) ишарялямясиня уйбун олараг шцаланма тезлийини

$$\omega_{m'l'} = \frac{E_n - E_{n'}}{\hbar} = (n'l') - (nl) \quad (99.3)$$

кими йазмаг олар. Шидроэенябянзяр атомларда енержи сывиййяляри арасында гадабан олунмамыш кечидляр сечмя гайдалары иля мцяййян едилир. Бу гайдалары тапмаг цццн ашабыдакы матрис элементлярини шесабламаг лазымдыр (Ë93):

$$(n'l'm'|\vec{r}|nlm) = \int \psi_{n'l'm'}^* \vec{r} \psi_{nlm} dV. \quad (99.4)$$

(98.26) ифадясини (99.4)-дя нязяря алсаг

$$(n'l'm'|\vec{r}|nlm) = \int_0^\infty R_{n'l'}(r) R_{nl}(r) r^3 dr \oint Y_{l'm'}(\theta, \varphi) \frac{\vec{r}}{r} \sin \theta d\theta d\varphi \quad (99.5)$$

Бурада  $\theta$  вя  $\varphi$  сферик буьаглары цзря интеграллама, Ë95-дян мялум олдуьу кими,  $l$  орбитал квант яяди цццн  $\Delta l = l - l' = \pm 1$ ,  $m$  магнит квант яяди цццн ися  $\Delta m = m - m' = 0, \pm 1$  сечмя гайдаларыны верир /бах: (95.46) вя (95.47)/. Бу сечмя гайдаларыны нязяря алмагла (99.5) ифадясини ашабыдакы кими йзаг:

$$(n'l'm'|\vec{r}|nlm) = const \cdot \left\{ \begin{array}{c} \delta_{m'm} \\ \delta_{m', m \pm 1} \end{array} \right\} \delta_{l', l \pm 1} \int_0^\infty R_{n'l'}(r) R_{nl}(r) r^3 dr. \quad (99.6)$$

(98.24)-ц нязяря алмагла (99.6)-йа дахил олан интегралы ашабыдакы кими йзамаг олар:

$$\int_0^\infty r^3 R_{n'l'}(r) R_{nl}(r) dr \sim \int_0^\infty r^{3+2l \pm 1} e^{-\frac{zr}{a_0} \left( \frac{1}{n'} + \frac{1}{n} \right)} \times \\ \times L_{n'+l \pm 1}^{2(l \pm 1) + 1} \left( \frac{2zr}{n' a_0} \right) L_{n+l}^{2l+1} \left( \frac{2zr}{n a_0} \right) dr. \quad (99.7)$$

Бу интегралы шесабламаг цццн йени  $\rho = \frac{zr}{a_0} \left( \frac{1}{n'} + \frac{1}{n} \right)$  дяйишяниня кечмяк, сонра ися

$L_{n+l}^{2l+1}$  вя  $L_{n'+l'}^{2l'+1}$  функцийаларыны полином кими йазараг алынан ифадяни шядбьшяд интегралламаг лазымдыр. Ортогоналлыг хассясиня эюря йалныз (98.39) интегралы сыфра бярабяр олур. Галан бцццн шалларда  $n'$ -ин шеч бир гиймятиндя (99.7)

интегралы сыфра бярәяр олмур, йяни гадабан олунмамыш бѳтѳн кечидляр заманы баш квант ядядинин дѳйишмяси ихтиѳари гиймят ала биляр. Мясялян, хѳсуси шалда щидроѳен атомунда электронун ян ашабы 1s енержи сѳвиййясиня кечиди (Лайман серийасы) цѳцн

$$\int_0^{\infty} r^3 R_{10}(r) R_{n1}(r) dr = \frac{2^8 n^7 (n-1)^{2n-5}}{(n+1)^{2n+5}} \cdot a_0 \quad (99.8)$$

олур. Эюрѳндѳѳц кими, мѳцмѳн олан бѳтѳн  $n=2, 3, 4, \dots$  гиймятляриндя бу интеграл сыфырдан фѳрглидир.

Беляликля, (99.3) дѳцструнда  $l$  орбитал квант ядяди цѳцн сечмя гайдасы нязря алынмалыдыр:  $l'=l\pm 1$ .

Демяли, щидроѳенябнзря атомлар цѳцн сечмя гайдалары ашабыдакы кими олур:

$$\Delta l = l - l' = \pm 1, \Delta n = n - n' = \text{ихтиѳари яяд.} \quad (98.8)$$

(98.25) ифадясиндян истифадя едлярѳк (99.2)-йя ясяян  $(nl)$  термини ашабыдакы кими дя эюстярмяк олар:

$$(nl) = \frac{me^4}{2\hbar^3} \cdot \frac{z^2}{n^2} = \frac{Rz^2}{n^2}. \quad (99.10)$$

Бурада

$$R = \frac{me^4}{2\hbar^3} \quad (99.11)$$

ишаря едилмишдир вѳ Ридберг сабити иля (ѳ55) мѳцтянасибдир.

(99.10)-у (99.3)-дя йазараг шѳцаланма тезлийи  $\omega_{nn'}$  цѳцн ашабыдакы ифадяни алырыг:

$$\omega_{nn'} = Rz^2 \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (99.12)$$

Бурадан эюрѳнѳр ки, щидроѳен атомунда ( $z=1$ ) ян ашабы ( $n'=1$ ), йяни 1s сѳвиййясиня кечидляря уйбун эялян Лайман серийасы цѳцн

$$\omega_{Layman} = (1s) - (np) = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), n=2, 3, 4, \dots \quad (99.13)$$

алыныр.  $n>2$  сѳвиййяляриндян  $n'=2$  сѳвиййясиня кечидляря уйбун эялян Балмер серийасы цѳцн (99.8) сечмя гайдаларына ясяян мѳцмѳн олан цѳ нѳв тезлик алыныр:

$$\begin{aligned} \omega'_{Балмер} &= (2s) - (np) \\ \omega''_{Балмер} &= (2p) - (ns) \\ \omega'''_{Балмер} &= (2p) - (nd). \end{aligned} \quad (99.14)$$

Щидроѳен атомунда  $l$  орбитал квант ядяди цзря ѳырлашма мѳвѳуд олдуьундан бу цѳ тезлийин явѳзиня бир дѳня

$$\omega_{\text{Balmer}} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), n=3, 4, 5, \dots \quad (99.15)$$

тезлийи алыныр. Буна охшар мянзяря Пашен серийасы цццн дя алыныр:

$$\omega_{\text{Пашен}} = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), n=4, 5, 6, \dots \quad (99.16)$$

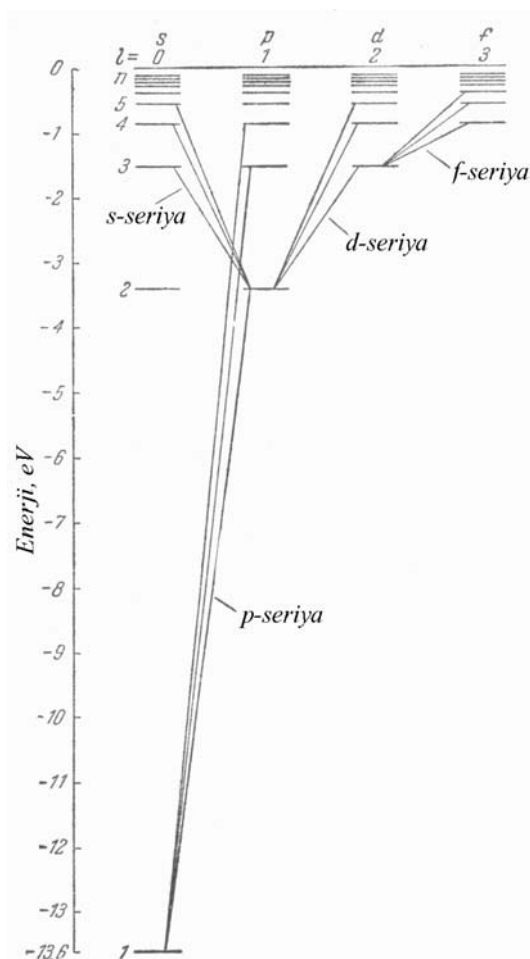
вя с.

Щесаблама эюстярир ки, щидроэенябянзяр атомда  $np \rightarrow 1s$  дипол кечидинин ещтималы (93.54) дцстуруна ясасян ашабыдакы кими тьяин олунур:

$$A_{n1} = z^4 \left( \frac{e^2}{\hbar c} \right)^5 \frac{mc^2}{2\hbar} \frac{2^8}{9} \frac{n(n-1)^{2n-2}}{(n+1)^{2n+2}}. \quad (99.17)$$

Мясялян, бурадан алыныр ки, щидроэен атому ( $z=1$ ) цццн  $2p$  щалында йашама мцддяти  $\tau = \frac{1}{A_{21}} \approx 1,5 \cdot 10^{-9}$  сан-дир.

Атома енержи вердикдя (диэяр атомла тоггушма, электрон зярбяси, енержи



квантынын удулмасы вя с.) электрон даща йцксяк енержи сывийясыня кечир вя дейирляр ки, атом щяйяъанланмыш щала кечмищдир. Щяйяъанланмыш щалда атом, бир гайда олагаг, чох гыса заман мцддяти ярзиндя ( $10^{-5}$ – $10^{-8}$  сан) олур вя сонра, сечмя гайдаларына уйбун спонтан щцаланма нятиъясиндя электрон даща ашабы енержийя малик олан сывийяйя кечир ки, бунун да нятиъясиндя атомун щцаланма спектри алыныр.

Ё98-дя гейд етдийимиз кими, щидроэен атомунда  $n$  баш квант яяди ейни,  $l$  орбитал квант яяди ися мцхтялиф олан бцццн щаллара енержинин ейни бир  $E_n$  гиймяти уйбун эялир, йяни щидроэен атомунун (еляъя дя щидрэенябянзяр атомун) енержи сывийяляри  $l$  квант яядиня эюря ъырлашмышдыр. Беля ъырлашма йалныз Кулон мяркязи сащясиндя баш верир. Щяр щансы диэяр мяркязи сащядя  $l$  орбитал квант яядиня эюря ъырлашма йохдур вя енержи щям  $n$ , щям дя  $l$  квант яядляриндя асылы олур:  $E_{nl}$ . Ё55-дя щидроэен атомунун енержи сывийяляринин схеми

ырлашма нязря алынмагла эюстярилмишдир (шякил 55.1), йяни енержинин йалныз  $n$  квант ядядиндя асылы олмасы нязря алынмышдыр. Лакин  $n$  баш квант ядядинин мцхтялиф гиймятляриндя  $l$  орбитал квант ядядинин ейни бир гиймятиня уйбун эялян енержи сывийялярини, 99.1 шяклиндя эюстярилдийи кими, бир-биринин алтынды йерляшдирмяк ялверишлидир. Бу схемдя щидроэен атомунда  $n$  баш квант ядядинин верилмиш гиймятиндя  $l$ -ин мцхтялиф гиймятляриня уйбун эялян енержи сывийяляри ейни щцндцрлцкдя йерляшир.

Мялумдур ки, атомун щцаланмасы цццн онун електрик дипол моменти дяйишмялидир. Бу ися атомун электрон булудунун формасы дяйишдикдя баш верир. Она эюря дя 99.1 шяклиндяки схемдя ейни бир група дахил олан енержи сывийяляри арасында кечидляр ( $s \rightarrow s^1$ ,  $p \rightarrow p^1$ ,  $d \rightarrow d^1$  вя с.) баш вермир; йалныз мцхтялиф группара аид олан енержи сывийяляри арасында кечидляр баш веря биляр. Гейд едяк ки, бея кечидлярин дя щеч дя щамысы дейил, йалныз (99.8) сечмя гайдалары иля тянзимлянян кечидляр мцмкцндцр.

Сечмя гайдалары иля тяйин олунан кечидляр нятигысиндя алынан спектрал хятляр чохлауу спектрал серийалара бюлцнцр. Мясялян,  $s$ -,  $p$ -,  $d$ - вя  $f$ - сывийяляриндя баш верян кечидляря уйбун хятляр чохлауу, уйбун олагаг,  $s$ -,  $p$ -,  $d$ -,  $f$ - серийалар адланыр. Бу серийаларын адлары спектрал хятлярин интенсивлийиня вя дизяр характеристикаларына ясаян тарихян ашаьыдакы кими гябул едилмишдир.

*sharp* (кяскин) –  $s$ -серийа

*prinsipale* (баш) –  $p$ -серийа

*diffuse* (диффуз) –  $d$ -серийа

*fundamental* (ясас) –  $f$ -серийа

Атомда дискрет енержи сывийяляри арасында баш верян кечидлярдя башга, щям дя бир-биринин якси олан даща ики просея, йяни ионлашма вя зябтолунмайа сябяб олан кечидляр дя баш веря биляр. Ионлашма заманы электрон дискрет енержи сывийясиндян ( $E < 0$ ) мцсбят енержили ( $E > 0$ ) областа, йяни кясилмяз спектр областына кечир вя атому тярк едир. Эюрцндцц кими, ионлашма просеси енержи удулмасы иля баш верир. Мясялян, щидроэен атомунда ( $z=1$ ) электрону ян ашаьы енержи сывийясиндян ( $n=1$ )  $E > 0$  областына кечирмяк цццн

$$E^{\text{ион}} = E_k - E_l = R\hbar + E_k \quad (99.18)$$

гядяр енержи сяф етмяк лазымдыр (шякил 55.1). Бурада  $E_k = \frac{mv^2}{2}$  электронун

кинетик енержисидир вя практик олагаг нцвя иля ялагядар дейилдир.  $E^{\text{ион}}$  енержиси щидроэен атомунун ясас щалы цццн ионлашма енержиси (потенсиалы) адланыр. Ионлашма енержисинин минимум гиймяти  $E_k=0$  олдугда алыныр ки, бу да атомда электронун дискрет енержи сывийясиндян кясилмяз спектр областында ян кичик енержили ( $E=0$ ) щала кечмясиня, йяни электронун атомдан гопмасына уйбун эялир. Щидроэен атому цццн

$$E_{\text{мин}}^{\text{ион}} = R\hbar = \frac{me^4}{2\hbar^2} = \frac{e^2}{2a_0} = 13,6 \text{ eV} \quad (99.19)$$

олур.

Электронун атом тярфиндян зябт едилмасы ионлашманын якси олан просесдир. Зябт олунма просеси заманы сярбяст электрон атомун мцмкцн олан дискрет енержи сывийяляриндян бириня кечир вя бу заман уйьун мигдар енержи айрылыр.

Ё98-дя гейд едилмишдир ки, щидроэенябнзяр атомда нцвянин щяркятини нязря алмаг истясяк, (98.2) тянлийиндя вя бу тянликдя алынан бцтцн нятиьялярдя электронун  $m$  кцтлясинин явзяиня (98.3) дцстуру иля тьяин олунан

$$\mu = \frac{M \cdot m}{m + M} \quad (99.20)$$

этирилмиш кцтляси йазмаг, башга сюзля, (98.5)-(98.7) вя (98.25) дцстурларында  $m$ -и этирилмиш кцтля щесаб етмяк лазымдыр. Бу ися о демякдир ки, термлярин (99.10) ифадясиня дахил олан вя (99.11) кими ишаря олунан  $R_\infty = me^4/2\hbar^3$  сабитинин явзяиня, нцвянин кцтлясини сонлу щесаб етмякля (йяни нцвянин щяркятини нязря алмагла) йазылан

$$R = \frac{\mu e^4}{2\hbar^3} = R_\infty \cdot \frac{M}{M + m} = R_\infty \cdot \frac{1}{1 + \frac{m}{M}} \approx R_\infty \left(1 - \frac{m}{M}\right) \quad (99.21)$$

сабитини йазмаг лазымдыр. Онда термляр цццн (99.10) явзяиня

$$(nl) = \frac{z^2 R_\infty}{n^2} \left(1 - \frac{m}{M}\right) \quad (99.22)$$

алыныр. Буна мцвафиг олараг щцаланма тезлийи  $\omega_{nn'}$  цццн (99.12)-дя  $1 - \frac{m}{M}$  вуруу иля фярглянн ашаьыдакы ифадяни йаза биярик:

$$\omega_{nn'} = z^2 R_\infty \left(1 - \frac{m}{M}\right) \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right). \quad (99.23)$$

Атомларын бурахдыьы щцаларын тезлийинин нцвянин  $M$  кцтлясиндя асылы олмасы атом кцтлясини спектроскопик цсулларла тьяин етмяйя имкан верир. Мящз бунун сайясиндя аьыр щидроэенин, ионлашмыш щелиум атомунун мювьуд олмасы вя с. кящф едилмишдир. Бу шагда Ё55-дя ятрафлы мялумат верилмишдир.

Бу вахта гядяр биз нцвянин йаратдыьы Кулон сащясиндя электронун рабитяли (баьлы) щалларына бахдыг. Нцвянин Кулон сащясиндя мянфи йцкя малик диэяр щиссяьикляр дя (мясяян,  $\pi^-$  вя  $\mu^-$ -мезонлар) рабитяли щалларда ола бияр. Ё56-дя гейд етдийимиз кими, беля системляр мезоатомлар адланыр. Садя мисал олараг щидроэен мезоатомуна вя йа адятян дейилдийи кими, мезощидроэен атомуна бахаг. Мезощидроэен атомунун енержи сывийялярини вя бу атомда мезонун далья функсийаларыны тапмаг цццн (98.25) вя (98.24) ифадяляриндя электронун  $\mu$  этирилмиш кцтляси явзяиня мезонун  $\mu'$  этирилмиш кцтлясини йазмаг лазымдыр.

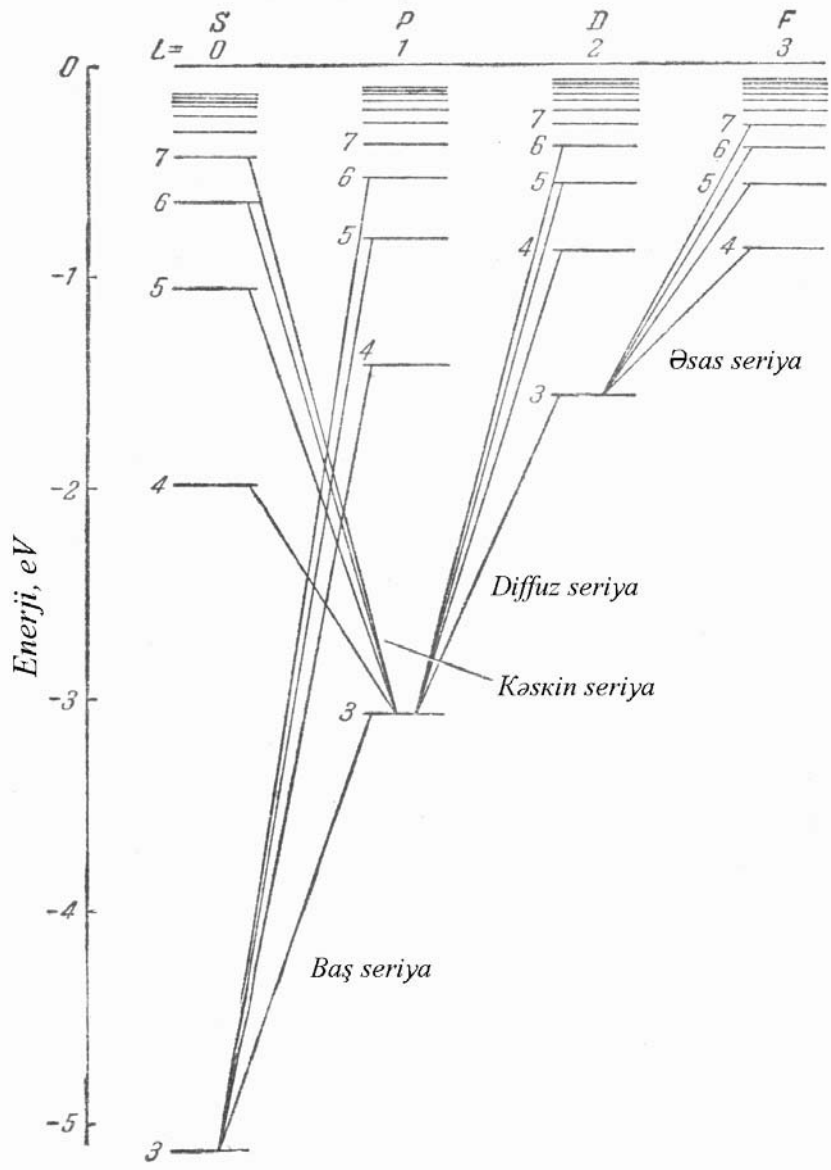
Мезощидроэен атомунун еффеktiv юлццсц  $a' = \frac{\mu}{\mu'} a_0$  кямиййяти тяртибиндя олуб, щидроэен атомунун  $a_0$  еффеktiv юлццсцндян хейли кичикдир. Хцсуси щалда  $\pi^-$ -



мезонун кцтляси электронун кцтлясиндян 273 дяфя буюцк олдуьундан ( $m_{\pi^-} = 273m$ ) мезошидроэен атомунун эффектив юлццсц  $a' \approx 0,2 \cdot 10^{-10}$  см олур.

Мезошидроэен атомунда  $\pi^-$ -мезонун нцвядян олан орта мясафяси шидроэен атомунда электрон цццн олан мцвафиг мясафядян хейли кичикдир.  $\pi^-$ -мезон иля нцвя арасында нцвя гаршылыгы тясиринин баш вермяси сайясиндя (98.25) енержи сывийялари сырф Кулон саясындякиня нисбятян мцыййян гядяр сцрцшмцш олур. Бу сцрцшмянин тярцби тядгиги  $\pi^-$ -мезонлар вя нуклонлар арасындакы нцвя гаршылыгы тясиринин характери цаггында мцыййян нятигяляр чыхармаьа имкан верир. Гейд едяк ки, мезоатомларын мювьуд олмасы мцддяти мезонларын юзляринин йашама мцддяти иля мящудлашыр. Мялумдур ки, мезонларын щяр нювц цццн характеристик олан мцыййян орта йашама мцддяти  $\tau$  вардыр, йани мезонлар стабил олмайан (чеввилмяйя мярвз галан) щиссяьикляюдир.

Щид олдуьунд йаратды едян еле хейли мистифады ки, онла тянлийи йахшы йерляшя спектрля , p-, d-, f- (100.1).



гемляри цвянин црякят і щялли црындан вардыр единээр иля чох группа мларын идяки s- (щякил

Лакин гяляви метал атомларынын спектрляри иля щидроэенябязяр атомларын спектрляри арасында мцщцм фярг дя вардыр. Беля ки, щидроэен атомунун (щям дя щидроэенябязяр ионларын) спектриндяки серийалар  $\frac{R}{k^2}$  кими ейни нюв термлярин комбинасийаларындан ибарят олуб, цмуми шыкилдя

$$\nu = \frac{R}{m^2} - \frac{R}{n^2} \quad (100.1)$$

кими йазыла биляр (Ё38). Бурада  $m$ –сабит,  $n$  ися дяйишян сабит ядяддир. Гяляви метал атомларынын спектрал серийалары ися  $\frac{R}{k^2}$  терминя охшар олан, лакин онунла ейни олмайан термлярин комбинасийасы шыкиндя эюстяриля биляр. Беля ки, эмпирик фактлары тящлил едяряк Ридберг мцяййян етмишди ки, мцярякяб атомларын термляринин биринъи йахынлашмада цмуми ифадяси

$$T_n = \frac{R}{(n + \sigma)^2} \quad (100.2)$$

кимидир (Ё38). Бурада  $R=109737,31 \text{ см}^{-1}$  – щямин Ридберг сабити,  $n$ –там яяд,  $\sigma$  ися мцяййян дцзялишдир. Мцяййян едилди ки, спектрал хятлярин мцшацидя олунан бцтцн серийаларыны дцстурлар шыкиндя йазмаг цчцн  $R/n^2$  термляринин бир ардыгыллъыындан дейил, (100.2) типли бир нечя ардыгыллъыындан истифадя етмяк лазымдыр вя юзц дя термлярин щяр бир ардыгыллъыынын дахилиндя  $\sigma$  дцзялиши ейни бир гиймятя малик олур.

Гяляви металларын атомларынын бу хцсусийятлярини артыг Бор нязрийясиныя ясасян щцаландыран электрон модели васитясиля изащ етмяк олурду. Беля ки, Менделеев ъдвялиндя гяляви метал атомлары щямишя тясирсиз газ атомларындан сонра йерляшир. Мясялян, литиум, щелиумдан, натриум неондан, калиум аргондан сонра вя с. эялир. Юзц дя щяр бир нюв гяляви метал атомунда юзцндян яввял эялян тясирсиз газ атомундакына нисбятян бир дяня артыг электрон вардыр ки, бу да валент электронудур. Тясирсиз газ атомлары йцксяк дайаныглыбьа маликдир; онлары ионлашдырмаг цчцн нисбятян буюцк енержи тяляб олунур. Гяляви метал атомлары ися яксиня, асанлыгла ионлашырлар. Мясялян, щелиум атомунун ясас щалында бир электрону гопармаг цчцн тяляб олунан енержи (биринъи ионлашма потенциалы)  $24,58 \text{ eV}$  олдуьу щалда литиум атому цчцн  $5,39 \text{ eV}$ , неон атому цчцн  $21,56 \text{ eV}$  олдуьу щалда натриум атому цчцн  $5,14 \text{ eV}$ –дур вя с.

$z$  сайда электрону олан гяляви метал атомуна бахаг. Биз дейя билирик ки, илк  $z-1$  сайда электрон тясирсиз газ атомунун дайаныглы гурулушуну (мясялян, литиум атомунун илк ики электрону щелиум атомунун, натриум атомунун илк 10 электрону неон атомунун вя с. электрон юртцйцнц) тящкил едир, сонунъу электрон ися атомун нцвяси иля зяиф рабитялидир. Бу щалда цмуми мянфи йцкц  $-(z-1)e$  олан  $z-1$  сайда дахили электронлар  $+ze$  йцкцня малик олан нцвя иля бирликдя йцкц  $+e$  олан нцвяни хатырладан дайаныглы "эювдя" ямяля эятирир. Бу "эффектив нцвянин" йаратдыбьа саящдя зяиф рабитяли электрон щярякят едир. Щямин электрон атомун кимйяви валентлийини вя оптик спектрлярини мцяййян етдийи цчцн, о, бязян валент электрону вя йа оптик электрон адланьр.

Беляликля, биз нцвясй +e йцкцня вя бир електрона малик олан щидроэен атомуну хатырладан атом системи алмыш олуруг. Лакин бу атомун енержи шаллары щидроэенбянзяр атомункундан цмумиййятля, вя бязян дя кяскин шякилдя фярглянир. Бу фяргин сябяби цмуми мцлащияляря ясасян ашаьыдакундан ибарятдир. Щидроэенбянзяр ионун (мясялян,  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{2+}$ ,  $\text{Be}^{3+}$  вя с.) нцвясй нуклонлардан ибарят систем олса да, бу системдя щиссяьикляр (нуклонлар) арасында тясир едян цввяляр хейли буюцк олдуьундан, щямин системи тамамиля сярт щесаб етмяк олар. Нцвяннин орта юлццсц ( $\sim 10^{-13}$  см) электронун нцвядян олан орта мясафясиня ( $\sim 10^{-8}$  см) нисбятян чох кичик олдуьундан, щидроэенбянзяр атомда электрон практик олараг нцвяннин нюгтяви йцкцнцн Кулон сащясиндя йерляшмиш олуру. Гяляви металланын атомларында ися, йухарыда гейд едилдийи кими, оптик электрон нцвядян диэяр  $z-1$  сайда электрон васитясиля экранланмышдыр, йяни бу электронун щярякят етдийи сащя електрик йцкляринин даща мцряккяб системи тяряфиндян йарадылыр вя юзц дя бу системин хятти юлццляри оптик электронун нцвядян олан орта мясафяси иля ейни тяртиблидир. Она эюря дя тябиидир ки, гяляви металланын атомларында "еффеktiv нцвяннин" йаратдыьы сащяни цмуми щалда нюгтяви йцкцн Кулон сащяси щесаб етмяк олмас. Диэяр тяряфдян, нюгтяви йцкцн сащясиндя щярякят едян электронун енержи сывиййяляри ьырлашмышдыр. Мясялян, щидроэен атомунда баш квант яядинин  $n=2$  гиймятиня бир дяня дейил, ейни енержийя малик олан ики дяня ( $l=0, 1$ ),  $n=3$  гиймятиня ися цч дяня ( $l=0, 1, 2$ ) вя с. енержи сывиййяси уйьун эялир. Лакин енержи сывиййяляринин беля ьырлашмасы йалныз Кулон сащяси ццн характеридир. Йцклярин даща мцряккяб системинин йаратдыьы сащядя енержи сывиййяляри щяйяьанланыр вя цст-цстя дцщян сывиййяляр айрылыр. Гяляви метал атомларынын бир нечя нюв термляринин мювьудлуьунун да сябяби еля бундан ибарятдир.

Йухарыда кейфиййятя щярщ олунмуш мянзярдян истифадя етмякля тягриби кямиййят нязариййясинин гурулмасына бахаг. Гяляви метал атомунда эювдя цмумиййятля нюгтяви йцк дейил, йцклярин мцряккяб системи олдуьундан, оптик электрон иля бу систем арасындакы Кулон гаршылыглы тясирин потенциал енержисини ашаьыдакы сыра щяклиндя эюстярямяк олар.

$$u = -\frac{e^2}{r} - c_1 \frac{e^2}{r^2} - c_2 \frac{e^2}{r^3} - \dots \quad (100.3)$$

Бурада бццн ьямин бирьинсли олмасы ццн  $c_1, c_2, \dots$  ямсаллары, мцвафиг олараг, см, см<sup>2</sup>,... ващидиня малик олмалыдыр. (100.3) ьяминдя бириньи щядд +e нюгтяви йцкцнцн електрик сащясиндя электронун потенциал енержисинин, икиньи щядд диполун сащясиндя электронун орта потенциал енержисинин ( $e \cdot \frac{el}{r^2}$ , бурада  $el$ — дипол моментидир) вя с. эюстярир. Бириньи йахынлашмада (100.3) сырасында илк ики щяддя кифайятлянмяк вя

$$u(r) = -\frac{e^2}{r} - c_1 \frac{e^2}{r^2} \quad (100.4)$$

йазмаг олар. Бу йахынлашманын физики мянасы ашаьыдакы кими баша дцщцлмялидир. Валент электрону эювдяйя тясир едяряк онун йцкцнцн вя електрик

сащясинин пайланмасыны тящриф едир. Биринъи йахынлашмада эювдянин сащясиня атомун мярказиндя йерляшмиш  $(z-1)e$  нюгтяви йцкцнцн вя нюгтяви диполун електрик сащяляринин ъями кими бахмаг олар. Бу шалда диполун оху валент электронуна доьру йюнялмишдир. Она эюря дя валент электронунун щярякяти еля баш верир ки, эювдянин сащяси тящриф олунмушдурса да, еля бил ки, сферик симметрик олагаг галмышдыр. Бу сащяйя уйьун потенциал енержи ися (100.4) кими тьяин олунур. Онда  $\hat{H}\psi = E\psi$  вя йа

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + u(r) \right] \psi = E\psi$$

Шрединер тянлийини сферик координат системиндя ашаьыдакы кими йаза билярик:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \\ + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{r} + c_1 \frac{e^2}{r^2} \right) \psi = 0. \end{aligned} \quad (100.5)$$

Бу тянлийин щяллини Ё96-да етдиймиз кими

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \cdot Y(\theta, \varphi) \quad (100.6)$$

щяклиндя ахтараг. (100.6)-ны (100.5)-дя йазараг алынан тянлийи  $R(r) \cdot Y(\theta, \varphi)$  щасилиня бюлсяк вя дьяищянляри айьрма сабитини  $l(l+1)$  иля ишаря етсяк, (100.5) явзяиня ашаьыдакы кими ики дяня тянлик аларыг:

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \varphi^2} + l(l+1)Y = 0, \quad (100.7)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[ E + \frac{e^2}{r} + c_1 \frac{e^2}{r^2} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0. \quad (100.8)$$

Эюрцндщц кими, (100.7) тянлийи (84.37) иля ейнидир. Демяли, (100.5) тянлийинин щялли олан (100.6) функциясынын буьагдан асылы щиссяси  $Y(\theta, \varphi)$ , щидроэенябязяр атомларын далья функцийаларынын буьагдан асылы щиссяси олан  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  комплекс сферик функцийаларла ейнидир. Бу ися о демякдир ки, щидроэенябязяр атомларын  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  функцийалары иля тясвир олунан хассяляри, хцсуси шалда  $s$ -,  $p$ -,  $d$ -,  $f$ - енержи сывийяляри гяляви металларын атомларында да олдуьу кими галыр. Лакин (100.8) радиал тянлийи (98.2) тянлийиндя  $c_1 \frac{e^2}{r^2}$  щядди иля фяргляндийи ццнн енержи сывийяляриня уйьун олан гиймятляр дя бир-бириндя фяргли олаьагдыр. (100.8) тянлийини

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2} \left\{ E + \frac{e^2}{r} - \frac{\hbar^2}{2mr^2} \left[ l(l+1) - c_1 \frac{2me^2}{\hbar^2} \right] \right\} R = 0 \quad (100.9)$$

кими йазсаг вя бурада

$$l'(l'+1) = l(l+1) - c_1 \frac{2me^2}{\hbar^2} \quad (100.10)$$

ишаря етсаяк, эюрярйк кй, (100.8) вя (98.2) тьянлыклярй, формал олараг ейнйдыр. (100.10) квадрат тьянлййны  $l'$ -я нязярян шьялл едярк

$$l' = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + l^2 + l - c_1 \frac{2me^2}{\hbar^2}}$$

олдубуну тапырыг. Бурада  $l'$ -ин мянфй ишарялй гймятй,  $r \rightarrow 0$  олдугда далья функсийасы пццн сонсуз буюцк гймят вердййндян, уютцрцлмямялйдыр. Беялыкля,

$$\begin{aligned} l' &= -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(2l+1)^2 - c_1 \cdot \frac{2me^2}{\hbar^2}} = \\ &= -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} (2l+1) \sqrt{1 - c_1 \cdot \frac{2me^2}{(2l+1)^2 \hbar^2}} \end{aligned} \quad (100.11)$$

йазмаг олар.  $c_1$  дахыл олан шьядд сашьяннй тьящрыф олунмасыны нязяря алыр. Она эюря дя бу тьящрыф олунма аздырса, шьямн шьядд дя кычкк олур вя (100.11) явзынйя тьягрйбй олараг

$$l' = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left[ (2l+1) - \frac{4me^2 \cdot c_1}{\hbar^2 (2l+1)} \right] = l - \frac{me^2}{\hbar^2 (l+1/2)} \cdot c_1 \quad (100.12)$$

алырыг.

(100.10) явзлямясйны (100.9)-да йазараг алынан тьянлййй ейнйля (98.2) тьянлййй кымй шьялл етмяк олар. Бу заман  $n$  баш квант яядй явзынйя йенй  $n^*$  квант яядй мейдана чыхыр. Дьюрудан да, (98.17) тьянлййндя  $n-l-1$  вуруью явзынйя

$$n^* - l' - 1 = n^* - l - 1 + c_1 \frac{me^2}{\hbar^2 (l+1/2)} = n - l - 1$$

йазылмалыдыр кй, бурада да

$$n^* = n - c_1 \cdot \frac{me^2}{\hbar^2 (l+1/2)} = n + \sigma(l), \quad (100.13)$$

$$\sigma = -c_1 \cdot \frac{me^2}{\hbar^2 (l+1/2)} \quad (100.14)$$

ишаря едилмишдир. Гейд едяк ки, (100.13) кими тьяин олуан  $n^*$  там ядыд дейилдир вя еффектив баш квант ядыди адланыр. Бахылан йахынлашмада гяляви метал атомунда оптик електронун енержисини (98.25)-я уйьун олараг

$$E_{n^*l} = -\frac{me^4}{2\hbar^2 n^{*2}} = -\frac{me^4}{2(n+\sigma)^2 \hbar^2} \quad (100.15)$$

кими, буна уйьун олан терми ися (99.2)-йя ясясян

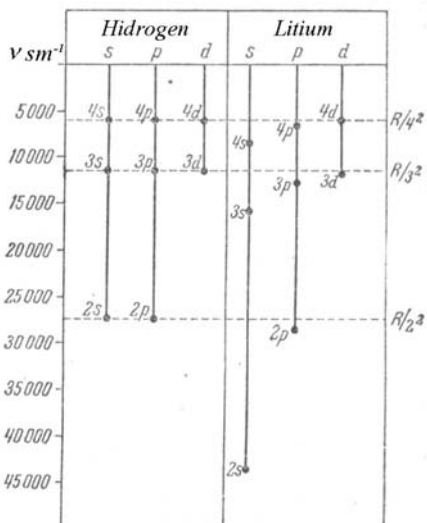
$$(n^*l) = \frac{me^4}{2\hbar^3 n^{*2}} = \frac{R}{(n+\sigma)^2} \quad (100.16)$$

кими йаза биялярик. Эюрцндцйц кими, (100.16) ифадяси термляр цццн Ридбергин тьяклиф етдийи (100.2) дцстуру иля ейнидир.

(100.14) ифадясиндян эюрцнцр ки,  $\sigma$  дцзялиши  $l$  орбитал квант ядыдиндян асылыдыр. Она эюря дя  $n$  баш квант ядыдинин верилмиш гиймятиндя  $l=0, 1, 2, \dots$  гиймятляриня уйьун эялян  $ns, np, nd, \dots$  термляри артыг ейни гиймятя малик олмайаьаг вя ьырлашма арадан галхаьагдыр. Доьрудан да, (100.15) ифадясиндя энерги ики квант ядыдиндян, йяни  $n^*$  еффектив баш квант ядыдиндян вя  $l$  орбитал квант ядыдиндян асылыдыр. Енержинин орбитал квант ядыдиндян дя асылы олмасы гяляви метал атомларынын энерги сывийяляринин щидроэенябянзяр атомларын энерги сывийяляриндян принципиал фяргини эюстярир. Беля ки, гяляви метал атомларынын энерги сывийяляри схемини йалныз баш квант ядыдинин функциасы кими эюстярмяк олмаз: баш квант ядыдинин ейни бир гиймятиня, лакин орбитал квант ядыдинин бир нечя мцхтялиф гиймятиня уйьун эялян энерги сывийяляри бир-бири иля цст-цстя дцщмцр вя демяли,  $l$  квант ядыдиня эюря ьырлашма олмур.

(100.14) ифадясиндян эюрцнцр ки,  $\sigma$  дцзялиши  $l$  орбитал квант ядыдиндян асылыдыр. Бу асылылыьын сябяби Бор нязярийяси бахымындан хцсусиля айдын эюрцнцр. Беля ки, бу нязярийяйя эюря  $l$  квант ядыдинин максимум гиймятиня даиряви, минимум гиймятиня ися ян узунсов еллиптик орбит уйьун эялир. Узунсов еллиптик орбит цзря щярякят едян валент електрону атом эювдясинин дяринликляриня нцфуз едир вя онун сащясини эцьлц тящриф едир. Даиряви орбит щалында ися беля нцфузетмя олмадыьындан щямин тящриф дя аз олур. Йяяни классик трайекторийалары принципья рядд едян квант механикасына эюря дя яслиндя щямин изащ алыныр. Квант механикасы бахымындан бу изащат ондан ибарятдир ки, атом эювдясинин дяринликляриндя валент електронунун мцщащидя олунмасы ещтималы  $l$ -ин кичик гиймятляриндя даща буюькдцр. Доьрудан да,  $l$ -ин буюьк гиймятляриндя електронун мцщащидя олунмасы ещтималынын сыхлыьынын пайланмасы сферик симметрийайа даща чох йахындыр.  $l=n-1$  максимал гиймятляриндя ися бу пайланма садяья олараг сферик симметрик олур.  $l$ -ин кичик гиймятляриндя ися бу, щеч дя беля дейилдир.

100.2 шяклиндя гяляви металллардан бири олан литиумун термляринин щидроэен атомунун термляри иля мцгайисяси верилмишдир. Енержи сывийяляри (термляр) кичик даирялярля эюстярилмишдир. Щидроэен атомунда  $2s$  вя  $2p$ ;  $3s$ ,  $3p$  вя  $3d$ ;  $4s$ ,  $4p$ ,  $4d$ ,  $4f$  сывийяляри юз араларында цст-цстя дцщцр. Литиум атомунда ися  $2s$  вя  $2p$  сывийяляри бир-бириндян кяскин фярглянир;  $3s$ -,  $3p$ - вя  $3d$ -сывийяляри ися бир-бириндян аз фярглянир (хцсусиля  $3p$  вя  $3d$ ) вя щидроэен атомунун уйбун сывийяляриня чох йахын йерляшир; нящайят, литиум атомунун  $4p$  вя  $4d$  сывийяляри демяк олар ки, юз араларында вя щидроэен атомунун уйбун сывийяляри иля цст-цстя дцщцр. Тяърцбялярля мцяййян едилмишдир ки, гяляви метал атомларынын щцаланма спектрляри щидроэен атомунун спектриня охшар олараг (шякил 99.1) бир нечя серийадан ибарятдир (шякил 100.1). Бу серийалардан ян буюцк интенсивлийя малик оланлар баш, кяскин, диффуз вя ясас серийа адландырылмышлар. Ясас серийайа бязян Бергман серийасы да дейилир. Бу адларын щяр биринин мцяййян мянщайи вардыр. Баш серийа она эюря беля адландырылмышдыр ки, о, щям дя удулма заманы мцщащидя олунур. Демяли, баш серийа атомун ясас щцала кечидляриня уйбундур. Кяскин вя диффуз серийалар, уйбун олараг, кяскин вя йайылмыш (диффуз) хятлярдян ибарятдир. Бергман серийасы щидроэен серийаларына охщадьына эюря ясас (фундаментал) серийа адландырылмышдыр.



Шякил 100.2.

Мясялян, Na атомунун серийаларынын хятлярини 100.1 шяклиндя верилмиш енержи сывийяляринин арасында кечидляр кими эюстярмяк олар. Бу схем щидроэен атому цццн олан схемдян (шякил 99.1) онунла фярглянир ки, бурада  $n$  баш квант яядинин верилмиш гиймятиня уйбун эялян енержи сывийяляри ейни щцндцрцлцкдя йерляшир. Бу фяргя бахмайараг, йухарыда дейилдийи кими, щяр ики схем бир-бириня чох охшайыр. Мящз бу охшарлыг гяляви метал атомларынын бурахма спектрляринин оптик вя йа валент електрону адланан хариьи электронун бир сывийядян диэариня кечмяси сайясиндя йаранмасыны фярз етмяйя имкан верир.

Атомун там орбитал моменти бу атома дахил олан бцццн электронларын орбитал моментляринин щяндяси ъяминя бярабярдир вя  $L$  там орбитал квант яяди иля харащеризя олунур. 100.1 шяклиндя енержи сывийяляринин щяр бир сцтунуна  $L$ -ин мцяййян гиймяти уйбун эялир. Бу шякилдя истифадя олунан  $S, P, D, F$  ишаряляри ися йухарыда эюстярилян спектрал серийаларын инэилисья адларынын илк щярфляридир: *sharp*–кяскин, *principal*–баш, *diffuse*–йайылмыш, *fundamental*–ясас (Е99). Щяр бир серийа уйбун сцтуна мянсуб олан енержи сывийяляриндян кечидляр сайясиндя йараныр. Енержи сывийяляринин мцхтялиф сыраларынын (сцтунлар)  $L$  квант яядинин гиймяти иля бир-бириндян фярглянмяйини айырд

едяндян сонра  $S, P, D, F$  (вя йа  $s, p, d, f$ ), ишаряляриндя,  $L$  вя йа  $l$ -ин уйьун гиймятиня мянsub олан щалын ишарялянмяси цццн спектроскопийада истифады едилмяси гябул олунмушдур.

Гяляви метал атомларынын ионларынын оптик спектрляринин тядгиги эюстярди ки, атом гальыынын (эювдянин), йяни ионлашма нятигьясиндя валент электрону гопдугдан сонра галан  $z-1$  сайда электронлардан вя нцвядян ибарят олан системин там орбитал моменти сыфра бярабярдир. Демяли, гяляви метал атомунун там орбитал моменти бу атомун валент электронунун орбитал моментиня бярабярдир, йяни атом цццн  $L$ , валент электронунун  $l$  орбитал квант ядядиня бярабярдир. Гяляви метал атомунун валент электронунун  $l$  орбитал квант яяди цццн дя щидроэен атомундакы электронун  $l$  квант яяди цццн мювзуд олан сечмя гайдасы юз гцввясиндя галыр. Гяляви метал атомуну щяйгьянландырдыгда вя сонра о, щца бураханда йалныз валент электронунун щалы дйишир. Она эюря дя гяляви метал атомунун енержи сывийяляри схемини валент электронунун енержи сывийяляринин схеми иля ейни щесаб етмяк олар.

Гяляви метал атомунун щцаланмасы оптик электронун бир енержи сывийясиндян дйэриня кечмяси нятигьясиндя баш верир. Лакин щеч дя бцццн кечидляр мцмкцн олмур. Беля ки, сечмя гайдалары юдянян кечидляр баш веря биляр. Йухарыда дейилянляря ясаян айдын олур ки, гяляви метал атому цццн бу сечмя гайдалары щидроэенябязяр атомлар цццн олан (99.8) иля ейни олмалыдыр.

$$\Delta l = \text{ихтийари яяд, } \Delta l = \pm 1. \quad (100.17)$$

Йяни  $n$  баш квант яядинин дйишмяси ихтийари ола биляр,  $l$  орбитал квант яяди ися йалныз  $\pm 1$  гядяр дйишя биляр. Бу ися о демякдир ки, йалныз  $l$  цзря гоншу олан сывийяляр, йяни  $s$ - вя  $p$ - щаллар,  $p$ - вя  $d$ - щаллар,  $d$ - вя  $f$ - щаллар арасында кечидляр мцмкцндцр (щякил 100.1).

Болсман пайланмасына уйьун олага ян ашабы енержили щалда йерляшян атомларын сайы даща чохдур. Натриум атому цццн ян ашабы енержили щалда оптик электрон  $3s$ -щалында йерляшир (щякил 100.1). Ян йахын щяйгьянланмыш щал ися  $3p$ -дир. Болсман пайланмасына ясаян бу щалда йерляшян щяйгьянланмыш атомларын сайы даща чох олмалыдыр. Она эюря дя эюзлямяк олар ки,  $3p$ -щалдан  $3s$ -щала кечидляр щесабына щцаланан хяттин интенсивлийи дя буюцк олмалыдыр. Бундан башга, щцаланма спектриндя хяттин интенсивлийи уйьун кечидин ещтималындан асылыдыр /бах: (77.71)/. Адытян атомун ясас щалы иля илк щяйгьянланмыш щал арасында кечид нятигьясиндя алынан хяттин интенсивлийи ян буюцк олур.

Гяляви метал атомларынын спектрляриндя квант механикасы йаранандан хейли яввял емпирик йолла мцяййян едилмиш спектрал серийалары ятрафлы нязрядян кечиряк.

**Баш серия.** Бу серия асанлыгла алыныр. Гяляви металын (литуум, натриум вя с.) сойуг бухарынын ичиндя аь ишыг (бццгов спектр) бурахдыгда баш серийанын удулма хятлярини дя алмаг олар. Она эюря дя дейирляр ки, баш серияа щям дя удулмада алыныр. Натриумун  $\lambda=5890 \text{ \AA}$  дальа узунлуьуна малик сары хятти (бу хятт яслиндя дублетдир) баш серийанын ян мяшщур нцмайяндясидир. Натриумун баш серийасы мящз бу хятля башлайыр вя она эюря дя, бу серийанын баш хятти



адланыр. Ньюбяти хятт ( $\lambda=3302 \text{ \AA}$ ) ультрабянювшяйи областда йерляшир, сонра ися дальа узунлуьу  $\lambda=2853 \text{ \AA}$  олан хятт эялир вя с.

Гяляви металларын сойуг бухарларында удулма заманы баш серийанын асанлыгла мцшасидя олунмасы эюстярир ки, бу серийанын йаранмасында иштирак едян термлярдян бири, йяни удулма цццн башланьыгь, шцаланма цццн ися сон олан терм нормал вя йа шяйгьанланмамыш шала уйьундур. Йухарыда гейд едилдийи кими, гяляви металлар цццн башланьыгь шал  $ns$  ( $l=0$ ) типлидир. Мцхтялиф гяляви металлар цццн ися ясас шалда  $n$  баш квант яяди мцхтялифдир. Li, Na, K, Rb, Cs атомлары цццн нормал шалда, уйьун олагаг,  $n=2,3,4,5,6$  олур. (100.17) сечмя гайдаларындан эюрцнцр ки, баш квант яядинин мцхтялиф гиймятляриндя  $l$ -ин ейни гиймятиня уйьун олан шаллар арасында кечидляр ( $\Delta l=0$ ), мясялян,  $2s-3s$ ,  $2s-4s$ ,  $2p-3p$ ,  $3d-4d$  вя с. баш вермямялидир. Гейд едяк ки, (100.17) сечмя гайдалары йалныз дипол шцаланмасына аиддир. Она эюря дя бязян термлярин  $\Delta l=2$  дяйишмясиня уйьун эялян комбинасийалары мцшасидя олуна билир, лакин спектрдя бунлара уйьун хятляр, бир гайда олагаг, чох зяиф олурлар /бах: (98.31)/. Бу сечмя гайдалары сырф эмпирик йолла мцййян едилмишдир. Лакин квант механикасында шямин гайдалар ъидди шякилдя там изаш едилир (Е99).

Баш серия цццн ясас термин  $ns$  олдуьуну вя (100.17) сечмя гайдаларыны нязря алсаг айдын олур ки, баш серия йалныз  $s$  вя  $p$  шаллар арасында кечидляр нятигьясиндя йараныр. Мясялян, литиум атому цццн баш серийанын дцстуру

$$\nu=2s-np, n=2,3,4,\dots, \quad (100.18)$$

натриум атому цццн

$$\nu=3s-np, n=3,4,5,\dots \quad (100.19)$$

кимидир вя с. Бу дцстурлары (100.2) Ридберг термляри васитясиля ашкар шякилдя йазмаг олар. Бу заман, садялик намина,  $\sigma$  дцзялишини бахылан серийанын термляринин ишарясиня уйьун олан шярфля ишаря етмяк гябул олунмушдур. Онда (100.18) вя (100.19) дцстурларыны ашаьыдакы кими дя йазмаг олар:

$$\nu = \frac{R}{(2+s)^2} - \frac{R}{(n+p)^2}, n = 2,3,4,\dots$$

$$\nu = \frac{R}{(3+s)^2} - \frac{R}{(n+p)^2}, n = 3,4,5,\dots$$

Енержи сьвиййяляринин схеми вя мцмкцн олан кечидляр 100.1 шяклиндя эюстярилмиш схема уйьун сурятдя гурулуру вя спектроскопийада бу схем Гротриан диаграмы адланыр.

Гейд едяк ки, гяляви металларын спектрляриндя ясас  $s$ -терм иля она ян йахын йерляшян  $p$ -терм арасында кечидляр нятигьясиндя йаранан хятляр хцсуси мараг кясб едир (мясялян, литиумда  $2s-2p$ , натриумда  $3s-3p$  вя с.). Айдындыр ки, бу хятляри алмаг цццн тяляб олунан шяйгьанлашма енержиси ян кичикдир. Бундан башга, шямин хятляря уйьун эялян кечидлярин ештималы даща буюцкдир вя она эюря дя бу хятляр буюцк интенсивлийя малик олмасы иля сечилир. Мясялян, язяр натриум бухарыны бцгюв спектра малик олан ишыгла (аь ишыг) шцаландырсаг, натриум атомларында  $3s-3p$  кечидляри даща буюцк ештималла баш верьякдир ки,

буна да  $\lambda=5890 \text{ \AA}$  удулма хятти уйбун эялир. Бу шйяъанланмыш атомлар ясас шала гайыданда дальа узунлууу  $5890 \text{ \AA}$  олан хятт (натриумун  $D$  сары хятти) шцаландырырлар. Бея хятляр ццн удулан вя бурахылан дальа узунлууу ейни олдуундан, онлар резонанс хятляри адланыр.

Металларын бухарларынын резонанс шцаланмасы бухарларын флцороэссенсийасынын бир ньюццр. Резонанс шцаланмасы дяфялярля чох ыдди шякилдя юйрянилмишдир. Мясялян, Вуд натриум бухарынын резонанс шцаланмасыны юйряняряк эюстярмишдир ки, бу бухары  $3s-4p$  кечидиня уйбун эялян  $\lambda=3302,34 \text{ \AA}$  ультрабянювшяйи хятти иля шцаландырдыгда шямин  $\lambda=3302,34 \text{ \AA}$  дальа узунлуууна малик олан хятдян башга шямишя сары резонанс хятти дя мцшацидя олунур. Буну ашабыдакы кими изащ етмяк олар. Шйяъанланараг  $4p$  сывийясиня кечмиш атом бирбаша  $3s$  нормал шала кечя биляр вя бу заман дальа узунлууу  $3s-4p = 3302,34 \text{ \AA}$  олан хятт бурахылыр. Лакин атом  $4p$  сывийясиндя  $3s$  сывийясиня  $4p-4s$ ,  $4s-3p$  вя нящайят,  $3p-3s$  пилляляри иля дя кечя биляр. Ахырынъы пилля сары резонанс хяттинин, яввялки ики пилля ися инфрагырмызы областда йерляшян хятлярин бурахылмасына уйбун эялир.

Кяскин серийа. Бу серийа ццн ясас терм  $np$ -дир (мясялян,  $Li$  атомунда  $2p$ ,  $Na$  атомунда  $3p$ ,  $K$  атомунда  $4p$  вя с.).  $s$ -сывийяляриндя ашабы  $np$  сывийясиня кечидляр ( $\Delta l=1$ ) нятиъясиндя кяскин серийанын хятляри алыныр.  $Li$  атомунда бу серийанын дцстуру  $2p-ns$  ( $n=3,4,5,\dots$ ),  $Na$  атомунда  $3p-ns$  ( $n=4,5,6,\dots$ ) вя с. кимидир. Кяскин серийаны бязян икинъи ялавя серийа да адландырырлар.

Диффуз серийа. Диффуз серийа ццн дя ясас терм кяскин серийадакы кими  $np$ -дир. Диффуз серийанын хятляри  $d$ -сывийялярдя ашабы  $np$  сывийясиня кечидляр ( $\Delta l=-1$ ) сайясиндя алыныр.  $Li$  атому ццн бу серийанын дцстуру  $2p-nd$  ( $n=3,4,5,\dots$ ),  $Na$  атому ццн  $3p-nd$  ( $n=4,5,6,\dots$ ) вя с. кимидир. Диффуз серийа бязян биринъи ялавя серийа да дейилир.

Ясас серийа (Бергман серийасы). Бу серийа ццн ясас терм  $nf$ -дир. Ясас серийанын хятляри  $f$ -щаллардан ашабы  $nd$  щалына кечидляр ( $\Delta l=-1$ ) нятиъясиндя алыныр.  $Li$ ,  $Na$  вя с. атомлар ццн ясас серийанын дцстуру, уйбун олагаг,  $3d-nf$  ( $n=4,5,6,\dots$ ),  $4d-nf$  ( $n=5,6,7,\dots$ ) кимидир. Ясас серийа спектрин инфрагырмызы щиссясиндя йерляшир.

Баш серийадан башга диэяр серийалар ади шяраитдя йалныз бурахма (шцаланма) хятляринин топлусу кими мцшацидя олунур. Ясас терми шйяъанланмыш щалдан (мясялян,  $2p$ ,  $3p$  вя с.) ибарят олан хятлярин сойуг бухарын удма спектриндя мцшацидя олунмасы гейри-мцмкцндцр. Чцнки гяляви металларын сойуг бухарында атомлар практик олагаг йалныз ясас (нормал) щалда йерляширляр. Шйяъанланмыш атомларын лазымы концентрасийасы хцсуси шяраитдя йарадыла биляр (Е53). Айдындыр ки, гяляви метал атомлары ццн диэяр серийалары да гурмаг олар.

Нящайят, гейд едяк ки, гяляви металларын спектрляриндя йухарыда тясвир олунмуш серийалардан башга (100.7) сечмя гайдалары иля гадабан олунмуш бязи хятляр дя мцстясна щал кими мцшацидя олунур. Мисал олагаг,  $Li$  атомунда  $2s-3d$ ,  $Na$  атомунда  $3s-3d$  кечиди нятиъясиндя алынган  $\lambda_1=3195,6 \text{ \AA}$  вя  $\lambda_2=3427,1 \text{ \AA}$  хятляри эюстярмяк мцмкцндцр. Буну бея изащ етмяк мцмкцндцр ки, сечмя гайдалары йалныз ишыбын дипол шцаланмасына вя дипол удулмасына аид олуб, атомларда баш веря биляъяк диэяр просесляря шамил едилмир. Мясялян, тоггушма (зярбя)

нятигъясиндя атом щяр щансы  $s$ - сывийгъясиндя  $d$ -,  $f$ -,  $g$ - вя с. сывийгъялярина кечя биляр. Лакин бу заман атомун дипол моменти джйишмирся дя "гадабан олунмуш" кечидляр спектрал хятлярин бурахылмасы иля мцшайият олунур. Бу ися атомун дипол моментинин джйишмяси сайясиндя баш верян дипол щцаланмасы олмайыб, атомун, мясялян, квадрупол вя йа октупол моментинин джйишмяси нятигъясиндя йаранан квадрупол вя йа октупол щцаланмасыдыр ки, буна да  $\Delta l = \pm 1$  сечмя гайдасы аид дейилдир. Бир даша гейд едяк ки,  $n$  баш квант яядинин джйишмясиня щеч бир мящдудийят гойулмур.

## XI F Ə S I L. ELEKTRONUN SPINI

### Ə101. Elektronun orbital maqnit momenti

Bor-Zommerfeld nəzəriyyəsində və kvant mexanikasında elektronun atomda malik olduğu impuls momenti orbital mexaniki moment adlanır. Klassik mexanikaya görə elektronun  $M$  orbital mexaniki momenti (və ya bucaq momenti)

$$M = mr^2\omega = mr^2\dot{\varphi} \quad \text{və ya} \quad \vec{M} = m[\vec{r}\vec{v}] \quad (101.1)$$

kimi təyin olunur. Burada  $m$  – elektronun kütləsi,  $r$  – elektronun nüvədən olan məsafəsi,  $\omega = \dot{\varphi}$  – onun bucaq,  $\vec{v}$  isə xətti sürətidir. Kvant mexanikasına görə isə elektronun  $M$  orbital mexaniki momenti  $l$  orbital kvant ədədi ilə təyin olunan diskret qiymətlər alır:

$$M = \hbar\sqrt{l(l+1)}, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (101.2)$$

Elektrodinamikadan məlumdur ki, hər bir elektrik cərəyanı maqnit sahəsi yaradır. Ona görə də atomda sıfırdan fərqli orbital mexaniki momentə malik olan elektronun həm də orbital maqnit momenti olmalıdır. Elektronun orbital maqnit momentinin ifadəsi kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsasən tapıla bilər. Lakin həmin ifadəni daha əyani olan klassik analogiyadan istifadə etməklə də almaq mümkündür. Məlum olur ki, atomda elektronun mexaniki və orbital maqnit momentləri bir-biri ilə əlaqədardır. Bu əlaqəni müəyyən edək. Yada salaq ki, qapalı elektrik cərəyanının yaratdığı maqnit momenti elektromaqnit vahidlərində (SQSM sistemi)

$$\vec{\mu} = \frac{1}{c} Js\vec{n} \quad (101.3)$$

kimi təyin olunur. Burada  $J$ –cərəyan şiddəti,  $s$ –cərəyanın əhatə etdiyi səthin sahəsi,  $\vec{n}$  –bu səthin normalı,  $c$  – işığın vakuumda sürətidir. Elektronun atomda hərəkətinə dairəvi cərəyan kimi baxmaq olar. Belə dairəvi cərəyan üçün  $s = \pi r^2$  və  $J = -\frac{e}{T} = -e\nu$  yaza bilərik. Burada  $r$ –dairəvi orbitin radiusu,  $-e$ –elektronun yükü,  $\nu$  və  $T$ –elektronun dairəvi orbitdə hərəkət tezliyi və periodudur. Onda (101.3) ifadəsi

$$\vec{\mu} = -\frac{\vec{n}}{c} e\nu\pi r^2 = -\frac{e}{2mc} \cdot mr^2\omega\vec{n} = -\frac{e}{2mc} mrv \cdot \vec{n} \quad (101.4)$$

kimi yazıla bilər. Burada  $\omega = 2\pi\nu$ –dairəvi tezlikdir. Lakin (101.1)-i (101.4)-də nəzərə alsaq

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2mc} \vec{M} . \quad (101.5)$$

olar. Bu isə elektronun  $\vec{\mu}$  orbital maqnit momenti ilə  $\vec{M}$  orbital mexaniki momenti arasında əlaqəni ifadə edən düsturdur. (101.5)-i  $\vec{\mu}$  və  $\vec{M}$  vektorlarının modulu üçün də yazmaq olar:

$$\mu = -\frac{e}{2mc} \cdot M \quad (101.6)$$

(101.5) ifadəsinin elliptik orbit üçün də doğru olduğunu göstərək. Doğrudan da,  $(r, \varphi)$  polyar koordinatlarda səth elementi  $ds = \frac{r^2 d\varphi}{2}$  olduğundan (101.3) ifadəsinə əsasən

$$\begin{aligned} \bar{\mu} &= \frac{1}{c} J \bar{n} s = \frac{1}{c} J \bar{n} \int ds = \frac{1}{c} J \bar{n} \int \frac{r^2 d\varphi}{2} = -\frac{e \bar{n}}{2mc} \cdot \frac{1}{T} \int m r^2 d\varphi = \\ &= -\frac{e \bar{n}}{2mc} \cdot \frac{1}{T} \int m r^2 \frac{d\varphi}{dt} dt = -\frac{e \bar{n}}{2mc} \cdot \frac{1}{T} \int m r^2 \omega dt = \\ &= -\frac{e \bar{n}}{2mc} \cdot M \cdot \frac{1}{T} \int dt = -\frac{e}{2mc} \bar{M} \cdot \frac{1}{T} \cdot T = -\frac{e}{2mc} \bar{M} \end{aligned}$$

olar.

(101.5) və (101.6)-da mənfi işarəsi  $\bar{\mu}$  və  $\bar{M}$  vektorlarının əks istiqamətə yönəldiyini göstərir. Elektronun  $\mu$  orbital maqnit momentinin  $M$  orbital mexaniki momentinə olan nisbəti

$$\gamma = \frac{\mu}{M} = -\frac{e}{2mc} \quad (101.7)$$

qiromaqnit nisbət adlanır. Göründüyü kimi, qiromaqnit nisbət  $e$  və  $c$  universal sabitlərdən başqa, həm də hissəciyin (baxılan halda elektronun)  $m$  kütləsindən də asılıdır.

Ayındır ki, (101.5) münasibəti momentlərin  $\mu_z$  və  $M_z$  proyeksiyaları üçün də doğrudur:

$$\mu_z = -\frac{e}{2mc} M_z \quad (101.8)$$

$\bar{\mu}$  və  $\mu_z$  kəmiyyətlərinə uyğun olan operatorları tapmaq üçün (101.5) və (101.8)-də  $\bar{M}$  və  $M_z$ -ə uyğun operatorları yazmaq lazımdır (E76). Beləliklə, (101.5) və (101.8) ifadələrinə uyğun olaraq,  $\bar{M}$  orbital mexaniki moment operatoru ilə  $\hat{\mu}$  orbital maqnit momenti operatoru və onların proyeksiyalarına uyğun olan  $\hat{\mu}_z$  və  $\hat{M}_z$  operatorları arasında əlaqə aşağıdakı kimi olar:

$$\hat{\mu} = -\frac{e}{2mc} \hat{M}, \quad (101.9)$$

$$\hat{\mu}_z = -\frac{e}{2mc} \hat{M}_z. \quad (101.10)$$

$\hat{M}$  və  $\hat{M}_z$  operatorlarının məxsusi qiymətləri kvantlandığından biz deyə bilərik ki,  $\hat{\mu}$  və  $\hat{\mu}_z$  orbital maqnit momenti operatorlarının da məxsusi qiymətləri kvantlanmalıdır, yəni diskret qiymət almalıdır. Əvvəlcə  $\mu_z$  üçün kvantlanma şərtini tapan. Bu məqsədlə

$$\hat{\mu}_z \psi = \mu_z \psi \quad (101.11)$$

operator tənliyini həll etmək lazımdır. (101.10)-u (101.11)-də yazsaq və  $\hat{M}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$  olduğunu nəzərə alsaq

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = \frac{2mc}{e} \mu_z \psi \quad (101.12)$$

olar. Göründüyü kimi, bu tənliyin həlli

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-i \frac{2mc}{\hbar e} \mu_z \varphi} \quad (101.13)$$

olmalıdır. Dalğa funksiyasının sonlu olması xassəsi tələb edir ki,  $\psi(\varphi) = \psi(\varphi + 2\pi)$  şərti ödənməlidir. (101.13)-dən aydın olur ki, bu şərtin ödənməsi üçün

$$-\frac{2mc}{e\hbar} \mu_z \cdot 2\pi = m_l \cdot 2\pi \quad (101.14)$$

olmalı və özü də  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  tam qiymətlər almalıdır. Deməli, dalğa funksiyasının standart şərtləri ödəməsi xassəsi tələb edir ki, atomda elektronun orbital maqnit momentinin  $\mu_z$  proyeksiyası (101.14) ilə təyin olunan diskret qiymətlər almalıdır:

$$\mu_z = -\frac{e\hbar}{2mc} \cdot m_l. \quad (101.15)$$

Deməli,  $m_l$  kvant ədədi elektronun orbital maqnit momentinin  $\mu_z$  proyeksiyasının ala bildiyi mümkün qiymətləri təyin edir. (101.15)-i (101.13)-də yazaraq  $\hat{\mu}_z$  operatorunun  $\mu_z$  məxsusi qiymətinə mənsub olan məxsusi funksiyasını aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$\psi_{m_l}(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im_l \varphi}. \quad (101.16)$$

Bu isə elektronun orbital mexaniki momentinin proyeksiyasına uyğun  $\hat{M}_z$  operatorunun  $M_z = \hbar m_l$  məxsusi qiymətinə mənsub olan məxsusi funksiyasıdır (E84). Deməli,  $m_l$  kvant ədədi eyni zamanda elektronun orbital mexaniki və maqnit momentlərinin  $M_z$  və  $\mu_z$  proyeksiyalarını təyin edir. Lakin fərq ondan ibarətdir ki,  $M_z$  kəmiyyəti  $\hbar$ ,  $\mu_z$  isə, (101.15)-ə əsasən,  $\frac{e\hbar}{2mc}$  vahidlərində ifadə olunur. Elektronun orbital maqnit momentlərinin vahidi olan  $\frac{e\hbar}{2mc}$  kəmiyyəti Bor maqnetonu adlanır:

$$M_B = \frac{e\hbar}{2mc}. \quad (101.17)$$

Qaus vahidlər sistemində  $M_B = 0,92731 \cdot 10^{-20}$  *erq/Qs* olur.

Beləliklə, (101.17)-ni (101.15)-də nəzərə alsaq

$$\mu_z = -M_B m_l, \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (101.18)$$

olur, yəni  $\mu_z$  kəmiyyəti  $M_B$  Bor maqnetonunun tam misllərinə bərabər olan qiymətlər alır.

(101.9) düsturuna və (101.2) kvantlanma şərtinə əsasən elektronun  $\hat{\mu}$  orbital maqnit

momenti operatorunun  $\mu$  məxsusi qiymətləri üçün kvantlanma şərtini

$$\mu = -\frac{e}{2mc} \cdot \hbar \sqrt{l(l+1)} = -M_B \sqrt{l(l+1)}, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (101.19)$$

kimi yazmaq olar. Deməli,  $l$  orbital kvant ədədi də eyni zamanda elektronun həm orbital mexaniki, həm də orbital maqnit momentinin mümkün olan qiymətlərini təyin edir.  $\vec{\mu}$  və  $\vec{M}$  vektorlarının bir-birinə əks istiqamətdə yönəldiyini göstərən mənfi işarəsini bəzən (101.19)-da yazmırlar. Bundan başqa sadəlik naminə  $\vec{\mu} = -M_B \cdot \vec{M}$  yazılışından istifadə edilir. Bu bərabərlikdə  $|\vec{M}| = \sqrt{l(l+1)}$  hesab edilir və  $\hbar$  sabiti  $M_B$ -yə daxil olur.

Bor maqnetonunu təyin edən (101.17) ifadəsinə  $e$ ,  $\hbar$  və  $c$  universal sabitlərindən başqa, hissəciyin  $m$  kütləsi də daxildir. Protonun kütləsi elektronun kütləsindən demək olar ki, 2000 dəfə böyük olduğundan, nüvə maqnit momentlərinin ölçü vahidi olan nüvə maqnetonu ( $M_0 = \frac{e\hbar}{2m_p c}$ ) da Bor maqnetonundan təqribən 2000 dəfə kiçik olar. Deməli,

atom nüvələrinin maqnit momentləri elektronların orbital maqnit momentlərinə nisbətən bir neçə min dəfə kiçikdir. Məhz buna görə də belə demək olar ki, maddənin maqnit xassələri əsasən atomların elektron quruluşu ilə təyin olunur və atomların nüvələrinin xassələrindən çox az asılıdır. Elektrondan sonra ən yüngül hissəcik  $\mu$ -mezon (myüon) hesab olunur ki, onun da kütləsi elektronun kütləsindən 207 dəfə böyükdür. Deməli, mexaniki momentin eyni bir qiymətində  $\mu$ -mezonların yaratdığı maqnit momenti elektronlarınkına nisbətən  $\sim 200$  dəfə kiçik olmalıdır.

Beləliklə, yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, atomda  $\vec{M}$  orbital mexaniki momentinə malik olan elektronun həm də  $\vec{\mu} = -M_B \cdot \vec{M}$  orbital maqnit momenti vardır. İndi isə  $\vec{M}$  və  $\vec{\mu}$  momentlərinin təcrübi yolla necə təyin olunduğuna baxaq. Elektrik kursundan məlumdur ki,  $\vec{\mu}$  maqnit momentinə malik olan hissəcik intensivliyi  $\vec{H}$  olan maqnit sahəsində yerləşdikdə əlavə olaraq

$$\Delta E = -(\vec{\mu}\vec{H}) = -\mu H \cos \alpha \quad (101.20)$$

enerjisini qazanır. Bu enerji yalnız  $H$  və  $\mu$ -dən deyil, həm də  $\vec{H}$  və  $\vec{\mu}$  vektorlarının istiqamətləri arasındakı  $\alpha$  bucağından da asılıdır. Belə ki,  $\alpha=0^\circ$  olduqda  $\Delta E$  minimum,  $\alpha=180^\circ$  olduqda  $\Delta E$  maksimum və  $\alpha=90^\circ$  qiymətində isə  $\Delta E=0$  olur.  $z$  oxunu maqnit sahəsi istiqamətində ( $\vec{H}$  vektoru ilə eyni istiqamətdə) yönəltsək, (101.20) ifadəsi

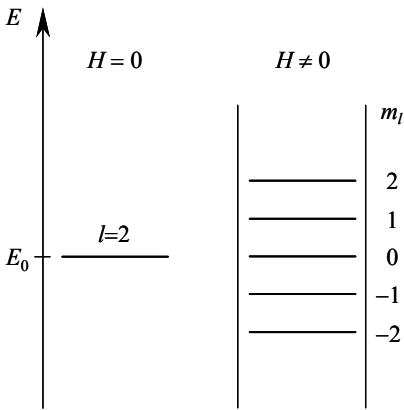
$$\Delta E = -\mu_z H \quad (101.21)$$

şəklinə düşər.  $\vec{\mu}$  maqnit momentinin  $\mu_z = \mu \cos \alpha$  proyeksiyası kvantlandığı üçün maqnit sahəsində yerləşən atomdakı elektronun  $\Delta E$  enerjisi bir sıra diskret qiymətlər alır. Doğrudan da, (101.18)-i (101.21)-də nəzərə alsaq

$$\Delta E = m_l M_B H, \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l \quad (101.22)$$

olar. Beləliklə, maqnit sahəsi tətbiq olunana qədər  $m_l$  kvant ədədinə görə cırlaşmış enerji səviyyələri maqnit sahəsində  $2l+1$  sayda ( $m_l$ -in ala bildiyi qiymətlərin sayı qədər) alt səviyyəyə parçalanır. Deməli, enerji səviyyələrinin  $m_l$  maqnit kvant ədədinə görə cırlaşması maqnit sahəsində aradan qalxır. Əvvəllər qeyd etdiyimiz kimi, maqnit kvant

ədədi adı da elə buradan götürülmüşdür. 101.1 şəklində  $l=2$  olan elektronun enerji səviyyəsinin maqnit sahəsində alt səviyyələrə parçalanması sxemi göstərilmişdir. Orbital mexaniki momentin diskret olması klassik fizika ilə müqayisədə yeni ölçmə metodlarından istifadə etməyə imkan verir. Belə ki, klassik fizikada impuls momentini təyin etmək üçün ümumiyyətlə kifayət qədər mürəkkəb ölçmələr aparmaq tələb olunduğu halda, mikrosistemlərdə enerji səviyyəsinin maqnit sahəsində neçə alt səviyyəyə parçalandığını bilmək kifayətdir.



Шякил 101.1.

(101.22) düsturundan görünür ki, qonşu alt səviyyələr arasındakı məsafə (enerji fərqi)  $M_B H$  kəmiyyətinə bərabərdir. Bu məsafəni təcrübədə ölçərək, maqnit sahəsinin  $H$  intensivliyini bilməklə,  $M_B$  Bor maqnetonunu və əksinə,  $M_B$ -ni bilərək maqnit sahəsinin  $H$  intensivliyini təyin etmək olar. Bu üsulların hər ikisi atom və

molekul fizikasında çox mühüm rol oynayır.

Enerji səviyyələrinin maqnit sahəsində parçalanmasının tədqiqinə aid təcrübələr 1921-ci ildə Ştern və Qerlax tərəfindən qoyulmuşdur. Həmin təcrübələr haqqında bir qədər sonra bəhs ediləcəkdir.

İndi isə orbital maqnit momentinin fəzada necə yönəlməsini müəyyən edək. Elektronun orbital hərəkəti nəticəsində yaranan  $\mu_l$  orbital maqnit momentinin ədədi qiyməti (101.19), orbital maqnit momentinin  $z$  oxu üzrə  $\mu_{l_z}$  proyeksiyası isə (101.18) düsturu ilə təyin olunur. (101.18) düsturundan görünür ki, orbital maqnit momenti vektorunun fəzada  $2l+1$  sayda müxtəlif cür yönəlməsi mümkündür və bu,  $\vec{M}_l$  orbital mexaniki momentin yönəlməsinə uyğundur /bax: (101.5)/.

Aydındır ki,  $\vec{M}_l$  vektorunun hər hansı seçilmiş istiqamət, məsələn,  $z$  oxu ilə əmələ gətirdiyi bucaqlar

$$\cos(\vec{z}_0 \wedge \vec{M}_l) = \frac{M_{l_z}}{|\vec{M}_l|} \quad (101.23)$$

düsturu ilə tapıla bilər. Burada  $\vec{z}_0$   $z$  oxu boyunca vahid vektor,  $\vec{z}_0 \wedge \vec{M}_l$  isə  $\vec{M}_l$  vektoru ilə  $z$  oxu arasında qalan bucaqdır.  $M_{l_z} = \hbar m_l$  və  $|\vec{M}_l| = \hbar \sqrt{l(l+1)}$  olduğunu (101.23)-də yazaraq

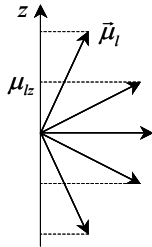
$$\cos(\vec{z}_0 \wedge \vec{M}_l) = \frac{M_l}{\sqrt{l(l+1)}} \quad (101.24)$$

alırıq. Buradan görünür ki,  $\vec{M}_l$  orbital mexaniki momentin və deməli,  $\vec{\mu}_l$  orbital maqnit momentinin  $z$  oxu ilə əmələ gətirdiyi bucaq kəsilməz deyil, diskret qiymətlər alır.  $m_l$  kvant ədədinin ən böyük mütləq qiyməti  $m_l = l$  olduğundan, (101.24) düsturundan görünür ki,  $(\vec{z}_0 \wedge \vec{M}_l)$  bucağı sıfıra və ya  $\pi$ -yə bərabər ola bilməz, yəni  $\vec{M}_l$  vektorunun dəqiq olaraq

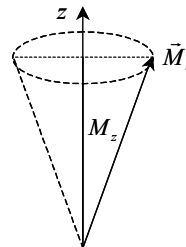


müəyyən istiqamətdə yönəldiyini demək olmaz. Bu da aydındır, çünki belə olsaydı, onda  $\vec{M}_l$  vektorunun modulunu və onun yönəlməsini (istiqamətini) bilərək, biz onun koordinat oxları üzrə üç proyeksiyasının hamısını dəqiq təyin edə bilərdik. Bu isə  $\hat{M}_x, \hat{M}_y, \hat{M}_z$  operatorları üçün (77.20) qeyri-kommutativlik münasibətlərinə zidd olardı. Orbital maqnit momentinin (mexaniki momentin) mümkün olan müxtəlif istiqamətləri 101.2 şəklində sxematik olaraq göstərilmişdir. Maqnit momenti vektorunun fəzada yönəlməsinin bu diskretliyi fəza kvantlanması adlanır. Fəza kvantlanması mövcud olduğunu təsdiq edən təcrübi faktlar çoxdur və onlardan biri haqqında bir qədər əvvəl bəhs edilmişdir.

$\vec{M}_l$  orbital moment vektorunun dekart proyeksiyalarının üçünün də eyni zamanda ölçülə bilməməsinin, yalnız onun  $|\vec{M}_l|$  modulunun və proyeksiyalarından birinin eyni zamanda ölçülə bilməsini əyani olaraq aşağıdakı kimi şərh etmək olar. Fərz edək ki,  $\vec{M}_l$  vektoru seçilmiş istiqamət ətrafında precessiya edir (şəkil 101.3). Aydın ki, bu halda  $\vec{M}_l$  vektorunun yalnız  $z$  oxu üzrə proyeksiyası müəyyən qiymət alır.



Шякил



Шякил

Precessiya oxuna perpendikulyar olan müstəvi üzərində yerləşmiş digər iki proyeksiya isə qeyri-müəyyən qalır.

Bir daha qeyd edək ki, kvant mexanikasında orbital mexaniki moment haqqında təsəvvürün klassik mexanikada bu barədə təsəvvürdən kəskin fərqi ondan ibarətdir ki,  $s$ -halda orbital moment sifra bərabərdir. Klassik təsəvvürlər baxımından bu faktı heç cür izah etmək olmur. Qeyd edək ki, (101.19) ifadəsindən görüldüyü kimi,  $s$ -halda ( $l=0$ ) elektronun orbital maqnit momenti də sifra bərabərdir.

### §102. Elektronun spinə malik olması ideyasını doğuran faktlar

Məlumdur ki, qələvi metalların spektrlərində seriyaların hidrogenəbənzər atomların spektral seriyaları ilə müqayisədə müşahidə olunan müxtəlifliyi  $l$  kvant ədədinə görə cırlaşmanın aradan qalxması ilə izah olunur (§100). Belə ki,  $n$  baş kvant ədədinin eyni bir qiymətində  $l$  orbital kvant ədədinin mümkün olan qiymətləri ilə bir-birindən fərqlənən enerji səviyyələri, yəni hidrogenəbənzər atomlarda üst-üstə düşən bu enerji səviyyələri qələvi metal atomlarında müxtəlif səviyyələr olurlar. Başqa sözlə, hər bir  $R/n^2$  termi bu

term üçün  $n$  baş kvant ədədinin verilmiş qiymətinə uyğun olaraq  $l$  orbital kvant ədədinin ala bildiyi  $n$  sayda ( $l=0,1,2,\dots,n-1$ ) müxtəlif termlərə parçalanır. Deməli,  $n=1$  olduqda bir dənə  $1s$  termi,  $n=2$  olduqda iki dənə müxtəlif  $2s$  və  $2p$  termləri,  $n=3$  qiymətində isə üç dənə  $3s$ ,  $3p$ ,  $3d$  müxtəlif termləri alınır və s. Bu termlərin sayı qələvi metalların spektrlərindəki bütün seriyaların (baş, kəskin, diffuz və əsas) mənşəyini izah etmək üçün kifayətdir. Bu qayda ilə, məsələn, litium atomunun spektrində nə üçün iki dənə müxtəlif  $2s-np$  və  $2p-ns$  seriyaları müşahidə olunduğunu izah etmək mümkündür. Hidrogenəbənzər atomların spektrlərində isə bu termlərin həmin kombinasiyaları eyni bir seriyanı, yəni Balmer seriyasını verir. Lakin məlum oldu ki, spektral seriyaların yaranmasını izah etmək üçün termlərin yararlı olan bu sayı, həmin spektral seriyaların xətlərinin incə quruluşunu (spektral xəttin bir neçə komponentdən ibarət olması bu xəttin incə quruluşu adlanır) izah etmək üçün kifayət deyildir. Belə ki, qələvi metalların spektrlərini yüksək ayırdetmə qabiliyyətinə malik olan spektroskopik cihazlarla təhlil edərkən müəyyən edildi ki, şüalanma spektrində hər bir xətt əslində bir-birinə yaxın yerləşmiş iki xətdən ibarətdir, yəni dubletdir. Belə də demək olar ki, hər bir xətt iki xəttə parçalanmışdır. Bu parçalanma aydın ifadə olunan aşağıdakı qanunauyğunluğa tabedir: a) baş seriyanın xətlərində parçalanma kəmiyyətcə sabit olmayıb, xətdən-xəttə dəyişir; b) kəskin və diffuz seriyaların xətlərində parçalanma kəmiyyətcə eynidir.

Dublet quruluşu malik olan spektral xəttə ən parlaq misal olaraq natriumun spektrindəki baş seriyanın baş xəttini (sarı  $D$ -xəttini) göstərmək olar. Bu xətt dalğa uzunluqları arasındakı fərq  $\Delta\lambda \approx 6 \text{ \AA}$  olan ( $\lambda_1=5889,953 \text{ \AA}$  və  $\lambda_2=5895,930 \text{ \AA}$ ) iki komponentdən ibarətdir. Qeyd edək ki, bütün qələvi metal atomlarının spektrlərindəki baş seriyaların ( $p$ -seriya) xətləri bu cür dublet quruluşu malikdir. Lakin atomun sıra nömrəsi artdıqca dubletin komponentləri arasındakı məsafə xeyli artır və sezium ( $z=55$ ) atomunda  $\Delta\lambda=422 \text{ \AA}$  olur. Kəskin seriyanın ( $s$ -seriya) xətlərinin quruluşu bir qədər mürəkkəbdir. Belə ki, dubletin iki parlaq xəttindən başqa digər zəif bir xətt də vardır və beləliklə, mürəkkəb dublet meydana çıxmış olur. Həm sadə, həm də mürəkkəb dubletləri izah etmək üçün gərək fərz olunsun ki,  $s$  səviyyələr bir qat,  $p$ -,  $d$ -,  $f$ -, ... səviyyələr isə iki qatdır. Yəni, məsələn, Na atomunda bir dənə  $3p$  deyil, iki dənə  $3p_1$  və  $3p_2$ , Cs atomunda bir dənə  $6p$  deyil, iki dənə  $6p_1$  və  $6p_2$  səviyyəsi vardır və s. Bəs səviyyələrin bu ikiləşməsi necə yaranır? Bax, bu suala Şredinger tənliyi cavab vermir. Bundan başqa anomal Zeyeman effekti (E125) və bir sıra digər hadisələr də vardır ki, onları izah etmək üçün nə isə yeni bir ideya tələb olunurdu. Həmin dövrdə bu ziddiyyətli vəziyyətlə əlaqədar olaraq hansı çətinliklərin yarandığını təsəvvür etmək indi çox çətinidir. Məsələn, fərz olunurdu ki, qələvi metal atomlarının termlərinin dubletliyi atomun gövdəsinin (nüvə plus  $z-1$  sayda elektron) sıfırdan fərqli orbital momentə malik olmasının nəticəsidir. Lakin Pauli göstərdi ki, bu fərziyyə çoxelektronlu atomların quruluşu üçün o dövrdə qəbul olunmuş təbəqəli modelə kəskin şəkildə ziddir. Bor tərəfindən irəli sürülən bu modelə görə çoxelektronlu atomlarda elektronlar nüvəni əhatə edən qapalı təbəqələr təşkil edir və burada qapalı sözü onu göstərir ki, həmin təbəqələrə yeni elektronlar birləşə bilməzlər.

Həmin modelin Pauli tərəfindən təhlili nəticəsində məlum oldu ki, qapalı elektron təbəqəsi üçün həm orbital mexaniki, həm də orbital maqnit momenti sıfıra bərabər olmalıdır. Qələvi metalların atomlarında isə optik elektrondan başqa digər bütün elektronlar məhz belə qapalı təbəqələrdə yerləşdiyindən və bu təbəqələr də qələvi metal atomunun gövdəsinə daxil olduğundan, belə çıxır ki, qələvi metal atomunun gövdəsinin tam orbital mexaniki və tam orbital maqnit momenti sıfıra bərabər olmalıdır. Ona görə də

Pauli çox ehmalca və aydın olmayan formada belə yeni bir fikir irəli sürdü ki, qələvi metalların spektrlərinin dublet quruluşu və anomal Zeyeman effekti elektronun xarakterik (səciyyəvi) dubletliyi nəticəsində yaranır. Xüsusi qeyd etmək lazımdır ki, səviyyələrin dubletliyinin yaranmasını atomun gövdəsinə deyil, elektronun xassələrinə aid edərəkən, Pauli bu yeni nöqtəyi nəzəri heç bir kinematik modellə əlaqələndirməmişdi. O, xüsusi olaraq qeyd edirdi ki, burada biz heç bir klassik modellə müqayisə oluna bilməyən ikiqiymətlik ilə rastlaşırıq.

Beləliklə, Paulinin fərziyyəsi faktik olaraq ona gətirir ki, elektronun hallarını təsvir etmək üçün formal olaraq əlavə kvant ədədi daxil edilir və elektronun hər bir halına üç deyil, dörd kvant ədədi uyğun gəlir. Bu fərziyyənin inkişaf etdirilməsində Hollandiya fizikləri Ulenbek və Qaudsmit 1925-ci ildə mühüm addım atdılar: onlar Paulinin "xarakterik ikiqiymətlik" kimi o qədər də aydın olmayan dumanlı ifadəsinin əvəzinə elektronun öz məxsusi oxu ətrafında fırlanması haqqında əyani təsəvvür daxil etdilər. O dövrdə atom üçün Günəş sisteminə oxşar olan planetar model mövcud idi və ona görə də elektron (planet) yalnız nüvə (Günəş) ətrafında deyil, həm də öz məxsusi oxu ətrafında fırlanmalıdır. Onlar belə hesab edirdilər ki, elektronun bu xassəsi də onun elektrik yükünə və kütləyə malik olması kimi xarakterik bir xüsusiyyətdir. Elektronun öz məxsusi oxu ətrafında fırlanması xassəsi bütün dillərdə "spin" adlanır. Spin ingilis dilində fırlanma anlayışına çox yaxın olan mənə verir və  $s$  hərfi ilə işarə edilir. Bu işarə tarixən belə qəbul edilmişdir və qeyd edək ki, çox da müvəffəqiyyətli deyildir. Çünki  $s$  hərfi həm də  $s$  termləri işarə etmək üçün işlədilir.

Müşahidə olunan faktları izah etmək üçün elektronun spininin bir sıra özünə məxsus xassələrə malik olması qəbul edildi. Kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsasən impuls momentinə oxşar olaraq (E84) spin impuls momenti də  $s$  kvant ədədi vasitəsilə

$$M_s = \hbar \sqrt{s(s+1)} \quad (102.1)$$

kimi təyin olunmalı və onun üstün istiqamət üzrə proyeksiyası  $2s+1$  sayda müxtəlif qiymətlər almalıdır. Lakin baxılan halda bu  $s$  kvant ədədinin köməyi ilə hər bir enerji səviyyəsinin yalnız iki dənə əltsəviyyəyə parçalandığını izah etmək tələb olduğundan  $2s+1=2$  götürülməlidir ki, buradan da  $s=1/2$  alınır. Deməli,  $s$  kvant ədədi tam deyil,  $1/2$  kəsr qiymətini alır. Buradan aydın olur ki, elektronun məxsusi impuls momentinin  $M_s$  məxsusi qiyməti (102.1) düsturuna əsasən

$$M_s = \frac{\hbar \sqrt{3}}{2} \quad (102.2)$$

kimi təyin olunur. Elektronun məxsusi impuls momentinin üstün istiqamət üzrə proyeksiyası isə  $+\frac{1}{2}\hbar$  və  $-\frac{1}{2}\hbar$  olmaqla yalnız iki dənə qiymət ala bilər.

Deməli, elektronun məxsusi impuls momentinin, yəni spininin üstün istiqamət üzrə proyeksiyasını təyin edən spin maqnit kvant ədədi  $m_s$  yalnız iki qiymət ala bilər:  $m_s=+1/2, -1/2$ . Qısa olmaq üçün  $m_s$ -i spin kvant ədədi adlandırmaq qəbul olunmuşdur. Göründüyü kimi,  $m_s$  spin kvant ədədinin də iki qonşu qiymətinin fərqi digər kvant ədədlərində olduğu kimi 1-ə bərabərdir.

Əgər elektron məxsusi impuls momentinə (spinə) malikdirsə, buna müvafiq olaraq məxsusi maqnit momentinə (spin maqnit momentinə) də malik olmalıdır. E101-də gördük ki, elektronun orbital mexaniki və orbital maqnit momenti arasında

$$\mu_z = -\frac{e}{2mc} M_z$$

münasibəti vardır /bax: (101.8)/. Burada  $z$  indeksi  $z$  oxu üzrə proyeksiyanı göstərir.

$M_z = 1 \cdot \hbar$  olduqda maqnit momenti bir  $M_B = \frac{e\hbar}{2mc}$  Bor maqnetonuna bərabərdir. Əgər

(101.8) münasibəti elektronun spin momentləri üçün ödənməmiş olsaydı, onda elektronun spin maqnit momenti Bor maqnetonunun yarısına gərək bərabər olsun. Lakin o dövrdə məlum olan bütün təcrübi faktlar birqiymətli şəkildə göstərdi ki, elektronun spin maqnit momenti tam Bor maqnetonuna bərabərdir. Bu isə o deməkdir ki, elektronun  $\mu_s$  spin maqnit momenti və  $s_z$  spin momenti arasında (101.8) əvəzinə

$$\mu_s = -2 \cdot \frac{e}{2mc} \cdot s_z \quad (102.3)$$

münasibəti olmalıdır. Başqa sözlə, spin üçün qiromaqnit nisbət orbital moment üçün (101.7) qiromaqnit nisbətdən iki dəfə böyük olmalıdır.

Elektronun spinə malik olması haqqında fərziyyə çoxlu miqdar təcrübi faktları sadə yolla dərhal izah etməyə imkan verdi. Məsələn, qələvi metal atomlarının termlərinin dubletliyinin səbəbi tam aydın oldu. Doğrudan da sıfırdan fərqli  $l$  orbital kvant ədədi ilə xarakterizə olunan hallarda ( $p-, d-, f-, \dots$  termlər) qələvi metal atomu sıfırdan fərqli orbital impuls momentinə malik olur (xatırlayaq ki, qələvi metal atomunun gövdəsi üçün tam orbital impuls və maqnit momentləri sıfıra bərabər olduğundan, belə atom üçün həmin momentlər yalnız optik elektronun uyğun olaraq, orbital impuls və orbital maqnit momentinə bərabər olur). Atomun bu orbital impuls momentinə müvafiq olan orbital maqnit momenti də vardır ki, (E101), bu da müəyyən maqnit sahəsi yaradır. Fəza kvantlanması sayəsində elektronun məxsusi (spin) maqnit momenti elə yönəlməlidir ki,

onun bu maqnit sahəsinin istiqaməti üzrə proyeksiyası ya  $+\frac{1}{2}\hbar$ , ya da ki,  $-\frac{1}{2}\hbar$  olsun

(spin-orbital qarşılıqlı təsir). Bunun da nəticəsində bir səviyyə impuls momentinin proyeksiyasının iki qiymətinə uyğun olan alt səviyyələrə parçalanır. Məsələn,  $p$ -səviyyəsi

impuls momentinin  $(1 + \frac{1}{2})\hbar = \frac{3}{2}\hbar$  və  $(1 - \frac{1}{2})\hbar = \frac{1}{2}\hbar$  proyeksiyalarına,  $d$ -səviyyəsi isə

$(2 + \frac{1}{2})\hbar = \frac{5}{2}\hbar$  və  $(2 - \frac{1}{2})\hbar = \frac{3}{2}\hbar$  proyeksiyalarına uyğun iki alt səviyyəyə parçalanır

və s. Lakin  $s$ -term üçün belə parçalanma baş vermir. Belə ki,  $s$ -halda  $l=0$  olduğundan qələvi metal atomunun orbital mexaniki momenti və deməli, orbital maqnit momenti də sıfıra bərabər olur. Ona görə spin maqnit momentinin necə yönəlməsini təyin edən maqnit sahəsi də yoxdur.  $s$ -termlərin bir qat (sinqlet),  $p-, d-, f-, \dots$  termlərin isə ikiqat (dublet) olmasının da səbəbi məhz bundan ibarətdir. Elektronun spinə malik olması sayəsində atomda  $p-, d-, f-, \dots$  enerji səviyyələrinin dublet quruluşu incə quruluş adlanır. Enerji səviyyələrinin incə quruluşu yuxarıda göstərildiyi kimi spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində meydana çıxır və qələvi metalların şüalanma spektrlərinin xüsusiyyətlərini tam izah etməyə imkan verir. Məsələn, litium atomunun spektrinə baxaq. Bir qədər əvvəl deyilənlərdən aydın olur ki, incə quruluşu nəzərə aldıqda litiumda sinqlet  $s$ -səviyyələrdən başqa digər bütün səviyyələr dubletdir. Litium atomunda enerji səviyyələri

arasında keçidləri nəzərdən keçirək.

Spin-orbital qarşılıqlı təsirin enerjisi çox kiçikdir. Bu isə ciddi nəzəri hesablamalara təsdiqlənmiş belə bir fikrə gətirir ki, optik keçidlər zamanı spinin yönəlməsi dəyişmir. Deməli, optik keçidlər zamanı  $m_s$  spin kvant ədədi üçün seçmə qaydası

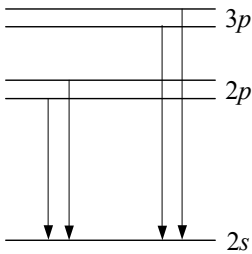
$$\Delta m_s = 0 \quad (102.4)$$

kimi yazıla bilər.

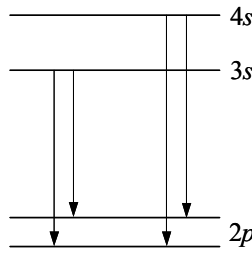
Litium atomunda baş seriya  $p$  səviyyələrdən  $2s$  səviyyəsinə keçidlər nəticəsində alınır. İncə quruluşu nəzərə almaqla bu keçidlərin sxemi 102.1 şəklində verilmişdir. Bu şəkildən bilavasitə görünür ki, bir-birinə yaxın yerləşmiş  $p$  səviyyələrdən eyni bir  $s$  səviyyəsinə keçidlər bir-birinə yaxın yerləşmiş iki şüalanma xətti, yəni dublet verir. Müxtəlif  $p$  səviyyələrin parçalanması kəmiyyətcə müxtəlifdir və deməli, qələvi metalın spektrində baş seriyanın müxtəlif dubletlərinin də parçalanması müxtəlif olmalıdır ki, bu da təcrübədə müşahidə olunur.

Litium atomunun şüalanma spektrində kəskin seriyanın xətləri  $s$  səviyyələrdən  $2p$  səviyyəsinə keçidlər nəticəsində alınır. İncə quruluşu nəzərə almaqla bu keçidlərin sxemi 102.2 şəklində verilmişdir. Bu şəkildən isə bilavasitə görünür ki, kəskin seriyanın xətlərinin hamısında parçalanma kəmiyyətcə eynidir, çünki bu parçalanma eyni bir  $2p$  səviyyəsinin parçalanması nəticəsində yaranır. Dubletdə xətlər kəskindir, çünki burada həqiqətən iki xətt vardır.

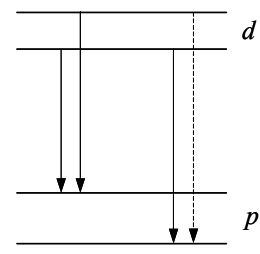
Diffuz seriya isə litium atomunda  $d$ -səviyyələrdən  $2p$ -səviyyəyə keçidlər nəticəsində alınır. Enerji səviyyələrinin incə quruluşunu nəzərə almaqla bu keçidlərin sxemi 102.3 şəklində verilmişdir.  $d$ -səviyyələrin parçalanması  $2p$  səviyyənin parçalanmasına nisbətən



Шякил 102.1.



Шякил 102.2.



Шякил 102.3.

kəmiyyətcə kiçikdir.  $d$ -səviyyələrdən  $2p$ -səviyyəsinə keçidlər zamanı faktik olaraq üç xətt şüalanır. Çünki qırıq xətlə göstərilmiş keçid seçmə qaydaları ilə qadağan olunmuşdur. Lakin  $d$ -səviyyəsinin parçalanmasından alınan iki alt səviyyədə eyni bir  $p$  alt səviyyəsinə keçid sayəsində şüalanan iki xətt bir-birinə çox yaxın yerləşir və praktik olaraq bir-birinə qovuşurlar. Ona görə də həmin iki xətt bir dənə yayılmış (diffuz) xətt kimi görünür. Bu cüt xətt ilə tək xətt arasındakı parçalanma isə xeyli böyükdür. Ona görə də bu üç xətt yayılmış xətlərdən ibarət olan dublet kimi görünür və seriya isə bütövlükdə diffuz seriya adlanır. Diffuz seriyanın bütün dublet xətlərində parçalanma eynidir, çünki bu parçalanmanın qiyməti eyni bir  $2p$  səviyyəsinin parçalanması ilə təyin olunur.

Beləliklə, qələvi metal atomlarının və hidrogenəbənzər atomların şüalanma spektrində

xətlərin dublet xarakteri elektronun maqnit momentinə malik olması ilə, yəni spin-orbital qarşılıqlı təsiri ilə izah olunur. Lakin spektral xətlərin parçalanması kəmiyyətcə yalnız bu amildən deyil, həm də relyativistik effektlərdən asılıdır.

Elektronun spinə malik olmasını fərz edərək çoxlu sayda təcrübi faktları müvəffəqiyyətlə izah etmək mümkün olsa da, elektronu öz oxu ətrafında fırlanan yüklü kürəcik kimi təsəvvür etmək cəhdi böyük çətinliklərlə rastlaşdı. Belə ki, Qaudsmit və Ulenbek özləri hesablamalar apararaq göstərdilər ki, elektronun məxsusi mexaniki momentə, yəni spinə malik olmasını onun öz oxu ətrafında fırlanması ilə izah etmək olmaz. Çünki bu zaman işığın vakuumdakı sürətindən böyük olan xətti sürətlərin mövcud olmasını qəbul etmək lazım gəlir ki, bu da müasir fizika təsəvvürlərinə aiddir. Elektronu öz oxu ətrafında fırlanan yüklü kürəcik hesab etsək, onun fırlanma momentinin maksimum olması üçün bütün kütlənin səthdə ekvator üzrə paylandığını qəbul etməliyik. Onda "kürəcik elektronun" ekvatoru üzərindəki nöqtələrin xətti sürətini təyin etmək üçün

$$m_0 v r_0 = M_s \quad (102.5)$$

düsturunu yaza bilərik. Burada  $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kq}$  – elektronun kütləsi,  $r_0 = 2,8 \cdot 10^{-15} \text{ m}$  – elektronun klassik radiusu,  $v$  – elektronun ekvatorundakı nöqtələrin xətti sürəti,  $M_s$  – elektronun (102.2) düsturu ilə təyin olunan məxsusi momentidir. Onda (102.5)-dən

$$v = \frac{M_s}{m_0 r_0} \sim \frac{\hbar}{m_0 r_0} \sim \frac{10^{-34}}{10^{-30} \cdot 10^{-15}} \sim 10^{11} \frac{\text{m}}{\text{san}} \quad (102.6)$$

alınır ki, bu da işığın vakuumda yayılma sürətindən ( $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/san}$ ) xeyli böyükdür. Deməli, spinin mövcudluğunu izah etmək üçün elektronu fırlanan yüklü kürəcik kimi qəbul etdikdə həmin fırlanmanın xətti sürəti işıq sürətindən böyük olmalıdır ki, bu da nisbilik nəzəriyyəsinə zidd olduğu üçün rədd edilməlidir. Bundan başqa öz oxu ətrafında fırlanan elektron ideyasına görə belə elektronun maqnit enerjisi elə qiymət alır ki, ekvivalentlik prinsipinə görə onun kütləsi protonun kütləsindən böyük olur və ya elektronun məlum kütləsini götürdükdə isə onun ölçüsü atomun ölçüsündən böyük alınır.

Tarixi ədalət naminə qeyd etmək lazımdır ki, Ulenbek və Qaudsmitə qədər də fırlanan elektron haqqında dəfələrlə fikirlər söylənilmişdir. Məsələn, hələ 1921-ci ildə A. Kompton belə bir məsələyə fikir vermişdi ki, Vilson kamerasında bəzi elektronların trekləri (izləri) fırlanan mərmilərin trayektoriyalarına bənzəyir və anomal Zeyeman effektini izah etmək üçün o, elektronun məxsusi impuls momentinə malik olmasını söyləmişdi. Bir qədər sonra, 1925-ci ildə, fırlanan elektron hipotezi Kroniq tərəfindən onun Pauli ilə şifahi diskussiyası zamanı yenidən təklif olunmuş, lakin Pauli tərəfindən qətiyyətlə rədd edilmişdir.

Bütün bunlar göstərir ki, elektronun spinə malik olması hər hansı əyani mexaniki modeldən istifadə etməklə izah oluna bilməz. Mikrohissəciklərin digər xassələri kimi spini də makroskopik anlayışlardan istifadə edən müəyyən klassik modellə əlaqələndirmək prinsipcə düzgün deyildir. Spinin heç bir klassik analoqu yoxdur və onu klassik fizika təsəvvürlərinə əsaslanaraq başa düşmək olmaz. Belə ki, spin də yük və kütlə kimi elektronun fundamental daxili xassəsidir.

Qeyd edək ki, sonralar (1928-ci ildə) Dirak nəzəri olaraq isbat etdi ki, elektron doğrudan da spinə malik olmalıdır. Dirak bu nəticəni relyativistik dalğa tənliyinə əsasən almışdı. Dirak nəzəriyyəsində elektronun spinlə yanaşı spin maqnit momentinə də malik olması nəzərdə tutulur və özü də qiromaqnit nisbət üçün təcrübə ilə uyğun gələn qiymət

alınır. Dirak nəzəriyyəsində elektronun daxili quruluşu haqqında heç nə deyilmir və belə hesab olunur ki, o, yalnız yükə və kütləyə malik olan nöqtəvi hissəcikdir. Deməli, spin heç bir klassik şərhə mümkün olmayan relyativistik kvant-mexaniki effektdir. Sonralar spin hissəciyin daxili impuls momenti konsepsiyası kimi digər elementar və mürəkkəb hissəciklərə də aid edildi. Müasir fizikanı bu anlayışsız təsəvvür etmək qeyri-mümkündür.

Müəyyən yaxınlaşmada dörd kvant ədədi  $n, l, m_l$  və  $m_s$  elektronun atomda hərəkətini tam təsvir etməyə imkan verir. Elektronun spinə malik olması dalğa funksiyasının ifadəsində xüsusi qayda ilə nəzərə alınır (Ə104).

Fırlanan elektron hipotezinin maraqlı və mürəkkəb tarixi V. Pauliyə həsr olunmuş "Teoretikəskə fizika XX veka, M. İL. 1962" məqalələr toplusunda geniş şərh olunmuşdur.

Elektronun spinə malik olması haqqında ideya o dövrdə spektroskopiyada qarşıya çıxan bütün çətinlikləri nəinki aradan qaldırmağa imkan verdi, həm də bir sıra təcrübələrdə özünün birbaşa təsdiqini tapdı.

### Ə103. Ştern-Herlax təcrübəsi. Maqnit-mexaniki effektlər

Elektronun spinə və spin maqnit momentinə malik olmasına bilavasitə inanmaq üçün xarici maqnit sahəsinin elektrona təsirini təcrübədə müşahidə etmək və araşdırmaq lazımdır. Bu məqsəd üçün ən əlverişli obyekt hidrogen atomu və Mendeleyev cədvəlinin birinci qrupuna daxil olan elementlərin atomlarıdır. Hidrogen atomu nüvədən (kütləsi elektronun kütləsindən 1836 dəfə böyük olan protondan) və bir dənə elektrondan ibarət olan neytral sistemdir. Atom nüvəsinin maqnit momenti elektronların maqnit momentinə nisbətən  $\sim 10^3$  dəfə kiçikdir (Ə101). Ona görə də hidrogen atomunun maqnit momentini ölçərkən alınan qiymət əslində elektronun maqnit momentini təyin edir ki, bu da baxılan halda mühüm əhəmiyyətə malikdir. Birinci qrup elementlərinin atomları hidrogen atomuna nisbətən daha böyük kütləyə malikdir və hidrogen atomu kimi onların da bizi maraqlandıran təcrübə üçün çox mühüm olan bir xüsusiyyəti vardır. Belə ki, birinci qrup atomlarının həyəcanlanmamış halı  $s$ -halıdır və ona görə də bu halda atomun orbital momenti (və deməli, orbital maqnit momenti) sıfıra bərabər olur. Beləliklə, əgər təcrübə göstərsə ki, hidrogen atomu və ya birinci qrupa mənsub olan hər hansı bir atom əsas halda mexaniki momentə və maqnit momentinə malikdir, onda bu momentlərin məhz valent elektronunun məxsusi xassələri olduğunu qəbul etmək lazımdır.

Fərz edək ki, yuxarıda göstərilən elementlərdən birinin atomlar dəstəsi maqnit sahəsindən keçir. Əgər maqnit sahəsi bircinslidirsə, onda bu dəstədə biz heç bir dəyişiklik müşahidə edə bilməyəcəyik. Belə ki, bircinsli maqnit sahəsi dipoluna yalnız cüt qüvvə ilə təsir edərək onun maqnit yönəlməsini dəyişir, yəni döndərir. Bu dönmə isə atom dəstəsinin konfigurasiyasını dəyişmədiyi üçün onu qeyd etmək mümkün olmur. Atom dəstəsinin parçalamaq üçün maqnit sahəsi qeyri-bircins olmalıdır. Əgər maqnit sahəsinin qeyri-bircinsliyi dipolun uzunluğuna bərabər olan məsafədə özünü biruzə versə, onda bu dipolun qütblərinə təsir edən qüvvələr bir-birindən fərqli olacaq və nəticədə dipolu bu və ya digər tərəfə sürüşdürən qüvvə yaranacaqdır. Bu qüvvənin qiyməti isə həm maqnit momentinin qiymətindən və həm də maqnit sahəsinin qeyri-bircinsliyindən asılıdır. (101.20) düsturunu nəzərə almaqla həmin qüvvəni

$$\vec{F} = -\text{grad}E = \text{grad}(\vec{\mu}\vec{H}) \quad (103.1)$$

kimi yazmaq olar.  $z$  oxunu maqnit sahəsi istiqamətində yönəltərk,  $\vec{F}$  qüvvəsinin  $F_z = F$  proyeksiyası üçün

$$F = \mu_x \frac{\partial H_z}{\partial x} + \mu_y \frac{\partial H_z}{\partial y} + \mu_z \frac{\partial H_z}{\partial z} \quad (103.2)$$

ifadəsini alırıq. Lakin dəstədəki atomlara bu qüvvədən başqa həm də maqnit dipollarını sahə istiqamətində yönəltməyə çalışan cüt qüvvə təsir edəcəkdir. Bu qüvvənin təsiri altında hər bir atom maqnit sahəsinin istiqaməti ətrafında (baxılan halda  $z$  oxu ətrafında) Larmor presessiyası edəcəkdir (E123). Maqnit sahəsi  $z$  oxu boyunca yönəldikdə bu presessiya nəticəsində  $\vec{\mu}$  maqnit momentinin  $\mu_x$  və  $\mu_y$  proyeksiyaları gah müsbət, gah da mənfi işarəli qiymətlər alacaq və onların orta qiyməti sıfıra bərabər olacaqdır:  $\overline{\mu_x} = \overline{\mu_y} = 0$ .  $\mu_z$  proyeksiyası isə dəyişməyəcəkdir. Deməli, maqnit dipoluna təsir edən qüvvənin orta qiyməti (103.2) düsturuna əsasən

$$\vec{F} = \mu_z \frac{\partial H_z}{\partial z} \quad (103.3)$$

kimi təyin olunur.

(103.3) düsturunu kvant mexanikası baxımından da əsaslandırmaq olar. Doğrudan da, atomun  $z$  oxu boyunca yönəlmiş güclü maqnit sahəsində yerləşdirilməsi nəticəsində alınan halda atom maqnit momentinin yalnız bir dənə müəyyən  $\mu_z$  proyeksiyasına malik olur. Maqnit momentinin digər iki  $\mu_x$  və  $\mu_y$  proyeksiyaları isə bu halda müəyyən qiymət ala bilmir. Belə ki, bu halda ölçmələr zamanı  $\mu_x$  və  $\mu_y$  müxtəlif qiymətlər alır və özü də onların orta qiyməti sıfıra bərabər olur. Deməli, kvant mexanikası təsəvvürlərinə görə də (103.2)-dən (103.3) alınır.

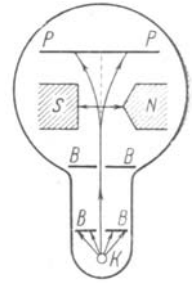
(103.3) düsturundan görünür ki,  $z$  oxu boyunca yönələn və biricinsli olmayan maqnit sahəsində maqnit dipoluna təsir edən qüvvə maqnit sahəsinin  $\partial H_z / \partial z$  qeyri-bircinsliyi və maqnit momentinin  $\mu_z$  proyeksiyası ilə düz mütənasibdir.

(103.3) düsturu həm klassik fizika, həm də kvant mexanikası baxımından eyni olsa da, təcrübələr zamanı klassik fizika və kvant mexanikası təsəvvürlərinə görə bu düstura əsasən müxtəlif nəticələrin alınması gözlənilir. Doğrudan da, əgər klassik nəzəriyyənin tələb etdiyi kimi,  $\mu_z$  kəmiyyəti ixtiyari kəsilməz qiymətlər alırsa,  $\vec{F}$  qüvvəsi də kəsilməz qiymətlər almalı və maqnit sahəsinin təsiri nəticəsində atom dəstəsinin yalnız eni artmalıdır. Kvant mexanikasına görə isə başqa nəticə gözlənilir. Belə ki, (101.3) düsturuna görə maqnit momentinin  $\mu_z$  proyeksiyası mexaniki momentin  $M_z$  proyeksiyası ilə düz mütənasib olduğundan və  $M_z$  kəmiyyəti də kvantlandığı üçün məhdud sayda qiymətlər aldığından, maqnit sahəsindən keçən atom dəstəsi  $M_z$ -in ala bildiyi mümkün qiymətlərin sayı qədər hissəyə parçalanmalıdır; atomlar dəstəsinin yayılma istiqamətinə perpendikulyar qoyulmuş fotolövhədə isə bu sayə bərabər miqdarda nazik zolaqlar alınmalıdır. Çünki  $\mu_z$  kvantlandığı üçün (103.3) düsturu ilə təyin olunan və atom dəstəsinə təsir edən  $\vec{F}$  qüvvəsi də kvantlanmalı, yəni seçilmiş diskret qiymətlər almalıdır. Əgər atomun kvant ədədi  $l$ -ə bərabədirsə, onda maqnit sahəsindən keçən atom dəstəsi kvant nəzəriyyəsinə görə  $2l+1$  sayda hissəyə ( $m_l$  kvant ədədinin ala bildiyi qiymətlərin sayı) parçalanmalıdır. Beləliklə,  $l$  kvant ədədinin qiymətindən asılı olaraq atom dəstəsinin



1,3,5,... sayda hissəyə parçalanması gözlənilir. Göründüyü kimi, atom dəstəsi həmişə tək sayda hissələrə parçalanmalıdır.

Belə təcrübələr ilk dəfə 1921-ci ildə Ştern və Herlax tərəfindən aparılmışdır. Bu təcrübələrin aparıldığı qurğunun sxemi 103.1 şəklində verilmişdir. İçərisində yüksək vakuum yaradılmış qabın içində  $K$  qızdırıcısı və gümüşün kiçik parçası yerləşdirilmişdir. Qızdırıcının təsiri nəticəsində gümüş buxarlanır və onun atomları saniyədə bir neçə yüz metrə bərabər olan sürətlə mümkün olan bütün istiqamətlərdə hərəkət edirlər. Bir neçə  $BB$  yarıqları vasitəsilə gümüş atomlarının nazik dəstəsi (atom şüası) ayrılaraq  $SN$  elektromaqnitinin qütbləri arasındakı qeyri-bircins maqnit sahəsindən keçir və  $PP$  lövhəsinə düşür. Bu lövhə üzərinə düşən atomların izini müşahidə etmək olur. Bu təcrübənin əsas çətinliyi bir atomun en kəsiyi daxilində, yəni  $\sim 10^{-8} sm$  məsafə boyunca qeyri-bircins maqnit sahəsi yaratmaqdan ibarət idi. Lakin maqnit sahəsini yaradan elektromaqnitin qütblərindən biri ( $N$ ) "bıçaq" (bir tili iti olan prizma), digəri ( $S$ ) isə içərisində nov açılmış tircik şəklində götürülərək güclü qeyri-bircins maqnit sahəsi almaq mümkün oldu.



Шякил

İlk dəfə gümüş atomları ilə aparılan bu təcrübə sonralar digər maddələrin (hidrogen, qələvi metal) atomları üçün də aparıldı. Hidrogen atomları ilə aparılan təcrübə ona görə xüsusi maraq kəsb edir ki, hidrogen atomu bir dənə elektronu olan ən sadə sistemdir.

Ştern və Herlax təcrübələri göstərdi ki, hidrogen, gümüş və qələvi metal atomlarından ibarət olan dəstə qeyri-bircins maqnit sahəsindən keçdikdən sonra fotolövhə üzərində maqnit sahəsi olmadıqda verdikləri zolağa nəzərən simmetrik yerləşən iki zolaq verir. Bu isə o deməkdir ki, bircins olmayan maqnit sahəsindən keçərkən atom dəstəsi əks istiqamətlərə eyni qədər meyl edən iki dəstəyə parçalanır, yəni maqnit sahəsində  $M_z$  proyeksiyası qiymətə bərabər, işarəcə əks olan iki qiymət ala bilər. Bu nəticənin mənasını düzgün başa düşmək üçün xatırlayaq ki, bu təcrübələrdə istifadə olunan hidrogen, litium və gümüş atomlarının ən aşağı enerjiyə malik olan halı  $s$ -haldır və bu halda  $M$  orbital moment və onun  $M_z$  proyeksiyası sıfıra bərabərdir. Başqa sözlə, parçalanma atomun orbital maqnit momenti ilə əlaqədar olsaydı, onda gərək bu halda parçalanma olmayaydı. Əgər həmin atomlar  $s$ -halda olmayıb,  $p$ -,  $d$ -,  $f$ - həyəcanlanmış hallarında olsaydılar onda gərək atom dəstəsi 3,5,7,... yerə parçalanaydı. Deməli, Ştern-Herlax təcrübələrində atom dəstəsinin parçalanmasını elektronun spinə malik olması ilə izah etmək olar. Belə ki, müşahidə olunan parçalanma onunla əlaqədardır ki, elektron  $l$  kvant ədədi ilə xarakterizə olunan orbital momentdən başqa, həm də məxsusi momentə – spinə malikdir.  $l=0$  olduqda üç və daha çox sayda deyil, yalnız iki dənə zolağın alınması göstərir ki, sahə istiqamətində spinin proyeksiyası yalnız iki dənə qiymət ala bilər. Parçalanmanın qiymətini, sahənin intensivliyini, sahənin qeyri-bircinslik dərəcəsini və təcrübə qurğusunun lazımı hündəsi parametrlərini bilərək atomun maqnit momentini də hesablamaq olar. Doğrudan da, belə hesablama aparılmış və  $\mu$  üçün  $M_B$  Bor maqnetonuna bərabər qiymət tapılmışdır.

Qeyd etmək lazımdır ki, Ştern-Herlax təcrübəsi materiyanın çox mühüm xassələrindən birini aşkar etməyə imkan verdiyi üçün öz əhəmiyyətinə görə atom fizikasının sayı o qədər də çox olmayan əsas təcrübələri sırasına daxildir. Əslində Ştern və Herlax təcrübəsi spin haqqında hipotezdən dörd il əvvəl, yəni 1921-ci ildə həyata

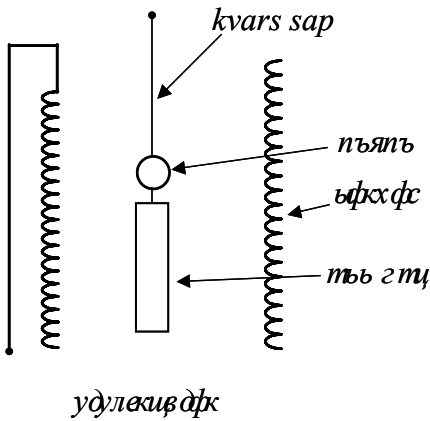
keçirilmişdir. Bu təcrübənin nəticələrini əvvəlcə onlar maqnit sahəsində istiqamətin kvantlanması bilavasitə təcrübə yolu ilə isbatı kimi qiymətləndirmişlər.

Maraqlıdır ki, elektronun spinə malik olması həm də əvvəlcədən məlum olan və maqnit mexaniki effektlər adlanan digər təcrübə faktlarından da bir nəticə kimi alınır. Belə təcrübələrə misal olaraq qiromaqt nisbətəin təyininə həsr olunmuş Eynşteyn və de-Qaaz, həm də Barnet təcrübələrini göstərmək olar.

Maqnit momenti ilə mexaniki moment arasında əlaqənin olmasını ilk dəfə Riçardson 1908-ci ildə söyləmişdi. Bu əlaqə isə 1915-ci ildə Eynşteyn və de-Qaaz təcrübəsində müşahidə olunmuşdu. Lakin bu təcrübənin nəticəsi o dövrdə anlaşılmaz qalmışdı və yalnız elektronun spinə malik olması müəyyən edildikdən sonra başa düşüldü.

Eynşteyn və de-Qaaz təcrübələrində mətil sarğacın daxilində onun oxu boyunca diametri təqribən  $3\text{ mm}$ , uzunluğu isə  $10\text{ sm}$  olan silindr şəkilli nümunə nazik kvars sapdan asılmışdır və silindrə güzgü bərkidilmişdir (şəkil 103.2). Nümunə kimi ya

ferromaqt maddələr (məsələn, dəmir), ya da paramaqt duzlar tədqiq olunurdu. Sarğacdən cərəyan buraxdıqda silindr şəkilli nümunə maqnitlənir və dönür. Nümunənin maqnitlənməsi o deməkdir ki, onun daxilində olan elementar maqnitlər sahənin istiqaməti üzrə düzülür. Sarğacda cərəyanın istiqamətini dəyişdikdə isə silindr maqmitsizləşir və əks istiqamətdə dönür. Silindrin dönməsi güzgüdən əks olunmuş şüanın köməyi ilə müşahidə olunur. Kvars sapdan asılmış silindrin dönməsini belə izah etmək olar ki, sarğacdən cərəyan keçərkən yaranan maqnit sahəsində paramaqt maddənin daxilində maqnit momenti sahə istiqamətində yönəlmiş elektronların enerjisi, maqnit momenti sahənin əksi istiqamətində yönəlmiş



Шякил 103.2.

elektronların enerjisdən az olur /bax: (101.20)/. Elektronlar qəfəslə toqquşarkən onların enerjisi azalır və əsasən aşağı enerjili hala keçirlər. Beləliklə, maqnit momenti sahə istiqamətində yönələn elektronların sayı əks istiqamətdə yönəlmiş maqnit momentinə malik olan elektronların sayından çoxdur. Deməli, elektronlar müəyyən yekun maqnit momenti və deməli, həm də yekun mexaniki moment qazanmış olurlar. Sərbəst cismin tam impuls momenti sabit qaldığından (saxlandığından), paramaqt silindr maqnitlənməklə yanaşı, həm də elektronların fırlanmasının əksi istiqamətində təpmə momenti almalıdır. Paramaqt maddələr üçün müşahidə olunan effekt çox kiçik olduğundan təcrübələr zamanı rezonansdan istifadə edilirdi. Sarğacda cərəyanın dəyişmə tezliyini silindrik nümunənin burulma rəqslərinin məxsusi tezliyinə bərabər seçdikdə, bu rəqslərin amplitudu kəskin artır və silindrin dönməsi asanlıqla müşahidə olunur. Ferromaqt nümunələrin dönməsini müşahidə etmək daha asan olur. Yaranan impuls momentinin istiqamətinə görə müəyyən edildi ki, nümunənin maqnitlənməsi mənfi yüklərin, yəni elektronların hərəkəti nəticəsində baş verir. Bu təcrübələrin nəticələrindən istifadə edərək  $\mu$  maqnit momentinin  $M$  mexaniki momentə nisbətini (qiromaqt nisbət) hesablamaq mümkündür. Bu nisbət ümumiyyətlə

$$\frac{\mu}{M} = g \frac{e}{2mc} \quad (103.4)$$

kimi təyin olunur. Əgər nümunənin daxilindəki elementar maqnitlər elektronun orbital momenti ilə əlaqədardırsa, (103.4)-də  $g=1$  olmalı idi /bax: (101.6)/. Lakin Eynşteyn və de-Qaaz təcrübəsində  $g=2$  alınır.

Barnet əks təcrübə qoyaraq göstərdi ki, ferromaqnit silindrləri böyük sürətlə döndərdikdə elementar maqnitlərin qiroskopik xassələri nəticəsində onlar maqnitlərin və maqnitlənmiş nümunəni əks istiqamətdə kəskin döndərdikdə isə, o maqnitləşir. Bu, Barnet effekti adlanır. Qeyd edək ki, Barnet təcrübələri də qiromaqnit nisbət üçün gözlənilməyindən iki dəfə böyük olan qiymət verdi.

Qiromaqnit nisbət üçün o dövrdə anomal sayılan belə qiymətin alınmasının səbəbi yalnız elektronun spini kəşf olunduqdan sonra izah edildi. Məlum oldu ki, elementar maqnitlər heç də dairəvi elektron orbitlərindən ibarət deyildir və elektronların özləri öz təbiətinə görə eyni zamanda həm elementar maqnitlər, həm də kiçik "fırfıra"lardır.

Nəhayət, qeyd edək ki, spinə malik olmaq yalnız elektrona xas olan müstəsna xüsusiyyət deyildir. Müasir dövrdə məlumdur ki, protonlar, neytronlar və digər elementar zərrəciklər də spinə malikdir. Belə ki, spininin qiyməti 0-dan  $\frac{11}{2}$ -ə qədər olan mikrozzərrəciklər məlumdur.

#### **Ə104. Spin operatorlarının məxsusi funksiyaları və məxsusi qiymətləri**

Elektronun spinə malik olması kvant mexanikası yaranana qədər məlum idi. Həm də aydın idi ki, spinin hissəciyin öz oxu ətrafında fırlanması kimi şərh olunması kimi klassik təsəvvürlər əsassızdır. Çünki belə model nisbilik nəzəriyyəsinin ümumi müddəalarına zidd olan nəticəyə gətirir (Ə102). Sonralar məlum oldu ki, elektronun (ümumiyyətlə, elementar zərrəciyin) daxili sərbəstlik dərəcəsinə və onunla əlaqədar olaraq spinə malik olması sırf kvant xarakterli hadisədir. Belə ki, kvant mexanikası klassik mexanikaya keçdikdə ( $\hbar \rightarrow 0$ ) spin sıfıra bərabər olur. Ona görə də deyirlər ki, spinin heç bir klassik analoqu yoxdur və onu klassik təsəvvürlərə əsasən şərh etmək olmaz.

Elektronun spininin mövcud olması və onun ədədi qiyməti relyativistik kvant mexanikası ciddi şəkildə alınır (Ə102). Lakin spinə malik olan hissəciklərin bir sıra xassələri relyativistik nəzəriyyədən istifadə edilmədən də, az sayda təcrübə faktları və ümumi kvant-mexaniki mülahizələr əsasında müəyyən oluna bilər. Belə yanaşma spinə malik olan hissəciklərin yarımpirik nəzəriyyəsi adlanır. Bu paraqrafda həmin nəzəriyyənin qısa şərhini verilir.

Ə103-də şərh olunmuş təcrübələr tam inamla göstərdi ki, elektron onun klassik mənada hərəkəti ilə əlaqədar olmayan məxsusi mexaniki momentə (spinə) və məxsusi maqnit momentinə malikdir. Onda belə sual meydana çıxır ki, elektronun bu xassələrini kvant mexanikasında necə nəzərə almaq mümkündür.

Qeyri-relyativistik kvant mexanikasının riyazi aparatına spinin daxil edilməsi qaydasını Pauli belə müəyyən etdi: spinin mənşəyini izah etmədən onun mövcud olmasını və xassələrini təcrübə faktları kimi qəbul etmək lazımdır. Yuxarıda qeyd etdik ki,

relyativistik kvant mexanikasında Dirak tənliyindən elektronun spinə malik olması formal şəkildə avtomatik olaraq alınır. Bu da təbiidir. Çünki, spin klassik analoqu olmayan sırf kvant xassəsidir. Biz burada yalnız Pauli nəzəriyyəsini şərh edəcəyik. Çox da böyük olmayan sürətlərlə əlaqədar hadisələr üçün Pauli nəzəriyyəsi qənaətbəxş nəticələr verir.

Məlumdur ki, kvant mexanikasında hissəciyin özünü necə aparması  $\Psi$  dalğa funksiyası və dinamik dəyişənlər vasitəsilə təsvir olunur. Şredinger nəzəriyyəsində hissəciyin dalğa funksiyası üç fəza koordinatından və zamandan asılıdır:  $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$ . Lakin elektronun halı həm də əlavə bir parametrlə, yəni spinin üstün istiqamət üzrə proyeksiyası ilə müəyyən olunur və bu proyeksiya da  $+\frac{1}{2}\hbar$  və  $-\frac{1}{2}\hbar$  kimi iki dənə

qiymət ala bilər. Məhz bu parametr spin adlanan kvant iki qiymətliliyini xarakterizə edir və onu dalğa funksiyasının ifadəsinə daxil etmək lazımdır.

Belə fərz olunur ki, spinə malik olan hissəciyin dalğa funksiyası bu hissəciyin yalnız fəza koordinatlarından və zamandan deyil, həm də onun daxili halını təsvir edən dördüncü koordinatdan da asılı olmalıdır. Bu dördüncü koordinat  $\sigma$  ilə işarə edilir və spin koordinatı adlanır:

$$\Psi = \Psi(x, y, z, \sigma, t) \quad (104.1)$$

$\sigma$  spin koordinatı kimi hissəciyin spininin  $z$  üstün istiqaməti üzrə  $\hbar$  vahidlərində  $M_{sz}$  proyeksiyası götürülür:  $M_{sz} = \sigma\hbar$ . Spin koordinatı  $\sigma$  bir-birindən vahid qədər fərqlənən  $2s+1$  sayda diskret qiymətlər alır:

$$\sigma = s, s-1, \dots, 0, \dots, -s+1, -s. \quad (104.2)$$

Burada  $s$ -spinin kvadratını

$$M_s^2 = \hbar^2 s(s+1) \quad (104.3)$$

düsturu ilə təyin edən kvant ədədidir.

Deməli, kəsilməz qiymətlər olan  $x, y, z$  fəza koordinatlarından fərqli olaraq spin koordinatı diskret dəyişir.  $\sigma$  dəyişəni diskret olduğundan onun qiymətlərini  $\psi$ -funksiyanın indeksi kimi də yazmaq olar. Ona görə də (104.1) funksiyasına bir-birindən  $\sigma$  indeksi ilə fərqlənən və fəza koordinatlarından asılı olan bir neçə funksiyanın toplusu kimi baxmaq olar. Bu funksiyalar toplusunu  $2s+1$  sayda sətərə malik olan sütun matrisi kimi yazırlar:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_{\sigma_1} \\ \psi_{\sigma_2} \\ \vdots \\ \psi_{\sigma_{2s+1}} \end{pmatrix} \quad (104.4)$$

Kvant mexanikası təsəvvürlərinə görə  $|\psi_{\sigma_i}(x, y, z, t)|^2 dV$  kəmiyyəti spininin  $z$  oxu üzrə proyeksiyası  $\hbar\sigma_i$  olan hissəciyin verilmiş  $t$  zaman anında  $dV$  həcm elementində olması ehtimalını təyin edir. Onda

$$P_i = \int |\psi_{\sigma_i}(x, y, z, t)|^2 dV \quad (104.5)$$

kəmiyyəti spininin proyeksiyası  $\hbar\sigma_i$  olan hissəciyin verilmiş zaman anında fəzanın nöqtələrindən birində yerləşməsi ehtimalını verir. Aydınır ki, bu  $P_i$  ehtimallarının cəmi

1-ə bərabər olmalıdır. Deməli, (104.4) funksiyanın normallıq şərti

$$\sum_i \int |\psi_{\sigma_i}(x, y, z, t)|^2 dV = 1 \quad (104.6)$$

kimidir. Yeri gəlmişkən qeyd edək ki, (104.6) ifadəsində diskret qiymətlər alan spin koordinatı üzrə cəmləmə, kəsilməz qiymətlər alan fəza koordinatları üzrə isə inteqrallama aparılır.

Elektronun spini  $s=1/2$  olduğundan, onun spin koordinatı yalnız iki dənə  $\sigma_1=+1/2$ ,  $\sigma_2=-1/2$  qiymətlərini ala bilər. Ona görə də elektron üçün (104.4) funksiyası

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_{+1/2} \\ \psi_{-1/2} \end{pmatrix} \quad (104.7)$$

şəklinə düşür.

Əgər spinin proyeksiyasının ehtimalı hissəciyin koordinatlarından asılı deyildirsə, yəni spinin proyeksiyasının müəyyən qiymətə malik olması ehtimalı həmin hissəciyin fəzanın müxtəlif nöqtələrində yerləşməsi ehtimalından asılı deyildirsə, (104.1) funksiyasını iki funksiyanın hasili şəklində yazmaq olar:

$$\Psi(x, y, z, \sigma, t) = \Psi(x, y, z, t) \cdot \varphi(\sigma) \quad (104.8)$$

Burada  $\Psi(x, y, z, t)$  vuruğu fəza koordinatlarından asılı olan dalğa funksiyası,  $\varphi(\sigma)$  isə spin funksiyasıdır. Spin funksiyası  $2s+1$  sayda qiymət alır. Məsələn, elektron üçün spin funksiyası yalnız iki qiymət ala bilər:

$$\varphi(+1/2) = a_1 \quad (104.9)$$

$$\varphi(-1/2) = a_2.$$

Bəzən  $\varphi(+1/2) = \alpha$ ,  $\varphi(-1/2) = \beta$  ilə işarə edirlər.

Beləliklə, (104.8)-i (104.7)-də nəzərə alsaq və fəza koordinatlarından asılı olan funksiyanı vuruq kimi matrisdən kənara çıxarsaq

$$\psi(x, y, z, \sigma, t) = \Psi(x, y, z, t) \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (104.10)$$

yaza bilərik. Deməli, spini  $s=1/2$  olan hissəcik üçün  $\varphi(\sigma)$  spin funksiyası

$$\varphi(\sigma) = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (104.11)$$

kimi sütun matrisi şəklində göstərilə bilər. Burada  $a_1$  və  $a_2$ -müəyyən ədədlərdir və ümumi halda xəyali ədəd də ola bilər. Özü də  $|a_1|^2$  və  $|a_2|^2$  kəmiyyətləri spinin üstün istiqamət üzrə  $M_{sz}$  proyeksiyasının uyğun olaraq  $+h/2$  və  $-h/2$  qiymətləri alması ehtimalını müəyyən edir. Normalanmış  $\psi$ -funksiya üçün

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1 \quad (104.12)$$

olmalıdır.

Əgər

$$\varphi(\sigma) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (104.13)$$

olarsa, yəni  $a_1=1, a_2=0$  şərti ödənərsə, spinin proyeksiyası  $+\hbar/2$ -yə bərabər olan müəyyən qiymət alır. Əksinə,

$$\varphi(\sigma) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (104.14)$$

olduqda isə (yəni,  $a_1=0, a_2=1$ ) spinin proyeksiyası  $-\hbar/2$ -yə bərabər olan müəyyən qiymətə malik olur.  $a_1$  və  $a_2$  ədədlərinin hər ikisi eyni zamanda sıfırdan fərqli olduqda ( $a_1 \neq 0, a_2 \neq 0$ )  $\psi$ -funksiya bu iki halın superpozisiyasından alınan halı təsvir edir və özü də bu halda spinin proyeksiyası müəyyən dəqiq qiymətə malik olmur.

Beləliklə, biz spini də nəzərə almaqla elektronun hallarını təsvir edən dalğa funksiyasını müəyyən etdik. Lakin kvant mexaniki təsvirin tam olması üçün dalğa funksiyasından başqa yeni dinamik dəyişən də daxil edilməlidir. Belə kəmiyyət olaraq  $\vec{s}$  spin vektoru götürülür ki, onun da dekart koordinat sistemində proyeksiyaları  $s_x, s_y, s_z$  kimi işarə olunur. Spin vektoru elektronun məxsusi impuls momentidir. Ona görə də kvant mexanikasının postulatlarına əsasən  $\vec{s}$  vektoru və onun  $s_x, s_y, s_z$  proyeksiyaları müəyyən operatorlar ilə xarakterizə olunmalıdır. Bu operatorlar yalnız "spin dəyişənlərinə", yəni  $\varphi(\sigma)$  spin funksiyasına təsir etməli, fəza koordinatları və zamandan asılı olan  $\psi(x, y, z, t)$  funksiyasına isə toxunmamalıdır.

Biz əvvəlcə spin funksiyasına təsir edə bilən xətti və özünə qoşma  $\hat{Q}$  operatorunu ümumi şəkildə tapaq. Bu operatorun təsiri nəticəsində  $\varphi(\sigma)$  spin funksiyası digər  $f(\sigma)$  spin funksiyasına (məhz spin funksiyasına) çevrilməlidir:

$$\hat{Q}\varphi(\sigma) = f(\sigma). \quad (104.15)$$

(104.11)-ə əsasən  $\varphi(\sigma)$  və  $f(\sigma)$  funksiyaları sütun matrisi kimi yazılmalıdır:

$$\varphi(\sigma) = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \quad f(\sigma) = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad (104.16)$$

Buradan aydın olur ki,  $\hat{Q}$  operatoru iki sətirli (ümumi halda isə  $2s+1$  sətirli) kvadrat matris formasında olmalıdır:

$$\hat{Q} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix} \quad (104.17)$$

(104.16) və (104.17) matrislərini (104.15)-də yazaraq  $Q$  və  $a$  matrislərini bir-birinə vursaq

$$\hat{Q}\varphi(\sigma) = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11}a_1 + Q_{12}a_2 \\ Q_{21}a_1 + Q_{22}a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = f(\sigma) \quad (104.18)$$

alarıq. Beləliklə,  $\hat{Q}$  operatoru komponentləri  $a_1$  və  $a_2$  olan  $\varphi(\sigma)$  funksiyasına təsir edərək onu komponentləri

$$b_1=Q_{11}a_1+Q_{12}a_2, b_2=Q_{21}a_1+Q_{22}a_2 \quad (104.19)$$

olan  $f(\sigma)$  funksiyasına çevirir.

Əgər (104.1)  $\psi$ -funksiyasında fəza və spin koordinatlarını ayırmaq, yəni onu (104.8) kimi yazmaq mümkün deyildirsə, onda (104.18) əvəzinə

$$\hat{Q}\psi = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{\sigma_1} \\ \psi_{\sigma_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11}\psi_{\sigma_1} + Q_{12}\psi_{\sigma_2} \\ Q_{21}\psi_{\sigma_1} + Q_{22}\psi_{\sigma_2} \end{pmatrix} \quad (104.20)$$

ifadəsi yazılmalıdır.

Beləliklə, (104.7) spin funksiyasına təsir etməli olan ixtiyari operator (104.17) şəklində olmalıdır. Xüsusi halda, spin vektorunun kvadratı operatoru  $\hat{s}^2$  və spin vektorunun koordinat oxları üzrə proyeksiyalarına uyğun olan  $\hat{s}_x, \hat{s}_y, \hat{s}_z$  operatorları da (104.17) kimi təyin olunmalıdır.  $\hat{s}^2, \hat{s}_x, \hat{s}_y, \hat{s}_z$  spin operatorları məxsusi impuls momenti operatorları olduğundan, formal olaraq belə qəbul olunur ki, onlar da impuls momenti operatorunun tabe olduğu kvant mexaniki şərtləri ödəməlidir, yəni spin operatorları üçün də (77.20) və (77.32)-yə oxşar olan qeyri-kommutativlik və kommutativlik münasibətləri doğrudur:

$$\hat{s}_x\hat{s}_y - \hat{s}_y\hat{s}_x = i\hbar\hat{s}_z, \hat{s}_y\hat{s}_z - \hat{s}_z\hat{s}_y = i\hbar\hat{s}_x, \hat{s}_z\hat{s}_x - \hat{s}_x\hat{s}_z = i\hbar\hat{s}_y, \quad (104.21)$$

$$\hat{s}^2\hat{s}_x - \hat{s}_x\hat{s}^2 = 0, \hat{s}^2\hat{s}_y - \hat{s}_y\hat{s}^2 = 0, \hat{s}^2\hat{s}_z - \hat{s}_z\hat{s}^2 = 0. \quad (104.22)$$

Spinin və onun proyeksiyalarının kvadratları arasında da (76.37)-yə uyğun olaraq

$$\hat{s}^2 = \hat{s}_x^2 + \hat{s}_y^2 + \hat{s}_z^2 \quad (104.23)$$

münasibəti ödənməlidir.

(104.22) kommutativlik münasibətlərindən görünür ki, spinin kvadratı və onun proyeksiyalarından biri, məsələn deyək ki,  $s_z$  eyni zamanda müəyyən dəqiq qiymət ala bilər. Bu isə o deməkdir ki,  $\hat{s}^2$  və  $\hat{s}_z$  matrislərini eyni zamanda diaqonal şəkllə gətirmək olar. Bu halda spinin digər iki proyeksiyası ( $s_x$  və  $s_y$ ) qeyri-müəyyən qalır və onların matrisləri də diaqonal şəkildə olmur.

Aydındır ki,  $\hat{s}^2$  və  $\hat{s}_z$  operatorlarının öz təsvirində onlara uyğun matrislər diaqonal matris olmalı və özü də diaqonalda yerləşən matris elementləri bu operatorların məxsusi qiymətlərinə, qeyri-diaqonal elementlər isə sıfıra bərabər olmalıdır.  $\hat{s}^2$  operatorunun

məxsusi qiymətləri  $M_s^2 = \hbar^2 s(s+1) = \frac{3}{4}\hbar^2$ ,  $\hat{s}_z$  operatorunun məxsusi qiymətləri isə

$$M_{s_z} = +\hbar/2,$$

$-\hbar/2$  kimidir. Deməli, bu operatorlara uyğun matrislər

$$\hat{s}^2 = \frac{3}{4}\hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (104.24)$$

$$\hat{s}_z = \hbar \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (104.25)$$

şəklindədir. (104.25) matrisinin kvadratı isə

$$\hat{s}_z^2 = \frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{\hbar^2}{3} \hat{s}^2 \quad (104.26)$$

olar.

$\hat{s}_x$  və  $\hat{s}_y$  operatorlarının aşkar şəklini tapmaq üçün əvvəlcə

$$\hat{s}_+ = \hat{s}_x + i\hat{s}_y, \quad \hat{s}_- = \hat{s}_x - i\hat{s}_y \quad (104.27)$$

köməkçi operatorlarına uyğun olan matrisləri tapmaq.  $\hat{s}_x$  və  $\hat{s}_y$  operatorları kimi  $\hat{s}_+$  və  $\hat{s}_-$  operatorları da ikisətirli kvadrat matrislər olmalıdır.  $\hat{s}_+$  və  $\hat{s}_-$  matrislərini bilərək onlar vasitəsilə  $\hat{s}_x$  və  $\hat{s}_y$  operatorlarına uyğun olan matrisləri də tapmaq olar:

$$\hat{s}_x = \frac{1}{2}(\hat{s}_+ + \hat{s}_-), \quad (104.28)$$

$$\hat{s}_y = \frac{1}{2i}(\hat{s}_+ - \hat{s}_-). \quad (104.29)$$

(104.21) ifadələrini nəzərə almaqla (104.27) operatorlarının  $\hat{s}_z$  operatoru ilə kommutatorlarını tapmaq:

$$\begin{aligned} [\hat{s}_\pm, \hat{s}_z] &= (\hat{s}_x \pm i\hat{s}_y)\hat{s}_z - \hat{s}_z(\hat{s}_x \pm i\hat{s}_y) = (\hat{s}_x\hat{s}_z - \hat{s}_z\hat{s}_x) \pm \\ &\pm i(\hat{s}_y\hat{s}_z - \hat{s}_z\hat{s}_y) = (-i\hbar\hat{s}_y) \pm i(i\hbar\hat{s}_x) = \mp(\hat{s}_x \pm i\hat{s}_y) = \mp\hbar\hat{s}_\pm \end{aligned}$$

Deməli,

$$[\hat{s}_+, \hat{s}_z] = \hat{s}_+\hat{s}_z - \hat{s}_z\hat{s}_+ = -\hbar\hat{s}_+ \quad (104.30)$$

$$[\hat{s}_-, \hat{s}_z] = \hat{s}_-\hat{s}_z - \hat{s}_z\hat{s}_- = \hbar\hat{s}_- \quad (104.31)$$

yazmaq olar.

$\hat{s}_z$  operatorunun məxsusi qiymətini  $\sigma\hbar$  kimi işarə edək. Onda biz

$$\hat{s}_z\psi_\sigma = \hbar\sigma\psi_\sigma \quad (104.32)$$

operator tənliyini yaza bilərik. Bu tənliyə görə  $\psi_\sigma$ - $\hat{s}_z$  operatorunun  $\hbar\sigma$  məxsusi qiymətinə mənsub olan məxsusi funksiyasıdır. Lakin  $\hat{s}^2$ ,  $\hat{s}_z$  və  $\hat{H}$  operatorları bir-biri ilə kommutativ olduğundan onların məxsusi funksiyaları eyni olmalıdır. Bu operatorların matrisləri də eyni zamanda diaqonal matris şəklində gətirilə bilər. (104.32) ifadəsinə daxil olan  $\psi_\sigma$  əslində bu üç operatorun ümumi məxsusi funksiyası olmalıdır, yəni həmin funksiya (104.32) ilə yanaşı həm də

$$\hat{H}\psi_\sigma = E\psi_\sigma, \quad \hat{s}^2\psi_\sigma = M_s^2\psi_\sigma \quad (104.33)$$

operator tənliklərini ödəməlidir.



$\hat{s}_+$  operatoru ilə (104.32) tənliyinə təsir edək:

$$\hat{s}_+ \hat{s}_z \psi_\sigma = \sigma \hbar \hat{s}_+ \psi_\sigma. \quad (104.34)$$

Bu ifadənin sol tərəfini (104.30)-a əsasən çevirərək

$$\hat{s}_z \hat{s}_+ \psi_\sigma - \hbar \hat{s}_+ \psi_\sigma = \sigma \hbar \hat{s}_+ \psi_\sigma$$

və ya

$$\hat{s}_z (\hat{s}_+ \psi_\sigma) = (\sigma + 1) \hbar (\hat{s}_+ \psi_\sigma) \quad (104.35)$$

alırıq. Bu isə o deməkdir  $\hat{s}_+ \psi_\sigma$  funksiyası  $\hat{s}_z$  operatorunun  $(\sigma+1)\hbar$  məxsusi qiymətinə uyğun olan məxsusi funksiyalarına ixtiyari sabit  $\lambda$  vuruğu dəqiqliyi ilə bərabərdir. Deməli,  $\hat{s}_+$  operatoru  $\psi_\sigma$  funksiyasına təsir edərək onu  $\lambda \psi_{\sigma+1}$  funksiyasına çevirir:

$$\hat{s}_+ \psi_\sigma = \lambda \psi_{\sigma+1}. \quad (104.36)$$

$\hat{s}_x, \hat{s}_y, \hat{s}_z$  kəmiyyətlərinin vahidləri  $\hbar$  kəmiyyətinin vahidi ilə eyni olduğundan, (104.25) və (104.27) ifadələrindən görüldüyü kimi,  $\hat{s}_+$ -in də vahidi  $\hbar$ -nin vahidi ilə eyni olmalıdır. Ona görə də (104.36)-da  $\lambda$  sabitini  $\lambda = \hbar c_1$  kimi yazmaq olar və burada  $c_1$  adsız kəmiyyətdir. Beləliklə,

$$\hat{s}_+ \psi_\sigma = \hbar c_1 \psi_{\sigma+1} \quad (104.37)$$

alırıq. Eyni qayda ilə (104.32) tənliyinə  $\hat{s}_-$  operatoru ilə təsir edərək və (104.31)-i nəzərə alaraq oxşar mülahizələr əsasında

$$\hat{s}_- \psi_\sigma = \hbar c_2 \psi_{\sigma-1} \quad (104.38)$$

operator tənliyini yaza bilərik.

İndi isə  $\hat{s}_z$  operatorunun təsvirində  $\hat{s}_+$  və  $\hat{s}_-$  operatorlarının matris elementlərini tapaq.  $\hat{s}_+$  operatoru üçün

$$(\hat{s}_+)_{\sigma\sigma'} = \langle \psi_\sigma | \hat{s}_+ \psi_{\sigma'} \rangle = \langle \psi_\sigma | \hbar c_1 \psi_{\sigma'+1} \rangle = \hbar c_1 \delta_{\sigma, \sigma'+1} \quad (104.39)$$

alınır.  $\sigma$  və  $\sigma'$  indekslərinin hər biri yalnız iki qiymət ala bilər:  $+1/2, -1/2$ . (104.39)-dan görünür ki, yalnız  $\sigma = \sigma'+1$  şərti ödənən matris elementi sıfırdan fərqlidir və  $\hbar c_1$ -ə bərabərdir. Deməli,

$$\hat{s}_+ = \begin{pmatrix} (\hat{s}_+)_{1/2, 1/2} & (\hat{s}_+)_{1/2, -1/2} \\ (\hat{s}_+)_{-1/2, 1/2} & (\hat{s}_+)_{-1/2, -1/2} \end{pmatrix} = \hbar c_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (104.40)$$

$\hat{s}_-$  operatoru üçün də (104.38)-ə əsasən

$$(\hat{s}_-)_{\sigma\sigma'} = \langle \psi_\sigma | \hat{s}_- \psi_{\sigma'} \rangle = \langle \psi_\sigma | \hbar c_2 \psi_{\sigma'-1} \rangle = \hbar c_2 \delta_{\sigma, \sigma'-1}. \quad (104.41)$$

Bu matrisdə isə yalnız  $\sigma = \sigma'-1$  şərti ödənən element sıfırdan fərqli olub  $\hbar c_2$ -yə bərabərdir. Ona görə də

$$\hat{s}_- = \begin{pmatrix} (\hat{s}_-)_{1/2, 1/2} & (\hat{s}_-)_{1/2, -1/2} \\ (\hat{s}_-)_{-1/2, 1/2} & (\hat{s}_-)_{-1/2, -1/2} \end{pmatrix} = \hbar c_2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (104.42)$$

yazmaq olar.

Operatorlar da,  $\psi$ -funksiyalar kimi, ixtiyari sabit faza vuruğu dəqiqliyi ilə təyin olunur. Ona görə də (104.40) və (104.42) ifadələrində  $c_1$  və  $c_2$  sabitlərini həqiqi ədədlər hesab etmək olar.

(104.40) və (104.42) matrislərinin elementləri arasında müəyyən münasibət vardır ki, həmin münasibətə əsasən də  $c_1$  və  $c_2$  sabitləri arasında əlaqə yaratmaq olar. Bu münasibəti tapmaq üçün (104.27) düsturlarına əsasən aşağıdakı iki bərabərliyi yazaq:

$$(\hat{s}_+)_{\sigma\sigma'} = (\hat{s}_x)_{\sigma\sigma'} + i(\hat{s}_y)_{\sigma\sigma'}, \quad (104.43)$$

$$(\hat{s}_-)_{\sigma\sigma'} = (\hat{s}_x)_{\sigma\sigma'} - i(\hat{s}_y)_{\sigma\sigma'}. \quad (104.44)$$

(104.44)-dən alınır ki,

$$(\hat{s}_-)_{\sigma'\sigma}^* = (\hat{s}_x)_{\sigma'\sigma}^* + i(\hat{s}_y)_{\sigma'\sigma}^* \quad (104.45)$$

Lakin  $\hat{s}_x$  və  $\hat{s}_y$  ermit operatorları olduğundan

$$(\hat{s}_x)_{\sigma'\sigma}^* = (\hat{s}_x)_{\sigma\sigma'}, \quad (\hat{s}_y)_{\sigma'\sigma}^* = (\hat{s}_y)_{\sigma\sigma'} \quad (104.46)$$

şərti ödənməlidir. Deməli,

$$(\hat{s}_-)_{\sigma'\sigma}^* = (\hat{s}_x)_{\sigma\sigma'} + i(\hat{s}_y)_{\sigma\sigma'} = (\hat{s}_+)_{\sigma\sigma'}. \quad (104.47)$$

Bu isə məhz axtarılan münasibətdir.

(104.40) və (104.42)-dən görünür ki,

$$(\hat{s}_+)_{1/2,-1/2} = \hbar c_1, \quad (\hat{s}_-)_{-1/2,1/2} = (\hat{s}_-)_{-1/2,1/2} = \hbar c_2$$

yazmaq olar. Lakin (104.47)-yə əsasən

$$(\hat{s}_-)_{-1/2,1/2}^* = (\hat{s}_+)_{1/2,-1/2}$$

olduğundan  $c_1=c_2=c$  alırıq. Deməli, (104.40) və (104.42) matrislərində  $c_1=c_2=c$  götürmək olar.  $\hat{s}_+$  və  $\hat{s}_-$  matrislərinin (104.40) və (104.42) ifadələrindən istifadə etməklə, (104.28) və (104.29)-a əsasən,  $\hat{s}_x$  və  $\hat{s}_y$  matrislərini tapırıq:

$$\hat{s}_x = c \cdot \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (104.48)$$

$$\hat{s}_y = c \cdot \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}. \quad (104.49)$$

Burada  $\frac{1}{2i} = -\frac{i}{2}$  olduğu nəzərə alınmışdır.

(104.48) və (104.49) matrislərini kvadrata yüksəldək:

$$\hat{s}_x^2 = c^2 \cdot \frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = c^2 \cdot \frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (104.50)$$

$$\hat{s}_y^2 = c^2 \cdot \frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = c^2 \cdot \frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (104.51)$$

(104.50), (104.51) və (104.26) ifadələrinə əsasən

$$\hat{s}_x^2 + \hat{s}_y^2 + \hat{s}_z^2 = \frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 2c^2 + 1 & 0 \\ 0 & 2c^2 + 1 \end{pmatrix} \quad (104.52)$$

yaza bilərik. Lakin (104.23)-ə əsasən bu matris (104.24) kimi təyin olunan  $\hat{s}^2$  matrisinə bərabər olmalıdır. (104.52) və (104.24)-ün müqayisəsindən isə görünür ki, bu, yalnız  $c=1$  olduqda mümkündür. Onda (104.48) və (104.49)-da  $c=1$  yazmaqla  $\hat{s}_x$  və  $\hat{s}_y$  matrislərini tapmış oluruq.

Beləliklə,  $\hat{s}_z$  operatorunun təsvirində elektronun spin operatorlarının matrisləri üçün aşağıdakı ifadələr alınır:

$$\hat{s}_x = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{s}_y = \hbar \begin{pmatrix} 0 & -i/2 \\ i/2 & 0 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},$$

(104.53)

$$\hat{s}_z = \hbar \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\hat{s}_x^2 = \hat{s}_y^2 = \hat{s}_z^2 = \frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \hat{s}^2.$$

Bəzən (104.53) matrisləri əvəzinə aşağıdakı Pauli matrislərindən istifadə edilir:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (104.54)$$

Pauli matrislərindən istifadə edərək  $\hat{s}_x, \hat{s}_y, \hat{s}_z$  operatorlarını

$$\hat{s}_x = \frac{\hbar}{2} \sigma_x, \quad \hat{s}_y = \frac{\hbar}{2} \sigma_y, \quad \hat{s}_z = \frac{\hbar}{2} \sigma_z \quad (104.55)$$

kimi yazmaq olar.

$\sigma_x$  və  $\sigma_y$  matrislərinin hasilini tapaq:

$$\sigma_x \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = i \sigma_z,$$

$$\sigma_y \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -i \sigma_z.$$

Buna oxşar olaraq digər Pauli matrisləri üçün də hasilləri tapmaq olar. Deməli,

$$\sigma_x \sigma_y = -\sigma_y \sigma_x = i \sigma_z, \quad \sigma_y \sigma_z = -\sigma_z \sigma_y = i \sigma_x, \quad \sigma_z \sigma_x = -\sigma_x \sigma_z = i \sigma_y \quad (104.56)$$

(104.56)-ya əsasən Pauli matrisləri üçün aşağıdakı qeyri-kommutativlik münasibətləri alınır:

$$\sigma_x \sigma_y - \sigma_y \sigma_x = 2i \sigma_z, \quad \sigma_y \sigma_z - \sigma_z \sigma_y = 2i \sigma_x, \quad \sigma_z \sigma_x - \sigma_x \sigma_z = 2i \sigma_y. \quad (104.57)$$

Qeyd edək ki, (104.55)-i (104.21)-də yazmaqda da (104.57) ifadələri alınır.

(104.56) ifadələrindən həm də alınır ki,

$$\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x = 0, \quad \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_y = 0, \quad \sigma_z \sigma_x + \sigma_x \sigma_z = 0. \quad (104.58)$$

Deməli, Pauli matrisləri bir-biri ilə antikommutativdir. (104.55) və (104.58)-dən aydın olur ki, spinin proyeksiyalarına uyğun olan operatorlar da bir-biri ilə aşağıdakı antikommutativlik şərtlərini ödəyir:

$$\hat{s}_x \hat{s}_y + \hat{s}_y \hat{s}_x = 0, \quad \hat{s}_y \hat{s}_z + \hat{s}_z \hat{s}_y = 0, \quad \hat{s}_z \hat{s}_x + \hat{s}_x \hat{s}_z = 0. \quad (104.59)$$

Göstərmək olar ki, Pauli matrislərinin kvadratı vahid matrisə bərabərdir:

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (104.60)$$

Biz spin  $\frac{1}{2}$ -ə bərabər olan hal üçün spin operatorlarının ifadəsini tapdıq. Spinin digər qiymətləri üçün də spin operatorları analoji üsulla tapıla bilər. Məsələn, spin  $s=1$  olduqda  $\hat{s}^2$  operatorunun məxsusi qiyməti  $\hat{M}_s^2 = \hbar^2 s(s+1) = 2\hbar^2$ .  $\hat{s}_z$  operatorunun məxsusi qiymətləri isə  $M_{sz} = +1, 0, -1$  olur. Bu halda  $\hat{s}^2$  və  $\hat{s}_z$  matrisləri

$$\hat{s}^2 = 2\hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (104.61)$$

$$\hat{s}_z = \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (104.62)$$

kimi təyin olunur və spin funksiyası  $\varphi(\sigma)$  üç komponentli olur. (104.39) və (104.41) düsturları spinin konkret bir qiyməti üçün deyil, ümumi hal üçün yazılmışdır. Ona görə də həmin ifadələr spinin  $s=1$  qiyməti üçün də doğrudur. Deməli, (104.39) və (104.41) ifadələrindən istifadə edərək  $s=1$  olduqda  $\hat{s}_+$  və  $\hat{s}_-$  matrislərini aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\hat{s}_+ = \begin{pmatrix} (s_+)_{11} & (s_+)_{10} & (s_+)_{1-1} \\ (s_+)_{01} & (s_+)_{00} & (s_+)_{0-1} \\ (s_+)_{-11} & (s_+)_{-10} & (s_+)_{-1-1} \end{pmatrix} = \hbar c \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (104.63)$$

$$\hat{s}_- = \begin{pmatrix} (s_-)_{11} & (s_-)_{10} & (s_-)_{1-1} \\ (s_-)_{01} & (s_-)_{00} & (s_-)_{0-1} \\ (s_-)_{-11} & (s_-)_{-10} & (s_-)_{-1-1} \end{pmatrix} = \hbar c \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (104.64)$$

Burada da,  $s=1/2$  halında olduğu kimi, (104.63) və (104.64) matrislərində  $c$  əmsalının eyni olduğunu isbat etmək olur. (104.63) və (104.64)-ü (104.28) və (104.29)-da nəzərə alaraq  $\hat{s}_x$  və  $\hat{s}_y$  matrislərini tapırıq:

$$\hat{s}_x = c \cdot \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{s}_y = c \cdot \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}. \quad (104.65)$$

(104.65) və (104.62) matrislərinin kvadratı

$$\hat{s}_x^2 = \frac{\hbar^2 c^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\hat{s}_y^2 = \frac{\hbar^2 c^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (104.66)$$

$$\hat{s}_z^2 = \frac{\hbar^2 c^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

kimidir. Bu matrisləri toplayaraq

$$\hat{s}^2 = \hat{s}_x^2 + \hat{s}_y^2 + \hat{s}_z^2 = \hbar^2 \begin{pmatrix} 1+c^2/2 & 0 & 0 \\ 0 & c^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1+c^2/2 \end{pmatrix} \quad (104.67)$$

alırıq. (104.67) və (104.61) matrislərinin müqayisəsindən görünür ki,  $c^2=2$  və  $c = \sqrt{2}$  olmalıdır.  $c$ -nin bu qiymətini (104.65)-də yazmaqla

$$\hat{s}_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{s}_y = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad (104.68)$$

alırıq.

Qeyd etmək lazımdır ki,  $s=1/2$  halındakından fərqli olaraq  $s=1$  qiymətində spinin proyeksiyalarına uyğun olan operatorların kvadratları bir-birinə bərabər olmur, yəni (104.53)-dən fərqli olaraq  $\hat{s}_x^2 \neq \hat{s}_y^2 \neq \hat{s}_z^2$  alınır. Bundan başqa, (104.68) və (104.62) matrisləri üçün (104.59) münasibətləri də ödənmir. Lakin bilavasitə yoxlamaqla inanmaq

olar ki, spinin  $s=1$  qiyməti üçün (104.21) qeyri-kommutativlik və (104.22) kommutativlik münasibətləri, gözlənilməli kimi, ödənilir.

İndi isə elektronun spin operatorlarının məxsusi qiymətlərini və məxsusi funksiyalarını tapmaq. Aydındır ki, bu məqsədlə

$$\hat{s}_i \varphi_i = s_i \varphi_i \quad (i=x,y,z) \quad (104.69)$$

operator tənlikləri həll edilməlidir (E73). Burada  $\hat{s}_x, \hat{s}_y, \hat{s}_z$  operatorları (104.53) ifadələri ilə təyin olunur,  $\varphi_i$  isə (104.11) kimi ikisətirlili sütün matrisidir. (104.53) və (104.11)-ə əsasən  $\hat{s}_x \varphi_x = s_x \varphi_x$  tənliyini aşağıdakı kimi yazmaq:

$$\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = s_x \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}.$$

Sol tərəfdəki matrisləri vuraraq

$$\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} a_2 \\ a_1 \end{pmatrix} = s_x \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad \text{və ya} \quad \begin{pmatrix} \hbar a_2 / 2 \\ \hbar a_1 / 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_x a_1 \\ s_x a_2 \end{pmatrix} \quad (104.70)$$

alırıq. Matrislərin bir-birinə bərabər olması üçün onların uyğun elementləri bir-birinə bərabər olmalıdır. Deməli, (104.70) bərabərliyindən  $a_1$  və  $a_2$  məchullarını tapmaq üçün iki dənə xətti bircinsli tənlik alınır:

$$\begin{aligned} s_x a_1 - \frac{\hbar}{2} a_2 &= 0 \\ \frac{\hbar}{2} a_1 - s_x a_2 &= 0 \end{aligned} \quad (104.71)$$

Riyaziyyatdan məlumdur ki, bu tənliklər sisteminin sıfırdan fərqli həllinin olması üçün məchulların əmsallarından düzəldilmiş determinant sıfır bərabər olmalıdır:

$$\begin{vmatrix} s_x & -\hbar/2 \\ \hbar/2 & -s_x \end{vmatrix} = 0.$$

Buradan  $-s_x^2 + (\hbar/2)^2 = 0$  tənliyi alınır ki, bunun da həlləri

$$s_x = +\hbar/2, \quad s_x = -\hbar/2 \quad (104.72)$$

olur. Deməli,  $\hat{s}_x$  operatorunun məxsusi qiymətləri, yəni spinin  $x$  oxu üzrə proyeksiyasının mümkün olan qiymətləri (104.72) kimidir. Bu məxsusi qiymətlərə uyğun olan məxsusi funksiyaları tapmaq üçün isə onların hər birini (104.71)-də yazaraq alınan tənliklər sistemini həll edərək  $a_1$  və  $a_2$  məchullarını tapmaq lazımdır. Beləliklə,  $s_x = \frac{\hbar}{2}$  qiymətini (104.71)-də yazaraq

$$a_1 - a_2 = 0$$

$$a_2 - a_1 = 0$$

və buradan  $a_1 = a_2 = a$  alırıq. Ona görə də (104.11)-ə əsasən

$$\varphi_{s_x=\hbar/2} = \begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix}$$

yazmaq olar. (104.12) normalanma şərtindən alınır ki,  $2|a|^2 = 1$ ,  $|a|^2 = \frac{1}{2}$  və  $a = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\alpha_x}$ .

Beləliklə,

$$\varphi_{s_x=\hbar/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\alpha_x} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (104.73)$$

alırıq. İndi isə  $s_x = -\frac{\hbar}{2}$  qiymətini (104.71)-də yazaraq analoji yolla  $\hat{s}_x$  operatorunun digər məxsusi funksiyasını tapırıq:

$$\varphi_{s_x=-\hbar/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\alpha_x} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}. \quad (104.74)$$

(104.53) və (104.11)-ə əsasən (104.69) tənliyini  $\hat{s}_y$  operatoru üçün yazaq:

$$\hat{s}_y \varphi_y = s_y \varphi_y, \quad \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = s_y \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}.$$

Burada matrisləri vuraraq və sağ və sol tərəfdəki matrislərin uyğun elementlərini bir-birinə bərabərləşdirərək aşağıdakı tənliklər sistemini alırıq:

$$s_y b_1 + i \frac{\hbar}{2} b_2 = 0, \quad (104.75)$$

$$i \frac{\hbar}{2} b_1 - s_y b_2 = 0$$

$b_1$  və  $b_2$  məchullarının əmsallarından düzəldilmiş determinantı sıfıra bərabər edərək alınan

$$-s_y^2 + (\hbar/2)^2 = 0 \quad (104.76)$$

tənliyini həll etməklə,  $\hat{s}_y$  operatorunun məxsusi qiymətlərini, yəni elektronun spininin  $y$  oxu üzrə proyeksiyasının mümkün olan qiymətlərini tapırıq:

$$s_y = +\hbar/2, \quad s_y = -\hbar/2. \quad (104.77)$$

(104.75)-də  $s_y = \hbar/2$  yazaraq və  $\hbar/2$ -yə ixtisar edərək

$$b_1 + i b_2 = 0$$

$$i b_1 - b_2 = 0$$

tənliklər sistemini alırıq. Buradan görünür ki,  $b_2 = i b_1$  və deməli,  $|b_2| = |b_1|$ . (104.12)

normallıq şərtinə əsasən  $1 = |b_1|^2 + |b_2|^2 = 2|b_1|^2 = 2|b_2|^2$  olduğundan

$$b_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\alpha_y}, \quad b_2 = \frac{i}{\sqrt{2}} e^{i\alpha_y}$$

yaza bilərik. Beləliklə,

$$\varphi_{s_y=\hbar/2} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\alpha_y} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}. \quad (104.78)$$

və analoji yolla  $\hat{s}_y$  operatorunun digər məxsusi funksiyası üçün

$$\varphi_{s_y=-\hbar/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\alpha_y} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (104.79)$$

ifadəsini tapırıq.

(104.53) və (104.11)-ə əsasən (104.69) tənliyini  $\hat{s}_z$  operatoru üçün də yazaraq və yuxarıdakı qayda üzrə hərəkət edərək bu operatorun məxsusi qiymətləri və onlara mənsub olan məxsusi funksiyalar üçün artıq bizə məlum olan /bax: (104.43), (104.14)/ aşağıdakı ifadələri tapırıq:

$$s_z = +\hbar/2, \quad s_z = -\hbar/2 \quad (104.80)$$

$$\varphi_{s_z=\hbar/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\alpha_z} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi_{s_z=-\hbar/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\alpha_z} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (104.81)$$

Göründüyü kimi, elektronun spininin  $s_x$ ,  $s_y$  və  $s_z$  proyeksiyalarının mümkün olan qiymətləri (uyğun spin operatorlarının məxsusi qiymətləri)  $\pm\hbar/2$  olub, bir-birinə bərabərdir. Lakin  $\hat{s}_x, \hat{s}_y, \hat{s}_z$  operatorlarının məxsusi funksiyaları müxtəlifdir (xatırlayaq ki, yuxarıdakı hesablamalar  $\hat{s}_z$  operatorunun təsvirində aparılmışdır). Aydındır ki, (104.73), (104.74), (104.78), (104.79) və (104.81) ifadələrində  $e^{i\alpha}$  ixtiyari faza vuruğunu 1-ə bərabər, yəni  $\alpha=0$  götürmək olar.

Nəhayət, (104.53)-ə əsasən  $\hat{s}^2$  operatoru üçün (104.69)-a uyğun tənliyi

$$\hat{s}^2 \varphi = s^2 \varphi, \quad \frac{3\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = s^2 \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (104.82)$$

kimi yazmaq olar. Burada matrisləri vurduqdan sonra alınan

$$\frac{3\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = s^2 \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (104.83)$$

bərabərliyindən görünür ki,  $\hat{s}^2$  operatorunun məxsusi qiyməti  $s^2=3\hbar^2/4$ , məxsusi funksiyası isə elementləri  $|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1$  normallıq şərtini ödəyən ikisətirli ixtiyari sütun matrisi kimi təyin olunur.

$$\varphi_{s^2} = s^2 \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}. \quad (104.84)$$

Qeyd edək ki, atom fizikasında bir qayda olaraq elektronun  $\hat{s}^2$  və  $\hat{s}_z$  spin



operatorlarından istifadə edilir. Bu operatorlar bir-biri ilə kommutativ olduğu üçün /bax: (104.22)/ onların məxsusi funksiyaları eyni olmalıdır.  $\hat{s}^2$  və  $\hat{s}_z$  operatorlarının məxsusi funksiyalarını biz  $u_{m_s}(\sigma)$  kimi işarə edəcəyik. Yuxarıda deyilənlərə uyğun olaraq  $u_{m_s}(\sigma)$  spin funksiyası aşağıdakı operator tənliklərini ödəyir:

$$\hat{s}^2 u_{m_s}(\sigma) = \hbar^2 s(s+1) u_{m_s}(\sigma), \quad (104.85)$$

$$\hat{s}_z u_{m_s}(\sigma) = \hbar m_s u_{m_s}(\sigma). \quad (104.86)$$

Burada  $m_s$  – spin kvant ədədi,  $\sigma$  – spin koordinatıdır. Elektron üçün  $m_s = \pm 1/2$ ,  $\sigma = \pm 1/2$  olur.

$u_{m_s}(\sigma)$  spin funksiyaları aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$u_{m_s}(\sigma) = \delta_{m_s, \sigma} = \begin{cases} 1, & \sigma = m_s \\ 0, & \sigma \neq m_s \end{cases}. \quad (104.87)$$

Matris şəklində isə

$$u_{1/2}(1/2) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u_{-1/2}(-1/2) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (104.88)$$

kimi yazılır.

$u_{m_s}(\sigma)$  spin funksiyaları üçün aşağıdakı ortonormallıq şərti ödəyir:

$$\sum_{\sigma = \pm 1/2} u_{m_s}(\sigma) u_{m'_s}(\sigma) = \delta_{m_s, m'_s} \quad (104.89)$$

## XII FƏSİL. ÇOXELEKTRONLU ATOMLARIN ELEKTRON QURULUŞU

### Ə105. Çoxelektronlu atomlar üçün mərkəzi sahə yaxınlaşması

Atomların elektron quruluşunun müasir nəzəriyyəsi kvant mexanikasına əsaslanır. Kvant mexanikasının əsas tənliyi olan Şredinger tənliyini isə yalnız hidrogen atomu və hidrogenəbənzər ionlar üçün dəqiq həll etmək olur (Ə98). İki və daha çox elektronu olan atomlar üçün bu tənlidə dəyişənlər ayrılmağına görə onun dəqiq həllini tapmaq qeyri-mümkündür. Ona görə də həmin tənliyi həll etmək üçün müxtəlif təqribi üsullardan istifadə olunur. Bu üsullardan ən geniş tətbiq olunanı və daha yaxşı nəticə verəni Xartri-Fokun öz-özünə qərarlaşmış sahə metodudur (Ə135). Atomlar üçün bu metod mərkəzi sahə yaxınlaşmasına əsaslanmışdır.

N. Bor hidrogenəbənzər atomlar üçün öz nəzəriyyəsini çoxelektronlu atomlara da tətbiq etmək məqsədilə 1920-ci ildə mərkəzi sahə modelini təklif etmişdir. Bu zaman o, kimyada və spektroskopiyada toplanmış bir sıra təcrübi faktlara əsaslanmışdır. Mərkəzi sahə modeli Mendeleyev cədvəlini və atomların bir sıra mühüm xassələrini izah etməyə imkan vermişdir.

Kimyaçılar müəyyən etmişdilər ki, təsirsiz qazlar mövcuddur və onların atomları digər atomlara nisbətən daha dayanıqlıdır. Məhz buna görə də Mendeleyev cədvəlində təsirsiz qaz atomu ilə yanaşı (ondan əvvəl və ya sonra) yerləşən elementin atomu öz elektron örtüyünü bu təsirsiz qaz atomunun elektron konfigurasiyasına tamamlamağa çalışır. Doğrudan da, metal atomları öz valent elektronunu asanlıqla itirərək, qeyri-metal atomları isə elektronu zəbt edərək uyğun təsirsiz qaz atomunun halına oxşar olan daha dayanıqlı hala keçirlər. Çünki bu zaman atomun enerjisi azalır və o, daha dayanıqlı sistemə çevrilir.

Təcrübələrlə müəyyən edilmişdir ki, atomların optik spektrlərində periodiklik müşahidə olunur. Belə ki, məsələn, bir dənə valent elektronu olan bütün atomların optik spektrlərində eyni qanunauyğunluqlar və *s*-, *p*-, *d*-, *f*-seriyaları müşahidə olunur. Bunun kimi də, iki valent elektronu olan atomların optik spektrləri eyni bir qanunauyğunluğa malikdir və s.

Atomların kimyəvi xassələri və optik spektrləri onların valent elektronları ilə əlaqədardır.

Müşahidələr göstərdi ki, optik spektrlərdən fərqli olaraq atomların rentgen spektrlərində periodiklik yoxdur (Ə32). Belə ki, Mendeleyev cədvəlində eyni dövrdə yanaşı yerləşən iki qonşu atomun (məsələn, bir və iki valentli) rentgen spektrləri demək olar ki, eynidir. Digər tərəfdən müəyyən edilmişdir ki, hər bir atomun rentgen spektri onun daxili elektronlarının keçidləri sayəsində alınır. Buradan belə nəticə çıxarmaq olar ki, hər bir atomun elektron örtüyünün daxili təbəqələrində Mendeleyev cədvəlində bu atomdan qabaqda yerləşmiş atomların daxili təbəqələri təkrarlanır.

Biz mərkəzi sahə yaxınlaşmasını kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsasən şərh edə bilərik.

Potensialı mərkəz adlanan tərpənməz nöqtəyə qədər məsafədən asılı olan sahəyə

mərkəzi sahə deyilir. Məsələn, hidrogenəbənzər atomlarda nüvənin yaratdığı Kulon sahəsi mərkəzi sahədir:  $u(r) = -\frac{ze^2}{r}$ . Lakin çoxelektronlu atomlarda nüvə ilə hər bir elektron arasındakı Kulon qarşılıqlı təsirdən başqa, həm də elektronların özləri arasında Kulon qarşılıqlı təsiri mövcud olduğuna görə hər bir elektrona təsir edən xarici sahə mərkəzi sahə deyildir. Doğrudan da, spin və relyativistik effektləri nəzərə almadıqda çoxelektronlu atom üçün Hamilton operatorunu aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\hat{H} = \sum_{\mu=1}^N \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\mu}^2 - \frac{ze^2}{r_{\mu}} \right) + \sum_{\mu < \nu}^N \frac{e^2}{r_{\mu\nu}} \quad (105.1)$$

Burada  $m$ -elektronun kütləsi,  $e$ -elektronun yükü,  $z$ -atomun sıra nömrəsi,  $N$ -atomdakı elektronların sayı,  $-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\mu}^2 - \mu$ -cü elektronun kinetik enerji operatoru,  $-\frac{ze^2}{r_{\mu}}$ - $\mu$ -cü elektronun nüvə ilə elektrostatik qarşılıqlı təsirinə potensial enerjisi,  $\frac{e^2}{r_{\mu\nu}}$  isə  $\mu$ -cü və  $\nu$ -cü elektronlar arasında Kulon itələmə enerjisidir. İkinci cəmdə  $\mu < \nu$  şərti göstərir ki, bu cəmdə  $\mu = \nu$  olan hədlər nəzərə alınmır və hər bir cüt elektron arasında qarşılıqlı təsir yalnız bir dəfə nəzərə alınır.

(105.1) ifadəsindən görünür ki, atomda  $\mu$ -cü elektronun potensial enerjisi

$$-\frac{ze^2}{r_{\mu}} + \sum_{\mu \neq \nu=1}^{N-1} \frac{e^2}{r_{\mu\nu}}$$

kimi təyin olunur və həmin elektronun yalnız nüvədən olan  $r_{\mu}$  məsafəsindən deyil, həm də elektronlar arası  $r_{\mu\nu}$  məsafələrindən (bu məsafələrin sayı  $\mu$ -cü elektron üçün  $N-1$  olur) asılıdır. Başqa sözlə, atomda  $\mu$ -cü elektron mərkəzi sahədə hərəkət etmir.

Beləliklə,  $N$  elektronlu ( $N > 2$ ) atom üçün qeyri-relyativistik  $\hat{H}\psi = E\psi$  Şredinger tənliyi aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\left[ \sum_{\mu=1}^N \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\mu}^2 - \frac{ze^2}{r_{\mu}} \right) + \sum_{\mu < \nu}^N \frac{e^2}{r_{\mu\nu}} \right] \psi(x_1, x_2, \dots, x_N) = E\psi(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (105.2)$$

Burada  $E$ -atomun tam elektron enerjisi,  $\psi(x_1, x_2, \dots, x_N)$  atomun tam dalğa funksiyası,  $x_{\mu}$  isə  $\mu$ -cü elektronun fəza və spin koordinatlarının birgə işarəsidir:  $x_{\mu} = x_{\mu} \nu_{\mu} \sigma_{\mu}$ .

Elektronlar arasında Kulon itələmə qarşılıqlı təsirinə enerjisini təyin edən  $e^2/r_{\mu\nu}$  hədlərinin olması sayəsində (105.2) diferensial tənliyini dəqiq həll etmək qeyri-mümkündür. Qeyd edək ki, səma mexanikasında da buna bənzər məsələ meydana çıxır. Məsələn, Günəş sistemində planetlər arasındakı qarşılıqlı təsirin enerjisi onların Günəş ilə qarşılıqlı təsir enerjisindən çox kiçikdir. Ona görə də hər bir planetin hərəkətini tədqiq edərkən birinci yaxınlaşmada onun digər planetlərlə qarşılıqlı təsirini nəzərə almamaq olar ki, bunun da nəticəsində məsələ yalnız bir dənə planetin Günəşin cazibə sahəsində hərəkəti haqqında məsələyə gətirilir. Bu məsələni həll edərək planetin trayektoriyası üçün ellips alınır. Sonra isə digər planetlərin də təsiri kiçik həyəcanlaşma kimi nəzərə

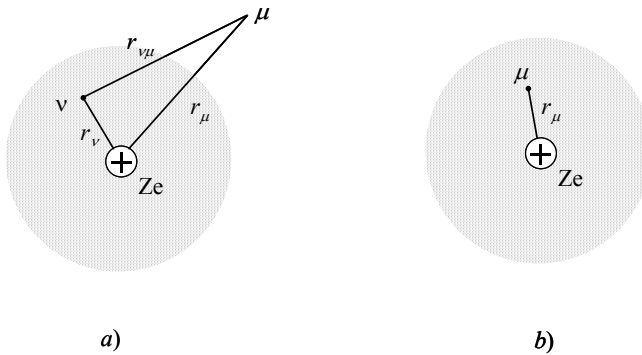
alınmaqla məsələ həll edilir və nəticədə trayektoriyanın ellips deyil, lakin ona çox yaxın olan bir qapalı əyri olduğu tapılır. Atomda elektronların hərəkətini təsvir edən (105.2) tənliyini həll etmək üçün isə bu cür yaxınlaşma özünü doğrultmur. Çünki atomda elektronlar arasında qarşılıqlı təsir enerjisi elektronların nüvə ilə qarşılıqlı təsir enerjisi ilə eyni tərtiblikdir və kiçik həyəcanlaşma hesab edilə bilməz. Lakin (105.2) tənliyini həll etmək üçün səma mexanikasında işlənib-hazırlanmış metodikadan istifadə etmək məqsədilə mərkəzi sahə yaxınlaşması təklif olunmuşdur. Mərkəzi sahə yaxınlaşmasına görə  $N$ -elektronlu atomda  $\mu$ -cü elektronun digər  $N-1$  sayda elektronla qarşılıqlı təsir enerjisini bu elektronun yalnız nüvədən olan  $r_\mu$  məsafəsindən asılı  $F(N-1, r_\mu)$  funksiyası ilə əvəz edirlər:

$$\sum_{\mu \neq \nu=1}^{N-1} \frac{e^2}{r_{\mu\nu}} \rightarrow F(N-1, r_\mu).$$

Bu məqsədlə isə ekranlaşma ideyasından istifadə olunur.

Aşağıdakı kimi iki limit halına baxaq.

1. Fərz edək ki, atomda  $\mu$ -cü elektron digər  $N-1$  sayda elektrona nisbətən nüvədən daha uzaqda yerləşmişdir, yəni  $r_\mu \gg r_\nu$  (şəkil 105.1a). Bu halda  $r_\mu \approx r_\nu$  və  $\frac{e^2}{r_{\mu\nu}} \approx \frac{e^2}{r_\mu}$  olduğundan



Шякил 105.1.

$$\sum_{\mu \neq \nu=1}^{N-1} \frac{e^2}{r_{\mu\nu}} \approx \sum_{\nu=1}^{N-1} \frac{e^2}{r_\mu} = \frac{(N-1)e^2}{r_\mu} = F(N-1, r_\mu) \quad (105.3)$$

yaza bilərik. Onda atomda  $\mu$ -cü elektronun potensial enerjisi aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\begin{aligned} -\frac{ze^2}{r_\mu} + \sum_{\mu \neq \nu=1}^{N-1} \frac{e^2}{r_{\mu\nu}} &\approx -\frac{ze^2}{r_\mu} + \frac{(N-1)e^2}{r_\mu} = \\ &= -\frac{[z-(N-1)]e^2}{r_\mu} = -\frac{z'e^2}{r_\mu} = u(r_\mu) \end{aligned} \quad (105.4)$$

Deməli,  $r_\mu \gg r_\nu$  olan halda  $\mu$ -cü elektron elə bil ki, yükü  $z'e = [z - (N-1)]e$  olan nüvənin yaratdığı mərkəzi sahədə hərəkət edir. Başqa sözlə, atomda  $\mu$ -cü elektrona

nüvənin digər  $N-1$  sayda elektron tərəfindən ekranlaşdırılmış mərkəzi sahəsi təsir edir.

2.  $\mu$ -cü elektron digər  $N-1$  sayda elektrona nisbətən nüvəyə daha yaxın yerləşmişdir, yəni  $r_\mu \ll r_\nu$  (şəkil 105.1b). Bu halda belə fərz etmək olar ki,  $N-1$  sayda elektron orta radiusu  $a$  olan sferanın səthi üzərində yerləşmişdir. Məlumdur ki, belə sferanın daxilində elektrik sahəsinin potensialı sabit olub

$$\frac{e'}{a} = -\frac{(N-1)e}{a}$$

kimi təyin olunur. Onda baxılan  $\mu$ -cü elektronun potensial enerjisi

$$-\frac{ee'}{a} = \frac{(N-1)e^2}{a} = const$$

olar. Beləliklə,  $r_\mu \ll r_\nu$  olduqda  $\mu$ -cü elektronun potensial enerjisi

$$-\frac{ze^2}{r_\mu} + \sum_{\mu \neq \nu=1}^{N-1} \frac{e^2}{r_{\mu\nu}} \approx -\frac{ze^2}{r_\mu} + \frac{(N-1)e^2}{a} = -\frac{ze^2}{r_\mu} + const = u(r_\mu) \quad (105.5)$$

olar. Deməli, bu halda  $\mu$ -cü elektron elə bil ki, potensialı  $u(r_\mu)$  olan mərkəzi sahədə hərəkət edir.

(105.4) və (105.5) ifadələrini birləşdirərək çoxelektronlu atomda baxılan  $\mu$ -cü elektronun potensial enerjisi üçün

$$u(r_\mu) = \begin{cases} -\frac{[z-(N-1)]e^2}{r_\mu}, & r_\mu \gg r_\nu \\ -\frac{ze^2}{r_\mu} + const, & r_\mu \ll r_\nu \end{cases} \quad (105.6)$$

ifadələrini yazmaq olar ki, bu da mərkəzi sahəyə uyğundur. Qeyd edək ki, (105.6) ifadəsi ilə təyin olunan  $u(r_\mu)$  kəmiyyəti  $N$ -elektronlu atomda baxılan  $\mu$ -cü elektronun nüvə ilə və digər  $N-1$  sayda elektronla qarşılıqlı təsir enerjisini əvəz edir:

$$-\frac{ze^2}{r_\mu} + \sum_{\mu \neq \nu=1}^{N-1} \frac{e^2}{r_{\mu\nu}} \approx u(r_\mu). \quad (105.7)$$

(105.7)-ni (105.1)-də nəzərə almaqla

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \sum_{\mu=1}^N \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_\mu^2 + u(r_\mu) \right] + \sum_{\mu=1}^N \left[ -\frac{ze^2}{r_\mu} - u(r_\mu) \right] + \\ &+ \sum_{\mu < \nu}^N \frac{e^2}{r_{\mu\nu}} = \hat{H}_0 + \hat{W} \end{aligned} \quad (105.8)$$

yazmaq olar. Burada

$$\hat{H}_0 = \sum_{\mu=1}^N \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_\mu^2 + u(r_\mu) \right], \quad (105.9)$$

$$\hat{W} = \sum_{\mu=1}^N \left[ -\frac{ze^2}{r_{\mu}} - u(r_{\mu}) \right] + \sum_{\mu < \nu}^N \frac{e^2}{r_{\mu\nu}} \quad (105.10)$$

işarə edilmişdir.

Qeyd edək ki,  $u(r_{\mu})$  kəmiyyətində elektronlar arasındakı Kulon qarşılıqlı təsirin böyük hissəsi nəzərə alındığı üçün  $\hat{W}$  kəmiyyəti çox kiçikdir. Doğrudan da, (105.7) və (105.10)-dan görüldüyü kimi,  $\hat{W}$  kəmiyyəti  $-\sum_{\mu=1}^N \frac{ze^2}{r_{\mu}} + \sum_{\mu < \nu}^N \frac{e^2}{r_{\mu\nu}}$  ilə  $\sum_{\mu=1}^N u(r_{\mu})$  arasındakı kiçik fərqə

bərabərdir. Ona görə  $\hat{W}$  kəmiyyətini, səma mexanikasında edilənə oxşar olaraq, kiçik həyəcanlaşma kimi qəbul etməklə, (105.2) Şredinger tənliyinin həlli üçün həyəcanlaşma nəzəriyyəsini tətbiq etmək olar. Bu məqsədlə (105.8)-i (105.2)-də yazaraq alınan

$$(\hat{H}_0 + \hat{W})\psi = E\psi \quad (105.11)$$

tənliyində  $\hat{W}$  kiçik kəmiyyətini həyəcanlaşma hesab edərək birinci yaxınlaşmada nəzərə almamaq olar. Bu yaxınlaşmanın mahiyyəti ondan ibarətdir ki, çoxelektronlu atomda hər bir elektron digər elektronlardan asılı olmayaraq müəyyən mərkəzi sahədə hərəkət edir. Mərkəzi sahə yaxınlaşması anlayışı da məhz buradan meydana çıxır.

Beləliklə, çoxelektronlu atom üçün (105.2) və ya (105.11) Şredinger tənliyi aşağıdakı şəkli düşür:

$$\hat{H}_0\psi_0 = \sum_{\mu=1}^N \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\mu}^2 + u(r_{\mu}) \right] \psi_0 = E_0\psi_0 \quad (105.12)$$

Deməli, mərkəzi sahə yaxınlaşması  $N$ -elektronlu atom üçün (105.2) Şredinger tənliyini atomda bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olmayan və hər biri müəyyən mərkəzi sahədə hərəkət edən  $N$ -sayda elektron üçün (105.12) Şredinger tənliyinə (sərbəst elektronlar modeli) gətirməyə imkan verir. Görüldüyü kimi, (105.12) tənliyinin sol tərəfindəki  $\hat{H}_0$  operatoru hər biri yalnız bir dənə elektronun koordinatlarına aid olan  $N$  sayda həddin cəmindən ibarətdir.

Məlumdur ki, bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olmayan hissəciklərdən ibarət olan sistemin tam dalğa funksiyası ayrı-ayrı hissəciklərin dalğa funksiyalarının hasili kimi, belə sistemin tam enerjisi isə ayrı-ayrı hissəciklərin enerjilərinin cəmi kimi götürülə bilər (E72). Ona görə də (105.12) tənliyinin həllini

$$\Psi_0 = \prod_{\mu=1}^N u(x_{\mu}) = u(x_1)u(x_2) \cdots u(x_N), \quad (105.13)$$

$$E_0 = \sum_{\mu=1}^N \varepsilon_{\mu} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_N \quad (105.14)$$

şəklində axtarmaq olar. Burada  $u(x_{\mu})$  və  $\varepsilon_{\mu}$  atomda mərkəzi sahə yaxınlaşmasında  $\mu$ -cü elektronun dalğa funksiyası və enerjisidir.

(105.13) və (105.14)-ü (105.12)-də yazdıqdan sonra alınan tənliyin sol və sağ tərəflərindəki uyğun hədləri bərabərləşdirərək hər birinə yalnız bir dənə elektronun koordinatları daxil olan aşağıdakı kimi  $N$  sayda tənlik alırıq:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\mu}^2 + u(r_{\mu}) \right] u(x_{\mu}) = \varepsilon_{\mu} u(x_{\mu}), \quad \mu = 1, 2, \dots, N. \quad (105.15)$$

Bu tənliklərin hamısı eyni bir formaya malik olduğundan onları indekssiz yazmaq və  $N$  sayda tənliyin əvəzinə yalnız bir dənə

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + u(r) \right] u(x, y, z) = \varepsilon u(x, y, z) \quad (105.16)$$

kimi tənliyi həll etməklə kifayətlənmək olar.

Göründüyü kimi, (105.16) ifadəsi  $u(r)$  mərkəzi sahəsində hərəkət edən bir dənə elektron üçün (96.4) Şredinger tənliyidir. Beləliklə, mərkəzi sahə yaxınlaşmasından istifadə etdikdə  $N$ -elektronlu atom üçün (105.2) Şredinger tənliyi aşkar ifadəsi məlum olmayan  $u(r)$  mərkəzi sahəsində hərəkət edən bir dənə elektron üçün (105.16) Şredinger tənliyinə gətirilir. (105.16) tənliyi zahirən hidrogenəbənzər atomlar üçün Şredinger tənliyinə oxşasa da, ondan ciddi şəkildə fərqlənir. Bu fərq ondan ibarətdir ki, hidrogenəbənzər atomlar üçün  $u(r)$  funksiyasının aşkar şəkli məlum olduğu halda (105.16) tənliyinə daxil olan  $u(r)$  kəmiyyətinin ifadəsi məlum deyildir. Lakin buna baxmayaraq (105.16) tənliyini də hidrogenəbənzər atomlar üçün olduğu kimi, dəyişənləri ayırmaq üsulu ilə həll etmək və onun həllini

$$u_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (105.17)$$

$$u_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r) S_{lm}(\theta, \varphi) \quad (105.18)$$

kimi göstərmək olar (E96). Bu dalğa funksiyalarının ifadəsində  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  kompleks və  $S_{lm}(\theta, \varphi)$  həqiqi sferik funksiyaları hidrogenəbənzər atomların dalğa funksiyalarının (E98) bucaqdan asılı hissələri ilə eynidir və uyğun olaraq (84.29) və (98.33) ifadələri ilə təyin olunurlar. Lakin radial hissə haqqında bunu demək olmaz. Belə ki, işarənin eyni olmasına baxmayaraq (105.17) və (105.18)-də  $R_{nl}(r)$  radial funksiyası hidrogenəbənzər atomların radial dalğa funksiyaları (E98) ilə eyni deyildir.

(105.17) və ya (105.18)-i (105.16)-da yazaraq  $R_{nl}(r)$  radial funksiyalarını tapmaq üçün (96.11) və ya (96.12)-yə oxşar olan aşağıdakı iki tərtibli diferensial tənliyi alırıq:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR_{nl}}{dr} \right) + \left[ u(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \right] R_{nl} = \varepsilon_{nl} R_{nl}. \quad (105.19)$$

(105.19)-dan göründüyü kimi, (105.17) və (105.18) dalğa funksiyalarının radial hissəsi  $R_{nl}(r)$  elektronun hərəkət etdiyi mərkəzi sahənin potensialından asılıdır. Başqa sözlə, (105.19) tənliyini dəqiq həll etmək üçün  $u(r)$  funksiyasının aşkar ifadəsi hökmən məlum olmalıdır. Lakin acı təəssüf hissi ilə qeyd etməyə məcburuq ki,  $u(r)$  funksiyası üçün dəqiq və ümumi analitik ifadə məlum deyildir. Ona görə də (105.19) tənliyinin, bəzi xüsusi hallar istisna olmaqla (məsələn, hidrogenəbənzər atomlar, E98), ümumi şəkildə dəqiq həllini tapmaq, yəni  $R_{nl}(r)$  funksiyası üçün dəqiq ümumi analitik ifadəni müəyyən etmək qeyri-mümkündür.

Qeyd edək ki, (105.17) və (105.18) dalğa funksiyalarının bucaqdan asılı hissələri olan  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  və  $S_{lm}(\theta, \varphi)$  sferik funksiyaları mərkəzi sahənin  $u(r)$  potensialından asılı deyildir. Ona görə də atomların (105.17) və (105.18) dalğa funksiyalarının bucaqdan asılı hissəsi ilə əlaqədar olan bir çox fiziki və kimyəvi xassələri (105.19) tənliyini həll etmədən də

öyrənİLə bilər.

Məlumdur ki, mərkəzi sahədə hərəkət edən hissəciyin tam enerjisindən başqa impuls momenti və bu momentin üstün istiqamət üzrə proyeksiyası da saxlanır. Onda, kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsasən, mərkəzi sahədə hərəkət edən bir dənə elektron üçün bu saxlanan kəmiyyətlərə uyğun olan

$$\hat{H}'_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + u(r), \quad (105.20)$$

$\hat{M}^2$  və  $\hat{M}_z$  operatorları bir-biri ilə kommutativ olmalıdır:

$$\hat{M}^2\hat{H}'_0 - \hat{H}'_0\hat{M}^2 = 0,$$

$$\hat{M}_z\hat{H}'_0 - \hat{H}'_0\hat{M}_z = 0,$$

$$\hat{M}^2\hat{M}_z - \hat{M}_z\hat{M}^2 = 0.$$

Bu işə o deməkdir ki, həmin operatorların məxsusi funksiyaları eynidir (E73). Deməli, (105.20) kimi təyin olunan  $\hat{H}'_0$  operatorunun (105.17) və (105.18) məxsusi funksiyaları eyni zamanda  $\hat{M}^2$  və  $\hat{M}_z$  operatorlarının da məxsusi funksiyaları olmalıdır, yəni aşağıdakı bərabərliklər ödənməlidir:

$$\hat{H}'_0 u_{nlm_l}(r, \theta, \varphi) = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + u(r) \right] u_{nlm_l} = \varepsilon_{nl} u_{nlm_l}, \quad (105.21)$$

$$\hat{M}^2 u_{nlm_l}(r, \theta, \varphi) = \hbar^2 l(l+1) u_{nlm_l}, \quad (105.22)$$

$$\hat{M}_z u_{nlm_l}(r, \theta, \varphi) = \hbar m_l u_{nlm_l}. \quad (105.23)$$

Digər tərəfdən  $\hat{H}'_0$  Hamilton operatorunun ifadəsinə elektronun spinindən asılı olan hədlər daxil olmadığından, elektronun  $\hat{s}^2$  və  $\hat{s}_z$  spin operatorları (E104) da  $\hat{H}'_0$  operatoru ilə, həm də  $\hat{M}^2$  və  $\hat{M}_z$  ilə kommutativ olmalıdır:

$$\hat{H}'_0 \hat{s}^2 - \hat{s}^2 \hat{H}'_0 = 0,$$

$$\hat{H}'_0 \hat{s}_z - \hat{s}_z \hat{H}'_0 = 0$$

və s. Deməli, mərkəzi sahədə hərəkət edən elektronun  $\hat{H}'_0, \hat{M}^2, \hat{M}_z, \hat{s}^2$  və  $\hat{s}_z$  operatorlarının hamısının məxsusi funksiyaları eyni olmalıdır. Aydındır ki, bu funksiya (105.17) və ya (105.18) funksiyası ilə elektronun (104.87) kimi təyin olunan  $u_{m_s}(\sigma)$  spin funksiyasının hasili şəklində götürülməlidir:

$$u_{nlm_l m_s}(r, \theta, \varphi, \sigma) = u_{nlm_l}(r, \theta, \varphi) u_{m_s}(\sigma). \quad (105.24)$$

(105.24) düsturu ilə təyin olunan  $u_{nlm_l m_s}(r, \theta, \varphi, \sigma)$  birelektronlu dalğa funksiyaları atom spin orbitalları (ASO), elektronun yalnız fəza koordinatlarından asılı olan və



(105.17) və ya (105.18) kimi təyin olunan  $u_{nlm_l}(r, \theta, \varphi)$  funksiyaları isə atom orbitalları (AO) adlanır. Elektron müəyyən atom orbitalında yerləşmişdir dedikdə bu belə başa düşülməlidir ki, atomda bu elektronun halı uyğun Şredinger tənliyinin həlli olan dalğa funksiyası ilə təsvir olunur. Başqa sözlə, atom daxilində elektronun halını təsvir edən dalğa funksiyası atom orbitalı adlanır. Qeyd edək ki, atom orbitalı anlayışını Bor nəzəriyyəindən miras qalmış və kvant mexanikasında öz əhəmiyyətini itirmiş orbit anlayışı ilə qarışdırmaq lazım deyildir.

(105.24) atom spin orbitalları aşağıdakı ortonormallıq şərtini ödəyirlər:

$$\sum_{\sigma=\pm 1/2} \int u_{nlm_l}^*(r, \theta, \varphi, \sigma) u_{n'l'm'_l}(r, \theta, \varphi, \sigma) dV = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{m_l m'_l} \delta_{m_s m'_s} \cdot \quad (105.25)$$

Burada  $dV=r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi$ -sferik koordinatlarda həcm elementidir. (105.25) şərti (105.24) atom spin-orbitallarının ifadəsinə daxil olan  $R_{nl}(r)$ ,  $Y_{lm_l}(\theta, \varphi)$ ,  $S_{lm_l}(\theta, \varphi)$  və  $u_{m_s}(\sigma)$  vuruqlarının, uyğun olaraq, ödədiyi (98.39), (84.34), (98.35) və (104.89) ortonormallıq şərtlərinə əsasən yazılmışdır.

### Ə106. Atomlarda elektronların müxtəlif hallarına uyğun elektron buludları

Məlumdur ki, mərkəzi sahə yaxınlaşmasında atomda hər bir elektronun halı atom spin-orbitalı adlanan dalğa funksiyası ilə təsvir olunur (Ə105). Atom spin-orbitalının (105.24) ifadəsinə dörd kvant ədədi daxildir və ona görə də belə demək olar ki, elektronun atom daxilində halı bu kvant ədədləri ilə xarakterizə olunur, yəni həmin kvant ədədləri atomda elektronun özünü necə aparmasını xarakterizə edir. Ona görə də atomlarda elektronların hallarını təsvir etmək üçün onların kvant ədədlərindən istifadə olunur. Belə ki, mərkəzi sahə yaxınlaşmasında atomda elektronların halları ümumi şəkildə  $nl_m$  kimi işarə edilir. Bu zaman  $n$  baş və  $m$  maqnit kvant ədədləri rəqəmlə,  $l$  orbital kvant ədədi isə latın əlifbasının kiçik hərfləri ilə aşağıdakı kimi göstərilir (Ə99):

$$l = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

$$s \quad p \quad d \quad f \quad g \quad h \dots$$

Məsələn,  $n=2$  olduqda  $l=0$ ,  $m_l=0$  halı  $2s_0$ ,  $l=1$ ,  $m_l=1, 0, -1$  halları isə, uyğun olaraq,  $2p_1$ ,  $2p_0$ ,  $2p_{-1}$  kimi işarə olunur.  $s$  hallar üçün  $l=0$  və ona görə də həmişə  $m_l=0$  olduğundan bu halları işarə edərkən maqnit kvant ədədinin qiymətini yazmırlar:  $1s, 2s, 3s, 4s$  və s.

Çox zaman atomlarda elektronların hallarını (və deməli, atom orbitallarını) işarə etmək üçün  $2p_x, 2p_y, 2p_z, 3d_{xy}, 3d_{xz}$  və s. kimi simvollardan istifadə edilir. Bu işarələmənin mahiyyəti (98.37) və (76.23) ifadələrinə əsasən aydın olur. Belə ki, (76.23)-ə əsasən

$$\sin \theta \cos \varphi = \frac{x}{r},$$

$$\sin \theta \sin \varphi = \frac{y}{r}, \quad (106.1)$$

$$\cos \theta = \frac{z}{r}$$

ifadələrini (98.37)-də nəzərə almaqla bucaqdan asılı hissəsi  $S_{00}(\theta, \varphi)$  funksiyası olan atom orbitalı  $ns$  kimi, bucaqdan asılı hissəsi  $S_{11}(\theta, \varphi)$  funksiyası olan atom orbitalı  $np_x$  kimi və s. işarə olunur. Burada  $n$ – uyğun baş kvant ədədidir, yəni məsələn,  $1p-, 1d-, 2d-, 3f-$  və s. orbitallar ola bilməz. Deməli, atom orbitallarının işarələnməsi üçün yuxarıda göstərilən simvollar əslində  $l$  və  $m_l$  kvant ədədlərinin qiyməti ilə təyin olunur.  $s-, p-, d-$  və  $f-$  hallar üçün bu cür işarələmə qaydası 106.1 cədvəlində verilmişdir.

Cədvəl 106.1

$l$	$m_l$	AO işarəsi	$l$	$m_l$	AO işarəsi
0	0	$ns$	3	3	$nf_{(x^2-3y^2)_x}$
1	1	$np_x$	3	2	$nf_{(x^2-y^2)_z}$
1	-1	$np_y$	3	1	$nf_{(z^2-1)_x}$
1	0	$np_z$	3	0	$nf_{(z^2-1)_z}$
2	2	$nd_{x^2-y^2}$	3	-1	$nf_{(z^2-1)_y}$
2	1	$nd_{xz}$	3	-2	$nf_{xyz}$
2	-1	$nd_{yz}$	3	-3	$nf_{(3x^2-y^2)_y}$
2	2	$nd_{xy}$			

Bor-Zommerfeld nəzəriyyəsinə görə elektron mərkəzi sahədə tamamilə müəyyən orbitlər üzrə hərəkət edir. Kvant mexanikası təsəvvürlərinə görə isə elektronun trayektoriyası anlayışı öz mənasını itirir və elektron atom daxilində istənilən nöqtədə ola bilər. Lakin elektronun müxtəlif oblastlarda olması ehtimalı müxtəlifdir. Müəyyən  $t$  zaman anında elektronun  $dV$  həcm elementində olması ehtimalı onun halını təsvir edən dalğa funksiyasının modulunun kvadratı ilə təyin olunur (E72). Bu, dalğa funksiyasının ehtimal şəklində interpretasiyası adlanır. Bir çox hallarda isə dalğa funksiyasının digər, yəni elektron buludu şəklində interpretasiyasından istifadə edilməsi əyanilik baxımından daha əlverişli olur.

Fərz edək ki, atom daxilində hərəkət edən elektronun vəziyyətini müəyyən zaman anında dəqiq təyin edərək üçölçülü fəzada bir nöqtə ilə qeyd etmək mümkündür. Bu ölçməni çoxlu sayda aparsaq, nüvənin ətrafında nöqtələr çoxluğu alarıq; elə bil ki, elektron nüvənin ətrafında bulud kimi paylanmışdır (yayılmışdır). Elektron buludu anlayışı da məhz bununla əlaqədar olaraq meydana çıxır. Elektron buludunun sıxlığı hər yerdə eyni deyildir. Belə ki, elektron bəzi yerlərdə tez-tez, bəzi yerlərdə isə seyrək (gec-gec) olur. Ona görə də aydındır ki, hər bir həcm elementində elektron buludunun sıxlığı elektronun həmin həcm elementində olması ehtimalı, yəni atom orbitalının modulunun kvadratı  $|u_{nlm_l}(r, \theta, \varphi)|^2$  ilə təyin olunacaqdır:

$$dW_{nlm_l} \sim |u_{nlm_l}|^2 dV. \quad (106.2)$$

Burada  $dV=r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi$ –sferik koordinatlarda (E76) həcm elementidir.

Qeyd edək ki, dalğa funksiyasının elektron buludu şəklində interpretasiyası onun ehtimal şəklində interpretasiyasına nisbətən daha az ciddidir. Lakin elektron buludu

anlayışı atom və molekulların bir sıra mühüm xassələrini, kimyəvi rabitələrin yaranması mexanizmini və s. əyani şəkildə izah etməyə imkan verir.

Elektron buludunun paylanmasını qrafik təsvir etmək üçün müxtəlif üsullar vardır.

Biz əvvəlcə elektron buludunun radial paylanmasını, yəni elektron buludunun sıxlığının atomun nüvəsindən olan  $r$  məsafəsindən asılılığını nəzərdən keçirək. Bu məqsədlə (105.17), (105.18), (84.34) və (98.35) ifadələrini nəzərə almaqla (106.2) bərabərliyini  $\theta$  və  $\varphi$  sferik bucaqları üzrə inteqrallayaq. Onda yalnız  $r$  məsafəsindən asılılıq qalır ki, bu asılılıq da  $R_{nl}(r)$  funksiyası ilə təyin olunur:

$$dW_{nl}(r) = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} dW_{nlm_l}(r, \theta, \varphi) = |R_{nl}(r)|^2 r^2 dr. \quad (106.3)$$

Buradan elektron buludunun radial sıxlığı üçün

$$\rho_{nl}(r) = \frac{dW_{nl}(r)}{dr} = [R_{nl}(r)]^2 r^2 \quad (106.4)$$

ifadəsini alırıq.

(106.4)-dən görünür ki, elektron buludunun sıxlığının radial paylanması qrafiklərini (bu qrafiklər adətən radial paylanma əyriləri adlanır) qurmaq üçün atom orbitalarının  $R_{nl}(r)$  radial hissəsinin aşkar ifadəsi məlum olmalıdır. Bu isə yalnız hidrogenəbənzər atomlar üçün məlumdur /bax: (98.24) və (81.16)/. Ona görə də yalnız hidrogenəbənzər atomlar üçün (106.4) funksiyasının qrafiklərini müxtəlif hallar üçün (98.27) ifadələrinə əsasən qurmaq olar. Hidrogen atomunun bəzi halları üçün radial paylanma əyriləri 98.2 şəkildə verilmişdir. Bu qrafiklərdən görünür ki,  $n$  baş kvant ədədi böyüdükcə atom orbitalına uyğun olan elektron buludunun ölçüsü də böyük olur.  $0 \leq r \leq \infty$  intervalında hidrogenəbənzər atomlar üçün  $R_{nl}(r)$  radial funksiyasının  $n-l-1$  sayda düyün nöqtəsi (sıfıra bərabər olan qiymətlərin sayı) vardır.  $s$ -orbitallar üçün düyün nöqtəsi yoxdur, yəni atomun nüvəsində ( $r=0$ ) də  $s$ -orbitalların radial hissəsi sıfırdan fərqlidir. Bu mühüm faktın maqnit rezonansı hadisəsi kimi müşahidə olunan nüvə və elektronlar arasında spin-spin qarşılıqlı təsirinə baxılarkən nəzərə alınması çox vacibdir. Bundan başqa 98.2 qrafiklərindən görünür ki,  $n$  baş kvant ədədinin eyni qiymətinə uyğun olan hallar arasında  $l$  kvant ədədinin kiçik qiymətinə uyğun elektron buludunun sıxlığı nüvənin yaxınlığında daha böyük olur və həm də  $l$ -in kiçik qiymətlərində elektron buludunun baş maksimumu nüvədən daha uzaqda yerləşir.

Elektron buludunun formasını əsasən (105.18) həqiqi atom orbitalının bucaqlardan asılı hissəsi olan  $S_{lm_l}(\theta, \varphi)$  sferik funksiyası təyin edir. Belə ki, elektron buludunun sıxlığının bucaqlardan asılı olaraq paylanmasını müəyyən etmək üçün (106.2) ifadəsini  $r$  üzrə inteqrallamaq lazımdır:

$$dW_{lm_l}(\theta, \varphi) = \int_0^{\infty} dW_{nlm_l}(r, \theta, \varphi) = [S_{lm_l}(\theta, \varphi)]^2 d\Omega. \quad (106.5)$$

Burada  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$  cisim bucağı elementidir. Onda elektron buludunun bucaq sıxlığı üçün

$$\rho_{lm_l}(\theta, \varphi) = \frac{dW_{lm_l}(\theta, \varphi)}{d\Omega} = [S_{lm_l}(\theta, \varphi)]^2 \quad (106.6)$$

ifadəsini alırıq. Deməli, elektron buludunun bucaq sıxlığı (105.17) atom orbitalının sferik bucaqlardan asılı olan hissəsinin, yəni  $S_{l m_l}(\theta, \varphi)$  həqiqi sferik funksiyasının kvadratı ilə təyin olunur.

Elektron buludunun bucaq sıxlığının paylanmasını qrafik təsvir etmək üçün polyar diaqramlar üsulundan istifadə olunur. Polyar diaqramları qurmaq üçün atomun nüvəsində yerləşən koordinat başlanğıcından bütün istiqamətlərdə  $[S_{l m_l}(\theta, \varphi)]^2$  funksiyasının qiyməti ilə mütənasib olan düz xətt parçaları keçirirlər. Bu düz xətt parçalarının ucları müəyyən səth əmələ gətirir ki, bu səthin də forması uyğun elektron buludunun formasını göstərir. Qeyd edək ki,  $S_{l m_l}(\theta, \varphi)$  funksiyasını  $R_n(r)$  radial funksiyasına vurmaqla polyar diaqramın qurulması elektron buludunun formasını dəyişmir, yalnız onun həndəsi ölçülərinə təsir edir.

Müxtəlif hallar üçün polyar diaqramların qurulmasına baxaq:

1s halında  $n=1, l=0, m_l=0$  olduğundan  $S_{00}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} = const$  alırıq. Deməli, 1s

halında polyar diaqram və deməli, elektron buludu radiusu  $[S_{00}(\theta, \varphi)]^2 = \frac{1}{4\pi}$  olan sfera şəklində olacaqdır. Bu sferanın daxilində və xaricində də elektron buludu vardır. Özü də nüvədən sferanın səthinə doğru getdikcə elektron buludunun sıxlığı artır və sferanın kənarında isə bu sıxlıq tədricən azalır (bax: şəkil 98.2).

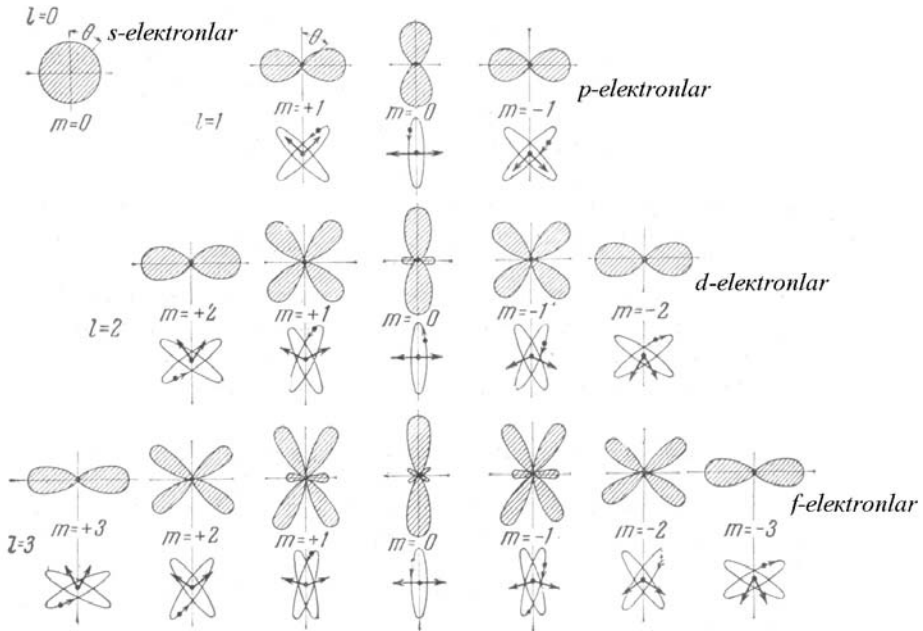
2s halı üçün  $n=2, l=0, m_l=0$  olduğundan yuxarıdakı mülahizələrə əsasən polyar diaqram, yəni elektron buludu yenə də sfera şəklində olmalıdır. Lakin bu sferanın radiusu 1s haldakından böyükdür. Eyni qayda ilə göstərmək olar ki, bütün  $ns$  hallarda elektron buludu sfera şəklindədir və  $n$  baş kvant ədədinin böyük qiymətləri üçün bu sferanın radiusu da böyük olur.

$2p_x$  halı üçün  $n=2, l=1, m_l=1$  olduğundan  $S_{11}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \sin \theta \cos \varphi = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{x}{r}$  alınır

ki, bu funksiya vasitəsilə qurulan polyar diaqram nüvədə yerləşən  $0$  koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik olmaqla  $0_x$  koordinat oxu boyunca yönəlmiş qantel (sferik səkkiz) formasında olur.  $2p_y$ - və  $2p_z$ -hallara uyğun elektron buludları isə, uyğun olaraq,  $0_y$  və  $0_z$  koordinat oxları boyunca yönəlmiş qantel formasında alınır.  $2p_x$ -,  $2p_y$ - və  $2p_z$ - atom orbitalları üçün düyün müstəviləri, uyğun olaraq  $zoy$ ,  $zox$   $zoy$ -dir, yəni bu müstəvini keçdikdə atom orbitalının işarəsi dəyişir. Elektron buludlarının fəzada yönəlməsi və atom orbitallarının işarəsi valentlik nəzəriyyəsində mühüm rol oynayır.

Analoji üsulla  $d$ - və  $f$ -atom orbitallarına uyğun olan elektron buludlarının formasını tapmaq olar. Lakin bu elektron buludları kifayət qədər mürəkkəb formaya malikdir və onların fəza təsvirinin verilməsi xeyli çətinidir. Məsələn, beş dənə  $d$ -orbitaldan dördünə ( $d_{z^2}$ -dan başqa) uyğun gələn elektron buludları kvadratın küncələrinə doğru yönəlmiş armud şəkilli "ləçək"lər (dördləçəkli gül) formasındadır (burada fəza paylanmasından söhbət getdiyi üçün "ləçək" anlayışı uğurlu deyildirsə də, əyani təsəvvür yarada bilər).  $d_{z^2}$ -orbitalına uyğun gələn elektron buludu isə  $z$ -oxu boyunca yönəlmiş və ortası həlqə şəkilli kəmərlə əhatə olunmuş qantel formasındadır.

106.1 şəklində  $s$ -,  $p$ -,  $d$ - və  $f$ -hallar üçün elektron buludunun forması verilmişdir. Bu şəkli 106.1 cədvəli ilə müqayisə etmək məsləhət görülür. Atom orbitallarını və onlara uyğun elektron buludlarını təsvir etmək üçün bir sıra üsullar vardır. Lakin təqribi olsa da, elektron buludunun formasını atom orbitalının bucaqdan asılı hissəsi ilə göstərmək əlverişlidir.



Шякил

Üç dənə  $p$ -orbital fəzada yalnız yönəlməsi ilə bir-birindən fərqləndiyi üçün fiziki mülahizələrə əsasən aydındır ki, bu orbitallarla təsvir olunan halların enerjisi eyni olmalıdır. Bu həm də belə bir faktdan aydın olur ki, mərkəzi sahədə hərəkət edən elektronun enerjisi  $m_l$  kvant ədəmindən asılı deyildir / (105.19) radial tənliyinə  $m_l$  kvant ədədi daxil deyil/. Lakin  $d$ -orbitallar haqqında ilk baxışdan bunu demək olmur. Belə ki,  $d_{z^2}$ -orbital digər dörd dənə  $d$ -orbitallardan fərqləndiyi üçün beş dənə  $d$ -orbitalın da əslində bir-birinə ekvivalent olması dərhal görünür. Ekvivalentlik dedikdə elektron üçün aparılan ixtiyari ölçmənin elektronun məhz hansı  $d$ -orbitalda yerləşməsindən asılı olmaması başa düşülür (bu zaman koordinat oxlarının üçünün də fəzada bir-birinə ekvivalent olması, yəni üstün istiqamətin olmaması şərti ödənməlidir). Qeyd edək ki,  $d$ -orbitallar bir-birindən yalnız zahirən fərqlənirlər və onların beşi də bir-birinə ekvivalentdir. Doğrudan da,  $d_{z^2}$ -orbital da digər dörd orbitalın forması kimi formaya malik olan, lakin bir-birindən xətti asılı olan iki dənə  $d_{z^2-x^2}$  - və  $d_{z^2-y^2}$  - orbitalın xətti kombinasiyası kimi göstərilə bilər. Çünki  $z^2-x^2+z^2-y^2=3z^2-r^2$  funksiyasının da bucaq hissəsi  $d_{z^2}$ -orbitalın bucaq hissəsi kimidir.

Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, dalğa funksiyası fəzanın bir hissəsində müsbət, digər hissəsində isə mənfi işarəli ola bilər (məsələn,  $p_x$ -orbital  $x$  oxu üzrə koordinat

başlanğıcından sol tərəfdə mənfi, sağ tərəfdə isə müsbət işarəli funksiyadır). Lakin elektronun müşahidə olunan xassələri  $u_{nlm_l}(r, \theta, \varphi)$  funksiyasından deyil, onun kvadratına bərabər və həmişə müsbət işarəli olan  $[u_{nlm_l}(r, \theta, \varphi)]^2$  /daha ümumi şəkildə  $u_{nlm_l}^*(r, \theta, \varphi)u_{nlm_l}(r, \theta, \varphi)$ / funksiyasından asılıdır. Bəs onda dalğa funksiyasının işarəsinin rolu nədən ibarətdir və ümumiyyətlə o, vacibdirmi? Bu suala cavab vermək üçün işıq dalğasının amplitudu ilə analogiyadan istifadə etmək məqsədə uyğundur. Işıq dalğasının da amplitudu müsbət və ya mənfi işarəli ola bilər. Lakin iki işıq dalğasının yalnız interferensiyası zamanı amplitudun işarəsi mühüm rol oynayır. Belə ki, interferensiya zamanı iki işıq dalğasının bir-birini gücləndirməsi və ya zəiflətməsi onların amplitudlarının işarəsindən asılı olur. Buna oxşar olaraq da, kimyəvi rabitənin nəzəriyyəsiindən məlum olduğu kimi, hər bir atom orbitalının ayrılıqda işarəsi deyil, bir-birini örtən atom orbitallarının işarələrinin məhz nisbəti mühüm rol oynayır.

Nəhayət, bir məsələni də qeyd edək ki, çoxelektronlu atomlar üçün mərkəzi sahə yaxınlaşmasında meydana çıxan  $n$ ,  $l$  və  $m_l$  kvant ədədləri atom daxilində elektronun fiziki parametrlərini və elektron buludunun həndəsi xüsusiyyətlərini müəyyən edirlər. Məhz buna görə də bu kvant ədədlərinin hər birini ayrıca nəzərdən keçirək. Əvvəlcədən qeyd edək ki,  $n$ ,  $l$  və  $m_l$  kvant ədədlərinin bir-birindən asılı olaraq aldığı qiymətlər hidrogenəbənzər atomlarda olduğu kimidir (Ə98).

Baş kvant ədədi. Hidrogenəbənzər atomlarda elektronun enerjisi yalnız  $n$  kvant ədədi ilə təyin olunur və ona görə də  $n$  baş kvant ədədi adlanır.

Çoxelektronlu atomlarda isə elektron təkə nüvənin deyil, həm də digər elektronların yaratdığı sahədə hərəkət edir. Bunun nəticəsində isə elektronun enerjisi həm də  $l$  orbital kvant ədədindən asılı olur. Belə ki,  $n$  baş kvant ədədinin verilmiş qiymətində  $l$  orbital kvant ədədinin mümkün olan müxtəlif qiymətlərinə ( $l=0,1,2,\dots,n-1$ ) elektronun müxtəlif enerjisi uyğun gəlir. Məhz buna görə də deyirlər ki, çoxelektronlu atomlarda, hidrogenəbənzər atomlardan fərqli olaraq, hər bir elektronun enerjisi  $n$  və  $l$  kvant ədələrindən asılıdır. Deməli, mərkəzi sahə yaxınlaşmasında çoxelektronlu atomların enerji səviyyələri  $E_{nl}$  kimi işarə edilməlidir, yəni  $E_{1s}, E_{2s}, E_{2p}, E_{3s}, E_{3p}, E_{3d}$  və s.

Kvant mexanikası təsəvvürlərinə görə elektron atom daxilində nüvədən ixtiyari məsafədə yerləşə bilər. Ona görə də atomda elektron buludunun (106.4) ilə təyin olunan  $\rho_{nl}(r)$  radial paylanma sıxlığını bilərək elektronun nüvədən olan  $r_{or}$  orta məsafəsini hesablamaq olar:

$$r_{op} = \int_0^{\infty} \rho_{nl}(r) r dr = \int_0^{\infty} [R_{nl}(r)]^2 r^3 dr . \quad (106.7)$$

$r_{or}$  kəmiyyəti atom orbitalının, yəni elektron buludunun ölçülərini xarakterizə edir.

Hidrogenəbənzər atomlar üçün  $R_{nl}(r)$  funksiyasının aşkar ifadəsi məlum olduğundan (106.7) inteqralını hesablamaq mümkündür və bu hesablama nəticəsində  $r_{or}$  üçün (98.65) ifadəsi alınır. Həmin ifadədən görüldüyü kimi  $r_{or}$  kəmiyyəti  $n^2$  ilə mütənasibdir. Deməli,  $n$  baş kvant ədədi elektronun enerjisindən başqa, həm də atom orbitalının (elektron buludunun) ölçüsünü təyin edir, yəni baş kvant ədədi böyük olan elektron üçün atom orbitalının ölçüləri də böyük olur.

Orbital kvant ədədi.  $l$  kvant ədədi nüvə ətrafında orbital hərəkət zamanı elektronun impuls momentini (84.36) düsturu ilə təyin etdiyindən orbital kvant ədədi adlanır. Orbital kvant ədədi elektronun impuls momentindən başqa, həm də elektron buludunun formasını

müəyyən edir. Belə ki, elektron buludu  $l=0$  olduqda sfera,  $l=1$  olduqda qantel,  $l=2$  olduqda dördlənçəklilik gül formasında olur.

Maqnit kvant ədədi. Məlumdur ki, impuls momenti vektorial kəmiyyətdir. Atomda elektronun orbital impuls momenti (84.36) düsturuna əsasən diskret qiymətlər aldığından onun fəzada istiqaməti də ixtiyari ola bilməz. Başqa sözlə, elektronun orbital impuls momenti müəyyən seçilmiş istiqamətlərdə yönələ bilər. Digər tərəfdən elektronun orbital impuls momentinin yalnız bir ox üzrə proyeksiyası dəqiq təyin oluna bilər. Digər proyeksiyaların tapılması qeyri-müəyyənlik münasibətlərinə görə mümkün deyildir (E77). Atom fizikasında adətən üstün istiqamət olaraq xarici maqnit sahəsinin istiqaməti götürülür və  $z$  oxunu bu istiqamətdə yönəldirlər.  $m_l$  kvant ədədi elektronun orbital impuls momentinin xarici maqnit sahəsinin istiqaməti (üstün istiqamət) üzrə proyeksiyasını (84.6) ifadəsi ilə təyin etdiyindən maqnit kvant ədədi adlanır.

Maqnit kvant ədədi  $m_l$  elektronun orbital impuls momentinin üstün istiqamət üzrə proyeksiyasından başqa həm də atom orbitalının (elektron buludunun) fəzada yönəlməsini müəyyən edir. Belə ki, məsələn,  $l=1$  olduqda  $m_l=1$  qiymətində qantel  $0_x$ ,  $m_l=-1$  qiymətində  $0_y$ , və  $m_l=0$  qiymətində isə  $0_z$  oxu boyunca yönəlmiş olur.

Spin kvant ədədi. Spin kvant ədədi  $m_s$  elektronun spininin üstün istiqamət üzrə proyeksiyasını  $(M_s)_z = \hbar m_s$  düsturu ilə təyin edir.

### Ə107. Eyni hissəciklərin seçilməzliyi Pauli prinsipi

Klassik fizika təsəvvürlərinə görə eyni hissəciklər (məsələn, elektronlar) prinsipə bir-birindən seçilə bilər. Belə ki,  $t_0$  başlanğıc zaman anında onları nömrələmək, onların hər birinin trayektoriya üzrə hərəkətini izləmək və istənilən  $t$  zaman anında bu və ya digər hissəciyə hansı nömrənin aid olduğunu müəyyən etmək olar. Başqa sözlə, eyni hissəcikləri prinsipə bir-birindən seçmək və ya onları fərdiləşdirmək olar.

Kvant mexanikası təsəvvürlərinə görə isə məsələ tamamilə başqa cürdür. Belə ki, qeyri-müəyyənlik prinsipinə görə hissəciyin trayektoriyası anlayışı öz mənasını itirir. Əgər hissəciyin vəziyyəti müəyyən zaman anında həтта dəqiq məlum olsa belə, sonsuz kiçik zaman müddətindən sonra hissəciyin koordinatları tamamilə qeyri-müəyyən olur. Ona görə də bütün hissəcikləri  $t_0$  zaman anında lokallaşdırıb nömrələsək də, növbəti  $t$  zaman anında fəzanın müəyyən nöqtəsində məhz hansı hissəciyin yerləşdiyini deyə bilmərik. Deməli, eyni hissəciklərdən hər birini izləmək və onları bir-birindən seçmək qeyri-mümkündür. Beləliklə, kvant mexanikası təsəvvürlərinə görə eyni hissəciklər öz fərdiliyini tamamilə itirmiş olur, yəni eyni hissəciklər seçilməzdir. Bu müddə eyni hissəciklərin seçilməzliyi prinsipi adlanır. Eyni hissəciklərin prinsipə seçilməz olması dərin fiziki mənaya malik olan nəticələrə gətirir və eyni hissəciklərdən təşkil olunmuş sistemlərin tədqiqi zamanı mühüm rol oynayır.

$N$  sayda eyni hissəcikdən təşkil olunmuş sistem üçün  $\hat{H}$  Hamilton operatorunu

$$\hat{H} = \sum_{\mu=1}^N \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\mu}^2 + u(x_{\mu}, t) \right] + u(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (107.1)$$

kimi yazmaq olar. Burada,  $x_{\mu} \equiv x_{\mu}, y_{\mu}, z_{\mu}, \sigma_{\mu} = \pm 1$ -cü hissəciyin fəza  $(xyz)$  və spin  $(\sigma)$

koordinatlarını işarə edir,  $u(x_\mu, t) - \mu$ -cü hissəciyin xarici sahə ilə qarşılıqlı təsirinin potensial enerjisi,  $u(x_1, x_2, \dots, x_N)$  isə hissəciklərin bir-biri ilə qarşılıqlı təsirinin potensial enerjisidir. Məsələn,  $N$ -elektronlu atom üçün Hamilton operatoru (105.1) düsturu ilə təyin olunur.

Ayındır ki, (107.1) Hamilton operatoru sistemdə iki eyni hissəciyin yerinin (yəni, koordinatlarının) dəyişməsinə nəzərən invariantdır. Doğrudan da, belə yerdəyişmə (107.1) ifadəsindəki cəmlərdə iki həddin yerinin dəyişməsinə uyğun gəlir ki, bu da yekun nəticəyə təsir etmir.

Sistemdə  $\mu$  və  $\nu$  nömrəli iki eyni hissəciyin yerini dəyişdirən  $\hat{P}_{\mu\nu}$  yerdəyişmə və ya mübadilə operatoru daxil edək. Onda  $\hat{H}$  və  $\hat{P}_{\mu\nu}$  operatorları bir-biri ilə kommutativ olar:

$$\hat{P}_{\mu\nu} \hat{H} = \hat{H} \hat{P}_{\mu\nu}. \quad (107.2)$$

Kvant mexanikası təsəvvürlərinə görə bir-biri ilə kommutativ olan operatorların məxsusi funksiyaları eyni olmalı və onların məxsusi qiymətləri eyni zamanda ölçülə bilməlidir (EƏ73,77). Ona görə də  $\hat{H}\psi = E\psi$  Şredinger tənliyinin həlli olan  $\psi(x_1, x_2, \dots, x_\mu, \dots, x_\nu, \dots, x_N, t)$  funksiyası həm də

$$\hat{P}_{\mu\nu} \psi = \lambda \psi \quad (107.3)$$

operator tənliyinin həlli olmalıdır. Burada  $\lambda - \hat{P}_{\mu\nu}$  operatorunun məxsusi qiymətidir.

$\psi$  funksiyasına  $\hat{P}_{\mu\nu}^2$  operatorunun təsirinə (yəni,  $\hat{P}_{\mu\nu}$  operatorunun iki dəfə ardıcıl təsirinə) baxaq:

$$\begin{aligned} \hat{P}_{\mu\nu}^2 \psi &= \hat{P}_{\mu\nu} [\hat{P}_{\mu\nu} \psi(x_1, x_2, \dots, x_\mu, \dots, x_\nu, \dots, x_N, t)] = \\ &= \hat{P}_{\mu\nu} \psi(x_1, x_2, \dots, x_\nu, \dots, x_\mu, \dots, x_N, t) = \\ &= \psi(x_1, x_2, \dots, x_\mu, \dots, x_\nu, \dots, x_N, t) \end{aligned}$$

Deməli,  $\hat{P}_{\mu\nu}^2$  operatorunun  $\psi$  funksiyasına təsiri nəticəsində yenə həmin funksiya alınır, yəni  $\hat{P}_{\mu\nu}^2$  idempotent operatorudur:

$$\hat{P}_{\mu\nu}^2 \psi = \psi \quad (107.4)$$

İndi isə (107.3) ifadəsini nəzərə almaqla  $\hat{P}_{\mu\nu}^2$  operatorunun  $\psi$  funksiyasına təsirini tapaq:

$$\hat{P}_{\mu\nu}^2 \psi = \hat{P}_{\mu\nu} (\hat{P}_{\mu\nu} \psi) = \hat{P}_{\mu\nu} (\lambda \psi) = \lambda (\hat{P}_{\mu\nu} \psi) = \lambda^2 \psi$$

və ya

$$\hat{P}_{\mu\nu}^2 \psi = \lambda^2 \psi. \quad (107.5)$$

(107.4) və (107.5) ifadələrini bir-biri ilə müqayisə edərək

$$\lambda^2 = 1, \lambda = \pm 1 \quad (107.6)$$

alırıq. Buradan aydın olur ki,  $\hat{P}_{\mu\nu}$  yerdəyişmə operatorunun məxsusi qiymətləri  $\pm 1$ -ə bərabərdir. Bu isə o deməkdir ki, sistemdə iki eyni hissəciyin yerini dəyişdikdə bu



sistemin halını təsvir edən  $\psi$  dalğa funksiyası ya öz işarəsini dəyişmir ( $\lambda=+1$ )

$$\hat{P}_{\mu\nu}\psi = \psi, \quad (107.7)$$

ya da ki, öz işarəsini əksinə dəyişir ( $\lambda=-1$ ):

$$\hat{P}_{\mu\nu}\psi = -\psi. \quad (107.8)$$

(107.7) şərtini ödəyən  $\psi$  funksiyası simmetrik, (107.8) şərtini ödəyən  $\psi$  funksiyası isə antisimmetrik dalğa funksiyası adlanır.

Kvant mexanikasından məlumdur ki, sistemi xarakterizə edən müəyyən fiziki kəmiyyətə uyğun olan operator zamandan aşkar şəkildə asılı deyildirsə və həm də bu sistemin Hamilton operatoru ilə kommutativedirsə, onda bu kəmiyyət saxlanır. Bu müddəaya əsasən deyə bilərik ki,  $\hat{P}_{\mu\nu}$  yerdəyişmə operatorunun məxsusi qiyməti saxlanır.

Bu isə o deməkdir ki, verilmiş hissəciklərdən ibarət olan sistemin dalğa funksiyasının simmetriya xassəsi zaman keçdikcə dəyişmir. Başqa sözlə, əgər hər hansı bir hissəciklər sistemi müəyyən zaman anında simmetrik (antisimmetrik) dalğa funksiyası ilə təsvir olunursa, onda bütün sonrakı zaman anlarında da o, simmetrik (antisimmetrik) dalğa funksiyası ilə təsvir olunmalıdır. Belə ki, dalğa funksiyasının sistemdə eyni hissəciklərin yerdəyişməsinə nəzərən simmetriya xassəsi yalnız bu hissəciklərin təbiətindən asılıdır və heç bir xarici təsir dalğa funksiyasının bu xassəsini dəyişə bilməz. Relyativistik kvant mexanikasında isbat olunur ki, spini  $\frac{1}{2}$ -in tək misllərinə ( $1/2, 3/2, 5/2, \dots$ ) bərabər olan

hissəciklər (elektronlar, protonlar və s.) antisimmetrik, spini tam ədədə  $0, 1, 2, \dots$  bərabər olan hissəciklər (fotonlar,  $\pi$ -mezonlar və s) isə simmetrik dalğa funksiyası ilə təsvir olunurlar. Birinci qrup hissəciklər Fermi-Dirak, ikinci qrup hissəciklər isə Boze-Eynşteyn statistikasına tabedirlər. Buna müvafiq olaraq spini  $\frac{1}{2}$ -in tək misllərinə bərabər olan

hissəciklər fermionlar, spini tam ədədə bərabər olan hissəciklər isə bozonlar adlanır.

Qeyd edək ki, eyni mürəkkəb hissəciklərdən (məsələn, nüvələrdən və ya atomlardan) ibarət olan sistemi təsvir edən dalğa funksiyasının simmetriyasının xarakteri isə baxılan mürəkkəb hissəciyin tam spininin qiymətindən asılıdır. Belə ki, baxılan mürəkkəb hissəciyin tam spini sıfır və ya tam ədədə bərabər olduqda bu hissəciklərdən ibarət sistemin  $\psi$  funksiyası simmetrik,  $\frac{1}{2}$ -in tək misllərinə bərabər olduqda isə antisimmetrik olmalıdır.

Kvant mexanikası təsəvvürlərinə görə dalğa funksiyasının modulunun kvadratı sistemin müəyyən halda olması ehtimalını təyin edir (E72).  $\hat{P}_{\mu\nu}$  yerdəyişmə operatoru, (107.3) və (107.6) ifadələrinə əsasən, dalğa funksiyasının yalnız işarəsini dəyişdiyindən, baxılan sistemdə iki eyni hissəciyin yerini dəyişdikdən sonrakı halın ehtimalı bu yerdəyişmədən əvvəlki halın ehtimalına bərabər olmalıdır, yəni

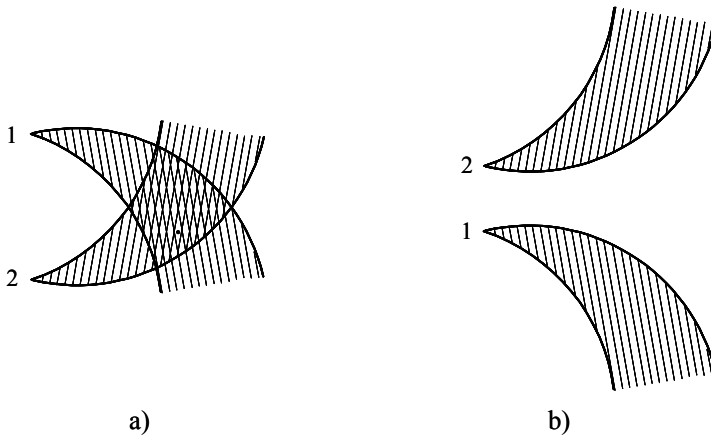
$$|\hat{P}_{\mu\nu}\psi|^2 = |\psi|^2. \quad (107.9)$$

Bu şərtin ödənməsi o deməkdir ki, sistemdə iki eyni hissəciyin yerini (koordinatlarını) dəyişdikdə sistemin halı dəyişmir, yəni eyni hissəciklər seçilməzdir. Eyni hissəciklərin seçilməzliyi prinsipinin mahiyyəti ondan ibarətdir ki, sistemdə eyni hissəciklərin (məsələn, atomda, molekulda və ya kristalda iki elektronun) yerini (koordinatlarını)

dəyişdikdə bu sistemin fiziki və kimyəvi xassələri dəyişmir. Başqa sözlə, sistemdə iki eyni hissəciyin bir-biri ilə yerdəyişməsinin nəticəsini təcrübədə heç cür müşahidə etmək olmaz. Hər bir nəzəriyyədə isə bir-birindən təcrübədə prinsipcə seçilməyən iki hal eyni bir hal hesab edilir. Kvant mexanikasında da buna uyğun olaraq belə hesab edilir ki, iki eyni hissəciyin yerinin dəyişməsi nəticəsində sistemin yeni halı yaranmır və onun halı eynilə yerdəyişmədən əvvəlki hal olaraq qalır. Nəzərə almaq lazımdır ki, burada hər bir hissəciyin ayrılıqda deyil, eyni hissəciklər sisteminin bütövlükdə halından söhbət gedir.

Eyni hissəciklərin seçilməzliyi prinsipi kvant mexanikasında mahiyyətə yenidir, yəni o, kvant mexanikasının digər müddəalarından alınmır, lakin onlara zidd də deyildir.

Eyni hissəciklərin seçilməzliyi onların dalğa xassəsinə malik olması ilə əlaqədardır, yəni sırf kvant mexaniki effektdir (bundan sonrakı mülahizələri konkretlik naminə elektronlara aid edək və nəzərə alaq ki, həmin mülahizələr digər eyni hissəciklərə də aiddir). Doğrudan da iki elektron buludunun bir-birini örtüyü oblastda hər iki elektronun müşahidə olunması (yerləşməsi) ehtimalı sıfırdan fərqlidir (şəkil 107.1a). Ona görə də bu oblastda biz elektron müşahidə etsək, dəqiq deyə bilməyəcəyik ki, bu, məhz hansı elektrondur, 1-ci yoxsa 2-ci? Deməli, elektron buludlarının bir-birini örtüyü oblastda elektronlar seçilməzdir.



### Шякил

Əgər iki elektronun buludu bir-birini örtmürsə (şəkil 107.1b), bu elektronları bir-birindən seçmək olar. Çünki 1-ci elektronun yerləşdiyi oblastda 2-ci elektronun olması ehtimalı sıfıra bərabərdir və əksinə. Ona görə də I oblastında elektron müşahidə etsək, biz dəqiq deyə bilərik ki, bu, məhz 1-ci elektrondur. Burada belə bir cəhətə xüsusi diqqət yetirmək lazımdır ki, iki elektron buludlarının bir-birini örtüyü oblastda elektronlar öz hallarını mübadilə edirlər: 1-ci elektron həm də 2-ci elektronun olduğu hallarda yerləşə bilər və əksinə. Belə mübadilə nəticəsində elektronlar arasında yaranan qarşılıqlı təsir mübadilə qarşılıqlı təsiri adlanır. Mübadilə qarşılıqlı təsiri isə örtmə və ya mübadilə qüvvələri ilə xarakterizə olunur. Klassik fizikada mübadilə qarşılıqlı təsiri və mübadilə qüvvələri anlayışı yoxdur. Bunlar klassik fizikada analoqu olmayan sırf kvant mexaniki hadisələrdir. Ona görə də mübadilə qarşılıqlı təsirinin necə baş verdiyini əyani şəkildə izah etmək prinsipcə qeyri-mümkündür.

Qeyd edək ki, mübadilə qüvvələri aşağıdakı kimi çox mühüm xassələrə malikdir.

1. Mübadilə qüvvələri çox kiçik məsafələrdə təsir edir, yəni məsafə artdıqca kəskin şəkildə azalır.

2. Mübadilə qüvvələri doyma xassəsinə malikdir. Belə ki, ikidən artıq eyni elektron buludu bir-birini ördükdə həmin qüvvələr itələmə qüvvələri olurlar. Təbiətdə dayanıqlı  $H_3$  molekulunun mövcud olmaması mübadilə qüvvələrinin məhz doyma xassəsi ilə izah olunur.

3. Mübadilə qüvvələri fəzada yönəlmə xassəsinə malikdir, yəni onlar bütün istiqamətlərdə yönələn elektromaqnit qüvvələrindən fərqli olaraq yalnız müəyyən istiqamətlərdə təsir edirlər. Məsələn, metan molekulunda mübadilə qüvvələri bir-birinə nəzərən tetraedrik bucaqlar altında ( $109^{\circ}28'$ ) yönəlmişdir. Belə ki, metan molekulunda karbon atomu tetraedrin mərkəzində, hidrogen atomları isə təpələrində yerləşir və onlar arasında kimyəvi rabitələr isə mübadilə qüvvələri sayəsində yaranır. Məhz buna görədir ki, hər bir molekulun özünəməxsus fəza quruluşu mövcuddur.

İndi isə eyni hissəciklərin seçilməzliyi prinsipini nəzərə almaqla hissəciklər sisteminin dalğa funksiyasının necə təyin olunmasını müəyyən edək. Bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olmayan (və ya aralarındakı qarşılıqlı təsir nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik olan) eyni hissəciklərdən ibarət olan və stasionar (zamandan asılı olmayan) xarici sahədə yerləşən sistem üçün (107.1) Hamilton operatorunu

$$\hat{H}_0 = \sum_{\mu=1}^N \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\mu}^2 + u(x_{\mu}) \right] \quad (107.10)$$

kimi yazmaq olar. Burada hissəciklər arasında qarşılıqlı təsir enerjisi  $u(x_1, x_2, \dots, x_N)$  çox kiçik hesab edilərək nəzərə alınmamışdır. Deməli, belə sistemi təsvir edən  $\psi$  dalğa funksiyası  $\hat{H}_0 \psi_0 = E_0 \psi_0$ , yəni

$$\sum_{\mu=1}^N \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\mu}^2 + u(x_{\mu}) \right] \psi_0(x_1, x_2, \dots, x_N) = E_0 \psi_0(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (107.11)$$

Şredinger tənliyini həll etməklə tapmaq olar. Bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olmayan hissəciklər sisteminin tam dalğa funksiyası ayrı-ayrı hissəciklərin dalğa funksiyalarının hasilinə, tam enerjisi isə ayrı-ayrı hissəciklərin enerjilərinin cəminə bərabər olduğundan (ƏƏ72,105) (107.11) tənliyinin həllini

$$\psi_0(x_1, x_2, \dots, x_N) = u_1(x_1) u_2(x_2) \dots u_N(x_N), \quad (107.12)$$

$$E_0 = E_1 + E_2 + \dots + E_N \quad (107.13)$$

kimi yazmaq olar. (107.12) və (107.13) ifadələrini (107.11) tənliyində nəzərə alaraq sol və sağ tərəfdəki uyğun hədləri bərabərləşdirsək,  $N$  sayda

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\mu}^2 + u(x_{\mu}) \right] u_{\mu}(x_{\mu}) = E_{\mu} u_{\mu}(x_{\mu}), \quad \mu = 1, 2, \dots, N \quad (107.14)$$

kimi tənliklər alarıq. Hissəciklər eyni olduğundan  $u(x_{\mu})$  potensial enerjisi və (107.14) tənliyi onların hamısı üçün eyni formaya malik olacaqdır. Bu tənliyi həll edərək  $E_{\mu}$  enerjisinə uyğun olan  $u_{\mu}(x_{\mu})$  məxsusi funksiyasını tapırıq. Sonra isə bu  $u_{\mu}(x_{\mu})$  funksiyalarının (107.12) hasilini yazmaqla (107.11) tənliyinin  $\psi_0$  həllini tapırıq.  $E_{\mu}$  isə  $\mu$ -cü hissəciyin enerjisidir.

Qeyd edək ki,  $u_\mu(x_\mu)$  funksiyaları əsilində

$$\hat{H}'_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + u(x) \quad (107.15)$$

operatorunun müxtəlif məxsusi funksiyalarıdır. Deməli,  $u_\mu$  funksiyasında  $\mu$  indeksi göstərir ki,  $\mu$ -cü hissəcik (107.15) operatorunun stasionar hallarından hansında yerləşmişdir. Hər bir stasionar hal isə kvant ədədlərinin müəyyən toplusu ilə xarakterizə olunur. Bu kvant ədədləri toplusunu  $n_\mu$  ilə işarə edərək  $u_\mu$  əvəzinə  $u_{n_\mu}$  yazmaq daha əlverişlidir.

Beləliklə, (107.11) tənliyinin həlli üçün (107.12) əvəzinə

$$\psi_0(x_1, x_2, \dots, x_N) = u_{n_1}(x_1)u_{n_2}(x_2) \dots u_{n_N}(x_N) \quad (107.16)$$

ifadəsini yazmaq olar. Kvant mexanikası təsəvvürlərinə görə vuruqlardan hər birində  $n_\mu$ -nün qiymətləri ilə fərqlənən (107.16) hasilərinin ixtiyari superpozisiyası da (107.11) tənliyinin həlli olacaqdır (Ə72).

Əgər sistemdə  $\nu$ -cü hissəcik  $n_\mu$ ,  $\mu$ -cü hissəcik isə  $n_\nu$  kvant ədədləri toplusu ilə xarakterizə olunan hala keçsə, bu yerdəyişmə zamanı ümumiyyətlə

$$u_{n_\mu}(x_\nu)u_{n_\nu}(x_\mu) \neq \pm u_{n_\mu}(x_\mu)u_{n_\nu}(x_\nu) \quad (107.17)$$

olur və ona görə də (107.16) funksiyası ümumiyyətlə iki eyni hissəciyin yerdəyişməsinə nəzərən nə simmetrik, nə də ki, antisimmetrikdir. Simmetriyasının xarakteri sistemi təşkil edən hissəciklərin təbiətinə uyğun olan funksiyanı (107.16) şəklində olan həllərin lazımı qaydada düzəldilmiş superpozisiyasından almaq olar.

Misal olaraq iki eyni hissəcikdən ibarət olan sistemə baxaq. (107.11) tənliyində enerjinin  $E_0=E_1+E_2$  qiymətinə uyğun olan iki həll aşağıdakı funksiyalardan ibarətdir:

$$\begin{aligned} \psi_{01}(x_1, x_2) &= u_{n_1}(x_1)u_{n_2}(x_2) \\ \psi_{02}(x_1, x_2) &= u_{n_2}(x_1)u_{n_1}(x_2) \end{aligned} \quad (107.18)$$

Burada  $u_{n_1}$  –(107.15) operatorunun məxsusi funksiyası olub, hissəciyin  $E_1$  enerjisində,  $u_{n_2}$  isə analogi funksiya olub,  $E_2$  enerjisində uyğundur. (107.18) funksiyalarının hər ikisi sistemin enerjisinin eyni bir  $E_0=E_1+E_2$  qiymətinə uyğun gəlir.

(107.18) funksiyalarından sistemin  $\psi_s$  simmetrik və  $\psi_a$  antisimmetrik funksiyalarını qurmaq olar:

$$\psi_s = c_1 [u_{n_1}(x_1)u_{n_2}(x_2) + u_{n_2}(x_1)u_{n_1}(x_2)], \quad (107.19)$$

$$\psi_a = c_2 [u_{n_1}(x_1)u_{n_2}(x_2) - u_{n_2}(x_1)u_{n_1}(x_2)]. \quad (107.20)$$

Asanlıqla görünür ki,  $x_1$  və  $x_2$  koordinatlarının yerdəyişməsi (və ya  $n_2$  və  $n_1$  hallarının yerdəyişməsi) nəticəsində (107.19) funksiyasının işarəsi dəyişmir. (107.20) funksiyasının işarəsi isə əksinə dəyişir.  $c_1$  və  $c_2$  əmsalları normallaşdırıcı vuruqlar olub,  $\psi_s$  və  $\psi_a$  funksiyalarının

$$\int |\psi_s|^2 dV_1 dV_2 = 1, \quad \int |\psi_a|^2 dV_1 dV_2 = 1 \quad (107.21)$$

normallıq şərtlərindən tapılır. Belə ki, (107.19) və (107.20) ifadələrini (107.21)-də yazaraq,  $u_{n_\mu}(x_\mu)$  funksiyalarının

$$\int u_{n_\mu}^*(x) u_{n_\nu}(x) dV = \delta_{n_\mu n_\nu} \quad (107.22)$$

ortonormallıq şərtini ödədiyini nəzərə alsaq

$$\int |\psi_s|^2 dV_1 dV_2 = \int \psi_s^* \psi_s dV_1 dV_2 = 2c_1^* c_1 = 2|c_1|^2 = 1 \quad (107.23)$$

$$\int |\psi_a|^2 dV_1 dV_2 = \int \psi_a^* \psi_a dV_1 dV_2 = 2c_2^* c_2 = 2|c_2|^2 = 1 \quad (107.24)$$

yaza bilərik. Buradan isə ixtiyari  $e^{i\alpha}$  faza vuruğu dəqiqliyi ilə  $c_1 = 1/\sqrt{2}$ ,  $c_2 = 1/\sqrt{2}$  olduğu görünür.  $c_1$  və  $c_2$  əmsallarının bu qiymətlərini (107.19) və (107.20)-də yazaraq normallaşmış  $\psi_s$  və  $\psi_a$  funksiyalarını alırıq:

$$\psi_s = \frac{1}{\sqrt{2}} [u_{n_1}(x_1) u_{n_2}(x_2) + u_{n_2}(x_1) u_{n_1}(x_2)], \quad (107.25)$$

$$\psi_a = \frac{1}{\sqrt{2}} [u_{n_1}(x_1) u_{n_2}(x_2) - u_{n_2}(x_1) u_{n_1}(x_2)]. \quad (107.26)$$

Bu nəticələri bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olmayan  $N$  sayda eyni hissəcikdən ibarət olan sistem üçün ümumiləşdirək. Əgər sistemi təşkil edən hissəciklər bozonlardırsa, onda bu sistemin  $\psi_0$  dalğa funksiyası iki eyni hissəciyin yerdəyişməsinə nəzərən simmetrik olmalıdır. Bu xassəni ödəyən funksiya (107.16) formasında olan və bir-birindən iki hissəciyin koordinatlarının (hallarının) yerdəyişməsi ilə fərqlənən hasilərin aşağıdakı superpozisiyası kimi yazıla bilər:

$$\psi_s = c_1 \sum_{[n_1, n_2, \dots, n_N]} \psi_{n_1}(x_1) \psi_{n_2}(x_2) \dots \psi_{n_N}(x_N). \quad (107.27)$$

Burada cəmləmə  $n_1, n_2, \dots, n_N$  indekslərinin mümkün olan bütün yerdəyişmələri üzrə aparılır. Bunu belə başa düşmək lazımdır ki, həmin indekslərin yerdəyişməsi nömrələrinin artması ardıcılığı ilə yerləşmiş eyni hissəciklərin müxtəlif  $n_\mu$  kvant halları üzrə yerdəyişməsinə uyğundur. Əgər bütün bu indekslər eyni deyilsə (yəni, kvant halları təkrarlanmırsa), onda bir-birindən asılı olmayan yerdəyişmələrin və deməli, (107.27) cəmindəki hədlərin sayı  $N!$  olmalıdır. Məsələn, (107.25) ifadəsindən görüldüyü kimi,  $N=2$  olduqda bu hədlərin sayı  $2!=2$  olur. Lakin nəzərə almaq lazımdır ki, eyni bir kvant halında bir neçə bozon yerləşə bilər, yəni kvant halları bir hissəcikli olmaya da bilər.

Fərz edək ki,  $n_1$  kvant ədədləri toplusu ilə xarakterizə olunan kvant halında iki, məsələn, birinci və ikinci hissəcik yerləşmişdir. Onda  $n_1$  və  $n_2$  indeksləri üst-üstə düşür və (107.27) cəmində  $n_1$  və  $n_2$ -nin yerdəyişməsi daxil olan bütün hədlər bir-birinə bərabər olur. Lakin superpozisiyada hər bir hal yalnız bir dəfə iştirak etməli olduğundan, baxılan hal üçün (107.27) cəmində hədlərin sayı  $\frac{N!}{2}$  olacaqdır.

Əgər  $n_\mu$  kvant halında  $m_\mu$  sayda hissəcik yerləşirsə, onda bu hissəciklərin  $m_\mu!$  sayda qarşılıqlı yerdəyişmələrinə (107.27) ifadəsində yalnız bir dənə hədd uyğun gəlməli və ona görə də (107.27) cəmində hədlərin sayı  $N!/m_\mu!$  olmalıdır. Fərz edək ki,  $n_1$  kvant halında

$m_1$  sayda,  $n_2$  kvant halında  $m_2$  sayda və s. hissəcik yerləşmişdir (aydındır ki, bu  $m_1, m_2, \dots$  ədədlərinin cəmi sistemdəki hissəciklərin ümumi  $N$  sayına bərabər olmalıdır:  $m_1 + m_2 + \dots = N$ ). Onda (107.27) cəmində bir-birindən asılı olmayan hədlərin sayı  $N!/(m_1!m_2!\dots)$  olacaqdır. Bu deyilənləri aydınlaşdırmaq üçün qeyd edək ki,  $m_\mu > 1$  olduqda bu  $m_\mu$  sayda hissəciyə uyğun olan kvant ədədləri toplusu eyni olacaqdır. Məsələn,  $n_i = n_k = n_l = \dots$ . Bu halda (107.27) ifadəsində cəm işarəsi altında olan hasildə  $n_i$  toplusu  $m_\mu$  sayda vuruqda indeks kimi iştirak edəcək,  $n_k, n_l$  və s. topluları isə indeks kimi rast gəlinməyəcəkdir. Misal olaraq üç eyni hissəcikdən ibarət olan sistemə baxaq. Əvvəlcə fərz edək ki, bu hissəciklər müxtəlif hallarda yerləşirlər. Onda (107.27) cəmində  $n_1, n_2, n_3$  indekslərinin yerdəyişmələrinə uyğun gələn  $3! = 6$  dənə hədd olacaqdır:

$$u_{n_1}(x_1)u_{n_2}(x_2)u_{n_3}(x_3), \quad (107.28)$$

$$u_{n_2}(x_1)u_{n_1}(x_2)u_{n_3}(x_3), \quad (107.29)$$

$$u_{n_1}(x_1)u_{n_3}(x_2)u_{n_2}(x_3), \quad (107.30)$$

$$u_{n_2}(x_1)u_{n_3}(x_2)u_{n_1}(x_3), \quad (107.31)$$

$$u_{n_3}(x_1)u_{n_1}(x_2)u_{n_2}(x_3), \quad (107.32)$$

$$u_{n_3}(x_1)u_{n_2}(x_2)u_{n_1}(x_3). \quad (107.33)$$

İndi fərz edək ki, 1 və 2 hissəciklər eyni bir kvant halında yerləşirlər:  $n_1 = n_2$ . Onda (107.28) və (107.29), (107.30) və (107.31), (107.32) və (107.33) hədləri eyni olur və  $\psi_s$  funksiyası aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\begin{aligned} \psi_s = c_1 [ & u_{n_1}(x_1)u_{n_1}(x_2)u_{n_3}(x_3) + u_{n_1}(x_1)u_{n_3}(x_2)u_{n_1}(x_3) + \\ & + u_{n_3}(x_1)u_{n_1}(x_2)u_{n_1}(x_3) ] \end{aligned} \quad (107.34)$$

yəni  $N! = 3! = 6$  deyil.  $N!/m_1! = 3!/2! = 3$  həddən ibarət olur.

Əgər hissəciklərin üçü də eyni bir kvant halında yerləşsə, yəni  $n_1 = n_2 = n_3$  olsa, onda  $u_{n_1}(x_1)u_{n_1}(x_2)u_{n_1}(x_3)$  funksiyası müstəqil surətdə simmetrik funksiyadır (yəni, onu simmetrikləşdirmək lazım deyildir) və ona görə də (107.28) cəmində hədlərin sayı  $N!/m_1! = 3!/3! = 1$  olar.

(107.27) ifadəsindəki  $s_1$  normallaşdırıcı vuruğu  $\psi_s$  funksiyasının normallanması şərtindən tapılır:

$$\begin{aligned} 1 = \int |\psi_s|^2 dV = \int \psi_s^* \psi_s dV = c_1^* c_1 \int [ & \sum u_{n_1}^*(x_1)u_{n_2}^*(x_2) \dots \\ & \dots u_{n_N}^*(x_N) ] [ \sum u_{n_1}(x_1)u_{n_2}(x_2) \dots u_{n_N}(x_N) ] dV_1 dV_2 \dots dV_N \end{aligned} \quad (107.35)$$

$u_{n_\mu}$  funksiyalarının (107.22) ortonormallıq şərtinə görə (107.35) ifadəsində cəmin yalnız hər bir həddinin modulunun kvadratının inteqralı sıfırdan fərqli (yəni, 1-ə bərabər) ədəd olacaqdır. Ona görə də (107.35) ifadəsində inteqral cəmdəki hədlərin sayına bərabər olmalıdır. Deməli,

$$1 = c_1^* c_1 N! / (m_1! m_2! \dots)$$

və ya buradan

$$c_1 = \sqrt{\frac{m_1!m_2!\dots}{N!}} \quad (107.36)$$

alınır. (107.36)-nı (107.27)-də yazmaqla  $N$  sayda eyni bozondan ibarət olan sistemin simmetrikləşdirilmiş və normalanmış tam dalğa funksiyasını almış oluruq:

$$\psi_s = \sqrt{\frac{m_1!m_2!\dots}{N!}} \sum_{[n_1, n_2, \dots, n_N]} u_{n_1}(x_1) u_{n_2}(x_2) \dots u_{n_N}(x_N). \quad (107.37)$$

Bir daha qeyd edək ki, məsələn, ola bilər ki, baxılan bozonlar sistemində  $n_1=n_2=n_N$  şərti ödənməmiş olsun. Onda  $n_1$  və  $n_2$  və ya  $n_1$  və  $n_N$  və ya  $n_2$  və  $n_N$  indekslərinin yerinin dəyişməsi yeni yerdəyişmə hesab olunmur və deməli, (107.37) cəmində əlavə hədd yaratmır.

İndi isə  $N$  sayda eyni fermionlardan ibarət olan sistemin dalğa funksiyasının tapılmasına baxaq. Bu funksiya sistemdə iki eyni fermionun (məsələn, iki elektronun) yerinin dəyişməsinə nəzərən antisimmetrik olmalıdır. Bu şərti ödəyən dalğa funksiyasını, (107.27) cəmində hər bir həddi  $\varepsilon_{n_1 n_2 \dots n_N}$  kososimmetrik Kroneker simvoluna vurmaqla almaq olar:

$$\psi_a = c_2 \sum_{[n_1, n_2, \dots, n_N]} \varepsilon_{n_1 n_2 \dots n_N} u_{n_1}(x_1) u_{n_2}(x_2) \dots u_{n_N}(x_N) \quad (107.38)$$

Burada  $\varepsilon_{n_1 n_2 \dots n_N} = 0, \pm 1$  qiymətlərini ala bilər. Belə ki,  $n_1, n_2, \dots, n_N$  indekslərindən heç olmazsa ikisi eyni (bir-birinə bərabər) olsa, uyğun  $\varepsilon=0$  götürülməlidir.  $n_1, n_2, \dots, n_N$  indekslərinin müəyyən düzülüşünü başlanğıc kimi götürməklə, bu indekslərin tək sayda yerdəyişmələri üçün  $\varepsilon=-1$ , cüt sayda yerdəyişmələri üçün isə  $\varepsilon=+1$  qiyməti yazılmalıdır. Məsələn, (107.28)-(107.33) yerdəyişmələri üçün

$$\varepsilon_{123}=1, \varepsilon_{213}=-1, \varepsilon_{132}=+1, \varepsilon_{231}=-1, \varepsilon_{312}=+1, \varepsilon_{321}=-1 \quad (107.39)$$

yazıla bilər.

$\varepsilon_{n_1 n_2 \dots n_N}$  simvolunun bu xassələri göstərir ki, (107.38) funksiyası iki eyni fermionun yerdəyişməsinə nəzərən antisimmetrik olmalıdır. Doğrudan da, ixtiyari iki indeksin yerinin dəyişməsi  $\varepsilon$ -nin işarəsini dəyişdiyindən (107.38) cəmi antisimmetriklik xassəsini ödəyir. Qeyd edək ki, bu cəmdə heç olmazsa iki ixtiyari  $n_1$  və  $n_2$  indekslərinin eyni olduğu hədlər yoxdur. Çünki bu halda uyğun  $\varepsilon=0$  olur. Məsələn, iki eyni hissəcikdən ibarət olan sistem üçün  $n_1=n_2$  olduqda (107.26) ifadəsi sıfıra bərabər olur. Deməli, (107.38) cəmində hədlərin sayı  $N!$  olmalıdır. Buradan aydın olur ki, normalaşma şərtinə əsasən  $c_2$  vuruğu üçün  $c_2 = 1/\sqrt{N!}$  qiyməti alınmalıdır /bax: (107.35) və (107.36)/. Yuxarıda deyilənlərə əsasən asanlıqla başa düşülür ki, (107.38) ifadəsini  $N$  tərtibli bir  $U$  determinantı kimi yazmaq olar:

$$U = \frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} u_{n_1}(x_1) & u_{n_2}(x_1) & \dots & u_{n_N}(x_1) \\ u_{n_1}(x_2) & u_{n_2}(x_2) & \dots & u_{n_N}(x_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{n_1}(x_N) & u_{n_2}(x_N) & \dots & u_{n_N}(x_N) \end{vmatrix}. \quad (107.40)$$

Qeyd edək ki, (107.40) kimi təyin olunan  $U$  determinant dalğa funksiyası sistemdə iki eyni fermionun yerinin dəyişməsinə nəzərən antisimmetrikdir. Məsələn,

$$\hat{P}_{12}U = -U . \quad (107.41)$$

Doğrudan da, baxılan sistemdə iki eyni fermionun yerinin (halının) qarşılıqlı dəyişməsi (107.40) determinantında iki sətirin (sütunun) yerinin dəyişməsinə uyğun gəlir ki, bunun da nəticəsində, məlum olduğu kimi, determinantın işarəsi əksinə dəyişir.

$n_{\mu}$  kvant ədədləri ( $\mu$ -cü fermionun halını xarakterizə edən kvant ədədləri çoxluğu) (107.40) determinantında sütunların nömrəsi rolunu oynayır. Ona görə də iki halı xarakterizə edən kvant ədədləri çoxluğu eyni olarsa (məsələn,  $n_1 \equiv n_2$ ) bu o deməkdir ki, determinantın iki sütunu eynidir və belə determinant sifra bərabər olar. Bu, yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, həm də (107.38) ifadəsindən görünür. Deməli, belə halın mövcud olması ehtimalı  $dW = |U|^2 dV = 0$  olur. Beləliklə, biz çox mühüm olan bir nəticəyə gəlmiş oluruq: eyni fermionlardan ibarət olan sistemdə eyni bir kvant halında eyni zamanda bir dənədən çox hissəcik ola bilməz. Bu müddəə Pauli prinsipi adlanır. Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, Pauli prinsipi bozonlar üçün deyil, yalnız fermionlar üçün doğrudur.

Əslində (107.40) determinantı 1929-cu ildə Sleyter tərəfindən elektronlar sistemi (atom və molekullar) üçün təklif olunmuş və sonralar ixtiyari fermionlar sistemi üçün ümumiləşdirilmişdir. Ona görə də atom və ya molekulun elektron dalğa funksiyasını adətən Sleyter determinantı adlandırırlar. Məsələn, atomlar üçün (107.40) Sleyter determinant dalğa funksiyasının elementləri olan  $U_n(x)$  birelektronlu dalğa funksiyaları atom-spin orbitalleridir (E105). Burada  $x \rightarrow xxz\sigma$ -elektronun fəza və spin koordinatlarını,  $n \rightarrow nlm_l m_s$  isə mərkəzi sahə yaxınlaşmasında atomda elektronun halını təsvir edən dörd kvant ədədini işarə edir.

Atomlar üçün determinant dalğa funksiyası və deməli, Pauli prinsipi yalnız mərkəzi sahə, digər fermionlar sistemi üçün isə sərbəst fermionlar modeli yaxınlaşmasında alınır. Eyni hissəciklərin seçilməzliyi isə kvant mexanikasının fundamental qanunudur.

Atomlar üçün Pauli prinsipini belə ifadə etmək olar ki, hər bir atomda kvant ədədlərinin dördü də eyni zamanda eyni olan iki elektron ola bilməz. Pauli prinsipinə görə aydındır ki, əgər atomda elektron buludları tamamilə üst-üstə düşən iki elektron vardırırsa, bu elektronların spinləri hökmən antiparalel olmalıdır.

Çoxlu miqdar təcrübi faktları ümumiləşdirərək 1924-cü ildə, yəni kvant mexanikası yaranmamışdan qabaq (kvant mexanikasının yaranma tarixi Şredinger tənliyi təklif olunan 1926-cı ildən hesab olunur) Pauli bu prinsipi irəli sürmüşdü. Həmin prinsipə görə atomda kvant halları eyni olan iki elektron mövcud ola bilməz. Lakin, yuxarıda göstəriləndiyi kimi, kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsasən yazılmış determinant dalğa funksiyasından Pauli prinsipi xüsusi bir hal olaraq dərhal alınır.

Aydınlığı və dəqiqliyinə görə Pauli prinsipi dalğa funksiyalarının antisimmetrik olması (eyni fermionların seçilməzliyi) prinsipinə nisbətən geri qalır. Belə ki, eyni fermionların seçilməzliyi prinsipi hissəciklər arasında qarşılıqlı təsir nəzərə alındıqda da doğru olduğu halda, Pauli prinsipində ayrı-ayrı hissəciklərin halları haqqında bəhs edilir. Belə hallar haqqında isə, ciddi desək, hissəciklər arasında qarşılıqlı təsir olmadıqda danışmaq olar. Buna baxmayaraq, Pauli prinsipi hətta ilkin ifadə olunduğu şəkildə çox məhsuldar oldu və Mendeleyev cədvəlinin, həm də spektrlərdə bəzi qanunauyğunluqların əsaslandırılması işində mühüm rol oynadı. Fermionların dalğa funksiyalarının



antisimmetrik olması və ya eyni fermionların seçilməzliyi prinsipini bəzən ümumiləşmiş Pauli prinsipi də adlandırırlar.

Məsələnin mahiyyətini daha aydın şəkildə başa düşmək məqsədilə eyni hissəciklərin seçilməzliyi və Pauli prinsipi haqqında yuxarıda şərh olunmuş ümumi nəzəriyyənin yaradılması üçün əsas kimi götürülmüş bəzi ilkin mülahizələri qısa şəkildə nəzərdən keçirək. Çoxelektronlu atomlar üçün mərkəzi sahə yaxınlaşmasını (E105) öyrənərkən göstərdik ki, atomda elektronlar hər biri  $n$ ,  $l$ ,  $m_l$  və  $m_s$  kvant ədədləri toplusu ilə xarakterizə olunan müxtəlif hallarda yerləşə bilər. Onda belə bir sual meydana çıxır ki, həyəcanlanmamış atomda elektronlar hansı hallarda yerləşirlər? Adi təsəvvürlər baxımından bu suala belə cavab vermək olar ki, atomun həyəcanlanmamış (normal və ya əsas) halında onun bütün elektronları enerjinin mümkün olan ən kiçik qiymətinə uyğun enerji səviyyəsində, yəni atomun ən dərin enerji səviyyəsində yerləşməlidir. Lakin təcrübələr göstərir ki, bu, heç də belə deyildir:  $z$  sıra nömrəsi artdıqca atomların enerji səviyyələrinin ardıcıl surətdə dolması baş verir. Enerji səviyyələrinin bu cür dolmasını izah etmək üçün Pauli belə bir hipotez irəli sürdü ki, atomda ixtiyari kvant halında yalnız bir elektron yerləşə bilər. Buna görə də həyəcanlanmamış atomun hər bir növbəti elektronu hələ ki, dolmamış enerji səviyyələrindən ən dərinində yerləşir. Sonrakı hərtərəfli yoxlamalar Paulinin bu hipotezinin doğru olduğunu sübut etdi. Pauli prinsipi yalnız eyni bir atomda yerləşən elektronlar üçün deyil, kainatdakı bütün elektronlar üçün də doğrudur. Bu zaman nəzərə almaq lazımdır ki, elektronların halları həm enerjiyə, həm də fəza paylanmasına görə bir-birindən fərqlənə bilər.

Yuxarıda qeyd etdik ki, mikroobyektlərin fermionlara və bozonlara bölünməsi yalnız elementar hissəciklərə aid olmayıb, həm də mürəkkəb hissəciklərə (atom nüvələri, atomlar, molekullar və s.) üçün də doğrudur. Belə ki, tam spinə malik olan mürəkkəb hissəciklər (bozonlar) və ya cüt sayda fermionlardan ibarət olan sistemlər simmetrik dalğa funksiyası ilə təsvir olunur. Tək sayda fermionlardan ibarət olan sistem isə antisimmetrik dalğa funksiyası ilə təsvir olunur və Pauli prinsipinə tabe olur. Məsələn, hidrogen atomu iki dənə fermiondan, yəni hər birinin spinini  $\frac{1}{2}$  olan elektron və protondan ibarətdir. Normal halda hidrogen atomunun tam spinini ya sıfır (proton və elektronun spinini antiparaleldir), ya da 1-ə (spinlər paraleldir) bərabər ola bilər. Deməli, normal halda hidrogen atomu bozondur.

Digər bir misal olaraq  ${}^4_2\text{He}$  helium atomunun nüvəsinə, yəni  $\alpha$ -hissəciyə baxaq.  $\alpha$ -hissəcik iki protondan və iki neytrondan, yəni dörd dənə fermiondan ibarətdir və onun tam spinini sıfır bərabərdir. Deməli,  $\alpha$ -hissəcik bozondur. Aydın ki, əsas halda  ${}^4_2\text{He}$  atomu da bozon olacaqdır. Lakin  ${}^3_2\text{He}$  atomunun nüvəsi iki proton və bir neytrondan, yəni tək sayda (üç dənə) fermiondan ibarət olduğu üçün onun tam spinini yarımtam ( $3/2$ ) ədəddir və o, fermiondur.  ${}^3_2\text{He}$  atomunun özü də əsas halda fermion olacaqdır. Deməli, helium ( ${}^4_2\text{He}$ ) atomunun özü və nüvələri Boze-Eynşteyn,  ${}^3_2\text{He}$  atomunun özü və nüvələri isə Fermi-Dirak statistikasına tabe olurlar. Bunun isə təzahürü ondan ibarətdir ki, mütləq sıfır yaxın temperaturalarda helium ifrat axıcılıq xassəsinə malikdir,  ${}^3_2\text{He}$  isə bu xassəyə malik deyildir.

İlk baxışdan elə görünə bilər ki, dalğa funksiyalarının simmetrikləşdirilməsi (və ya antisimmetrikləşdirilməsi) böyük çətinliklərlə qarşılaşmalıdır. Doğrudan da, məsələn, elektronlar haqqında hər hansı məsələni həll etdikdə prinsipə Kainatda olan bütün elektronların dalğa funksiyalarını tapmaq və onlardan istifadə edərək tamamilə

antisimmetrik olan, yəni ixtiyari iki elektronun bir-biri ilə yerini dəyişdikdə öz işarəsini dəyişən dalğa funksiyası qurmaq lazımdır. Bu, fantastik bir işdir. Lakin xoşbəxtlikdən bütün elektronların nəzərə alınması heç də vacib deyildir. Belə ki, dalğa funksiyaları (buludları) baxılan elektronun dalğa funksiyası (buludu) ilə bir-birini örtməyən (və ya nəzərə alınmayacaq dərəcədə az örtən) elektronları nəzərə almamaq olar. Praktiki qayda ondan ibarətdir ki, buludları (dalğa funksiyaları) bir-birini əhəmiyyətli dərəcədə örtən bütün elektronlar üçün dalğa funksiyası antisimmetrikləşdirilməlidir. Ona görə də, məsələn, hidrogen atomu üçün aparılan hesablamalar yalnız izolə olunmuş hidrogen atomları üçün tətbiq oluna bilər və hidrogen molekulları üçün yaramır. Kondensə olunmuş maddələrdə yalnız "daxili elektronlar" bir atoma mənsub hesab oluna bilər.

### Ə108. Atomların elektron konfigurasiyaları

Məlumdur ki, mərkəzi sahə yaxınlaşmasında atomda hər bir elektronun halı dörd dənə  $n, l, m_l$  və  $m_s$  kvant ədədləri ilə xarakterizə olunur (Ə105,106). Nəzəri əsasları Ə107-də şərh olunmuş Pauli prinsipinə görə isə atomda bu kvant ədədləri ilə xarakterizə olunan kvant halında yalnız bir dənə elektron yerləşə bilər, yəni eyni bir atomda olan iki elektronun halını təsvir edən  $n_1, l_1, m_{l_1}, m_{s_1}$  və  $n_2, l_2, m_{l_2}, m_{s_2}$  kvant ədədlərindən heç olmasa biri fərqli olmalıdır.

Göstərmək olar ki, Pauli prinsipi (buna bəzən qadağan prinsipi də deyilir) eyni bir atomda yerləşən və kvant ədədlərindən biri, ikisi və üçü eyni olan elektronların sayını ciddi şəkildə məhdudlaşdırır. Əvvəlcə atomda üç dənə  $n, l, m_l$  kvant ədədləri eyni ola bilən elektronların sayını müəyyən edək. Aydındır ki, belə elektronlar dördüncü kvant ədədi  $m_s$  ilə bir-birindən fərqlənməlidir.  $m_s$  kvant ədədi isə yalnız iki dənə  $+1/2$  və  $-1/2$  qiymətlərini ala bilər. Deməli, eyni bir atomda  $n, l, m_l$  kvant ədədlərinin üçü də eyni olan yalnız iki dənə elektron ola bilər. İndi isə  $n$  və  $l$  kvant ədədləri eyni olan elektronların maksimum sayını tapan.  $l$  kvant ədədinin verilmiş qiymətində  $m_l$  kvant ədədi  $2l+1$  sayda ( $m_l = -l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l$ ) müxtəlif qiymətlər ala bilər və  $m_l$ -in hər bir qiymətində isə  $m_s$  kvant ədədi də iki dənə qiymət alır. Deməli, eyni bir atomda  $n$  və  $l$  kvant ədədləri eyni olan elektronların maksimum sayı  $2(2l+1)$ -ə bərabərdir. Mərkəzi sahə yaxınlaşmasında atomda hər bir elektronun halı (atom spin orbitalı) dörd dənə  $n, l, m_l$  və  $m_s$  kvant ədədləri ilə xarakterizə olunduğu halda, hər bir elektronun enerjisi yalnız  $n$  baş və  $l$  orbital kvant ədədlərindən asılı olub,  $m_l$  və  $m_s$  kvant ədədlərindən asılı deyildir:  $\varepsilon_{nl}$  (Ə105) (hidrogenəbənzər atomlarda isə elektronun enerjisi  $l$  orbital kvant ədədindən də asılı deyildir:  $\varepsilon_n$ ). Deməli, atomda  $n$  və  $l$  kvant ədədləri eyni olub, bir-birindən yalnız  $m_l$  və  $m_s$  kvant ədədləri ilə fərqlənən  $2(2l+1)$  sayda hallar çoxluğu mövcuddur ki, bunların da hamısı enerjinin eyni bir  $\varepsilon_{nl}$  qiymətinə uyğun gəlir. Başqa sözlə, çoxelektronlu atomlarda mərkəzi sahə yaxınlaşmasında hər bir elektronun  $\varepsilon_{nl}$  enerji səviyyəsi  $m_l$  və  $m_s$  kvant ədədlərinə görə  $2(2l+1)$  tərtibdən cırlaşmışdır. Atomda eyni enerjili hallar ekvivalent hallar adlanır. Enerjinin eyni bir  $\varepsilon_{nl}$  qiymətinə uyğun gələn (və ya  $n, l$  kvant ədədləri eyni olan)  $2(2l+1)$  sayda ekvivalent hallar çoxluğuna elektron təbəqəsi deyilir. Atomlarda elektronların hallarının işarələnməsi qaydasına (Ə106) əsasən atomlarda  $1s, 2s, 3s, \dots; 2p, 3p, 4p, \dots; 3d, 4d, 5d, \dots; 4f, 5f, 6f, \dots$  və s. elektron təbəqələri olmalıdır. Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, hər bir elektron təbəqəsində ən çoxu  $2(2l+1)$  sayda elektron yerləşə bilər və özü də bu say uyğun  $l$  kvant ədədi ilə təyin olunur. 108.1 cədvəlində

müxtəlif təbəqələrdə yerləşə biləcək elektronların sayı göstərilmişdir.

Əgər təbəqədəki  $2(2l+1)$  sayda halın hamısı elektronlar tərəfindən tutulmuşdursa, belə təbəqə qapalı (dolmuş), əks halda isə açıq (dölməmiş) elektron təbəqəsi adlanır.

Təbəqədəki elektronların  $k$  sayı təbəqənin işarəsinin sağ tərəfində yuxarı indeks kimi yazılır:  $nl^k$ . Məsələn,  $1s^2, 2p^1, 2p^6, 3d^6, 4d^3, 4f^{12}$  və s.

Nəhayət, atomda  $n$  baş kvant ədədi eyni ola bilən elektronların maksimum sayını tapaq. Məlumdur ki, (Ə98),  $n$  baş kvant ədədinin verilmiş qiymətində  $l$  orbital kvant ədədi  $n$  sayda  $l=0,1,2,\dots,n-1$  qiymətlərini ala bilər:  $n$  və  $l$  kvant ədədlərinin verilmiş qiymətinə isə atomda maksimum  $2(2l+1)$  sayda hal uyğun gəlir. Deməli, eyni bir atomda  $n$  baş kvant ədədi eyni ola bilən elektronların maksimum sayı aşağıdakı cəm vasitəsilə tapıla bilər /bax: (98.42)/:

$$\sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2 \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = 2(1+3+5+\dots+2n-1) = 2n^2 \quad (108.1)$$

Cədvəl 108.1

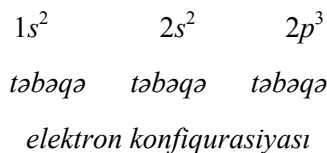
Elektron təbəqəsi	$l$	Təbəqədəki elektronların sayı $2(2l+1)$
$ns$	0	2
$np$	1	6
$nd$	2	10
$nf$	3	14
$ng$	4	18

Atomda  $n$  baş kvant ədədi eyni olan  $2n^2$  sayda hallar çoxluğu elektron layı adlanır. Aydınır ki, hər bir elektron layı baş kvant ədədinin qiymətinə uyğun elektron təbəqələrindən təşkil olunmuşdur.  $n$  baş kvant ədədinin müxtəlif qiymətlərinə uyğun olan elektron layları rentgen şüaları spektroskopiyasında qəbul olunmuş qayda üzrə latın əlifbasının baş hərfləri ilə aşağıdakı kimi işarə olunur:

$$\begin{array}{cccccc} n = 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ \text{lay } K & L & M & N & O & \end{array} \quad (108.2)$$

108.2 cədvəlində hər bir elektron layına daxil olan elektron təbəqələri və layda yerləşə biləcək elektronların maksimum sayı göstərilmişdir.

Atomda eyni zamanda bir neçə təbəqədə elektronlar yerləşə bilər. Atomun elektronlar yerləşən elektron təbəqələri çoxluğuna bu atomun elektron konfigurasiyası deyilir. Məsələn, azot atomunun əsas halının elektron konfigurasiyası aşağıdakı kimidir:



Hər bir atom üçün prinsipə sonsuz sayda elektron konfigurasiyası mümkündür ki,

bunlardan da yalnız biri əsas hala aiddir.

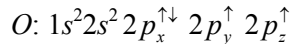
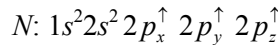
Pauli prinsipindən istifadə edərək atomların elektron konfigurasiyasını müəyyən edərək Hund qaydası da nəzərə alınmalıdır. Məsələn, karbon atomunun əsas halının elektron konfigurasiyasına baxaq:  $1s^2 2s^2 2p^2$ . Bu zaman belə bir sual meydana çıxır ki,  $2p$  təbəqəsindəki elektronlar necə yerləşmişlər? Spinləri antiparalel olmaqla  $2p_x, 2p_y, 2p_z$ -orbitalların birində ( $1s^2 2s^2 2p_x^{\uparrow\downarrow} 2p_y, 2p_z$ ) yoxsa ki, spinləri paralel olmaqla müxtəlif orbitallarda ( $1s^2 2s^2 2p_x^{\uparrow} 2p_y^{\uparrow} 2p_z$ )?

Cədvəl 108.2

Elektron layı	$n$	$l=0, 1, 2, 3, 4$					Laydakı elektronların maksimum sayı
		$s$	$p$	$d$	$f$	$g$	
$K$	1	2					2
$L$	2	2 + 6					8
$M$	3	2 + 6 + 10					18
$N$	4	2 + 6 + 10 + 14					32
$O$	5	2 + 6 + 10 + 14 + 18					50

Pauli prinsipi hər iki elektronun  $2p_x, 2p_y, 2p_z$ -orbitalların hər birində və ya ikisində spinləri antiparalel olmaqla yerləşməsinə (məsələn,  $2p_x^{\uparrow\downarrow} 2p_y, 2p_z$  və  $2p_x^{\uparrow} 2p_y^{\downarrow} 2p_z$ ) qadağan etmir. Lakin çoxlu sayda təcrübi faktları araşdıraraq Hund müəyyən etmişdir ki, ekvivalent hallarda elektronların spinlərinin paralel olması enerji baxımından daha əlverişli olur (yəni, bu zaman enerji daha kiçik olur). Pauli prinsipinə görə  $2p_x^{\uparrow\downarrow}$  halı qadağan olduğundan, məsələn,  $2p_x^{\uparrow} 2p_y^{\uparrow} 2p_z$  halı  $2p_x^{\uparrow\downarrow} 2p_y, 2p_z$  və ya  $2p_x^{\uparrow} 2p_y^{\downarrow} 2p_z$  hallarına nisbətən daha dayanıqlı olmalıdır.

Beləliklə, atomların elektron konfigurasiyasını yazarkən Hundun təcrübi faktlar əsasında müəyyən etdiyi qayda da nəzərə alınmalıdır: atomların dolmaqda davam edən təbəqələrində elektronlar mümkün qədər spinləri paralel olmaqla müxtəlif kvant hallarında yerləşirlər. Burada "mümkün qədər" sözləri onu göstərir ki, orbitallar əvvəlcə hər birində bir elektron olmaqla dolmalıdır. Sonra isə həmin orbitallarda Pauli prinsipi nəzərə alınmaqla ikinci elektron yerləşə bilər. Məsələn, azot və oksigen atomlarının əsas halının elektron konfigurasiyası aşağıdakı kimi olmalıdır:



Qeyd edək ki, Hund qaydası və ondan çıxan nəticələr mərkəzi sahə yaxınlaşmasında deyil, elektronlar arasında qalıq qarşılıqlı təsiri nəzərə almaqla atomların elektron konfigurasiyasını yazarkən, yəni elektron konfigurasiyasının termlərə parçalanmasını tədqiq edərək (E118) istifadə olunur.

Yuxarıda şərh olunanlara əsasən atomların elektron konfigurasiyasını müəyyən edərək qurma prinsipindən istifadə etmək əlverişlidir:

1. Atom orbitallarının elektronlar tərəfindən tutulması, ən kiçik enerjili orbitaldan başlayaraq enerjinin artmasına uyğun surətdə baş verir.
2. Pauli prinsipinə uyğun olaraq  $n, l$  və  $m_l$  kvant ədədləri ilə xarakterizə olunan hər bir atom orbitalında ikidən çox elektron yerləşə bilməz.
3. Hund qaydasına uyğun olaraq dolmaqda davam edən elektron təbəqələrində elektronlar elə yerləşir ki, onların spinlərinin cəmi mümkün qədər böyük olsun.

Qurma prinsipinə əsaslanaraq Mendeleyev cədvəlini (elementlərin dövrü sistemini) izah etmək mümkündür.

### Ə109. Kimyəvi elementlərin dövrü sisteminin izahı

XIX əsrin ortalarında çoxlu kimyəvi elementlər məlum idi və təbii olaraq belə bir sual meydana çıxırdı ki, bu elementlər arasında müəyyən əlaqə var, yoxsa onların xassələri tamamilə təsadüfi olub, bir-birindən asılı deyildir? Əvvəlki dövrdə bir sıra xüsusi qanunauyğunluqların müəyyən edilməsinə baxmayaraq, yalnız D. İ. Mendeleyev ilk dəfə bütün elementləri vahid sistemdə əlaqələndirən ümumi qanunu tapmağa müvəffəq oldu ki, bu qanun da atomun quruluşunun ümumiliyinin parlaq ifadəsidir.

Elementlərin kimyəvi xassələrinin periodik (dövrü) olaraq təkrarlanması qanunu 1869-cu ildə rus alimi D. İ. Mendeleyev tərəfindən kəşf olunmuş və bu qanun kimyəvi elementlərin onun təklif etdiyi dövrü sisteminə öz əksini tapmışdır. Mendeleyev o dövrdə məlum olmayan kimyəvi elementləri onların atom kütləsinin (o dövrdəki anlayışlara görə atom çəkisinin) artması ardıcılığı ilə düzmüş və müşahidə etmişdir ki, elementlərin müəyyən sayından sonra onların kimyəvi xassələri təkrarlanır. Məsələn, natrium, kalium və s. elementlərdə (qələvi metallarda) litiumun; xlor, brom, yod və s. elementlərdə (halogenlər qrupunda) isə flüorun kimyəvi xassələri təkrarlanır.

Mendeleyev hər bir element üçün dövrü sistemdə onun yerini təyin edən sıra nömrəsi  $z$  müəyyən etmişdir. Belə ki, atomunun kütləsi böyük olan elementin  $z$  sıra nömrəsi də böyük olmalı idi. Lakin bəzi hallarda bu qayda pozulurdu, yəni atom kütləsi böyük olan element yüngül elementdən qabaqda yerləşdirilməli olurdu. Məsələn, ( ${}_{18}^{40}Ar - {}_{19}^{39}K$ ), ( ${}_{52}^{128}Te - {}_{53}^{127}J$ ), ( ${}_{27}^{59}Co - {}_{28}^{58}Ni$ ). Bundan başqa, sonralar kimyəvi elementlərin izotopları (Ə40), yəni  $z$  sıra nömrəsi eyni, lakin atom kütləsi müxtəlif olan atomlar kəşf olundu (məsələn, hidrogenin üç izotopu  ${}^1_1H$ ,  ${}^2_1H$ ,  ${}^3_1H$ ). Bu isə o deməkdir ki, atom kütləsi elementin fərdi xassələrini birqiyəmətli təyin edən sabit hesab edilə bilməz. Belə ki, izotopların atom kütləsi müxtəlif olsa da, kimyəvi xassələri eynidir. Ona görə də kimyəvi xassələr baxımından eyni olduqları üçün dövrü sistemdə izotoplar eyni bir xanədə (yerdə) yerləşdirilməli idi (izotop sözü yunancadan hərfi mənada tərcümədə "eyni bir yeri tutan" deməkdir). Kimyəvi elementlər əslində izotopların qarışığından ibarətdir. Elementin kimyəvi üsullarla təyin edilmiş atom kütləsi ilə bu elementi təşkil edən bütün izotopların atom kütlələrinin orta qiymətinə bərabərdir. Qeyd edək ki, müxtəlif atom kütləsinə, lakin eyni kimyəvi xassələrə malik olan elementlərlə (izotoplarla) yanaşı, atom kütləsi eyni olub, kimyəvi xassələri müxtəlif olan elementlər (izobarlar) da mövcuddur. Bütün bunlar göstərir ki, dövrü sistemin əsaslı şəkildə izahına ehtiyac vardır. Mendeleyevin özü dəfələrlə qeyd etmişdir ki, dövrü sistem gələcəkdə daha da inkişaf etdiriləcəkdir.

Atomun və atom nüvəsinin quruluşu ilə əlaqədar olaraq meydana çıxan bir sıra

kəşflərdən sonra elementlərin dövrü sistemi xüsusilə mühüm əhəmiyyət kəsb etməklə yanaşı, həm də özünün müasir dövrdəki nisbətən dolğun izahını tapdı. Məsələn, rentgen spektrlərinin öyrənilməsi,  $\alpha$ -hissəciklərin atomlardan səpilməsinə aid təcrübələrin təhlili və s. qətiyyətlə sübut etdi ki, elementin dövrü sistemdəki  $z$  sıra nömrəsi uyğun atomun nüvəsinin yükünü müəyyən edir və eyni zamanda neytral atomdakı elektronların sayına bərabərdir.

Elementlərin dövrü sisteminin kəşf olunduğu dövrdə (1869) cəmi 63 kimyəvi element məlum idi. Mendeleev 10-dan artıq kimyəvi elementin mövcud olmasını qabaqcadan söyləmiş və hətta onlardan üçünün (skandium  $_{21}\text{Sc}$ , qalium  $_{31}\text{Ga}$ , germanium  $_{32}\text{Ge}$ ) əsas fiziki və kimyəvi xassələrini də əvvəlcədən müəyyən etmişdi.

Mendeleev kimyəvi elementlərin dövrü sistemini qurarkən gördü ki, 63 elementdən yalnız 35-ni onların atom kütləsinə uyğun olaraq inamla yerləşdirmək mümkündür. 8 elementin dövrü sistemdə vəziyyəti anlaşılmaz idi. Məsələn, başa düşülmürdü ki, nə üçün sink (Zn), kadmium (Cd) və civə (Hg) elementləri maqnezium (Mg), kalsium (Ca), sirkonium (Zr) və bariyum (Ba) ilə, manqan (Mn) isə halogenlərlə (VII qrup elementləri) eyni bir qrupa düşür. Bundan başqa digər 20 element üçün Mendeleev ya atom kütləsinə, ya da ki, yerləşmə ardıcılığını dəyişməli olurdu. Bir çox hallarda bu dəyişiklik kəskin olurdu. Məsələn, seriumun (Ce) atom kütləsi 92 idi, lakin Mendeleev onun atom kütləsinə 138 götürməli oldu (müasir qiymət 140,12-dir); torium (Th) və uranın (U) atom kütləsi, o dövrdə uyğun olaraq, 116 və 120 olduğu halda, Mendeleev göstərdi ki, bu ədədlər müvafiq surətdə 232 və 240 götürülməlidir. Mendeleev dövrü sistemdə bəzi yerləri boş saxlayaraq belə hesab edirdi ki, həmin yerləri tutacaq elementlər hələlik kəşf olunmamışdır. Məsələn, o, yuxarıda qeyd etdiyimiz üç elementin (Sc, Ga, Ge) mövcudluğunu qabaqcadan söyləmiş və onları, uyğun olaraq, ekabor, ekaalüminium, ekasilisium adlandırmışdı. Burada "eka" söz önlüyü göstərir ki, dövrü sistemdə bu elementlər, uyğun olaraq, bor (B), alüminium (Al) və silisiumun (Si) altında yerləşməlidir. Bir qədər sonra, 1875-ci ildə, qalium (Ga) adlanan element kəşf olundu. Mendeleev dərhal göstərdi ki, qalium onun qabaqcadan söylədiyi məhz ekaalüminiumdur və onun atom kütləsi 68-ə yaxın, sıxlığı isə 6,0-5,9; atom həcmi isə 11,5 olmalıdır. Doğrudan da, müəyyən edildi ki, qaliumun atom kütləsi 69,7; sıxlığı 5,96 və atom həcmi 11,7-dir.

Təsirsiz qazlar yalnız XIX əsrin sonlarında kəşf olunmuşdu. Mendeleevin dövründə lantanidlər (nadir torpaq elementləri) qrupundan yalnız üç dənə element məlum idi: serium, didim (prazedium və neodimumun qarışığı) və erbium. Hal-hazırda isə 14 dənə nadir torpaq elementinin hamısının xassələri öyrənilmişdir.

1937-ci ildə 92 kimyəvi element məlum idi və onlardan 4 dənəsi, radioaktiv olduğu üçün, praktik olaraq təbiətdə rast gəlinmir. Bu dörd element sonralar laboratoriyaya şəraitində alındı. Belə ki, 1937-ci ildə E.Serqe molibdeni ( $_{42}\text{Mo}$ ) deytronlarla bombardman edərək sıra nömrəsi  $z=43$  olan və texnesium adlandırılan elementi aldı. Bu elementin ən dayanıqlı (stabil)  $^{99}_{43}\text{Tc}$  izotopunun yarımpərvilmə periodu  $2 \cdot 10^5$  ildir.

1938-ci ildə neodimumun ( $_{60}\text{Nd}$ ) deytronlarla bombardman edilməsi nəticəsində sıra nömrəsi  $z=61$  olan nadir torpaq elementinin alınması haqqında ilk məlumat verildi. Lakin bu element nisbətən böyük miqdarda ( $\sim 1,5$  q) yalnız 1947-ci ildə alındı və prometium adlandırıldı. Prometiumun ən dayanıqlı  $^{147}_{61}\text{Pm}$  izotopunun yarımpərvilmə periodu  $\sim 2,5$  ildir.

1940-cı ildə E. Serqe bismut ( $_{83}\text{Bi}$ ) elementini  $\alpha$ -hissəciklərlə şüalandıraraq sıra

nömrəsi  $z=85$  olan və onun tərəfindən astatin adlandırılan elementi kəşf etdi. Bu elementin ən stabil  ${}_{85}^{210}\text{At}$  izotopunun yarımpövrilmə periodu 8,3 saatdır.

Fransız alimi M. Pere 1939-cu ildə sıra nömrəsi  $z=87$  olan və fransium adlanan qısaömürlü elementi kəşf etdi. Fransiumun ən dayanıqlı  ${}_{87}^{223}\text{Fr}$  izotopunun yarımpövrilmə periodu 22 dəqiqəyə bərabərdir.

Nəhayət, qeyd etmək lazımdır ki, nüvə fizikası inkişaf etdikcə sıra nömrəsi  $z=93$  olan neptuniumdan başlayaraq hamısı radioaktiv olan transuran (urandan sonrakı) elementlərin süni yolla alınması mümkün olmuşdur və bu proses yəqin ki, bu gün də davam edir.

Hal-hazırda dövri sistemdəki elementlər içərisində təbiətdə mövcud olan sonuncu stabil kimyəvi element urandır ( ${}_{92}\text{U}$ ). Uranın təbiətdə əsasən  ${}_{92}^{238}\text{U}$  və  ${}_{92}^{235}\text{U}$  izotopları rast gəlinir (E40). Təbii uranda  ${}_{92}^{235}\text{U}$  izotopunun miqdarı  $\sim 0,7\%$  təşkil edir və maraqlıdır ki, məhz bu izotop nüvə reaktorlarında yanacaq kimi istifadə olunur.

Uran da daxil olmaqla dövri sistemdəki 92 elementdən yalnız 90 element təbiətdə stabil halda rast gəlinir. İki element – texnesium ( ${}_{43}\text{Tc}$ ) və prometium ( ${}_{61}\text{Pm}$ ) isə təbiətdə mövcud deyildir. Bunun səbəbi ondan ibarətdir ki, həmin iki element radioaktivdir və onların yarımpövrilmə periodu (daha vacib olan  ${}_{43}^{99}\text{Tc}$  izotopu üçün  $2,12 \cdot 10^5$  il,  ${}_{61}\text{Pm}$  izotopları üçün isə bir neçə ildən 10 illərlə) isə Yer in yaşından çox kiçikdir və ona görə də Yer planeti yaranandan sonra bu elementlər tamamilə çevrilib qurtarmışlar. Bu iki element sıra nömrəsinə görə onlara qonşu olan (təbiətdə mövcud olan) elementlərdən radioaktiv çevrilmə nəticəsində alınmışdır, çünki bu qonşu elementlərin hamısı stabildir.

Daha ağır elementlərin atomları dayanıqlı şəkildə mövcud ola bilmir. Bu onunla izah olunur ki, ağır nüvələrdə protonlar arasındakı Kulon itələmə qüvvələri cazibə xarakterli nüvə qüvvələrinə nisbətən böyük olur və nəticədə nüvə dayanıqsız olur. Nüvəni təşkil edən nuklonlar arasındakı nüvə cazibə qüvvələrinə nisbətən nüvədəki protonlar arasında itələmə qüvvələrinin böyük olması isə ona görə baş verir ki, Kulon qüvvələri uzağa təsir edən qüvvələrdir. Belə ki, nüvədə hər bir proton praktik olaraq bütün digər protonlarla qarşılıqlı təsirdə olur və bunun sayəsində qarşılıqlı təsir enerjisi nüvədəki protonların sayının kvadratı ilə düz mütənasib olaraq ( $\sim N_p^2$ ) artır. Digər tərəfdən, nüvə cazibə qüvvələri yaxına təsir qüvvələri olduğu üçün onların təsiri yalnız  $\sim 10^{-12}$  sm tərtibli məsafələrdə təzahür edir, yəni nüvədə yalnız iki qonşu nuklon bir-biri ilə nüvə qüvvələri vasitəsilə qarşılıqlı təsirdə ola bilər. Bu isə o deməkdir ki, nüvə qarşılıqlı təsirinin enerjisi nüvədəki nuklonların  $N$  sayı ilə ( $N^2$  ilə yox) düz mütənasib olur. Deməli, nüvə qarşılıqlı təsirinin enerjisi nuklonların sayından asılı olaraq nüvədəki protonlar arasındakı Kulon itələmə enerjisinə nisbətən ləng artır. Nuklonların sayı az olduqda nüvə qüvvələri Kulon qüvvələrinə nisbətən böyük olduğundan, nüvə qarşılıqlı təsirinin enerjisi də Kulon itələmə enerjisindən xeyli böyük olur. Lakin nüvədəki nuklonların sayı artdıqca elə bir an gəlib çatır ki, cazibə qüvvələri artıq Kulon itələmə qüvvələrini kompensasiya edə bilmir və nüvə stabil (dayanıqlı) olmur. Elementlərin dövri sisteminin sonlu olması fikri də məhz bu mülahizələrlə əlaqədardır. Yeri gəlmişkən qeyd etmək ki, bu fikrin əksinə olaraq dövri sistemin sonsuz olması kimi mübahisəli ideya da mövcuddur. Bu ideya ona əsaslanır ki, sonsuz hesab edilən Kainatda kimyəvi elementlərin də sayı sonsuz olmalıdır.

Dövri sistemdə urandan sonra yerləşən (transuran) və stabil olmayan elementlərin, yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, süni yolla alınması mümkün olmuşdur. Transuran

elementlərin əksəriyyəti Q. Siborqun rəhbərlik etdiyi laboratoriyada alınmışdır. Aşağıda bəzi transuran elementlər haqqında qısa məlumat verilir.

Birinci transuran element olan neptunium ( ${}_{93}\text{Np}$ ) 1940-cı ildə uranı tsiklotronunda sürətləndirilmiş deytronlarla şüalandırmaqla alınmışdır. Uran ( ${}_{92}^{238}\text{U}$ ) əvvəlcə deytronun tərkibində olan neytronu zəbt edərək  ${}_{92}^{239}\text{U}$  izotopuna çevrilir. Bu izotopun yarımqəvrilmə periodu 23 dəqiqədir. Sonra həmin izotop özündən elektron buraxaraq  ${}_{93}^{239}\text{Np}$  elementinə çevrilir ki, bunun da yarımqəvrilmə periodu 2,3 sutkadır. Neptuniumun  ${}_{93}^{231}\text{Np}$  –dən  ${}_{93}^{240}\text{Np}$  -a kimi müxtəlif izotopları vardır ki, bunların da yarımqəvrilmə periodu  $7,3 \text{ dəq} - 2,2 \cdot 10^6 \text{ il}$  kimi geniş bir intervalda yerləşir. "Neptunium" adı Günəş sistemində Uran planetindən sonra yerləşən Neptun planetinin adına oxşar olaraq götürülmüşdür. Neptunium elementi böyük kütləyə malik miqdarda alınmışdır.

İkinci trasuran element olan plutonium ( ${}_{94}\text{Pu}$ ) da 1940-cı ildə yarımqəvrilmə periodu 2,3 sutka olan neptuniumdan elektronun buraxılması nəticəsində alınmışdır. Plutoniumun  ${}_{94}^{232}\text{Pu}$  -dan  ${}_{94}^{246}\text{Pu}$  -a kimi müxtəlif izotopları vardır və onlar üçün yarımqəvrilmə periodu  $30 \text{ dəq} - 4,9 \cdot 10^{10} \text{ il}$  intervalını əhatə edir. Məsələn,  ${}_{94}^{239}\text{Pu}$  izotopunun yarımqəvrilmə periodu 24360 il, spontan bölünməyə nisbətən yaşama müddəti isə  $5,5 \cdot 10^{15}$  ildir. "Plutonium" adı Günəş sistemində Neptun planetindən sonra gələn Pluton planetinin adına uyğun şəkildə götürülmüşdür.

Amerisium ( ${}_{95}\text{Am}$ ) elementi 1944-cü ildə kəşf olunmuşdur. Yarımqəvrilmə periodu 13 il olan  ${}_{94}^{241}\text{Pu}$  izotopu elektron buraxaraq  ${}_{95}^{241}\text{Am}$  izotopuna çevrilir. Bu izotopun yarımqəvrilmə periodu 470 ildir. Amerisium elementinin  ${}_{95}^{237}\text{Am}$  -dan  ${}_{95}^{241}\text{Am}$  -ə qədər izotopları məlumdur ki, bunların da yarımqəvrilmə periodları  $25 \text{ dəq} - 8000 \text{ il}$  intervalında yerləşir. Sıra nömrəsi  $z=95$  olan bu element Amerikanın şərəfinə amerisium adlandırmışdır. Lantanidlər sırasında bu elementə Avropanın şərəfinə adlandırılmış yevropium ( ${}_{63}\text{Eu}$ ) elementi uyğun gəlir. Amerisium elementi qramlarla ölçülən miqdarda alınmışdır.

Kürium ( ${}_{96}\text{Cm}$ ) elementi də 1944-cü ildə  ${}_{94}^{239}\text{Pu}$  izotopunun enerjisi  $32 \text{ MeV}$  olan helium ionları ilə şüalandırılmasından alınan məhsullar içərisində aşkar edilmişdir. Kürium elementinin  ${}_{96}^{238}\text{Cm}$  -dan  ${}_{96}^{249}\text{Cm}$  -a qədər izotopları məlumdur və bunların da yarımqəvrilmə periodları bir neçə saatdan 10 milyonlarla ilə qədər olan intervalda yerləşir. Bu element təbii radioaktivliyin görkəmli tədqiqatçıları olan ər-arvad Pyer və Mariya Kürinin şərəfinə kürium adlandırılmışdır. Kürium elementi milliqramlarla ölçülən miqdarda alınmışdır.

Berklium ( ${}_{97}\text{Bk}$ ) elementi 1949-cu ildə  ${}_{95}^{241}\text{Am}$  elementindən olan hədəfin helium ionları ilə şüalandırılması nəticəsində alınmışdır. Berkliumun  ${}_{97}^{243}\text{Bk}$  -dan  ${}_{97}^{250}\text{Bk}$  -a qədər izotopları məlumdur ki, onların da yarımqəvrilmə periodu  $\sim 3$  saatdan 7000 ilə qədər zaman intervalında yerləşir. Bu element bir çox transuran elementlərin alındığı laboratoriyanın yerləşdiyi Berkli şəhərinin şərəfinə berklium adlandırılmışdır. Berklium elementi mikroqramın onda biri tərtibində olan miqdarda alınmışdır.

Kalifornium ( ${}_{98}\text{Cf}$ ) elementi 1950-ci ildə bir neçə milliqram  ${}_{96}^{242}\text{Cm}$  elementinin enerjisi  $35 \text{ MeV}$  olan helium ionları ilə şüalandırılması nəticəsində alınmışdır. Bu elementin  ${}_{98}^{244}\text{Cf}$  -dan  ${}_{98}^{254}\text{Cf}$  -a qədər izotopları məlumdur və onların yarımqəvrilmə



periodu 25 dəqiqədən bir neçə yüz ilə qədər olan intervalda yerləşir. Kalifornium elementi mikroqramın yüzdə biri tərtibində olan miqdarda alınmışdır. Bu element Kaliforniya universitetində kəşf olunduğu üçün həmin universitetin və Kaliforniya ştatının şərəfinə kalifornium adlandırılmışdır.

Eynşteynium ( $_{99}\text{Es}$ ) elementi 1952-ci ildə kəşf edilmişdir. Onunla yanaşı həm də fermium ( $_{100}\text{Fm}$ ) elementi də tapılmışdır. Bu elementlər istilik-nüvə partlayışından sonra alınan və tərkibinə ağır elementlər daxil olan nümunələrin analizi zamanı müşahidə olunmuşdur. Eynşteyniumun  $_{99}^{246}\text{Es}$ -dan  $_{99}^{256}\text{Es}$ -ə qədər izotopları məlumdur ki, bunların da yarımpəvriyə periodu bir neçə dəqiqədən ~300 günə qədər olan intervalda yerləşir. Bu elementin çəki ilə ölçülə bilən miqdarı alınmamışdır və onu yalnız indikatorlar vasitəsilə müşahidə etmək mümkün olmuşdur. Həmin element A. Eynşteynin şərəfinə eynşteynium adlandırılmışdır.

Fermium ( $_{100}\text{Fm}$ ) elementinin  $_{100}^{250}\text{Fm}$ -dan  $_{100}^{256}\text{Fm}$ -a qədər izotopları vardır ki, bunların da yarımpəvriyə periodu 0,5-30 saat intervalında yerləşir. Bu element də yalnız indikator vasitəsilə müşahidə oluna bilən miqdarda alınmışdır və E. Ferminin şərəfinə fermium adlandırılmışdır.

Mendeleyevium ( $_{101}\text{Md}$ ) elementi 1955-ci ildə tərkibinə çox az miqdarda  $_{99}^{255}\text{Es}$  daxil olan hədəfin enerjisi 41 MeV olan helium ionları ilə şüalandırılması nəticəsində alınmışdır. Təcrübələr zamanı mendeleyevium elementinin cəmi 17 atomu alınmışdır və onların yarımpəvriyə periodunun ~3,5 saat olduğu müəyyən edilmişdir. Mendeleyevium elementinin izotoplarının kütlə ədədi 251-261 hüdudunda, onların yarımpəvriyə periodları isə bir neçə saniyədən bir saata qədər olan intervalda yerləşir. Sonralar mendeleyevium elementinin bir neçə yüz atomu müşahidə olunmuşdur. Bu element D. İ. Mendeleyevin şərəfinə mendeleyevium adlandırılmışdır.

Nobelium ( $_{102}\text{No}$ ) elementi 1958-ci ildə tərkibində  $_{96}^{246}\text{Cm}$  olan hədəfin karbon ( $_{6}^{12}\text{C}$ ) atomunun ionları ilə şüalandırılması nəticəsində alınmışdır. Bu zaman yaranan və yarımpəvriyə periodu ~3 saniyə olan  $_{102}^{254}\text{No}$  nobelium izotopu  $_{100}^{250}\text{Fm}$  izotopuna çevrilir. Bu element A. Nobelin şərəfinə nobelium adlandırılmışdır.

Lourensium ( $_{103}\text{Lr}$ ) elementi 1961-ci ildə kəşf edilmiş və E. Lourensin şərəfinə adlandırılmışdır. E. Lourens tsiklotronun ixtiraçısıdır və transuran elementlərin əksəriyyəti tsiklotronda sürətləndirilmiş hissəciklər vasitəsilə alınmışdır. Aktinidlər sırası lourensium elementi ilə sona çatır. Hal-hazırda sıra nömrəsi  $z=109$  olan element məlumdur, yəni indi dövrü sistemə 109 kimyəvi element daxildir.

1983-cü ildə alman alimləri tərəfindən 109-cu elementin bir dənə atomu alınmışdır. 1984-cü ildə isə Dubnada bu elementin səkkiz atomunu almaq mümkün olmuşdur. Həmin ildə Dubnada sıra nömrəsi  $z=108$  olan elementin iki izotopu alınmışdır. Qeyd edək ki, yuxarıda göstərilən nobelium ( $_{102}\text{No}$ ) və ( $_{103}\text{Lr}$ ) elementləri üçün bu adlar ilk dövrdə mübahisə doğurmuşdur. Belə ki, Dubna alimləri 102-ci elementi Jolio-Kürinin şərəfinə joliotium (Ji), 103-cü elementi isə Rezerfordun şərəfinə rezerfordium (Rf), 105-ci elementi isə Nils Borun şərəfinə nilsborium (Ns) adlandırılmasını təklif etmişlər. Digər transuran elementlərə isə hələlik ad verilməmişdir (əlbəttə, əsas məsələ elementin necə adlandırılması deyil, onun kəşf olunması və dövrü sistemdəki  $z$  sıra nömrəsidir). Mendeleyevin təbirincə onları ekavolfram, ekarenium, ekaosmium, ekairidium adlandırmaq olar.

Sıra nömrəsi 103-dən böyük olan transuran elementləri almaq üçün ağır nüvələrin



# Д. ИМЕНДЕЛҮЙ В И Е Л Е М Е Н Т Л Я Р И Н Д Ю В Р И С Т Е М И

Cədvəl 109.2

ДЮВРИС	Г Р У П					VIII				
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1	<b>H</b> 1 1.00794 Водород									<b>He</b> 2 4.00260 Гелий
2	<b>Li</b> 3 6.941 Литий	<b>Be</b> 4 9.0122 Бериллий	<b>B</b> 5 10.811 Бор	<b>C</b> 6 12.011 Углерод	<b>N</b> 7 14.0067 Азот	<b>O</b> 8 15.999 Кислород	<b>F</b> 9 18.998 Фтор			<b>Ne</b> 10 20.1797 Неон
3	<b>Na</b> 11 22.98977 Натрий	<b>Mg</b> 12 24.304 Магний	<b>Al</b> 13 26.98154 Алюминий	<b>Si</b> 14 28.0855 Кремний	<b>P</b> 15 30.97376 Фосфор	<b>S</b> 16 32.06 Сера	<b>Cl</b> 17 35.453 Хлор			<b>Ar</b> 18 39.948 Аргон
4	<b>K</b> 19 39.0983 Калий	<b>Ca</b> 20 40.078 Кальций	<b>Sc</b> 21 44.95591 Скандий	<b>Ti</b> 22 47.88 Титан	<b>V</b> 23 50.9415 Ванадий	<b>Cr</b> 24 51.9961 Хром	<b>Mn</b> 25 54.93804 Марганец	<b>Fe</b> 26 55.845 Железо	<b>Co</b> 27 58.93319 Кобальт	<b>Ni</b> 28 58.6934 Никель
5	<b>Rb</b> 37 85.4678 Рубидий	<b>Sr</b> 38 87.62 Стронций	<b>Y</b> 39 88.90584 Иттрий	<b>Zr</b> 40 91.224 Цирконий	<b>Nb</b> 41 92.90638 Нобий	<b>Se</b> 34 78.96 Селен	<b>Br</b> 35 79.904 Бром			<b>Kr</b> 36 83.80 Криптон
6	<b>Cs</b> 55 132.90545 Цезий	<b>Ba</b> 56 137.327 Барий	<b>La</b> 57 138.9047 Лантан	<b>Hf</b> 72 178.49 Гафний	<b>Ta</b> 73 180.94788 Тантал	<b>Mo</b> 42 95.94 Молибден	<b>Tc</b> 43 98.90625 Технеций	<b>Ru</b> 44 101.07 Рутений	<b>Rh</b> 45 102.9055 Родий	<b>Pd</b> 46 106.42 Палладий
7	<b>Fr</b> 87 [223] Франций	<b>Ra</b> 88 [226] Радий	<b>Ac</b> 89 [227] Актиний	<b>Ku</b> [104] Кюриум	<b>(Ns)</b> [105] Нобелий	<b>Te</b> 52 127.6 Теллур	<b>I</b> 53 126.905 Йод			<b>Xe</b> 54 131.30 Ксенон
						<b>W</b> 74 183.84 Вольфрам	<b>Re</b> 75 186.207 Рений	<b>Os</b> 76 190.23 Осмиум	<b>Ir</b> 77 192.222 Иридий	<b>Pt</b> 78 195.084 Платина
						<b>Po</b> 84 [209] Полоний	<b>At</b> 85 [210] Астат			<b>Rn</b> 86 [222] Радон

★ ЛАНТАНОИДЛАР										
<b>La</b> 57 138.9047 Лантан	<b>Ce</b> 58 140.12 Церий	<b>Pr</b> 59 140.90765 Прометий	<b>Nd</b> 60 144.242 Неодимий	<b>Pm</b> 61 [145] Прометий	<b>Sm</b> 62 150.36 Самарий	<b>Eu</b> 63 151.964 Европий	<b>Gd</b> 64 157.25 Гадолиний	<b>Tb</b> 65 158.92534 Тербий	<b>Dy</b> 66 162.5001 Диспрозий	<b>Ho</b> 67 164.93032 Гольмий
<b>Lu</b> 71 174.967 Лютеций	<b>Yb</b> 70 173.054 Йттербий	<b>Tm</b> 69 168.93223 Тиманий	<b>Er</b> 68 167.259 Ербий	<b>Fm</b> 100 [253] Фермий	<b>Md</b> 101 [258] Менделеевий	<b>No</b> 102 [259] Нобелий	<b>Lr</b> 103 [260] Лоренций	<b>Yb</b> 70 173.054 Йттербий	<b>Lu</b> 71 174.967 Лютеций	<b>Tm</b> 69 168.93223 Тиманий

★ АКТИНОИДЛАР										
<b>Ac</b> 89 [227] Актиний	<b>Th</b> 90 [232] Торий	<b>Pa</b> 91 [231] Протактиний	<b>U</b> 92 [238] Уран	<b>Np</b> 93 [237] Нептуний	<b>Pu</b> 94 [244] Плутоний	<b>Am</b> 95 [243] Америций	<b>Cm</b> 96 [247] Кюрий	<b>Fr</b> 87 [223] Франций	<b>Ra</b> 88 [226] Радий	<b>Ac</b> 89 [227] Актиний

$58 \leq z \leq 71$  intervalında yerləşən 14 element xüsusi qrup təşkil edir. Bu 14 element nadir torpaq elementləri və ya lantanidlər adlanır və onların kimyəvi xassələri bir-birinə o qədər yaxındır ki, kimyaçı üçün həmin elementləri bir-birindən ayırd etmək çox çətin bir işdir. Lantanidlərin kimyəvi xassələrinin məhz belə yaxın olmasının nəticəsidir ki, dövrü sistemi təsvir edən cədvəldə onlar üçün bir dənə yer (xanə) ayrılır və bütün lantanidlər sırası ayrıca verilir. Altıncı dövr təsirsiz qaz olan rutenium ( $z=86$ ) ilə bitir.

Yeddinci dövr yenə də qələvi metal olan fransium elementi ilə ( $z=87$ ) başlayır və hələlik tamamlanmamışdır. Bu dövrə təbii radioaktivlik xassəsinə malik olan dayanıqsız elementlər daxildir. Təbiətdə rast gəlinən ən ağır element olan uran ( $z=92$ ), yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, uzun müddət dövrü sistemin son elementi hesab olunurdu. Lakin sonralar sıra nömrəsi  $z=109$ -a qədər olan bir sıra transuran elementlər süni yolla alınmışdır. Bu elementlərin kimyəvi xassələrinin tədqiqi və onlardan qabaqda yerləşən uyğun elementlərin xassələri ilə müqayisə nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, aktiniumdan ( $z=89$ ) sonra gələn torium ( $z=90$ ) elementindən başlayaraq 14 dənə elementin ( $90 \leq z \leq 103$ ) də kimyəvi xassələri bir-birinə çox yaxındır. Məhz buna görə də dövrü sistemi təsvir edən cədvəldə bu 14 element üçün, lantanidlərə oxşar olaraq bir dənə yer (xanə) ayrılır və bütün sıra ayrıca göstərilir. Aktiniumdan sonra gəldiyi üçün 14 elementdən ibarət olan bu sıra aktinidlər adlanır.

Qeyd edək ki, dövrü sistem üçün qısaperiodlu cədvəldən (cədvəl 109.2) də geniş istifadə edilir. Bu cədvəlin əsas üstünlüyü onun kompakt (yığcam) olmasından ibarətdir. Nöqsanı isə odur ki, elementlərin səkkiz qrup üzrə paylanması süni yolla əlavə qruplar və "triadalar" daxil edilməklə təsvir olunur

Mendeleyev cədvəlini 1922-ci ildə N. Bor özünün yaratdığı atomun quruluş nəzəriyyəsi əsasında izah etmişdir. Bu zaman, o, belə bir fikri əsas götürmüşdür ki, kimyəvi elementlərin sistemləşdirilməsi atom kütləsinə görə deyil, atom nüvəsinin yükünə görə aparılmalıdır. Elektrik yükünün vahidi kimi elementar yük (elektronun yükü  $e$  götürülsə, onda nüvənin yükü tam ədədlə ifadə olunur ki, bu tam ədədi də  $z$  ilə işarə etmək qəbul olunmuşdur. Bu  $z$  ədədi isə dövrü sistemdə kimyəvi elementin sıra nömrəsinə bərabərdir. Nüvənin müsbət yükü  $z$  neytral atomda nüvənin əhatə edən elektron örtüyündəki elektronların sayına bərabərdir. Elementin xassələri isə hər şeydən qabaq onun atomundakı elektronların sayından və elektron örtüyünün quruluşundan asılıdır. Elementin kimyəvi xassələri isə atomun elektron örtüyündəki xarici elektronlarla müəyyən edilir.

Dövrü sistemin izahı 1925-ci ildə, yəni Pauli prinsipi (E107) kəşf olunduqdan sonra (1924) əsaslı surətdə təkmilləşdirildi. Bu prinsip atomun hər bir elektron təbəqəsində yerləşə biləcək elektronların maksimal sayını təyin etməyə imkan verdi (E107,108). Yalnız bundan sonra kimyəvi elementlərin dövrü sistemin qrupları və dövrləri üzrə Mendeleyev tərəfindən empirik yolla tapdığı paylanması başa düşüldü.

Kimyəvi elementlərin xassələrinin periodik təkrarlanması əslində atomların elektron təbəqələrinin daxili quruluşunun xarici təzahürüdür. Elementlərin dövrü sisteminin nəzəriyyəsinin qurulması da məhz bu quruluşun öyrənilməsinə gətirilir.

Dövrü sistemin hal-hazırda mövcud olan nəzəriyyəsində atomun elektron örtüyünün bütövlükdə halı deyil, atomda ayrı-ayrı elektronların halları xarakterizə olunur ki, bu da, əlbəttə, həmin nəzəriyyənin nöqsanıdır. Atomun elektron örtüyünün halı onun bütün elektronlarının koordinatlarından asılı olan dalğa funksiyası ilə təsvir olunmalıdır və özü də elektronlar arasında qarşılıqlı təsir olduqda bu koordinatlar ayrılır, yəni dalğa

funksiyası ayrı-ayrı elektronların dalğa funksiyalarının hasili şəklində (və ya bu hasillərin antisimmetrikləşdirilmiş xətti kombinasiyasından alınmış determinant şəklində,  $\text{E}107$ ) göstərilə bilməz. Bu isə o deməkdir ki, atomun elektron örtüyündəki ayrı-ayrı elektronların halı deyil, atomun elektron örtüyünün bütövlükdə halı dəqiq mənaya malikdir. Lakin klassik mexikanın məşhur çox cisim (xüsusi halda, üç cisim) məsələsinə nisbətən, bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olan çoxlu hissəciklərdən ibarət sistemin dalğa funksiyasının tapılması məsələsi müasir riyazi metodlar üçün imkan xaricindədir. Bu səbəbdən də atomda ayrı-ayrı elektronların halları haqqında təsəvvürə əsaslanan yaxınlaşmadan (sərbəst elektronlar modeli və ya mərkəzi sahə yaxınlaşması,  $\text{E}105$ ) istifadə etmək lazım gəlir. Ona görə də belə demək olar ki, dövrü sistemin müasir izahı atomlar üçün mərkəzi sahə yaxınlaşmasına ( $\text{E}105$ ) əsaslanmışdır.

Sıra nömrəsinin ( $z$ ) artması ardıcılığı üzrə bir atomdan digərinə keçdikdə elektron konfigurasiyalarının necə dəyişməsinə baxaq.  $z$  vahid qədər artanda nüvənin yükü də vahid qədər artır və atomun elektron örtüyünə bir elektron əlavə olunur. Bu zaman elektron konfigurasiyasının dəyişməsinə müəyyən edən prinsip ondan ibarətdir ki,  $z+1$  elektrondan ibarət olan yeni alınmış konfigurasiya, onun üçün enerjinin kvant mexanikasına görə mümkün olan, bütün qiymətləri içərisində ən kiçik enerjiyə malik olmalıdır. Başqa sözlə, atoma yeni birləşmiş elektronun rəbitə enerjisi mümkün qədər maksimum olmalıdır. Lakin bu prinsipin faktik olaraq tətbiq edilməsi, çox cisim üçün kvantmexaniki məsələnin həllini tələb edir ki, bu da praktik cəhətdən mümkün deyildir. Ona görə də empirik yolla alınmış nəticələrdən, məsələn kimyəvi faktlardan və xüsusilə də atomların ionlaşma potensialları haqqında spektroskopik faktlardan istifadə etmək lazım gəlir. Bu isə dövrü sistemin nəzəriyyəsinə yarımempirik və təsviri xarakter verir. Ona görə də yaxşı olardı ki, dövrü sistemin nəzəriyyəsi əvəzinə bu paraqrafın adındakı kimi, dövrü sistemin izahı deyilsin.

İndi isə kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsasən dövrü sistemin izahına baxaq. Məlumdur ki, Şredinger tənliyi yalnız hidrogen atomu və hidrogenəbənzər ionlar üçün dəqiq həll olunur ( $\text{E}98$ ). Çoxelektronlu atomlar üçün isə bu tənliyi, yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, dəqiq həll etmək qeyri-mümkündür və ona görə də həmin tənliyi mərkəzi sahə yaxınlaşmasından istifadə etməklə həll edirlər ( $\text{E}105$ ). Bu yaxınlaşmada isə atomda hər bir elektronun enerjisi  $n$  baş və  $l$  orbital kvant ədədlərindən asılı olub,  $m_l$  maqnit və  $m_s$  spin kvant ədədlərindən asılı deyildir:  $\epsilon_{nl}$ . Beləliklə, hidrogenəbənzər atomlardan fərqli olaraq, çoxelektronlu atomlarda mərkəzi sahə yaxınlaşmasında elektronun enerjisi həm  $n$  baş kvant ədədindən, həm də  $l$  orbital kvant ədədindən asılı olur və özü də  $n$  baş kvant ədədindən asılılıq, ümumiyyətlə,  $l$  orbital kvant ədədindən asılılığa nisbətən daha kəskindir. Bu isə o deməkdir ki,  $n$  baş kvant ədədinin verilmiş qiymətində  $l$  orbital kvant ədədinin mümkün olan bütün qiymətlərinə uyğun olan enerji səviyyələri, baş kvant ədədinin  $n+1$  qiymətinə uyğun olan enerji səviyyələrindən aşağıda yerləşməlidir. Əgər bu qaydaya əməl olunsa, onda atomda elektron layları ( $\text{E}108$ ) növbə ilə ardıcıl dolmalı və özü də hər bir layın daxilində  $s$ -,  $p$ -,  $d$ -,  $f$ - elektron təbəqələri ardıcıl surətdə dolmalıdır (bax: cədaəl 108.2):

$$1s2s2p3s3p3d4s4p4d4f\dots \quad (109.1)$$

Atomların elektron konfigurasiyasının belə ardıcılıqla təyin olunması kimyəvi elementlərin dövrü sisteminin ideal sxemini verir. Deməli, Pauli prinsipindən istifadə etməklə alınmış bu sxemə görə kimyəvi elementlərin ideal dövrü sistemi 108.2 cədvəlində göstərilmiş quruluşda olmalı və dövrlərdə bu cədvəldəki kimi 2,8,18,32,50 sayda element

yerləşməlidir. Lakin yuxarıda təsvir olunmuş real dövrü sistem bu ideal sistemdən kəskin fərqlənir. Belə ki, real sistemdə dövrlərdəki elementlərin sayı 2,8,8,18,18,32 kimidir, yəni 8 və 18 iki dəfə təkrarlanır. Real və ideal sistemlər arasındakı bu uyğunsuzluğun səbəbi ondan ibarətdir ki, ideal dövrü sistem həddən artıq ideallaşdırılmış bir sxemə əsaslanmışdır: fərz olunur ki, atomda hər bir elektron nüvənin yaratdığı Kulon sahəsində yerləşmişdir və elektronlar arasında heç bir qarşılıqlı təsir yoxdur, həqiqətdə isə bu, belə deyildir. Məhz ona görə də atomların elektron konfigurasiyasını yazarkən (109.1) ardıcılığı pozulur. Belə ki, bir sıra hallarda  $n$  baş kvant ədədinin böyük qiymətinə uyğun gələn enerji səviyyəsi (elektron təbəqəsi) daha tez dolur. Məsələn,  $4s$ -,  $5s$ -,  $6s$ -,  $7s$ - təbəqələri, uyğun olaraq,  $3d$ -,  $4d$ -,  $5d$ -təbəqələrindən tez,  $4f$ - və  $5f$ -təbəqələri isə, uyğun olaraq, hətta  $5d$ - və  $6d$ -təbəqələrindən tez dolur. Əlbəttə, (109.1) ardıcılığından belə kənara çıxmaların yeganə səbəbi atomda enerji səviyyələrində elektronların enerjinin artmasına uyğun ardıcılıqla yerləşməsi prinsipidir. Əgər, məsələn,  $4s$ - səviyyəsi  $3d$ -səviyyəsindən tez dolursa, deməli,  $4s$ - səviyyəsi daha kiçik enerjiyə malikdir:  $\varepsilon_{4s} < \varepsilon_{3d}$ . Bu faktı isə, ciddi riyazi hesablamalar aparmadan, keyfiyyətcə aşağıdakı kimi izah etmək olar. Atomda hər bir elektronun  $M_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}$  kimi təyin olunan orbital impuls momenti vardır. Ona görə də atomda elektronun rabitə enerjisi onun yalnız nüvənin və digər elektronların Kulon sahəsindəki potensial enerjisindən deyil, həm də

$$\frac{M_l^2}{2mr^2} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \quad (109.2)$$

kimi təyin olunan "mərkəzdənqaçma enerjisi"ndən də asılı olur. Burada  $r$ -elektronun nüvədən olan məsafəsidir. "Mərkəzdənqaçma enerjisi" və Kulon enerjisi əks işarəlidir və ona görə də elektrona əks istiqamətlərdə yönəlmiş qüvvələr təsir edir. Obrazlı desək, elektronun orbital hərəkəti zamanı yaranan mərkəzdənqaçma qüvvəsi onu atomun nüvəsindən uzaqlaşdırmağa çalışır. Bu səbəbdən də  $3d$ -təbəqəsində yerləşən 10 elektronun hər birinin rabitə enerjisi  $4s$ -təbəqəsində yerləşən 2 elektronun hər birinin rabitə enerjisindən az olur. Elə buna görə də baş kvant ədədinin böyük olmasına baxmayaraq,  $4s$ -təbəqəsi elektronlar tərəfindən  $3d$ -təbəqəsinə nisbətən daha tez tutulur.  $d$ -və  $f$ -təbəqələr üçün, uyğun olaraq,  $l(l+1)=6$  və  $l(l+1)=12$  olduğundan, "mərkəzdənqaçma enerjisi" xüsusilə böyükdür. Elektron təbəqələrinin dolması üçün (109.1) ideal ardıcılığından yuxarıda qeyd olunan bəzi kənaraçıxmalar, məhz  $d$ -və  $f$ -təbəqələrin mövcudluğu ilə əlaqədardır.

Elektron təbəqələrinin dolması ardıcılığını müəyyən etmək üçün Kleçkovski qaydasından istifadə etmək əlverişlidir. Bu qaydaya görə, atomda elektron təbəqələrinin dolması  $n$  baş və  $l$  orbital kvant ədədlərinin  $n+l$  cəminin artmasına uyğun olaraq baş verir. Əgər iki təbəqə üçün  $n+l$  ədədi eynidirsə, onda  $n$  baş kvant ədədi kiçik olan təbəqə daha tez dolur.  $l$  orbital kvant ədədinin aldığı qiymətlərin  $n$  baş kvant ədədindən asılı olduğunu ( $l=0,1,2,\dots, n-1$ ) nəzərə alaraq, dövrü sistemin hər bir dövründə təbəqələrin dolması ardıcılığını müəyyən etmək olar. Məsələn, bu ardıcılıq dördüncü dövr üçün

$$4s(n+l=4), 3d(n+l=5), 4p(n+l=5)$$

beşinci dövr üçün

$$5s(n+l=5), 5d(n+l=6), 5p(n+l=6)$$

altıncı dövr üçün

$$6s(n+l=6), 4f(n+l=7), 5d(n+l=7), 6p(n+l=7)$$

kimi olmalıdır.

$l$  orbital kvant ədədinin verilmiş qiymətinə uyğun təbəqənin ilk dəfə dolmağa başladığı atomun sıra nömrəsi isə

$$z=0,17(2l+1)^3 \quad (109.3)$$

düsturuna əsasən təyin edilə bilər.  $l=1,2,3$  qiymətləri üçün bu düstur yuvarlaqlaşdırmadan sonra düzgün qiymətlər verir:  $z=5;21;58$ .  $l=4$  qiyməti üçün bu düstura əsasən  $z=124$  alınır ki, bu da  $g$ -elektronların 124-cü elementdə ilk dəfə meydana çıxacağını göstərir. Lakin müasir dövrdə sıra nömrəsi  $z=172$  olan atoma qədər Xartri-Fok metodu (Ə135) ilə ağır hipotetik atomların elektron konfigurasiyasının çox dəqiq hesablanması göstərir ki,  $g$ -təbəqənin ilk dəfə dolması sıra nömrəsi  $z=125$  olan atomdan başlanmalıdır.

İndi isə qurma prinsipindən (Ə108) və Kleçkovski qaydasından istifadə etməklə atomların elektron konfigurasiyasını yazmaq və Mendeleyev cədvəlində dövrlərin quruluşunu müəyyən etmək olar. Bu məqsədlə hidrogen atomundan başlayaraq hər dəfə atom orbitallarına bir elektron əlavə etmək və nüvənin yükünü də vahid qədər "artırmaq" lazımdır (bu zaman yadda saxlamaq lazımdır ki, eyni bir elementin izotoplarının elektron quruluşu eynidir). Aydındır ki, bu zaman kimyəvi elementin adının və işarəsinin heç bir rolu yoxdur və onun yalnız  $z$  sıra nömrəsi məna kəsb edir. Lakin kimyəvi elementlər üçün tarixən müəyyən edilmiş ad və işarələrdən istifadə edilməsinin yəqin ki, heç bir ziyanı da yoxdur.

$n=1$  elektron layı yalnız bir dənə  $1s$  təbəqəsindən ( $l=0$ ) ibarətdir. Hidrogen atomunda bu təbəqədə (yəni,  $1s$  halında) bir dənə elektron yerləşir. Helium atomunda isə bu təbəqəyə daha bir elektron əlavə olunur və Pauli prinsipinə görə bu elektronların spinləri bir-birinə antiparalel olmalıdır. Helium atomunda bir elektronun orta rabitə enerjisi hidrogen atomundakı elektronun orta rabitə enerjisindən təqribən iki dəfə çoxdur. Bu onunla izah olunur ki, helium atomunun nüvəsinin yükü hidrogen atomunun nüvəsinin yükündən iki dəfə çoxdur və ona görə də helium atomunun normal halında elektron hidrogen atomundakına nisbətən nüvəyə daha yaxın yerləşir. İkinci elektronun olması isə birinci elektronun rabitə enerjisini azaldır. Dövri sistemin birinci dövrü bu iki elementdən, yəni hidrogen və heliumdan ibarətdir.

İndi isə atomun nüvəsinin yükünü vahid qədər artıraraq eyni zamanda bir dənə də elektron əlavə edək. Bu üçüncü elektron  $K$  layında ( $n=1$ ) yerləşə bilməz, çünki bu lay tamamilə dolmuşdur:  $1s^2$ . Ona görə də o, növbəti  $L$  layının ( $n=2$ )  $2s$ -təbəqəsində yerləşə bilər. Beləliklə, qələvi metal olan Li elementi alınır. Dördüncü elektron da  $2s$  halında yerləşir və bu,  ${}^4\text{Be}$  atomuna uyğun gəlir. Beşinci elektron artıq  $2s$ -təbəqəsində yerləşə bilməz, çünki bu təbəqə tamamilə dolmuşdur (spinləri antiparalel olmaqla iki elektron yerləşmişdir). Ona görə də beşinci elektron  $2p$  təbəqəsində yerləşir, yəni sıra nömrəsi  $z=5$  olan  ${}^5\text{B}$  elementində ilk dəfə  $p$ -təbəqəsi dolmağa başlayır /bax: (109.3)/.  $2p$ -təbəqəsi bir-birindən  $m_l$  kvant ədədi ilə fərqlənən  $2p_x, 2p_y$  və  $2p_z$ -atom orbitallarından ibarətdir ki, bunların da hər birində Pauli prinsipinə görə spinləri antiparalel yönəlməklə iki elektron yerləşə bilər. Mərkəzi sahə yaxınlaşmasında bu  $2p_x, 2p_y$  və  $2p_z$ -orbitallar yalnız fəzada yönəlmələri istisna olmaqla, bütün xassələrinə görə bir-birinə ekvivalentdirlər. Ona görə də  ${}^5\text{B}$  atomunda beşinci elektron bu orbitalların hər hansı birində yerləşdirilə bilər. Altıncı elektron karbon atomunda  $2p$ -təbəqəsində yerləşir: C:  $1s^2 2s^2 2p^2$ . Lakin  $2p$ -təbəqəsindəki bu iki elektron  $2p_x, 2p_y$  və  $2p_z$ -orbitalların birində spinləri antiparalel yönəlməklə deyil, Hund qaydasına görə (Ə108) müxtəlif orbitallarda, özü də spinləri paralel olmaqla

yerləşir. Azot atomunda yeddi elektron vardır: N:  $1s^2 2s^2 2p^3$ .  $2p$ -təbəqəsindəki üç elektron spinləri paralel olmaqla  $2p_x, 2p_y, 2p_z$ -orbitallarda yerləşir. Səkkizinci elektron da oksigen atomunda  $2p$ -təbəqəsində yerləşir: O:  $1s^2 2s^2 2p^4$ . Lakin  $2p$ -təbəqəsindəki 4 elektronun heç də hamısının spinləri bir-birinə paralel ola bilməz. Ona görə də 4-cü elektron  $2p_x, 2p_y, 2p_z$ -orbitalların hər hansı birində yerləşir və nəticədə oksigen atomunda bu orbitalların birində spinləri antiparalel olan 2 elektron, digər ikisinin hər birində isə 1 elektron yerləşir ki, Hund qaydasına görə onların spinləri bir-birinə paralel olmalıdır. Eyni qayda ilə flüor  ${}^9\text{F}$  atomunun elektron konfigurasiyası alınır: F:  $1s^2 2s^2 2p^5$ .  $2p$ -təbəqəsindəki 5 elektronun 4-ü  $2p_x, 2p_y, 2p_z$ -orbitalların ikisində hər bir orbitalda antiparalel spinə malik iki elektron olmaqla yerləşir.  $2p$ -təbəqənin dolması təsirsiz qaz olan  ${}_{10}\text{Ne}$  elementində sona çatır və beləliklə də dövrü sistemdə 8 elementdən ibarət olan ikinci dövrə tamamlanır.

Sonra qələvi metal atomu natriumdan ( ${}_{11}\text{Na}$ ) etibarən  $M$  layının ( $n=3$ ) dolması başlayır. Lakin  $3s$ - və  $3p$ -təbəqələrin dolmasından sonra bu lay təsirsiz qaz atomu olan arqonla ( ${}_{18}\text{Ar}$ ) bitir. Beləliklə, yenə də 8 elementdən ibarət olan daha bir qısa dövrə alınır. Məhz buradan da elektron laylarının və elektron təbəqələrinin dolmasındakı (109.1) ideal ardıcılığı pozulur. Belə ki, 19-cu element olan kaliumdan etibarən  $4s$ -təbəqə dolmağa başlayır. Bu təbəqə dolduqdan sonra sıra nömrəsi  $z=21$  olan kaliumda ilk dəfə  $3d$ -təbəqəsi dolmağa başlayır /bax: (109.3)/. İdeal sxemə görə kaliumun 19-cu elektronu  $3d$ -təbəqəsində yerləşməli idi. Lakin bu, həm kimyəvi, həm də spektroskopik faktlara zidd olardı. Belə ki, kimya baxımından kalium atomu qələvi metal kimi, natrium və litiuma oxşar olaraq, dolmuş təbəqələrdən kənarında yerləşən bir dənə  $s$  valent elektronuna (baxılan halda  $4s$ ) malik olmalıdır. Buna oxşar hal rubidium atomunda da meydana çıxır. Belə ki, onun 37-ci elektronu ideal sxemə görə  $4d$ -təbəqəsində yerləşməli olduğu halda,  $5s$ -təbəqəsində yerləşmiş olur. Maraqlıdır ki, (109.1) ideal dolma ardıcılığı ilə müqayisədə arada buraxılmış bu  $3d$ -təbəqənin dolması zamanı da bəzi pozuntular müşahidə olunur (bax: cədvəl 109.4).  $3d$ -təbəqə dolduqdan sonra  $4p$ -təbəqənin dolması başlayır və təsirsiz qaz atomu olan kriptonla ( ${}_{36}\text{Kr}$ ) sona çatır. Bununla da 18 elementdən ibarət olan dördüncü dövrə tamamlanır.

Beşinci dövrə yenə də qələvi metal atomu olan rubidiumda ( ${}_{37}\text{Rb}$ )  $5s$ -təbəqənin dolması ilə başlayır. Bu təbəqə dolduqdan sonra, Kleçkovski qaydasına uyğun olaraq,  $4d$ - və  $5p$ -təbəqələri dolur. Bununla da 18 elementdən ibarət olan yeni bir dövrə təsirsiz qaz atomu olan ksenonla ( ${}_{54}\text{Xe}$ ) bitir.

Altıncı dövrə qələvi metal atomu seziumda ( ${}_{55}\text{Cs}$ )  $6s$ -təbəqənin dolması ilə başlayır. Bu təbəqə dolduqdan sonra 57-ci elektron lantan atomunda  $5d$ -təbəqəsində yerləşir (yenə də bir pozuntu). Lantandan sonra gələn 58-ci elementdən, yəni seriumdan ( ${}_{58}\text{Ce}$ ) etibarən  $4f$ -təbəqəsi /ilk dəfə  $f$ -təbəqəsi, bax: (109.3)/ dolmağa başlayır. Bu təbəqə tamamilə dolduqdan sonra,  $5d$ - və  $6p$ -təbəqələri dolur və altıncı dövrə təsirsiz qaz atomu olan radonla ( ${}_{86}\text{Rn}$ ) tamamlanır.

Yuxarıda deyilənlərə əsasən Mendeleyev cədvəlində dövrlərin quruluşunu 109.3 cədvəlindəki kimi göstərmək olar. Axırıncı sətirdə sual işarəsi yeddinci dövrənin hələ tamamlanmadığını göstərir.

Bu cədvəldən görünür ki, dövrü sistemdə atomların elektron konfigurasiyasını müəyyən etmək üçün atom orbitallarının aşağıdakı ardıcılığından istifadə etmək olar:

$$1s2s2p3s3p4s3d4p5s4d5p6s4f5d6p7s5f6d. \quad (109.4)$$

Lakin bu ardıcılıqdan istifadə edərkən nəzərə almaq lazımdır ki,  $d$ - və  $f$ -təbəqələrin



dolması zamanı da bəzi pozuntular meydana çıxır. Məhz ona görə də dövrü sistemdə elementlərin atomlarının elektron konfigurasiyasını tam dolğunluğu ilə əks etdirən 109.4 cədvəlindən istifadə etmək əlverişlidir.

Cədvəl 109.3

Dövrələr	Elektron halları	Kimyəvi elementlərin sayı
1	$1s^2$	2
2	$2s^2 2p^6$	8
3	$3s^2 3p^6$	8
4	$4s^2 3d^{10} 4p^6$	18
5	$5s^2 4d^{10} 5p^6$	18
6	$6s^2 4f^{14} 5d^{10} 6p^6$	32
7	$7s^2 5f^{14} 6d^{10} 7p^6?$	...

109.4 cədvəlini sxematik olaraq 109.1 şəklindəki kimi də göstərmək olar. Bu şəkli çoxelektronlu atomların enerji səviyyələrinin sxemi də adlandırırırlar.

109.4 cədvəlində hər bir elementin atomu üçün əsas halın elektron konfigurasiyası verilmişdir. Bütün elementlər iki hissəyə bölünmüşdür. Birinci hissəyə aid olan elementlər sol tərəfdə, ikinci hissəyə aid olan elementlər isə sağ tərəfdə yazılmışdır. Dövrü sistemin uzun periodlu 109.1 və qısa periodlu 109.2 cədvəllərində də həmin kimyəvi elementlər sol və sağ tərəfdə olmaqla yazılır ki, oxşar xassəli kimyəvi elementlər bir-birinin altında yerləşmiş olsun və kimyəvi elementlərin xassələrindəki və optik spektrlərindəki periodiklik dərhal nəzərə çarpsın. Məsələn, Li, Na, K, Rb, Cs və Fr atomlarının hamısı bir-birinin altında yerləşir və onların hamısında dolmuş təbəqələrdən kənarında  $s$ -təbəqəsində bir dənə elektron vardır. Bu valent elektronu və ya optik elektron həmin elementlərin kimyəvi xassələrini və optik spektrlərini müəyyən etdiyindən, belə nəticəyə gəlmək olar ki, bütün qələvi metalların kimyəvi xassələri və optik spektrləri bir-birinə oxşar olmalıdır. Məsələn, bütün qələvi metalların optik spektrlərində bir-birinə oxşar olaraq  $s$ -,  $p$ -,  $d$ - və  $f$ -spektral seriyalar müşahidə olunur (E100). Deməli, dövrü sistemdə hər bir dövr bitəndən sonra yeni dövr qələvi metal atomu ilə başlanır, yəni qələvi metalların kimyəvi xassələri və optik spektrləri periodik olaraq təkrarlanır. Buna oxşar olaraq da Be, Mg, Ca və s. elementlər də (bunlara bəzən qələvi torpaq elementləri də deyilir) dövrü sistemdə bir-birinin altında yerləşir və onların xarici elektron təbəqəsi  $s^2$  şəklindədir (uyğun olaraq,  $2s^2, 3s^2, 4s^2$  və s.). Bu, o deməkdir ki, həmin elementlərin də kimyəvi xassələri və optik spektrləri bir-birinə oxşardır və deməli, periodik olaraq təkrarlanır. Dövrü sistemdə oxşar kimyəvi xassələrə və optik spektrlərə malik olan kimyəvi elementlər 8 dənə qrupda bir-birinin altında yerləşirlər. Hər bir qrup əsas və əlavə yarımqrup olmaqla iki yerə bölünür. Əsas yarımqrupun elementləri sol tərəfdə, əlavə yarımqrupun elementləri isə sağ tərəfdə bir-birinin altında yerləşdirilir.













Cədvəl 109.4

Dövr	Kimyəvi element	Elektron konfigurasiyası	İonlaşma potensialı, $eV$	Əsas term
1	2	3	4	5
I	1 H hidrogen	$1s^1$	13,539	$^2S_{1/2}$
	2 He helium	$1s^2$	24,45	$^1S_0$
II		Heliumun konfigurasiyası +		
	3 Li litium	$2s^1$	5,37	$^2S_{1/2}$
	4 Be berilium	$2s^2$	9,48	$^1S_0$
	5 B bor	$2s^2 2p^1$	8,4	$^2P_{1/2}$
	6 C karbon	$2s^2 2p^2$	11,217	$^3P_0$
	7 N azot	$2s^2 2p^3$	14,47	$^4S_{3/2}$
	8 O oksigen	$2s^2 2p^4$	13,56	$^3P_2$
	9 F flüor	$2s^2 2p^5$	18,6	$^2P_{3/2}$
	10 Ne neon	$2s^2 2p^6$	21,48	$^1S_0$
III		Neonun konfigurasiyası +		
	11 Na natrium	$3s^1$	2,12	$^2S_{1/2}$
	12 Mg maqnezium	$3s^2$	7,61	$^1S_0$
	13 Al alüminium	$3s^2 3p^1$	5,96	$^2P_{1/2}$
	14 Si silisium	$3s^2 3p^2$	7,39	$^3P_0$
	15 P fosfor	$3s^2 3p^3$	10,3	$^4S_{3/2}$
	16 S kükürd	$3s^2 3p^4$	10,31	$^3P_2$
	17 Cl xlor	$3s^2 3p^5$	12,96	$^2P_{3/2}$
	18 Ar arqon	$3s^2 3p^6$	15,69	$^1S_0$



Cədvəl 109.4 (davamı)

1	2	3	4	5	
IV		Arqonun konfigurasiyası +			
	19 K kalium	$4s^1$	4,32	$^2S_{1/2}$	
	20 Ca kalsium	$4s^2$	6,09	$^1S_0$	
	21 Sc skandium	$4s^23d^1$	6,57	$^2D_{3/2}$	
	22 Ti titan	$4s^23d^2$	6,80	$^3F_2$	
	23 V vanadium	$4s^23d^3$	6,76	$^4F_{3/2}$	
	24 Cr xrom	$4s^13d^5$	6,74	$^7S_3$	
	25 Mn manqan	$4s^23d^5$	7,40	$^6S_{5/2}$	
	кечид элементляр	26 Fe дямир	$4s^23d^6$	7,83	$^5D_4$
		27 Co кобалл	$4s^23d^7$	7,81	$^4F_{9/2}$
		28 Ni никел	$4s^23d^8$	7,61	$^3F_4$
	29 Cu mis	$4s^13d^{10}$	7,62	$^2S_{1/2}$	
	30 Zn sink	$4s^23d^{10}$	9,35	$^1S_0$	
	31 Ga qalium	$4s^24p^13d^{10}$	5,27	$^2P_{1/2}$	
	32 Ge germanium	$4s^24p^23d^{10}$	7,85	$^3P_0$	
33 As arsen	$4s^24p^33d^{10}$	9,4	$^4S_{3/2}$		
34 Se selen	$4s^24p^43d^{10}$	9,75	$^3P_2$		
35 Br brom	$4s^24p^53d^{10}$	11,84	$^2P_{3/2}$		
36 Kr kripton	$4s^24p^63d^{10}$	13,94	$^1S_0$		
V		Kriptonun konfigurasiyası +			
	37 Rb rubidium	$5s^1$	4,16	$^2S_{1/2}$	
	38 Sr stronsium	$5s^2$	5,67	$^1S_0$	

Cədvəl 109.4 (davamı)

1	2	3	4	5	
V	39 Y ittrium	$5s^2 4d^1$	6,5	$^2D_{3/2}$	
	40 Zr sirkonium	$5s^2 4d^2$	6,84	$^3F_2$	
	41 Nb niobium	$5s^1 4d^4$	6,88	$^6D_{1/2}$	
	42 Mo molibden	$5s^1 4d^5$	7,10	$^6S_3$	
	43 Tc texnesium	$5s^2 4d^5$	7,28	$^7S_{5/2}$	
	кечид элементляр	44 Ru рутениум	$5s^1 4d^7$	7,7	$^5F_5$
		45 Rh родиум	$5s^2 4d^8$	7,7	$^4F_{9/2}$
		46 Pd палладиум	$5s^0 4d^{10}$	8,5	$^1S_0$
	47 Ag gümüş	$5s^1 4d^{10}$	7,54	$^2S_{1/2}$	
	48 Cd kadmium	$5s^2 4d^{10}$	8,95	$^1S_0$	
	49 In indium	$5s^2 5p^1 4d^{10}$	5,76	$^2P_{1/2}$	
	50 Sn qalay	$5s^2 5p^2 4d^{10}$	7,37	$^3P_0$	
	51 Sb sürmə	$5s^2 5p^3 4d^{10}$	8,5	$^4S_{3/2}$	
	52 Te tellur	$5s^2 5p^4 4d^{10}$	9,01	$^3P_2$	
53 J yod	$5s^2 5p^5 4d^{10}$	10,44	$^2P_{1/2}$		
54 Xe ksenon	$5s^2 5p^6 4d^{10}$	12,08	$^1S_0$		
VI		Ksenonun konfigurasiyası +			
	55 Cs seziyum	$6s^1$	3,88	$^2S_{1/2}$	
	56 Ba barium	$6s^2$	5,19	$^1S_0$	
	57 La lantan	$6s^2 5d^1$	5,61	$^2D_{3/2}$	

Cədvəl 109.4 (davamı)

1	2	3	4	5	
VI	лантанидлр	58 Ce сериум	$6s^2 4f^2$	5,91	$^3H_4$
		59 Pr празедим	$6s^2 4f^3$	5,76	$^4I_{9/2}$
		60 Nd неодим	$6s^2 4f^4$	6,31	$^5I_4$
		61 Pm прометиум	$6s^2 4f^6$	6,30	$^6H_{5/2}$
		62 Sm самариум	$6s^2 4f^6$	5,10	$^7F_0$
		63 Eu йевропиум	$6s^2 4f^7$	5,67	$^8S_{7/2}$
		64 Gd гадолиниум	$6s^2 5d^1 4f^4$	11,40	$^9D_2$
		65 Tb тербиум	$6s^2 5d^1 4f^8$	6,74	$^8H_{17/2}$
		66 Dy диспрозиум	$6s^2 4f^{10}$	6,82	$^5I_8$
		67 Ho цолмиум	$6s^2 4f^{11}$	6,90	$^4I_{15/2}$
		68 Er ербиум	$6s^2 4f^{12}$	6,90	$^3H_6$
		69 Tm тулиум	$6s^2 4f^{13}$	6,90	$^2F_{7/2}$
		70 Yb иттербиу.	$6s^2 4f^{14}$	6,20	$^1S_0$
		71 Lu литесиум	$6s^2 5d^1 4f^{14}$	5,0	$^2D_{3/2}$
			72 Hf hafnium	$6s^2 5d^2 4f^{14}$	7,0
	73 Ta tantal	$6s^2 5d^3 4f^{14}$	7,88	$^4F_{1/2}$	
	74 W volfram	$6s^2 5d^4 4f^{14}$	7,98	$^5D_0$	
	75 Re renium	$6s^2 5d^5 4f^{14}$	7,87	$^6S_{5/2}$	
кечид элементлр	}	76 Os осмиум	$6s^1 5d^7 4f^{14}$	8,70	$^5D_4$
		77 Ir иридиум	$6s^2 5d^7 4f^{14}$	9,0	$^4F_{1/2}$
		78 Pt палладиум	$6s^1 5d^9 4f^{14}$	9,0	$^3D_3$

Cədvəl 109.4 (davamı)

1	2	3	4	5	
VI	79 Au qızıl	$6s^1 5d^{10} 4f^{14}$	9,22	$^2S_{1/2}$	
	80 Hg civə	$6s^2 5d^{10} 4f^{14}$	9,20	$^1S_0$	
	81 Tl tallium	$6s^2 6p^1 5d^{10} 4f^{14}$	10,59	$^2P_{1/2}$	
	82 Pb qurğuşun	$6s^2 6p^2 5d^{10} 4f^{14}$	7,39	$^3P_0$	
	83 Bi bismut	$6s^2 6p^3 5d^{10} 4f^{14}$	8,0	$^4S_{3/2}$	
	84 Po polonium	$6s^2 6p^4 5d^{10} 4f^{14}$	8,43	$^3P_2$	
	85 At astat	$6s^2 6p^5 5d^{10} 4f^{14}$	9,40	$^2P_{1/2}$	
86 Rn radon	$6s^2 6p^6 5d^{10} 4f^{14}$	10,69	$^1S_0$		
VII			Radonun konfigurasiyası +		
	87 Fr fransium	$7s^1$	4,0	$^2S_{1/2}$	
	88 Ra radium	$7s^2$	5,28	$^1S_0$	
	89 Ac aktinium		$7s^2 6d^1$	5,5	$^2D_{3/2}$
	aktinidlər	90 Th torium	$7s^2 6d^2$	5,7	$^3F_2$
		91 Pa protaktinim	$7s^2 6d^1 5f^2$	5,7	$^4K_{11/2}$
		92 U uran	$7s^2 6d^1 5f^3$	4,0	$^5L_6$
		93 Np neptuniyum	$7s^2 6d^1 5f^4$		$^6L_{11/2}$
		94 Pu plutoniyum	$7s^2 5f^6$		$^7F_0$
		95 Am amerisiyum	$7s^2 5f^7$		$^8S_{7/2}$
		96 Cm kicriyum	$7s^2 6d^1 5f^7$		$^9D_2$
		97 Bk berkliyum	$7s^2 6d^1 5f^8$		$^8H_{17/2}$
		98 Cf kaliforniyyə	$7s^2 5f^{10}$		$^5I_8$
99 Es ейништейн	$7s^2 5f^{11}$		$^4I_{15/2}$		

Cədvəl 109.4 (davamı)

1	2	3	4	5	
VII	актинидл	100 <i>Fm</i> фермиум	$7s^25f^{12}$		$^3H_6$
		101 <i>Md</i> менделейевум	$7s^25f^{13}$		$^2F_{7/2}$
		102 ( <i>No</i> ) (нобелиум)	$7s^25f^{14}$		$^1S_0$
		103 <i>Lr</i> лоуренциум	$7s^26d^15f^{14}$		$^2D_{1/2}$
		104 ( <i>Ku</i> ) курçatovium	$7s^26d^25f^{14}$		$^3F_2$
		105 ( <i>Ns</i> ) nilsborium	$7s^26d^35f^{14}$		$^4F_{1/2}$
		106	$7s^26d^45f^{14}$		$^5D_0$
		107	$7s^26d^55f^{14}$		$^6S_{1/2}$
		108	$7s^26d^65f^{14}$		
		109	$7s^26d^75f^{14}$		

$113^{*} - 118^{*}$	$7p$	}	(32)	VII вбмж
$104^{Ru} - 112^{*}$	$6d$			
$90^{Th} - 103^{Lr}$	$5f$			
$89^{Ac}$	$6d$			
$87^{Fr} - 88^{Ra}$	$7s$			
$81^{Tl} - 86^{Rn}$	$6p$	}	(32)	VI вбмж
$72^{Hf} - 80^{Hg}$	$5d$			
$58^{Ce} - 71^{Lw}$	$4f(14)$			
$57^{La}$	$5d$			
$55^{Cs} - 56^{Ba}$	$6s$			
$49^{In} - 54^{Xe}$	$5p$	}	(18)	V вбмж
$39^{V} - 48^{Cd}$	$4d$			
$37^{Rb} - 38^{Sr}$	$5s$			
$31^{Ga} - 36^{Kr}$	$4p$	}	(18)	IV вбмж
$21^{Sc} - 30^{Zn}$	$3d(10)$			
$19^{K} - 20^{Ca}$	$4s$			
$13^{Al} - 18^{Ar}$	$3p$	}	(8)	III вбмж
$11^{Na} - 12^{Mg}$	$3s$			
$13^{Al} - 18^{Ar}$	$2p(6)$	}	(8)	II вбмж
$3^{Li} - 4^{Be}$	$2s$			
$1^{H} - 2^{He}$	$1s(2)$	}	(2)	I вбмж

## ШЯКИЛ

109.4 cədvəlində sol tərəfdə yazılmış elementlərdə  $s$ - və  $p$ -təbəqələr dolur və bu elementlər əsas yarımqruplara aiddir. Bu təbəqələrin dolması qanunauyğun şəkildə baş verir. Belə ki, eyni bir layda əvvəlcə  $s$ -təbəqə və sonra isə  $p$ -təbəqə tam dolur. Hər bir elementin elektron konfigurasiyasına ardıcıl olaraq bir dənə  $s$ -və ya  $p$ -elektron əlavə edilir və nəticədə bu elementdən sonra yerləşən elementin elektron konfigurasiyası alınır.

109.4 cədvəlində sağ tərəfdə yazılan elementlərdə  $d$ - və  $f$ -təbəqələrin dolması baş verir və məhz bu zaman da "ideal" sxemdən yuxarıda göstərilən bəzi kənarçıxmalar baş verir. Məsələn, dördüncü dövrdə vanadiumun ( $_{23}V$ )  $4s^23d^3$  konfigurasiyasından (qısa olmaq üçün arqonun elektron konfigurasiyasını yazmırıq) sonra xromun ( $_{24}Cr$ )  $4s^13d^5$  elektron konfigurasiyası gəlir, yəni  $3d$ -təbəqədə elektronların sayı bir dənə deyil, 2 dənə artır və özü də bir elektron  $4s$ -təbəqədən götürülür. Növbəti element olan manqanın ( $_{25}Mn$ )  $4s^23d^5$  elektron konfigurasiyasında yeni elektron  $3d$ -təbəqəsinə deyil,  $4s$ -təbəqəsinə əlavə olunur (birləşir) və bu təbəqədə elektronların əvvəlki sayı bərpa olunur. 109.4 cədvəlini nəzərdən keçirdikdə aydın olur ki, buna oxşar kənarçıxmalar digər  $d$ - və həm də  $f$ -təbəqələrin dolması zamanı baş verir.

Mendeleyev cədvəlində hər bir dövr, yuxarıda qeyd edildiyi kimi, qələvi metal atomu ilə başlanır ki, onun da elektron konfigurasiyasında bir dənə xarici (valent, optik)  $s$ -elektron vardır. Bütün elementlər içərisində qələvi metalların atomları ən kiçik ionlaşma potensialına malikdir. Məhz buna görə də bu atomlar öz xarici  $s$ -elektronunu asanlıqla verir və bu elektron da digər elementlərin atomlarına birləşir. Qələvi metalların kimyəvi fəallığı da məhz bununla izah olunur.

Hər bir dövr təsirsiz qaz atomu ilə tamamlanır: He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn. Helium ( ${}^2\text{He}$ ) atomu istisna olmaqla bütün digər təsirsiz qaz atomlarında xarici  $s-p$  təbəqə 8 elektrondan ibarətdir ki, bu elektronlar da xüsusilə kompakt, simmetrik və möhkəm rabitəli sistem əmələ gətirirlər. Ona görə də təsirsiz qaz atomları üçün ionlaşma potensialı maksimumdur. Təsirsiz qazların kimyəvi passivliyi də məhz bununla əlaqədardır. Belə ki, onlar digər atomlarla praktik olaraq kimyəvi birləşmə demək olar ki, əmələ gətirmirlər. Dövri sistemin qonşu, yəni yeddinci qrup elementləri (F, Cl, Br, I) kimyəvi cəhətdən çox fəaldırlar. Bu, onunla əlaqədardır ki, bu atomların xarici  $s-p$  təbəqəsi yeddi elektrondan ibarətdir və çatışmayan səkkizinci elektronu özünə birləşdirərək asanlıqla qapalı təbəqəyə (təsirsiz qaz atomunun elektron konfigurasiyasına) tamamlana bilər. Ona görə də yeddinci qrup elementləri müsbət 7 valentli olmaqla yanaşı, həm də ion birləşmələri adlanan kimyəvi quruluşlarda birvalentli atom kimi (mənfi birvalentlik) iştirak edə bilərlər.

Qeyd edək ki, Mendeleev cədvəlində hər bir dövrdə 8 element olması qaydasından istisna halları da vardır. Buna birinci misal olaraq yalnız iki elementdən, yəni hidrogen ( ${}^1\text{H}$ ) və heliumdan ( ${}^2\text{He}$ ) ibarət olan birinci dövrü göstərmək olar. Bu dövrdə 8 deyil, yalnız 2 elementin olması onunla əlaqədardır ki,  $K$ -elektron layında  $p$ -təbəqəsi yoxdur. Deməli, hidrogen və helium elementləri müəyyən dərəcədə ikili xassələrə malikdirlər. Doğrudan da, xarici elektron təbəqəsindəki elektronların sayına görə ( $1s^1$ ) hidrogen qələvi metalların kimyəvi və optik xassələrini özündə əks etdirməlidir. Bu, həqiqətən də belədir, yəni hidrogen də birvalentlidir və onun optik spektrləri də qələvi metalların optik spektrinə bənzəyir. Lakin xarici elektron layını tamamlamaq üçün çatışmayan elektronların sayına görə hidrogen atomu yeddinci qrupa daxil olan halogen atomlarını xatırladır və buna görə də, o, özünə ikinci elektron birləşdirərək, halogen atomlarına oxşar olaraq, mənfi yüklü ion əmələ gətirə bilər.

Xarici elektron layındakı elektronların sayına ( $1s^2$ ) görə helium ( ${}^2\text{He}$ ) atomu ikinci qrupa daxil olan qələvi torpaq elementlərinin atomlarına oxşayır. Heliumun və qələvi torpaq elementlərinin optik spektrləri doğrudan da bir-birinə oxşayır. Lakin kimyəvi xassələrinə görə helium nümunəvi təsirsiz qazdır. Belə ki, helium atomunda  $K$ -layı tam dolmuşdur və buna görə də o, prinsipcə heç bir kimyəvi reaksiyaya girməməlidir.

Mendeleev cədvəlində hər bir yarımdövr keçid elementləri adlanan və 109.4 cədvəlində qırıq xətlərlə çərçivəyə alınmış elementlərlə başa çatır ki, bunlar da triada təşkil edir: dəmir, kobalt, nikel; rutenium, radium, palladium; osmium, iridium, platin. Yarımdövr təşkil edən elementlərin atomlarında  $d$ -təbəqə dolur və bu elementlər əlavə yarımqruplara mənsubdurlar. Dəmir, kobalt və nikel xüsusi ferromaqnit xassələrinə malikdir və bu, onların atomlarında  $3d$ -təbəqəsində cütləşməmiş spinə malik elektronların olması ilə izah edilir. Belə ki, kristal qəfəsi yaranarkən  $3d$ -səviyyələri enerji baxımından daha əlverişli olduğu üçün elektronlar spinləri paralel olmaqla bu səviyyələrdə yerləşirlər. Yeri gəlmişkən qeyd edək ki,  $4f$ -təbəqəsində cütləşməmiş spinli elektronları olan elementlər də ferromaqnit xassələrinə malik ola bilər. Doğrudan da, nadir torpaq elementləri (lantanidlər) sırasında belə ferromaqnit element kəşf olunmuşdur və o, sıra nömrəsi  $z=64$  olan qadoliniumdur.

Dövri sistemdə seriumdan ( ${}_{58}\text{Ce}$ ) lütesiuma ( ${}_{71}\text{Lu}$ ) qədər olan və nadir torpaq elementləri və ya lantanidlər adlanan 14 dənə element xüsusi maraq kəsb edir. Bu elementlərdə daxili  $4f$ -təbəqəsinin dolması baş verir. Bu zaman həmin elementlərin atomlarında xarici elektron təbəqələri praktik olaraq dəyişməz qaldığından, bütün nadir torpaq elementləri bir-birinə ayırd edilə bilməyəcək dərəcədə çox yaxın olan kimyəvi xassələrə və optik spektrlərə malikdirlər. 109.4 cədvəlində lantanidlər bütöv xəttlə

çəkilməmiş çərçivə ilə əhatə olunmuşdur. Mendeleev cədvəlində isə bu 14 element üçün bir xana ayrılmışdır.

Nadir torpaq elementlərindən bəhs edərkən hafniumun ( ${}_{72}\text{Hf}$ ) kəşfinin tarixini xatırlamaq maraqlıdır. Bu kimyəvi element 1922-ci ilə qədər məlum deyildi, lakin onun üçün dövrü sistemdə, səhv olaraq, nadir torpaq elementləri arasında boş yer saxlanmışdı. Lakin Bor göstərdi ki, nəzəri mülahizələrə əsasən nadir torpaq elementləri sırası 71-ci element olan lütesium ilə tamamlanmalı, 72-ci element isə öz kimyəvi xassələrinə görə sirkoniuma ( $z=40$ ) oxşar olmalıdır. Bunun bu göstərişindən sonra hafniumu sirkonium filizinin tərkibində axtarmağa başladılar və tapdılar. Tapılan bu yeni elementin rentgen spektrinə əsasən müəyyən etdilər ki, o, dövrü sistemdə həqiqətən də 72-ci element olmalıdır. Kimyəvi xassələrinə görə isə bu element sirkoniuma oxşayır.

Mendeleev cədvəlində lantanidlərə oxşar olaraq aktinidlər adlanan kimyəvi elementlər qrupu da meydana çıxır. 89-cu element olan aktiniumdan sonra gələn toriumdan lourensiuma qədər olan 14 dənə element aktinidlər adlanır. Əksəriyyəti süni yolla alınmış bu 14 elementin atomlarında daxili  $5f$ -təbəqəsinin dolması baş verir və bu zaman xarici elektron təbəqələri praktik olaraq dəyişməz qalır. Məhz buna görə də aktinidlər də lantanidlər kimi bir-birinə çox yaxın olan kimyəvi xassələrə və optik spektrlərə malikdir. 109.4 cədvəlində aktinidlər də bütöv xətlə çərçivəyə alınmışdır.

Elementlərin dövrü sisteminə hal-hazırda 109 element daxildir və bu sistemdə axıra yaxın yerləşən elementlər süni yolla alınmışdır. Bu, əlbəttə, heç də o demək deyildir ki, dövrü sistem 109-cu elementlə sona çatır. Yəqin ki, gələcəkdə sıra nömrəsi daha böyük olan kimyəvi elementlər alınacaqdır. Ümumiyyətlə isə kimyəvi elementlərin dövrü sisteminin sonlu və ya sonsuz olması məsələsi hələlik mübahisəlidir.

Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, kimyəvi elementlərin dövrü sisteminin kvant nəzəriyyəsinin nailiyyətləri şübhəsiz ki, çoxdur. Lakin bu nəzəriyyənin prinsiplial çatışmazlıqları da vardır. Bunlardan biri, yuxarıda deyildiyi kimi, ondan ibarətdir ki, atomun elektron örtüyünün bütövlükdə halı deyil, ayrı-ayrı elektronların halları xarakterizə olunur. Bununla əlaqədar olaraq digər belə bir çatışmazlıq da meydana çıxır: atomda hər bir təbəqədə elektronlar  $l$  orbital kvant ədədləri ilə xarakterizə olunurlar. Bu isə o deməkdir ki, atomda hər bir elektronun orbital impuls momenti saxlanır. Lakin məlumdur ki, impuls momentinin saxlanması qanunu yalnız mərkəzi sahədə hərəkət edən hissəcik üçün ödənilir. Atomda elektronun hərəkətinin baş verdiyi xarici sahə isə atomun nüvəsi və digər elektronlar tərəfindən yaradılır və ona görə də mərkəzi (sferik-simmetrik) sahə deyildir. Hətta dolmuş daxili təbəqələrdən kənarında bir elektron yerləşən atomlarda (məsələn, qələvi metal atomları) sferik simmetriya kvantmexaniki ortalama aparmaqla alınır. Atomda elektronların hərəkətini müəyyən edən Şredinger tənliyinə isə ortalanan potensial enerji deyil, bütün elektronların (nöqtəvi yüklərin) koordinatlarının funksiyası kimi klassik mənada başa düşülən potensial enerji daxildir. Ona görə də atom orbitallarının dolması ardıcılığı onların enerjilərinin nisbəti ilə deyil, birelektronlu enerjilərin cəmindən fərqli olan tam elektron enerjisinin minimum olması tələbi ilə müəyyən edilir. Yəni atom orbitalları elektronlar tərəfindən elə tutulur ki, alınan elektron konfigurasiyasında atomun tam elektron enerjisi minimum olsun.

Dövrü sistem kimyəvi elementlərin təkcə kimyəvi xassələrinin və optik spektrlərinin deyil, həm də digər xassələrinin də periodik olaraq təkrarlanmasını nümayiş etdirir.  $z$  sıra nömrəsi artdıqca atomların daxili təbəqələrindəki elektronlarla müəyyən edilən xassələri periodik deyil, monoton dəyişir. Buna misal olaraq xarakteristik rentgen spektrlərini (E31) göstərmək olar. Məlumdur ki, xarakteristik rentgen şüalanması atomun daxili



elektron təbəqələrindən birində yaranmış boş yerin yuxarı səviyyədən keçən elektron tərəfindən tutulması zamanı baş verir. Xarakteristik rentgen spektri öz xarakterinə görə, əlbəttə, hidrogen atomunun spektrinə oxşayır, lakin burada Ridberq sabiti  $z^2$ -na vurulmalıdır. Şüalanma xətlərinin tezliyi  $z^2$  ilə düz mütənəşib olaraq artır (Mozli qanunu, Ə32). Atomların xarici elektron təbəqəsindəki elektronlarla müəyyən edilən bütün xassələri və optik spektrləri isə, əksinə,  $z$  artdıqca periodik dəyişir. Belə xassələrdən biri, məsələn, atomun ionlaşma potensialıdır (Ə111). Belə ki, hər bir dövrdə birinci elementin ionlaşma potensialı ən kiçikdir və dövrün sonuna yaxınlaşdıqca o, özünün ən böyük qiymətinə qədər artır.

Periodik dəyişən digər xassə atom həcmidir. Belə ki, xarici elektron təbəqəsində bir elektron olan qələvi metal atomlarının həcmi ən böyükdür və dövrün sonuna yaxınlaşdıqca bu həcm azalır.

Atomların bir sıra xassələrinin periodikliyi haqqında növbəti paragraflarda bəhs ediləcəkdir.

### Ə110. Kimyəvi elementlərin valentliyi

Kimya baxımından atomun ən mühüm xarakteristikası onun valentliyidir. Kimyəvi rabitələrin yaranmasında yalnız cütləşməmiş elektronlar iştirak edirlər. Atomların qapalı təbəqələrində yerləşən və spinlərinin cəmi sıfıra bərabər olan elektronlar kimyəvi qarşılıqlı təsirdə iştirak etmirlər. Kimyəvi qarşılıqlı təsir və onu keyfiyyətə xarakterizə edən valentlik atomların dolmamış elektron təbəqələrində yerləşən cütləşməmiş spinə malik olan elektronların sayı ilə təyin olunur. Belə qəbul edilmişdir ki, atomun müəyyən halında elektronların tam spini  $S$  olarsa, bu halda onun valentliyi  $r=2S$  olur. Xüsusi olaraq qeyd etmək lazımdır ki, atomun valentliyi onun halından asılıdır. Belə ki, atom bir haldan digərinə keçdikdə onun valentliyi dəyişir.

Əgər atomun birinci həyəcanlaşmış halı onun əsas halına yaxındırsa, atom bu həyəcanlaşmış hala keçdikdən sonra kimyəvi rabitəyə girir.

Mendeleyev cədvəlində yeddi dövrün hər biri birinci qrupa mənsub olan qələvi metal atomu ilə başlanır ki, onun da əsas halında xarici təbəqənin elektron konfigurasiyası  $s^1$  kimidir. Ona görə də birinci qrup elementlərinin atomlarının tam spini  $S=1/2$ , valentliyi isə  $r=2S=1$  olur.

İkinci qrup elementləri üçün əsas halda xarici təbəqənin elektron konfigurasiyası  $s^2$ , atomun tam spini  $S=0$  və valentliyi  $r=0$  olur. Əgər birinci həyəcanlaşmış hal (həmin halın  $p$ -təbəqəsi) bu atomlarda əsas hala çox yaxın yerləşməsəydi, onda onlar kimyəvi cəhətdən qeyri-fəal olardı. Lakin bu atomlarda kiçik həyəcanlaşma enerjisi udmaq hesabına  $s^2 \rightarrow s^1 p^1$  həyəcanlaşması baş verir və atomun tam spini Hund qaydasına görə  $s=1$ , valentliyi isə  $r=2$  olur.

Üçüncü qrupun elementlərinin atomlarında əsas halda dolmuş təbəqələrdən kənarında üç elektron yerləşir,  $s^2 p^1$  və atomun tam spini  $S=1/2$ , valentliyi isə  $r=1$  olur. Lakin bu atomlar kiçik həyəcanlaşma enerjisi udaraq  $s^1 p^2$  halına keçirlər ki, bu halda da onların tam spini  $S=3/2$ , valentliyi isə  $r=3$  olur.

Dövri sistemdə ilk üç qrupda yerləşən elementlər kimya baxımından metallar adlanır. Belə ki, ion tipli kimyəvi birləşmələr əmələ gələrkən metallar elektron vermək qabiliyyətinə malik olmaları ilə xarakterizə olunurlar.

Dördüncü qrup elementləri əsas və həyəcanlanmış halda xarici təbəqələrin  $s^2p^2$  və  $s^1p^3$  elektron konfigurasiyasına malik olmaqla kimyəvi rabitələrdə iştirak edə bilirlər. Bu hallarda atomun tam spinini və valentliyi, uyğun olaraq,  $S=1$ ,  $r=2$  və  $S=2$ ,  $r=4$  olur.

Beşinci qrupda yerləşən elementlərin atomları üçün əsas halda xarici təbəqələrin elektron konfigurasiyası  $s^2p^3$ , tam spin  $S=3/2$ , valentlik isə  $r=3$  olur. Lakin burada həyəcanlaşma nəticəsində bir elektronun, baş kvant ədədi vahid qədər artmaqla, növbəti layın  $s$ -təbəqəsinə keçməsi baş verə bilər. Bu həyəcanlanmış halda atomun xarici təbəqələrinin elektron konfigurasiyası  $s^1p^3s^1$ , tam spinini  $S=5/2$  və valentliyi  $r=5$  olur.

Altıncı qrup elementlərinin atomlarının əsas halda xarici təbəqələrinin elektron konfigurasiyası  $s^2p^4$  olduğundan, onların tam spinini  $S=1$  valentliyi isə  $r=2$  olur. Lakin bu atomlarda  $s^2p^4 \rightarrow s^1p^3s^1$  və  $s^2p^4 \rightarrow s^1p^3s^1p^1$  həyəcanlaşmaları (bir və ya iki elektronun növbəti laya keçməsi) baş verə bilər ki, bunun da nəticəsində onların tam spinini və valentliyi, uyğun olaraq,  $S=2$ ,  $r=4$  və  $S=3$ ,  $r=6$  olur.

Yeddinci qrup elementlərinin atomları üçün əsas halda xarici təbəqələrin elektron konfigurasiyası  $s^2p^5$ , tam spin  $S=1/2$ , valentlik isə  $r=1$  olur. Bu atomlarda həyəcanlaşma nəticəsində bir, iki və üç elektronun növbəti laydakı elektron təbəqələrinə keçməsi sayəsində  $s^1p^4s^1$ ,  $s^2p^3s^1p^1$  və  $s^1p^3s^1p^2$  konfigurasiyaları alınır. Bu həyəcanlanmış hallarda isə atomun tam spinini və valentliyi, uyğun olaraq,  $S=3/2$ ,  $r=3$ ;  $S=5/2$ ,  $r=5$  və  $S=7/2$ ,  $r=7$  olur.

Qeyd etmək lazımdır ki, ikinci dövr elementləri digər kimyəvi elementlərdən öz valentlik imkanlarına görə kəskin şəkildə fərqlənilir. Bu fərq ondan ibarətdir ki, ikinci dövr elementlərinin atomlarında  $2s2p$  təbəqələri dolmaqda davam edir və növbəti  $3s3p$  təbəqələrinə keçid üçün tələb olunan həyəcanlaşma enerjisi isə xeyli böyükdür. Ona görə də, məsələn, azot, oksigen və flüor atomları, onların digər dövrlərdəki analogları kimi yüksək valentliyə malik ola bilmirlər.

Dörd, beş, altı və yeddinci qrupların əvvəlində yerləşmiş elementlər – qeyri-metaldır. İon tipli birləşmələrdə onlar, özlərinin qapalı elektron təbəqələrini yaratmağa cəhd edərək, elektron qəbul edirlər.

Əlavə yarımqrup elementləri, həm də lantanidlər və aktinidlər xüsusi kimyəvi xassələrə malikdirlər. Belə ki, bu elementlərin atomlarında, dərinə yerləşən  $d$ - və  $f$ -təbəqələrinin dolması baş verir (E109). Atomların  $d$ - və  $f$ -elektronları kimyəvi rabitələrin yaranmasında adətən iştirak etmirlər və bunu nəzərdə tutaraq atomların valentliyi xarici təbəqələrdəki elektronlarla müəyyən edilir. Lakin bu, heç də ciddi qanun deyildir. Belə ki, kimyəvi birləşmələr əmələ gələrkən bəzi hallarda atomların daha dərinə yerləşən elektron təbəqələrindəki elektronlar xarici (valent) təbəqələrinə keçir və kimyəvi rabitələrin yaranmasında iştirak edir. Məhz buna görə də əlavə yarımqrup elementlərinin, lantanidlərin və aktinidlərin kimyəvi xassələri kifayət qədər mürəkkəbdir. Təsadüf deyildir ki, bu elementlər qrupunun xassələrinin öyrənilməsi üçün kimyada xüsusi istiqamətlər müəyyən edilmişdir.

Qeyd etmək lazımdır ki, valentlik haqqında təlim kimyəvi quruluş nəzəriyyəsində mühüm rol oynamışdır. Lakin müasir dövrdə valentlik anlayışı ilə əlaqədar olaraq çox mürəkkəb vəziyyət yaranmışdır. Quruluş kimyasında edilən yeni kəşflər göstərir ki, bir sıra faktlar valentlik haqqında klassik nəzəriyyə çərçivəsində izah edilə bilmir. Belə ki, qeyri-üzvi birləşmələrin özünəməxsus polimer xarakterli olması sayəsində bu birləşmələrdə rabitələrin sayı müəyyən olunmuş valentliyə uyğun gəlmir. Məsələn, titan oksidi heç zaman  $TiO$  tərkibinə malik olmayıb, ətraf mühitdə oksigenin təzyiqindən asılı

olaraq  $\text{TiO}_{1,25}$ – $\text{TiO}_{0,60}$  intervalına uyğun tərkibdə olur. Sink oksidində isə tərkib  $\text{Zn}_{1,1}\text{O}$ ,  $\text{Zn}_{1,2}\text{O}$  formullarına uyğun gəlir.

Valentlik anlayışını çətinləşdirən amillərdən biri də ikilaylı quruluşa malik olduğu üçün sendviç birləşmələr adlanan yeni metal-üzvi birləşmələr sinfinin kəşfi ilə əlaqədar olaraq meydana çıxmışdır. Bunlardan ən yaxşı öyrəniləni ferrotsen  $(\text{C}_5\text{H}_5)_2\text{Fe}$  molekuludur. Bu molekulun tədqiqi göstərir ki, o, tamamilə orijinal bir quruluşa malikdir və bu quruluş valentlik haqqında məlum olan klassik təsəvvürlərlə izah edilə bilmir. Belə ki, ferrotsen molekulunda iki dənə pentadienil həlqəsi, aralarındakı məsafə  $0,332 \text{ nm}$  olmaqla, bir-birinə paralel yerləşmişdir. Dəmir atomu isə bu həlqələrin arasında, onların hər birindən  $0,166 \text{ nm}$  məsafədə yerləşmişdir. Bundan başqa, dəmir atomunun  $10$  dənə karbon atomunun hər birindən olan məsafəsi  $0,205 \text{ nm}$ -dir. Bu halda pentadienil həlqələrindəki karbon atomlarının hamısı eyni hüquqludur.

Beləliklə, ferrotsen molekulunun fəza quruluşu mərkəzində dəmir atomu yerləşmiş pentaqonal antiprizma şəklindədir.

Dibenzolxrom  $(\text{C}_6\text{H}_6)_2\text{Cr}$  molekulunu daha maraqlı quruluşa malikdir. Rentgenoqrafik tədqiqatlar nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, dibenzolxrom molekulunun fəza quruluşu mərkəzində xrom atomu yerləşmiş heksaqonal antiprizma şəklindədir. Bu molekulda xrom atomu ilə hər bir karbon atomu arasındakı məsafə  $0,219 \text{ nm}$ , benzol həlqələrində karbon atomları arasındakı rəbitənin uzunluğu isə, sərbəst benzoldakı  $0,140 \text{ nm}$ -dən fərqli olaraq,  $0,138 \pm 0,005 \text{ nm}$ -dir.

Hal-hazırda kobalt, nikel, titan və digər metallar daxil olan çoxlu sayda sendviç birləşmələr məlumdur. Sendviç birləşmələrdə kimyəvi rəbitələrin xarakteri kvantmexaniki metodlar vasitəsilə tədqiqatçılar tərəfindən araşdırılmış və müəyyən edilmişdir ki, bu birləşmələrdə kimyəvi rəbitələr klassik qanunlara açıq-aşkar uyğun gəlmir. Belə ki, ferrotsendə dəmir atomunu  $10$  valentli, dibenzolxromda isə xrom atomunu  $12$  valentli hesab etmək mənasız işdir.

Beləliklə, kimyəvi rəbitələr haqqında klassik təsəvvürlərdən fərqlənən cəhətlər özünü təkcə kristallokimyada deyil, həm də molekulun əsas kimyəvi hissəcik sayıldığı üzvi kimyada da göstərir. Məlum olur ki, molekularda kimyəvi rəbitələr yalnız ikimərkəzli deyil, həm də çoxmərkəzli ola bilər. Əgər molekulda baxılan atom  $n$  sayda atomlarla əhatə olunmuşdursa, bu, heç də o demək deyildir ki, həmin atom  $n$  sayda ikimərkəzli rəbitə əmələ gətirir.

Deməli, verilmiş birləşmədə elementin valentliyini müəyyən etmək üçün bu elementin atomunun iştirak etdiyi "rəbitələrin sayı"nın hər hansı qaydada hesablanması üçün hələlik heç bir ümumi əsas yoxdur. Bununla əlaqədar olaraq belə bir sual meydana çıxır ki, valentlik sərbəst atomun xassəsidir, yoxsa kimyəvi rəbitədə iştirak edən atomun? Bu suala verilən cavablar hələlik mübahisəlidir. Valentlik haqqında klassik təsəvvürlərə uyğun gəlməyən faktların getdikcə artması əksər hallarda belə fikrin yaranmasına səbəb olur ki, həmin təsəvvürlər, ümumiyyətlə, əsassızdır. Ona görə də belə təkliflər meydana çıxır ki, öz əvvəlki mənasını itirdiyinə görə valentlik anlayışından imtina etmək lazımdır. Lakin bir çox tədqiqatçılar isə belə hesab edirlər ki, valentlik anlayışı nəinki rədd edilməli, əksinə, saxlanmalı və molekulların quruluşu haqqında ən yeni təsəvvürləri də nəzərə almaqla bu anlayış daha da genişləndirilərək əsaslandırılmalıdır.

### **Ə111. Atomun ionlaşma potensialı**

Elementin kimyəvi xassələri onun atomlarının elektron itirmək və ya elektronu özünə

birləşdirmək qabiliyyəti ilə sıx surətdə əlaqədardır. Hər bir atom üçün elektronu itirmək qabiliyyəti kəmiyyətcə ionlaşma enerjisi və ya adətən deyildiyi kimi, ionlaşma potensialı ilə xarakterizə olunur.

Həyəcanlanmamış  $X$  atomundan bir dənə elektronu qoparmaq üçün lazım olan enerji bu atomun  $J_x$  ionlaşma potensialı adlanır:

$$X + J_x = X^+ + e^- \quad (111.1)$$

İonlaşma potensialı adətən  $eV$ -la ölçülür:  $1 eV = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ .

Qeyd edək ki, ionlaşma enerjisinə bərabər enerji əldə etmək üçün elektronun keçməli olduğu potensiallar fərqi nəzərdə tutaraq, atomun ionlaşma enerjisini çox zaman bu atomun ionlaşma potensialı da adlandırırlar.

İonlaşma potensialını təyin etmək üçün atomun optik spektrindəki seriyaların qısdalğalı sərhəddindən istifadə etmək olar. Doğrudan da, baxılan seriya üçün qısdalğalı sərhəddin  $\nu$  tezliyini bilərək, atomdan elektronu qoparmaq üçün lazım olan enerjini (ionlaşma potensialını) Plankın  $\varepsilon = h\nu$  düsturuna əsasən hesablamaq olar. Bundan başqa ionlaşma potensialını elektron zərbələri ilə ionlaşma və fotoionlaşma metodları vasitəsilə də təyin etmək olar. İonlaşma potensialını nəzəri surətdə Xartri-Fok metoduna (E135) əsasən təyin etmək üçün Kupmans teoremindən istifadə olunur. Bu teoremə görə müəyyən orbitalda yerləşən elektronu atomdan qoparmaq üçün lazım olan enerji ədədi qiymətcə həmin orbitala uyğun enerjiyə bərabərdir.

İonlaşma potensialı üçün əsas halın ( $n=1$ ) ionlaşma potensialını (98.25) düsturuna əsasən

$$J_x = \frac{mz^2e^4}{2\hbar^2} \quad (111.2)$$

ifadəsi ilə hesablamaq olar. Məsələn, hidrogen atomu üçün  $z=1$  olduğundan (111.2) düsturuna əsasən tapırıq ki,  $J=13,6 eV$ .

Çoxelektronlu atomlar üçün birinci, ikinci və s. elektronun qoparılmasına uyğun olaraq bir neçə  $J_1, J_2, J_3, \dots$  ionlaşma potensialı vardır. Özü də həmişə  $J_1 < J_2 < J_3 < \dots$  şərti ödəyir, çünki atomdan qoparılmış elektronların sayı artdıqca yaranan müsbət ionun yükü artır və o, elektronu daha böyük qüvvə ilə özünə cəlb edir.

111.1 cədvəlində bəzi atomlar üçün ionlaşma potensialları  $eV$ -la verilmişdir. Bu cədvəldən görünür ki, atomun ionlaşma potensialı onun elektron konfigurasiyasından kəskin şəkildə asılıdır. Belə ki, eyni bir atom üçün ionlaşma potensialının bir qiyməti digər qiymətdən kəskin fərqlənir. Məsələn, bor atomu üçün  $J_4$  və  $J_5$  qiymətləri  $J_1, J_2$  və  $J_3$ -ə nisbətən  $\sim 10$  dəfə böyükdür. Bu fakt göstərir ki, atomlarda elektronların təbəqələr və laylar üzrə qruplaşdırılması həqiqətə uyğundur.

Qeyd edək ki, ionlaşma potensialı atomun sıra nömrəsindən periodik asılıdır və bu asılılıq dövrü sistemin həm qrupları, həm də dövrləri üzrə özünü aydın şəkildə büruzə verir.

Mendeleyev cədvəlində hər bir qrupda ionlaşma potensialı, atomun sıra nömrəsi artdıqca, azalır. Bu, onunla izah olunur ki, elektron konfigurasiyasının növü saxlansa da, atomun ölçüləri böyüyür. Bu baxımdan lantanidlər müstəsnalıq təşkil edir. Belə ki, lantanidlərdə nüvənin yükü artdıqca daha uzaq səviyyələrdə yerləşən elektronlar meydana çıxmır və nəticədə "lantanid sıxılması" baş verir. Bu isə  $z$  artdıqca lantanidlərdə ionlaşma potensialının da artmasına səbəb olur.

Cədvəl 111.1

$z$		$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$
1	H	13,599				
2	He	24,588	54,418			
3	Li	5,392	75,641	122,42		
4	Be	9,323	18,211	153,85	217,657	
5	B	8,298	25,156	37,92	259,298	340,127
6	C	11,260	24,383	47,87	64,48	292,00
7	N	14,534	29,602	47,43	77,540	97,863
8	O	13,618	35,118	54,89	77,394	113,873
9	F	17,423	34,987	62,65	87,23	114,214
10	Ne	21,565	41,08	63,5	97,16	126,4
11	Na	5,139	47,304	71,65	98,88	138,60
12	Mg	7,646	15,035	50,12	109,29	141,23
13	Al	5,986	18,828	28,44	119,96	153,77
14	Si	8,152	16,342	33,46	45,13	166,73
15	P	10,487	19,73	30,16	51,354	65,007
16	S	10,360	23,35	35,0	47,29	75,5
17	Cl	12,968	23,80	39,9	53,5	57,80
18	Ar	15,760	27,63	40,90	59,79	75,0
19	K	4,341	31,820	46	60,90	–
20	Ca	6,113	11,871	51,21	67	84,39
21	Sc	6,592	12,80	24,75	74,5	93,9
22	Ti	6,82	13,58	27,5	45,40	101,7
23	V	6,740	14,21	29,3	48,35	68,7
24	Cr	6,765	16,50	31,0	50,9	72,4
25	Mn	7,435	15,640	33,69	53,4	75,8
26	Fe	7,893	16,183	30,64	55,9	79,0
27	Co	7,87	17,06	33,49	53,2	82,2
28	Ni	7,635	18,15	35,16	56,0	79,1
29	Cu	7,726	20,292	36,83	58,9	82,7
30	Zn	9,394	17,964	39,70	61,6	86,3
31	Ca	6,09	20,514	30,70	64,3	89,8

Mendeleyev cədvəlində hər bir dövrdə ionlaşma potensialı  $J_x$  soldan sağa doğru kətdikcə artır. Belə ki, hər bir dövrdə qələvi metal atomu üçün ionlaşma potensialı ən kiçik, təsirsiz qaz atomu üçün isə ən böyük olur. Hər bir dövrdə I qrupun  $s$ -elementlərindən VIII qrupun  $p$ -elementlərinə keçdikcə atomların ionlaşma potensialının artması nüvənin yükünün artması ilə izah olunur. Lakin bu qanunauyğunluqdan bəzi kənarə çıxmalar da müşahidə olunur. Məsələn,  $J_B < J_{Be}$ ,  $J_O < J_N$ ,  $J_{Mg} < J_{Al}$ ,  $J_S < J_P$ . Bu kənarə çıxmaların əsas səbəbi Be atomunun  $1s^2 2s^2$  və Mg atomunun  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$  qapalı təbəqələrinin və Hund qaydasına görə N və P atomlarının maksimal spinə malik olan  $1s^2 2s^2 2p^3$  və  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$  elektron konfigurasiyalarının böyük dayanıqlığa malik olmasıdır.

İonlaşma potensialı atomun çox mühüm xarakteristikalarından biridir. Belə ki, kimyəvi rəbitənin xarakteri və möhkəmliyi xeyli dərəcədə atomun ionlaşma

potensialından asılıdır. Bundan başqa, ionlaşma potensialı kiçik olduqda atom elektronu asanlıqla verdiyindən atomların reduksiya xassələri də ionlaşma potensialından asılıdır.

Yuxarıda qeyd etdik ki, ionlaşma potensialı periodik dəyişən kəmiyyətdir. Atomların elektron quruluşu haqqındakı təsəvvürlərə əsaslanaraq bu faktı bir qədər ətraflı surətdə nəzərdən keçirək.

Əgər atomda baxılan elektrondan başqa elektronlar olmasaydı (hidrogenəbənzər atom), bu elektronun enerjisi (98.25) düsturuna əsasən yalnız atomun  $z$  sıra nömrəsindən və  $n$  baş kvant ədədindən asılı olardı. Bu düsturdan görüldüyü kimi,  $z$  böyük və  $n$  kiçik olduqca bielektronlu atomda enerji səviyyəsi daha aşağıda yerləşir və elektron nüvə tərəfindən daha böyük qüvvə ilə cəzb olunur. Atomda digər elektronların olması bu sadə asılılığı xeyli dərəcədə dəyişdirir. Digər elektronların təsirini izah etmək üçün isə bir-biri ilə əlaqədar olan "nüvənin yükünün ekranlanması" və "elektronların atomda nüvəyə doğru nüfuz etməsi" anlayışlarından istifadə edilir.

Məlum olduğu kimi, ekranlaşma effekti, baxılan elektron ilə nüvə arasında yerləşən digər elektronların təsiri nəticəsində bu elektrona nüvənin müsbət yükünün təsirinin azalmasından (ekranlanmasından) ibarətdir. Bu effekti kəmiyyətcə nəzərə almaq üçün ekranlaşma sabiti adlanan kəmiyyət daxil edilir. Ekranlaşma haqqında təsəvvürün daxil edilməsi, əslində elektronların bir-birini itələməsini formal olaraq nəzərə almaqdır. Aydınır ki, nüvəni əhatə edən elektron laylarının sayı artdıqca ekranlanma da artır.

Nüfuzetmə effekti onunla əlaqədardır ki, kvant mexanikasına görə elektron atomun daxilində istənilən nöqtədə ola bilər. Buna görə də xarici elektron bir müddət nüvəyə yaxın oblastda yerləşə bilər ki, bu oblastda da digər elektronların ekranlaşdırıcı təsiri azdır. Başqa sözlə, belə demək olar ki, xarici elektron daxili elektron laylarını keçərək nüvəyə doğru yaxınlaşır. Aydınır ki, elektronun nüvəyə doğru nüfuz etməsi onun nüvə ilə qarşılıqlı təsirini xeyli möhkəmləndirir.  $n$  baş kvant ədədinin verilmiş qiymətində nüvənin bilavasitə yaxınlığında  $l$  orbital kvant ədədinin kiçik qiymətinə uyğun elektron buludu daha çox toplanır və buna görə də  $s$ -elektronlar  $p$ -elektronlara nisbətən,  $p$ -elektronlar isə öz növbəsində  $d$ -elektronlara nisbətən daha çox nüfuzedicilərlər.  $s$ -,  $p$ -,  $d$ - və  $f$ -elektronların enerji səviyyələrinin bizə məlum olan yerləşməsi ardıcılığı məhz buradan aydın olur:  $n$  və  $z$ -in verilmiş qiymətlərində ən aşağı enerji  $s$  hal üçün, sonra  $p$ -hal üçün və  $s$  olur.

Yuxarıda göstərilən amillərdən başqa atomda elektronların nüvə ilə qarşılıqlı təsirinin möhkəmliyinə eyni bir layda yerləşən elektronların öz aralarında bir-birini itələməsi də təsir edir ki, bu da ekranlaşma effektinə aid edilir. Belə itələmə eyni orbitalda yerləşən və spinləri antiparalel yönəlmiş elektronlar arasında xüsusilə güclü olur.

Deyilənlərə əsaslanaraq dövrü sistemdə ionlaşma potensialının dəyişməsi qanunauyğunluqlarını izah etmək olar. Misal olaraq birinci ionlaşma potensialının dəyişməsinə baxaq.

Qələvi metal atomları üçün birinci ionlaşma potensialı, yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, ən kiçikdir. Bu, onunla izah olunur ki, həmin atomlarda xarici elektron ilə nüvə arasında yerləşən elektron layları nüvənin yükünü güclü şəkildə ekranlaşdırır. Litiumdan seziuma doğru ionlaşma potensialının azalması isə atomun ölçüləri böyüdükcə elektrondan nüvəyə qədər olan məsafənin artması ilə əlaqədar olaraq baş verir.

İndi isə ikinci dövrdə ionlaşma potensialının dəyişməsinə baxaq. Bu dövrdə Li atomundan Ne atomuna doğru getdikcə ionlaşma potensialı artır. Bunu belə izah etmək olar ki, elektron layları dəyişməz qalır, lakin nüvənin yükü getdikcə artır. Lakin 109.4 və 111.1 cədvəllərindən görüldüyü kimi, birinci ionlaşma potensialı  $J_1$ -in artması monoton

deyildir. Belə ki, B atomunda  $J_1$ -in azalması müşahidə olunur. Bu fakt isə, bir qədər əvvəl qeyd etdiyimiz kimi, həmin atomların elektron quruluşunun xüsusiyyətləri ilə əlaqədar olaraq meydana çıxır. Elektron konfigurasiyası  $1s^2 2s^2$  olan Be atomunda  $s$ -təbəqəsi dolmuş olduğundan, sonra gələn B atomunda növbəti elektron  $p$ -təbəqəsində yerləşir.  $p$ -elektronun isə  $s$ -elektrona nisbətən nüvə ilə rəhbətəsi zəifdir və ona görə də B atomunun birinci ionlaşma potensialı Be atomu üçün olduğundan kiçikdir. Azot atomunda xarici elektron təbəqəsindəki üç elektron Hund qaydasına (E108) görə spinləri bir-birinə paralel olmaqla  $p$ -orbitallarda yerləşirlər  $1s^2 2s^2 2p_x^\uparrow 2p_y^\uparrow 2p_z^\uparrow$ . Növbəti oksigen atomunda isə  $p$ -orbitalların birində spinləri antiparalel olan iki elektron yerləşir:  $1s^2 2s^2 2p_x^\uparrow 2p_y^\uparrow 2p_z^\uparrow$ . Eyni orbitalda yerləşən iki elektron isə bir-birini güclü itələdiyindən oksigen atomundan elektronu qoparmaq daha asan olur və ona görə də  $J_O < J_N$  alınır.

İonlaşma potensialının soldan sağa getdikcə artması Mendeleev cədvəlindəki bütün dövrlərdə müşahidə olunur. Belə ki, dövrün başlanğıcında yerləşmiş qələvi metal atomu üçün ionlaşma potensialı ən kiçik, həmin dövrü tamamlayan təsirsiz qaz atomları üçün isə ən böyük olur.  $d$ -təbəqəsi dolmaqda davam edən atomlar üçün isə eyni dövr daxilində soldan sağa doğru getdikcə ionlaşma potensialının dəyişməsi nisbətən azdır. Bu atomlar üçün ionlaşma potensialı əsas yarımqrupa mənsub olan atomların ionlaşma potensialından böyükdür. Bu da  $d$ -təbəqəsi dolmaqda davam edən atomlarda (əlavə yarımqrup) xarici  $s$ -elektronların nüvəyə doğru nisbətən çox nüfuz etməsi ilə izah olunur.

Beləliklə, elementlərin atomlarının elektron quruluşu haqqında olan məlumatlara əsaslanaraq dövrü sistemdə ionlaşma potensiallarının dəyişməsinin əsas qanunauyğunluqlarını izah etmək olur.

Nəhayət, qeyd edək ki, ionlaşma potensiallarını bilmək kimyada xüsusilə böyük əhəmiyyət kəsb edir. Bu fikri sübut etmək üçün aşağıdakı faktı göstərmək kifayətdir. 1962-ci ildə kanadalı alim Bartlet  $O_2PtF_6$  birləşməsini sintez etmişdi. Nəzəri mülahizələrə əsasən o, belə hesab edirdi ki, bu birləşmə  $O_2^+$  və  $[PtF_6]^-$  ionlarından təşkil olunmalıdır. Bu zaman Bartlet belə bir fakta da diqqət yetirdi ki,  $O_2$  molekulunun və ksenon ( $Xe$ ) atomunun ionlaşma potensialı demək olar ki, bir-birinə bərabərdir (uyğun olaraq, 12,12 eV və 12,13 eV). Buradan o, ksenon atomu daxil olan oxşar birləşmənin alınmasının mümkünlüyü haqqında nəticə çıxardı. Doğrudan da,  $Xe$  atomunun  $PtF_6$  ilə qarşılıqlı təsiri nəticəsində Bartlet  $XePtF_6$  birləşməsini sintez etdi. Beləliklə də, kimyada böyük nailiyyət əldə edilmiş oldu, yəni təsirsiz qaz atomları daxil olan birləşmələrin alınmasının başlanğıcı qoyuldu.

## Ə112. Atomun elektrona hərisliyi

Məlumdur ki, atomda elektronlar nüvə tərəfindən cəzb olunurlar. Lakin atomun yaxınlığında yerləşən sərbəst elektron da, atomdakı elektronlar tərəfindən itələnməsinə baxmayaraq, nüvə tərəfindən cəzb oluna bilər. Nəzəri hesablamalar və təcrübə faktları göstərir ki, bir çox atomlar üçün əlavə elektronun nüvə tərəfindən cəzb olunması enerjisi, bu elektronun atomun elektronları tərəfindən itələnməsi enerjisindən çoxdur. Məsələn, karbon, oksigen, kükürd və s. atomlara bir elektron birləşərkən enerji ayrılır. Bu, o deməkdir ki, həmin atomlar üçün əlavə elektronun nüvə tərəfindən cəzb olunması, həmin elektronun atomun elektron örtüyü tərəfindən itələnməsindən çoxdur. Məhz belə atomlar

əlavə elektronu özünə birləşdirərək birqat mənfi iona çevrilə bilirlər. Neytral  $X$  atomuna əlavə elektronun birləşməsi nəticəsində mənfi birqat  $X^-$  ionu yaranarkən ayrılan  $F$  enerjisi bu atomun elektrona hərisliyi adlanır:

$$X + e^- = X^- + F. \quad (112.1)$$

Aydındır ki, birqat mənfi iondan elektronu qoparmaq üçün lazım olan enerjini də atomun elektrona hərisliyi adlandırmaq olar. Başqa sözlə, baxılan atomun elektrona hərisliyi, bu atomun birqat mənfi ionunun ionlaşma potensialına əks işarə ilə bərabərdir. Məhz buna görə də elektrona hərislik də, ionlaşma potensialı kimi,  $eV$ -la ölçülür.

Kvant mexaniki hesablaşmalarla müəyyən edilmişdir ki, atoma iki və daha çox əlavə elektronun birləşməsi zamanı həmin elektronların atomun elektron örtüyü tərəfindən itələnmə enerjisi onların nüvə tərəfindən cəzb olunması enerjisindən ədədi qiymətcə böyükdür, yəni atomun iki və daha çox elektrona hərisliyi mənfidir. Məhz buna görə də atomların iki və daha çox qat mənfi ionları sərbəst halda mövcud ola bilmirlər. Müəyyən edilmişdir ki, belə ionlar nəinki sərbəst halda, həm də molekullar və kristallar daxilində də mövcud ola bilmirlər. Buradan aydın olur ki, bəzən rast gəldiyimiz  $Ca^{2+}S^{2-}$ ,  $Cu^{2+}O^{2-}$  və s. kimi yazılışları yalnız kobud yaxınlaşma kimi başa düşmək lazımdır.

Elektrona hərisliyi təcrübə yolu ilə təyin etmək çox çətinidir və məhz buna görə də Mendeleev cədvəlindəki heç də bütün atomlar üçün o, təyin edilməmişdir. Bəzi atomlar üçün elektrona hərisliyin daha etibarlı sayılan qiymətləri 112.1 cədvəlində verilmişdir. Bu cədvəldə atomun  $F$  elektrona hərisliyi, həmin atomun  $X^-$  birqat mənfi ionunun ionlaşma potensialı kimi,  $eV$ -larla ifadə edilmişdir.

Cədvəl 112.1

Atom	$F$	Atom	$F$	Atom	$F$
H	0,754	F	3,45	Cl	3,61
He	-0,22	Ne	-0,22	K	0,52
Li	0,59	Na	0,34	Br	3,54
Be	-0,19	Mg	-0,22	J	3,29
B	0,30	Al	0,52	Se	2,02
C	1,27	Si	1,84		
N	-0,21	P	0,8		
O	1,467	S	2,08		

Aydındır ki, elektrona hərislik atomun elektron konfigurasiyasından (atomun halından) asılıdır. Məhz buna görə də elementin sıra nömrəsi artdıqca elektrona hərisliyin dəyişməsində periodiklik müşahidə olunur. Belə ki, VII qrupun  $p$ -elementləri (əsas yarımqrup) üçün, yəni halogenlər üçün elektrona hərislik daha böyükdür. Flüordan yoda qədər elektrona hərislik əvvəlcə bir az artır, sonra isə zəif şəkildə azalır.  $s^2$  (Be, Mg, Zn) və  $s^2p^6$  (Ne, Ar, Kr) konfigurasiyalı atomlar, həm də  $p$ -təbəqəsi yarıya qədər dolmuş atomlar (N, P, As) üçün elektrona hərislik ən kiçik və hətta mənfi işarəli olur. Bu fakt göstərilən elektron konfigurasiyalarının yüksək dayanıqlığa malik olmasını bir daha sübut edir.

### Ə113. Atomun elektromənfiliyi



Elektromənfilik şərti anlayış olub, verilmiş elementin atomunun kimyəvi birləşmədə, digər elementlərin atomları ilə müqayisədə, elektron buludunu özünə cəzb etməsi qabiliyyətini qiymətləndirməyə imkan verir. Aydınır ki, elektron buludunu özünə cəzb etmək qabiliyyəti atomun ionlaşma potensialından və elektrona hərisliyindən asılıdır. Ona görə də Malliken təklif etmişdir ki, atomun  $\chi$  elektromənfiliyini onun  $J$  ionlaşma potensialı ilə  $F$  elektrona hərisliyinin cəminin yarısına bərabər götürmək olar:

$$\chi = \frac{1}{2}(J + F). \quad (113.1)$$

Qeyd edək ki, atomların elektromənfiliyi üçün 20-dən artıq şkala mövcuddur. Bu şkalalarda elektromənfiliyin hesablanması üçün maddələrin müxtəlif xassələri əsas götürülür. Müxtəlif şkalalar üzrə eyni atomların elektromənfiliyi qiymətcə fərqlənsə də, elementlərin elektromənfiliyə görə sırası bütün şkalalar üzrə demək olar ki, eynidir. Məsələn, Polinqin təklif etdiyi elektromənfilik şkalasında flüor atomunun elektromənfiliyini 4,0 götürmək və digər atomların elektromənfiliyini isə buna nəzərən hesablamaq qəbul olunmuşdur. Bir sıra atomların Polinq şkalasına görə  $\chi$  elektromənfiliyi 113.1 cədvəlində  $eV$ -la verilmişdir. Bu cədvəldə əsasən, Polinq şkalasına görə bəzi kimyəvi elementlər üçün elektromənfilik sırası 113.2 cədvəlindəki kimi olar.

Cədvəl 113.1

Atom	$\chi$	Atom	$\chi$	Atom	$\chi$
H	2,1	Si	1,8	Br	2,8
Li	1,0	P	2,1	Rb	0,8
Be	1,5	S	2,5	Sr	1,0
B	2,0	Cl	3,0	Y	1,3
C	2,5	K	0,8	Zr	1,6
N	3,0	Ca	1,0	Sn	1,7
O	3,5	Sc	1,3	Sb	1,8
F	4,0	Ti	1,6	Te	2,1
Na	0,9	Ge	1,7	J	2,6
Mg	1,2	As	2,0	Cs	0,7
Al	1,5	Se	2,4	Ba	0,9

113.1 cədvəlindən görünür ki, Mendeleev cədvəlində dövrlərdə soldan sağa doğru getdikcə elektromənfiliyin ümumi artması, yarımqruplarda isə yuxarıdan aşağıya doğru azalması müşahidə olunur. I qrupun elementləri üçün elektromənfilik ən kiçik, VII qrupun elementləri üçün isə ən böyük qiymət alır.

Əslinə qalsa, hər bir atomun müəyyən sabit elektromənfiliyə malik olduğunu demək olmaz. Çünki atomun elektromənfiliyi onun valent halından, daxil olduğu birləşmənin növündən və s. amillərdən asılıdır. Lakin buna baxmayaraq elektromənfilik anlayışı kimyəvi rabitələri və birləşmələrin xassələrini keyfiyyətcə izah etmək üçün əlverişlidir.

Cədvəl 113.2

$\chi$	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,3	1,5	1,6	1,7	1,8
element	Cs	K Rb	Na Ba	Li Ca Sr	Mg	Sc Y	Be Al	Ti Zr	Ge Sn	Si Sb

$\chi$	2,0	2,1	2,4	2,5	2,6	2,8	3,0	3,5	4,0	
element	B As	H P Te	Se	C S	J	Br	N Cl	O	F	

### Ə114. Atom və ion radiusları

Elektronlar dalğa xassəsinə malik olduğuna görə atomun ölçüsünü dəqiq təyin etmək olmaz. Lakin sərbəst atomun radiusu olaraq atomun xarici elektron buludunun baş maksimumunun nüvədən olan nəzəri hesablanmış məsafəsinə götürmək olar. Bu, atomun orbital radiusu adlanır. Praktikada isə bir-biri ilə bu və ya digər növ kimyəvi rəbitə yaratmış atomların radiusu effektiv radius adlanır. Atomların effektiv radiusları molekulların və kristalların quruluşunu öyrənməklə təyin edilir.

Qeyd edək ki, atom və ion radiusu anlayışları şərtidir. Çünki həmin anlayışlar molekul və ya kristal daxilində atomlar arasındakı məsafələrə əsasən təyin edilir. Bu məsafələr isə yalnız atomların növündən deyil, həm də onlar arasındakı kimyəvi rəbitənin xarakterindən və maddənin aqreqat halından da asılıdır.

Atom və ionları şərti olaraq kürə şəklində qəbul etsək, onda nüvələr arası  $d$  məsafəsinə iki qonşu hissəciyin radiuslarının cəminə bərabər hesab etmək olar. Aydındır ki, hər iki hissəcik eynidirsə, onda onların hər birinin radiusu  $d/2$  olar. Məsələn, natrium kristalında nüvələr arası məsafə  $3,2 \text{ \AA}$  olduğundan, natrium üçün metallik atom radiusu  $1,6 \text{ \AA}$  olar.  $\text{Na}_2$  molekulunda isə nüvələr arası məsafə  $3,08 \text{ \AA}$  olduğundan natrium atomu üçün kovalent radius  $1,54 \text{ \AA}$  olur. Beləliklə, eyni bir element üçün atom radiusu kimyəvi rəbitənin növündən asılıdır. Atomların kovalent radiuslarının ölçüsü həm də kimyəvi rəbitənin tərtibindən asılıdır. Məsələn, birqat, ikiqat və üçqat rəbitələrdə karbon atomunun kovalent radiusu, uyğun olaraq,  $0,77$ ;  $0,67$  və  $0,6 \text{ \AA}$ -dır.

Atom və ionları bir-birinə toxunaraq tərpənməz yerləşən kürəciklər hesab etmək olmaz. Məlumdur ki, hətta mütləq sıfır temperaturunda molekul və kristallarda nüvələrin rəqsi hərəkəti baş verir (Ə94). Bir çox hallarda atom və ionların radiuslarından kiçik məsafələrdə elektron buludunun sıxlığı sıfıra qədər azalmış olur. Digər tərəfdən isə atomun və ionun digər hissəciklərə təsir edə biləcəyi məsafə onların şərti radiusundan xeyli böyük ola bilər. Nəhayət, atom və ionların "ölçüləri" onların öz qonşuları ilə qarşılıqlı təsirindən də asılıdır.

Bəsit maddələrdə və həm də üzvi birləşmələrdə atom radiusu  $r_{at.}$ , qeyri-üzvi birləşmələrdə isə ion radiusu  $r_{ion}$  anlayışlarından istifadə edilir.

Atom radiusları üç növə bölünür: metallar üçün atomların metallik atom radiusları, qeyri-metallar üçün atomların kovalent radiusları və təsirsiz qazlar üçün atom radiusları.

Hal-hazırda əksər metalların quruluşu yaxşı məlumdur. Metallarda istənilən iki qonşu atomun mərkəzləri arasındakı məsafəni yarıya bölərək metallik atom radiusunu tapmaq olar. Metallik atom radiusları 114.1 cədvəlində  $\text{Å}$ -lə verilmişdir (Q. B. Bokiy, DAN SSSR, 69, 459, 1953). Bu cədvəldən görünür ki, Mendeleyev cədvəlində hər bir dövrdə soldan sağa doğru getdikcə metallik atom radiusları kiçilir. Buna səbəb elektron laylarının sayı eyni qaldığı halda nüvənin yükünün artması və deməli, elektronların nüvə tərəfindən cəzb olunmasının artmasıdır.  $d$ -təbəqələri dolmaqda davam edən atomlar (əlavə yarımqrup) üçün, xüsusilə də VIII qrupa daxil olan atomlar üçün,  $r_{at.}$  nisbətən yavaş azalır. Lantanidlər və aktinidlər üçün isə bu azalma daha zəifdir. Məsələn, Ce atomundan

(1,83 Å) Lu atomuna (1,74 Å) qədər  $r_{at.}$  cəmişi 0,09 Å azalmış olur.

Əsas yarımqruplarda yerləşən elementlər üçün atom radiusları yuxarıdan aşağıya doğru artır, çünki bu atomlarda elektron laylarının sayı artır.

Əlavə yarımqrup elementləri üçün isə birinci elementdən ikinciyə keçdikdə  $r_{at.}$  artır, ikinci elementdən üçüncü elementə keçdikdə  $r_{at.}$  azalır. Bunu isə "lantanid sıxılması" ilə izah etmək olar.

114.2 cədvəlində qeyri-metalların kovalent radiusları Å ilə verilmişdir. Qeyd edək ki, qeyri-metalların kovalent radiusları da uyğun bəsit maddələrin molekullarında və kristallarında qonşu atomlar arasındakı məsafənin yarısına bərabər götürülür. Metal atomlarında olduğu kimi, dövri sistemin qruplarında sıra nömrəsi böyük olan qeyri-metal atomları üçün  $r_{at.}$  böyük olur. Bu da elektron laylarının sayının artması ilə əlaqədar olaraq baş verir. Mendeleyev cədvəlindəki dövrlərdə qeyri-metal atomlarının radiusunun sıra nömrəsindən asılılığı isə mürəkkəbdir. Məsələn, ikinci dövrdə  $r_{at.}$  əvvəlcə azalır, sonra isə artmağa başlayır. Bu qanunauyğunluq kimyəvi rabitənin xüsusiyyətləri ilə izah olunur. Belə ki,  $Li_2$  molekulundan  $N_2$  molekuluna doğru atomlar arasındakı məsafə azalır. Çünki bu molekullarda rabitənin möhkəmliyi getdikcə artır və həm də nüvənin yükünün artması hesabına atomların ölçüləri kiçilir.  $N_2$  molekulundan  $F_2$  molekuluna doğru isə rabitənin uzunluğu artır, möhkəmliyi isə azalır. 114.3 cədvəlində ikinci dövr atomları daxil olan eyni nüvəli ikiatomlu molekulların rabitə enerjisi (kkal/mol) və rabitənin uzunluğu (Å) verilmişdir.

Cədvəl 114.1

Metal	$r_{at.}$	Metal	$r_{at.}$	Metal	$r_{at.}$	Metal	$r_{at.}$
Li	1,55	Cu	1,28	Cs	2,68	Pr	1,82
Be	1,13	Zn	1,39	Ba	2,21	Eu	2,02
Na	1,89	Rb	2,48	La	1,87	Gd	1,79
Mg	1,60	Sr	2,15	Hf	1,59	Tb	1,77
Al	1,48	Y	1,81	Ta	1,46	Dy	1,77
K	2,36	Zr	1,60	W	1,40	Ho	1,76
Ca	1,97	Nb	1,45	Re	1,37	Er	1,75
Sc	1,64	Mo	1,39	Os	1,35	Tm	1,74
Ti	1,46	Tc	1,36	Ir	1,35	Yb	1,98
V	1,34	Ru	1,34	Pt	1,38	Lu	1,74
Cr	1,27	Rh	1,34	Au	1,44	Th	1,80
Mn	1,30	Pd	1,37	Hg	1,60	Pa	1,62
Fe	1,26	Ag	1,44	Tl	1,71	U	1,53
Co	1,25	Cd	1,56	Pb	1,75	Np	1,50
Ni	1,24	In	1,66	Ce	1,83		

Təsirsiz qazların atomlarının (He, Ne, Ar, Kr, Xe) radiusları, uyğun olaraq, 1,22; 1,60; 1,91; 2,01 və 2,20 Å-dır. Bu kəmiyyətlər həmin maddələrin alçaq temperaturlarda mövcud olan kristallarında atomlar arası məsafələrə əsasən tapılmışdır. Göründüyü kimi, burada da atomun sıra nömrəsi artdıqca  $r_{at.}$  böyük olur. Həm də görünür ki, təsirsiz qaz atomlarının radiusu uyğun dövrlərdə qeyri-metal atomlarının radiusundan böyükdür. Bu, onunla izah oluna bilər ki, təsirsiz qazların kristallarında atomlar arasındakı qarşılıqlı təsir çox zəifdir; digər qeyri-metalların molekullarında isə möhkəm kovalent rabitə mövcuddur.

Qeyd edək ki, ionlaşma potensialı atomun sıra nömrəsindən periodik asılıdır və bu asılılıq dövrü sistemin həm qrupları, həm də dövrləri üzrə özünü aydın şəkildə büruzə verir.

Mendeleyev cədvəlində hər bir qrupda ionlaşma potensialı, atomun sıra nömrəsi artdıqca, azalır. Bu, onunla izah olunur ki, elektron konfigurasiyasının növü saxlansa da, atomun ölçüləri böyüyür. Bu baxımdan lantanidlər müstəsnaılıq təşkil edir. Belə ki, lantanidlərdə nüvənin yükü artdıqca daha uzaq səviyyələrdə yerləşən elektronlar meydana çıxır və nəticədə "lantanid sıxılması" baş verir. Bu isə  $z$  artdıqca lantanidlərdə ionlaşma potensialının da artmasına səbəb olur.

Cədvəl 114.2

Atom	$r_{at.}$	Atom	$R_{at.}$	Atom	$r_{at.}$
H	0,37	Si	1,18	Sc	1,16
B	0,80	P	0,95	Br	1,14
C	0,77	S	1,02	Te	1,35
N	0,55	Cl	0,99	J	1,33
O	0,60	Ge	1,15		
F	0,71	As	1,25		

Cədvəl 114.3

Molekul	Li <sub>2</sub>	B <sub>2</sub>	C <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	F <sub>2</sub>
$E_{rab}$	25	69	144	225	118	37
Rabitənin Uzunluğu	2,67	1,59	1,24	1,10	1,21	1,42

Qeyd edək ki, ionlaşma potensialı atomun sıra nömrəsindən periodik asılıdır və bu asılılıq dövrü sistemin həm qrupları, həm də dövrləri üzrə özünü aydın şəkildə büruzə verir.

Mendeleyev cədvəlində hər bir qrupda ionlaşma potensialı, atomun sıra nömrəsi artdıqca, azalır. Bu, onunla izah olunur ki, elektron konfigurasiyasının növü saxlansa da, atomun ölçüləri böyüyür. Bu baxımdan lantanidlər müstəsnaılıq təşkil edir. Belə ki, lantanidlərdə nüvənin yükü artdıqca daha uzaq səviyyələrdə yerləşən elektronlar meydana çıxır və nəticədə "lantanid sıxılması" baş verir. Bu isə  $z$  artdıqca lantanidlərdə ionlaşma potensialının da artmasına səbəb olur.

Məsələn, NaF kristalının rentgenoqramına əsasən müəyyən edilmişdir ki, Na və F atomlarının nüvələri arasındakı məsafə 2,31 Å-dir. Deməli, Na<sup>+</sup> ionunun radiusu 0,95 Å olmalıdır.

114.4 cədvəlində bəzi ionlar üçün  $r_{ion}$  qiymətləri Å ilə verilmişdir. Bu cədvəldən görünür ki, ionun yükü böyük olduqca ion radiusunun ( $r_{ion}$ ) dəyişməsi atom radiusunun ( $r_{at.}$ ) dəyişməsi ilə müqayisədə daha çoxdur. Məsələn,  $r_{Mn^{2+}}=0,80$  Å;  $r_{Mn^{4+}}=0,60$  Å;  $r_{Cr^{3+}}=0,63$  Å;  $r_{Cr^{6+}}=0,52$  Å və s. Bu, onunla izah olunur ki, atomların müsbət ionlara (kationlara) çevrilməsi elektron təbəqələrinin ölçülərinin kiçilməsinə səbəb olur və öz də elektron çatışmazlığı çox olduqca bu kiçilmə daha çox olur.

114.4 cədvəlinə əsasən ion radiusları üçün aşağıdakı qanunauyğunluqları müəyyən

etmək olar.

Oxşar elektron quruluşuna və eyni yükə malik olan ionlar üçün elektron laylarının sayı çox olduqca ion radiusu da böyük olur.

Eyni sayda elektronu olan ionlar (izoelektron ionlar) üçün yük artdıqca ion radiusu kiçilir. Məsələn,  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{S}^{2+}$ ,  $\text{K}^+$ ,  $\text{Ca}^{2+}$  sırasında ion radiusları, uyğun olaraq, 1,81; 1,74; 1,33 və 0,99 Å -dir. Müsbət ionlar üçün bu azalma daha güclüdür. Bunun iki əsas səbəbi vardır: birincisi, ionun yükü artdıqca elektronlar nüvə tərəfindən daha güclü cəzb olunurlar; ikincisi, yükü böyük olan ionlar əks işarəli yükə malik olan ionlarla daha güclü qarşılıqlı təsirdə olur ki, bu da ionlar arası məsafənin və deməli, ion radiuslarının kiçilməsinə səbəb olur. Mənfi ionların yükü artdıqca elektronlar ionun mərkəzindən itələnir. Lakin ikinci amil olduğu kimi qalır və özü də elektronların ionun mərkəzindən itələnməsinə nisbətən daha böyük olur.

Təsirsiz qazların atomlarındakı kimi xarici elektron təbəqəsinə ( $s$ - və  $p$ -təbəqələr) malik olan ionların radiusu, xarici layda  $d$ -elektronları olan ionların radiusundan böyükdür. Məsələn,  $\text{K}^+$  və  $\text{Rb}^+$  ionlarının radiusları 1,33 Å və 1,47 Å olduğu halda  $\text{Cu}^+$  ionunun radiusu 0,96 Å -dir. Bu, onunla əlaqədardır ki, Mendeleev cədvəlindəki dövrlərdə  $s$ - və  $p$ -elementlərdən (əsas yarımqrup)  $d$ -elementlərə (əlavə yarımqrup) keçdikdə nüvənin yükü artır. Məsələn,  $z_{\text{K}}=19$ ,  $z_{\text{Cu}}=29$ . Dövrələrdə həm də  $d$ -elementlərin eyni yüklü ionlarının radiusu  $z$  artdıqca kiçilir. Məsələn,  $r_{\text{Mn}^{2+}}=0,80$  Å,  $r_{\text{Ni}^{2+}}=0,69$  Å -dir.  $d$ -elementlərin ionlarının radiuslarının kiçilməsi  $d$ -sıxılma adlanır və bu, özünü xüsusilə triadalarda göstərir.

Analoji olaraq, lantanidlərin ionlarının da radiusu elementin sıra nömrəsi artdıqca kiçilir. Məsələn,  $\text{Ce}^{3+}$  ionunun radiusu 1,07 Å,  $\text{Lu}^{3+}$  ionunun radiusu isə 0,85 Å-dir. Bu qanunauyğunluq isə lantanid sıxılması adlanır. Lantanidlərin ionlarında elektron laylarının sayı eynidir. Nüvənin yükünün artması elektronların nüvəyə cəzb olunmasını gücləndirir və nəticədə ionların radiusu kiçilir.

Nəhayət, ion radiuslarının dəyişməsi periodikdir.

Qeyd edək ki, əksər hallarda ion radiusu anlayışı da şərti xarakter daşıyır. Belə ki, müxtəlif kimyəvi birləşmələrdə  $r_{ion}$  kəmiyyətinin sabit qalması yalnız təqribi olaraq ödənilir. Bundan başqa, ionun yükü haqqında yalnız birqat və ikiqat ionlar üçün danışmaq olar, daha böyük yükə malik olan ionlar kristallarda praktik olaraq rast gəlinmir. Lakin ionların radiusunun dəyişməsi atomlar arası məsafələrin dəyişməsinə xarakterizə edir və bu da maddələrin bir çox xassələrini başa düşməyə imkan verir. İon radiuslarının dəyişməsindəki qanunauyğunluqlar həm də dövrə sistemdə yerləşməsi ilə əlaqədar olaraq, elementlərin birləşmələrinin bir çox xassələrini başa düşmək üçün çox vacibdir. Bundan başqa, nəzərə almaq lazımdır ki, məhlullarda çoxqat ionlar olur.

Cədvəl 114.4

İon	$r$	İon	$R$	İon	$r$	İon	$r$
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Li <sup>+</sup>	0,68	Ti <sup>4+</sup>	0,68	Br <sup>5+</sup>	0,47	J <sup>7+</sup>	0,50
Be <sup>2+</sup>	0,35	Y <sup>5+</sup>	0,59	Rb <sup>+</sup>	1,47	Cs <sup>+</sup>	1,67
B <sup>3+</sup>	0,23	Cr <sup>3+</sup>	0,63	Br <sup>2+</sup>	1,12	Ba <sup>2+</sup>	1,34
C <sup>4+</sup>	0,16	Cr <sup>6+</sup>	0,52	Y <sup>3+</sup>	1,06	Th <sup>4+</sup>	1,02
N <sup>3+</sup>	0,16	Mn <sup>2+</sup>	0,80	Zr <sup>4+</sup>	0,87	Pa <sup>4+</sup>	0,65
N <sup>5+</sup>	0,13	Mn <sup>4+</sup>	0,60	Nb <sup>5+</sup>	0,69	U <sup>6+</sup>	0,80
O <sup>2-</sup>	1,32	Mn <sup>7+</sup>	0,46	Mo <sup>6+</sup>	0,62	Np <sup>4+</sup>	0,95
F <sup>-</sup>	1,33	Fe <sup>2+</sup>	0,74	Tc <sup>7+</sup>	0,56	Pu <sup>4+</sup>	0,93
Na <sup>+</sup>	0,97	Fe <sup>3+</sup>	0,64	Bi <sup>5+</sup>	0,74	Am <sup>3+</sup>	1,07
Mg <sup>2+</sup>	0,66	Co <sup>2+</sup>	0,72	Po <sup>6+</sup>	0,67	La <sup>3+</sup>	1,14
Al <sup>3+</sup>	0,51	Co <sup>3+</sup>	0,63	At <sup>2+</sup>	0,62	Ce <sup>3+</sup>	1,07
Si <sup>4+</sup>	0,42	Ni <sup>2+</sup>	0,69	Fr <sup>+</sup>	1,80	Ce <sup>4+</sup>	0,94
P <sup>3+</sup>	0,44	Cu <sup>+</sup>	0,96	Ra <sup>2+</sup>	1,43	Pr <sup>3+</sup>	1,06
P <sup>5+</sup>	0,35	Hg <sup>2+</sup>	1,10	Ac <sup>3+</sup>	1,18	Nd <sup>3+</sup>	1,04
S <sup>2+</sup>	1,74	Tl <sup>+</sup>	1,47	Ru <sup>4+</sup>	0,67	Pm <sup>3+</sup>	1,06
S <sup>4+</sup>	0,37	Tl <sup>3+</sup>	0,95	Rh <sup>3+</sup>	0,68	Sm <sup>3+</sup>	1,00
S <sup>6+</sup>	0,30	Pb <sup>2+</sup>	1,20	Pd <sup>2+</sup>	0,80	Eu <sup>3+</sup>	0,97
Cl <sup>-</sup>	1,81	Pb <sup>4+</sup>	0,84	Ag <sup>+</sup>	1,26	Gd <sup>3+</sup>	0,97
Re <sup>7+</sup>	0,56	Bi <sup>3+</sup>	0,96	Cd <sup>2+</sup>	0,97	Tb <sup>3+</sup>	0,93
Os <sup>6+</sup>	0,69	Cu <sup>2+</sup>	0,72	In <sup>3+</sup>	0,81	Dy <sup>3+</sup>	0,92
Ir <sup>4+</sup>	0,66	Zn <sup>2+</sup>	0,83	Sn <sup>2+</sup>	0,93	Ho <sup>3+</sup>	0,91
Pt <sup>2+</sup>	0,80	Ga <sup>3+</sup>	0,62	Sn <sup>4+</sup>	0,71	Er <sup>3+</sup>	0,89
Pt <sup>4+</sup>	0,65	Ge <sup>2+</sup>	0,73	Sb <sup>3+</sup>	0,76	Tm <sup>3+</sup>	0,87
Au <sup>3+</sup>	0,85	As <sup>3+</sup>	0,58	Sb <sup>5+</sup>	0,62	Lu <sup>3+</sup>	0,85
Cl <sup>5+</sup>	0,34	As <sup>5+</sup>	0,46	Te <sup>2-</sup>	2,11	Hf <sup>4+</sup>	0,78
Cl <sup>3+</sup>	0,27	Se <sup>2-</sup>	1,91	Te <sup>4+</sup>	0,70	Hf <sup>5+</sup>	0,68
K <sup>+</sup>	1,33	Se <sup>4+</sup>	0,50	Te <sup>6+</sup>	0,56	W <sup>6+</sup>	0,62
Ca <sup>2+</sup>	0,99	Se <sup>6+</sup>	0,42	J	2,20		
Sc <sup>3+</sup>	0,81	Br <sup>-</sup>	1,96	J <sup>5+</sup>	0,62		

### XIII FƏSİL. ATOMLARIN TERMLƏRİ

#### Ə115. İmpuls momentlərinin toplanması

Bir dənə hissəciyin impuls momenti anlayışı ilə yanaşı hissəciklər sisteminin də impuls momenti anlayışından geniş istifadə edilir. Sadəlik naminə 1 və 2 kimi işarə edilən iki dənə hissəcikdən ibarət olan sistemə baxaq. Birinci hissəciyin koordinatlarını (radius-vektorunu)  $\vec{r}_1$  ilə, ikinci hissəciyin isə koordinatlarını  $\vec{r}_2$  ilə işarə edək. Bu hissəciklərin impuls momentləri  $\vec{l}_1$  və  $\vec{l}_2$  olarsa, sistemin tam impuls momenti

$$\vec{l} = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 \quad (115.1)$$

kimi təyin olunur. Onda sistemin tam impuls momenti operatoru  $\hat{l}$ , (115.1)-ə uyğun olaraq, aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\hat{l} = \hat{l}_1 + \hat{l}_2 \quad (115.2)$$

Onda sistemin impuls momentinin dekart proyeksiyalarına uyğun olan  $\hat{l}_x$ ,  $\hat{l}_y$  və  $\hat{l}_z$  operatorlarını da hissəciklərin impuls momentlərinin proyeksiyaları vasitəsilə ifadə etmək olar:

$$\begin{aligned} \hat{l}_x &= \hat{l}_{1x} + \hat{l}_{2x} \\ \hat{l}_y &= \hat{l}_{1y} + \hat{l}_{2y} \\ \hat{l}_z &= \hat{l}_{1z} + \hat{l}_{2z} \end{aligned} \quad (115.3)$$

Baxılan halda hissəciklərin bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olmadığını qəbul edəcəyik. Onda birinci hissəciyin dalğa funksiyası, ikinci hissəciyin olub-olmamasından asılı olmayaraq həmişə  $\psi_1(\vec{r}_1)$  olacaqdır. Dalğa funksiyasının xassələrinə əsasən (Ə72) bu funksiyanı  $\vec{r}_2$ -dən parametrik asılı olan ixtiyari funksiya vurmaq olar. Xüsusi halda belə funksiya kimi ikinci hissəciyin  $\psi_2(\vec{r}_2)$  dalğa funksiyasını götürmək olar. Onda birinci hissəciyin dalğa funksiyası  $\psi = \psi_1(\vec{r}_1) \cdot \psi_2(\vec{r}_2)$  kimi götürülə bilər. Eynilə həmin mülahizələrə əsasən aydındır ki, ikinci hissəciyin də dalğa funksiyasını  $\psi = \psi_1(\vec{r}_1) \cdot \psi_2(\vec{r}_2)$  kimi yazmaq olar. Ona görə də belə hesab etmək olar ki, bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olmayan 1 və 2 hissəciklərindən ibarət olan sistemin dalğa funksiyasını həmin hissəciklərin  $\psi_1(\vec{r}_1)$  və  $\psi_2(\vec{r}_2)$  dalğa funksiyalarının hasili şəklində (Ə72) yazmaq olar:

$$\psi = \psi_1(\vec{r}_1) \cdot \psi_2(\vec{r}_2). \quad (115.4)$$

Əgər  $\psi_1$  və  $\psi_2$  funksiyaları normallaşmışdırsa, onda  $\psi$  funksiyası da normallıq şərtini ödəyir:

$$\int |\psi|^2 dV_1 dV_2 = \int |\psi_1|^2 dV_1 \int |\psi_2|^2 dV_2 = 1. \quad (115.5)$$

Qeyd edək ki, əgər operatorların yalnız (115.4) funksiyasına təsiri ilə kifayətlənsək, onda  $\hat{l}_1$  və  $\hat{l}_2$  operatorlarının bir-biri ilə kommutativ olduğunu göstərmək olar. Doğrudan da,  $\hat{l}_1$  operatoru yalnız  $\psi_1$  funksiyasına təsir edib,  $\psi_2$  funksiyasına təsir etmədiyi və əksinə,  $\hat{l}_2$  operatoru yalnız  $\psi_2$  funksiyasına təsir edib,  $\psi_1$  funksiyasına təsir etmədiyi üçün

$$\hat{l}_1 \hat{l}_2 \psi = \hat{l}_1 \hat{l}_2 (\psi_1 \psi_2) = \hat{l}_1 (\psi_1 \hat{l}_2 \psi_2) = (\hat{l}_2 \psi_2) \cdot (\hat{l}_1 \psi_1) = (\hat{l}_1 \psi_1) \cdot (\hat{l}_2 \psi_2)$$

yazmaq olar ki,  $\hat{l}_2 \hat{l}_1$  operatorunun da (115.4) funksiyasına təsiri həmin nəticəni verir. Beləliklə, (115.4) kimi funksiya üçün

$$\hat{l}_1 \hat{l}_2 = \hat{l}_2 \hat{l}_1. \quad (115.6)$$

Eyni qayda ilə  $\hat{l}_1$  və  $\hat{l}_2$  operatorlarının uyğun dekart proyeksiyalarının da bir-biri ilə kommutativ olduğu isbat edilir:

$$\hat{l}_{1x} \hat{l}_{2x} = \hat{l}_{2x} \hat{l}_{1x}, \quad \hat{l}_{1y} \hat{l}_{2y} = \hat{l}_{2y} \hat{l}_{1y}, \quad \hat{l}_{1z} \hat{l}_{2z} = \hat{l}_{2z} \hat{l}_{1z}. \quad (115.7)$$

Deyilənlərdən aydın olur ki, bir hissəciyin impuls momenti üçün (77.20) qeyri-kommutativlik münasibətləri və onlardan çıxan bütün nəticələr, heç bir dəyişiklik etmədən, bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olmayan hissəciklərdən ibarət sistemin impuls momenti üçün də doğrudur.

$\hat{l}_1$  və  $\hat{l}_2$  operatorları bir-biri ilə kommutativ olduğundan (115.2)-yə əsasən  $\hat{l}^2$  operatorunu aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\hat{l}^2 = \left( \hat{l}_1 + \hat{l}_2 \right)^2 = \hat{l}_1^2 + 2 \left( \hat{l}_1 \hat{l}_2 \right) + \hat{l}_2^2. \quad (115.8)$$

İndi isə (115.2) impuls momentinin kvadratı  $\hat{l}^2 = \hat{l}_x^2 + \hat{l}_y^2 + \hat{l}_z^2$  operatorunun  $\hat{l}_x$ ,  $\hat{l}_y$ ,  $\hat{l}_z$  operatorlarının hər biri ilə, məsələn,  $\hat{l}_x = \hat{l}_{1x} + \hat{l}_{2x}$  operatoru ilə kommutativ olduğunu göstərək:  $\hat{l}^2 \hat{l}_x = \hat{l}_x \hat{l}^2$ . Aydındır ki,  $\hat{l}_{1x}$  və  $\hat{l}_{2x}$  operatorları, uyğun olaraq,  $\hat{l}_1^2$  və  $\hat{l}_2^2$  operatorları ilə kommutativdir. Ona görə də yalnız  $\hat{l}_1 \hat{l}_2$  və  $\hat{l}_x$  operatorlarının kommutativliyini yoxlamaq qalır:

$$\begin{aligned} \left( \hat{l}_1 \hat{l}_2 \right) \hat{l}_x &= \left( \hat{l}_{1x} \hat{l}_{2x} + \hat{l}_{1y} \hat{l}_{2y} + \hat{l}_{1z} \hat{l}_{2z} \right) \left( \hat{l}_{1x} + \hat{l}_{2x} \right) = \\ &= \left( \hat{l}_{1x} \hat{l}_{2x} + \hat{l}_{1y} \hat{l}_{2y} + \hat{l}_{1z} \hat{l}_{2z} \right) \hat{l}_{1x} + \left( \hat{l}_{1x} \hat{l}_{2x} + \hat{l}_{1y} \hat{l}_{2y} + \hat{l}_{1z} \hat{l}_{2z} \right) \hat{l}_{2x}. \end{aligned}$$

Eyni qayda ilə

$$\hat{l}_x \left( \hat{l}_1 \hat{l}_2 \right) = \hat{l}_{1x} \left( \hat{l}_{1x} \hat{l}_{2x} + \hat{l}_{1y} \hat{l}_{2y} + \hat{l}_{1z} \hat{l}_{2z} \right) + \hat{l}_{2x} \left( \hat{l}_{1x} \hat{l}_{2x} + \hat{l}_{1y} \hat{l}_{2y} + \hat{l}_{1z} \hat{l}_{2z} \right)$$

yaza bilərik. Bu bərabərlikləri tərəf-tərəfə çıxsaq,  $\hat{l}_1$  və  $\hat{l}_2$  operatorlarının müxtəlif



hissəciklərin dalğa funksiyalarına təsir etdiyini, (115.7) və (77.20) münasibətlərini nəzərə alsaq

$$\left(\hat{l}_1\hat{l}_2\right)\hat{l}_x - \hat{l}_x\left(\hat{l}_1\hat{l}_2\right) = 0 \quad (115.9)$$

olar. Eyni qayda ilə  $\hat{l}_y$  və  $\hat{l}_z$  operatorları üçün də (115.9) kommutativlik münasibətinin doğru olduğunu göstərmək olar. Deməli,  $\hat{l}^2 = \left(\hat{l}_1 + \hat{l}_2\right)^2$  operatoru  $\hat{l}$  operatorunun dekart koordinat oxları üzrə bütün proyeksiyaları ( $\hat{l}_x, \hat{l}_y, \hat{l}_z$ ) ilə kommutativdir. Ona görə də aydındır ki, sistemin elə bir halı olmalıdır ki, həmin halda impuls momentinin kvadratı  $\hat{l}^2$  və  $\hat{l}_x, \hat{l}_y, \hat{l}_z$  proyeksiyalarından biri müəyyən qiymət ala (eyni zamanda ölçülə) bilər.

Birinci hissəciyin halını  $l_1$  və  $m_1$ , ikinci hissəciyin halını isə  $l_2$  və  $m_2$  ilə xarakterizə etmək olar. Burada  $l_1$  ədədi birinci,  $l_2$  ədədi isə ikinci hissəciyin impuls momentinin kvadratını, uyğun olaraq,  $\hbar^2 l_1(l_1+1)$  və  $\hbar^2 l_2(l_2+1)$  kimi təyin edir.  $m_1$  və  $m_2$  ədədləri isə hissəciklərin  $\hat{l}_1$  və  $\hat{l}_2$  impuls momentlərinin üstün istiqamət üzrə proyeksiyasını, uyğun olaraq,  $\hbar m_1$  və  $\hbar m_2$  düsturları ilə təyin edir. Aydındır ki,  $l_1, l_2, m_1, m_2$  ədədlər yığımı isə bir-birindən asılı olmayan iki hissəcikdən ibarət sistemin müəyyən halını xarakterizə edir. Bu halın dalğa funksiyasını  $\psi_{m_1 m_2}^{l_1 l_2}$  kimi işarə edək.  $l_1$  və  $l_2$ -nin verilmiş qiymətində bir-birindən  $m_1$  və  $m_2$  ilə fərqlənən və xətti asılı olmayan belə dalğa funksiyalarının sayını tapaq. Məlumdur ki,  $l_1$ -in verilmiş qiymətində  $m_1$  kəmiyyəti  $2l_1+1$  sayda,  $l_2$ -nin verilmiş qiymətində isə  $m_2$  kəmiyyəti  $2l_2+1$  sayda qiymətlər alır (E84). Beləliklə,  $l_1$  və  $l_2$ -nin verilmiş qiymətində  $\psi_{m_1 m_2}^{l_1 l_2}$  dalğa funksiyalarının sayı və deməli, bu funksiyalarla təsvir olunan halların sayı  $(2l_1+1)(2l_2+1)$  olar. Bu  $(2l_1+1)(2l_2+1)$  sayda halların xətti kombinasiyaları vasitəsilə sistemin verilmiş  $l_1$  və  $l_2$  ədədləri ilə xarakterizə olunan ixtiyari halını qurmaq olar.

Lakin  $l_1$  və  $l_2$ -nin verilmiş qiymətində bir-birindən xətti asılı olmayan halları başqa cür də seçmək olar. Bu halların ümumi sayı sabit qalmalı, yəni yuxarıda göstəriləndiyi kimi  $(2l_1+1)(2l_2+1)$  ədədinə bərabər olmalıdır. Sistemin tam impuls momentinin proyeksiyalarına uyğun operatorlar üçün (77.20) münasibətləri ödəndiyindən,  $l_1$  və  $l_2$ -nin verilmiş qiymətində bütöv sistemin tam impuls momentinin kvadratının  $\hbar^2 l(l+1)$  və onun üstün istiqamət üzrə proyeksiyasının  $\hbar m$  kimi müəyyən qiymətə malik olan halları mövcuddur. Belə halların dalğa funksiyalarını  $\psi_{lm}^{l_1 l_2}$  kimi işarə edəcəyik. Bu funksiyaların xətti kombinasiyalarından  $l_1$  və  $l_2$ -nin verilmiş qiymətində istənilən halın dalğa funksiyasını qurmaq olar. Ona görə də  $l_1$  və  $l_2$ -nin verilmiş qiymətində bir-birindən xətti asılı olmayan  $\psi_{lm}^{l_1 l_2}$  funksiyalarının ümumi sayı  $(2l_1+1)(2l_2+1)$  olmalıdır. Bilavasitə hesablama yolu ilə bunun doğru olduğuna inanmaq olar. (115.3)-dəki sonuncu bərabərlikdən görünür ki, əgər  $\hbar m_1$  və  $\hbar m_2$  proyeksiyaları müəyyən qiymətə malikdirsə, onda  $\vec{l}$  vektorunun  $z$  oxu üzrə proyeksiyası da müəyyən  $\hbar m$  qiymətinə malikdir və özü də  $m=m_1+m_2$  şərti ödənməlidir. Müəyyənlik naminə fərz edək ki,  $l_1>l_2$  şərti ödənilir. Onda  $l_1$  və  $l_2$ -nin verilmiş qiymətində  $m$ -in bu qayda ilə tapılmış mümkün olan müsbət qiymətləri 115.1 cədvəlindəki kimi olar.

Cədvəl 115.1

$m_1$	$m_2$	$m=m_1+m_2$
$l_1$	$l_2$	$l_1+l_2$
$l_1$ $l_1-1$	$l_2-1$ $l_2$ }	$l_1+l_2-1$
$l_1$ $l_1-1$ $l_1-2$	$l_2-2$ $l_2-1$ $l_2$ }	$l_1+l_2-2$
...	...	...
$l_1$	$-l_2$	$l_1-l_2$

İndi isə  $l_1$  və  $l_2$ -nin verilmiş qiymətində  $m$  ədədinin maksimal qiymətinin  $(l_1+l_2), (l_1+l_2-1), \dots$  olduğu bütün mümkün olan halları ayıraq. Bu hallar  $l$ -in aşağıdakı müəyyən qiymətinə uyğun olan hallardır:

$$l=(l_1+l_2), l_1+(l_2-1), \dots, l_1-l_2.$$

Göründüyü kimi, belə halların sayı  $2l_2+1$  olur. Bu halların hər birində isə  $m$  ədədi  $2l+1$  sayda müxtəlif qiymətlər alır. Beləliklə,  $l_1$  və  $l_2$ -nin verilmiş qiymətində bir-birindən xətti asılı olmayan  $\psi_{lm}^{l_1 l_2}$  dalğa funksiyaları ilə təsvir olunan bütün mümkün olan halların sayı

$$2(l_1+l_2)+1+2(l_1+l_2-1)+1+\dots+2(l_1-l_2)+1$$

olar. Bu isə fərqi  $-2$ , hədlərinin ümumi sayı isə  $2l_2+1$  olan ədədi sisilsilədir və onun cəmi

$$\frac{2(l_1+l_2)+1+2(l_1-l_2)+1}{2} \cdot (2l_2+1) = (2l_1+1)(2l_2+1)$$

olur ki, bunu da isbat etmək tələb olunurdu.

Əgər  $l_1 < l_2$  olsa,  $l_1$  və  $l_2$ -nin yerini dəyişərək, eynilə yuxarıdakı kimi mühakimələr aparmaqla göstərmək olar ki,  $l$ -in mümkün olan qiymətlərinin sayı  $2l_1+1$ ,  $l_{\min}=l_2-l_1$  olmalıdır.

Beləliklə,  $l_1$  və  $l_2$  kvant ədədləri ilə təyin olunan iki impuls momentinin toplanması üçün aşağıdakı qaydadan istifadə etmək lazımdır: yekun momenti təyin edən  $l$  kvant ədədi  $l_1 > l_2$  olduqda  $2l_2+1$  sayda,  $l_1 < l_2$  olduqda isə  $2l_1+1$  sayda aşağıdakı qiymətləri alır:

$$l=l_1+l_2, l_1+l_2-1, l_1+l_2-2, \dots, |l_1-l_2|. \quad (115.10)$$

$l$ -in bu qiymətlərindən hər birinə  $m$  kvant ədədinin

$$m=-l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l \quad (115.11)$$

kimi  $2l+1$  sayda müxtəlif qiymətləri uyğun gəlir. Deməli, bir-birindən  $l$  və  $m$  ədədlərinin heç olmazsa, biri ilə fərqlənən  $\psi_{lm}^{l_1 l_2}$  hallarının (bir-birindən xətti asılı olmayan halların) ümumi sayı

$$\sum_{l=|l_1-l_2|}^{l_1+l_2} (2l+1) = (2l_1+1)(2l_2+1) \quad (115.12)$$

olar. Göründüyü kimi, bu say yuxarıda baxdığımız  $\psi_{lm}^{l_1 l_2}$  hallarının sayı ilə eynidir.

Qeyd edək ki, yuxarıda alınan nəticələr heç də yalnız bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olmayan iki hissəciyin impuls momentlərinin toplanmasına aid olmayıb, bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olmayan 1 və 2 hissələrindən ibarət olan ixtiyari mürəkkəb sistemlər üçün də heç bir dəyişiklik etmədən tətbiq oluna bilər. Bu hissələrin tam impuls momentlərinin kvadratı (əgər bu momentlər müəyyən qiymətə malikdirsə), uyğun olaraq  $\hbar^2 L_1(L_1+1)$  və  $\hbar^2 L_2(L_2+1)$  kimi təyin olunur. Burada  $L_1$  və  $L_2$ -müsbət tam ədədlərdir. Bu hissələrin impuls momentlərinin  $z$  oxu üzrə proyeksiyaları da müəyyən qiymətlərə malikdirsə, bu qiymətlər  $\hbar M_1$  və  $\hbar M_2$  olur və özü də  $L_1$  və  $L_2$ -nin verilmiş qiymətində bu  $M_1$  və  $M_2$  ədədləri, uyğun olaraq, aşağıdakı  $2L_1+1$  və  $2L_2+1$  sayda qiymətləri alır:

$$M_1=L_1, L_1-1, \dots, 0, \dots, -(L_1-1), -L_1,$$

$$M_2=L_2, L_2-1, \dots, 0, \dots, -(L_2-1), -L_2.$$

Onda, sistemin tam impuls momentinin kvadratı  $\hbar^2 L(L+1)$  kimi təyin olunur və özü də  $L_1 > L_2$  olduqda  $L$  aşağıdakı  $2L_2+1$  sayda qiymətləri alır:

$$L=L_1+L_2, L_1+L_2-1, \dots, L_1-L_2. \quad (115.13)$$

Sistemin tam impuls momentinin  $z$  oxu üzrə proyeksiyası  $\hbar M$  kimi təyin olunur və  $L$ -in hər bir qiymətində  $M$  aşağıdakı  $2L+1$  qiymətləri ala bilər:

$$M=L, L-1, \dots, 0, \dots, -(L-1), -L. \quad (115.14)$$

(115.13) və (115.14) ifadələri impuls momentlərinin toplanması qaydasını ifadə edir.

Mürəkkəb sistem üçün həm də  $\vec{L}_1 \vec{L}_2$ ,  $\vec{L} \vec{L}_1$  və  $\vec{L} \vec{L}_2$  skalyar hasilləri, yəni  $\hat{L}_1 \hat{L}_2$ ,  $\hat{L} \hat{L}_1$  və  $\hat{L} \hat{L}_2$  operatorlarının məxsusi qiymətləri də müəyyən qiymətə malik olur. Bu, (115.8) düsturunu  $\vec{L}$ ,  $\vec{L}_1$  və  $\vec{L}_2$  operatorları üçün yazmaqla göstərilə bilər. Məsələn,

$$\hat{L}^2 = \hat{L}_1^2 + 2(\hat{L}_1 \hat{L}_2) + \hat{L}_2^2 \quad (115.15)$$

$$\hat{L}_1 \hat{L}_2 = \frac{1}{2}(\hat{L}^2 - \hat{L}_1^2 - \hat{L}_2^2) \quad (115.16)$$

olduğunu yazaraq, (115.16)-da məxsusi qiymətlərə keçsək

$$(\vec{L}_1 \vec{L}_2) = \frac{\hbar^2}{2} [L(L+1) - L_1(L_1+1) - L_2(L_2+1)] \quad (115.17)$$

alırıq. Buna oxşar olaraq

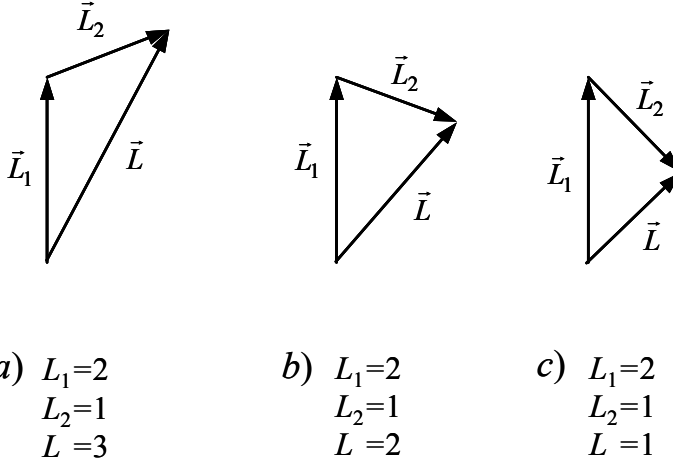
$$(\vec{L} \vec{L}_1) = \frac{\hbar^2}{2} [L(L+1) - L_1(L_1+1) - L_2(L_2+1)], \quad (115.18)$$

$$(\vec{L} \vec{L}_2) = \frac{\hbar^2}{2} [L(L+1) - L_2(L_2+1) - L_1(L_1+1)] \quad (115.19)$$

olduğunu tapırıq.

Yuxarıda şərh olunanları vektor diaqramları vasitəsilə təsvir etmək qəbul olunmuşdur. Atomlara tətbiq etdikdə isə, bu, atomun vektor modeli adlanır. Toplanan  $\vec{L}_1$  və  $\vec{L}_2$  vektorları uzunluğu  $\sqrt{L_1(L_1+1)}$  və  $\sqrt{L_2(L_2+1)}$  olan ox şəklində, bu vektorların cəmi

olan yekun  $\vec{L}$  vektoru isə uzunluğu  $\sqrt{L(L+1)}$  olan ox şəklində göstərilir. Misal olaraq, 115.1 şəklində  $L_1=2$  və  $L_2=1$  qiymətləri üçün  $\vec{L}_1$  və  $\vec{L}_2$  vektorları arasında qalan bucağın müxtəlif qiymətlərində vektor diaqramları verilmişdir. Bu halda (115.10) düsturuna uyğun olaraq  $L$  yalnız üç dəfə  $L_1+L_2=3$ ,  $L_1+L_2-1=2$  və  $|L_1-L_2|=1$  qiymətləri ala bildiyi



### Шякил

üçün, mümkün olan diaqramların sayı da üç olur. Bu diaqramlar bütün vektorların uzunluğunu və onların skalyar hasilərini düzgün əks etdirir. Lakin həmin diaqramlar impuls momentlərinin həqiqi kvant təbiətini özündə əks etdirə bilmir. Çünki impuls momentlərinin vektorları müəyyən uzunluğa malik olsalar da, fəzada müəyyən istiqamətə malik olmayıb, müxtəlif cür yönələ bilərlər.

Əgər 1 və 2 sistemləri bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə deyilsə və onlara xarici qüvvələr də təsir etmirsə, onda yalnız bütöv sistemin  $\vec{L}$  impuls momenti deyil, həm də sistemlərin  $\vec{L}_1$  və  $\vec{L}_2$  impuls momentləri də saxlanır. Lakin 1 və 2 sistemləri bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olduqda  $L_1$  və  $L_2$  impuls momentlərinin hər biri ayrılıqda saxlanmır və ümumi sistemə xarici qüvvələr təsir etmədikdə onun tam impuls momenti  $\vec{L}$  saxlanır. Əgər 1 və 2 sistemləri arasında qarşılıqlı təsir zəifdirsə, klassik mexanikada olduğu kimi,  $\vec{L}_1$  və  $\vec{L}_2$  vektorlarının uzunluğunu praktik olaraq dəyişməz hesab etmək olar. Bu halda vektor diaqramında  $\vec{L}_1$  və  $\vec{L}_2$  vektorları presessiya edəcəkdir, yəni onların hər ikisi eyni bir bucaq sürətilə  $\vec{L}$  vektorunun ətrafında fırlanacaqdır. Kvant mexanikası da eynilə bu nəticəni verir.

### Ə116. Elektronun tam mexaniki və tam maqnit momenti

Ümumiyyətlə, hissəciyin  $\vec{l}$  impuls momenti ilə  $\vec{s}$  məxsusi mexaniki momentinin, yəni spin momentinin cəmi bu hissəciyin tam mexaniki momenti adlanır:

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}. \quad (116.1)$$

Onda hissəciyin tam moment operatoru

$$\hat{j} = \hat{l} + \hat{s} \quad (116.2)$$

kimi təyin olunur.

$\hat{l}$  impuls momenti operatoru və  $\hat{s}$  spin operatoru müxtəlif dəyişənlərdən, uyğun olaraq, fəza koordinatlarından və spin koordinatlarından asılı olan funksiyalara təsir edirlər. Ona görə də  $\vec{l}$  və  $\vec{s}$  operatorları bir-biri ilə kommutativdir. Bu isə o deməkdir ki,  $\vec{j}$  tam moment operatorunun dekart proyeksiyaları üçün də eyni ilə  $\vec{l}$  və  $\vec{s}$  operatorlarının proyeksiyaları üçün olan (77.20), (77.23), (104.21) və (104.22) kommutativlik münasibətləri ödənməlidir:

$$\hat{j}_x \hat{j}_y - \hat{j}_y \hat{j}_x = i\hbar \hat{j}_z, \quad \hat{j}_y \hat{j}_z - \hat{j}_z \hat{j}_y = i\hbar \hat{j}_x, \quad \hat{j}_z \hat{j}_x - \hat{j}_x \hat{j}_z = i\hbar \hat{j}_y, \quad (116.3)$$

$$\hat{j}_x \hat{j}^2 - \hat{j}^2 \hat{j}_x = 0, \quad \hat{j}_y \hat{j}^2 - \hat{j}^2 \hat{j}_y = 0, \quad \hat{j}_z \hat{j}^2 - \hat{j}^2 \hat{j}_z = 0. \quad (116.4)$$

$\hat{j}^2$ -impuls momentinin kvadratı operatoru olduğundan (84.35)-ə uyğun olaraq, onun məxsusi qiymətləri

$$|\vec{j}|^2 = \hbar^2 j(j+1) \quad (116.5)$$

düsturu ilə təyin olunur. Deməli,  $j$  kvant ədədi hissəciyin tam mexaniki momentini

$$|\vec{j}| = \hbar \sqrt{j(j+1)} \quad (116.6)$$

düsturuna əsasən təyin edir. Kvant mexanikasında momentlərin toplanması qaydasına /bax: (115.10)/ əsasən aydın olur ki,  $l$  impuls momentini

$$|\vec{l}| = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (116.7)$$

$\vec{s}$  spin momentini isə

$$|\vec{s}| = \hbar \sqrt{s(s+1)} \quad (116.8)$$

düsturları ilə təyin edən  $l$  və  $s$  kvant ədədlərinin verilmiş qiymətində  $j$  tam kvant ədədi aşağıdakı qiymətləri almalıdır:

$$j = l+s, l+s-1, l+s-2, \dots, |l-s|+1, |l-s|. \quad (116.9)$$

(116.9) ifadəsindən görünür ki, hissəciyin spini tam ədəd olduqda  $j$  kvant ədədi tam, spin yarım tam ədəd olduqda isə  $j$  kvant ədədi yarımtam qiymətlər alır.

(116.1) və (116.2) ifadələrinə əsasən  $\vec{j}$  tam mexaniki momentin  $z$  oxu üzrə proyeksiyası  $j_z$  və bu proyeksiyaya uyğun olan  $\hat{j}_z$  operatoru aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$j_z = l_z + s_z, \quad (116.10)$$

$$\hat{j}_z = \hat{l}_z + \hat{s}_z. \quad (116.11)$$

(84.6) düsturuna uyğun olaraq  $\hat{j}_z$  operatorunun məxsusi qiymətləri

$$j_z = \hbar m_j \quad (116.12)$$

düsturu ilə təyin olunur. Burada  $m_j$  kvant ədədi tam momentin  $z$  oxu üzrə proyeksiyasının mümkün olan qiymətlərini təyin edir və  $j$  kvant ədədinin verilmiş qiymətində aşağıdakı kimi  $2j+1$  sayda qiymətlər alır:

$$m_j = -j, -j+1, \dots, 0, \dots, j-1, j. \quad (116.13)$$

Yuxarıda şərh olunanları atom daxilindəki elektrona tətbiq etdikdə  $\vec{l}$  -elektronun orbital impuls momenti,  $\vec{s}$  isə onun spin momenti adlandırılır. Elektronun (116.1) tam mexaniki momentini (116.6) düsturu ilə təyin edən  $j$  kvant ədədi isə çox zaman daxili kvant ədədi adlanır. Elektron üçün spin kvant ədədi  $s=1/2$  olduğundan,  $l$  orbital kvant ədədinin verilmiş  $l \neq 0$  qiymətində  $j$  daxili kvant ədədi (116.9)-a əsasən iki dənə qiymət ala bilər:

$$j = l + 1/2, |l - 1/2|. \quad (116.14)$$

$l=0$  olduqda isə  $j$  kvant ədədi yalnız bir dənə  $j=1/2$  qiymətini alır. Deməli, elektron üçün  $j$  kvant ədədi həmişə kəsr (yarımtam) qiymətlər alır. (116.14) düsturundan görünür ki, elektronun orbital mexaniki momenti və spini yalnız iki üsulla toplanı bilər. Elektron üçün  $j$  yarımtam ədəd olduğundan  $m_j$  kvant ədədinin (116.13) kimi təyin olunan qiymətlərinin  $2j+1$  sayı həmişə cüt ədəd olur.

İndi isə orbital mexaniki moment  $\vec{l}$  və spin momenti (məxsusi mexaniki moment)  $\vec{s}$  vektorları arasında qalan bucağı tapan. Bu məqsədlə (116.1) ifadəsini kvadrata yüksəldək:

$$|\vec{j}|^2 = |\vec{l}|^2 + |\vec{s}|^2 + 2|\vec{l}| \cdot |\vec{s}| \cos(\vec{l} \wedge \vec{s}). \quad (116.15)$$

Buradan

$$\cos(\vec{l} \wedge \vec{s}) = \frac{|\vec{j}|^2 - |\vec{l}|^2 - |\vec{s}|^2}{2|\vec{l}| \cdot |\vec{s}|} \quad (116.16)$$

və ya (116.6)-(116.8) ifadələrini nəzərə alsaq

$$\cos(\vec{l} \wedge \vec{s}) = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)} \cdot s(s+1)} \quad (116.17)$$

yaza bilərik.

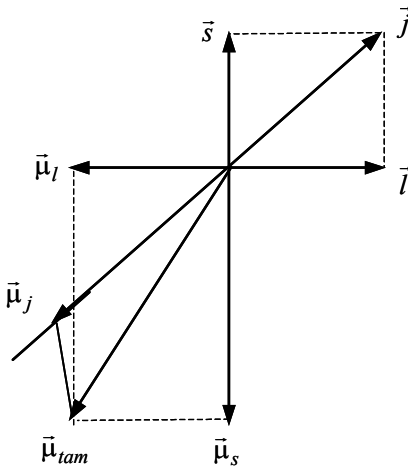
(116.17) ifadəsindən görünür ki, (116.14)-ə əsasən elektron üçün  $j_1 = l+s = l+1/2$  və  $j_2 = |l-s| = |l-1/2|$  qiymətlərinə uyğun olaraq,  $\vec{l}$  və  $\vec{s}$  vektorları arasındakı bucağın iki dənə mümkün olan qiyməti ( $l \neq 0$  olduqda) mövcuddur.

(116.17) düsturu ilə əlaqədar olaraq belə sual meydana çıxa bilər ki,  $\vec{l}$  və  $\vec{s}$  vektorlarının  $\vec{j}$  vektoru ətrafında presessiyası (E115) baş verdiyi üçün fəzada onların konkret istiqaməti haqqında danışmaq mümkün olmadığı halda, bu  $\vec{l}$  və  $\vec{s}$  vektorları arasındakı hansı bucaq nəzərdə tutulur? Bu suala aşağıdakı kimi cavab vermək olar. Xarici qüvvələrin momenti sıfıra bərabər olduqda elektronun tam momenti saxlanır, yəni

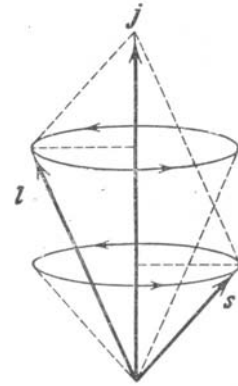
$\vec{j}$  vektorunun qiymət və istiqaməti sabit qalır.  $\vec{l}$  və  $\vec{s}$  vektorları isə  $\vec{j}$  vektoru ətrafında fırlanır (presessiya edir) və onların yalnız  $\vec{j}$  vektorunun istiqaməti üzrə proyeksiyaları saxlanılır. Ona görə də  $\vec{l}$  və  $\vec{s}$  vektorlarının hər biri ilə  $\vec{j}$  vektoru arasındakı bucağı və buradan da  $\vec{l}$  və  $\vec{s}$  vektorlarının özləri arasında qalan bucağı hesablamaq olar.

İndi isə elektronun tam maqnit momentinin, yəni orbital maqnit momenti ilə spin (məxsusi) maqnit momentinin cəminin necə tapılmasına baxaq. Elektronun orbital mexaniki momenti ilə məxsusi mexaniki momentinin (spininin) toplanması həm də elektronun bunlara uyğun maqnit momentlərinin də toplanmasına gətirir. Maqnit momentlərinin toplanmasını vektor modelinə əsasən əyani şəkildə izah etmək daha əlverişlidir.

116.1 şəklində  $\vec{s}$ ,  $\vec{l}$  və  $\vec{j}$  mexaniki momentlərə uyğun vektorlar  $\hbar$  Plank sabiti vahidlərində verilmişdir. Bundan başqa həmin şəkildə elektronun  $\vec{\mu}_l$  orbital və  $\vec{\mu}_s$  spin maqnit momentlərinə uyğun olan vektorlar  $M_B$  Bor maqnetonu vahidlərində verilmişdir.



Шякил



Шякил

Vahidlərin belə seçilməsi zamanı  $\vec{\mu}_l$  vektorunun uzunluğu  $\vec{l}$  vektorunun uzunluğuna bərabər olur /bax: (101.5)/. Lakin  $\vec{\mu}_s$  vektorunun uzunluğu  $\vec{s}$  vektorunun uzunluğuna nisbətən 2 dəfə böyük olur /bax: (102.3)/. Məhz buna görə də  $\vec{\mu}_{tam} = \vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s$  tam maqnit momenti vektoru ilə  $\vec{j}$  vektoru bir düz xətt boyunca yerləşmir. Atomda baxılan elektronun hərəkəti mərkəzi sahədə baş verirsə (mərkəzi sahə yaxınlaşması), onda  $\vec{j}$  vektorunun qiymət və istiqaməti sabit qalır, yəni bu elektronun tam mexaniki momenti saxlanılır. Lakin maqnit qarşılıqlı təsirinin mövcud olması sayəsində  $\vec{s}$  və  $\vec{l}$  vektorlarının istiqamətləri sabit qalmır, onların yalnız ədədi qiymətləri saxlanılır ( $s=1/2$ ). Bu mənəzərə isə  $\vec{s}$  və  $\vec{l}$  vektorlarının, həmin vektorların cəminə bərabər olan  $\vec{j}$  vektoru ətrafında fırlanmasına (presessiyasına) uyğun gəlir (şəkil 116.2). Elə bil ki, bir-birinə elastik sapla bağlanmış iki mexaniki qiroskop onların momentlərinin cəminə bərabər olan və sabit qalan tam momentin ətrafında presessiya edir.  $\vec{s}$  və  $\vec{l}$  vektorları ilə birlikdə  $\vec{\mu}_s$ ,  $\vec{\mu}_l$  və

$\vec{\mu}_{tam}$  vektorları da  $\vec{j}$  vektoru ətrafında fırlanırlar. Belə fırlanma zamanı isə  $\vec{\mu}_{tam}$  vektorunun özü yox, onun yalnız  $\vec{j}$  vektoru üzrə toplananı ( $\vec{\mu}_j$  vektoru) saxlanacaqdır.

$\vec{\mu}_{tam}$  vektorunun  $\vec{j}$  vektoruna perpendikulyar toplananı isə qiymətcə sabit qalsa da, fırlanaraq öz istiqamətini dəyişəcəkdir. Bunun nəticəsində onun xarici maqnit sahəsi ilə orta qarşılıqlı təsiri və həm də orta qiyməti sıfıra bərabər olacaqdır. Beləliklə, xarici maqnit sahəsində elektronun özünü necə aparması onun tam maqnit momenti ( $\vec{\mu}_{tam}$ ) ilə deyil,  $\vec{\mu}_j$  effektiv tam maqnit momenti ilə xarakterizə olunur.

$\vec{j}$  və  $\vec{\mu}_j$  vektorları bir düz xətt üzərində əks istiqamətlərdə yönəldikləri üçün (101.5) və (101.19)-a uyğun olaraq

$$\vec{\mu}_j = -gM_B\vec{j} \quad (116.18)$$

ifadəsini yazmaq olar. Burada  $g$ -mütənasiblik əmsalı olub, Lande vuruğu adlanır.

Vektor modelindən istifadə edərək Lande vuruğunu hesablayaq. Bu məqsədlə

$$\vec{\mu}_{tam} = \vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s = M_B\vec{l} + 2M_B\vec{s} \quad (116.19)$$

tam maqnit momentinin (116.1) kimi təyin olunan  $\vec{j}$  tam mexaniki moment üzrə proyeksiyasını yazaq:

$$\mu_j = \frac{(\vec{\mu}_{tam}\vec{j})}{j} = \frac{M_B}{j} [(\vec{l}\vec{j}) + 2(\vec{s}\vec{j})]. \quad (116.20)$$

Onda  $\vec{\mu}_j$  vektoru üçün

$$\vec{\mu}_j = -\left[(\vec{l}\vec{j}) + 2(\vec{s}\vec{j})\right] \cdot \frac{M_B}{j^2} \cdot \vec{j} \quad (116.21)$$

ifadəsini yazmaq olar. (116.18) və (116.21) düsturlarının müqayisəsindən  $g$  Lande vuruğu üçün

$$\begin{aligned} g &= \frac{1}{j^2} [(\vec{l}\vec{j}) + 2(\vec{s}\vec{j})] = \frac{1}{j^2} [\vec{l}(\vec{l} + \vec{s}) + 2\vec{s}(\vec{l} + \vec{s})] = \\ &= \frac{1}{j^2} [|\vec{l}|^2 + 2|\vec{s}|^2 + 3(\vec{s}\vec{l})] \end{aligned} \quad (116.22)$$

ifadəsi alınır. Kvant mexanikasına keçdikdə  $|\vec{l}|^2$ ,  $|\vec{s}|^2$  və  $j^2 = |\vec{j}|^2$  kəmiyyətlərini, uyğun olaraq,  $\hbar^2 l(l+1)$ ,  $\hbar^2 s(s+1)$  və  $\hbar^2 j(j+1)$  ilə əvəz etmək lazımdır.  $(\vec{s}\vec{l})$  skalyar hasilini isə  $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$  vektorunu kvadrata yüksəldərək aşağıdakı kimi tapılır:

$$|\vec{j}|^2 = (\vec{l} + \vec{s})^2 = |\vec{l}|^2 + 2(\vec{l}\vec{s}) + |\vec{s}|^2,$$

$$(\vec{l}\vec{s}) = \frac{1}{2} (|\vec{j}|^2 - |\vec{l}|^2 - |\vec{s}|^2) = \frac{\hbar^2}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] \quad (116.23)$$

Beləliklə, (116.22) ifadəsi son nəticədə aşağıdakı şəkəldə düşür:



$$g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}. \quad (116.24)$$

(116.18) ifadəsindən görünür ki, Lande vuruğu elektronun effektiv tam maqnit momenti  $\mu_j$  və tam mexaniki momenti üçün qiroma qnit nisbətdir:

$$\mu_j = M_B \cdot g \cdot \sqrt{j(j+1)} \quad (116.25)$$

Lande vuruğunun ifadəsinin yuxarıda şərh olunan alınması heç də ciddi hesab oluna bilməz və o, yalnız son nəticəni yadda saxlamaq üçün bir üsul kimi qəbul edilə bilər.

### Ə117. Atomların enerji səviyyələrinin və spektral xətlərinin incə quruluşu

Mərkəzi sahə yaxınlaşmasında (Ə105) atomda hər bir elektronun halını xarakterizə edən  $n, l, m_l$  və  $m_s$  dörd kvant ədədinin əvəzinə, elektronun  $\vec{j}$  tam mexaniki momentini xarakterizə edən  $j$  daxili kvant ədədini /bax: (116.6)/ də nəzərə alaraq digər  $n, l, j, m_s$  kimi dörd kvant ədədindən də istifadə etmək olar. Bu kvant ədədlərindən istifadə etdikdə atomda elektronun halı spektroskopiyada ümumi şəkildə  $n^{2s+1}l_j$  kimi işarə olunur və özü də  $l$  orbital kvant ədədinin əvəzinə (99.1) işarələnməsinə əsasən latın əlifbasının uyğun kiçik hərfi yazılır. Beləliklə, elektronun halını işarə etmək üçün əvvəlcə  $n$  baş kvant ədədinin qiyməti, sonra  $l$  kvant ədədini əvəz edən kiçik latın hərfi yazılır; sonra bu hərfin sol tərəfində yuxarı indeks kimi  $2s+1$  ədədi, sağ tərəfində aşağı indeks kimi  $j$  kvant ədədinin qiyməti yazılır. Burada  $s$  elektronun spinidir və  $2s+1$  isə baxılan halın (enerji səviyyəsinin) multipletliyi adlanır. Baxılan halda multipletlik elektronun spininin  $\vec{l}$  orbital momentin istiqamətinə nəzərən mümkün olan yönəlmələrinin sayını göstərir. Mərkəzi sahə yaxınlaşmasında (bir elektronlu yaxınlaşma, sərbəst elektronlar modeli)  $2s+1$  indeksi onsuz da artıq şeydir, çünki elektron üçün  $s=1/2$  olduğundan həmişə  $2s+1=2$  olur. Lakin hissəciyin spini başqa qiymətə malik olsa, onda  $2s+1$  multipletliyinin göstərilməsi mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Ona görə də elektronların hallarını işarə edərkən ümumiliklə  $2s+1$  indeksini yazmaq məsləhətdir.

Multipletliyi  $\chi=2s+1=1,2,3,4,5$  və s. olan hallar uyğun olaraq, sinqlet, dublet, triplet, kvartet, kvintet və s. adlanır.

Məsələn,  $3^2s_{1/2}$  halına baxaq. Bu hal "3, dublet  $s_{1/2}$ " kimi oxunur. Bu işarələmədən aydın olur ki,  $n, l, j$  kvant ədədləri  $n=3, l=0, j=1/2$  qiymətinə malikdir.  $j=1/2$  olması onu göstərir ki, elektronun tam mexaniki momenti sırf spindən (məxsusi mexaniki momentdən) ibarətdir.  $j>0$  olduğundan  $j=l\pm 1/2$  ifadəsində mənfii işarəsi istisna olunur və baxılan halda  $j=l+1/2$  götürülməlidir. Bu halın dublet adlandırılması isə tamamilə formal xarakter daşıyır. Çünki  $l=0$  olduqda spinin bütün istiqamətləri eyni hüquqludur. Ona görə də əslində bu hal sinqletdir. Aydındır ki, elektron üçün bütün  $s$ -hallar (yəni,  $l=0$  olan bütün hallar) sinqletdir.

Digər misal olaraq "4, dublet  $d_{3/2}$ " halına baxaq:  $4^2d_{3/2}$ . Bu halda  $n=4, l=2, j=3/2$  olur və özü də  $j=l-1/2$ , yəni elektronun spin momenti onun orbital momentinin əksinə yönəlmişdir. Lakin  $4^2d_{5/2}$  halında  $j=l+1/2$ , yəni spinin və orbital momentin istiqamətləri eynidir. Beləliklə,  $d$ -hal həqiqətən də dubletdir. Bunun kimi də  $s$ -haldan başqa digər bütün hallar ( $p-, f-, g-$  və s.) dubletdirlər.

Atomda hərəkət edən elektron orbital mexaniki və məxsusi mexaniki (spin) momentlərinə malik olduğu üçün, həm də müvafiq olaraq orbital maqnit momentinə və spin maqnit momentinə malik olur (Ə101, 102, 116). Elektronun spin maqnit momenti ilə orbital maqnit momenti arasındakı qarşılıqlı təsir spin-orbital qarşılıqlı təsir adlanır.

Elektronun spin maqnit momenti  $\vec{\mu}_s$  onun orbital maqnit sahəsinə nəzərən iki cür yönəle bilər: orbital maqnit sahəsi istiqamətində və onun əksinə. (101.20) düsturuna əsasən birinci halda elektronun mərkəzi sahədəki potensial enerjisi azalır, ikinci halda isə bu enerji artır. Ona görə də spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində atomun hər bir enerji səviyyəsi iki dənə alt səviyyəyə parçalanır. Bu qayda  $s$ -enerji səviyyələrinə aid deyildir. Belə ki,  $s$ -halda orbital maqnit momenti sıfıra bərabər olduğundan, bu halda spin-orbital qarşılıqlı təsir baş vermir. Spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində enerji səviyyəsinin alt səviyyələrə parçalanması bu enerji səviyyəsinin incə quruluşu adlanır. Baxılan enerji səviyyəsinin parçalanmasından alınan alt səviyyələrin toplusu multiplet adlanır. Bu alt səviyyələrin sayı isə həmin enerji səviyyəsinin multipletliyi adlanır. Deməli, baxılan enerji səviyyəsinin multipletliyi  $\chi=2s+1$  spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində həmin səviyyənin parçalanma biləcəyi alt səviyyələrin sayına bərabərdir. Buradan aydın olur ki, spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində parçalanmayan sadə səviyyələr sinqlet, iki dənə alt səviyyəyə parçalanan enerji səviyyələrini dublet və  $s$ . adlanır. Spektroskopiya bu anlayışlar bir dənə spektral xəttin parçalanmasından alınan spektral xətlər toplusu üçün də işlədilir (Ə119).

Beləliklə, mərkəzi sahə yaxınlaşmasında spin-orbital qarşılıqlı təsirin nəzərə alınması sayəsində atomda  $s$ -səviyyələrdən başqa bütün  $p$ -,  $d$ -,  $f$ - səviyyələr dublet,  $s$ -səviyyələr isə sinqlet səviyyələr olurlar. Deməli, halların adlandırılması üçün yuxarıda istifadə olunan anlayışlar indi daha aydın başa düşülür. Məsələn,  $4^2d_{3/2}$  enerji səviyyəsi "4, dublet  $d_{3/2}$ " kimi adlandırılmışdı. Sinqlet  $s$ -səviyyələrin adlandırılması zamanı "dublet" anlayışının işlədilməsi, yuxarıda qeyd edildiyi kimi, sırf şərti xarakter daşıyır. Bu dublet sözü,  $s$ -səviyyələrini həqiqətən dublet olan  $p$ -,  $d$ -,  $f$ - səviyyələr sırasından ayırmamaq üçün işlədilir. Əslində sinqlet  $s$ -enerji səviyyələrinə formal olaraq bir-birinə qovuşmuş iki dənə alt səviyyədən ibarət olan dublet kimi də baxmaq olar.

Elektronun spininin nəzərə alınması yeni  $j$  və  $m_j$  kvant ədədləri ilə xarakterizə olunur.

Spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində elektronun potensial enerjisinin dəyişməsinə, yəni spin-orbital qarşılıqlı təsirin enerjisini tərtibcə qiymətləndirmək olar. Bu məqsədlə hidrogen atomunun əsas halına baxaq və əyanilik naminə yarımklassik Bor nəzəriyyəindən (Ə55) istifadə edək, yəni fərz edək ki, elektron nüvənin ətrafında dairəvi orbit üzrə hərəkət edir.  $r$  radiuslu çevrə üzrə  $v$  sürətilə hərəkət edən elektronun yaratdığı maqnit sahəsinin intensivliyi

$$\vec{H} = \frac{e[\vec{v}\vec{r}]}{cr^3} \quad (117.1)$$

düsturu ilə hesablanır. Burada  $e$ -elektronun yükü,  $c$ -ışığın vakuumba sürətidir. Bu maqnit sahəsinin intensivliyinin ədədi qiyməti  $H=\alpha e/r^2$  olar ki, burada  $\alpha=v/c$  işarə edilmişdir və  $\alpha=v/c=e^2/hc$  incə quruluş sabitidir.  $\vec{H}$  intensivliyinə malik olan maqnit sahəsi ilə elektronun spin maqnit momentinin qarşılıqlı təsirinə potensial enerjisi

$$\Delta E = -(\vec{\mu}_s \vec{H}) = -\mu_s H \cos(\vec{\mu}_s \wedge \vec{H}) \quad (117.2)$$

olur. Özü də yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi,  $\vec{\mu}_s$  vektoru  $\vec{H}$  vektoruna ya paralel, ya da

antiparalel yönələ bilər. (102.3) düsturuna əsasən bu enerjinin mütləq qiyməti  $\mu_s H = M_B \cdot H$  olar ki, burada  $M_B = eh/2mc$  Bor maqnetonudur. Bu enerjini hidrogen atomunun əsas halının enerjisi ( $E_1 = -\alpha^2 mc^2/2$ ) ilə müqayisə edək. Bu zaman  $r$  əvəzinə birinci Bor orbitinin radiusu götürülməlidir:  $r = a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$ . Nəticədə alırıq ki,

$$\frac{M_B H}{E_1} = \alpha^2 = 5,325 \cdot 10^{-5} \quad (117.3)$$

Buradan görünür ki, spin-orbital qarşılıqlı təsir  $\alpha = v/c$  parametrinə nəzərən kvadratik effektdir (xatırladaq ki,  $v$  – elektronun birinci Bor orbitində hərəkət sürətidir). Deməli, spin-orbital qarşılıqlı təsirin nəzəriyyəsi relyativistik nəzəriyyə olmalıdır. Bu isə heç də gözlənilməz deyildir. Belə ki, spinin özü relyativistik–kvant mexaniki effektdir və qeyri-relyativistik yaxınlaşmada aradan çıxır. İlk dəfə Zommerfeldin göstərdiyi kimi, kütlənin sürətdən asılılığı da hətta yarımklassik nəzəriyyə çərçivəsi daxilində enerji səviyyələrinin incə quruluşa parçalanmasına səbəb olur. Məsələn burasındadır ki, qeyri-relyativistik Bor nəzəriyyəsində böyük yarımxoxu eyni olan bütün elliptik orbitlərə, dairəvi orbit də daxil olmaqla, enerjinin eyni qiyməti uyğun gəlir. Lakin kütlənin sürətdən asılılığının nəzərə alınması bu cırlaşmanı aradan qaldırır, yəni enerjinin qiyməti həm də ellipsin eksentristetindən asılı olur. Bu da öz növbəsində enerji səviyyəsinin incə quruluşa parçalanmasına gətirir. Beləliklə, incə quruluşun yuxarıda verilmiş tərifini dəqiqləşdirərək belə demək lazımdır ki, incə quruluş yalnız spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində deyil, həm də elektronun kütləsinin onun sürətindən asılılığı sayəsində meydana çıxır. Hər iki səbəbdən baş verən parçalanma  $\alpha$  parametrinin kvadratı tərtibindədir və ona görə də eyni zamanda nəzərdən keçirilməlidir.

İncə quruluş daha ardıcıl şəkildə Dirakın relyativistik kvant nəzəriyyəsi vasitəsilə hesablanır və tədqiq oluna bilər. Çünki bu nəzəriyyədə elektronun həm spini, həm də onun kütləsinin sürətdən asılılığı avtomatik olaraq nəzərə alınır.

Dirakın relyativistik dalğa tənliyinin hidrogenəbənzər atomlar üçün həlli nəticəsində stasionar halların enerjisi üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$E = -\frac{mz^2 e^4}{2\hbar^2 n^2} \left[ 1 + \frac{\alpha^2 z^2}{n} \left( \frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n} \right) \right] \quad (117.4)$$

Burada kvadrat mütərizədə  $\alpha$ -nın dördüncü və daha yüksək dərəcələri daxil olan hədlər nəzərə alınmamışdır.

(117.4) ifadəsindəki birinci hədd (98.25) düsturuna əsasən hidrogenəbənzər atomda stasionar halın enerjisini təyin edir. İkinci hədd isə enerji səviyyələrinin incə parçalanmasına uyğun gələn düzəlişdir.  $\alpha^2$  sabiti çox kiçik ədəd olduğundan qeyri-relyativistik (98.25) düsturuna düzəliş də çox kiçik olur və məhz buna görə də enerji səviyyələrinin nəzərdən keçirdiyimiz parçalanmasının "incə quruluş" adlandırılması özünü doğruldur.

(117.4) düsturundan görünür ki, Dirak nəzəriyyəsinə görə hidrogenəbənzər atomların enerji səviyyələri  $l$  orbital kvant ədədinə görə cırlaşmışdır. Belə ki, bu atomlarda səviyyənin enerjisi yalnız  $n$  baş kvant ədədindən və  $j$  daxili kvant ədədindən asılı olub, bilavasitə  $l$  orbital kvant ədədindən asılı deyildir ( $l$ -dən asılılıq  $j$  vasitəsilə olur). Bu, o deməkdir ki, hidrogen atomunda və hidrogenəbənzər ionlarda  $n$  və  $j$  kvant ədədləri eyni,

lakin  $l$  kvant ədədləri müxtəlif olan (vahid qədər fərqlənən) enerji səviyyələri üst-üstə düşür. Məsələn,  $3p_{3/2}$  və  $3d_{3/2}$  səviyyələrinin enerjisi (117.4) düsturuna görə eynidir. Qələvi metal atomlarında enerji səviyyələrinin belə üst-üstə düşməsi baş vermir.

(117.4) düsturundan görünür ki, ikinci hədd  $z^4$  ilə mütənəsb olduğundan incə quruluş hidrogenəbənzər atomlarda hidrogen atomuna nisbətən özünü daha yaxşı büruzə verməlidir. Doğrudan da, enerji səviyyələrinin incə parçalanması yüngül hidrogenəbənzər atomlar üçün  $10^{-5} eV$ -dan çox olmadığı halda,  $z$  sıra nömrəsi böyük olduqca kəskin artır. Ağır atomlar üçün incə parçalanma  $eV$ -un hissələri ( $10^{-1}$ ) tərtibində olur ki, bu halda da parçalanmanın "incə" adlandırılması öz mənasını itirir. Yada salaq ki, əsas halda hidrogen atomunun ionlaşma potensialı  $13,6 eV$ -dur.

Qeyd edək ki, hidrogenəbənzər atomların və çoxlu sayda digər atomların optik spektrlərində incə quruluşla yanaşı, ifrat incə quruluş da mövcuddur. Enerji səviyyələrinin ifrat incə quruluşu elektronun maqnit momentinin atom nüvəsinin yaratdığı zəif maqnit sahəsi ilə qarşılıqlı təsiri nəticəsində meydana çıxır. İfrat incə quruluş (117.4) düsturundan tamamilə fərqli olan ifadə ilə təsvir olunur. İfrat incə parçalanma elektron ilə elektromaqnit sahəsinin fluktasiyaları arasındakı qarşılıqlı təsir ilə xarakterizə olunur. Harmonik osilyatora oxşar olaraq vakuumba elektromaqnit sahəsi müəyyən sıfırıncı enerjiyə malik olur və ona görə də həmişə sıfırdan fərqlidir. Elektronun bu "sıfırıncı" sahə ilə qarşılıqlı təsiri elektronun fəza paylanmasından asılı olub, enerji səviyyələrinin Lemb parçalanmasına gətirir (Ə128). Bu effektin nəzəriyyəsi kvant elektrodinamikasından yaxşı məlumdur və təcrübə ilə çox yaxşı uyğun gəlir. İndi isə spektral xətlərin incə quruluşunu nəzərdən keçirək.

Yuxarıda göstərdik ki, spin-orbital qarşılıqlı təsir və elektronun kütləsinin onun sürətindən asılılığı nəticəsində atomda enerji səviyyələri parçalanır və bu parçalanma enerji səviyyələrinin incə quruluşu adlanır. Burada biz yalnız bir valent elektronu olan atomlara (hidrogenəbənzər və qələvi metal atomları) baxacağıq. Xarici maqnit və elektrik sahələri olmadıqda fəzada bütün istiqamətlər tamamilə bir-birinə ekvivalent olduğu üçün bu atomlarda səviyyələrin enerjisi yalnız  $n, l, j$  kvant ədədlərindən asılı olub,  $m_j$  kvant ədədindən asılı olmayacaqdır. Hidrogen atomunda və hidrogenəbənzər atomlarda yeganə elektronun hərəkət etdiyi xarici elektrik sahəsi nüvənin yaratdığı Kulon sahəsi olduğundan, enerji səviyyələri  $l$  kvant ədədinə nəzərən təsadüfi cırlaşmışdır. Bu atomlarda səviyyənin enerjisi  $l$  kvant ədədindən bilavasitə asılı olmayıb, yalnız  $n$  və  $j$  kvant ədədlərindən asılıdır və (117.4) düsturu ilə təyin olunur.

Qeyd edək ki, spektral xətlərin incə quruluşunu, yəni spektral xəttin bir-birinə çox yaxın yerləşən bir neçə komponentə (xəttə) parçalanmasını enerji səviyyələrinin incə quruluşundan fərqləndirmək lazımdır. Spektral xətlərin incə quruluşu (bir neçə xəttə parçalanması) enerji səviyyələrinin parçalanmasından alınan alt səviyyələr arasında seçmə qaydalarına tabe olan keçidlərlə müəyyən olunur. Xarici sahələr olmadıqda birelektronlu atomlar üçün bu seçmə qaydaları aşağıdakı kimi olur:

$$\Delta l = \pm 1, \quad (117.5)$$

$$\Delta j = 0, \pm 1 \quad (117.6)$$

Bu seçmə qaydalarını çoxelektronlu atomlar üçün seçmə qaydalarından xüsusi hal kimi almaq mümkündür (Ə120). Hidrogenəbənzər atomlar və qələvi metal atomları üçün (117.5) seçmə qaydası (99.8) və (100.17) ifadələrindən bizə məlumdur. Spektrlərin təhlili nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, keçidlər  $j$  kvant ədədi eyni olan və ya  $j$  kvant ədədi

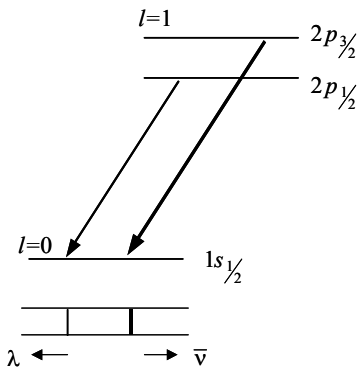
bir-birindən  $\pm 1$  qədər fərqlənən iki səviyyə arasında baş verə bilər, yəni yalnız (117.6) şərti ödəyən keçidlər yol verilə bilər. Əlbəttə, (117.5) və (117.6) qaydaları yalnız dipol şüalanmasına aiddir. Məsələn, kvadrupol şüalanması üçün  $\Delta j=0, \pm 1, \pm 2$  ola bilər.

(117.6) ilə ifadə olunan seçmə qaydalarını aşağıdakı mülahizələrə əsasən başa düşmək olar.  $j=l \pm s$  olduğundan  $\Delta j = \Delta l \pm \Delta s$  yazıla bilər. Müəyyən edilmişdir ki, şüalanma keçidləri zamanı elektronun spini dəyişmir, yəni  $\Delta s=0$  olur. Digər tərəfdən də  $l$  orbital kvant ədədi üçün (117.5) seçmə qaydası mövcuddur. Ona görə də  $j$  kvant ədədi üçün  $\Delta j = \pm 1$  seçmə qaydası alınır. İndi fərz edək ki, keçid zamanı  $l$  dəyişmişdir, və özü də  $\Delta l = \pm 1$  olmuşdur, lakin  $s$  dəyişməmişdir, yəni  $\Delta s=0$  olmuşdur. Lakin bu zaman orbital və spin momentlərinin bir-birinə nəzərən yönəlməsi dəyişmiş olarsa, tam momentin  $|j|$  qiyməti və deməli,  $j$  kvant ədədi dəyişməz qalır. Bu isə o deməkdir ki,  $l$  və  $s$  üzrə seçmə qaydalarına zidd olmayaraq,  $j$  kvant ədədi üçün  $\Delta j=0$  seçmə qaydası da mümkündür. Burada həmisi qadağan olunan  $j_1=0 \rightarrow j_2=0$  keçidi istisna təşkil edir.

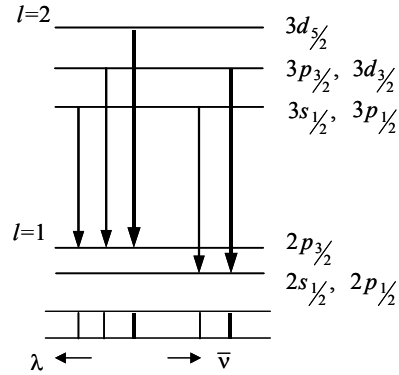
Misal olaraq hidrogen atomunun Layman seriyasında  $L_\alpha$  xəttinin incə quruluşuna baxaq. Bu xəttə uyğun keçidi spektral termlər vasitəsilə aşağıdakı kimi yazmaq (E99):

$$\tilde{\nu} = 1s - 2p \quad (117.7)$$

Burada  $\tilde{\nu} = 1/\lambda$  –spektroskopik dalğa ədədidir.  $1s$  termi (enerji səviyyəsi) sinqletdir,  $2p$  termi isə dublet olub, iki dənə  $2p_{1/2}$  və  $2p_{3/2}$  alt səviyyələrdən ibarətdir. (şəkil 117.1).



Шякил



Шякил

(117.5) və (117.6) seçmə qaydalarına əsasən hər iki  $2p_{1/2}$  və  $2p_{3/2}$  səviyyələrindən  $1s_{1/2}$  səviyyəsinə keçid mümkündür. Ona görə də  $L_\alpha$  xətti dublet olmalı, yəni iki spektral xətdən ibarət olmalıdır.  $1s_{1/2} - 2p_{3/2}$  xətti  $1s_{1/2} - 2p_{1/2}$  xəttinə nisbətən daha böyük intensivliyə malikdir və 117.1 şəklinə  $2p_{3/2} \rightarrow 1s_{1/2}$  keçidi ilə birlikdə daha qalın xətlə verilmişdir. (117.4) düsturuna əsasən hesablama apararaq müəyyən etmək olar ki, bu iki xətt arasındakı məsafə  $\Delta \tilde{\nu} = 0,365 \text{ sm}^{-1}$  və ya dalğa uzunluğu ilə  $\Delta \lambda = 5,3 \cdot 10^{-4} \text{ nm}$  olur.  $L_\alpha$  xəttinin özünün dalğa uzunluğu isə  $\lambda = 121,6 \text{ nm}$ -dir.  $L_\alpha$  xəttinin incə quruluşunu ayırd etmək üçün spektral cihazın ayırd etmə qabiliyyəti ən azı

$$\frac{\lambda}{\Delta \lambda} = \frac{121,6}{5,3 \cdot 10^{-4}} = 2,23 \cdot 10^5$$

qədər olmalıdır.

Hidrogen atomunun Layman seriyasının digər  $L_\beta$ ,  $L_\gamma$ ,  $L_\delta$  xətləri də analogi dublet quruluşuna malikdir.

İkinci misal olaraq hidrogen atomunun Balmer seriyasında  $H_\alpha$  spektral xəttinin incə quruluşunu nəzərdən keçirək (şəkil 117.2). Baş kvant ədədinin  $n=2$  qiymətinə  $2s_{1/2}$ ,  $2p_{1/2}$  və  $2p_{3/2}$  halları (enerji səviyyələri) uyğun gəlir. (117.4) düsturuna görə hidrogen atomunda enerji  $l$  kvant ədədindən asılı olmadığı üçün,  $2s_{1/2}$  və  $2p_{1/2}$  hallarına enerjinin eyni bir qiyməti, yəni bir-biri ilə üst-üstə düşən iki səviyyədən ibarət olan bir dənə enerji səviyyəsi uyğun gəlir. Beləliklə,  $n=2$  qiymətində iki dənə enerji səviyyəsi alınır ki, onlardan da biri bir-birinə qovuşmuş iki səviyyədən ibarətdir. Baş kvant ədədinin  $n=3$  qiymətində 5 dənə  $3s_{1/2}$ ,  $3p_{1/2}$ ,  $3p_{3/2}$ ,  $3d_{3/2}$  və  $3d_{5/2}$  halları alınır ki, bunlara da 3 dənə müxtəlif enerji səviyyəsi uyğun gəlir. Bu üç enerji səviyyəsindən biri ( $3d_{5/2}$ ) sadə, digər ikisinin hər biri isə bir-birinə qovuşmuş iki səviyyədən ( $3s_{1/2}$ ,  $3p_{1/2}$ ) və ( $3p_{3/2}$ ,  $3d_{3/2}$ ) ibarətdir.  $H_\alpha$  xətti  $n=3$  yuxarı enerji səviyyələrindən  $n=2$  aşağı enerji səviyyələrinə kvant keçidləri nəticəsində yaranır. (117.5) və (117.6) seçmə qaydaları ilə yol verilən bu keçidlər, həm də onlara uyğun spektral xətlər və həmin xətlərin nisbi intensivliyi sxematik olaraq 117.2 şəklində verilmişdir. Beləliklə, Balmer seriyasının  $H_\alpha$  xətti və digər bütün  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$ ,  $H_\delta$ ,... xətləri 5 komponentdən ibarətdir.

Qələvi metal atomlarının və onlara oxşar olan ionların enerji səviyyələrinin və spektral xətlərinin incə quruluşunun meydana çıxmasında elektronun kütləsinin sürətdən asılılığı deyil, spin-orbital qarşılıqlı təsir əsas rol oynayır. Bu, onunla əlaqədardır ki, atomun  $z$  sıra nömrəsi artdıqca spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində parçalanma daha böyük olur. Ona görə də  $z$ -in böyük qiymətlərində elektronun kütləsinin sürətdən asılılığı nəticəsində enerji səviyyələrinin parçalanması, spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində parçalanma ilə müqayisədə nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik olur. Qələvi metal atomlarının enerji səviyyələrinin incə quruluş səviyyələrinə parçalanması sxemi hidrogen atomundakına nisbətən xeyli sadədir. Belə ki, hidrogen atomunda  $l$  kvant ədədinə görə cırlaşmanın olması sayəsində bu mənərə mürəkkəbləşmiş olur. Qələvi metal atomlarında bu cırlaşma aradan qalxır və enerji səviyyələrinin incə quruluş səviyyələrinə parçalanması qanunauyğunluğu aydın şəkildə təzahür edir.

Misal olaraq natrium atomunun spektral seriyalarında ( $\tilde{E}100$ ) xətlərin incə quruluşunu nəzərdən keçirək. Bu incə quruluşun mənşəyi sxematik olaraq 117.3 şəklindən aydın olur. Baş seriya yuxarıda yerləşən  $p$ -səviyyələrdən ən dərin  $3s_{1/2}$  səviyyəsinə keçidlər nəticəsində yaranır.  $3s_{1/2}$  səviyyəsi sadədir,  $p$ -səviyyələr isə ikiqatdır və özü də  $p$ -səviyyələrin komponentləri arasındakı məsafə  $4p_{3/2}$  baş kvant ədədi artdıqca kiçilir. Məhz buna görə də baş seriyanın spektral xətləri də, ikiqat, yəni dublet olur. Hər bir dubletin komponentləri arasındakı məsafə onun nömrəsi, yəni tezliyi artdıqca kiçilir. Qeyd edək ki, normal (əsas) halda natrium atomları ən aşağı  $3s_{1/2}$  enerji səviyyəsində yerləşdiyi üçün baş seriya həm də udma spektrində alınır. Ən böyük intensivliyə malik olan spektral xətt  $3p_{1/2} \rightarrow 3s_{1/2}$  və  $3p_{3/2} \rightarrow 3s_{1/2}$  keçidləri nəticəsində alınan rezonans xəttidir, yəni natriumun sarı xəttidir. Bu keçidlər  $\lambda_1 = 589,6 \text{ nm}$  və  $\lambda_2 = 589,0 \text{ nm}$  dalğa uzunluqlarına uyğun gəlir ki, bu dalğa uzunluqları arasındakı fərq də görünürdü kimi,  $\Delta\lambda = 0,6 \text{ nm}$ -dir.

Лцълп букнф

Ифжбукнф

Вшгя букнф

Qeyd edək ki,  $z$  sıra nömrəsi artdıqca qələvi metal atomlarının spektral xətlərinin parçalanması kəskin artır. Belə ki, məsələn, rubidiumun rezonans xətti  $\lambda_1=794,8 \text{ nm}$  və  $\lambda_2=780,0 \text{ nm}$  dalğa uzunluğuna malik olan iki komponentdən ibarətdir və onlar arasındakı məsafə  $\Delta\lambda=14,8 \text{ nm}$ -dir. Seziyum üçün isə uyğun qiymətlər  $\lambda_1=894,4 \text{ nm}$  və  $\lambda_2=852,1 \text{ nm}$ , yəni  $\Delta\lambda=42,3 \text{ nm}$ -dir. Belə parçalanmalar üçün "incə quruluş" anlayışı çox güman ki, yaxşı səslənir.

Kəskin seriyanın xətləri də həmçinin dubletdirlər. Çünki, həmin xətlər yuxarıda yerləşən sadə  $s$ -səviyyələrdən aşağıda yerləşən və  $3p_{1/2}$  və  $3p_{3/2}$  alt səviyyələrindən ibarət olan ikiqat  $3p$ -səviyyəsinə keçidlər nəticəsində alınır. Ona görə də dublet xətlərinin komponentləri arasındakı məsafə bütün seriya üçün eynidir və özü də komponentlər kəskin xətlərdir. Kəskin seriya adı da məhz bu səbəbdən meydana çıxmışdır.

Diffuz seriya yuxarıda yerləşən ikiqat ( $3d_{5/2}$ ,  $3d_{3/2}$ ), ( $4d_{5/2}$ ,  $4d_{3/2}$ ) və s. səviyyələrdən aşağıda yerləşən və həmçinin ikiqat olan ( $3p_{1/2}$ ,  $3p_{3/2}$ ) səviyyəsinə keçidlər nəticəsində yaranır. Bu seriyanın spektral xətləri tripletdirlər, yəni hər bir xətt üç komponentdən ibarətdir. Çünki  $\Delta j=2$  olmaqla baş verəcək  $3d_{5/2} \rightarrow 3p_{1/2}$  kimi keçidlər (117.6) seçmə qaydası ilə qadağan olunmuşdur. Müxtəlif  $d$ -səviyyələrin alt səviyyələri arasındakı məsafələr  $p$ -səviyyələrin alt səviyyələri arasındakı məsafələrdən xeyli kiçikdir. Bu səbəbdən də tripletdə xətlər bir-birinə çox yaxın yerləşir və spektral cihazın ayırdetmə qabiliyyəti kifayət qədər olmadıqda tripletin komponentləri bir-birindən ayırd edilə bilmir, seriyanın xətləri yayılmış şəkildə alınır. Məhz bu da diffuz seriya adının meydana çıxmasına səbəb olmuşdur.

### Ə118. Atomun elektron konfigurasiyasının termlərə parçalanması

Mərkəzi sahə yaxınlaşmasında atomda elektronlar nüvənin digər elektronlar tərəfindən ekranlaşdırılmış müəyyən effektiv mərkəzi sahəsində bir-birindən asılı olmayaraq hərəkət edirlər, yəni elektronlar arasında qarşılıqlı təsir nəzərə alınmır (Ə105). Ona görə də mərkəzi sahə yaxınlaşmasında atomun tam elektron enerjisi ayrı-ayrı elektronların enerjilərinin cəminə bərabər olur. Məsələn, karbon atomunun əsas halında elektron konfigurasiyası  $1s^2 2s^2 2p^2$  olduğundan tam elektron enerjisi

$$E=2E_{1s}+2E_{2s}+2E_{2p} \quad (118.1)$$

olar. Deməli, elektron konfigurasiyasının enerjisi elektronların  $m_l$  və  $m_s$  kvant ədədlərindən asılı deyildir, yəni bu kvant ədədlərinə görə cırlaşmışdır. Bu isə o deməkdir ki, enerjinin eyni bir qiymətinə (elektron konfigurasiyasının enerjisinə) bir-birindən  $m_l$  və  $m_s$  kvant ədədlərinin kombinasiyaları ilə fərqlənən bir neçə determinant dalğa funksiyası (Ə107) uyğun gəlir. Bir-birindən xətti asılı olmayan bu determinant dalğa funksiyalarının sayına elektron konfigurasiyasının cırlaşma tərtibi deyilir. Qeyd edək ki, belə cırlaşma dolmamış (açıq) təbəqəli atomlar üçün mövcuddur. Qapalı təbəqəli atomların elektron konfigurasiyasına bir dənə determinant dalğa funksiyası uyğun gəlir, yəni bu halda cırlaşma tərtibi 1-ə bərabərdir.

Elektron konfigurasiyasında bir dənə açıq təbəqə olduqda onun cırlaşma tərtibi

$$f = \frac{N_0!}{k!(N_0 - k)!} \quad (118.2)$$

kimi təyin olunur. Burada  $N_0$ -açıq təbəqədə yerləşə biləcək elektronların maksimal sayı,  $k$ -bu açıq təbəqədə faktik mövcud olan elektronların sayıdır.

Əgər baxılan elektron konfigurasiyasında bir neçə açıq təbəqə varsa, onda bu konfigurasiyanın cırlaşma tərtibi ayrı-ayrı açıq təbəqələr üçün (118.2) düsturu ilə hesablanmış cırlaşma tərtiblərinin hasilinə bərabər götürülür.

Məsələn, karbon atomunun əsas halına uyğun elektron konfigurasiyasında ( $1s^2 2s^2 2p^2$ ) bir dənə açıq təbəqə ( $2p^2$ ) vardır və bu təbəqə üçün  $N_0=6$ ,  $k=2$  olduğundan həmin elektron konfigurasiyasının cırlaşma tərtibi (118.2) düsturuna əsasən  $f=15$  olur. Bu, o deməkdir ki, karbon atomunun əsas halının elektron konfigurasiyasına (əsas halın enerjisinə) bir-birindən xətti asılı olmayan və dolmamış  $2p^2$  təbəqəsində yerləşən iki elektronun  $m_l=+1, 0, -1$ ;  $m_s=+1/2, -1/2$ ;  $m_l'=+1, 0, -1$  və  $m_s'=+1/2, -1/2$  kvant ədədlərinin müxtəlif kombinasiyaları ilə bir-birindən fərqlənən 15 dənə determinant dalğa funksiyası uyğun gəlir. Bu determinant dalğa funksiyaları ümumi şəkildə (107.40) kimi təyin olunur. Lakin yazılışı sadələşdirmək məqsədilə (107.40) determinantını

$$U = \frac{1}{\sqrt{N!}} \left\{ (n_1 l_1 m_{l_1} m_{s_1}) (n_2 l_2 m_{l_2} m_{s_2}) \dots (n_N l_N m_{l_N} m_{s_N}) \right\} \quad (118.3)$$

kimi yazmaq olar. Elektron konfigurasiyasına uyğun gələn müxtəlif determinant dalğa funksiyalarında dolmuş təbəqələrə uyğun sütunlar həmişə eyni qalır və bu determinantlar bir-birindən yalnız dolmamış təbəqələrə uyğun olan sütunlarla fərqlənir. Ona görə də (118.3) yazılışını bir qədər də sadələşdirərək, yalnız dolmamış elektron təbəqələrindəki ( $n l m_l m_s$ ) atom spin-orbitallarını göstərməklə kifayətlənmək olar. Beləliklə, karbon atomunun əsas halının elektron konfigurasiyasına uyğun gələn determinant dalğa funksiyalarını ümumi şəkildə

$$U = \left\{ \dots (21 m_l m_s) (21 m_l m_s) \right\} \quad (118.4)$$

kimi yazmaq olar. Bu determinantların ümumi sayı 36-dır. Lakin onlardan yalnız 15-i bir-birindən xətti asılı deyildir və Pauli prinsipinə uyğundur. Məhz buna görə də deyirik ki, baxılan elektron konfigurasiyasının cırlaşma tərtibi 15-ə bərabərdir.

Elektron konfigurasiyasının yuxarıda göstərilən cırlaşması mərkəzi sahə yaxınlaşmasında özünü göstərir. Əgər elektronlar arasında mərkəzi sahə yaxınlaşmasında nəzərə alınmayan qalıq Kulon qarşılıqlı təsirini də nəzərə alsaq, onda elektron konfigurasiyasına uyğun enerji səviyyəsi bir neçə alt səviyyəyə parçalanır, yəni elektron konfigurasiyasının cırlaşması qismən aradan qalxır.

Mərkəzi sahə yaxınlaşmasında  $N$ -elektronlu atom üçün  $\hat{H}_0$  Hamilton operatoru (105.9) düsturu ilə, elektronlar arasındakı Kulon qarşılıqlı təsirin hamısını nəzərə aldıqda isə bu operator (105.1) ifadəsi ilə təyin olunur. Mərkəzi sahə yaxınlaşmasında hər bir  $i$ -ci elektron üçün  $\vec{l}_i$  orbital və  $\vec{s}_i$  spin momenti, spin-orbital qarşılıqlı təsirini nəzərə aldıqda isə  $\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i$  tam momenti saxlanır və əvvəlki paraqraflarda göstəriləndiyi kimi, bu momentlər, uyğun olaraq,  $l$ ,  $s$  və  $j$  kvant ədədləri ilə xarakterizə olunur. Lakin elektronlar arasında qalıq Kulon qarşılıqlı təsirini nəzərə aldıqda hər bir elektron üçün  $\vec{l}_i$  orbital impuls momenti saxlanmır, çünki bu halda elektronun hərəkətinin baş verdiyi xarici sahə



mərkəzi sahə deyildir. Lakin (105.1) Hamilton operatoru atomun nüvəsindən keçən ixtiyari ox ətrafında ixtiyari bucaq qədər fırlanma əməliyyatına nəzərən invariant olduğundan, belə nəticəyə gəlmək olar ki, bütövlükdə atom üçün fəza izotropudur. Bu isə o deməkdir ki, elektronlar arasında Kulon qarşılıqlı təsirini tam nəzərə aldıqda elektronların hər birinin  $\vec{l}_i$  orbital impuls momenti saxlanmasa da, bu  $\vec{l}_i$  momentlərinin cəmi, yəni atomun tam orbital momenti və bu tam orbital momentin üstün istiqamət üzrə proyeksiyası saxlanan kəmiyyətlər olmalıdır. Bu saxlanan kəmiyyətlər, uyğun olaraq, atomun tam orbital impuls momentinin kvadratı operatoru  $\hat{L}^2$  və bu momentin üstün istiqamət üzrə proyeksiyası operatoru  $\hat{L}_z$  ilə xarakterizə olunur. Bu saxlanan kəmiyyətlər, yəni  $\hat{L}^2$  və  $\hat{L}_z$  operatorlarının məxsusi qiymətləri isə, uyğun olaraq,  $L$  və  $M_L$  kvant ədədləri ilə təyin olunur. Aydınadır ki,  $\hat{L}^2$  və  $\hat{L}_z$  operatorları (105.1) Hamilton operatoru ilə kommutativ olmalıdır:

$$\hat{H}\hat{L}^2 = \hat{L}^2\hat{H}, \quad (118.5)$$

$$\hat{H}\hat{L}_z = \hat{L}_z\hat{H} \quad (118.6)$$

(105.1) Hamilton operatorunun ifadəsinə spin dəyişənləri daxil olmadığından, atomdakı elektronların tam spininin kvadratı operatoru  $\hat{S}^2$  və bu tam spinin üstün istiqamət üzrə proyeksiyası operatoru  $\hat{S}_z$  də  $\hat{H}$  operatoru ilə kommutativ olmalıdır:

$$\hat{H}\hat{S}^2 = \hat{S}^2\hat{H}, \quad (118.7)$$

$$\hat{H}\hat{S}_z = \hat{S}_z\hat{H} \quad (118.8)$$

Ona görə də  $S^2$  və  $S_z$  kəmiyyətləri də saxlanır və bu saxlanan kəmiyyətlər, yəni  $\hat{S}^2$  və  $\hat{S}_z$  operatorlarının məxsusi qiymətləri, uyğun olaraq,  $S$  və  $M_S$  kvant ədədləri ilə xarakterizə olunurlar.

Yuxarıda deyilənlərə əsasən belə nəticəyə gəlmək olar ki, mərkəzi sahə yaxınlaşmasında qalığ Kulon qarşılıqlı təsirini də nəzərə aldıqda atomun halı  $L, M_L, S, M_S$  kvant ədədləri ilə xarakterizə olunur. Onda atomun tam dalğa funksiyasını  $\Psi_{M_L M_S}^{LS}$  kimi işarə etmək olar. Yuxarıda deyilənlərə əsasən aydın olur ki, atomun  $\Psi_{M_L M_S}^{LS}$  dalğa funksiyası ümumiyyətlə, (107.40) kimi determinant dalğa funksiyalarının xətti kombinasiyası şəklində göstərilə bilər.

$\hat{H}, \hat{L}^2, \hat{L}_z, \hat{S}^2$  və  $\hat{S}_z$  operatorları bir-biri ilə kommutativ olduğu üçün  $\Psi_{M_L M_S}^{LS}$  dalğa funksiyası bu operatorların hamısının məxsusi funksiyası olmalıdır, yəni aşağıdakı tənliklər ödənməlidir:

$$\hat{H}\Psi_{M_L M_S}^{LS} = E_{LS}\Psi_{M_L M_S}^{LS}, \quad (118.9)$$

$$\hat{L}^2\Psi_{M_L M_S}^{LS} = \hbar^2 L(L+1)\Psi_{M_L M_S}^{LS}, \quad (118.10)$$

$$\hat{L}_z\Psi_{M_L M_S}^{LS} = \hbar M_L\Psi_{M_L M_S}^{LS}, \quad (118.11)$$

$$\hat{S}^2 \Psi_{M_L M_S}^{LS} = \hbar^2 S(S+1) \Psi_{M_L M_S}^{LS}, \quad (118.12)$$

$$\hat{S}_z \Psi_{M_L M_S}^{LS} = \hbar M_S \Psi_{M_L M_S}^{LS}. \quad (118.13)$$

Burada  $L$ -atomun tam orbital momentini,  $M_L$ -bu momentin üstün istiqamət üzrə proyeksiyasını,  $S$ -atomun tam spin momentini,  $M_S$ -bu spin momentinin üstün istiqamət üzrə proyeksiyasını təyin edən kvant ədədləridir.

Qeyd edək ki, atomun tam orbital momenti və tam spin momenti tapıldıqda qapalı təbəqələr üçün bu momentlər sıfıra bərabər götürülməli və yalnız açıq təbəqələrdəki elektronların orbital və spin momentləri toplanmalıdır (bax: Ə119).  $L$  və  $S$  kvant ədədlərinin verilmiş qiymətində  $M_L$  və  $M_S$  kvant ədədləri, uyğun olaraq, aşağıdakı  $2L+1$  və  $2S+1$  sayda qiymətlər alır:

$$M_L = -L, -L+1, \dots, 0, \dots, L-1, L$$

$$M_S = -S, -S+1, \dots, 0, \dots, S-1, S.$$

Elektronlar arasında qalığı qarşılıqlı təsiri nəzərə aldıqda atomun tam elektron enerjisi  $M_L$  və  $M_S$  kvant ədədlərindən asılı olmayıb, yalnız  $L$  və  $S$  kvant ədədlərindən asılı olur:  $E_{LS}$  /bax: (118.9)/. Bu isə o deməkdir ki, atomun bir-birindən  $M_L$  və  $M_S$  kvant ədədləri ilə fərqlənən  $(2L+1)(2S+1)$  sayda hallar çoxluğu tam elektron enerjisinin eyni bir  $E_{LS}$  qiymətinə uyğun gəlir.  $L$  və  $S$  kvant ədədlərinin verilmiş qiymətində eyni bir enerjiyə malik olan bu  $(2L+1)(2S+1)$  sayda hallar çoxluğuna baxılan atomun termi deyilir.

Atomların termləri  $L$  kvant ədədinin aldığı qiymətlərə uyğun olaraq latın əlifbasının baş hərfləri ilə aşağıdakı kimi işarə olunur:

$$L = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 \quad (118.14)$$

$$S, P, D, F, G, H, I, K, L, M, N, O, Q, R, T$$

Burada, əlbəttə, tam spin momentini xarakterizə edən  $S$  kvant ədədi ilə  $L=0$  qiymətinə uyğun olan termin  $S$  işarəsini qarışıq salmaq lazım deyildir.

Atomların termləri ümumi şəkildə  $^{2S+1}L$  kimi işarə edilir. Məsələn,  $^1S$ ,  $^1D$ ,  $^3P$  və s. Termin işarəsində sol tərəfdə yuxarı indeks kimi göstərilən  $\chi=2S+1$  kəmiyyəti bu termin multipletliyi adlanır.  $\chi$ -nın bəzi qiymətlərinə uyğun olaraq multipletliyin adı Ə117-də göstərilmişdir. Termin multipletliyi xarici maqnit sahəsində (məsələn, spin-orbital qarşılıqlı təsiri nəzərə aldıqda) bu termin parçalana biləcəyi alt səviyyələrin (alt termlərin) sayını göstərir. Doğrudan da atomun tam spin maqnit momentinin xarici maqnit sahəsi ilə qarşılıqlı təsirinin enerjisi tam spinin fəzada necə yönəlməsindən asılıdır.  $S$  kvant ədədinin verilmiş qiymətində isə tam spin maqnit momentinin xarici maqnit sahəsində  $2S+1$  sayda müxtəlif cür yönəlməsi mümkündür.

Misal olaraq karbon atomunun əsas halının elektron konfigurasiyasının  $(1s^2 2s^2 2p^2)$  parçalanmasından alınan termlərə baxaq. Atomun tam orbital və tam spin momentinin tapılması qaydasına əsasən (Ə119) müəyyən edilmişdir ki, karbon atomunun əsas halı üçün  $L$  və  $S$  kvant ədədləri  $L=0, 1, 2$  və  $S=0, 1$  qiymətlərini alır. Deməli, bu hala aşağıdakı  $S, P, D$  termləri uyğun gəlməlidir:  $^1S, ^3S, ^1P, ^3P, ^1D, ^3D$ . Lakin məlumdur ki,  $^3S, ^1P$ , və  $^3D$  termləri Pauli prinsipinə görə qadağan olunmuşdur. Beləliklə, elektronlar arasında qalığı qarşılıqlı təsiri nəzərə aldıqda karbon atomunun əsas halının elektron konfigurasiyası  $^1S, ^1D, ^3P$  kimi üç dənə termə parçalanır, yəni bu elektron konfigurasiyasının cırlaşması

(xatırlayaq ki, onun cırlaşma tərтіbi 15-ə bərabərdir) qismən aradan qalxır. Elektron konfigurasiyasından alınmış termlərin hər biri də öz növbəsində  $(2S+1)(2L+1)$  tərтіbdən cırlaşmış olur. Məsələn,  ${}^3P$ ,  ${}^1D$ ,  ${}^1S$  termlərinin cırlaşma tərтіbi uyğun olaraq, aşağıdakı kimidir:

$$f({}^3P)=(2S+1)(2L+1)=3 \cdot 3=9,$$

$$f({}^1D)=(2S+1)(2L+1)=1 \cdot 5=5,$$

$$f({}^1S)=(2S+1)(2L+1)=1 \cdot 1=1.$$

Deməli,  ${}^1S$  term cırlaşmamışdır,  ${}^1D$  və  ${}^3P$  termləri üçün isə cırlaşma tərтіbi, uyğun olaraq, 5 və 9-dur. Fikir versək görərik ki, bu termlərin cırlaşma tərтіblərinin cəmi elektron konfigurasiyasının cırlaşma tərтіbinə bərabərdir.

Termlərin multiplət, yəni  $2S+1$  tərтіbdən cırlaşmasını aradan qaldırmaq üçün atomun tam orbital maqnit momenti ilə tam spin maqnit momenti arasında qarşılıqlı təsiri nəzərə almaq lazımdır. Bu məqsədlə atomun tam mexaniki momenti anlayışından istifadə edilir. Atomun  $\vec{L}$  tam orbital momenti ilə  $\vec{S}$  tam spin momentinin həndəsi cəminə atomun  $\vec{J}$  tam mexaniki momenti deyilir (Ə119):

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}. \quad (118.15)$$

Atomun  $\vec{J}$  tam mexaniki momenti daxili (və ya tam) kvant ədədi  $J$  ilə xarakterizə olunur:

$$|\vec{J}| = \hbar \sqrt{J(J+1)} \quad (118.16)$$

Vektor modelinə görə (Ə115)  $J$  kvant ədədinin mümkün olan qiymətləri

$$|L - S| \leq J \leq L + S \quad (118.17)$$

kimi təyin olunur. Məsələn, karbon atomunun əsas halının elektron konfigurasiyasından alınan termlər üçün  $J$  kvant ədədi aşağıdakı qiymətləri alır:

$${}^3P \quad L=1, \quad S=1; \quad 0 \leq J \leq 2, \quad J=0,1,2;$$

$${}^1D \quad L=2, \quad S=0; \quad 2 \leq J \leq 2, \quad J=2;$$

$${}^1S \quad L=0, \quad S=0; \quad 0 \leq J \leq 0, \quad J=0.$$

Bu, o deməkdir ki, spin-orbital qarşılıqlı təsiri nəzərə aldıqda  ${}^3P$  termi üç dənə alt səviyyəyə parçalanır, yəni bu termin multiplət cırlaşması tam aradan qalxır. Spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində termlərin alt səviyyələrə parçalanması termlərin incə quruluşu adlanır. İncə quruluş səviyyələrini (termlərini) işarə etmək üçün termin  ${}^{2S+1}L$  ümumi işarəsinin sağ tərəfində aşağı indeks kimi  $J$  daxili kvant ədədini yazmaq qəbul olunmuşdur.  ${}^{2S+1}L_J$ , məsələn, karbon atomunun əsas halının incə quruluş termləri  ${}^3P_0, {}^3P_1, {}^3P_2, {}^1D_2, {}^1S_0$  kimi işarə olunur.

Qeyd edək ki, atomun  $\vec{J}$  tam mexaniki momenti fəzada  $M_J$  kvant ədədi ilə xarakterizə edilən  $2J+1$  sayda müxtəlif istiqamətlərdə yönələ bilər. Burada  $J$  daxili (tam) kvant ədədi,  $M_J$  isə  $\vec{J}$  tam momentin üstün istiqamət üzrə  $J_z$  proyeksiyasını təyin edən maqnit kvant ədədidir.  $J$  kvant ədədinin verilmiş qiymətində  $M_J$  kvant ədədi aşağıdakı kimi  $2J+1$  sayda qiymət alır:

$$M_J = -J, -J+1, \dots, 0, \dots, J-1, J \quad (118.17)$$

Bu isə o deməkdir ki, spin-orbital qarşılıqlı təsirin nəzərə alınması nəticəsində termlərin cırılması tamamilə aradan qalxmır və  $M_J$  kvant ədədinə görə cırılma qalır. Məsələn, karbon atomunun əsas halından alınan  $^3P_2$  termi üçün  $M_J$  kvant ədədinə görə cırılma tərtibi 5 ( $M_J=-2,-1,0,1,2$ ),  $^3P_1$  termi üçün 3,  $^3P_0$  termi üçün 1,  $^1D_2$  termi üçün 5 və  $^1S_0$  termi üçün isə 1-dir. Bu cırılma tərtiblərinin cəmi isə 15-ə, yəni karbon atomunun əsas halının elektron konfigurasiyasının cırılma tərtibinə bərabərdir.

Qeyd edək ki, termlərin  $M_J$  kvant ədədinə görə cırılması nüvənin maqnit sahəsinin (əgər o, sıfırdan fərqlidirsə) və ya xarici maqnit sahəsinin təsiri nəticəsində tamamilə aradan qalxa bilər. Yəni xarici maqnit sahəsinin təsiri nəticəsində  $^{2S+1}L_J$  termi  $2J+1$  sayda alt səviyyəyə parçalanır ki, bu da termlərin ifrat incə quruluşu adlanır.

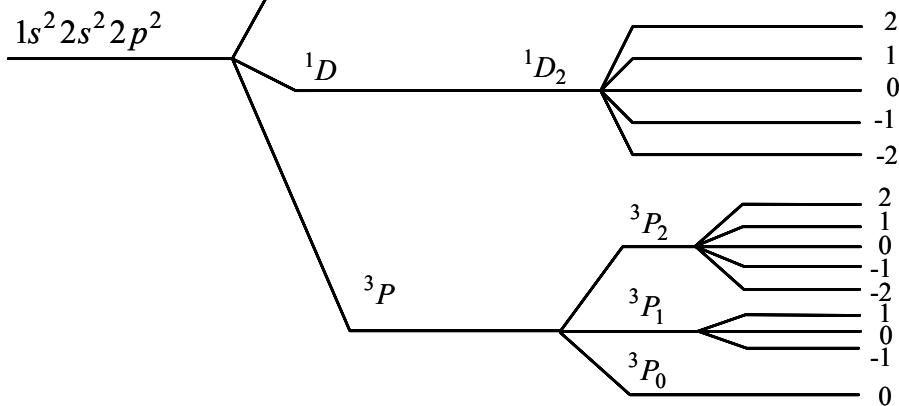
Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, mərkəzi sahə yaxınlaşmasında atomun elektron konfigurasiyası, qalıq qarşılıqlı təsirin nəzərə alınması nəticəsində atomun termləri, spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində termlərin incə quruluşu və nəhayət, xarici maqnit sahəsinin təsiri nəticəsində termlərin ifrat incə quruluşu alınır. Bu mənzərə sxematik olaraq 118.1 şəklində göstərilmişdir.

Elektron konfigurasiyasının parçalanmasından alınan termlərin yerləşməsi ardıcılığı aşağıda göstərilən Hund qaydaları ilə müəyyən edilir:

1. Atomun elektron konfigurasiyasının parçalanmasından alınan termlər içərisində multipletliyi böyük olan term daha kiçik enerjiyə malikdir.
2. Multipletliyi eyni olan iki termdən  $L$  kvant ədədinin böyük qiymətinə uyğun olan term daha kiçik enerjiyə malikdir.
3. Əgər atomun baxılan açıq elektron təbəqəsi yarıdan az dolmuşdursa,  $J$  kvant ədədinin kiçik qiymətinə, yarıdan çox dolmuşdursa,  $J$  kvant ədədinin böyük qiymətinə uyğun olan term daha kiçik enerjiyə malikdir.

118.1 şəklində karbon atomunun əsas halının elektron konfigurasiyasından alınan termlərin yerləşməsi ardıcılığı, Hund qaydalarına müvafiq surətdə, sxematik olaraq göstərilmişdir.

Atomun verilmiş elektron konfigurasiyası üçün bir neçə term ola bilər. Bu termlərin enerjiyə görə yerləşməsi ardıcılığı Hundun təcrübi faktlar əsasında tapdığı və yuxarıda göstərilən qaydalara əsasən müəyyən olunur. Atomun minimal enerjiyə uyğun olan termi onun baxılan elektron konfigurasiyasının əsas termi adlanır. Bir çox hallarda atomun verilmiş elektron konfigurasiyasının heç də bütün termlərini deyil, yalnız əsas termini bilmək lazım gəlir. Atomun əsas termini tapmaq üçün aşağıdakı qaydalardan istifadə etmək lazımdır.



1. Atomun açıq təbəqələrinin elektron konfigurasiyası yazılır.
2. Elektronlar uyğun xanələrdə elə yerləşdirilir ki, Hundun birinci və ikinci qaydalarına uyğun olaraq  $S$  və  $L$  kvant ədədləri üçün maksimal qiymətlər alınsın, yəni elə konfigurasiya tərtib edilir ki, cütləşməmiş spinə və  $m_l$  kvant ədədinin maksimal qiymətlərinə malik elektronların sayı maksimum olsun.
3. Cütləşməmiş spinə malik elektronlar üçün  $m_l$  kvant ədədlərini toplayaraq,  $M_L$  kvant ədədi tapılır.  $M_L$  kvant ədədinin qiymətinə əsasən  $L$  kvant ədədi (termin işarəsi) müəyyən edilir.
4. Cütləşməmiş spinə malik elektronların sayına əsasən  $S$  kvant ədədi və deməli, termin  $\chi=2S+1$  multipletliyi təyin olunur.
5. Hundun üçüncü qaydasına uyğun olaraq  $J$  kvant ədədi tapılır.

Bu qaydalardan istifadə edilməsinə aid bir neçə misala baxaq.

1. Karbon atomunun əsas halı

1.  $2p^2$

2.  $m_l$ 

1	0	-1
↑	↑	

3.  $M_L=1$ ,  $L=1$ ;  $P$ -term;

4.  $S=1$ , deməli, multipletik  $\chi=2S+1=3$ ;

5.  $|L-S| \leq J \leq L+S$ , yəni  $0 \leq J \leq 2$ .

Deməli,  $J$  kvant ədədinin mümkün olan qiymətləri  $J=0,1,2$  olur. Təbəqə yarıdan az dolduğu üçün  $J$  kvant ədədinin ən kiçik qiyməti, yəni  $J=0$  götürülməlidir. Beləliklə, karbon atomunun əsas halının elektron konfigurasiyasının əsas termi  $^3P_0$  olmalıdır (bax: şəkil 118.1).

2. Oksigen atomunun əsas halı

1.  $2p^4$

2.  $m_l$ 

1	0	-1
↑↓	↑	↑

3.  $M_L=-1$  olduğundan  $L=1$ ;  $P$ -term alınır;

4.  $S=1$ , deməli, multipletik  $\chi=2S+1=3$ ;

5.  $0 \leq J \leq 2$ , yəni  $J$  kvant ədədinin mümkün olan qiymətləri  $J=0,1,2$  olur. Baxılan halda açıq təbəqə yarıdan çox dolduğu üçün  $J$  kvant ədədinin ən böyük qiyməti, yəni  $J=2$  götürülməlidir. Deməli, oksigen atomunun əsas halının elektron konfigurasiyasının əsas termi  $^3P_2$  olmalıdır.

3. Xrom atomunun əsas halı

1.  $3d^5 4s^1$

2.  $m_l$ 

2	1	0	-1	-2	0
↑	↑	↑	↑	↑	↑
$3d$			$4s$		

3.  $M_L=0$ , deməli  $L=0$ ;  $S$ -term alınır;

4.  $S=3$  olduğundan multipletik  $\chi=2S+1=7$  olur.

5.  $J$  üçün yalnız bir dənə  $J=3$  qiyməti alınır. Beləliklə, xrom atomunun əsas halının termi  $^7S_3$  olur.

109.4 cədvəlində dövrü sistemdəki hər bir elementin atomunun əsas halının elektron konfigurasiyasının əsas termi göstərilmişdir.

## Ə119. Atomun tam mexaniki və tam maqnit momentləri

Mərkəzi sahə yaxınlaşmasından kənara çıxaraq atomda elektronlar arasında qalıq qarşılıqlı təsiri, spin-orbital qarşılıqlı təsiri və nüvənin maqnit sahəsinin (və ya xarici maqnit sahəsinin) təsirini nəzərə aldıqda atomun bütövlükdə halını xarakterizə etmək üçün atomun tam orbital mexaniki, tam spin, tam orbital maqnit və tam spin maqnit momentlərindən istifadə olunur. Bu məsələ Ə118-də öləri qeyd olunmuşdur. Bu paraqrafda isə yuxarıda qeyd olunan tam momentlərin tapılması qaydaları şərh olunur.

Atomda elektronlar arasında Kulon qarşılıqlı təsiri tam nəzərə alındıqda, yəni atom üçün Şredinger tənliyi (105.1) Hamilton operatoru ilə yazıldıqda ayrı-ayrı elektronların orbital mexaniki momentləri saxlanmadığı üçün öz mənasını itirir. Bu halda elektronların orbital mexaniki momentlərinin vektor diaqramı (Ə115) metodu ilə toplanmasından alınan yekun mexaniki moment, yəni atomun tam orbital mexaniki momenti real mənə kəsb edir. Bu, Ernfestin təklif etdiyi "adiabatik qanun"a uyğun gəlir. Həmin qanuna görə rabitə şərtlərinin sonsuz kiçik virtual (mümkün olan) dəyişməsi zamanı sistemin kvant ədədləri dəyişmir. Bu zaman həm də termlərin sayı da dəyişmir. Bu qanundan belə görünür ki, əgər xəyalən fərz etsək ki, elektronlar və deməli, momentlər arasındakı qarşılıqlı təsir tədricən azalaraq nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik olsa, onda biz belə bir limit halına gəlirik ki,  $\vec{L}$  yekun momentin toplananları həqiqətən də ayrı-ayrı elektronların  $\vec{l}$  momentləridir. Ona görə də sistemdə bir-biri ilə nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik qarşılıqlı təsirdə (rabitədə) olan bir neçə elektron varsa, hər bir elektronun müəyyən  $\vec{l}$  orbital mexaniki momentə malik olduğunu qəbul etmək olar (məsələn, mərkəzi sahə yaxınlaşmasında və ya sərbəst elektronlar modelində olduğu kimi). Real atomda isə ayrı-ayrı elektronların  $\vec{l}$  orbital mexaniki momentləri sözün ciddi mənasında saxlanmır (məsələn, modul saxlansa da, istiqamət sabit qalmır).

Atomda ayrı-ayrı elektronların orbital mexaniki momentlərinin vektor diaqramına görə toplanması zamanı kvant mexanikası təsəvvürlərinə uyğun olan belə bir məhduddiyyətə hökmən əməl olunmalıdır ki, yekun orbital mexaniki momenti xarakterizə edən kvant ədədi, sıfır da daxil olmaqla müsbət tam qiymətlər olmalıdır. Bundan başqa, atomdakı bütün elektronların orbital mexaniki momentlərinin vektorial toplanması zamanı belə bir mühüm sadələşdirici amil nəzərə alınmalıdır ki,  $s^2, p^6, d^{10}, f^{14}$  və s. qapalı təbəqələr üçün tam orbital mexaniki moment sıfır bərabər olmalıdır. Onda atomun tam orbital mexaniki momentlərinin tapılması, faktik olaraq, yalnız açıq təbəqələrdəki elektronların orbital mexaniki momentlərinin toplanması məsələsinə gətirilir:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^k \vec{l}_i. \quad (119.1)$$

Burada  $\vec{L}$  –atomun tam orbital mexaniki momenti,  $\vec{l}_i$  açıq təbəqələrdəki  $i$ -ci elektronun orbital momenti,  $k$  –açıq təbəqələrdəki elektronların sayıdır. Əgər atomda açıq təbəqədə yerləşmiş bir dənə elektron varsa, onda aydındır ki, atomun  $\vec{L}$  tam orbital mexaniki momenti bu elektronun  $\vec{l}$  momenti ilə eyni,  $L$  kvant ədədi isə  $l$  kvant ədədinə bərabər olacaqdır (məsələn, hidrogenəbənzər atomlar, qələvi metal atomları). Atomun açıq təbəqələrində kvant ədədləri  $l_1$  və  $l_2$  olan iki elektron olduqda  $L$  kvant ədədinin mümkün

olan qiymətləri, (115.10) düsturuna uyğun olaraq, aşağıdakı kimidir:

$$L=l_1+l_2, l_1+l_2-1, l_1+l_2-2, \dots, |l_1-l_2|, \quad (119.2)$$

yəni  $l_1 > l_2$  olduqda  $2l_2+1$  sayda  $l_2 > l_1$  olduqda isə  $2l_1+1$  sayda qiymətlər alınır. Məsələn, karbon atomunun əsas halının elektron konfigurasiyasında ( $1s^2 2s^2 2p^2$ )  $2p^2$  açıq təbəqəsində iki dənə elektron vardır və onlar üçün orbital kvant ədədləri  $l_1=1, l_2=1$ -dir. Onda (119.2)-yə əsasən  $L=2, 1, 0$  qiymətləri mümkündür.

Əgər açıq təbəqələrdə üç dənə elektron yerləşmişdirsə və onların hər biri üçün  $l$  orbital kvant ədədi sıfırdan fərqlidirsə, onda momentləri aşağıdakı kimi toplamaq olar (Ə115). Əvvəlcə iki elektron üçün  $\vec{l}$  momentləri toplanaraq  $\vec{L}_1$  momenti ( $\vec{L}_1 = \vec{l}_1 + \vec{l}_2$ ), yəni  $L_1$  kvant ədədinin mümkün olan qiymətləri tapılır; sonra isə  $\vec{L}_1$  momenti üçüncü elektronun  $\vec{l}_3$  momenti ilə toplanaraq yekun  $\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{l}_3$  momenti, yəni  $L$  kvant ədədinin mümkün olan qiymətləri tapılır. Ümumiyyətlə isə, atomda iki və daha çox açıq təbəqə varsa, əvvəlcə hər bir açıq təbəqə üçün ayrılıqda yekun orbital mexaniki moment tapılır və sonra bu yekun orbital moment vektorları öz aralarında ardıcıl olaraq toplanır. Məsələn,  $\vec{L}_1$  və  $\vec{L}_2$  iki müxtəlif açıq təbəqənin yekun orbital momentləri,  $L_1$  və  $L_2$  həmin moment vektorlarının uzunluğudursa, onda  $\vec{L}$  momentinin uzunluğu (115.10) düsturuna əsasən yalnız aşağıdakı qiymətləri ala bilər:

$$L=L_1+L_2, L_1+L_2-1, \dots, |L_1-L_2|. \quad (119.3)$$

Belə bir misala baxaq. Fərz edək ki, karbon atomunda 6 elektron  $1s^2 2s^1 2p^3$  konfigurasiyasına uyğun olaraq yerləşmişdir. Burada  $1s^2$  təbəqəsi qapalıdır və onun üçün yekun orbital moment sıfıra bərabər götürülməlidir:  $L_1=0$ .  $2s^1$  açıq təbəqəsi üçün  $L_2=l_2=0$  olar.  $2p^3$  təbəqəsində 3 elektron vardır və həmin elektronlar üçün orbital kvant ədədləri  $l_3=1, l_4=1$  və  $l_5=1$ -dir. (115.10) və (119.2) düsturlarına görə bu elektronlardan ikisinin ( $l_3=1, l_4=1$ ) yekun momentinin mümkün qiymətləri  $2, 1, 0$  olar. Bu momentləri üçüncü elektronun  $l_5=1$  momenti ilə toplayaraq  $2p^3$  təbəqəsindəki elektronların yekun momentinin mümkün olan qiymətləri üçün  $L_3=3, 2, 1, 0$  alırıq.  $L_2=0$  olduğundan karbon atomunun  $1s^2 2s^1 2p^3$  elektron konfigurasiyası üçün tam orbital momentin mümkün olan qiymətləri (119.3)-ə əsasən  $L=3, 2, 1, 0$  olar.

Atomda bir neçə elektron olduqda atomun tam spin mexaniki momentini tapmaq üçün ayrı-ayrı elektronların spinləri vektor diaqramı (Ə115) qaydalarına əsasən toplanır. Bu zaman atomun tam spin momentini xarakterizə edən  $S$  kvant ədədi yalnız müəyyən diskret qiymətlər ala bilər. Tam spini taparkən də nəzərə almaq lazımdır ki,  $s^2, p^6, d^{10}, f^{14}$  qapalı təbəqələri üçün tam spin  $S=0$  götürülməlidir. Ona görə də atomun tam spini faktik olaraq açıq təbəqələrdə yerləşən elektronların spinlərinin cəminə bərabər olur. Hər bir elektron üçün spin  $s=1/2$  olduğundan açıq təbəqələrdə yerləşən  $N$  sayda elektronun tam spini (deməli, atomun tam spini) yalnız aşağıdakı qiymətləri almalıdır:

$$S = \frac{N}{2}, \frac{N}{2} - 1, \frac{N}{2} - 2, \dots, \frac{1}{2} \text{ və ya } 0. \quad (119.4)$$

Açıq təbəqələrdəki elektronların  $N$  sayı cüt ədəddirsə,  $S$ -tam qiymətlər, tək ədəddirsə – yarımam qiymətlər alır. Məhz buna görə də (119.4)-də  $S$ -in ən kiçik  $S=1/2$  qiyməti  $N$  tək,  $S=0$  qiyməti isə  $N$  cüt ədəd olduqda alınır. Məsələn, açıq təbəqələrdə bir elektron olduqda  $S=1/2$ ; iki elektron olduqda  $S=1, 0$ ; üç elektron olduqda  $S=3/2, 1/2$  və s. olur.

Atomdakı elektronların  $\vec{l}_i$  orbital mexaniki momentlərinin və  $\vec{s}_i$  spin momentlərinin həndəsi cəminə atomun  $\vec{J}$  tam mexaniki momenti deyilir. Belə cəmləmə zamanı, yuxarıda deyilənlərə əsasən, nəzərə almaq lazımdır ki, qapalı təbəqələr ( $s^2, p^6, d^{10}, f^{14}$ ) üçün yekun orbital moment və spin momenti sıfıra bərabər götürülməlidir. Ona görə də belə demək olar ki, atomun  $\vec{J}$  tam mexaniki momentini tapmaq üçün yalnız açıq təbəqələrdə yerləşən  $k$  sayda elektronların  $\vec{l}_i$  və  $\vec{s}_i$  momentlərini cəmləmək lazımdır.

$$\vec{J} = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \dots + \vec{l}_k + \vec{s}_1 + \vec{s}_2 + \dots + \vec{s}_k. \quad (119.5)$$

Əgər elektronlar öz aralarında qarşılıqlı təsirdə olmasa, həm də hər bir elektronun spini və orbital momenti arasında qarşılıqlı təsir (spin-orbital qarşılıqlı təsiri) baş verməsə, onda atomun baxılan elektron konfigurasiyasına bir dənə enerji səviyyəsi uyğun gəlir (Ə118). Elektronların bir-biri ilə Kulon qarşılıqlı təsiri və həm də hər bir elektron üçün spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində baxılan elektron konfigurasiyasına müəyyən enerji səviyyələri toplusu uyğun gəlir. Atomların spektrlərinin sistemləşdirilməsi üçün isə bu enerji səviyyələrinin sayını, onların hansı kvant ədədləri ilə xarakterizə olunduğundan və necə yerləşdiklərini bilmək mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

Enerji səviyyələrinin sayını və bu səviyyələri xarakterizə edən kvant ədədlərini müəyyən etmək üçün momentlərin toplanmasının kvant mexaniki vektor modelindən (Ə115) istifadə etmək olar. Açıq təbəqələrdə bir dənə elektron olan halda atomun  $\vec{J}$  tam momenti bir dənə elektronun  $\vec{j}$  tam momentinə, yəni elektronun  $\vec{l}$  və  $\vec{s}$  momentlərinin həndəsi cəminə bərabərdir. Lakin açıq təbəqələrdəki elektronların sayı iki və daha çox olduqda momentlərin toplanması müxtəlif cür həyata keçirilə bilər. Məsələn, açıq təbəqələrdə iki elektron olduqda atomun  $\vec{J}$  tam momentini tapmaq üçün bu elektronların  $\vec{l}$  və  $\vec{s}$  momentləri iki sxem üzrə toplanma bilər:

$$1) \vec{L} = \vec{l}_1 + \vec{l}_2, \vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2, \vec{J} = \vec{L} + \vec{S}; \quad (119.6)$$

$$2) \vec{j}_1 = \vec{l}_1 + \vec{s}_1, \vec{j}_2 = \vec{l}_2 + \vec{s}_2, \vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2. \quad (119.7)$$

Elektronların sayı artdıqca momentlərin toplanması üçün mümkün olan sxemlərin sayı da artır.

Əgər baxılan elektron konfigurasiyasına uyğun gələn enerji səviyyələrinin yalnız sayını və atomun  $\vec{J}$  tam mexaniki momentini təyin edən  $J$  kvant ədədinin qiymətlərini təyin etmək lazımdırsa, onda momentlərin hansı sxem (qayda) üzrə toplanmasının heç bir fərqi yoxdur; toplama üsulundan asılı olmayaraq, eyni bir nəticə alınacaqdır. Lakin enerji səviyyələrinin yerləşməsi müxtəlif toplama sxemləri üçün müxtəlif ola bilər. Belə ki, enerji səviyyələrinin yerləşməsi ardıcılığı elektronlar arasında hansı qarşılıqlı təsirin böyük, hansı qarşılıqlı təsirin isə kiçik olmasından asılıdır. Enerji səviyyələrinin  $J$  kvant ədədi ilə yanaşı digər kvant ədədləri ilə də xarakterizə olunmasının mümkünlüyü də qarşılıqlı təsirin böyük və ya kiçik olmasından asılıdır. Ona görə də atomda müxtəlif qarşılıqlı təsirlərin hansı nisbətdə olmasına uyğun olaraq momentlərin toplanması qaydası (sxemi) seçilməlidir. Momentlərin toplanması sxeminin seçilməsindən asılı olaraq müxtəlif rəbitə (əlaqə) növləri alınır.

Atomda momentlərin toplanması üçün ən mühüm və geniş yayılmış üsul normal əlaqəyə və ya Rassel-Saunders əlaqəsinə əsaslanmışdır. Bu əlaqəni 1925-ci ildə Amerika



astrofizikləri Rassel və Saunders təklif etmişlər. Bu əlaqədən elektronlar arasında Kulon itələmə qarşılıqlı təsiri spin-orbital qarşılıqlı təsirdən böyük olduqda istifadə edilir. Spin-orbital qarşılıqlı təsir isə, bir qayda olaraq, yüngül və çox da ağır olmayan atomlarda Kulon qarşılıqlı təsirindən kiçik olur. Deməli, Rassel-Saunders əlaqəsi yüngül və çox da ağır olmayan atomlar üçün ( $z \leq 30$ ) tətbiq oluna bilər.

Rassel-Saunders əlaqəsi və ya normal əlaqə ondan ibarətdir ki, atomda açıq elektron təbəqəsindəki elektronların ayrılıqda orbital mexaniki və spin momentləri vektorial toplama qaydalarına əsasən cəmlənir və atomun  $\vec{L}$  tam orbital mexaniki və  $\vec{S}$  tam spin momentini tapılır; sonra isə  $\vec{L}$  və  $\vec{S}$  vektorları cəmlənərək  $\vec{J}$  tam mexaniki moment tapılır. Ona görə də Rassel-Saunders əlaqəsi  $\vec{L}$  və  $\vec{S}$ -in toplanmasına uyğun olaraq çox zaman  $(L, S)$  əlaqəsi də adlanır.

Beləliklə,  $(L, S)$  əlaqəyə görə momentlərin toplanması aşağıdakı sxem üzrə aparılır:

$$\vec{L} = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \dots + \vec{l}_k = \sum_{i=1}^k \vec{l}_i, \quad (119.8)$$

$$\vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2 + \dots + \vec{s}_k = \sum_{i=1}^k \vec{s}_i, \quad (119.9)$$

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}. \quad (119.10)$$

Burada  $k$ -açıq təbəqələrdəki elektronların sayıdır. Atomun elektron halları  $\vec{L}$  və  $\vec{S}$  tam momentləri ilə, həm də  $\vec{J}$  tam momentini ilə xarakterizə olunur. Aydındır ki,  $\vec{J}$  tam mexaniki moment  $\vec{L}$  və  $\vec{S}$  vektorlarının istiqamətləri arasındakı bucaqdan asılıdır.

Kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsasən  $\vec{J}$ ,  $\vec{L}$  və  $\vec{S}$  vektorlarına onların uyğunluğunun kvadratını aşağıdakı düsturlarla təyin edən  $J$ ,  $L$  və  $S$  kvant ədədləri uyğun gəlir (E84):

$$|\vec{J}|^2 = \hbar^2 J(J+1), \quad |\vec{L}|^2 = \hbar^2 L(L+1), \quad |\vec{S}|^2 = \hbar^2 S(S+1) \quad (119.11)$$

Vektorial toplama qaydasına görə (E115),  $L$  və  $S$  kvant ədədlərinin verilmiş qiymətində  $J$  kvant ədədi aşağıdakı qiymətləri ala bilər:

$$J = L+S, L+S-1, L+S-2, \dots, |L-S| \quad (119.12)$$

Aydındır ki, atomun dolmamış təbəqələrindəki elektronların sayı cüt ədəddirsə,  $S$  və  $J$  kvant ədədləri tam, tək ədəddirsə – yarımtam qiymətlər alır.  $L$  kvant ədədi həmişə tam qiymətlər alır. Həmişə olduğu kimi,  $J$ ,  $L$ ,  $S$  kvant ədədləri, uyğun olaraq,  $\vec{J}$ ,  $\vec{L}$ ,  $\vec{S}$  vektorlarının seçilmiş (üstün) istiqamət üzrə proyeksiyalarının ala bildiyi ən böyük qiymətə bərabərdir. Bu proyeksiyalar, uyğun olaraq,  $M_J$ ,  $M_L$ ,  $M_S$  maqnit kvant ədədləri ilə aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$J_z = \hbar M_J, \quad L_z = \hbar M_L, \quad S_z = \hbar M_S. \quad (119.13)$$

$J$ ,  $L$ ,  $S$  kvant ədədlərinin verilmiş qiymətində  $M_J$ ,  $M_L$ ,  $M_S$  kvant ədədləri aşağıdakı qiymətləri ala bilər:

$$M_J = -J, -J+1, \dots, J-1, J; \quad (119.14)$$

$$M_L = -L, -L+1, \dots, L-1, L; \quad (119.15)$$

$$M_S = -S, -S+1, \dots, S-1, S \quad (119.16)$$

Bir daha qeyd edək ki,  $\vec{L}$ ,  $\vec{S}$  və  $\vec{J}$  vektorlarını taparkən atomda yalnız açıq təbəqələrdəki elektronların  $\vec{l}$  orbital və  $\vec{s}$  spin momentlərini toplamaqla kifayətlənmək olar. Çünki dolmuş təbəqələr üçün yekun orbital və yekun spin momenti və deməli, yekun tam mexaniki moment sifra bərabər götürülməlidir.

Atomda elektronlar nüvənin yaratdığı sferik-simmetrik (mərkəzi) elektrik sahəsinin təsirinə məruz qalırlar. Bunun da sayəsində  $\vec{J}$  tam mexaniki moment vektoru saxlanır. Lakin  $\vec{L}$  və  $\vec{S}$  vektorlarının hər biri ayrılıqda saxlanmır və spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində dəyişir. Ancaq bu zaman  $\vec{L}$  və  $\vec{S}$  vektorlarının uzunluğu və deməli,  $L$  və  $S$  kvant ədədləri praktik olaraq dəyişmir. Bundan başqa,  $\vec{L}$  və  $\vec{S}$  vektorlarının hər birinin  $\vec{J}$  vektorunun istiqaməti üzrə proyeksiyası da saxlanır. Məhz buna görə də  $\vec{L}$  və  $\vec{S}$  vektorlarının istiqamətinin zaman keçdikcə dəyişməsi mənzərəsini əyani şəkildə bu vektorların  $\vec{J}$  vektorunun dəyişməz istiqaməti ətrafında eyni bucaq sürətilə fırlanması (presessiyası) kimi təsəvvür etmək olar (şəkil 116.2).  $\vec{L}$ ,  $\vec{S}$  və  $\vec{J}$  vektorlarının həmişə eyni bir müstəvi üzərində yerləşməsi üçün  $\vec{L}$  və  $\vec{S}$  vektorlarının presessiyası eyni bucaq sürəti ilə baş verməlidir. Bu zaman nəzərə almaq lazımdır ki,  $\vec{L}$  və  $\vec{S}$  vektorlarının  $\vec{J}$  vektorunun istiqaməti üzrə proyeksiyası, (119.13)-ə uyğun olaraq, yalnız kvantlanmış  $\hbar M_L$  və  $\hbar M_S$  qiymətləri ala bilər. Burada  $M_L$  və  $M_S$  kvant ədədləri (119.15) və (119.16) ilə təyin olunan qiymətlər alır. Deməli,  $\vec{L}$  və  $\vec{S}$  vektorlarının fəzada istiqaməti mexaniki qiroskopdan fərqli olaraq kəsilməz deyil, diskret dəyişir, yəni kvantlanır.

Ə118-də göstəriləndiyi kimi, atomların termləri, yəni atomun bütövlükdə elektron halları  $L$ ,  $S$  və  $J$  kvant ədədləri ilə  $^{2S+1}L_J$  kimi işarə edilir və özü də bu zaman  $L$  kvant ədədinin əvəzinə (118.14) işarələməsinə uyğun olaraq latın əlifbasının böyük hərfləri yazılır. Burada  $\chi=2S+1$  ədədi termin (enerji səviyyəsinin) multipletliyi adlanır. Qeyd etdiyimiz kimi, multipletlik təkcə spini deyil, həm də spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində baxılan enerji səviyyəsinin parçalanma biləcəyi alt səviyyələrin sayını da tapmağa imkan verir. Burada bir məsələni qeyd edək ki,  $2S+1$  ədədi  $S \leq L$  olduqda parçalanmış səviyyədəki komponentlərin sayını təyin edir. Əks halda, yəni  $S \geq L$  olduqda isə bu alt səviyyələrin sayı  $\vec{L}$  vektorunun daha uzun olan  $\vec{S}$  vektoru üzrə mümkün olan proyeksiyalarının  $2L+1$  sayına bərabər olmalıdır. Lakin bu halda da, sırf formal olaraq, yenə də  $2S+1$  ədədi termin multipletliyi adlanır.

Belə bir misala baxaq. Fərz edək ki, atomun açıq elektron təbəqələrində iki elektron vardır. Burada iki hal mümkündür:

- 1) həmin elektronların spinləri antiparaleldir və  $S=0$ ;
- 2) elektronların spinləri bir-birinə paraleldir və  $S=1$ .

Birinci halda  $J=L$ ,  $2S+1=1$ , yəni bütün termlər sinqletdir.  $L$  kvant ədədinin müxtəlif qiymətlərinə uyğun olaraq aşağıdakı termlər alınır:

$L=J$	0	1	2	3	4	5	6
Term	$^1S_0$	$^1P_1$	$^1D_2$	$^1F_3$	$^1G_4$	$^1H_5$	$^1I_6$

İkinci halda  $2S+1=3$ , yəni bütün termlər triplet olmalıdır. Lakin burada  $S$  termlər müstəsnaqlıq təşkil edir və onlar sinqlet olmalıdır (çünki  $S$  termlər üçün  $L=0 < S=1$  olduğundan multipletlik  $2L+1=1$  olur). Bu halda  $J$  kvant ədədi (119.12)-yə əsasən

$J=L+1, L, |L-1|$  kimi üç qiymət ala bilər. Buna müvafiq olaraq aşağıdakı cədvəli yazı bilirik:

$L$	0		1			2			3			4		
$J$	0	1	0	1	2	1	2	3	2	3	4	3	4	5
Term	$^3S_0$	$^3S_1$	$^3P_0$	$^3P_1$	$^3P_2$	$^3D_1$	$^3D_2$	$^3D_3$	$^3F_2$	$^3F_3$	$^3F_4$	$^3G_3$	$^3G_4$	$^3G_5$

Qeyd edək ki,  $J, L, S$  kvant ədədləri atomun elektron hallarını heç də tam xarakterizə etmir. Spektroskopiyada atomun elektron hallarını daha tam (dolğun) xarakterizə etmək üçün adətən açıq elektron təbəqələrinin elektron konfigurasiyası, yəni  $s, p, d, f$  hallarına yerləşən elektronların sayı da göstərilir.

Atomun açıq təbəqələrində yerləşmiş ekvivalent elektronlar, yəni  $n$  baş və  $l$  orbital kvant ədədləri eyni olan elektronlar üçün momentlərin vektorial toplanması qaydasının tətbiq edilməsi Pauli prinsipinə görə mümkün olmur. Belə ki, vektorial toplama qaydasına əsasən alınmış termlərin heç də hamısı Pauli prinsipinə tabe olmur, yəni bu termlərin bəziləri Pauli prinsipinə görə qadağan olunur. Ona görə də açıq təbəqələrində ekvivalent elektronlar olan atomların verilmiş elektron konfigurasiyasının mümkün olan bütün termlərini momentlərin vektorial toplanması qaydasına əsasən deyil, digər üsulla, məsələn, Pauli prinsipini asanlıqla nəzərə almağa imkan verən proyeksiyaların toplanması üsulu ilə tapmaq lazımdır.

Atomun verilmiş elektron konfigurasiyasında açıq təbəqələrdə iki və daha çox ekvivalent elektronlar, yəni  $n$  və  $l$  kvant ədədləri eyni olan elektronlar ( $np^k, nd^k, nf^k$ ) varsa, onda bu konfigurasiyanın mümkün olan termlərinin tapılması mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Çünki  $p-, d-, f-$ təbəqələri dolmaqda davam edən bütün atomların əsas halının elektron konfigurasiyasında bu cür açıq təbəqələr vardır. Buna ilk nümunə kimi karbon atomunun əsas halının  $1s^2 2s^2 2p^2$  elektron konfigurasiyasını göstərmək olar. Atomların həyəcanlanmış hallarında da açıq təbəqələrdə ekvivalent elektronlar ola bilər. Məsələn, karbon atomunun birinci həyəcanlanmış halında ( $1s^2 2s^1 2p^3$ )  $2p$ -təbəqəsində üç dəne ekvivalent elektron vardır. Dolmuş təbəqələr üçün tam momentlər sıfıra bərabər olduğundan burada yalnız açıq təbəqələrdən bəhs edilir.

Qeyd edildiyi kimi, ekvivalent elektronlar üçün momentlərin vektorial toplanması qaydası ona görə tətbiq edilə bilmir ki, bu qayda ilə tapılmış termlərin heç də hamısı Pauli prinsipinə tabe olmur. Ona görə də ekvivalent elektronlar daxil olan elektron konfigurasiyası üçün vektor modelinə görə tapılmış termlərin sayı Pauli prinsipinə görə mümkün olan (qadağan olunmamış) termlərin sayından çox olur. Məsələn, vektor modelinə görə  $p^1 p^1$  kimi baxılaraq  $p^2$  konfigurasiyası üçün tapılmış  $^1S, ^1P, ^1D, ^3S, ^3P, ^3D$  ( $^1SPD, ^3SPD$ ) kimi altı termdən yalnız 3 dəne  $^1SD^3P$  (bax: E118);  $d^2$  konfigurasiyası üçün tapılmış  $^1SPDFG, ^3SPDFG$  kimi 10 termdən yalnız 5 dəne  $^1SDG, ^3PF, ^3F$  konfigurasiyası üçün tapılmış 14 sayda  $^1SPDFGHI, ^3SPDFGHI$  kimi termdən yalnız 7 dəne  $^1SDGI, ^3PFH$  termləri Pauli prinsipinə tabe olur. Başqa sözlə,  $L$  kvant ədədinin cüt qiymətlərinə uyğun sinqlet, tək qiymətlərinə uyğun triplet termlər qalır.

$l$  kvant ədədinin verilmiş qiymətinə uyğun olan  $p-, d-, f-$  ekvivalent elektronlardan ibarət bütün konfigurasiyalar üçün Pauli prinsipinə görə mümkün olan bütün termlər 119.1 cədvəlində göstərilmişdir. Müəyyən edilmişdir ki, verilmiş təbəqənin tam dolması üçün çatmayan elektronların sayı qədər elektronu olan təbəqə üçün də eyni termlər alınır. Başqa sözlə, bir-birini tamamlayan iki təbəqə, yəni birində  $k$  sayda elektron, digərində isə

$k$  sayda boş yer və ya  $k'=2(2l+1)-k$  sayda elektron olan iki təbəqə üçün termlər eyni olur. Məsələn,  $p$  elektronlar üçün  $2(2l+1)=6$  olduğundan,  $p^1$  və  $p^5$ ,  $p^2$  və  $p^4$  konfigurasiyalarına eyni termlər uyğun gəlir. Tam dolmaqdan ötrü bir dənə elektron çatmayan  $p$ -,  $d$ -,  $f$ -təbəqələr üçün də həmin təbəqələrdə bir elektron olduqda alınan  ${}^2P, {}^2D, {}^2F$  termləri alınır. 119.1 cədvəlində göstərilən hər bir termlər çoxluğu, yarımdolmuş təbəqə istisna edilməklə, bir-birini tamamlayan konfigurasiyaların hər birinə ayrılıqda aiddir.

Ən çox sayda term yarımdolmuş, yəni  $2l+1$  sayda elektronu olan və elektronların sayı  $(2l+1)$ -dən vahid qədər çox  $(2l+2)$  və vahid qədər az  $(2l)$  olan təbəqələr üçün alınır.

119.1 cədvəlində termləri işarə edən hərflərin altında yazılmış rəqəmlər uyğun termin neçə dəfə rast gəldiyini göstərir. Bu zaman 1 rəqəmi yazılır.

119.1 cədvəlinin son iki sütununda hər bir konfigurasiyaya uyğun olan termlərin və bu termlərdəki enerji səviyyələrinin ümumi sayı göstərilmişdir. Qeyd edək ki,  $S$ -termin həmişə sinqlet olduğunu nəzərə almaqla, bu enerji səviyyələrinin sayını termlərin multipletliklərini toplayaraq tapmaq olar.

Burada spektroskopiya üçün çox vacib olan bir qanunauyğunluğu da qeyd edək ki, açıq təbəqələrdə elektronların sayı cüt olduqda  $S$  tam spin kvant ədədi yalnız tam qiymətlər alır və termlərin multipletliyi tək ədəd olur; açıq təbəqələrdə elektronların sayı tək olduqda isə  $S$  tam spin kvant ədədi yarımtam qiymətlər alır və termlərin multipletliyi cüt ədəd olur.

Atomun  $\vec{\mu}_{tam}$  tam maqnit momenti atomun  $\vec{\mu}_L$  tam orbital maqnit momenti ilə  $\vec{\mu}_S$  tam spin maqnit momentinin vektorial cəminə bərabərdir:

$$\vec{\mu}_{tam} = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S \quad (119.17)$$

Burada  $\vec{\mu}_L$  və  $\vec{\mu}_S$  –bir elektron üçün (101.9) və (102.3) ifadələrinə uyğun olaraq,

$$\vec{\mu}_L = -\frac{e}{2ms} \vec{L} = -\gamma \vec{L}, \quad (119.18)$$

$$\vec{\mu}_S = -2 \cdot \frac{e}{2ms} \vec{S} = -2\gamma \vec{S} \quad (119.19)$$

Cədvəl 119.1

Konfi-qurasiya	Termlər	Term-lərin sayı	Səviy-yələ-rin sayı
$p^1, p^5$	${}^2P$	1	2
$p^2, p^4$	${}^1SD {}^3P$	3	5
$p^3$	${}^2PD {}^4S$	3	5
$d^1, d^9$	${}^2D$	1	2
$d^2, d^8$	${}^1SDG {}^3PF$	5	9
$d^3, d^7$	${}^2P D F G H {}^4P F$ 2	8	19
$d^4, d^6$	${}^1S D F G I {}^3P D F G H {}^5D$ 2 2 2 2 2	16	34
$d^5$	${}^2S P D F G H I {}^4P D F G {}^6S$ 3 2 2	16	37

$f^1, f^{13}$	${}^2F$	1	2
$f^2, f^{12}$	${}^1SDGI{}^3PFH$	7	13
$f^3, f^{11}$	${}^2PDFGHIKL{}^4SDFGI$ 2 2 2 2	17	41
$f^4, f^{10}$	${}^1SDFGHIKLN{}^3PDFGHIKLM{}^5SDFGI$ 2 4 4 2 3 2 3 2 4 3 4 2 2	47	107
$f^5, f^9$	${}^2PDFGHIKLMNO{}^4SPDFGHIKLM{}^6PFH$ 4 5 7 6 7 5 5 3 2 2 3 4 4 3 3 2	73	108
$f^6, f^8$	${}^1SPDFGHIKLMNO{}^3PDFGHIKLMNO$ 4 6 4 8 4 7 3 4 2 2 6 5 9 7 9 6 6 3 3 ${}^5SPDFGHIKL{}^7F$ 3 2 3 2 2	119	295
$f^7$	${}^2SPDFGHKLMNOQ$ 2 5 7 10 10 9 9 7 5 4 2 ${}^4SPDFGHIKLMN{}^8S$ 2 2 6 5 7 5 5 3 3 ${}^6PDFGHI$	119	327

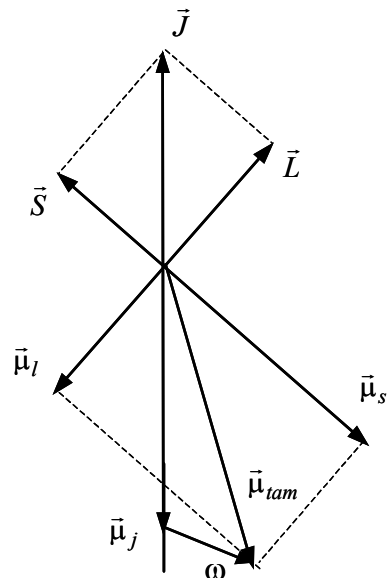
kimi təyin olunur.  $|\vec{L}|^2$  və  $|\vec{S}|^2$  üçün (119.11) kvantlanma şərtlərinə uyğun olaraq  $|\vec{\mu}_L|$  və  $|\vec{\mu}_S|$  üçün də aşağıdakı kvantlanma şərtlərini yazmaq olar:

$$|\vec{\mu}_L| = \gamma |\vec{L}| = M_B \sqrt{L(L+1)}, \quad (119.20)$$

$$|\vec{\mu}_S| = 2\gamma |\vec{S}| = 2M_B \sqrt{S(S+1)} \quad (119.21)$$

Burada  $M_B$  – (101.17) düsturu ilə təyin olunan Bor maqnetonu,  $L$  və  $S$  isə uyğun olaraq, atomun tam orbital mexaniki və tam spin momentlərinin kvadratını (119.11) düsturuna əsasən təyin edən kvant ədədləridir.

119.1 şəklində atomun  $\vec{L}$  tam orbital mexaniki,  $\vec{S}$  tam spin,  $\vec{\mu}_L$  tam orbital maqnit və  $\vec{\mu}_S$  tam spin maqnit momentlərinin vektorial toplanması təsvir edilmişdir (şəkil 116.1 ilə müqayisə et). Spin üçün qiromaqnit nisbət orbital moment üçün qiromaqnit nisbətdən 2 dəfə böyük olduğundan atomun  $\vec{\mu}_{tam}$  tam maqnit momenti  $\vec{J}$  tam mexaniki moment ilə bir düz xətt üzərində yerləşir. İzolə olunmuş atomda da, izolə olunmuş mexaniki sistem üçün olduğu kimi, tam mexaniki moment  $\vec{J}$  saxlanır. Deməli,  $\vec{J}$  vektoru fəzada öz istiqamətini sabit saxlayır,  $\vec{L}$  tam orbital mexaniki moment və  $\vec{S}$  tam spin momenti vektorları isə  $\vec{J}$  vektorunun ətrafında



Шякил 119.1.

presessiya edir (fırlanır). Bunun sayəsində  $\vec{\mu}_L$  tam orbital maqnit momenti və  $\vec{\mu}_S$  tam spin maqnit momenti vektorları da  $\vec{J}$  tam mexaniki moment vektorunun ətrafında presessiya edir və onlarla birlikdə həm də atomun  $\vec{\mu}_{tam}$  tam maqnit momenti vektoru da presessiya edir.  $\vec{\mu}_{tam}$  tam maqnit momenti vektoru, 119.1 şəklində göstərilədiyi kimi, iki vektorun cəmi kimi göstərilə bilər:

$$\vec{\mu}_{tam} = \vec{\mu}_J + \vec{\mu}_J(\perp) \quad (119.22)$$

Burada  $\vec{\mu}_J$ -atomun  $\vec{\mu}_{tam}$  tam maqnit momenti vektorunun  $\vec{J}$  tam mexaniki moment vektorunun yerləşdiyi xətt üzrə toplananı,  $\vec{\mu}_J(\perp)$  isə həmin xəttə perpendikulyar yönəlmiş toplananıdır. Presessiya böyük sürətlə baş verir. Ona görə də atomun  $\vec{\mu}_{tam}$  tam maqnit momentindən asılı olan proseslərdə atomun tam maqnit momentinin ədədi qiymətinin çoxlu sayda presessiya periodları üzrə ortalanması baş verir. Atomun tam maqnit momentinin (119.22)-dəki  $\vec{\mu}_J(\perp)$  perpendikulyar toplananının orta qiyməti sıfıra bərabər olur. Ona görə də  $\vec{\mu}_{tam}$  tam maqnit momentinin orta qiyməti  $\vec{\mu}_J$  toplananının orta qiymətinə, yəni  $\vec{\mu}_{tam}$  tam maqnit momenti vektorunun  $\vec{J}$  tam mexaniki moment vektorunun yerləşdiyi düz xətt üzrə proyeksiyasına bərabər olur. Məhz bununla əlaqədar olaraq, atomun tam maqnit momenti dedikdə bu  $\vec{\mu}_J$  vektorunun ədədi qiyməti nəzərdə tutulur və qısa olmaq üçün deyirlər ki,  $\vec{\mu}_J$  atomun tam maqnit momentidir.

Atomun  $\vec{\mu}_J$  tam maqnit momentinin ədədi qiymətini 119.1 şəklində göstərilmiş sxemə əsasən hesablamaq olar. Bu şəkildən görünür ki,  $\mu_J$  proyeksiyası  $\vec{\mu}_L$  və  $\vec{\mu}_S$  vektorlarının uyğun proyeksiyalarının cəminə bərabərdir:

$$\mu_J = |\vec{\mu}_L| \cos(\vec{L} \wedge \vec{J}) + |\vec{\mu}_S| \cos(\vec{S} \wedge \vec{J}) \quad (119.23)$$

(119.10) ifadəsini

$$\vec{L} = \vec{J} - \vec{S}, \quad (119.24)$$

$$\vec{S} = \vec{J} - \vec{L} \quad (119.25)$$

kimi iki cür yazaraq, (119.24) və (119.25)-i kvadrata yüksəldərək və (119.11) ifadələrini nəzərə alaraq, (116.15)-(116.17) ifadələrinə oxşar olaraq, uyğun vektorlar arasında qalan bucaqların kosinusları üçün aşağıdakı düsturları yaza bilərik:

$$\cos(\vec{L} \wedge \vec{J}) = \frac{|\vec{J}|^2 + |\vec{L}|^2 - |\vec{S}|^2}{2|\vec{J}||\vec{L}|} = \frac{J(J+1) + L(L+1) - S(S+1)}{2\sqrt{J(J+1)} \cdot L(L+1)}, \quad (119.26)$$

$$\cos(\vec{S} \wedge \vec{J}) = \frac{|\vec{J}|^2 + |\vec{S}|^2 - |\vec{L}|^2}{2|\vec{J}||\vec{S}|} = \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2\sqrt{J(J+1)} \cdot S(S+1)} \quad (119.27)$$

İndi isə (119.20), (119.21), (119.26) və (119.27)-ni (119.23)-də yazaraq və lazımı çevirmələr apararaq. Onda atomun  $\mu_J$  tam maqnit momenti üçün (119.20) və (119.21)-ə oxşar olan

$$\mu_J = M_B \cdot g_J \cdot \sqrt{J(J+1)} \quad (119.28)$$

kvantlanma şərtini alırıq. Burada

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (119.29)$$

kimi təyin olunan kəmiyyəti Lande vuruğu adlanır. (119.28) ifadəsindən görünür ki,  $g_J$  Lande vuruğu atomun tam maqnit və tam mexaniki momenti üçün qiromaqnit nisbətdir.

Əgər atomun tam spinini sıfıra bərabərdirsə və deməli, atomun tam mexaniki momenti yalnız tam orbital momentə bərabərdirsə, yəni  $S=0$ ,  $J=L$  olduqda, (119.29) düsturundan  $g_J=g_L=1$  alınır ki, orbital momentin qiromaqnit nisbəti üçün belə də olmalıdır /bax: (119.20)/. Əgər atomun tam orbital mexaniki momenti sıfıra bərabərdirsə və atomun tam mexaniki momenti yalnız onun tam spininə bərabərdirsə, yəni  $L=0$ ,  $J=S$  olduqda, (119.29) düsturundan  $g_J=g_L=2$  alınır ki, spin qiromaqnit nisbəti üçün belə də olmalıdır /bax: (119.21)/. Ümumi halda isə Lande vuruğu rəşional kəsə bərabər olur.

Qeyd etmək lazımdır ki, Rassel-Saunders əlaqəsi (normal və ya  $(L,S)$ -əlaqə) atomda momentləri toplamaq üçün heç də yeganə mümkün olan üsul deyildir. Bu, əlaqənin limit hallarından biridir və yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, atomun sıra nömrəsi artdıqca ( $z>30$  olduqda)  $(L,S)$ -əlaqə tətbiq oluna bilmir. Digər limit halı ( $jj$ ) əlaqəsidir. Bu əlaqə hər bir elektron üçün spin-orbital qarşılıqlı təsir, ayrı-ayrı elektronlar arasındakı Kulon itələmə qarşılıqlı təsirdən böyük olduqda tətbiq edilir. ( $jj$ ) əlaqənin mahiyyəti ondan ibarətdir ki, hər bir  $i$ -ci elektron üçün  $\vec{l}_i$  orbital mexaniki moment ilə  $\vec{s}_i$  spin momenti toplanır və həmin elektronun  $\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i$  tam mexaniki momenti tapılır (E116). Atomun elektron halı isə bu  $\vec{j}_i$  momentləri və onlara uyğun olan kvant ədədləri ilə xarakterizə olunur. Aydındır ki, bütövlükdə atom üçün  $\vec{J}$  tam momenti  $\vec{l}_i$  və  $\vec{s}_i$  toplananlarının yerləşməsindən asılı olmayıb,  $\vec{j}_i$  momentlərinin vektorial toplanması nəticəsində tapıla bilər:

$$\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i, \quad \vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2 + \dots + \vec{j}_k = \sum_{i=1}^k \vec{j}_i. \quad (119.30)$$

Qeyd edək ki, kəskin ifadə olunan ( $jj$ ) əlaqə ağır atomlarda, özü də nadir hallarda rast gəlinir. Əlaqənin  $(L,S)$  və ( $jj$ ) limit hallarından başqa digər daha mürəkkəb aralıq növləri də vardır. Lakin daha mühüm və ən çox rast gəlinən Rassel-Saunders və ya  $(L,S)$  əlaqəsidir.

Misal olaraq  $d^1p^1$  ikielektronlu konfigurasiya üçün  $(L,S)$  və ( $jj$ ) əlaqənin tətbiqinə baxaq. Göründüyü kimi, bu konfigurasiya üçün  $l_1=2$ ,  $s_1=1/2$ ;  $l_2=1$ ,  $s_2=1/2$  olur.

$$(L,S) \text{ əlaqə: } |l_1 - l_2| \leq L \leq l_1 + l_2, \quad L=1,2,3;$$

$$|s_1 - s_2| \leq S \leq s_1 + s_2, \quad S=0,1.$$

Onda,  $J$  kvant ədədi  $L$  və  $S$ -in verilmiş qiymətində  $|L - S| \leq J \leq L + S$  qiymətləri aldığından,  $J$  kvant ədədi üçün aşağıdakı qiymətlər tapılır:

- |                     |                         |
|---------------------|-------------------------|
| 1) $L=1, S=0, J=1;$ | 4) $L=1, S=1, J=0,1,2;$ |
| 2) $L=2, S=0, J=2;$ | 5) $L=2, S=1, J=1,2,3;$ |

$$3) L=3, S=0, J=3; \quad 6) L=3, S=1, J=2,3,4.$$

$$(jj) \text{ əlaqə: } |l_1 - s_1| \leq j_1 \leq l_1 + s_1; j_1=3/2, 5/2;$$

$$|l_2 - s_2| \leq j_2 \leq l_2 + s_2; j_2=1/2, 3/2.$$

Onda,  $j_1$  və  $j_2$ -nin verilmiş qiymətində  $J$  kvant ədədi  $|j_1 - j_2| \leq J \leq j_1 + j_2$  qiymətlərini aldığından,  $J$  kvant ədədi üçün aşağıdakı qiymətləri tapırıq:

$$1) j_1=3/2, j_2=1/2, \quad J=1,2;$$

$$2) j_1=3/2, j_2=3/2, \quad J=0,1,2,3;$$

$$3) j_1=5/2, j_2=1/2, \quad J=2,3;$$

$$4) j_1=5/2, j_2=3/2, \quad J=1,2,3,4.$$

Beləliklə,  $d^1p^1$  elektron konfigurasiyası həm  $(L,S)$ , həm də  $(jj)$  əlaqəsində  $J$  kvant ədədi üzrə 12 enerji səviyyəsi, o cümlədən  $J=4$  olan 1 səviyyə,  $J=3$  olan 3 səviyyə,  $J=2$  olan 4 səviyyə,  $J=1$  olan 3 səviyyə və  $J=0$  olan 1 səviyyə verir. Yada salaq ki,  $(L,S)$  əlaqəsində enerji səviyyələri  $^{2S+1}L_J$ ,  $(jj)$  əlaqəsində isə  $(j_1,j_2)_J$  kimi işarə edilir.

### Ə120. Atomun elektromaqnit dalğası şüalandırması və udması üçün seçmə qaydaları

Atomların elektromaqnit dalğası (ışıq) şüalandırması və udması üçün seçmə qaydalarını müəyyən edərək fotonun spini anlayışından istifadə etmək lazım gəlir. 1889-cu ildə A. İ. Sadovski nəzəri olaraq belə bir fikir irəli sürmüşdü ki, dairəvi və ya elliptik polarizəlanmış (şüalanan dipolun ucu dairə və ya ellips üzrə fırlanan) işıq impuls momentinə malik olmalıdır. Klassik fizika təsəvvürlərinə əsaslanaraq A. İ. Sadovski müəyyən etmişdir ki, dairəvi polarizəlanmış və  $\omega$  tezliyinə malik olan hər bir müstəvi elektromaqnit dalğası bu dalğanın  $E$  enerjisi ilə

$$\frac{E}{L} = \omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \quad (120.1)$$

kimi əlaqədar olan  $L$  impuls momentinə malikdir. Özü də sol polarizəlanmış zamanı  $\vec{L}$  vektoru dalğanın yayıldığı istiqamətdə, sağ polarizəlanmış zamanı isə dalğanın yayıldığı istiqamətin əksinə yönəlmişdir. Bu müddəə çox zaman Sadovski effekti də adlanır.

Elliptik polarizəlanmış zamanı da dairəvi polarizəlanmışa gətirmək olar. Belə ki, elliptik polarizəlanmış dalğanı sağ və sol dairəvi polarizəlanmış iki dalğaya ayırmaq mümkündür.

İndi isə kvant nəzəriyyəsinə əsasən Sadovski effektinin şərhinə baxaq. Burada mühüm xüsusiyyətlərdən biri ondan ibarətdir ki, işığın buraxılması (şüalanması) və sonrakı yayılması kəsilməz proses olmayıb, diskret prosesdir, yəni bölünməz kvantlar–fotonlar şəklində baş verir. Bununla əlaqədar olaraq, klassik fizikada edildiyi kimi, şüalanmanın müəyyən istiqamətdə süni konsentrasiya edilməsinə ehtiyac qalmır. Bir şüalanma aktı zamanı bir neçə fotonun buraxılması kimi baş verən çox kiçik ehtimallı çoxfotonlu prosesləri nəzərə almayacaq və yalnız birfotonlu prosesləri nəzərdən



keçirməklə kifayətlənəcəyik. Digər mühüm xüsusiyyət ondan ibarətdir ki, kvant mexanikasında impuls momenti vektorunun koordinat oxları üzrə proyeksiyalarının üçü də eyni zamanda müəyyən qiymət ala bilmir (biri dəqiq qiymətə malikdirsə, digər ikisi qeyri-müəyyən qalır).

Atom bir stasionar haldan digərinə keçdikdə enerjisi  $\varepsilon = \hbar\omega$  olan bir foton buraxılır. Elektronun orbital hərəkəti zamanı orbital impuls momentinin seçilmiş istiqamət (məsələn,  $z$  oxu) üzrə proyeksiyası  $\hbar m$  qiymətini ala bilər. Fotonun şüalanması zamanı bu proyeksiyanın  $\hbar$  qədər dəyişdiyini fərz edək. Onda belə şüalanma aktı zamanı atom  $\hbar\omega$  qədər enerji və  $\hbar$  qədər orbital impuls momenti itirmiş olur. Saxlanma qanunlarına uyğun olaraq, atomun itirdiyi enerji və impuls momenti şüalanmaya verilir. Ona görə də belə nəticə çıxarmaq olar ki, şüalanan fotonun impuls momentinin proyeksiyası  $\hbar$  olmalıdır. Fotonun daxili impuls momenti, yəni onun orbital hərəkəti ilə əlaqədar olmayan məxsusi momenti fotonun spini adlanır.  $\hbar$  əslində fotonun tam momenti olmayıb, tam momentin seçilmiş istiqamət üzrə proyeksiyası olsa da, deyirlər ki, fotonun spini tam ədəddir və 1-ə bərabərdir ( $\hbar$  vahidlərində). Əgər  $\hbar$  vahidlərində proyeksiya  $s$ -ə bərabərdirsə, onda kvant mexanikasına görə istənilən impuls momenti üçün olduğu kimi (E84) fotonun da spininin kvadrati  $\hbar^2 s(s+1) = 2\hbar^2$  olar.  $\varepsilon = \hbar\omega$  və  $L_z = \hbar$  kəmiyyətlərinin nisbəti isə

$$\frac{\varepsilon}{L_z} = \frac{\hbar\omega}{\hbar} = \omega \quad (120.2)$$

verir. (120.2) ifadəsi forma etibarı ilə (120.1)-ə oxşayırsa da, onlar arasında mühüm fərq vardır. Belə ki, (120.1) klassik ifadəsində  $L$  şüalanmanın tam impuls momenti olduğu halda, (120.2) kvant ifadəsində  $L_z = \hbar$  impuls momentinin seçilmiş istiqamət üzrə yalnız proyeksiyasına bərabərdir.

Fotonun sükunət kütləsi sıfıra bərabərdir. Ona görə də fotonun sükunətdə ola biləcəyi hesablama sistemi yoxdur. Məhz bu səbəbdən də fotonun daxili (məxsusi) impuls momentini, yəni spinini sükunət halında olan hissəciyin momenti kimi təyin etmək olmaz. Foton yalnız hərəkətdə, özü də istənilən hesablama sisteminə nəzərən işığın  $c$  sürətinə bərabər olan sürətlə baş verən hərəkətdə mövcud ola bilər.

Fotonun impuls momenti haqqında məsələnin həlli yalnız relyativistik kvant nəzəriyyəsinə mümkündür. Fotonun sürəti həmişə işığın  $c$  sürətinə bərabər olduğu üçün fotonun qeyri-relyativistik nəzəriyyəsi prinsipə mümkün deyildir. Ona görə də biz sadəcə olaraq nəzərə alacağımız ki, hər bir kvant mexaniki kəmiyyət kimi fotonun da impuls momenti uyğun operatorla xarakterizə olunur. Fotonun impuls momenti operatoru iki toplanandan ibarətdir. Bu toplananlardan biri  $[\hat{r}\hat{p}]$  kimidir ki, burada  $\hat{p}$  fotonun impuls operatorudur. İkinci toplanan isə spin toplananı və ya fotonun spin operatoru adlanır.  $[\hat{r}\hat{p}]$  operatorunun seçilmiş istiqamət üzrə proyeksiyasının məxsusi qiyməti fotonun orbital impuls momenti adlanır. Spin operatorunun isə həmin istiqamət üzrə proyeksiyasının məxsusi qiyməti fotonun spin impuls momenti və ya sadəcə spini adlanır.

Belə fərz olunur ki, fotonun orbital impuls momenti yoxdur və onun momenti yalnız spindən ibarətdir. Bu fərziyyənin doğruluğu əyani şəkildə belə bir faktdan görünür ki, atomun şüalandırdığı dalğanın uzunluğu adətən atomun ölçülərindən çox böyük olur. Foton isə xətti ölçüləri işıq dalğasının  $\lambda$  uzunluğundan kiçik olan fəza oblastında lokallaşa bilməz. Şüalanan atomun ölçüləri isə  $\lambda$  dalğa uzunluğuna nisbətən çox kiçik olduğundan, atom tərəfindən fotonun şüalanması praktik olaraq "mərkəzi" şüalanma olur.

Bu zaman foton heç bir orbital impuls momenti almır və yalnız spin momenti aparır. Foton üçün əlavə orbital momentin yaranması o zaman baş verərdi ki, şüalanma atomun uzaq ətrafından, yəni  $\lambda$  məsafəsindən baş vermiş olsun. Belə məsafələrdə isə atomun dalğa funksiyası və onunla birlikdə fotonun şüalanması ehtimalı nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçikdir.

Fotonun yalnız işığın  $c$  sürətinə bərabər sürətlə hərəkət halında mövcud olması özünü həm də belə bir faktla biruzə verir ki, istənilən hesablama sistemində foton üçün yalnız bir dənə seçilmiş istiqamət vardır ki, bu da fotonun hərəkət istiqamətidir. Fotonun spin vektoru da məhz bu istiqamət üzrə proyeksiyalanır. Fotonun spini isə  $s=1$  olduğundan, belə görünə bilər ki, hərəkət istiqamətinə nəzərən spin vektoru  $2s+1=3$  cür yönəldə bilər: hərəkət istiqaməti üzrə (proyeksiya  $s_z=+1$ ), hərəkət istiqamətinin əksinə (proyeksiya  $s_z=-1$ ) və hərəkət istiqamətinə perpendikulyar (proyeksiya  $s_z=0$ ). Həqiqətdə isə üçüncü hal baş vermir. Qeyd edək ki, təcrübələr bu faktı təsdiq edir. Elektromaqnit dalğasının eninə dalğa olması göstərir ki, bu dalğanın istənilən polarizəlməsini almaq üçün müxtəlif cür polarizasiyaya malik olan üç dalğanın deyil, yalnız iki dalğanın superpozisiyası kifayətdir. Uyğunluq prinsipinə (E58) əsasən belə nəticə çıxarmaq olar ki, kvant nəzəriyyəsində fotonun istənilən halını almaq üçün onun bir-birindən asılı olmayan yalnız iki halının superpozisiyası kifayətdir. Bəs fotonun hansı hallarını bir-birindən asılı olmayan hesab etmək olar? Bu suala cavab vermək üçün fotonun polarizasiyası ilə spini arasındakı əlaqəyə baxaq.

Foton (kvant) nəzəriyyəsində polarizasiya anlayışı da ixtiyari digər anlayışlar kimi, klassik nəzəriyyədə başa düşülən mənada aydın və əyani mənadan mərhumdur. Lakin işığın polarizasiyası mövcud olduğundan və təcrübədə müşahidə edildiyindən, buna foton nəzəriyyəsində nəyin uyğun gəldiyini müəyyən etmək lazımdır. Fotonun daxili xassələrini xarakterizə edən və istiqamətə malik olan yeganə kəmiyyət spindir. Digər tərəfdən, klassik fizikada dairəvi polarizəlməmiş işıq dalğasının  $\vec{L}$  impuls momenti bu dalğanın yayılma istiqamətində və ya əksinə yönəlmiş olur. Buna əsasən də belə hesab etmək təbii olardı ki, əgər foton onun yayıldığı istiqamət üzrə spinin proyeksiyasının müəyyən qiymətə malik olduğu haldadırsa, bu foton dairəvi polarizəlməmişdir. Əgər spin işığın yayıldığı istiqamət üzrə yönəlmişdirsə, fotonun polarizasiyası sol, əks halda isə sağ polarizasiya adlanır. Sağ və sol polarizasiyanın bu cür təyini klassik optikadakına uyğun gəlir. Kvant elektrodinamikasında isə bunun əksinə olaraq, spin fotonun yayıldığı istiqamətdə yönəldəndə polarizasiyanı sağ, əks istiqamətdə yönəldəndə isə sol polarizasiya adlandırmaq qəbul olunmuşdur.

Klassik optikadan məlumdur ki, işığın (müstəvi dalğanın) istənilən polarizasiyasını (xətti və ya elliptik) həmin istiqamətdə yayılan və biri sağ, digəri isə sol dairəvi polarizəlməmiş iki koherent dalğanın superpozisiyası nəticəsində almaq olar. Müəyyən istiqamətdə yayılan və dairəvi polarizəlməmiş fotonun da halına onun spininin proyeksiyasının  $s_z=+1,0,-1$  qiymətləri uyğun gələn məxsusi halı kimi baxmaq olar. Bu halların xətti superpozisiyası vasitəsilə fotonun istənilən polarizasiyasını almaq olar. Lakin  $s_z=0$  halı mövcud olmadığından, müəyyən istiqamətdə yayılan fotonun ixtiyari polarizasiyasını yalnız iki, yəni  $s_z=+1$  və  $s_z=-1$  qiymətlərinə uyğun halın xətti superpozisiyası nəticəsində almaq olar. Bu halların superpozisiyası əlbəttə ki, klassik mənada superpozisiya deyildir və hissəciyin dalğa funksiyaları ilə təsvir olunan kvant mexaniki hallarının superpozisiyası kimi başa düşülməlidir. Fotonun  $s_z=+1$  və  $s_z=-1$  qiymətlərinə uyğun olan halları onun məxsusi halları olduğundan, superpozisiyada bu

halların qarşısındakı əmsalların hər birinin modulunun kvadratı həmin halların nisbi ehtimalını təyin edir. Məsələn, bu, özünü onda göstərir ki, foton udarkən cismin aldığı fırladıcı momentin qiymətinə əsasən  $s_z$  proyeksiyasını ölçərkən uyğun ehtimalla ya  $s_z=+1$ , ya da ki,  $s_z=-1$  qiyməti alınə bilər, digər başqa qiymət alınə bilməz.

Əgər atom həyəcanlanmış stasionar haldadırsa, o, foton şüalandıraraq (buraxaraq) daha aşağı enerjili stasionar hala, əksinə, foton udaraq isə daha yüksək enerjili hala keçə bilər. Lakin bu növ keçidlərin heç də hamısı əslində baş verə bilmir. Belə ki, fotonun şüalanması və ya udulması ilə müşayiət olunan icazə verilən (mümkün olan) keçidlər seçmə qaydalarına, qadağan olunan (mümkün olmayan) keçidlər isə qadağan qaydalarına tabe olurlar. Belə qaydalar spektroskopiyada sırf empirik yolla müəyyən edilmiş və onlar nəsə müəmmalı bir təəssürat yaratmışdılar. Həmin qaydaların bəziləri sonralar atom üçün Bor nəzəriyyəsində, uyğunluq prinsipinə əsasən izah edilə bildi. Lakin kvant mexanikası inkişaf etdikcə seçmə qaydalarının sirri də aydınlaşdı. Məlum oldu ki, hər bir seçmə qaydası müəyyən saxlanma qanununu ifadə edir.

İşığın şüalanması və ya udulması zamanı daha mühüm olan seçmə qaydaları impuls momentinin saxlanması qanununun nəticəsi kimi təzahür edir. Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, sadəlik naminə biz bir fotonlu proseslərə, yəni bir fotonun buraxılması və ya udulmasına baxacağıq. İki və daha çox fotonun şüalanması və ya udulması isə ehtimalı çox kiçik olan proseslərdir. Atom bir foton şüalandırıldıqda impuls momentinin saxlanması qanunu aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\vec{J} = \vec{J}' + \vec{s} . \quad (120.3)$$

Burada  $\vec{J}$  –foton şüalandırana qədər,  $\vec{J}'$  isə foton şüalandırıldıqdan sonra atomun tam mexaniki momenti ( $\hbar$  vahidlərində),  $\vec{s}$  –fotonun spin vektorudur. Eyni bir halda  $\vec{J}$  kvantmexaniki vektorunun koordinat oxları üzrə üç proyeksiyasının hamısı müəyyən (dəqiq) qiymət ala bilmədiyini üçün (120.3) yazılışı yalnız simvolik (rəmzi) xarakter daşıyır. Lakin sonrakı mülahizələrdə  $\vec{J}, \vec{J}', \vec{s}$  vektorlarından deyil, onları xarakterizə edən uyğun  $J, J'$  və  $s$  kvant ədədlərindən istifadə edildiyi üçün, (120.3) düsturu heç bir qeyri-müəyyənliyə səbəb olmur.

Lakin kvant mexanikasında  $\vec{J}$  vektorunun birqiymətli təyin olunduğu, yəni onun proyeksiyalarının üçünün də eyni zamanda dəqiq (müəyyən) qiymət aldığı xüsusi hal vardır. Bu,  $\vec{J}$  tam momentə uyğun  $J$  kvant ədədinin sıfıra bərabər olduğu ( $J=0$ ) haldır.

Onda  $|\vec{J}|^2 = \hbar^2 J(J+1) = 0$  və  $\vec{J}$  vektorunun özü və onun proyeksiyalarının üçü də eyni zamanda müəyyən (sıfıra bərabər) qiymət alır. Bu halda  $\vec{J}$  vektoru özünü klassik moment vektoru kimi aparır. Ona görə də bir  $J=0$  kvant halından digər  $J=0$  kvant halına keçid, yəni  $0 \leftrightarrow 0$  keçidi qəti qadağandır. Çünki, foton spinə malik olduğu üçün, bu halların heç olmazsa birində atomun mexaniki momenti sıfırdan fərqli olmalıdır ki, bu da fərziyyəyə ziddir.

Harmonik osilyator (Ə93), sərt rotator (Ə95), hidrogenəbənzər atomlar (Ə99) üçün seçmə qaydalarının riyazi çıxarılışına oxşar olaraq, yəqin ki, çoxelektronlu atomlar üçün də seçmə qaydalarını ciddi kvantmexaniki hesablamalar aparmaqla müəyyən etmək prinsipcə mümkündür. Lakin biz burada vektor diaqramları metodundan (Ə115) istifadə edərək həmin məsələnin bir növ keyfiyyətcə həlli ilə kifayətlənəcəyik. Bu üsul ciddi riyazi çıxarış hesab olunmasa da, düzgün nəticələr verdiyi üçün qənaətbəxş sayıla bilər.

Vektor diaqramı üsulunu tətbiq edərkən  $\vec{J}, \vec{J}'$  vektorlarına adi klassik vektorlar kimi baxılır, lakin onların uzunluğu uyğun  $J, J'$  və  $s$  kvant ədədləri vasitəsilə  $|\vec{J}| = \hbar\sqrt{J(J+1)}$ ,  $|\vec{J}'| = \hbar\sqrt{J'(J'+1)}$  və  $|\vec{s}| = \hbar\sqrt{s(s+1)}$  kimi təyin olunur. 120.1a şəkli,  $\vec{J} = \vec{J}' + \vec{s}$  vektor modelinə uyğun olaraq, foton şüalanarkən impuls momentinin saxlanması qanununu təsvir edir.

Əvvəlcə  $\vec{J}$  və  $\vec{J}'$  vektorlarının hər ikisi sıfırdan fərqli və özü də  $|\vec{J}'| \geq |\vec{J}|$  olan halda fotonun şüalanmasına baxaq. Məlumdur ki, üçbucağın bir tərəfinin uzunluğu digər iki tərəfin uzunluqlarının cəmindən kiçikdir.  $\vec{J}$  və  $\vec{J}'$  tərəflərindən hansı böyükdürsə, onu götürək və  $|\vec{J}'| \leq |\vec{J}| + |\vec{s}|$  üçbucaq qaydasından istifadə edək. Bu şərti

$$\sqrt{J'(J'+1)} \leq \sqrt{J(J+1)} + \sqrt{s(s+1)} \quad (120.4)$$

kimi yazaq. Foton üçün  $s=1$  olduğundan, (120.4) ifadəsində sağ tərəfdəki ikinci hədd  $\sqrt{2}$ -yə bərabərdir. Məlumdur ki, atomda elektronların sayı cüt olduqda  $J$  və  $J'$  kvant ədədləri tam, tək olduqda isə yarımtam qiymətlər alır (Ə119). Foton şüalanarkən atomda elektronların sayı dəyişmədiyi üçün aydındır ki,  $J$  kvant ədədinin  $\Delta J = J' - J$  artımı yalnız müsbət tam ədədə və ya sıfıra bərabər olmalıdır. (120.4) ifadəsində  $J' = J + \Delta J$  əvəz edərək və alınan bərabərsizliyi kvadrata yüksəldərək

$$\Delta J^2 + (2J+1) \cdot \Delta J - 2 \leq 2\sqrt{2J(J+1)} \quad (120.5)$$

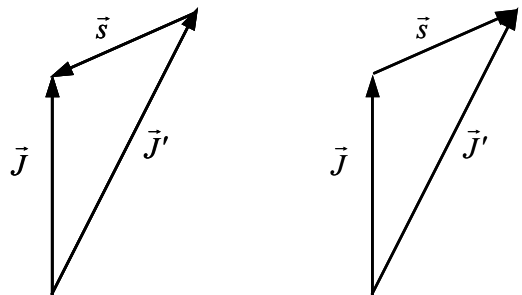
olduğunu tapırıq.  $J$ -un verilmiş qiymətində və  $\Delta J \geq 0$  olduqda (120.5) bərabərsizliyinin sol tərəfinin  $\Delta J$ -a görə törəməsi labüd müsbətdir və ona görə də  $\Delta J$  artdıqca bu bərabərsizliyin sol tərəfinin qiyməti artır.  $\Delta J = 0$  olduqda (120.5) bərabərsizliyi ödənilir. Bundan başqa,  $\Delta J = 1$  olduqda (120.5) ifadəsi aşkar görünən  $J \leq \sqrt{2J(J+1)}$  bərabərsizliyinə çevrildiği üçün (120.5) bərabərsizliyi yenə də ödənilir. Lakin  $\Delta J = 2$  olduqda həmin bərabərsizlik artıq ödənilir. Belə ki, bu halda o,  $2(2J+1) \leq \sqrt{2J(J+1)}$  kimi düzgün olmayan bərabərsizliyə çevrilir. Aydındır ki,  $\Delta J$ -un daha böyük qiymətlərində də (120.5) bərabərsizliyi ödənməyəcəkdir.

$|\vec{J}'| \leq |\vec{J}|$  halı da yuxarıdakı qayda ilə araşdırılır və bu zaman sadəcə olaraq  $J$  və  $J'$ -i bir-biri ilə əvəz etmək lazımdır.

Beləliklə,  $J$  və  $J'$  kvant ədədlərinin ikisi də sıfırdan fərqli olduqda, fotonun şüalanması üçün aşağıdakı seçmə qaydası alınır:

$$\Delta J = J' - J = \pm 1 \text{ və ya } 0. \quad (120.6)$$

$J$  və  $J'$  kvant ədədlərindən biri sıfıra bərabər olduqda (120.3) ifadəsinə görə 120.1 şəklindəki üçbucaq eyni və ya əks istiqamətdə yönəlmiş və uzunluqları eyni olan iki düz xətt parçasına çevrilir. Bu halda (120.6) ifadəsində  $\Delta J = 0$  şərti



aradan çıxır və yalnız  $\Delta J = \pm 1$  şərtini ödəyən keçidlər mümkün olur.

$J$  və  $J'$  kvant ədədlərinin ikisinin də sıfıra bərabər olduğu hal, artıq yuxarıda göstəriləyi kimi, mümkün deyildir.

Fotonun udulması üçün seçmə qaydaları da şüalanma üçün olduğu kimi tapılır. Bu halda (120.3) əvəzinə  $\vec{J} + \vec{s} = \vec{J}'$  ifadəsindən, 120.1a şəkli əvəzinə isə 120.1b şəklindən istifadə etmək lazımdır.

İndi isə foton şüalandıqdan və ya udulduqdan əvvəl və sonra atomun  $\vec{J}$  və  $\vec{J}'$  tam mexaniki momentlərinin seçilmiş istiqamət üzrə proyeksiyalarını xarakterizə edən  $M_J$  və  $M_{J'}$  kvant ədədlərinin ödəməli olduğu seçmə qaydalarını tapaq. Bunun üçün vektor modelindən istifadə etməyə ehtiyac yoxdur və dərhal

$$\Delta M_J = M_{J'} - M_J = \pm 1 \text{ və ya } 0 \quad (120.7)$$

yazmaq olar. (120.7) seçmə qaydaları, əlbəttə ki, (120.5) seçmə qaydaları ödəndikdə, onlarla eyni zamanda ödənməlidir. Xüsusi halda,  $M_J$  və  $M_{J'}$  kvant ədədlərinin maksimal qiymətləri uyğun olaraq,  $J$  və  $J'$ -ə bərabər olduğu üçün, (120.7) ifadəsi (120.6) ifadəsinə çevrilir. Lakin  $M_J$  və  $M_{J'}$  kvant ədədlərindən heç olmazsa birinin uyğun  $J$  kvant ədədindən kiçik olduğu hallar da mümkündür və onda (120.6) və (120.7) seçmə qaydaları birlikdə ödənməlidir.

Bir qədər əvvəl qeyd edildiyi kimi, fotonun spini onun yayılması istiqamətinə nəzərən yalnız iki cür yönələ bilər. Bu isə o deməkdir ki, fotonun istənilən polyarizasiyaya malik halı onun sağ və sol polyarizasiyaya malik olan iki halının xətti kombinasiyasından alınə bilər. Məlumdur ki,  $\vec{s}$  vektorunun seçilmiş istiqamət üzrə proyeksiyası  $2s+1$  sayda qiymət ala bilər. Onda belə görünə bilər ki,  $2s+1=2$  olması üçün fotonun spini  $1/2$ -ə bərabər olmalıdır. Onda fotonun şüalanması və udulması nəticəsində atomun elektron örtüyünün  $J$  tam mexaniki momenti  $\pm 1/2$  qədər dəyişməli, yəni  $J$  kvant ədədinin tam qiyməti yarımtam qiymətə keçməlidir və əksinə. Bu isə artıq yuxarıda qeyd olunmuş belə bir fakta ziddir ki, fotonun şüalanması və ya udulması nəticəsində atomda elektronların sayı dəyişmir və bu elektronların sayı cüt olduqda  $J$  kvant ədədi həmişə tam, tək olduqda isə həmişə yarımtam olur. Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, spin  $s=1$  olduqda onun mümkün olan üç proyeksiyasından biri ( $s_z=0$ ), elektromaqnit dalğası eninə dalğa olduğundan, foton üçün reallaşmır.

Yuxarıda göstərilən (120.6) və (120.7) seçmə qaydaları birfotonlu proseslər üçün impuls momentinin ciddi saxlanma qanununa əsaslanmışdır. İndi isə atomun  $\vec{L}$  tam orbital və  $\vec{S}$  tam spin momentləri ilə əlaqədar hansı seçmə qaydalarının olduğunu müəyyən edək. Elektromaqnit dalğalarının şüalanması elektronun elektromaqnit xassələri, yəni onun yükü və maqnit momenti ilə əlaqədardır. Fotonun şüalanması ya elektrik yükünün hərəkətinin dəyişməsi (yəni,  $\vec{L}$  vektorunun dəyişməsi), ya spin maqnit momentinin dönməsi, ya da bu proseslərin hər ikisinin eyni zamanda baş verməsi nəticəsində ola bilər. Spinin dönməsi ilə baş verən şüalanma relyativistik effektdir. Nəzəri hesablamalarla müəyyən edilmişdir ki, optik diapazonda işığın şüalanması zamanı fotonun elektronun yükü ilə qarşılıqlı təsiri, fotonun elektronun maqnit momenti ilə qarşılıqlı təsirinə nisbətən bir neçə tərtib böyükdür. Bu fakt isə onu göstərir ki, optik diapazonda fotonun şüalanması  $\vec{s}$  spin momentinin dəyişməsi ilə əlaqədar deyildir, yəni

$$\Delta \vec{s} = 0. \quad (120.8)$$

Başqa sözlə, çox da kiçik olmayan dalğa uzunluğuna malik işığın şüalanması və udulması

elə baş verir ki, guya spin yoxdur və atomun tam maqnit momenti onun yalnız orbital maqnit momentindən ibarətdir. Ona görə də (120.6) seçmə qaydalarını çıxararkən istifadə olunan mülahizələrdə atomun  $\vec{J}$  tam mexaniki momentini onun  $\vec{L}$  tam orbital momenti ilə əvəz etmək olar. Beləliklə, çox da kiçik olmayan dalğa uzunluğuna malik elektromaqnit dalğalarının (ışığın) birfotonlu şüalanması və udulması proseslərində aşağıdakı seçmə qaydaları ödənməlidir:

$$\Delta L = L' - L = \pm 1 \text{ və ya } 0 \quad (120.9)$$

Özü də bu zaman  $L$  və  $L'$  kvant ədədlərindən biri sıfıra bərabər olduqda  $\Delta L = 0$  şərti istisna edilir.  $\Delta L = 0$  qiyməti həm də bir dənə valent elektronu olan atomlar, məsələn, hidrogenəbənzər atomlar və qələvi metal atomları üçün mümkün deyildir. Lakin bu qadağan qaydası heç də impuls momentinin saxlanması qanunu ilə deyil, dalğa funksiyasının cütlüyünün saxlanması qanunu ilə əlaqədardır. Xatırladaq ki,  $\Delta L = \pm 1$  seçmə qaydasından qələvi metal atomlarının spektral seriyalarını izah etmək üçün biz artıq istifadə etmişik (Ə100).

$\Delta J = \pm 1$  olduqda dairəvi polarizəlanmış foton şüalanır.  $\Delta J = 0$  olduqda isə xətti polarizasiya alınır. İlk baxışdan belə görünür ki, bu, fotonun spininin 1-ə bərabər olması faktına uyğun gəlir. Lakin kvant mexanikası bu çətinlikdən çıxmaq üçün imkan verir. Belə ki, kvant mexanikasına görə, bu baxılan halda şüalanan fotonun spini qeyri-müəyyəndir. Lakin fotonun bu halı eyni ehtimalla malik olan sağ və sol polarizasiyalı iki halın superpozisiyasından ibarətdir. Ona görə də udularkən fotonun cismə verdiyi impuls momentini ölçərkən eyni ehtimalla ya  $+1$ , ya da ki,  $-1$  qiyməti alınır.

Nəhayət, bir daha xüsusi olaraq qeyd edək ki, yuxarıda tapılan seçmə qaydaları fotonun xassələri ilə əlaqədardır və yalnız bir fotonun şüalanması və ya udulması ilə baş verən kvant keçidlərinə aiddir. Çoxfotonlu proseslər üçün bu qaydalar tətbiq edilə bilməz. Bu seçmə qaydaları həm də elektromaqnit şüalanması vasitəsilə baş verməyən kvant keçidlərinə, məsələn, qaz boşalmalarında elektron zərbələri, atomların istilik verməklə həyəcanlandırılması və s. zamanı baş verən kvant keçidlərinə tətbiq oluna bilməz. Yuxarıda göstərilən (120.6), (120.7) və (120.9) seçmə qaydalarının pozulması ilə baş verən şüalanma keçidləri də mümkündür. Onlar qadağan olunmuş keçidlər adlandırılır. Belə keçidlərin ehtimalı icazə verilən keçidlərin ehtimalına nisbətən çox kiçikdir və ona görə də qadağan olunmuş spektral xətlərin intensivliyi icazə verilən spektral xətlərin intensivliyinə nisbətən, bir qayda olaraq, çox kiçikdir.

Qeyd edək ki, xarici sahələr olmadıqda, çoxelektronlu atomlar üçün (120.6) və (120.9) seçmə qaydalarından birelektronlu atomlar üçün (117.6) və (117.5) seçmə qaydaları xüsusi hal kimi alınır.

### **Ə121. Atomun verilmiş elektron konfigurasiyasının mümkün olan bütün termlərinin və bu termlərin dalğa funksiyalarının tapılması**

Atomun verilmiş elektron konfigurasiyası üçün əsas termin tapılması qaydası Ə118-də şərh olunmuşdur. Lakin bir çox hallarda təkə əsas termi deyil, baxılan elektron konfigurasiyasından alınan mümkün olan bütün termləri və bu termlərin  $\Psi_{M_L M_S}^{LS}$  dalğa funksiyalarını bilmək zərurəti meydana çıxır. Atomun hər hansı elektron konfigurasiyası üçün mümkün olan termlərin tapılması isə, bu konfigurasiyadakı açıq təbəqələrdə qeyri-

ekvivalent və ekvivalent elektronların olmasından asılı olaraq, E119-da qeyd edilmiş kimi, uyğun olaraq, momentlərin toplanması üçün vektor modelinə və proyeksiyaların toplanması metoduna əsasən həyata keçirilə bilər. Maraqlıdır ki, vektor modeli yalnız açıq təbəqələrdə qeyri-ekvivalent elektronlar olan konfigurasiyalar üçün tətbiq edilə bildiyi halda, proyeksiyaların toplanması metodu bütün hallarda tətbiq edilmək üçün yararlıdır və özü də həmin metoddan istifadə etdikdə termlərin dalğa funksiyalarını da tapmaq mümkün olur. Proyeksiyaların toplanması metodu Pauli prinsipini asanlıqla nəzərə almağa imkan verir. Bu metoda görə atomun verilmiş elektron konfigurasiyasındakı açıq təbəqələrdəki elektronların  $\vec{L}$  tam orbital və  $\vec{S}$  tam spin momentlərinin üstün (seçilmiş) istiqamət üzrə proyeksiyalarını xarakterizə edən  $M_L$  və  $M_S$  kvant ədədləri ayrı-ayrı elektronların  $m_l$  və  $m_{s_i}$  kvant ədədlərini cəmləməklə tapılır:

$$M_L = \sum_{i=1}^k m_{l_i}, \quad M_S = \sum_{i=1}^k m_{s_i} \quad (121.1)$$

$M_L$  və  $M_S$  kvant ədədlərinin, uyğun olaraq,  $L$ -dən  $-L$ -ə qədər  $2L+1$  sayda və  $S$ -dən  $-S$ -ə qədər  $2S+1$  sayda qiymətləri çoxluğuna uyğun gələn  $(2L+1)(2S+1)$  sayda hallar çoxluğu  $L$  və  $S$ -in verilmiş qiymətinə uyğun olan termi verir. (121.1) düsturlarına əsasən  $M_L$  və  $M_S$  kəmiyyətlərini taparkən yalnız Pauli prinsipini ödəyən  $m_{l_1}, m_{s_1}; m_{l_2}, m_{s_2}; \dots; m_{l_k}, m_{s_k}$  kvant ədədləri götürülməlidir. Bundan başqa, elektronların kvant ədədlərinin yalnız yerinin dəyişməsi ilə bir-birindən fərqlənən bir neçə hal varsa, onlardan yalnız biri götürülməlidir ki, bu da elektronların seçilməzliyi prinsipini nəzərə almaq üçündür. Məlumdur ki, kvant mexikanası təsəvvürlərinə görə elektronlar seçilməzdir və ona görə də bir-birindən yalnız iki elektronun yerinin dəyişməsi ilə fərqlənən hallar eynidirlər.

Misal olaraq, karbon atomunun əsas halının  $1s^2 2s^2 2p^2$  elektron konfigurasiyasının mümkün olan termlərini tapmaq üçün proyeksiyaların toplanması metodunun tətbiqinə baxaq. (118.2) düsturuna əsasən bu elektron konfigurasiyasının cırlaşma tərtibi  $f=15$  olur. Bu isə o deməkdir ki, həmin elektron konfigurasiyasına  $2p^2$  açıq təbəqəsindəki 2 dənə elektronun  $m_l=1,0,-1$ ;  $m_s=1/2,-1/2$  və  $m_l'=1,0,-1$ ;  $m_s'=1/2,-1/2$  kvant ədədlərinin müxtəlif kombinasiyalarına uyğun gələn 36 dənə (118.4) determinant dalğa funksiyasından yalnız 15-i bir-birindən xətti asılı deyildir. Digər 21 determinant isə ya Pauli prinsipinə, ya da ki, elektronların seçilməzliyi prinsipinə görə aradan çıxır. Burada elektronların seçilməzliyi prinsipi ilə fərqlənən determinant dalğa funksiyaları eyni hesab olunur və onlardan hər hansı biri götürülür. Pauli prinsipinə zidd olan (yəni, məsələn iki sütunu eyni olan) determinantlar isə sıfıra bərabər olur.

Yuxarıda deyilənləri nəzərə almaqla baxılan elektron konfigurasiyasına uyğun gələn və bir-birindən xətti asılı olmayan 15 dənə (118.4) kimi determinant dalğa funksiyalarını tapmaq. Bu məqsədlə (121.1) ifadələrinə uyğun olaraq, 121.1 və 121.2 cədvəllərini quraq. 121.1 cədvəlinə əsasən  $M_L$  kvant ədədlərinin müxtəlif qiymətlərinə aşağıdakı determinant dalğa funksiyalarının uyğun gəldiyini tapırıq:

**Cədvəl 121.1**

$m_l$	$m_l'$	$M_L = \sum m_l$	$m_l$	$m_l'$	$M_L = \sum m_l$
1	1	2	0	-1	-1
1	0	1	-1	1	0
1	-1	0	-1	0	-1

0	1	1	-1	-1	-2
0	0	0			

**Cədvəl 121.2**

$m_s$	$m_s'$	$M_S = \sum m_s$	$m_s$	$m_s'$	$M_S = \sum m_s$
1/2	1/2	1	-1/2	1/2	0
1/2	-1/2	0	-1/2	-1/2	-1



$$\begin{aligned}
1) M_L=2; \det\{(211m_s)(211m_s')\} &\equiv U_{211m_s} U_{211m_s'}; \\
2) M_L=1; U_{211m_s} U_{210m_s'}, U_{210m_s} U_{211m_s'}; \\
3) M_L=1; U_{211m_s} U_{21-1m_s'}, U_{210m_s} U_{210m_s'}, U_{21-1m_s} U_{211m_s'}; \quad (121.2) \\
4) M_L=-1; U_{210m_s} U_{21-1m_s'}, U_{21-1m_s} U_{210m_s'}; \\
5) M_L=-2; U_{21-1m_s} U_{21-1m_s'}.
\end{aligned}$$

121.1 və 121.2 cədvəllərindən və (121.2) ifadələrindən istifadə edərək, Pauli prinsipini və elektronların seçilməzliyini nəzərə alaraq  $M_L$  və  $M_S$  kvant ədədlərinin mümkün olan hər bir cütünə uyğun gələn aşağıdakı 15 dənə determinant dalğa funksiyalarını tapırıq (determinant dalğa funksiyalarının nömrələnməsi ardıcillığı 121.3 cədvəlindən aydın olur):

$$\begin{aligned}
M_L=2, M_S=1 &\quad \text{halı mümkün deyildir;} \\
M_L=2, M_S=0; &\quad U_1 = U_{211\frac{1}{2}} U_{211-\frac{1}{2}}; \\
M_L=2, M_S=-1 &\quad \text{halı mümkün deyildir;} \\
M_L=1, M_S=1; &\quad U_{10} = U_{211\frac{1}{2}} U_{210\frac{1}{2}}; \\
M_L=1, M_S=0; &\quad U_2 = U_{211\frac{1}{2}} U_{210-\frac{1}{2}}; \\
U_3 &= U_{211-\frac{1}{2}} U_{210\frac{1}{2}}; \\
M_L=1, M_S=-1; &\quad U_{13} = U_{211-\frac{1}{2}} U_{210-\frac{1}{2}}; \\
M_L=0, M_S=1; &\quad U_{11} = U_{211\frac{1}{2}} U_{21-1\frac{1}{2}}; \\
M_L=0, M_S=0; &\quad U_4 = U_{211\frac{1}{2}} U_{21-1-\frac{1}{2}}; \\
U_5 &= U_{211-\frac{1}{2}} U_{21-1\frac{1}{2}}; \\
U_6 &= U_{210\frac{1}{2}} U_{210-\frac{1}{2}}; \\
M_L=0, M_S=-1; &\quad U_{14} = U_{211-\frac{1}{2}} U_{21-1-\frac{1}{2}}; \\
M_L=-1, M_S=1; &\quad U_{12} = U_{21-1\frac{1}{2}} U_{210\frac{1}{2}}; \\
M_L=-1, M_S=0; &\quad U_7 = U_{21-1\frac{1}{2}} U_{210-\frac{1}{2}}; \\
U_8 &= U_{21-1-\frac{1}{2}} U_{210\frac{1}{2}}; \\
M_L=-1, M_S=-1; &\quad U_{15} = U_{21-1-\frac{1}{2}} U_{210-\frac{1}{2}}; \\
M_L=-2, M_S=1 &\quad \text{halı mümkün deyildir;} \\
M_L=-2, M_S=0; &\quad U_9 = U_{21-1\frac{1}{2}} U_{21-1-\frac{1}{2}}; \\
M_L=-2, M_S=-1 &\quad \text{halı mümkün deyildir.} \quad (121.3)
\end{aligned}$$

(121.3) ifadələrində  $M_L$  və  $M_S$  kvant ədədlərinin eyni qiymətinə uyğun gələn determinant dalğa funksiyaları 121.3 cədvəlində göstərilmişdir.

**Cədvəl 121.3**

$M_L$	$M_S$		
	1	0	-1
2	–	$U_1$	–
1	$U_{10}$	$U_2, U_3$	$U_{13}$
0	$U_{11}$	$U_4, U_5, U_6$	$U_{14}$
-1	$U_{12}$	$U_7, U_8$	$U_{15}$
-2	–	$U_9$	–

İndi isə (121.3) ifadələrinə və 121.3 cədvəlinə əsasən karbon atomunun əsas halının  $1s^2 2s^2 2p^2$  elektron konfigurasiyasından alınan qadağan olunmamış (mümkün olan) bütün termləri tapmaq olar. Bunun üçün nəzərə almaq lazımdır ki, hər bir termə 121.3 cədvəlindəki hər bir xanədən yalnız bir dənə mikrohal daxil ola bilər (xatırlayaq ki,  $L$  və  $S$  kvant ədədlərinin verilmiş qiymətində bir-birindən  $M_L$  və  $M_S$  kvant ədədləri ilə fərqlənən  $(2L+1)(2S+1)$  sayda eyni enerjili hallar çoxluğuna term deyilir). Ona görə də

1.  $M_L=2, M_S=0$  halının mövcud olmasına əsasən  $L=2, S=0$  qiymətlərinə uyğun olan  $^1D$  termi mümkündür və bu termə  $M_S=0; M_L=2, 1, 0, -1, -2$  kimi 5 mikrohal daxildir;
2.  $M_L=1, M_S=1$  halının mövcud olmasına əsasən  $L=1, S=1$  qiymətlərinə uyğun olan  $^3P$  termi mümkündür və bu termə  $M_S=1, 0, -1; M_L=1, 0, -1$ , kimi 9 mikrohal daxildir.
3.  $M_L=0, M_S=0$  xanəsindəki 3 mikrohalda yalnız biri qalır ki, o da  $L=0, S=0$  qiymətlərinə uyğun olan  $^1S$  terminə daxildir.

Beləliklə, proyeksiyaların toplanması üsuluna əsasən yuxarıda şərh olunmuş qayda ilə karbon atomunun əsas halının  $1s^2 2s^2 2p^2$  elektron konfigurasiyası üçün  $^1D, ^3P, ^1S$  termləri tapılır (bax: Ə118 və cədvəl 119.1). Qeyd edək ki, həmin qayda ilə ekvivalent və həm də qeyri-ekvivalent elektronlardan ibarət açıq təbəqələri olan istənilən elektron konfigurasiyası üçün də termləri prinsipə tapmaq olar. Lakin mürəkkəb konfigurasiyalar üçün termləri taparkən daha çox hesablamalar aparmaq tələb olunur. Buna baxmayaraq, bir qədər sonra görəcəyimiz kimi, termləri tapmaq üçün yuxarıda şərh olunan metod həm də bu termlərin  $\Psi_{M_L M_S}^{LS}$  dalğa funksiyalarını tapmağa imkan verir.

Yuxarıda qeyd etdik ki, 121.3 cədvəlindəki xanələrin hər birindən baxılan termə yalnız bir dənə mikrohal daxil ola bilər. Bu şərtin ödənməsi üçün, baxılan xanədəki determinant dalğa funksiyalarının sayı iki və daha çox olduqda, həmin funksiyaların xətti kombinasiyaları qurulur və bu xətti kombinasiyalardan hər biri bir termə aid edilir. Onda karbon atomunun əsas halının  $1s^2 2s^2 2p^2$  elektron konfigurasiyasından alınan  $^1D, ^3P$  və  $^1S$  termlərinin  $\Psi_{M_L M_S}^{LS}$  dalğa funksiyaları üçün 121.3 cədvəlinə əsasən aşağıdakı ümumi ifadələri yazı bilərik:

1.  $^1D$  termi üçün  $L=2, S=0$  olduğundan

$$\Psi_{20}^{20} = U_1, \quad \Psi_{10}^{20} = aU_2 + bU_3,$$

$$\Psi_{00}^{20} = aU_4 + bU_5 + cU_6,$$

$$\Psi_{-10}^{20} = aU_7 + bU_8, \quad \Psi_{-20}^{20} = U_9 \quad (121.4)$$

(121.4) ifadələrində  $a, b, c$  əmsalları hər bir hal üçün məxsusidir (yəni, işarələmə eyni olsa da müxtəlif hallar üçün onların qiymətləri müxtəlifdir) və onları hesablamaq lazımdır.

2.  ${}^3P$  termi üçün  $L=1, S=1$  olduğundan bu termi 9 dənə  $\psi_{M_L M_S}^{LS}$  funksiyaları aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\begin{aligned} \Psi_{11}^{11} &= U_{10}, \quad \Psi_{10}^{11} = aU_2 + bU_3, \quad \Psi_{-1}^{11} = U_{13} \\ \Psi_{01}^{11} &= U_{11}, \quad \Psi_{00}^{11} = aU_4 + bU_5 + cU_6, \quad \Psi_{0-1}^{11} = U_{14} \end{aligned} \quad (121.5)$$

$$\Psi_{11}^{11} = U_{12}, \quad \Psi_{10}^{11} = aU_7 + bU_8, \quad \Psi_{-1}^{11} = U_{15}.$$

3.  ${}^1S$  termi üçün  $L=0, S=0$  olduğundan

$$\Psi_{00}^{00} = aU_4 + bU_5 + cU_6. \quad (121.6)$$

(121.4)–(121.6) ifadələrindəki naməlum  $a, b, c$  əmsallarını tapmaq üçün  $\hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$  və  $\hat{S}_x \pm i\hat{S}_y$  operatorlarının  $\Psi_{M_L M_S}^{LS}$  funksiyalarına və  $U_i$  determinant dalğa funksiyalarına təsirindən alınan nəticələrdən istifadə edilir. Burada  $\hat{L}_x, \hat{L}_y$  və  $\hat{S}_x, \hat{S}_y$  uyğun olaraq, atomun  $\hat{L}$  tam orbital və  $\hat{S}$  tam spin operatorlarının proyeksiyalarıdır. Aydındır ki,

$$\hat{L} = \sum_k \vec{l}_k, \quad \hat{S} = \sum_k \vec{s}_k \quad (121.7)$$

vektor bərabərliklərinə uyğun olaraq

$$\begin{aligned} \hat{L}_x &= \hat{l}_{x1} + \hat{l}_{x2} + \dots \\ \hat{L}_y &= \hat{l}_{y1} + \hat{l}_{y2} + \dots \\ \hat{L}_z &= \hat{l}_{z1} + \hat{l}_{z2} + \dots \end{aligned} \quad (121.8)$$

və

$$\begin{aligned} \hat{S}_x &= \hat{s}_{x1} + \hat{s}_{x2} + \dots \\ \hat{S}_y &= \hat{s}_{y1} + \hat{s}_{y2} + \dots \\ \hat{S}_z &= \hat{s}_{z1} + \hat{s}_{z2} + \dots \end{aligned} \quad (121.9)$$

ifadələrini yazmaq olar. Bundan başqa,

$$\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2 \quad (121.10)$$

$$\hat{S}^2 = \hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2 \quad (121.11)$$

olduğu da aydındır.

Atomun  $\vec{L}$  tam orbital momentinin kvadratına və proyeksiyalarına uyğun  $\hat{L}^2$ ,  $\hat{L}_x$ ,  $\hat{L}_y$ ,  $\hat{L}_z$  operatorları üçün (77.20) və (77.23) və  $\vec{S}$  tam spin momentinin kvadratına və proyeksiyalarına uyğun  $\hat{S}^2$ ,  $\hat{S}_x$ ,  $\hat{S}_y$ ,  $\hat{S}_z$  operatorları üçün isə (104.21) və (104.22) qeyri-kommutativlik və kommutativlik münasibətləri ödənilir.  $\hat{L}^2$ ,  $\hat{L}_z$ ,  $\hat{S}^2$  və  $\hat{S}_z$  operatorları çoxelektronlu atom üçün  $\hat{H}$  Hamilton operatoru ilə kommutativdirlər. Lakin (107.40) və ya (118.3) determinant dalğa funksiyası yalnız  $\hat{L}_z$  və  $\hat{S}_z$  operatorları üçün məxsusi funksiyadır,  $\hat{L}^2$  və  $\hat{S}^2$  operatorlarının isə məxsusi funksiyası deyildir. Bunu isbat etmək üçün (107.40) və ya (118.3) kimi yazılmış determinant dalğa funksiyasının açılışında nümunəvi hədd kimi

$$U_{n_1 l_1 m_1 m_{s_1}} U_{n_2 l_2 m_2 m_{s_2}} \cdots U_{n_l l_l m_l m_{s_l}} \cdots \quad (121.12)$$

hasilini götürək. (121.12) həddinə (121.8) kimi təyin olunan  $\hat{L}_z$  operatorunun təsirinə baxaq. Bu zaman (105.23)-ə uyğun olaraq

$$\hat{L}_z U_{n_l l_l m_l m_{s_l}} = \hbar m_l U_{n_l l_l m_l m_{s_l}} \quad (121.13)$$

ifadəsindən istifadə etsək,  $\hat{L}_z$  operatorunun (121.12) həddinə təsirinin son nəticəsi həmin həddin  $\hbar(m_{l_1} + m_{l_2} + \dots)$  ədədinə vurulmasından ibarət olacaqdır. Determinantın açılışındakı  $N!$  sayda hədlərin hər biri üçün bu, belə olduğundan deyə bilərik ki, (107.40) və ya (118.3) determinant dalğa funksiyası  $\hat{L}_z$  operatorunun məxsusi funksiyasıdır:

$$\hat{L}_z U = \hbar M_L U . \quad (121.14)$$

Burada

$$M_L = m_{l_1} + m_{l_2} + \dots + m_{l_N} \quad (121.15)$$

işarə edilmişdir. Tamamilə buna oxşar olaraq

$$\hat{S}_z U_{n_l l_l m_l m_{s_l}} = \hbar m_{s_l} U_{n_l l_l m_l m_{s_l}} \quad (121.16)$$

ifadəsindən istifadə etməklə göstərmək olar ki, (107.40) və ya (118.3) determinant dalğa funksiyası həm də  $\hat{S}_z$  operatorunun məxsusi funksiyasıdır:

$$\hat{S}_z U = \hbar M_S U . \quad (121.17)$$

Burada

$$M_S = m_{s_1} + m_{s_2} + \dots + m_{s_N} \quad (121.18)$$

işarə edilmişdir.

Məsələn, (121.3)-dəki  $U_6$  və  $U_{10}$  determinantları üçün (121.4) və (121.17) ifadələrinə əsasən tapırıq ki,

$$\hat{L}_z U_6 = 0, \quad \hat{L}_z U_{10} = \hbar U_{10},$$

$$\hat{S}_z U_6 = 0, \quad \hat{S}_z U_{10} = \hbar U_{10}.$$

İndi isə  $\hat{L}^2$  operatorunun  $U$  determinant dalğa funksiyasına təsirinə baxaq. Bunun üçün də determinantın ayrılışında nümunəvi hədd kimi (121.12)-ni götürəcəyik. Bu məqsədlə əvvəlcə (121.10)-da (121.18) ifadələrini nəzərə alaraq  $\hat{L}^2$  operatorunu aşağıdakı kimi yazmaq:

$$\begin{aligned} \hat{L}^2 &= (\hat{l}_{x_1} + \hat{l}_{x_2} + \dots)^2 + (\hat{l}_{y_1} + \hat{l}_{y_2} + \dots)^2 + (\hat{l}_{z_1} + \hat{l}_{z_2} + \dots)^2 = \\ &= \hat{l}_1^2 + \hat{l}_2^2 + \hat{l}_3^2 + \dots + 2\hat{l}_{z_1}\hat{l}_{z_2} + 2\hat{l}_{z_1}\hat{l}_{z_3} + 2\hat{l}_{z_2}\hat{l}_{z_3} + \dots \\ &\dots + (\hat{l}_{x_1} + i\hat{l}_{y_1})(\hat{l}_{x_2} - i\hat{l}_{y_2}) + (\hat{l}_{x_1} - i\hat{l}_{y_1})(\hat{l}_{x_2} + i\hat{l}_{y_2}) + \dots \end{aligned} \quad (121.19)$$

Onda (84.37), (84.38), (84.53) və (84.54) ifadələrindən istifadə edərək  $\hat{L}^2$  operatorunun (121.12) hasilinə təsirinin nəticəsini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\begin{aligned} \hat{L}^2 \{U_{n_1 l_1 m_1 m_{s_1}} U_{n_2 l_2 m_2 m_{s_2}} \dots\} &= \hbar^2 \{ [l_1(l_1 + 1) + l_2(l_2 + 1) + \dots \\ &\dots + 2m_1 m_{l_2} + 2m_{l_1} m_{l_3} + 2m_{l_2} m_{l_3} + \dots] \cdot [U_{n_1 l_1 m_1 m_{s_1}} U_{n_2 l_2 m_2 m_{s_2}} \dots] + \\ &+ \sqrt{[l_1(l_1 + 1) - m_{l_1}(m_{l_1} + 1)][l_2(l_2 + 1) - m_{l_2}(m_{l_2} - 1)]} \\ &[U_{n_1 l_1 m_{l_1+1} m_{s_1}} U_{n_2 l_2 m_{l_2-1} m_{s_2}} \dots] + \\ &+ \sqrt{[l_1(l_1 + 1) - m_{l_1}(m_{l_1} - 1)][l_2(l_2 + 1) - m_{l_2}(m_{l_2} + 1)]} \\ &[U_{n_1 l_1 m_{l_1-1} m_{s_1}} U_{n_2 l_2 m_{l_2+1} m_{s_2}} \dots] + \dots \} \end{aligned} \quad (121.20)$$

(121.12) hasilinin  $U$  determinantının baş diaqonalına uyğun gəldiyini fərz etsək, onda aydındır ki, bu determinantın ayrılışındakı  $N!$  sayda hədlərin (hasilərin) hər birinə  $\hat{L}^2$  operatorunun təsiri (121.20) kimi olacaqdır. Ona görə də  $\hat{L}^2$  operatorunun (107.40) və ya (118.3) kimi yazılmış  $U$  determinant dalğa funksiyasına təsirinin nəticəsi aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\begin{aligned} \hat{L}^2 \{U_{n_1 l_1 m_1 m_{s_1}} U_{n_2 l_2 m_2 m_{s_2}} \dots\} &= \\ &= \hbar^2 \left\{ \left[ \sum_i l_i(l_i + 1) + 2 \sum_{i>j} m_i m_j \right] \cdot [U_{n_1 l_1 m_1 m_{s_1}} U_{n_2 l_2 m_2 m_{s_2}} \dots] + \right. \\ &+ \sum_{i \neq j} \sqrt{[l_i(l_i + 1) - m_{l_i}(m_{l_i} + 1)][l_j(l_j + 1) - m_{l_j}(m_{l_j} - 1)]} \times \\ &\times [U_{n_1 l_1 m_1 m_{s_1}} \dots U_{n_i l_i m_{s_i+1} m_{s_i}} \dots U_{n_j l_j m_{s_j-1} m_{s_j}} \dots] \}. \end{aligned} \quad (121.21)$$

Buna oxşar olaraq  $\hat{S}^2$  operatorunun  $U$  determinant dalğa funksiyasına təsiri üçün tapırıq ki,

$$\begin{aligned}
& \hat{S}^2 \{ U_{n_1 l_1 m_1 m_{s_1}} U_{n_2 l_2 m_2 m_{s_2}} \dots \} = \\
& = \hbar^2 \left\{ \left[ \sum_i |m_{s_i}| (|m_{s_i}| + 1) + 2 \sum_{i>j} m_{s_i} m_{s_j} \right] \cdot [U_{n_1 l_1 m_1 m_{s_1}} U_{n_2 l_2 m_2 m_{s_2}} \dots] + \right. \\
& + \sum_{i \neq j} \sqrt{\left(\frac{3}{2} + m_{s_i}\right) \left(\frac{1}{2} - m_{s_i}\right) \left(\frac{3}{2} - m_{s_j}\right) \left(\frac{1}{2} + m_{s_j}\right)} \times \\
& \left. \times [U_{n_1 l_1 m_1 m_{s_1}} \dots U_{n_i l_i m_i m_{s_i} + 1} \dots U_{n_j l_j m_j m_{s_j} - 1} \dots] \right\}. \tag{121.22}
\end{aligned}$$

(121.21) və (121.22) ifadələrindən görünür ki,  $U$  determinant dalğa funksiyası atomun tam orbital və tam spin momentinin kvadratı operatorlarının doğrudan da məxsusi funksiyası deyildir.

$$\hat{L}^2 U \neq \text{const} \cdot U, \quad \hat{S}^2 U \neq \text{const} \cdot U.$$

Yuxarıda şərh olunan qayda üzrə

$$\hat{L}_{\pm} = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y = \sum_k (\hat{l}_{xk} \pm i\hat{l}_{yk}), \tag{121.23}$$

$$\hat{S}_{\pm} = \hat{S}_x \pm i\hat{S}_y = \sum_k (\hat{s}_{xk} \pm i\hat{s}_{yk}). \tag{121.24}$$

operatorlarının da  $U$  determinant dalğa funksiyasına təsirini tapa bilərik:

$$\begin{aligned}
& \hat{L}_{\pm} U = (\hat{L}_x \pm i\hat{L}_y) \{ U_{n_1 l_1 m_1 m_{s_1}} U_{n_2 l_2 m_2 m_{s_2}} \dots \} = \\
& = \hbar \sum_i \sqrt{l_i(l_i + 1) - m_i(m_i \pm 1)} \times \\
& \times \{ U_{n_1 l_1 m_1 m_{s_1}} \dots U_{n_i l_i m_i \pm 1 m_{s_i}} \dots \}, \tag{121.25}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \hat{S}_{\pm} U = (\hat{S}_x \pm i\hat{S}_y) \{ U_{n_1 l_1 m_1 m_{s_1}} U_{n_2 l_2 m_2 m_{s_2}} \dots \} = \\
& = \hbar \sum_i \sqrt{\left(\frac{3}{2} \pm m_{s_i}\right) \left(\frac{1}{2} \mp m_{s_i}\right)} \times \\
& \times \{ U_{n_1 l_1 m_1 m_{s_1}} \dots U_{n_i l_i m_i m_{s_i} \pm 1} \dots \}. \tag{121.26}
\end{aligned}$$

Beləliklə, aydın olur ki, (107.40) və ya (118.3) kimi təyin olunan  $U$  determinant dalğa funksiyası  $\hat{L}_z$  və  $\hat{S}_z$  operatorlarının məxsusi funksiyası olsa da  $\hat{L}^2$  və  $\hat{S}^2$  operatorlarının məxsusi funksiyası deyildir. Lakin atomda elektronlar arasında Kulon qarşılıqlı təsirini tam nəzərə aldıqda atomun halını təsvir edən  $\Psi_{M_L M_S}^{LS}$  dalğa funksiyası  $\hat{H}$ ,  $\hat{L}^2$ ,  $\hat{L}_z$ ,  $\hat{S}^2$ ,  $\hat{S}_z$  operatorlarının hamısının məxsusi funksiyasıdır /bax: (118.9)-(118.13)/. Bundan başqa, (121.23) və (121.24) kimi təyin olunan  $\hat{L}_{\pm}$  və  $\hat{S}_{\pm}$  operatorlarının  $\Psi_{M_L M_S}^{LS}$  funksiyasına təsiri üçün (84.5) və (84.54) ifadələrinə uyğun olaraq aşağıdakı düsturları yazmaq olar:

$$\begin{aligned}
\hat{L}_{\pm} \Psi_{M_L M_S}^{LS} &= (\hat{L}_x \pm i\hat{L}_y) \Psi_{M_L M_S}^{LS} = \\
&= \hbar \sqrt{L(L+1) - M_L(M_L \pm 1)} \Psi_{M_L \pm 1 M_S}^{LS} = \quad (121.27) \\
&= \hbar \sqrt{(L \pm M_L + 1)(L \mp M_L)} \Psi_{M_L \pm 1 M_S}^{LS},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{S}_{\pm} \Psi_{M_L M_S}^{LS} &= (\hat{S}_x \pm i\hat{S}_y) \Psi_{M_L M_S}^{LS} = \\
&= \hbar \sqrt{S(S+1) - M_S(M_S \pm 1)} \Psi_{M_L M_S \pm 1}^{LS} = \quad (121.28) \\
&= \hbar \sqrt{(S \pm M_S + 1)(S \mp M_S)} \Psi_{M_L M_S \pm 1}^{LS}.
\end{aligned}$$

(121.25)-(121.28) düsturlarından istifadə edərək biz (121.4)-(121.6) ifadələrindəki  $a, b, c$  məchullarını tapa bilərik. Əvvəlcə  ${}^1D$  terminin  $\Psi_{M_L M_S}^{LS}$  dalğa funksiyalarının ifadələrinə daxil olan naməlum əmsalları tapan. Başlanğıc kimi məlum  $\Psi_{20}^{20} = U_1$  funksiyasını götürək. (121.27) və (121.25) düsturlarına əsasən

$$(\hat{L}_x - i\hat{L}_y) \Psi_{20}^{20} = 2\Psi_{20}^{20} \quad (121.29)$$

$$\begin{aligned}
(\hat{L}_x - i\hat{L}_y) \Psi_{20}^{20} &= (\hat{L}_x - i\hat{L}_y) U_1 = (\hat{L}_x - i\hat{L}_y) \\
\left\{ \cdots U_{211\frac{1}{2}} U_{211-\frac{1}{2}} \right\} &= \sqrt{2} \left\{ \cdots U_{210\frac{1}{2}} U_{211-\frac{1}{2}} \right\} + \\
+ \sqrt{2} \left\{ \cdots U_{211\frac{1}{2}} U_{210-\frac{1}{2}} \right\} &= \sqrt{2} (-U_3 + U_2) = \\
= \sqrt{2} (U_2 - U_3) & \quad (121.30)
\end{aligned}$$

olduğunu tapırıq. (121.30) düsturunu yazarkən nəzərə alınmışdır ki, (121.5)-də  $i$  üzrə cəmin qapalı təbəqələrə uyğun hədləri sıfıra bərabər olur və determinantın iki sütununun yerini dəyişdikdə bu determinantın işarəsi əksinə dəyişir. Məsələn, (121.30)-da  $\left\{ \cdots U_{210\frac{1}{2}} U_{211-\frac{1}{2}} \right\}$  determinantı (121.3)-də olan  $U_3$  determinantına əks işarə ilə bərabərdir.

(121.29) və (121.30) bərabərliklərinin sol tərəfləri eyni olduğu üçün, sağ tərəfləri də bir-birinə bərabər olmalıdır ki, buradan da  $\Psi_{10}^{20}$  dalğa funksiyasının aşkar ifadəsi tapılır:

$$\Psi_{10}^{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} (U_2 - U_3) \quad (121.31)$$

Bu qayda üzrə  ${}^1D$  terminin  $\Psi_{00}^{20}$  və  $\Psi_{-10}^{20}$  funksiyalarını da tapırıq:

1) (121.27)-yə əsasən

$$(\hat{L}_x - i\hat{L}_y) \Psi_{10}^{20} = \sqrt{6} \Psi_{00}^{20} \quad (121.32)$$

yaza bilərik. Digər tərəfdən  $\Psi_{10}^{20}$  üçün (121.31)-i nəzərə alsaq, (121.25)-dən və (121.38)-dən istifadə etsək

$$(\hat{L}_x - i\hat{L}_y) \Psi_{10}^{20} = (\hat{L}_x - i\hat{L}_y) \frac{1}{\sqrt{2}} (U_2 - U_3) = U_4 - U_5 + 2U_6 \quad (121.33)$$

olar. Onda (121.32) və (121.33)-ün müqayisəsindən

$$\Psi_{00}^{20} = \frac{1}{\sqrt{6}}(U_4 - U_5 + 2U_6) \quad (121.34)$$

alırıq.

2) (121.27)-yə əsasən

$$(\hat{L}_x - i\hat{L}_y)\Psi_{00}^{20} = \sqrt{6} \Psi_{-10}^{20} \quad (121.35)$$

olur. Lakin  $\Psi_{00}^{20}$  üçün (121.34) ifadəsini nəzərə alsaq, sonra (121.25) və (121.3) düsturlarından istifadə etsək

$$(\hat{L}_x - i\hat{L}_y)\Psi_{00}^{20} = (\hat{L}_x - i\hat{L}_y)\frac{1}{\sqrt{6}}(U_4 - U_5 + 2U_6) = \frac{3\sqrt{2}}{6}(U_7 - U_8) \quad (121.36)$$

alırıq. (121.35) və (121.36) ifadələrini müqayisə edərək

$$\Psi_{-10}^{20} = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_7 - U_8) \quad (121.37)$$

olduğunu tapırıq.

İndi isə  ${}^3P$  terminin  $\Psi_{M_L M_S}^{LS}$  dalğa funksiyalarının (121.5) ifadələrinə daxil olan naməlum əmsalları tapaq. (121.5)-dən görünür ki,  $\Psi_{11}^{11} = U_{10}$ . Onda (121.28), (121.26) və (121.3) ifadələrindən istifadə etməklə aşağıdakı ifadələri tapırıq:

$$1) (\hat{S}_x - i\hat{S}_y)\Psi_{11}^{11} = \sqrt{2} \Psi_{10}^{11}, \quad (121.38)$$

$$(\hat{S}_x - i\hat{S}_y)\Psi_{11}^{11} = (\hat{S}_x - i\hat{S}_y)U_{10} = U_3 + U_2 \quad (121.39)$$

Buradan

$$\Psi_{10}^{20} = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_2 + U_3) \quad (121.40)$$

alınır.

$$2) (\hat{S}_x - i\hat{S}_y)\Psi_{01}^{11} = \sqrt{2} \Psi_{00}^{11}. \quad (121.41)$$

Lakin  $\Psi_{01} = U_{11}$  olduğundan

$$(\hat{S}_x - i\hat{S}_y)\Psi_{01}^{11} = (\hat{S}_x - i\hat{S}_y)U_{11} = U_5 + U_4 \quad (121.42)$$

tapırıq. Onda (121.41) və (121.42)-nin müqayisəsindən

$$\Psi_{00}^{11} = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_4 + U_5) \quad (121.43)$$

alınır.

3)  $\Psi_{10}^{11}$  funksiyasını tapmaq üçün  $\Psi_{-11}^{11} = U_{12}$  məlum funksiyasına (121.28)-ə əsasən  $M_S$  indeksini kiçildən  $\hat{S}_x - i\hat{S}_y$  operatoru ilə təsir edək:

$$(\hat{S}_x - i\hat{S}_y)\Psi_{-11}^{11} = \sqrt{2} \Psi_{-10}^{11}. \quad (121.44)$$



Digər tərəfdən, (121.26) və (121.3)-ə əsasən

$$(\hat{S}_x - i\hat{S}_y)\Psi_{-11}^{11} = (\hat{S}_x - i\hat{S}_y)U_{12} = U_8 + U_7 \quad (121.45)$$

yaza bilərik. Onda, (121.44) və (121.45)-in müqayisəsindən

$$\Psi_{-10}^{11} = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_7 + U_8) \quad (121.46)$$

alınır.

<sup>1</sup>S terminin  $\Psi_{00}^{10}$  dalğa funksiyasının (121.6) ifadəsinə daxil olan naməlum əmsalları yuxarıda şərh olunan üsulla tapmaq olmaz. Lakin bu məqsədlə  $U_i$  determinant dalğa funksiyalarının və  $\Psi_{M_L M_S}^{LS}$  funksiyalarının aşağıdakı ortonormallıq şərtlərindən istifadə edilir:

$$\int U_i^* U_j d\tau = \delta_{ij}. \quad (121.47)$$

$$\int \Psi_{M_L M_S}^{*LS} \Psi_{M_L' M_S'}^{LS'} d\tau = \delta_{LL'} \delta_{SS'} \delta_{M_L M_L'} \delta_{M_S M_S'} \quad (121.48)$$

(121.48)-ə əsasən (121.6), (121.34) və (121.43) funksiyaları vasitəsilə aşağıdakı kimi üç dənə tənlik /  $\Psi_{00}^{00}$  funksiyasının (121.6) ifadəsinə üç dənə məchul daxildir/ yazmaq olar:

$$0 = \int \Psi_{00}^{20} \Psi_{00}^{00} d\tau = \frac{1}{\sqrt{6}} \int (U_4 - U_5 + 2U_6)(aU_4 + bU_5 + cU_6) d\tau,$$

$$0 = \int \Psi_{00}^{11} \Psi_{00}^{00} d\tau = \frac{1}{\sqrt{2}} \int (U_4 + U_5)(aU_4 + bU_5 + cU_6) d\tau,$$

$$1 = \int \Psi_{00}^{00} \Psi_{00}^{00} d\tau = \int (aU_4 + bU_5 + cU_6)^2 d\tau$$

və ya (121.47)-ni nəzərə alsaq

$$a-b+2c=0$$

$$a+b=0$$

$$a^2+b^2+c^2=1.$$

$$(121.49)$$

(121.49) tənliklər sistemini həll edərək  $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ,  $b = c = -\frac{1}{\sqrt{3}}$  olduğunu tapırıq.

Beləliklə,

$$\Psi_{00}^{00} = \frac{1}{\sqrt{3}}(U_4 - U_5 - U_6) \quad (121.50)$$

olur.

Deməli, karbon atomunun əsas halının  $1s^2 2s^2 2p^2$  elektron konfigurasiyasının parçalanmasından alınan termləri və onların  $\Psi_{M_L M_S}^{LS}$  dalğa funksiyalarını tapdıq. Belə ki, (121.4), (121.5), (121.6), (121.31), (121.34), (121.37), (121.40), (121.43), (121.46) və (121.50) ifadələrinə əsasən bu termlərin dalğa funksiyaları (121.3) determinant dalğa

funksiyaları vasitəsilə aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$^1D$  termi:

$$\begin{aligned}\Psi_{20}^{20} &= U_1 \\ \Psi_{10}^{20} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(U_2 - U_3) \\ \Psi_{00}^{20} &= \frac{1}{\sqrt{6}}(U_4 - U_5 + 2U_6) \\ \Psi_{-10}^{20} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(U_7 - U_8) \\ \Psi_{-20}^{20} &= U_9\end{aligned}\quad (121.51)$$

$^3P$  termi:

$$\begin{aligned}\Psi_{11}^{11} &= U_{10}, \quad \Psi_{10}^{11} = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_2 + U_3), \quad \Psi_{-1}^{11} = U_{13} \\ \Psi_{01}^{11} &= U_{11}, \quad \Psi_{00}^{11} = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_4 + U_5), \quad \Psi_{0-1}^{11} = U_{14} \\ \Psi_{-11}^{11} &= U_{12}, \quad \Psi_{-10}^{11} = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_7 + U_8), \quad \Psi_{-1-1}^{11} = U_{15}.\end{aligned}\quad (121.52)$$

$^1S$  termi:

$$\Psi_{00}^{00} = \frac{1}{\sqrt{3}}(U_4 - U_5 - U_6) \quad (121.53)$$

## §122. Rentgen spektrləri üçün enerji səviyyələrinin sxemi

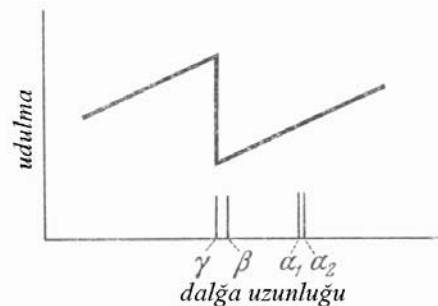
Rentgen şüalarının təbiəti və xassələri haqqında III fəsilə müfəssəl məlumat verilmişdir. Bu paragrafda isə rentgen spektrlərinin yaranması mexanizmi şərh olunur. Rentgen spektrləri atomun daxili təbəqələrindəki elektronların atomdan qoparılması sayəsində yaranır. Məsələn burasındadır ki, ultrabənövşəyi və görünən oblastda müşahidə olunan optik spektrlərin yaranması mexanizmindən fərqli olaraq, atomun daxili elektron təbəqələri tam dolduğu üçün, bu təbəqələrin birində boş yer yaranması və həmin təbəqəyə digər təbəqələrdən keçid baş verə bilmir. Udulma rentgen spektri elektronun atomdakı daxili təbəqədən qoparaq atomu tərk etməsinə, yəni daxili təbəqədəki diskret enerji səviyyəsindən ionlaşma sərhəddinə birləşən kəsilməz enerji səviyyələrinə keçməsinə uyğun gəlir. Beləliklə, fotonu udaraq atom,  $1s^2S_{1/2}$  əsas halında yerləşən hidrogenəbənzər atomun  $13,6 \text{ eV}$ -dan böyük enerjiyə malik olan fotonu udmaqla ionlaşmasına oxşar olaraq ionlaşır. Lakin burada fərq ondan ibarətdir ki, daxili təbəqədə yerləşən və daha möhkəm

rabitədə olan elektronu qoparmaq üçün udulan fotonun enerjisi çox böyük olur. Ağır elementlərin atomlarından  $1s$  təbəqədəki elektronun qoparılması (fotoeffekt) sayəsində ionlaşma baş verməsi üçün  $10^5 eV$  tərtibində enerji tələb olunur. Məsələn, uran atomu üçün bu enerji, yəni  $1s$  təbəqədən ionlaşma sərhəddi  $1,164 \cdot 10^5 eV$ -dur.

Rentgen spektrləri optik spektrlərdən bir sıra xüsusiyyətlərinə görə kəskin fərqlənirlər. Belə ki, rentgen spektrlərinin xarakterik xüsusiyyəti onların sadə və tam eyni cür olmasından ibarətdir. Optik spektrlər isə kifayət qədər mürəkkəbdir və dövri sistemdə bir qrupdan digərinə keçdikdə əsaslı sürətdə dəyişirlər. Bütün elementlərin rentgen spektrləri bir-birinə nəzərən oxşar şəkildə yerləşmiş və eyni bir incə quruluşa malik olan az sayda xətlərdən ibarətdir (şəkil 31.2). Rentgen şüalarının tezliyi (kvantın enerjisi) optik şüaların tezliyindən (fotonun enerjisindən) min dəfələrlə böyükdür. Atomun sıra nömrəsi artdıqca rentgen spektri öz quruluşunu dəyişmədən qısdalğalı oblasta doğru sürüşür. Bu sürüşmə Mozli qanunu (Ə32) ilə ifadə olunan sadə qayda üzrə baş verir: atomun rentgen spektrində xəttin tezliyinin kvadrat kökü bu atomun  $z$  sıra nömrəsi ilə düz mütənəsbdir.

Rentgen spektrləri atomların daxili təbəqələrində baş verən keçidlər nəticəsində yarandığından və bu spektrlər sadə olub, atomun sıra nömrəsi dəyişdikcə periodik deyil, monoton dəyişdiyindən belə nəticə çıxarmaq olar ki, bütün elementlərin atomlarının daxili elektron təbəqələrinin quruluşu eynidir və bu quruluşda heç bir periodiklik yoxdur.

Rentgen spektrlərinin mənşəyini izah etmək üçün mühüm əhəmiyyət kəsb edən bir xüsusiyyət də ondan ibarətdir ki, rentgen spektrlərində optik spektrlər üçün xarakterik olan xətlərin dönərliyi müşahidə olunmur. Məsələn, natriumun buxarı içərisindən bütöv spektrə malik işıq (ağ işıq) buraxdıqda, natriumun sarı  $D$ -xəttinin yerində qara xətt alınır, yəni natrium üçün şüalanma və udulma optik spektrləri dönərlik xassəsinə malikdir. Lakin hər hansı bir kimyəvi elementin müəyyən təbəqəsindən bütöv spektrə malik olan tormozlanma rentgen şüalanması keçirsək, udulma spektrində bu element üçün xarakterik olan qara xətlər alınmır, lakin uzun dalğalı tərəfdən kəskin sərhəddi olan enli və kəsilməz udulma zolaqları alınır. Bu deyilənləri nisbətən sadə olan  $K$ -seriyası misalında əyani şəkildə göstərmək olar. 122.1 şəklində aşağıda  $K$ -seriyasına uyğun şüalanmanın xətti spektri, yuxarıda isə həmin elementdə udulmanın gedişini təsvir edən qrafik verilmişdir. Bu şəkildən görüldüyü kimi, dalğa uzunluğu kiçildikcə udulma azalır, lakin  $K_\gamma$  xəttinin dalğa uzunluğuna yaxın olan qiymətdə udulma kəskin artır və sonra dalğa uzunluğu kiçildikcə yenə də udulma azalır. Yaranmış enli



Шякил 122.1.

(yayılmış) udulma zolağının sərhəddi əslində  $K_\gamma$  xəttinə nisbətən qısa dalğa oblastına doğru bir qədər sürüşmüş olur və  $K$  seriyasının sərhəddi ilə dəqiq üst-üstə düşür.

Rentgen udma spektrinin bütöv (kəsilməz) olması göstərir ki, udulma zamanı kombinasiya olunan iki haldan biri kvantlanmamışdır. Udulma zolağı uzun dalğalı tərəfdən kəskin sərhəddə malik olduğundan və bu sərhəd seriyanın sərhəddi ilə üst-üstə düşdüyündən, biz deyə bilərik ki, zolağın kənarına uyğun gələn dalğa uzunluğunun udulması zamanı baş verən proses elektronun atomla əlaqəsinin qırılmasından (elektronun atomdan qopmasından), yəni atomun ionlaşmasından ibarətdir. Dalğa uzunluğunun böyük

qiymətlərində kvantın  $\hbar\omega$  enerjisi elektronu atomdan qoparmaq üçün kifayət etmir, dalğa uzunluğunun kiçik qiymətlərində isə kvantın enerjisi elektronu həm atomdan qoparmağa, həm də bu elektrona kinetik enerji verməyə bəs edir. Rentgen şüaları atomun elektron örtüyünün dərin qatlarında yarandığından, burada əlbəttə ki, daxili elektronlardan birinin qopması nəzərdə tutulur.

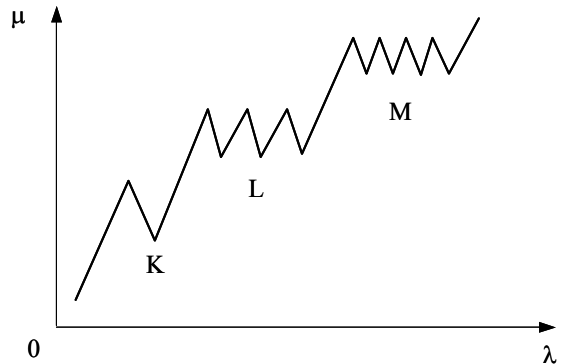
Rentgen spektrlərinin yaranması mənzərəsini Kossel aşağıdakı kimi təsvir etmişdir. Şüalanma spektrinin yaranması üçün atom əvvəlcə həyəcanlanmış hala keçirilməlidir. Rentgen spektrlərinin alınması üçün bu həyəcanlanma atomun daxili təbəqələrindəki elektronlardan birinin atomdan qoparılmasından ibarətdir ki, bu da rentgen udma spektrinin xarakteri ilə təsdiq olunur. Əgər xaricdən düşən katod şüalarındakı elektronun və ya rentgen şüasının təsiri nəticəsində atomun ən dərin layında ( $K$ -layı və ya  $1s^2$  təbəqəsi) olan iki elektronun biri qopub atomu tərk edirsə, onda bu elektronun boş qalan yeri xarici laydakı ( $L, M, N$ ) elektron tərəfindən tutula bilər.  $L \rightarrow K$ ,  $M \rightarrow K$ ,  $N \rightarrow K$  keçidləri nəticəsində şüalanan rentgen xətləri, uyğun olaraq,  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$ ,  $K_\gamma$  kimi işarə edilir.

Rentgen şüalarının  $K$ -seriyasının yaranması üçün təsvir edilən bu mənzərə  $\text{E}32$ -də şərh olunan Mozli qanununa tam uyğun gəlir. Məsələn,  $K_\alpha$  xəttinin tezliyi (32.1) düsturu ilə

$$\omega_{K_\alpha} = R(z-1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$

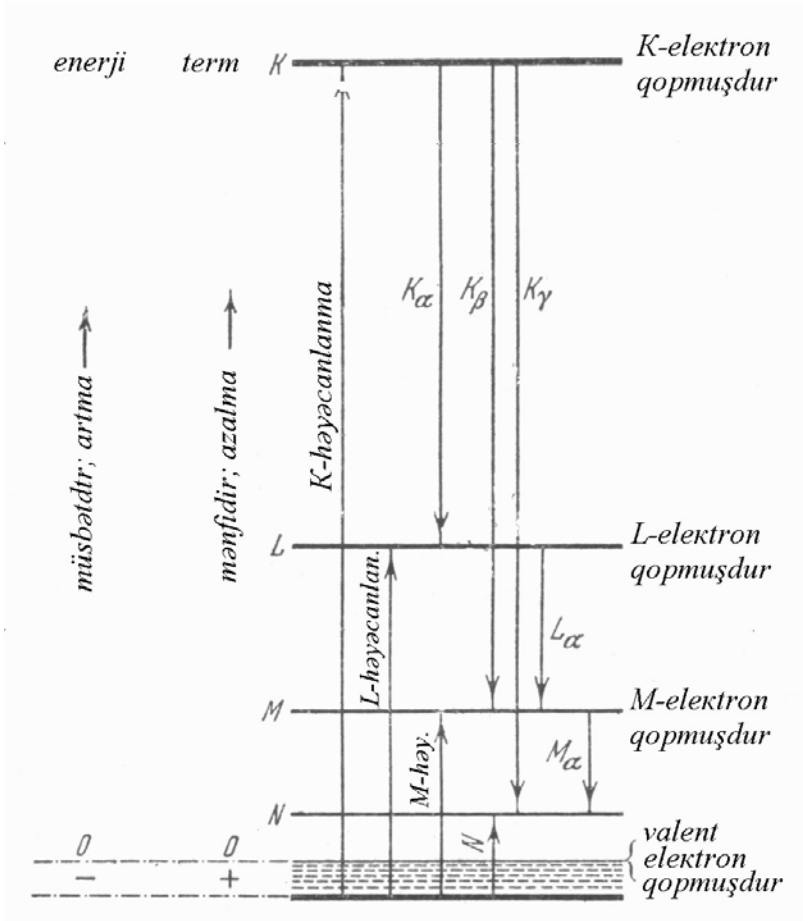
kimi təyin olunur. Bu düsturdan görünür ki,  $K_\alpha$  xəttinin tezliyi (dalğa ədədi) iki termin kombinasiyasının nəticəsidir; bu termlərdən biri baş kvant ədədinin  $n=1$  qiymətinə ( $K$  termi), digəri isə  $n=2$  qiymətinə ( $L$  termi) uyğun gəlir. Düsturdan görüldüyü kimi, bu termlər hidrogenəbənzər atomların termlərinə çox yaxındır. Fərq yalnız ondan ibarətdir ki, termin ifadəsinə  $z$  sıra nömrəsinin əvəzinə  $z-1$  daxildir.  $K$  seriya üçün bu vəziyyət ionlaşmadan sonra  $K$  layında qalan bir elektron tərəfindən nüvənin  $z$  yükünün ekranlaşması kimi izah oluna bilər.

Rentgen spektrlərindəki  $L, M, N, \dots$  seriyalarının da yaranması, analogi yolla izah oluna bilər. Lakin bu seriyalara uyğun olan rentgen udma spektrləri  $K$  seriyası üçün xarakterik olmayan bir xüsusiyyətə malikdir. Belə ki, bu seriyalar üçün kəsilməz udma zolağının sərhəddi incə quruluşa malikdir:  $L$ -seriya üçün bu sərhəd üçqat,  $M$ -seriya üçün beşqat,  $N$ -seriya üçün isə yeddiqatdır (şəkil 122.2). Bu mühüm xüsusiyyətin səbəbini bir qədər sonra izah edəcəyik. Hələlik isə biz nə udma zolağının sərhəddinin quruluşunu və nə də ki, rentgen spektrlərinin digər daha incə xüsusiyyətlərini nəzərə almadan yalnız onu qeyd etməklə kifayətlənirik ki,  $L$ -seriyanın yaranması qabaqcadan ionlaşma nəticəsində  $L$ -layında boş qalan yerə  $M, N, O, \dots$  laylarından elektronun keçməsi,  $M$ -seriyanın yaranması isə  $M$ -layında boş olan yerə  $N, O, \dots$  laylarından elektronun keçməsi ilə izah olunur və s.



Шякил 122.2.

Yuxarıda deyilənlərə əsasən xətti rentgen spektrini verən enerji səviyyələrinin sxemini 122.3 şəklindəki kimi göstərmək olar.  $K$ -layında olan elektron atomdan qopduqda bu atom əsas (normal) haldan həyəcanlanmış hala keçir. 122.3 şəklində bu



Шякил

həyəcanlanmış hal  $K$  hərfi ilə işarə edilmişdir. Normal hala uyğun enerji səviyyəsi ilə həyəcanlanmış  $K$  səviyyəsi arasındakı məsafə aydındır ki,  $K$  terminə uyğun olan enerjiyə və ya  $K$ -layın ionlaşma enerjisinə bərabərdir. Bu enerjiləri adətən dalğa ədədi şkalasında göstəririlər ( $1 \text{ sm}^{-1} = 1,23977 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$  və  $1 \text{ eV} = 8066 \text{ sm}^{-1}$ ).  $K$  səviyyəsindən  $L, M, N$  səviyyələrinə keçidlər zamanı şüalanan xətlər, artıq deyildiyi kimi, uyğun olaraq,  $K_{\alpha}$ ,  $K_{\beta}$ ,  $K_{\gamma}$  işarə edilir. Ən ehtimallı  $K \rightarrow L$  keçidinə  $K$  seriyasında ən böyük intensivliyə malik olan  $K_{\alpha}$  xətti uyğun gəlir.

Normal halda  $L$  layının ionlaşması nəticəsində yaranan həyəcanlanmış səviyyə  $L$  kimi işarə olunur və bu səviyyədən  $M, N, \dots$  laylarına  $L \rightarrow M$ ,  $L \rightarrow N, \dots$  keçidləri nəticəsində  $L$  seriyasının xətləri alınır və s.

Normal hala uyğun olan enerji səviyyəsindən yuxarıda yerləşən həyəcanlanmış  $K, L, M, \dots$  səviyyələri hər bir  $K, L, M, \dots$  udma zolağının sərhəddinin vəziyyətini təyin edir.

Burada, qeyd etdiyimiz kimi, udma zolağının sərhəddinin quruluşu hələlilik nəzərə alınmır.

Rentgen spektrini verən enerji səviyyələri sxemini (məsələn, 122.3 şəklindəki sxemi) optik spektrlərin alınmasına uyğun gələn enerji səviyyələri sxemi ilə müqayisə edərək asanlıqla görmək olar ki, bu iki sxem arasında mühüm fərq vardır. Belə ki, optik enerji səviyyələri sxemində baş kvant ədədinin ən kiçik  $n=1$  qiymətinə uyğun enerji səviyyəsi ən aşağıda yerləşdiyi halda, rentgen səviyyələrinin sxemində  $n=1$  qiymətinə uyğun olan  $K$  səviyyəsi digər səviyyələrə nisbətən ən yuxarıda yerləşir. Yəni rentgen səviyyələrinin sxemi bütövlükdə elə bil ki, optik enerji səviyyələri sxeminin tərsidir. Bunun səbəbi isə optik və rentgen spektrlərinin yaranması mexanizmindəki fərkdir. Optik spektrlər xarici təbəqədə yerləşən və atom ilə ən zəif əlaqədə olan elektronun kiçik kvant ədədinə malik haldan daha böyük kvant ədədinə və kiçik rabitə enerjisində malik olan hala keçməsi (həyəcanlanması) nəticəsində baş verir. Aydın ki, həyəcanlanmış hala uyğun olan kvant ədədi böyük və bu həyəcanlanmış halda rabitə enerjisi kiçik olduqca, atomu həmin hala keçirmək üçün lazım olan həyəcanlaşma enerjisi də böyük olacaqdır. Rentgen spektrlərinin alınması zamanı isə atomun həyəcanlaşması atomun normal halında bu və ya digər layda yerləşən elektronun atomdan qoparılmasından ibarətdir. Ona görə də bu halda elektron atom ilə daha güclü rabitədə olduqca, yəni elektron nüvəyə yaxın olan layda, başqa sözlə baş kvant ədədinin ən kiçik qiymətinə uyğun olan layda yerləşdikcə, həyəcanlaşma enerjisi də böyük olur.

Optik və rentgen səviyyələri arasındakı münasibəti əyani şəkildə başqa cür də təsvir etmək olar. Bunun üçün atomla ən zəif əlaqəli xarici elektronun (valent elektronunun) atomdan qoparılması üçün lazım olan ionlaşma enerjisini sıfıra bərabər qəbul edək (122.3 şəklində  $OO$  səviyyəsi). Onda daxili elektronların qoparılması üçün lazım olan ionlaşma enerjiləri müsbət işarəli olub, laya uyğun baş kvant ədədi kiçildikcə artacaqdır. Başqa sözlə,  $K$ -elektron ( $n=1$ ) ən böyük müsbət enerjiyə,  $L$ -elektron ( $n=2$ ) nisbətən kiçik müsbət enerjiyə və s. malik olacaqdır, yəni baş kvant ədədinin böyük qiymətinə kiçik enerji uyğun gəlir. Şüalanma rentgen xətti spektrləri bu müsbət enerjili səviyyələr arasında keçidlər nəticəsində alınır. Əksinə, optik enerji səviyyələri bizim seçdiyimiz sıfırıncı səviyyədən aşağıda yerləşirlər və xarici elektronun baş kvant ədədi böyük olduqca, həmin səviyyələrin enerjisi artır. Beləliklə, optik enerji səviyyələri sistemi elə bil ki, rentgen səviyyələri sisteminin güzgü əksidir. Spektroskopiyada adətən optik enerji səviyyələrinin yerləşməsi normal hesab olunur. Ona görə də rentgen səviyyələri sistemi tərs (və ya çevrilmiş) adlanır.

Yuxarıda qeyd etdik ki, rentgen udulma zolaqlarının sərhəddi incə quruluşa malikdir və bunun səbəbini izah etmədik. Belə sual meydana çıxır ki, nə üçün  $K$ -udulma zolağının sərhəddi bəsit,  $L$ -udulma zolağının sərhəddi üçqat,  $M$ -udulma zolağının sərhəddi beşqat,  $N$ -udulma zolağının sərhəddi yeddiqatdır? Bu suala asanlıqla aşağıdakı kimi cavab vermək olar.  $K$ -zolağın sərhəddi elektronun  $n=1$  olan laydan qoparılmasına uyğun gəlir. Bu laydakı iki elektron  $s$ -elektronlardır, yəni onlar üçün  $l=0$  olur və deməli,  $j$  tam kvant ədədi yalnız bir dəfə  $j=1/2$  qiymətini alır ki, bu da bir dəfə enerji səviyyəsinə uyğun gəlir.  $L$ -laydakı 8 elektron üçün baş kvant ədədi  $n=2$  olduğundan  $l=0,1$  kimi iki qiymət ala bilər.  $l=0$  olduqda  $j=1/2$ ,  $l=1$  olduqda isə  $j=1/2,3/2$  qiymətlərini alır. Deməli, bu halda 3 dəfə alt səviyyə mövcuddur ki, bu da  $L$ -udulma sərhəddinin incə quruluş tərtibinə uyğun gəlir. Bu mülahizələrə uyğun olaraq 122.1 cədvəlində udulma zolaqlarının quruluş tərtibi göstərilmişdir.

#### Cədvəl 122.1

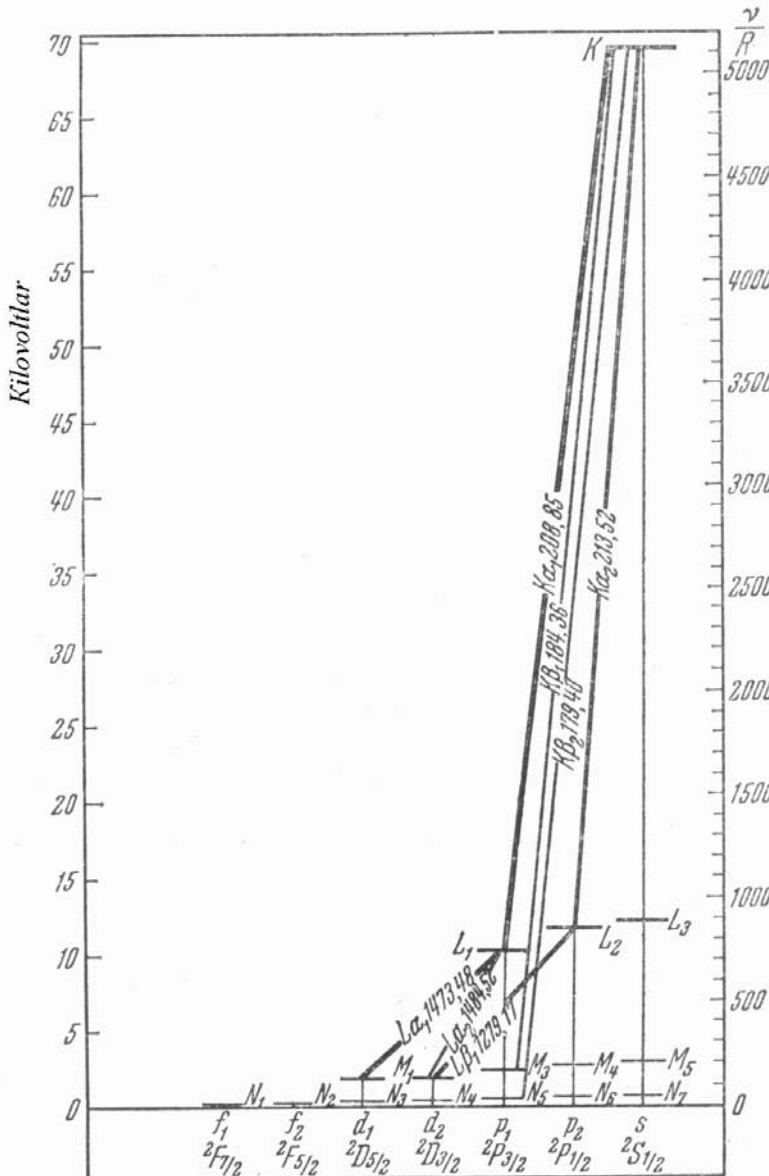
$n$	1	2		3			4			
$l$	0	0	1 1	0	1 1	2 2	0	1 1	2 2	3 3
$j$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} \frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} \frac{5}{2}$	$\frac{5}{2} \frac{7}{2}$
	$K$	$L_3$	$L_2L_1$	$M_5$	$M_4M_3$	$M_2M_1$	$N_7$	$N_6N_5$	$N_4N_3$	$N_2N_1$

Rentge alınmasını belə sxem enerji səviyyələri. Belə ki, 12 yerləşmiş  $M_2, N_4$  səviyyələri da qələvi qələvi metalın rentgen spektri verəndə zaman olarkən sifra bərabər sistemin  $\ddot{E}$

Rentge rentgen spektrinin yaxın yerləşməsi yaranması keçidləri sənə alınır. Rezonans irrequlyar yaranır. 2)

Rentge səviyyələri aşağıdakı k

Burada  $A_1$  səthindən fotonun enerjisi  $\sim 1$  eV-ə bərabərdir. Əks enerji  $h\nu$  rezonans



spektrinin  $\approx 74$  üçün  $\lambda$  uzunluqları üçün verilmişdir. Rentgen spektrinin üstündə enerji səviyyələri, qaydaları rentgen spektrini verən enerjiyə yalnız o enerjiyə qəbül edilən isə, dövrü

şüa olaraq bir-birinə qarşı gələn  $2^2P_{3/2} - 2^2S_{1/2}$  dubletin şüa olaraq çıxmasıdır: 1) enerji zamanı

rentgen enerjisi yəni ( $\ddot{E}10$ )

2.1) metalların ionlaşdırılmasının  $h\nu \ll h\nu$  şərti altında  $A_1$  rabitəni bir növ axın olan

elektronların qopması ehtimalı daha böyük olur. Ona görə də rentgen şüalarının təsiri zamanı müşahidə olunan elektronlar atomun daxili təbəqələrindən qopmuş elektronlar olur. Məhz buna görə də düşən fotonun  $h\nu$  enerjisini bilərək və təcrübədə mümkün olan dəqiqliklə fotoelektronun  $eu$  kinetik enerjisini təyin edərək (122.1) Eynşteyn tənliyinə əsasən daxili təbəqələrdəki elektronların  $A_1$  rabitə enerjisini, yəni atomun rentgen enerji səviyyələrini tapmaq olar:

$$A_1 = h\nu - eu. \quad (122.2)$$

$h\nu$  və  $A_1$  enerjiləri atomun daxilindəki rabitə enerjisindən, xüsusilə Van-der-Vaals qarşılıqlı təsirin enerjisindən çox böyük olduğuna görə, rentgen şüaları ilə fotoeffekt, birinci yaxınlaşmada, həm də rentgen şüalarının sərbəst atoma, qaz halında olan kimyəvi birləşməyə və ya bərk cismə təsir etməsindən asılı olmur. Kimyəvi rabitənin atomun daxili enerji səviyyələrinə təsiri kiçik olduğundan, rentgen şüalarının təsiri ilə fotoeffekt elə bil ki, sərbəst atomlarda baş verir. Deməli,  $A_1$  enerjisini tapmaq üçün fotoelektronun  $E_k = eu$  kinetik enerjisini bilmək tələb olunur. Rentgen fotoelektronlarının kinetik enerjisini təyin etmək üçün maqnit spektroqrafından və digər üsullardan istifadə olunur.

Rentgen fotoelektronlarının spektrlərindən hal-hazırda spektral analiz üçün müvəffəqiyyətlə istifadə edilir.

Rentgen şüalarının təsiri ilə baş verən adi fotoionlaşma prosesində udulan rentgen kvantı atomdan elektronu bilavasitə qoparır. Lakin rentgen kvantını udaraq həyəcanlanmış atomun elektron örtüyündə enerjinin yenidən paylanması ilə əlaqədar olan və həm də rentgen şüalarının udulması ilə müşayiət olunan proses də baş verə bilər. Bu hadisə Oje effekti və ya həyəcanlanmış atomun avtoionlaşması adlanır. Adi fotoionlaşmadan fərqli olaraq Oje effekti iki mərhələdə baş verir. Birinci mərhələdə rentgen kvantının udulması sayəsində atomun həyəcanlanması, yəni  $K$ -laydan elektronun qoparılması, başqa sözlə,  $K$ -layda dəyişin (qopmuş elektronun boş qalan yerinin) yaranması baş verir. İkinci mərhələdə isə  $L$ -laydan bir elektronun sıçrayaraq bu dəyişiyi tutması baş verir. Bu zaman  $E_k - E_L$  enerji fərqi ya yuxarıda qeyd olunduğu kimi, xarakteristik rentgen şüalanması şəklində ayrılır, ya da ki, atomun yuxarıda yerləşən elektron təbəqələrindən bir elektronun qopmasına səbəb olur. İkinci hadisə məhz Oje effekti adlanır və bu zaman qopan elektrona isə Oje elektronu deyilir. Beləliklə,  $L$ -laydakı dəşik öz yerində qalır, lakin yuxarıda yerləşən layların birində də bir dəşik yaranır. Başqa sözlə, atom ikiqat ionlaşmış olur.

Ağır təsirsiz qaz atomlarından (məsələn, kripton) rentgen şüaları vasitəsilə qoparılmış fotoelektronların Vilson kamerasında izlərinin fotosəkilini çəkərək Oje müşahidə etmişdir ki, bəzi hallarda iki elektronun izi eyni bir nöqtədən başlayır. Bu elektronlardan biri  $K$ -laydan adi fotoionlaşma nəticəsində, digəri isə həyəcanlanmış atomun enerjisinin daxili yenidən paylanması, yəni Oje effekti sayəsində alınır.

Oje elektronları həyəcanlanmış atomun enerjisinin xeyli hissəsini özləri ilə aparırlar. Oje effekti fotonun şüalanması qadağan olunmuş keçidlərdə (məsələn,  $O-O$  keçidlərdə) xüsusilə güclü surətdə təzahür edir.



## XIV FƏSİL. ATOM XARİCİ MAQNİT VƏ ELEKTRİK SAHƏSİNDƏ

### Ə123. Larmor presessiyası

Klassik nəzəriyyə baxımından atomda orbit üzrə hərəkət edən elektron qapalı elektrik cərəyanı yaradır. Elektrodinamikadan məlumdur ki, qapalı elektrik cərəyanı maqnit momentinə malikdir, yəni maqnit sahəsində o, özünü maqnit dipolu kimi aparmalıdır. Digər tərəfdən qapalı orbit üzrə hərəkət edən elektron həm də impuls momentinə malik olmalıdır ki, bu da çox vaxt orbital mexaniki moment adlanır. Müəyyən edilmişdir ki, atomda elektronun  $\vec{\mu}$  orbital maqnit momenti ilə  $\vec{l}$  orbital mexaniki momenti arasında (101.5) və ya (101.6) düsturları ilə ifadə olunan əlaqə vardır:

$$\mu = \frac{e}{2mc} l \quad (123.1)$$

Fərz edək ki, birelektronlu atom xarici maqnit sahəsində yerləşmişdir. Yuxarıda deyilənlərə uyğun olaraq bu atom müəyyən orbital maqnit momentinə malikdir və ona görə də xarici maqnit sahəsində o, özünü maqnit kimi aparmalıdır, yəni onun maqnit momenti ya xarici maqnit sahəsi boyunca, ya da onun əksinə yönəlməlidir. Lakin atomun özünü firfıra kimi aparması, yəni orbital mexaniki momentə (impuls momentinə) malik olması buna mane olur. Buradan aydın olur ki, xarici maqnit sahəsində atom özünü Yer in cazibə sahəsində adi firfıra kimi aparacaq, yəni atom xarici maqnit sahəsinin istiqaməti ətrafında presessiya hərəkəti edəcəkdir. Sükunətdə olan koordinat sisteminə nəzərən elektronun orbiti bu halda bir müstəvi üzərində yerləşməyib, ümumiyyətlə mürəkkəb bir formada olacaqdır. Lakin orbitlə birlikdə presessiya edən hərəkətdə olan koordinat sistemi daxil etdikdə məsələ xeyli sadələşir. Belə ki, bu koordinat sistemində orbit öz formasını saxlayır və presessiyanın yalnız bucaq sürətini təyin etmək lazım gəlir.

Aşağıdakı kimi iki dənə koordinat sistemi daxil edək. Birincisi,  $\vec{H}$  xarici maqnit sahəsi ilə bağlı və sükunətdə olan koordinat sistemi və ikincisi, elektronun orbiti ilə bağlı və sükunətdə olan koordinat sisteminə nəzərən presessiya edən hərəkətdə olan koordinat sistemi. Bu zaman presessiya oxu xarici maqnit sahəsinin istiqaməti ilə üst-üstə düşür. Presessiyanın bucaq sürətini  $\Omega$ , orbit üzrə hərəkət edən elektronun sükunətdə olan koordinat sisteminə nəzərən sürətin  $v$ , hərəkətdə olan koordinat sisteminə nəzərən sürətini isə  $v'$  ilə işarə edək.

Hərəkətdə olan koordinat sistemində elektrona tarazlaşdırıcı ətalət qüvvələri, yəni  $m\vec{r}\Omega^2$ –mərkəzdənqaçma və  $\vec{F}_k = 2m[\vec{v}'\vec{\Omega}]$ –Koriolis qüvvəsi təsir edir. Burada  $r$ –elektronun presessiya oxundan olan məsafəsidir. Presessiya hərəkəti nəticəsində elektronun malik olduğu xətti sürətin presessiya olmadıqda onun xətti sürətindən çox kiçik olduğuna ( $r\Omega \ll v$ ) görə biz  $F_k$  Koriolis qüvvəsinə nisbətən mərkəzdənqaçma ətalət qüvvəsini nəzərə almaya bilərik. Bu yaxınlaşma hüdudunda biz Koriolis qüvvəsinin ifadəsindəki  $v'$  sürətini də sükunətdə olan koordinat sisteminə nəzərən  $v$  sürəti ilə əvəz edə bilərik. Onda

$$\vec{F}_k = 2m[\vec{v}\vec{\Omega}] \quad (123.2)$$

yazmaq olar. Digər tərəfdən, maqnit sahəsində  $\vec{v}$  sürətilə hərəkət edən elektrona

$$\vec{F} = -\frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}] \quad (123.3)$$

qüvvəsi təsir edir. Burada mənfi işarəsi elektronun yükünün işarəsi ilə əlaqədar olaraq yazılmışdır. Əgər  $\vec{H}$  maqnit sahəsinin istiqaməti presessiya oxunun istiqaməti ilə eynidirsə, onda vektorial hasildən alınan vektorun istiqamətini təyin etmək üçün məlum qaydadan istifadə etməklə göstərmək olar ki,  $\vec{F}_k$  və  $\vec{F}$  qüvvələri bir-birinin əksi istiqamətində yönəlmişdir. Ona görə də elektronun orbitinin ölçülərinin və formasının saxlanması üçün bu qüvvələr ədədi qiymətcə də bir-birinə bərabər olmalıdır:  $\vec{F}_k = -\vec{F}$ . Deməli, (123.2) və (123.3) ifadələrinə əsasən

$$2m\nu\Omega\sin(\vec{v}\wedge\vec{\Omega}) = \frac{e}{c}\nu H\sin(\vec{v}\wedge\vec{H}) \quad (123.4)$$

yazmaq olar.  $\vec{H}$  vektoru presessiya oxu istiqamətində yönəldiyindən

$$\sin(\vec{v}\wedge\vec{\Omega}) = \sin(\vec{v}\wedge\vec{H})$$

olur və (123.4)-dən

$$\Omega = \frac{e}{2mc}H \quad (123.5)$$

alınır. Bu nəticəni belə ifadə etmək olar ki, zəif maqnit sahəsində elektronun bu maqnit sahəsinə nəzərən

$$\Omega = \frac{e}{2mc}H$$

tezliyi ilə presessiya edən koordinat sistemində orbiti maqnit sahəsi olmayan halda onun orbiti ilə eynidir. Bu müddəə Larmor teoremi, (123.5) kimi təyin olunan  $\Omega$  kəmiyyəti Larmor tezliyi, həmin tezliklə baş verən presessiya isə Larmor presessiyası adlanır.

Beləliklə, maqnit sahəsində yerləşən atomda elektronun orbiti (123.5) düsturu ilə təyin olunan  $\Omega$  bucaq sürəti ilə bu maqnit sahəsinə nəzərən Larmor presessiyası edir.

## Ə124. Normal Zeyeman effekti

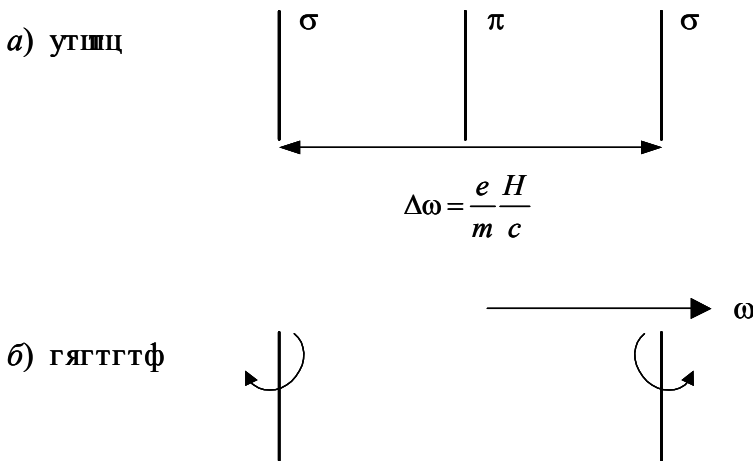
Fizika tarixindən məlumdur ki, Faradey ömrünün son illərində elektromaqnit sahəsi ilə işıq arasında əlaqəni göstərən hadisələri aşkar etməyə çalışırdı. Özünün obrazlı ifadə etdiyi kimi, Faradey "qüvvə xətlərini işıqlandırmaq və işığı maqnitləndirmək" istəyirdi. O, maqnit sahəsində işığın polarizasiya müstəvisinin fırlanmasını (Faradey effekti) kəşf etməklə "ışığın maqnitlənməsini" müşahidə edə bilmişdi. Bundan sonra o, maqnit sahəsinin spektral xətlərə təsirini müəyyən etmək üçün 1862-ci ildə cəhd göstərmiş, lakin onun bu cəhdi uğursuz olmuşdu. Lakin 34 il sonra, yəni 1896-cı ildə Zeyeman nisbətən güclü maqnit sahəsinin və xeyli həssas spektral cihazlar vasitəsilə müşahidə edə bildi ki, işıq mənbəyini elektromaqnitin qütbləri arasında yerləşdirdikdə bu mənbədən alınan

spektral xətlər parçalanmaya məruz qalır. Zeyeman natrium alovu saçan şamı elektromaqnitin qütbləri arasında yerləşdirdikdə gördü ki, kifayət qədər güclü maqnit sahəsində natriumun  $D$ -xətti genişlənir və özü də bu genişlənmiş xəttin kənarları polarizəlanmış olur. Deməli, Zeyeman spektral xəttin parçalanmasını əslində görməmişdi; burada ən mühüm cəhət ondan ibarət idi ki, genişlənən spektral xəttin kənarları Lorensin klassik elektron nəzəriyyəsinə uyğun sürətdə polarizəlanmış olur. Əgər Zeyeman daha güclü maqnit sahəsindən və böyük ayırıcı qabiliyyətinə malik spektral cihazlardan istifadə etmiş olsaydı, natriumun  $D$ -xəttinin də parçalanmasını müşahidə edə bilərdi; bu halda, Lorensin göstərdiyi kimi, sadə triplet deyil, parçalanmadan daha mürəkkəb mənzərə alınır.

O dövrdə elektron nəzəriyyəsinin inkişaf etdirən Q. A. Lorens Zeyemanın müşahidə etdiyi hadisəni dərhal izah etdi. Lorens nəzəriyyəsinə görə maqnit sahəsinin istiqamətinə perpendikulyar istiqamətdə (eninə) müşahidə apardıqda spektral xətt üç komponentə parçalanmalı və özü də kənar xətlər orta xəttə nəzərən simmetrik yerləşməlidir (şəkil 124.1a). Orta xətdən kənar xətlərin hər birinə qədər olan məsafə isə tezlik şkalası üzrə

$$\Delta\omega = \frac{e}{2mc} H \quad (124.1)$$

olmalıdır. Parçalanmadan alınan üç xətdən ortadakı sahə istiqamətində, kənardakılar isə sahəyə perpendikulyar istiqamətdə polarizə olunmalıdır. Sahə istiqamətində uzununa müşahidə apardıqda isə spektral xətt iki komponentə parçalanmalı, yəni orta xətt olmamalıdır və özü də bu xətlər bir-birinin əksinə dairəvi polarizə olunmalıdır (şəkil 124.1b).



**Шякил**

Nəzəriyyənin qabaqcadan verdiyi bu nəticələr bir çox hallarda təcrübələrdə yüksək dəqiqliklə müşahidə olunurdu. Bununla yanaşı, əksər hallarda parçalanma mənzərəsinin xeyli mürəkkəb olduğu da müşahidə edilirdi. Belə ki, bu hallarda komponentlərin sayı üçdən çox olur, onların bir-birinə nəzərən sürüşməsi isə (124.1) düsturu ilə hesablanan  $\Delta\omega$  kəmiyyəti ilə sadə şəkildə əlaqədar olsa da, onunla, üst-üstə düşmürdü.

Spektral xətlərin maqnit sahəsində Lorens nəzəriyyəsinə uyğun sürətdə parçalanması

normal və ya sadə Zeyeman effekti adlanır. Spektral xətlərin qalan bütün hallarda maqnit sahəsində parçalanması mənzərəsi anomal və ya mürəkkəb Zeyeman effekti adlandırılmışdır.

Bu paraqrafda normal və ya sadə Zeyeman effektinin klassik elektron nəzəriyyəsi baxımından izahı verilir. Anomal Zeyeman effekti isə növbəti paraqrafda nəzərdən keçiriləcəkdir.

Atomda dairəvi orbit üzrə hərəkət edən elektrona baxaq. Sadəlik naminə fərz edək ki, bu,  $+e$  yüklü nüvəyə malik olan hidrogen atomundakı elektrondur. Maqnit sahəsi elektronun orbit müstəvisinə perpendikulyar istiqamətdə yönəlmişdir (şəkil 124.2).

Elektronu orbitdə saxlayan qüvvənin ədədi qiyməti

$$F = \frac{e^2}{r^2} \quad (124.2)$$

düsturu ilə təyin olunur. Bu  $F$  qüvvəsi mərkəzdənqaçma ətalət qüvvəsinə bərabərdir:

$$\frac{e^2}{r^2} = m\omega_0^2 r \quad (124.3)$$

Burada  $\omega_0$ –maqnit sahəsi olmadıqda elektronun orbit üzrə fırlanma tezliyidir. Maqnit sahəsi olduqda isə elektrona

(124.2) Kulon qüvvəsindən başqa  $\frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}]$  Lorens qüvvəsi də təsir edir. Məlum sol əl qaydasından istifadə edərək görmək olar ki, bu Lorens qüvvəsi radius boyunca mərkəzə doğru yönəlmişdir. Lakin, buna baxmayaraq, maqnit sahəsinin təsiri heç də orbitin radiusunu artırmaqdan və ya azaltmaqdan ibarət olmayıb, elektronun orbit üzrə fırlanma hərəkətinin bucaq sürətini dəyişdirməkdən ibarətdir. Bu müddəə ilk baxışdan inandırıcı olmasa da, onu aşağıdakı kimi ciddi riyazi üsulla isbat etmək mümkündür.

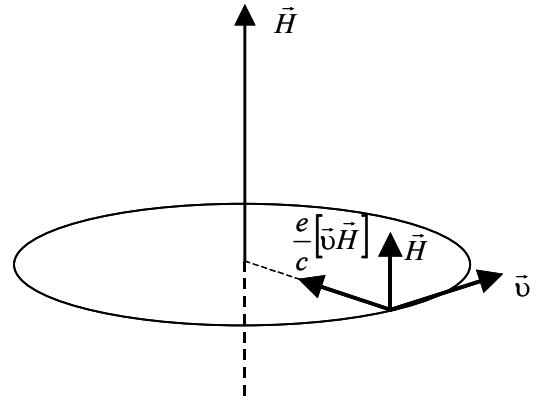
Maksvelin ikinci tənliyinin (E61) inteqral şəklinə (ümumiləşmiş elektromaqnit induksiya qanunu) uyğun olaraq,  $\vec{H}$  maqnit sahəsinin dəyişməsi zamanı oxu  $\vec{H}$  istiqamətində yönələn burulğanlı  $\vec{\varepsilon}$  elektrik sahəsi yaranır və özü də

$$\oint \varepsilon_s ds = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{c} \pi r^2 \frac{dH}{dt} \quad (124.4)$$

şərti ödənilir. Maqnit sahəsi 0-dan  $H$ -a qədər artan müddət ərzində elektron  $n$  sayda dövr edirsə və həm də  $H$  maqnit sahəsi bərabərsürətlə artırsa, onda

$$\frac{dH}{dt} = \frac{H}{nT} \quad (124.5)$$

yaza bilərik. Burada  $T$ –elektronun orbit üzrə fırlanma periodudur. Bir dövr ərzində sahənin elektron üzərində gördüyü iş



Шякил

$$\frac{\Delta W}{n} = e \oint \varepsilon_s ds$$

olar. (124.4) və (124.5) ifadələrini nəzərə alsaq

$$\frac{\Delta W}{n} = \frac{e H}{c n T} \pi r^2$$

və ya

$$\Delta W = \frac{e H}{c T} \pi r^2 = \frac{e}{2c} H \omega r^2 \quad (124.6)$$

yaza bilərik. Burada  $\omega = 2\pi/T$  olduğu nəzərə alınmışdır.

(124.6) işi elektronun kinetik enerjisinin artmasına və əgər orbitin radiusu dəyişirsə, həm də elektronun potensial enerjisinin artmasına sərf olunur. Ona görə də

$$\frac{e}{2c} H \omega r^2 = \Delta E_k + \Delta E_p \quad (124.7)$$

bərabərliyini yazmaq olar. Lakin

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2, \\ \Delta E_k &= m(r^2 \omega \Delta \omega + \omega^2 r \Delta r), \\ E_p &= -\frac{e^2}{r}, \quad \Delta E_p = \frac{e^2}{r^2} \Delta r \end{aligned} \quad (124.8)$$

olduğundan

$$\frac{e}{2c} H \omega r^2 = m(r^2 \omega \Delta \omega + \omega^2 r \Delta r) + \frac{e^2}{r^2} \Delta r$$

alırıq. Mərkəzdənqaçma qüvvəsi ilə Kulon cazibə qüvvəsinin bir-birinə qiymətə bərabər olduğunu /bax: (124.3)/ nəzərə alsaq

$$\frac{e}{2c} H \omega r^2 = m(r^2 \omega \Delta \omega + 2\omega^2 r \Delta r)$$

olar. Bu ifadəni  $m\omega^2 r^2$ -na bölərək

$$\frac{e H}{2mc \omega} = \frac{\Delta \omega}{\omega} + 2 \frac{\Delta r}{r} \quad (124.9)$$

yaza bilərik. Daha sonra, halın çox ləng (adiabatik) dəyişməsi zamanı hər bir an üçün elektrona təsir edən qüvvənin (yəni, Kulon cazibə qüvvəsi+Lorens qüvvəsi) mərkəzdənqaçma qüvvəsinə bərabər olduğunu nəzərə alaraq

$$m(r + \Delta r)(\omega + \Delta \omega)^2 = \frac{e^2}{(r + \Delta r)^2} + \frac{e}{c} H r \omega \quad (124.10)$$

və ya hər iki tərəfi  $(r + \Delta r)^2$ -na vuraraq

$$m(r + \Delta r)^3 (\omega + \Delta \omega)^2 = e^2 + \frac{e}{c} Hr \omega (r + \Delta r)^2$$

bərabərliyini yazmaq olar. Sadə çevirmələrdən sonra bu ifadə aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\frac{\Delta \omega}{\omega} + \frac{3}{2} \frac{\Delta r}{r} = \frac{e}{2mc} \frac{H}{\omega} \quad (124.11)$$

(124.11) və (124.9) ifadələrinin müqayisəsindən tapırıq ki,

$$\begin{aligned} \Delta r &= 0, \\ \Delta \omega &= \frac{e}{2mc} H \end{aligned} \quad (124.12)$$

Beləliklə, isbat etdik ki, maqnit sahəsi ləng (adiabatik) artdıqda elektronun orbitinin radiusu dəyişmir, elektronun yalnız fırlanma sürəti (tezliyi) dəyişir.

Yuxarıdakı hesablamaları aparmadan da müəyyən fiziki mülahizələr əsasında bu nəticəyə gəlmək olar. Elektromaqnit dövrəyə qoşduqda onun yaratdığı maqnit sahəsi özünün son qiymətini dərhal deyil, müəyyən zaman müddətindən sonra alır. Elektronun orbit üzrə fırlanma perioduna nisbətən həmin zaman müddəti elə böyükdür ki, maqnit sahəsinin 0-dan  $H$ -a qədər artması prosesini çox ləng, yəni termodinamikadakı adiabatik prosesə oxşar hesab etmək olar. Ona görə də hər bir zaman anında elektrona təsir edən Kulon cazibə qüvvəsi ilə Lorens qüvvəsinin cəmi mərkəzdənqaçma ətalət qüvvəsinə bərabər olur. Lakin Faradeyin elektromaqnit induksiya qanununa görə maqnit sahəsinin artması simmetriya oxu bu maqnit sahəsinin istiqaməti ilə eyni olan burulğanlı (dəyişən) elektrik sahəsi doğurduğundan, elektrona təsir edən mərkəzdənqaçma ətalət qüvvəsi tədricən dəyişəcəkdir. Çünki məhz bu dəyişən elektrik sahəsi elektrona təsir edərək onu sürətləndirir və ya yavaşdır. Lorens qüvvəsi isə elektronun hərəkət istiqamətinə perpendikulyar yönəldiyi üçün heç bir iş görmür və elektronun fırlanma tezliyini dəyişdirə bilmir /bax: (124.10)/.

Elektrona təsir edən Kulon cazibə və Lorens qüvvələrinin cəminin mərkəzdənqaçma ətalət qüvvəsinə bərabər olması şərti bütün zaman anlarında və deməli, maqnit sahəsi özünün qərarlaşmış  $H$  qiymətini aldıqdan sonra da ödənəcəkdir. Bu halda elektronun bucaq sürətini  $\omega$  ilə işarə edərək  $v = \omega r$  və  $\sin(\vec{v} \vec{H}) = 1$  olduğunu nəzərə alaraq Lorens qüvvəsinin ədədi qiyməti üçün  $\frac{e}{c} \omega r H$  yazı bilərik. Burada maqnit sahəsinin orbit müstəvisinə perpendikulyar ( $\vec{v} \perp \vec{H}$ ) olduğu nəzərə alınmışdır. Onda qüvvələrin yuxarıda qeyd olunan bərabərliyi şərti

$$\frac{e^2}{r^2} + \frac{e}{c} \omega r H = m \omega^2 r \quad (124.13)$$

kimi yazıla bilər. (124.3)-ü burada nəzərə alsaq

$$m \omega_0^2 r + \frac{e}{c} \omega r H = m \omega^2 r \quad (124.14)$$

olar ki, buradan da

$$\omega^2 - \frac{e}{mc} H \omega - \omega_0^2 = 0 \quad (124.15)$$

tənliyi alınır. Göründüyü kimi, bu tənlikdə  $\omega$ -nın əmsalı (123.5) düsturu ilə təyin olunan  $\Omega = \frac{e}{2mc} H$  Larmor tezliyinin iki mislinə bərabərdir. Onda (124.15) tənliyi

$$\omega^2 - 2\Omega\omega - \omega_0^2 = 0 \quad (124.16)$$

şəklinə düşür. Bu kvadrat tənliyi  $\omega$ -ya görə həll edərək

$$\omega = \Omega \pm \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2} \quad (124.17)$$

alırıq.  $\Omega$  kəmiyyəti  $\omega_0$ -a nisbətən çox kiçikdir. Doğrudan da, əksər hallarda yaradılan maqnit sahəsinin ən böyük intensivliyi  $\sim 10^7$  *ersted* olduğundan

$$\Omega = \frac{1}{2} \frac{e}{mc} H = 0,5 \cdot 1,76 \cdot 10^7 \cdot 10^7 = 8,8 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$$

alınır. Spektrin görünən və ya ultrabənövşəyi hissəsində yerləşən spektral xətlər üçün  $\omega_0 \sim 10^{15} \text{ s}^{-1}$  olur. Deməli,  $(\Omega/\omega_0)^2 \sim 10^{-3}$  olur ki, buna görə də (124.17)-də  $\omega_0^2$  ilə müqayisədə  $\Omega^2$ -ni nəzərə almamaq və

$$\Omega = \Omega \pm \omega_0, \quad \omega_1 = \omega_0 + \Omega, \quad \omega_2 = -\omega_0 + \Omega \quad (124.18)$$

yazmaq olar.

Beləliklə, maqnit sahəsinin  $\vec{H}$  intensivlik vektorunun ucundan baxdıqda orbit üzrə saat əqrəbinin əksi istiqamətində fırlanan elektronun fırlanma tezliyi  $\Omega$  qədər artır, əks istiqamətdə fırlanan elektronun fırlanma tezliyi isə  $\Omega$  qədər azalır. Başqa sözlə, maqnit sahəsinin təsiri nəticəsində elektronun orbit üzrə fırlanma tezliyinin dəyişməsi

$$\Delta\omega = \pm\Omega = \pm \frac{e}{2mc} H, \text{ s}^{-1} \quad (124.19)$$

olur ki, bu da (124.1) və (124.12) Lorens düsturu ilə eynidir.

Yuxarıda biz xarici maqnit sahəsinin atomda elektronun orbitinə təsirinə xüsusi halda, yəni maqnit sahəsinin istiqamətinin orbit müstəvisinə perpendikulyar olduğu halda baxdıq. Bu halda gördük ki, elektronun  $\omega$  fırlanma tezliyinin dəyişməsi məhz  $\Omega$  Larmor tezliyinə bərabərdir. Bu isə spektral xəttin maqnit sahəsində parçalanmasına uyğun gəlir ki, Zeyeman da məhz bu hadisəni müşahidə etmişdi.

Özünün ilk təcrübələrində Zeyeman müşahidə etmişdi ki, maqnit sahəsinə perpendikulyar istiqamətdə müşahidə apardıqda spektral xətt xətti polyarizəlanmış üç komponentə parçalanır. Orta xətt sürüşməmiş qalır, kənar xətlər isə əks istiqamətlərdə eyni  $\Delta\omega$  qədər sürüşmüş olur və özü də bu sürüşmə maqnit sahəsinin  $\vec{H}$  intensivliyi ilə düz mütənəsbdir. Orta komponentdə elektrik vektoru maqnit sahəsinə paralel yönəlmişdir (belə xətlər  $\pi$ -komponent adlanır, şəkil 124.1a), kənar komponentlərdə isə elektrik vektorunun istiqaməti maqnit sahəsinə perpendikulyardır (belə xətlər  $\sigma$ -komponentlər adlanır, şəkil 124.1a).  $\pi$ -komponentin intensivliyi ilkin xəttin intensivliyindən 2,  $\sigma$ -komponentlərin hər birinin intensivliyi isə 4 dəfə azdır.

Maqnit sahəsi istiqamətində müşahidə apardıqda isə orta komponent olmur, iki komponent arasındakı məsafə yenə də həmin qədər olur (şəkil 124.1b). Bu halda hər bir

komponentin intensivliyi ilkin xəttin intensivliyindən 2 dəfə az olur. Hər iki komponent bir-birinə əks dairəvi polarizəlanmışdır və onları da  $\sigma$ -komponentlər adlandırmaq qəbul olunmuşdur. Əgər işıq maqnit sahəsinin istiqamətində yayılırsa, kiçik tezliyə ( $\omega_0 - \Delta\omega$ ) malik olan  $\sigma$ -komponent sağ, böyük tezliyə ( $\omega_0 + \Delta\omega$ ) malik olan  $\sigma$ -komponent isə sol dairəvi polarizəlanmış olur. Maqnit sahəsinin istiqamətini əksinə dəyişdikdə isə hər iki komponentin dairəvi polarizasiyası da əksinə dəyişir.

Zeyeman təcrübələrində müşahidə olunan və yuxarıda təsvir edilən mənzərə həm baxdığımız xüsusi halda, həm də ümumi şəkildə klassik Lorens nəzəriyyəsi vasitəsilə izah olunur. Bu nəzəriyyəyə görə atomda elektrona kvazielastik qüvvə təsir edir və şüalandıran mərkəzlər harmonik osilyatorlardır. Yeri gəlmişkən qeyd edək ki, bir çox hadisələr kimi, Zeyeman effekti də yalnız kvant mexanikası təsvirlərinə əsasən tam izah oluna bilər.

İndi isə sadə Zeyeman effekti üçün ümumi Lorens nəzəriyyəsinə baxaq. Fərz edək ki,  $-e$  yükünə malik olan elektron nüvə ilə kvazielastik qüvvə vasitəsilə rabitədədir, yəni elə bil ki, müsbət yükü koordinat başlanğıcında tərpənməz yerləşən dipola baxırıq. Bu halda elektronun sərbəst, yəni xarici maqnit sahəsi olmadıqda rəqslərinin tənliyi

$$m\ddot{\vec{r}} + k\vec{r} = 0 \quad (124.20)$$

kimi olar. Burada  $m$ -elektronun kütləsi,  $k$ -kvazielastik qüvvəni xarakterizə edən əmsəldir. Atom maqnit sahəsində olduqda isə elektrona  $k\vec{r}$  kvazielastik qüvvəsindən başqa  $-\frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}]$  Lorens qüvvəsi də təsir edir. Onda (124.20) əvəzinə

$$m\ddot{\vec{r}} + k\vec{r} = -\frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}]$$

alınır ki, burada hər iki tərəfi  $m$ -ə bölsək və

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad (124.21)$$

işarə etsək

$$\ddot{\vec{r}} + \omega_0^2\vec{r} = -\frac{e}{mc}[\vec{v}\vec{H}] \quad (124.22)$$

tənliyini alırıq. Fərz edək ki, maqnit sahəsi  $z$  oxu istiqamətində yönəlmişdir. Onda  $H_x = H_y = 0$ ,  $H_z = H$  olar. (123.5) düsturuna əsasən  $\frac{e}{mc}H = 2\Omega$  olduğunu nəzərə alsaq ( $\Omega$ -

Larmor tezliyidir) və (124.22) vektor tənliyini dekart proyeksiyaları üçün yazsaq, aşağıdakı kimi üç tənlik alırıq:

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \omega_0^2 x + 2\Omega\dot{y} &= 0 \\ \ddot{y} + \omega_0^2 y - 2\Omega\dot{x} &= 0 \\ \ddot{z} + \omega_0^2 z &= 0. \end{aligned} \quad (124.23)$$

(124.23)-dəki axırıncı tənlikdən görünür ki, maqnit sahəsi elektronun bu sahə boyunca hərəkətinə təsir etmir. Bu da aydındır. Çünki belə hərəkət zamanı maqnit sahəsi tərəfindən elektrona təsir edən Lorens qüvvəsi sıfıra bərabər olur.



(124.23)-dəki  $x$  və  $y$  üzrə diferensial tənliklərin həllini

$$x=ae^{i\omega t}, y=be^{i\omega t} \quad (124.24)$$

kimi axtaraq. Burada  $a$  və  $b$  amplitudları ümumi halda kompleks ədədlərdir. (124.24)-ü (124.23)-də nəzərə alsaq

$$a(\omega_0^2 - \omega^2) + 2i\Omega\omega b = 0, \quad (124.25)$$

$$b(\omega_0^2 - \omega^2) - 2i\Omega\omega a = 0$$

olar. Bu isə  $a$  və  $b$  naməlum kəmiyyətlərini tapmaq üçün xətti bircinsli tənliklər sistemidir. Məlumdur ki, belə tənliklər sisteminin sıfırdan fərqli həllinin olması üçün məchulların əmsallarından düzəldilmiş determinant sıfıra bərabər olmalıdır:

$$\begin{vmatrix} \omega_0^2 - \omega^2 & 2i\omega\Omega \\ -2i\omega\Omega & \omega_0^2 - \omega^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (124.26)$$

Bu determinantı açaraq

$$(\omega_0^2 - \omega^2)^2 = 4\Omega^2\omega^2 \quad (124.27)$$

alar. Buradan isə aşağıdakı kimi iki dənə kvadrat tənlik alınır:

$$\omega_0^2 - \omega_1^2 = 2\Omega\omega_1, \quad \omega_0^2 - \omega_2^2 = -2\Omega\omega_2. \quad (124.28)$$

Bu tənliklərin yalnız müsbət həlləri fiziki mənaya malikdir:

$$\omega_1 = -\Omega + \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2}, \quad \omega_2 = -\Omega + \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2} \quad (124.29)$$

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi,  $\Omega \ll \omega_0$  olduğunu burada nəzərə alsaq

$$\omega_1 = \omega_0 - \Omega, \quad \omega_2 = \omega_0 + \Omega, \quad \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\Omega = eH/mc \quad (124.30)$$

olar. Beləliklə, maqnit sahəsinin  $\vec{H}$  intensivlik vektoruna perpendikulyar olan  $x$  və  $y$  oxları boyunca baş verən rəqslərin tezlikləri (124.1) Lorens düsturu ilə təyin olunan  $\Delta\omega$  qədər sürüşmüş olur.

Biz sürüşmüş hər iki komponentin polarizasiya halını da müəyyən edə bilirik. (124.25)-dən görünür ki,

$$\frac{a}{b} = -i \frac{2\Omega\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (124.31)$$

Burada  $\omega = \omega_1$ , yəni qırmızı tərəfə ( $\omega_1 < \omega_0$ ) sürüşmüş komponentin tezliyini yazsaq və (124.30)-dakı birinci tənliyə əsasən  $\omega_0^2 - \omega_1^2 = 2\Omega\omega_1$  olduğunu nəzərə alsaq

$$\frac{a}{b} = -i \quad \text{və ya} \quad a = -ib = be^{\frac{i\pi}{2}} \quad (124.32)$$

olar. Bu isə o deməkdir ki,  $x$  oxu boyunca rəqs  $y$  oxu üzrə rəqsdən fazaca  $\pi/2$  qədər geri qalır. Hər iki rəqs çevrə üzrə fırlanmaya uyğundur və həm də, onların fazalarının indicə göstərdiyimiz əlaqəsini nəzərə alsaq, bu fırlanma saat əqrəbi istiqamətindədir, yəni sağ dairəvi polarizasiyalıdır.

Bu deyilənləri əyani şəkildə başa düşmək üçün maqnit sahəsi olmadıqda elektronun hərəkətini iki hərəkətə ayırmaq:  $z$  oxu boyunca harmonik rəqs və  $xy$  müstəvisində hərəkət,

$xy$  müstəvisindəki hərəkəti də öz növbəsində iki çevrə üzrə əks istiqamətlərdə eyni  $\omega_0$  bucaq sürətilə baş verən iki hərəkətə ayıraraq. Onda  $z$  oxu boyunca yönəlmiş sabit maqnit sahəsində bu ox üzrə rəqsi hərəkət dəyişməz qalır. Dairəvi hərəkətlərin hər ikisinin də tezliyi isə eyni bir  $\Omega$  kəmiyyəti qədər dəyişir: fırlanma saat əqrəbinin əksi istiqamətində baş verirsə, tezlik artır, saat əqrəbi istiqamətində baş verirsə, tezlik azalır.

Yuxarıdakına oxşar olaraq (124.31)-də  $\omega = \omega_2$ , yəni bənövşəyi tərəfə ( $\omega_2 > \omega_0$ ) sürüşmüş komponentin tezliyini yazsaq və (124.30)-dakı ikinci tənliyi nəzərə alsaq

$$\frac{a}{b} = i \text{ və ya } a = ib = be^{\frac{i\pi}{2}} \quad (124.33)$$

olar. Bu isə o deməkdir ki,  $\omega_2$  tezliyinə malik olan rəqs sol dairəvi polarizasiyaya malikdir.

(124.23)-dəki üçüncü tənlik göstərir ki,  $z$  oxu boyunca rəqsin tezliyi maqnit sahəsində dəyişmir, yəni bu rəqs xətti polarizasiyaya malikdir. Lakin maqnit sahəsinin qüvvə xətləri boyunca (uzununa istiqamət) baxan müşahidəçi bu üçüncü komponenti görmür, çünki rəqslər istiqamətində dipolun şüalanması baş vermir.

Lorens nəzəriyyəsi yuxarıda alınan nəticələri, yəni spektral xətlərin maqnit sahəsində parçalanmasını aşağıdakı kimi izah etmək olar. Rəqs edən elektron elektromaqnit dalğası şüalandırılmalıdır. Özü də elektronun təcili istiqamətində şüalanma baş vermir, təcilin istiqamətinə perpendikulyar olan istiqamət üzrə isə şüalanma maksimum olur. Klassik nəzəriyyəyə görə şüalanmanın tezliyi elektronun rəqs tezliyinə bərabərdir. Lakin maqnit sahəsi daxil etdikdə elektronun rəqs tezliyi dəyişdiyindən, şüalanan işığın da tezliyi dəyişməlidir. Maqnit sahəsinin istiqaməti boyunca müşahidə apardıqda həmin istiqamətdə rəqs şüalanma vermir. Şüalanma elektronun yalnız dairəvi fırlanmaları sayəsində yaranır. Nəticədə tezlikləri  $\omega_0 + \Omega$  və  $\omega_0 - \Omega$  olan və dairəvi polarizasiyaya malik iki dənə  $\sigma$ -komponent yaranır. Əgər işıq  $\vec{H}$  vektoru istiqamətində yayılırsa, birinci xətt sol, ikinci xətt isə sağ dairəvi polarizasiyaya malik olur. Maqnit sahəsinin istiqamətini əksinə çevirdikdə isə hər bir komponentin dairəvi polarizasiyası da əksinə dəyişir. Maqnit sahəsinin  $\vec{H}$  istiqamətinə perpendikulyar istiqamətdə müşahidə apardıqda isə elektronun  $\vec{H}$  vektoruna paralel rəqsləri maksimum şüalanma verir. Bu rəqslərə isə sürüşməmiş  $\pi$ -komponenti uyğun gəlir ki, onun da elektrik vektoru  $\vec{H}$  vektoruna paraleldir. Hər iki dairəvi hərəkət isə  $\vec{H}$  vektoruna perpendikulyar müstəvidə baş verir. Bu hərəkətlərin hər birini müşahidə xətti boyunca və ona perpendikulyar istiqamətdə harmonik rəqslərə ayıraraq. Bu zaman yalnız müşahidə xəttinə perpendikulyar olan rəqslər şüalanma ilə müşayiət olunur və tezlikləri  $\omega_0 + \Omega$  və  $\omega_0 - \Omega$  olan iki dənə  $\sigma$ -komponent verir ki, bu xətlərdə də elektrik vektoru  $\vec{H}$ -a perpendikulyardır. Zeyemanın ilk təcrübələrində spektral xətlərin müşahidə olunan parçalanmasının izahı məhz bundan ibarətdir. Maqnit sahəsi olmadıqda elektronun bütün hərəkət istiqamətlərinin eynihüquqlu olduğunu nəzərə alsaq, bu təcrübələrdə spektral xətlərin yuxarıda qeyd olunan nisbi intensivliklərini də izah etmək çətin olmaz.

Zeyeman effektində spektral xətlərin parçalanması çox incə bir hadisə olduğundan, onu müşahidə etmək üçün ayırdetmə qabiliyyəti  $\omega_0/\Omega$ -dan kiçik olmayan spektral cihazlar, yəni difraksiya qəfəsləri və ya interferensiya spektroskopları tələb olunur. İlk dövrlərdə isə prizmalı spektroskoplardan istifadə olunurdu.

Uzununa normal Zeyeman effektində xətlərin polarizasiyasının xarakterini tədqiq

edərək bu effekti doğuran yüklərin işarəsini təyin etmək olar. Müəyyən edildi ki, bu işarə mənfidir. Spektral xəttin parçalanmasını kəmiyyətcə ölçərək, xüsusi yükü təyin etmək olar. Məlum oldu ki, bu nisbət elektronun yükünün onun kütləsinə olan nisbətində bərabərdir:  $1,76 \cdot 10^{11} \frac{Kl}{\kappa Z}$ . Buradan belə nəticə çıxarmaq olur ki, atomların optik

xassələrini müəyyən edən yüklü hissəciklər heç şübhəsiz ki, elektronlardır.

Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, spektral xətlərin maqnit sahəsində Zeyeman tərəfindən müşahidə olunmuş parçalanmasını, yəni normal Zeyeman effektini, elektron nəzəriyyəsinə əsasən Lorens izah etdi. Bu hadisəni yarımklassik Bor nəzəriyyəsi də qənaətbəxş şəkildə izah edə bilər. Belə ki, Bor nəzəriyyəsinə görə göstərmək olur ki, elektronun bir stasionar orbitdən digərinə keçməsi sayəsində yaranan spektral xətt  $\vec{H}$  maqnit sahəsinin təsiri nəticəsində müəyyən qayda ilə polarizəlanmış üç dənə komponentə parçalanır. Ortadakı komponentin (spektral xəttin) tezliyi ilkin xəttin tezliyi ilə üst-üstə düşür, digər iki komponent isə ona nəzərən simmetrik olaraq sola və sağa sürüşmüş olur. Tezlik şkalasında bu sürüşmə

$$\Delta \nu = \frac{e}{4\pi mc} H, \quad (124.34)$$

dalğa ədədi şkalasında

$$\Delta \tilde{\nu} = \frac{e}{4\pi mc^2} H, \quad (124.35)$$

dalğa uzunluğu şkalasında isə

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda_0^2}{4\pi mc^2} H \quad (124.36)$$

olur.

Bu hadisəni Bor nəzəriyyəsinə görə izah etmək üçün nəzərə almaq lazımdır ki, atomda  $l$  orbital kvant ədədi ilə xarakterizə olunan halda yerləşən elektron, (101.5) düsturu ilə təyin edilən

$$\vec{\mu} = \frac{e}{2mc} \vec{l} = \frac{M_B}{\hbar} \vec{l}$$

orbital maqnit momenti yaradır. Burada  $M_B$ —(101.17) ifadəsi ilə təyin olunan Bor maqnetonudur. Bu orbital maqnit momentinin xarici  $\vec{H}$  maqnit sahəsi ilə qarşılıqlı təsiri (101.20) düsturu ilə təyin olunan əlavə

$$\Delta E = \mu H \cos(\vec{l} \wedge \vec{H}) = \frac{M_B}{\hbar} H |\vec{l}| \cos(\vec{l} \wedge \vec{H}) = \frac{M_B}{\hbar} H l_H$$

enerjisinin yaranmasına səbəb olur. Burada  $l_H = \vec{l} \wedge \vec{H}$  orbital mexaniki momentin  $\vec{H}$  maqnit sahəsinin istiqaməti üzrə proyeksiyasıdır. (84.6) düsturuna əsasən bu proyeksiya kvantlanır və

$$l_H = \hbar m$$

qiymətlərini alır:  $m = -l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l$ . Beləliklə,  $\Delta E$  əlavə enerjisi də kvantlanır və onun mümkün olan qiymətləri

$$\Delta E = m M_B H \quad (124.37)$$

düsturu ilə təyin olunur. Buradan göründüyü kimi, atomda enerji səviyyəsinin xarici maqnit sahəsində parçalanması  $n$  baş və  $l$  orbital kvant ədədlərindən asılı deyildir: (124.37) düsturuna əsasən spektral xəttin tezliyinin  $\Delta \nu$  dəyişməsi üçün

$$\Delta \nu = \frac{\Delta E_1}{h} - \frac{\Delta E_2}{h} = \Delta m \cdot \frac{M_B}{h} H$$

alınır. Burada  $M_B = \frac{e\hbar}{2mc}$  olduğunu nəzərə alsaq

$$\Delta \nu = \Delta m \cdot \frac{e}{4\pi mc} H \quad (124.38)$$

olar.

Seçmə qaydalarına (ƏƏ99,100) görə  $m$  maqnit kvant ədədi ya dəyişmir ( $\Delta m=0$ ), ya da ki,  $\pm 1$  qədər dəyişə bilər ( $\Delta m=\pm 1$ ). Beləliklə, (124.38)-ə əsasən,  $\Delta m=0$  olduqda  $\pi$ -komponent,  $\Delta m=\pm 1$  olduqda isə  $\sigma$ -komponent yaranır. Beləliklə, Bor nəzəriyyəsini tətbiq etməklə də Lorensin klassik elektron nəzəriyyəsinə əsasən aldığı nəticələrə gəlmək olur.

Sonrakı təcrübələr göstərdi ki, yuxarıda təsvir olunan Zeyeman hadisəsi heç də həmişə spektral xətlərin bir dənə  $\pi$ - və iki dənə  $\sigma$ -komponentdən ibarət olan Lorens tripletinə və ya dairəvi polarizasiyaya malik iki dənə  $\sigma$ -komponentdən ibarət dubletə parçalanması kimi müşahidə olunmur. Sadə və ya normal Zeyeman hadisəsi adlanan bu effekti praktik olaraq monoxromatik olan sinqlet spektral xətlər verir. Klassik elektron nəzəriyyəsi və yarımklassik Bor nəzəriyyəsi sadə Zeyeman effektini düzgün izah edərkən elektronun spinini, yəni spektral xəttin multiplet quruluşu nəzərə alınmır. Məsələn, Zeyemanın müşahidələrində istifadə olunan spektral cihazların ayırdetmə qabiliyyətinin kiçik olması sayəsində natriumun sarı xəttinin üç komponentə parçalanması güman edilirdi. Əslində isə bu sarı xətt dubletdir və bir-birinə çox yaxın yerləşən iki dənə  $\lambda_1=589,5930 \text{ nm}$  və  $\lambda_2=588,96963 \text{ nm}$  dalğa uzunluqlu  $D_1$  və  $D_2$  komponentindən ibarətdir.  $D_2$  xəttinin intensivliyi  $D_1$ -ə nisbətən iki dəfə çoxdur. İndi məlumdur ki, bu komponentlər  $^2s_{1/2}-^3p_{1/2}$  və  $^2s_{1/2}-^3p_{3/2}$  keçidləri nəticəsində yaranır və onlar üçün elektronun spinini nəzərə almamaq olmaz. Əslində isə bu xətlər də əksinə digər spektral xətlər kimi üçdən çox sayda komponentlərə parçalanırlar ki, bu da anomal və ya mürəkkəb Zeyeman effekti adlanır. Bu onunla əlaqədardır ki, maqnit sahəsində multiplet xətlərin parçalanması mənzərəsi normal Zeyeman effektindəkinə nisbətən xeyli mürəkkəbdir. Məsələn, natriumun  $D_1$  xətti 4 dənə komponentə parçalanır ki, onlardan ortadakı ikisi  $\pi$ -, kənardakı ikisi isə  $\sigma$ -komponentlərdir;  $D_2$  xətti ortadakı ikisi  $\pi$ -, kənardakı dördü isə  $\sigma$ -komponentlər olmaqla 6 dənə xəttə parçalanır. Beləliklə, natriumun  $D$ -dubleti 10 komponentə parçalanır. Multiplet xətlərin bundan da xeyli mürəkkəb olan parçalanma mənzərələri müşahidə olunur. Yeri gəlmişkən qeyd edək ki, belə parçalanma üçün "anomal" deyil, məhz "mürəkkəb" effekt adı daha uyğun gəlir; çünki, sadə effekt deyil, məhz mürəkkəb effekt istisna olmayıb, qaydaya uyğundur (anomal deyildir).

Yuxarıda qeyd etdik ki, normal Zeyeman effekti sinqlet spektral xətlər, yəni spin momentləri sıfıra bərabər olan enerji səviyyələri arasında keçidlər nəticəsində yaranan xətlər üçün müşahidə olunur. Hidrogenəbənzər atomlarda spin orbital qarşılıqlı təsiri bu

atomların spektral xətlərinin incə quruluşunu verir. Müşahidələr göstərir ki, zəif maqnit sahələrində hidrogenəbənzər atomun spektral xətlərinin Zeyeman parçalanması bu xətlərin incə quruluşu ilə eyni tərtibli olduqda, sadə parçalanma növünə uyğun gəlir. Belə ki, sadə Zeyeman effekti, yəni Lorens tripleti yalnız güclü maqnit sahəsində alınır, zəif maqnit sahəsində isə o, yalnız sinqlet xətlər üçün yaranır. Məsələn, hidrogenəbənzər atomlar üçün zəif maqnit sahəsində komponentlərin sayı və  $\Delta\omega$  sürüşməsi də başqa cürdür. Belə ki, bu  $\Delta\omega$  sürüşməsi Lorens parçalanması ilə sadə münasibətlə əlaqədar olsa da, ümumiyyətlə, onunla eyni deyildir (Ə125). Yalnız güclü maqnit sahələrində, yəni spin-orbital qarşılıqlı təsiri nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik olduqda hidrogenəbənzər atomun spektral xətlərinin parçalanması sadə Zeyeman effektinə uyğun gəlir. Beləliklə, Zeyeman effektinin elektronun spinini nəzərə almayan nəzəriyyəsi, enerji səviyyəsinin spini sıfıra bərabər olduqda və ya spin-orbital qarşılıqlı təsir nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik olduqda özünü doğruldur.

Sadə Zeyeman effektini kvant mexanikası təsəvvürlərinə görə izah etmək məqsədilə xarici maqnit sahəsində yerləşmiş atom üçün Şredinger tənliyini həll etmək lazımdır. Bu tənliyin həlli isə klassik nəzəriyyə ilə müqayisədə yeni heç nə vermir. Bunun isə səbəbi ondan ibarətdir ki, Şredinger tənliyində elektronun çox mühüm bir xassəsi, yəni onun məxsusi mexaniki momentə (spinə) və məxsusi maqnit momentinə (spin maqnit momentinə) malik olması nəzərə alınmır.

Sadə Zeyeman effekti klassik nəzəriyyə baxımından qənaətbəxş şəkildə izah olunsa da, mürəkkəb Zeyeman effekti spini və spin maqnit momentini nəzərə almaqla, yalnız kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsasən izah edilə bilər. Maraqlıdır ki, mürəkkəb Zeyeman effektinin kvant nəzəriyyəsindən sinqlet spektral xətlər üçün sadə Zeyeman parçalanması xüsusi hal kimi alınır.

### Ə125. Mürəkkəb Zeyeman effekti

Kulon sahəsində (məsələn, hidrogenəbənzər atomda) hərəkət edən elektronun qeyri-relyativistik yaxınlaşmada bütün enerji səviyyələri cırlaşmışdır, yəni elektronun enerjisi yalnız  $n$  baş kvant ədədindən asılı olub,  $l$  orbital və  $m_l$  maqnit kvant ədədlərindən asılı deyildir. Məhz bu səbəbdən də hidrogen atomunun və hidrogenəbənzər atomların bütün spektral xətləri sinqletdirlər. Qələvi metal atomlarına da birelektronlu atom kimi baxmaq olar, lakin burada valent elektronu Kulon sahəsində deyil, mərkəzi simmetrik (sferik simmetrik) sahədə hərəkət edir. Ona görə də qələvi metal atomlarında valent elektronunun enerjisi yalnız  $n$  kvant ədədindən deyil, həm də  $l$  kvant ədədindən asılı olur, yəni valent elektronunun enerji səviyyələrinin  $l$  orbital kvant ədədinə görə cırlaşması aradan qalxır. Qələvi metalların spektral seriyalarının mənşəyi də məhz bununla əlaqədardır. Spin-orbital qarşılıqlı təsirin mövcud olması sayəsində isə spektral xətlərin incə quruluşu meydana çıxır. Spin-orbital qarşılıqlı təsiri nəzərə aldıqda enerji səviyyələri  $J$  tam kvant ədədi ilə xarakterizə olunur və bu səviyyələrin enerjisi  $M_J$  maqnit kvant ədədindən asılı olmur. Çünki xarici maqnit sahəsi (üstün istiqamət) olmadıqda fəzada bütün istiqamətlər bir-birinə ekvivalent olur və  $J$  kvant ədədinin verilmiş ədədi qiyməti ilə xarakterizə olunan hər bir enerji səviyyəsi  $M_J$  kvant ədədinə nəzərən  $2J+1$  tərtibdən cırlaşmış olur. Atom xarici maqnit sahəsində yerləşdikdə isə bu cırlaşma da aradan qalxmış olur, yəni hər bir enerji səviyyəsi  $2J+1$  sayda alt səviyyəyə parçalanır. Ə124-də

klassik nəzəriyyə baxımından ətraflı şərh olunan Zeyeman effekti də məhz bunula izah olunur. Lakin elektronun spinə malik olduğu kəşf edilənə qədər klassik nəzəriyyə və həm də kvant nəzəriyyəsi, seçmə qaydalarından istifadə etməklə, yalnız sadə Zeyeman effektini (E124) izah edə bilirdi. Sonralar elektronun spinini nəzərə almaqla mürəkkəb Zeyeman effektini də izah etmək mümkün oldu.

E124-də qeyd edildiyi kimi, yalnız bir dənə şüalandırıcı elektronu olan atomlar, yəni hidrogen atomu (H), hidrogenəbənzər atomlar ( $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{2+}$ ,  $\text{Be}^{3+}$  və s.) və həm də qələvi metal atomları zəif maqnit sahəsində yerləşdikdə mürəkkəb Zeyeman effekti müşahidə olunur. Məlum olduğu kimi, sadə Zeyeman effekti ondan ibarətdir ki, maqnit sahəsinə perpendikulyar istiqamətdə müşahidə apardıqda spektral xəttin üç, maqnit sahəsi boyunca müşahidə apardıqda isə iki komponentə parçalanması görünür. Bu zaman komponentlərin əsas xəttə nəzərən sürüşməsi  $\Delta\nu$  (124.34)-(124.36) Lorens düsturları ilə təyin olunur. Təcrübələr göstərirdi ki, yalnız sinqlet, yəni incə quruluşa malik olmayan spektral xətlər belə parçalanma verir. Dublet, triplet və daha mürəkkəb multiplet (incə) quruluşa malik olan xətlər üçün isə bir qayda olaraq mürəkkəb Zeyeman effekti müşahidə olunur: komponentlərin sayı çox, həm də cüt ədəd olur, parçalanmanın qiyməti (sürüşmə) isə normal Zeyeman effektindəki Lorens parçalanmasına bərabər olmur. Məsələn, təcrübədə müşahidə olunurdu ki, sinkin sinqlet xətti normal Zeyeman effekti, triplet xətti üçün mürəkkəb Zeyeman effekti (18 komponent), natriumun *D* dublet xətti üçün mürəkkəb Zeyeman effekti (10 komponent) alınır və s. Mürəkkəb Zeyeman effektində parçalanmanın qiyməti üçün maraqlı bir qanunauyğunluq vardır: mürəkkəb Zeyeman effektində spektral xəttin parçalanması normal effektdəki Lorens sürüşməsinin rəasional kəsrə hasilinə bərabərdir.

Əgər (124.34) normal Lorens sürüşməsinə  $\nu_L$  ilə işarə etsək natriumun *D* dublet xəttinin parçalanmasından alınan komponentlər üçün sürüşmənin aşağıdakı qiymətləri alınır:

$$\begin{aligned} {}^2s_{1/2}-{}^2p_{1/2}; & \quad \pm \frac{2}{3}\nu_L, \pm \frac{4}{3}\nu_L; \\ {}^2s_{1/2}-{}^2p_{3/2}; & \quad \pm \frac{1}{3}\nu_L, \pm \frac{3}{3}\nu_L, \pm \frac{5}{3}\nu_L. \end{aligned}$$

Göründüyü kimi, bütün hallarda kəsrin məxrəci eyni olub, 3-ə bərabərdir. Sinkin triplet xəttinin parçalanmasından alınan komponentlərin sürüşməsinə ifadə edən kəsr üçün xarakterik olan məxrəc 2-dir:

$$\frac{1}{2}\nu_L, \frac{2}{2}\nu_L (= \nu_L), \frac{3}{2}\nu_L \text{ və s.}$$

Elektronun spinə malik olduğunu nəzərə almaqla mürəkkəb Zeyeman effektini izah etmək mümkündür. Bu məqsədlə atomun vektor modelindən (E119) istifadə etmək əlverişlidir. Məlumdur ki, Rassel-Saunders əlaqəsi mövcud olduqda atomun tam maqnit momenti üçün (119.22) və (119.28) düsturlarına uyğun olaraq

$$\mu_J = M_B g_J \sqrt{J(J+1)} = \frac{e}{2mc} g_J |\vec{J}| \quad (125.1)$$

kimi təyin olunur. Burada  $g_J$  (119.29) düsturu ilə təyin olunan Lande vuruğu,  $M_B$  isə (101.17) düsturu ilə təyin olunan Bor maqnetonudur.  $g_J$  Lande vuruğu mürəkkəb

Zeyeman effektinin nəzəriyyəsində həlledici rol oynayır. Ona görə də birelektronlu atomların bütün halları üçün  $S=1/2$  olduğunu nəzərə almaqla Lande vuruğunu (119.29) düsturuna əsasən hesablayaraq 125.1 cədvəlini əvvəlcədən tərtib etmək əlverişlidir (belə atomlar üçün  $L=l, J=j$  olur).

Xarici maqnit sahəsi olmadıqda atomun  $\vec{J}$  tam mexaniki momenti saxlanılır. Atomu intensivliyi  $\vec{H}$  olan xarici maqnit sahəsində yerləşdirdikdə isə onun  $\vec{J}$  tam mexaniki momenti saxlanmır, yəni qiyməti sabit qalsa da  $\vec{J}$  vektoru  $\vec{H}$  vektorunun ətrafında presessiya edir. Əgər bu presessiya spin-orbital qarşılıqlı təsiri ilə əlaqədar olan presessiyaya nisbətən ləng baş verirsə, onda maqnit sahəsi zəif sahə hesab olunur. Başqa sözlə, zəif maqnit sahəsi elə sahədir ki, onun təsiri nəticəsində spektral xəttin Zeyeman parçalanmasından alınan komponentlər arasındakı məsafə spin-orbital qarşılıqlı təsir nəticəsində həmin xəttin özünün incə quruluş komponentləri arasındakı məsafəyə nisbətən kiçik olur. Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, məhz bu halda mürəkkəb Zeyeman effekti alınır. Sinqlet xətlər üçün bu şərt heç zaman ödənmir, istənilən maqnit sahəsi onlar üçün güclü sahə olur və bu xətlər üçün həmişə sadə Zeyeman effekti müşahidə olunur.

Zəif maqnit sahəsində atomun qazandığı əlavə enerji (101.20) düsturuna əsasən (125.1) nəzərə alınmaqla hesablanı bilər. Onda atomun enerjisi

$$\begin{aligned} E &= E_0 + \Delta E = E_0 - (\vec{\mu}_J \vec{H}) = E_0 - \mu_J H \cos(\vec{J} \wedge \vec{H}) = \\ &= E_0 + \frac{e}{2mc} g_J H |\vec{J}| \cos(\vec{J} \wedge \vec{H}) = E_0 + g_J \cdot \frac{e}{2mc} H \cdot \hbar M_J. \end{aligned} \quad (125.2)$$

Cədvəl 125.1

Term	$S$	$l$	$j$	$g_j$
$^2S$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2
$^2P$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{3}$
$^2D$	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{3}{2}$ $\frac{5}{2}$	$\frac{4}{5}$ $\frac{6}{5}$
$^2F$	$\frac{1}{2}$	3	$\frac{5}{2}$ $\frac{7}{2}$	$\frac{6}{7}$ $\frac{8}{7}$

Burada  $\vec{J}$  tam momentin maqnit sahəsinin istiqaməti üzrə proyeksiyasına bərabər olan  $|\vec{J}| \cos(\vec{J} \wedge \vec{H})$  kəmiyyətinin fəza kvantlanmasına uyğun olaraq kvantlanması və  $M_J$  maqnit kvant ədədi ilə təyin olunan qiymətlərə malik olması nəzərə alınmışdır:

$$J_z = |\vec{J}| \cos(\vec{J} \wedge \vec{H}) = \hbar M_J \quad (125.3)$$

Beləliklə, aydın olur ki, atomun zəif maqnit sahəsində malik olduğu əlavə  $\Delta E = E - E_0$  enerjisi  $M_J$  kvant ədədinin ala bildiyi  $2J+1$  sayda  $M_J = J, J-1, \dots, \dots, -J+1, -J$ , qiymətlərə uyğun şəkildə diskret qiymətlər alır, yəni kvantlanır:

$$\Delta E = g_J M_J M_S H = g_J M_J \frac{e\hbar}{2mc} H \quad (125.4)$$

Deməli, xarici maqnit sahəsində atomun hər bir enerji səviyyəsi bir-birinə çox yaxın

yerləşmiş  $2J+1$  sayda əltsəviyyəyə parçalanır. Belə ki, məsələn,  ${}^2S_{1/2}$  səviyyəsi iki ( $J=1/2$ ,  $M_J=+1/2, -1/2$ ),  ${}^2P_{1/2}$  səviyyəsi də iki,  ${}^2P_{3/2}$  səviyyəsi isə dörd əltsəviyyəyə parçalanır və s.

İndi isə maqnit sahəsində şüalanan tezlikləri hesablayaq. Borun tezliklər şərtinə görə

$$\hbar(\omega+\Delta\omega)=(E_1+\Delta E_1)-(E_2+\Delta E_2) \quad (125.5)$$

yazmaq olar. Burada  $\omega$ -xarici maqnit sahəsi olmadıqda tezlikdir.  $\hbar\omega=E_1-E_2$  olduğunu və (125.4)-ü nəzərə alsaq, (125.5) aşağıdakı şəkildə düşər:

$$\begin{aligned} \hbar\Delta\omega &= \Delta E_1 - \Delta E_2 = (g_1 M_1 - g_2 M_2) M_B = \\ &= (g_1 M_1 - g_2 M_2) \frac{e\hbar}{2mc} \cdot H. \end{aligned} \quad (125.6)$$

Burada  $sm^{-1}$  ilə ölçülən  $\Delta\nu$  sürüşməsinə keçmək üçün hər iki tərəfi  $\hbar c$ -yə bölmək lazımdır.

$$\Delta\nu = (g_1 M_1 - g_2 M_2) \frac{e}{2mc^2} \cdot H. \quad (125.7)$$

Adətən spektral xətlərin maqnit sahəsində parçalanmasını normal Zeyeman effektindəki

$$\nu_L = \frac{e}{2mc^2} H, \quad sm^{-1} \quad (125.8)$$

sürüşmə vahidi ilə ifadə edirlər. Onda bu vahidlərdə (125.7) daha sadə formaya malik olur:

$$\Delta\nu = g_1 M_1 - g_2 M_2. \quad (125.9)$$

(125.9)-mürəkkəb Zeyeman effektində spektral xətlərin parçalanmasını təyin edən düsturdur. Lakin bu düsturdan istifadə edərək spektral xətlərin maqnit sahəsində parçalanmasını hesablayarkən hökmən nəzərə alınmalıdır ki, heç də ixtiyari iki əltsəviyyənin kombinasiyasını götürmək olmaz. Belə ki, enerji səviyyələrinin maqnit sahəsində parçalanmasından alınan əltsəviyyələr arasında icazə verilən (mümkün olan) keçidlər  $M$  maqnit kvant ədədi üçün  $\Delta M=0, \pm 1$  seçmə qaydalarına /bax: (120.7)/ uyğun surətdə baş verə bilər.

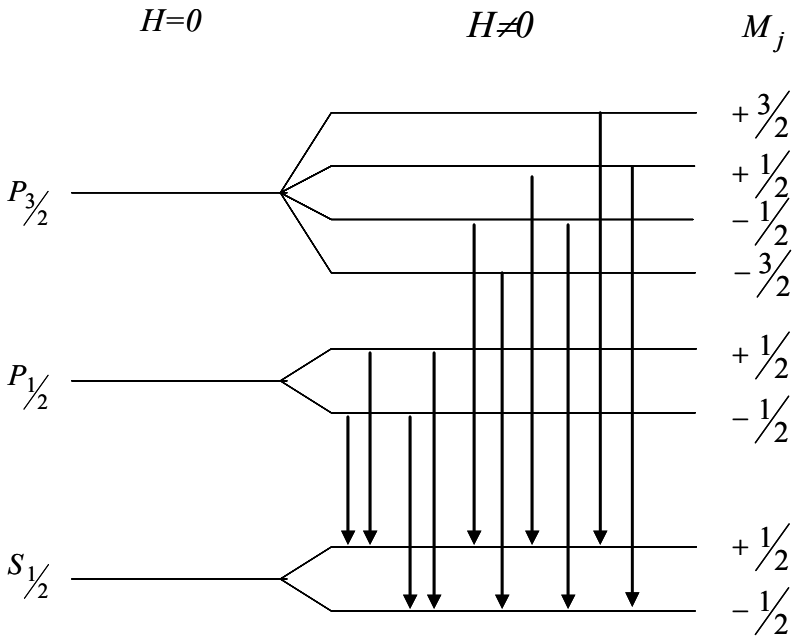
Qeyd etmək ki, (125.9) və (120.7) düsturları həm mürəkkəb, həm də sadə Zeyeman effektini başa düşməyə imkan verən əsas düsturlardır.

Misal olaraq natrium atomunun

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 589,5930 \text{ nm}, & {}^2P_{1/2} - {}^2S_{1/2} \\ \lambda_2 &= 588,96963 \text{ nm}, & {}^2P_{3/2} - {}^2S_{1/2} \end{aligned} \quad (125.10)$$



komponentlərindən ibarət olan  $D$ -dublet xəttinin mürəkkəb Zeyeman effektinə uyğun parçalanmasını hesablayaq. Qeyd edək ki, Zeyeman parçalanmasının xarakteri baş kvant ədədindən asılı olmadığı üçün bu hesablamamızın nəticələri ixtiyari qələvi metal atomunun ( $^2P_{1/2}, ^2P_{3/2}$ ) dublet səviyyəsindən  $^2S_{1/2}$  sinqlet səviyyəsinə keçidə uyğun dublet spektral xəttinin maqnit sahəsində parçalanmasını da təsvir edir. Bu hesablama zamanı Lande vuruğunun qiymətlərini 125.1 cədvəlindən götürəcəyik. (125.4) düsturundan görünür ki, hər bir səviyyənin parçalanması  $gM$  ilə təyin olunur. Ona görə də əvvəlcə baxılan səviyyə üçün  $gM$  hasillərini hesablamaq, sonra isə  $\Delta M=0, \pm 1$  seçmə qaydalarına uyğun gələn  $g_1M_1-g_2M_2$  fərqini hesablamaq lazımdır. Bizim baxdığımız misal üçün  $gM$  hasillərinin qiyməti 125.2 cədvəlində verilmişdir. Bu cədvəldən istifadə edərək  $^2P_{1/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$ ,  $^2P_{3/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$  dubletinin zəif maqnit sahəsində parçalanmasının hesablanmasından alınan nəticələr 125.3 cədvəlində, spektral keçidlərin bu cədvələ uyğun sxemi isə 125.1 şəklində verilmişdir. Bu sxemdə sol tərəfdə, maqnit sahəsi olmadıqda ( $\vec{H}=0$ )  $^2S_{1/2}$ ,  $^2P_{1/2}$ ,  $^2P_{3/2}$



Шякил 125.1.

enerji səviyyələri göstərilmişdir. Bir qədər sağ tərəfdə isə  $\vec{H}$  zəif maqnit sahəsində bu səviyyələrin parçalanmasından alınan altsəviyyələrin sxemi və həmin altsəviyyələr arasında baş verən və baxılan halda mürəkkəb Zeyeman effektinin mənzərəsini yaradan keçidlərin sxemi göstərilmişdir. Göründüyü kimi, (125.10)-dakı 1-ci xətt ( $P_{1/2}-S_{1/2}$ ) dörd komponentə parçalanır və özü də kənaradakı komponentlər  $\sigma$ -, ortadakılar isə  $\pi$ -komponentlər olur. İkinci xətt ( $P_{3/2}-S_{1/2}$ ) isə altı komponentə parçalanır; ortadakı iki xətt  $\sigma$ -, digər dörd xətt isə  $\pi$ -komponentlərdir. Komponentlər arasındakı məsafə Larmor tezliyi  $\left(\omega_L = \frac{eH}{2mc}\right)$  vahidlərində göstərilmişdir:  $\Delta\omega/\Omega = \Delta\omega/\omega_L$ .

Cədvəl 125.2

$P_{3/2}$	$M_J$	-3/2	-1/2	+1/2	+3/2
	$g_J M_J$	-2	-2/3	+2/3	+2
$P_{1/2}$	$M_J$		-1/2	+1/2	
	$g_J M_J$		-1/3	+1/3	
$S_{1/2}$	$M_J$		-1/2	+1/2	
	$g_J M_J$		-1	+1	

Deməli, natriumun  $D$ -xətti zəif maqnit sahəsində 10 dənə komponentə parçalanır. 125.3 cədvəlində sonuncu sütunda bu komponentlərin nömrəsi tezliyin artmasına uyğun surətdə göstərilmişdir.

Beləliklə, mürəkkəb Zeyeman effekti üçün xarakterik xüsusiyyət spektral xətlərin maqnit sahəsində çoxlu sayda komponentlərə parçalanması və özü də bu komponentlərin sürüşməsinin sadə Zeyeman effektindəki sürüşmənin rəşional kəsəə hasili kimi olmasıdır. Məsələn, natriumun dublet  $D$ -xətti üçün, 125.3 cədvəlindən görüldüyü kimi,

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_L} = \frac{5}{3}, \frac{4}{3}, \frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{3}{3}, -\frac{4}{3}, -\frac{5}{3} \quad (125.11)$$

alınır. Bir daha qeyd edək ki, mürəkkəb Zeyeman effekti çox da güclü olmayan maqnit sahəsində alınır.

Cədvəl 125.3

$M_J^{(1)} \rightarrow M_J^{(2)}$ keçidləri	Polyarizasiya	$g_1 M_1 - g_2 M_2$	Komponentin nömrəsi
$P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ xəttinin parçalanması			
-1/2 $\rightarrow$ +1/2	$\sigma$	-1/3 - 1 = -4/3	1
-1/2 $\rightarrow$ -1/2	$\pi$	-1/3 - (-1) = 2/3	3
+1/2 $\rightarrow$ +1/2	$\pi$	1/3 - 1 = -2/3	2
+1/2 $\rightarrow$ -1/2	$\sigma$	1/3 - (-1) = 4/3	4
$P_{3/2} \rightarrow S_{1/2}$ xəttinin parçalanması			
-3/2 $\rightarrow$ +1/2	Keçid qadağandır		
-3/2 $\rightarrow$ -1/2	$\sigma$	-2 - (-1) = -1	6
-1/2 $\rightarrow$ +1/2	$\sigma$	-2/3 - 1 = -5/3	5
-1/2 $\rightarrow$ -1/2	$\pi$	-2/3 + 1 = 1/3	8
+1/2 $\rightarrow$ +1/2	$\pi$	2/3 - 1 = -1/3	7
+1/2 $\rightarrow$ -1/2	$\sigma$	2/3 + 1 = 5/3	10
+3/2 $\rightarrow$ +1/2	$\sigma$	2 - 1 = 1	9
+3/2 $\rightarrow$ -1/2	Keçid qadağandır		

Əgər atomun tam spini sıfır bərabərdirsə ( $S=0$ ), onda  $J=L$  və (119.29) düsturuna əsasən  $g_J=1$  alınır. Onda (125.9) düsturuna əsasən

$$\Delta\nu = M_1 - M_2 = \Delta M = 0, \pm 1$$

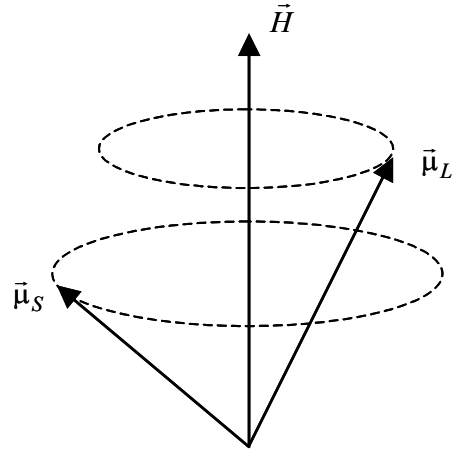
yazmaq olar ki, bu da

$$\Delta\nu = +\nu_L, 0, -\nu_L$$

deməkdir. Başqa sözlə, bu halda hər bir spektral xətt üç dənə komponentə parçalanır və özü də parçalanmanın qiyməti normal Zeyeman parçalanmasına bərabər olur. Bildiyimiz kimi, spektral xətlərin maqnit sahəsində bu cür Lorens tripletinə parçalanması normal Zeyeman effekti adlanır. Deməli, normal (sadə) Zeyeman effekti anomal (mürəkkəb) Zeyeman effektinin xüsusi halıdır və özü də tam spini sıfıra bərabər olan atomlar üçün, xətləri sinqlet olan spektrlərdə baş verir. (125.4)-(125.9) düsturlarında  $g_J M_J$  kəmiyyətləri kiçik rəşional ədədlərdir. Ona görə də mürəkkəb Zeyeman effektinin mənzərəsini təsvir edən 125.1 şəklindən Runqenin empirik yolla müəyyən etdiyi aşağıdakı qayda bilavasitə görünür: maqnit sahəsində spektral xətlərin mürəkkəb Zeyeman effektinə uyğun surətdə parçalanması nəticəsində alınan komponentlər arasındakı məsafə, həmin maqnit sahəsində normal Lorens parçalanması ( $\nu_L = \Omega$ ) vahidlərində, çox da böyük olmayan rəşional ədəddir. Runqe bu qaydanı mürəkkəb Zeyeman effektinin fiziki təbiətinin hələ məlum olmadığı vaxt təklif etmişdi.

Mürəkkəb Zeyeman effektinin nəzəriyyəsi yaranana qədər Preston empirik yolla digər bir qayda da müəyyən etmişdir. Preston qaydası ondan ibarətdir ki, eyni bir seriya işarələnməsinə malik olan spektral xətlərin maqnit sahəsində parçalanması, baş kvant ədədlərinin qiymətindən asılı olmayaraq, eynidir. Seriya işarələnməsi dedikdə məsələn  $^2P_{3/2}^2D_{5/2}$  kimi ifadə başa düşülür. Burada  $^2D_{5/2}$  radiasiya (şüalanma) keçidinin hansı haldan,  $^2P_{3/2}$  isə bu keçidin hansı hala baş verdiyini göstərir. Bu zaman atomun başlanğıc və son halında baş kvant ədədi ixtiyari qiymətlər ala bilər. Preston qaydasına görə qələvi metalların baş seriyasında  $^2S_{1/2}^2P_{1/2}$  dubletinin komponentləri zəif maqnit sahəsində baş kvant ədədlərinin qiymətindən və qələvi metal atomunun növündən asılı olmayaraq eyni cür parçalanmalıdır. Bu qayda qələvi metalların kəskin və diffuz seriyalarının multiplətlərinə də eynilə aiddir. Preston qaydasından kənara çıxmalar ya ( $LS$ ) əlaqənin pozulması, ya da multiplətin komponentləri arasındakı məsafənin maqnit sahəsində baş verən parçalanmaya nisbətən kiçik və ya ona bərabər olması, yəni multiplət quruluşun çox dar olması ilə əlaqədar olaraq baş verir.

Yuxarıda qeyd etdik ki, mürəkkəb Zeyeman effekti zəif maqnit sahəsində, yəni atomun  $\vec{\mu}$  maqnit momentinin  $\vec{H}$  maqnit sahəsi ilə qarşılıqlı təsir enerjisi spin orbital qarşılıqlı təsirin enerjisindən kiçik olduqda baş verir. Lakin maqnit sahəsinin  $\vec{H}$  intensivliyi kifayət qədər böyük olduqda, atomun maqnit momentinin xarici maqnit sahəsi ilə qarşılıqlı təsir enerjisi spin-orbital qarşılıqlı təsirin enerjisindən böyük olur ki, bunun da sayəsində atomun  $\vec{\mu}_L$  tam orbital maqnit momenti ilə  $\vec{\mu}_S$  tam spin maqnit momenti arasında əlaqə qırılır. Nəticədə atomun spin maqnit momenti və orbital maqnit momenti xarici maqnit sahəsi ilə müstəqil surətdə qarşılıqlı təsirdə olur, yəni onların hər biri xarici maqnit sahəsinin ətrafında müstəqil olaraq presessiya edir (şəkil 125.2). Güclü maqnit sahəsində spin-orbital əlaqənin qırılması Peşen-Bak effekti adlanır. Deməli, bu



Шякил 125.2.

halda  $\vec{L}$  və  $\vec{S}$  vektorları birinci yaxınlaşmada bir-birindən asılı olmur və ona görə də  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$  tam moment vektoru öz mənasını itirir.

Atomun orbital maqnit və spin maqnit momenti xarici maqnit sahəsi ilə müstəqil surətdə qarşılıqlı təsirdə olduğundan, atomun maqnit sahəsi ilə qarşılıqlı təsirinin enerjisi onun orbital və spin maqnit momentlərinin hər birinin bu maqnit sahəsi ilə qarşılıqlı təsir enerjilərinin cəminə bərabər olmalıdır. Onda (125.2) düsturunun əvəzinə

$$E = E_0 - (\vec{\mu}_L \vec{H}) - (\vec{\mu}_S \vec{H}) \quad (125.12)$$

yazmaq olar. Burada  $-(\vec{\mu}_L \vec{H})$  – atomun  $\vec{\mu}_L$  orbital maqnit momentinin,  $-(\vec{\mu}_S \vec{H})$  isə atomun  $\vec{\mu}_S$  spin maqnit momentinin  $\vec{H}$  maqnit sahəsi ilə qarşılıqlı təsirinin enerjisidir.

(101.15) və (102.3) ifadələrini nəzərə almaqla

$$-(\vec{\mu}_L \vec{H}) = -\mu_{Lz} H = \frac{e\hbar}{2mc} M_L H, \quad (125.13)$$

$$-(\vec{\mu}_S \vec{H}) = -\mu_{Sz} H = \frac{e\hbar}{2mc} M_S H \quad (125.14)$$

olduğunu (125.12)-də yazsaq

$$E = E_0 + \frac{e\hbar}{2mc} (M_L + 2M_S) H \quad (125.15)$$

olar. Buradan

$$\Delta E = E - E_0 = \frac{e\hbar}{2mc} (M_L + 2M_S) H \quad (125.16)$$

olduğunu nəzərə alaraq (125.5)-(125.8) ifadələrinə oxşar olaraq

$$\Delta \nu = (\Delta M_L + 2\Delta M_S) \cdot \nu_L \quad (125.17)$$

yekun ifadəsini yazmaq olar.

$M_L$  üçün seçmə qaydalarına əsasən

$$\Delta M_L = 0, \pm 1 \quad (125.18)$$

olmalıdır.  $M_S$  üçün seçmə qaydası isə spinin saxlanması qanunu (E120) ilə məhdudlaşır. Belə ki, keçidlər spinləri eyni olan hallar arasında baş verə bilər, yəni

$$\Delta M_S = 0 \quad (125.19)$$

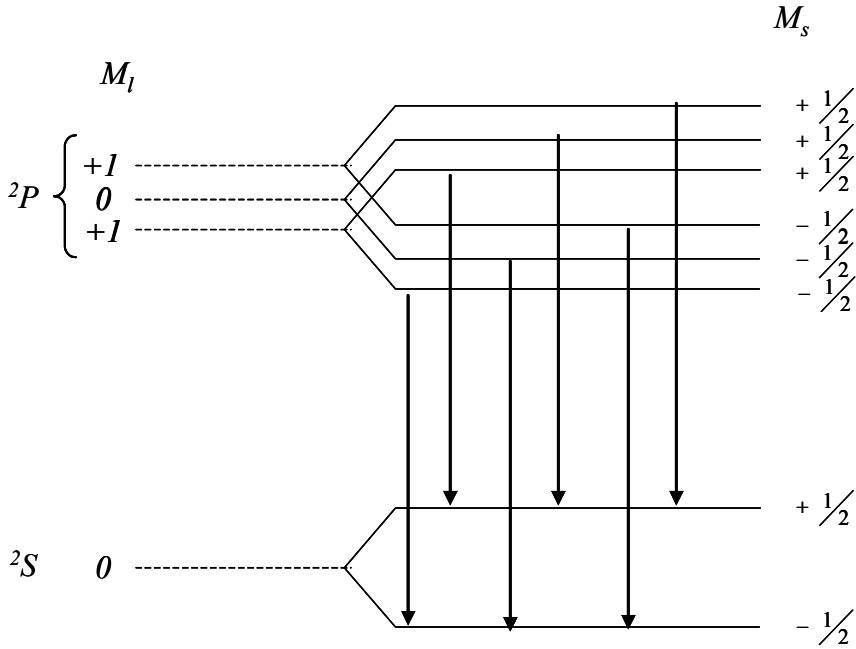
olmalıdır.

Beləliklə, (125.17) düsturu

$$\Delta \nu = \Delta M_L \cdot \nu_L = +\nu_L, 0, -\nu_L \quad (125.20)$$

şəklində düşür ki, bu da sadə Lorens tripletidir. Deməli, güclü maqnit sahəsində spektral xətlər üç komponentə parçalanır və özü də parçalanmanın qiyməti normal Zeyeman effektindəki kimi olur. Başqa sözlə, güclü maqnit sahəsində normal Zeyeman effekti müşahidə olunur. Güclü maqnit sahəsində sadə Lorens tripletinin alınması maqnit-optik çevrilmə və ya Paşen-Bak effekti adlanır. Yəni belə demək olar ki, Paşen-Bak effekti anomal Zeyeman effektinin güclü maqnit sahəsində normal Zeyeman effektinə çevrilməsindən ibarətdir.

Misal olaraq güclü maqnit sahəsində natriumun dublet  $D$ -xəttinin, yəni  $2S$  və  $2P$  termlərinə uyğun enerji səviyyələrinin parçalanmasına baxaq. Qeyd edək ki, zəif maqnit sahəsində bu spektral xəttin parçalanması mənzərəsi 125.1 şəklində təsvir edilmişdir. Natrium atomunun  $2S$  və  $2P$  termlərinə uyğun olan enerji səviyyələrinin güclü maqnit sahəsində parçalanması sxemi 125.3 şəklində göstərilmişdir. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, spin-orbital əlaqəsi qırıldığından biz artıq atomun tam momenti haqqında danışa



**Шякил**

bilmərik. Məhz buna görə də  ${}^2P_{1/2}$  səviyyəsi  ${}^2P_{3/2}$  səviyyəsindən fərqlənir. Belə ki, bu səviyyələrin hər ikisi indi eyni bir  $L=1$  kvant ədədi ilə xarakterizə olunur və elektronun spini də  $\vec{L}$ -dən asılı olmayaraq yönəlmiş olur.  $L=1$  olduqda atomun tam orbital momenti xarici maqnit sahəsinin istiqamətinə nəzərən,  $M_L=-1,0,+1$  qiymətlərinə uyğun olaraq, üç istiqamətdə yönəlmə bilər. Bu isə atomun orbital maqnit momenti ilə maqnit sahəsinin qarşılıqlı təsirinin enerjisi üçün üç dənə qiymət verir ki, bu da  ${}^2P$  səviyyəsinin 125.3 şəklində göstəriləndiyi kimi üç dənə alt səviyyəyə parçalanması deməkdir. Orbital maqnit momentinin hər bir yönəlməsinə uyğun olan halda isə spin maqnit momenti iki cür yönəlmə bilər. Bunun da sayəsində üç dənə orbital alt səviyyənin hər biri iki dənə spin alt səviyyəsinə parçalanır. Beləliklə, natrium atomunun  ${}^2P$  terminə uyğun olan enerji səviyyəsi güclü maqnit sahəsində 6 dənə alt səviyyəyə parçalanmış olur.  ${}^2S$  termi üçün  $L=0$  olduğundan orbital maqnit momenti də sıfır bərabərdir və parçalanma yalnız spin maqnit momentinin yönəlməsi hesabına baş verir, yəni  ${}^2S$  enerji səviyyəsi maqnit sahəsində iki dənə alt səviyyəyə parçalanır.

${}^2P$  və  ${}^2S$  səviyyələrinin parçalanmasından alınan alt səviyyələr arasında icazə verilən keçidlər (125.18) və (125.19) seçmə qaydalarına əsasən müəyyən edilir. Bu qaydalara uyğun olan cəmi 6 keçid alınır ki, onlar da 125.3 şəklində oxlarla göstərilmişdir. Deməli,

6 dənə spektral xətt olmalıdır. Lakin spinin yönəlməsi sayəsində xarici maqnit sahəsində  $P$ -halda və  $S$ -halda parçalanmanın qiyməti eyni olduğundan bu 6 xətt cüt-cüt bir-birinə qovuşaraq üç xətt verir və beləliklə, şüalanma spektrlərində triplet müşahidə olunur. Bu triplet parçalanmasının qiyməti isə (125.20) düsturu ilə təyin olunur.

Qeyd edək ki, güclü maqnit sahəsində spin-orbital qarşılıqlı təsir qırılsa da, hər halda müəyyən qədər spin-orbital qarşılıqlı təsir qalmış olur. Lakin bu spin-orbital qarşılıqlı təsirin enerjisi atomun orbital və spin maqnit momentlərinin maqnit sahəsi ilə qarşılıqlı təsirin enerjisindən çox kiçikdir. Ona görə də spin-orbital qarşılıqlı təsirin nəzərə alınması əlavə multiplet parçalanma verir ki, bu da Paşen-Bak effektində spektral xətlərin incə quruluşunu müəyyən edir.

Yuxarıda biz zəif və güclü maqnit sahəsinə keyfiyyətə tərif verdik. İndi isə maqnit sahəsinin zəif və ya güclü olması meyarını kəmiyyətə təyin edək. Fərz edək ki,  $\Delta\omega$  kəmiyyəti  $\Omega = \frac{e}{2mc}H$  Larmor tezliyinə (Ə123) nisbətən çox böyükdürsə, yəni ( $\Omega \ll \Delta\omega$ ) şərti ödənilsə, maqnit sahəsi zəif, əks halda ( $\Omega \gg \Delta\omega$ ) isə güclü hesab olunur. Dalğa uzunluğuna keçsək

$$\Delta\omega = \left| \Delta \frac{2\pi c}{\lambda} \right| = 2\pi c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$$

olar. Onda zəif maqnit sahəsi üçün

$$H \ll \frac{4\pi mc^2}{e} \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \quad (125.21)$$

şərti alınır.

Məsələn, natriumun dublet  $D$ -xətti üçün  $\lambda=590 \text{ nm}$ ,  $\Delta\lambda=0,6 \text{ nm}$  olduğundan (125.21) düsturuna əsasən zəif maqnit sahələri üçün  $H \ll 3,7 \cdot 10^5 \text{ Qs}$  alınır. Məhz buradan  $10^4 \text{ Qs}$  tərtibli maqnit sahəsində niyə mürəkkəb Zeyeman effektinin alındığı aydın olur. Hidrogenin Layman seriyasının  $L_\alpha$  xətti üçün  $\lambda=121,6 \text{ nm}$ ,  $\Delta\lambda=5,3 \cdot 10^{-4} \text{ nm}$  olduğundan  $H \ll 8000 \text{ Qs}$  şərtini ödəyən maqnit sahəsi zəif hesab olunur. Balmer seriyasının  $H_\alpha$  xətti üçün  $\lambda=656 \text{ nm}$ ,  $\Delta\lambda=0,0227 \text{ nm}$  və zəif maqnit sahəsi  $H \ll 1,1 \cdot 10^4 \text{ Qs}$  olur. Bu faktlardan sadə və mürəkkəb Zeyeman effektinin uzun müddət, uyğun olaraq, "normal" və "anomal" adlandırılmasının necə də uğursuz olduğu aydın görünür. Əksər hallarda mürəkkəb Zeyeman effekti müşahidə olunduğu üçün onu anomal yox, məhz normal effekt adlandırmaq düzgün olardı.

## Ə126. Maqnit rezonansı

Məlumdur ki, maqnit sahəsində atomun hər bir enerji səviyyəsi  $2J+1$  sayda alt səviyyəyə parçalanır (Ə118). Eyni bir səviyyənin parçalanmasından alınan bu alt səviyyələr bir-birindən  $\vec{J}$  tam moment vektorunun maqnit sahəsinin istiqaməti üzrə proyeksiyalarını təyin edən  $M_J$  kvant ədədinin qiyməti ilə fərqlənilir. Zeyeman effektində spektral xətlərin müşahidə olunan parçalanması (Ə125) parçalanmış müxtəlif səviyyələrin alt səviyyələri arasında kvant keçidləri nəticəsində baş verir. Eyni bir səviyyənin parçalanmasından alınan alt səviyyələr arasında spontan keçidlərin baş verməsi ehtimalı çox kiçik olub, səviyyələr arasındakı məsafənin kubu ilə düz

mütənəsbdir. Bundan başqa bir dənə valent elektronu olan atomlar üçün belə keçidlər  $\Delta L \neq 0$  seçmə qaydası ilə qadağan olunmuşdur.

Lakin seçmə qaydaları izolə olunmuş atomların radiasiya keçidlərinə aiddir. Məcburi, yəni xarici qüvvə sahələrinin təsiri altında baş verən keçidlər bu seçmə qaydalarının ödənmədiyini hallarda da baş verə bilər. Xarici sahənin təsiri nəticəsində kvant keçidlərinin ehtimalı da kəskin arta bilər. Sabit  $\vec{H}$  maqnit sahəsində eyni bir səviyyənin parçalanmasından alınan alt səviyyələr arasında kvant keçidlərinin də ehtimalı məhz bu cür artır. Belə ki,  $\vec{H}$  maqnit sahəsinə perpendikulyar istiqamətdə dəyişən zəif maqnit sahəsi yaratdıqda həmin keçidlər hiss olunacaq dərəcədə böyük sürətlə baş verir. Bu növ məcburi keçidlərlə əlaqədar olan hadisələr və onların tədqiqi metodları maqnit rezonansı adlanır.

Əvvəlcədən qeyd edək ki, maqnit rezonansı hadisələrinin ardıcıl kvantmexaniki öyrənilməsi atom sistemlərinin bir haldan digərinə məcburi keçidlərinin ehtimallarının hesablanması tələb edir ki, bu da kvant mexanikasının xüsusi məsələlərindən biridir. Lakin hadisənin mahiyyətini başa düşmək üçün sadə klassik mülahizələrdən istifadə edilməsi əyanilik baxımından daha məqsədəuyğundur. Çünki maqnit rezonansı hadisəsi klassik yolla qabaqcadan söylənilmiş və başa düşülmüşdür. Bu zaman alınmış nəzəri nəticələr təcrübə ilə uyğun gəlmişdir. Hadisənin əyani mənzərəsini yaratmaq üçün müasir dövrdə də klassik modellərdən istifadə edilir.

Sıfırdan fərqli maqnit momentinə malik olan hissəciyin (elektron, atom, atom nüvəsi, molekul) eyni bir enerji səviyyəsinin sabit maqnit sahəsində parçalanmasından alınan alt səviyyələr arasında xarici elektromaqnit şüalanmasının təsiri altında məcburi keçidlərin baş verməsi üçün aşağıdakı rezonans şərti ödənməlidir:

$$\hbar\omega = gM_B H \quad (126.1)$$

Burada  $\hbar\omega$ -dəyişən elektromaqnit sahəsinin kvantının enerjisi,  $gM_B H$  isə intensivliyi  $H$  olan sabit maqnit sahəsində səviyyənin Zeyeman parçalanmasının enerji vahidlərində qiymətidir (E125). (126.1) şərti ödəndikdə çox zaman sadəcə olaraq maqnit rezonansı adlanan paramaqnit rezonans hadisəsi müşahidə olunur.

Əgər hissəciyin mexaniki və maqnit momentləri atomun elektron örtüyünün elektronları tərəfindən yaranmışdırsa, maqnit rezonansı elektron paramaqnit rezonansı (EPR), atomların nüvələri tərəfindən yaranmışdırsa—nüvə maqnit rezonansı (NMR) adlanır.

Maqnit rezonansı vasitəsilə çox mühüm elmi tədqiqatlar aparılır. Məsələn, atomların və atom nüvələrinin maqnit momentləri təyin olunur, molekulların və kristalların quruluşunun xüsusiyyətləri öyrənilir, kimyəvi reaksiyaların kinetikasi tədqiq olunur və s.

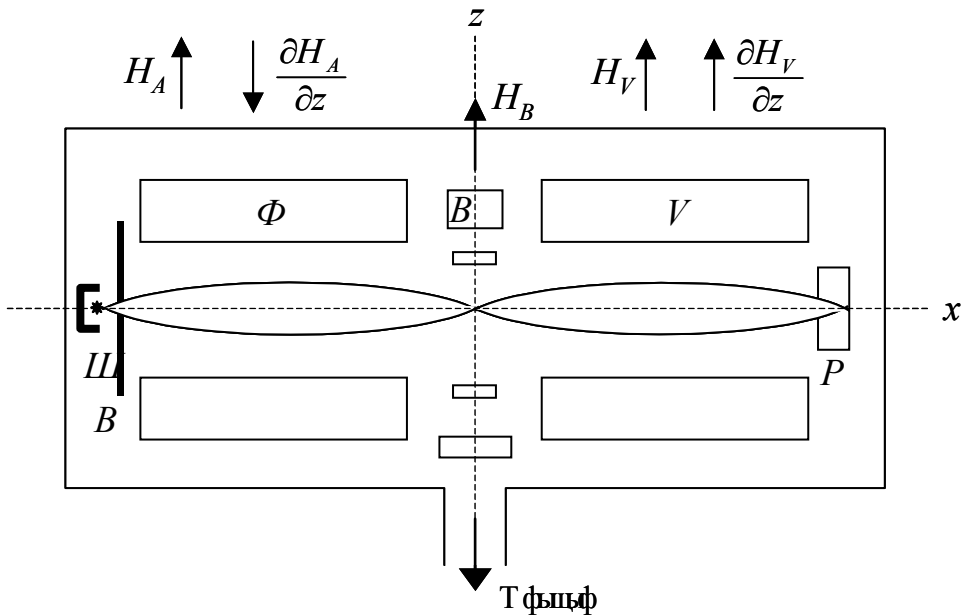
(126.1) rezonans şərtini ödəyən elektromaqnit dalğasının uzunluğunu müəyyən edək. Məlumdur ki, elektronlar üçün  $M_B = 0,927 \cdot 10^{-20} \text{ erq} \cdot \text{erst}^{-1}$ ,  $g=2$ -dir. Onda (126.1)-də  $H = 3 \cdot 10^3 \text{ erst}$ . yazaraq elektronlar üçün

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{gM_B H} = \frac{6,28 \cdot 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{sm}}{\text{s}} \cdot 10^{-27} \text{ erq} \cdot \text{s}}{2 \cdot 0,927 \frac{\text{erq}}{\text{erst}} \cdot 3 \cdot 10^3 \text{ erst}} \approx 3 \text{ sm} \quad (126.2)$$

alırıq. Bu dalğa uzunluğuna  $\nu = 10^4 \text{ MHS}$  tezliyi uyğun gəlir ki, bu da ifrat yüksək tezlik (İYT) diapazonuna aiddir.

Nüvə maqnetonu  $M_{niva} = e\hbar/2m_p c$  kimi təyin olunur ( $m_p$  – protonun kütləsidir) və  $M_B$  Bor maqnetonundan təqribən 2000 dəfə kiçikdir. Ona görə də həmin maqnit sahəsində nüvə maqnit rezonansı 5 MHz tərtibli tezliklərdə baş verə bilər.

Maraqlıdır ki, tarixən nüvə maqnit rezonansı daha əvvəl, 1938-ci ildə Rabi tərəfindən neytral atom və ya molekullar dəstəsi vasitəsilə müşahidə olunmuşdur. Bu zaman dəstədəki atom və ya molekulların elektron örtüyünün mexaniki və maqnit momenti sıfıra bərabər olmalıdır ki, bu hissəciklər üçün hər iki moment sırf nüvə momentlərindən (nüvənin mexaniki və maqnit momentləri) ibarət olsun. Rabinin təklif etdiyi molekulyar dəstələr metoduna görə neytral atom və ya molekullardan ibarət olan nazik dəstə vakuumda maqnit sahəsindən keçərək radiotezlik oblastına uyğun olan dəyişən sahənin təsirinə məruz qalır. Rabi metodu ilə maqnit rezonansını müşahidə etmək üçün istifadə olunan qurğunun sxemi 126.1 şəklində verilmişdir. Neytral hissəciklər  $I$  mənbəyindən çıxaraq  $D$  diafraqmasından,  $A$ ,  $B$  və  $V$  maqnitlərinin yaratdığı maqnit sahələrindən keçir və hissəciklərin  $P$  qəbuledicisində qeydə alınır.  $B$  maqnitini bircinsli güclü  $H_B$  sahəsi yaradır.  $H_A$  və  $H_V$  maqnit sahələri isə kəskin qeyri-bircinsdirlər. Bu sahələrin qradientləri,



Шякил

126.1 şəklində göstərildiyi kimi, bir-birinə əks istiqamətdə yönəlmişdir.  $H_B$  sahəsi neytral hissəcikləri meyl etdirmir, lakin qeyri-bircins  $H_A$  və  $H_V$  sahələrində bu hissəciklər əks istiqamətlərdə meyl edirlər. Doğrudan da, maqnit dipoluna təsir edən qüvvə (103.1) düsturuna əsasən  $grad(\vec{\mu}\vec{H})$  olduğundan, bircinsli maqnit sahəsində hissəciyə qüvvə təsir etmir ( $\vec{\mu}$  – maqnit momenti,  $\vec{H}$  – maqnit sahəsinin intensivliyidir).

Hər bir hissəciyin trayektoriyası bu hissəciyin maqnit momentinin maqnit sahəsinin istiqaməti üzrə proyeksiyasının qiymətindən asılıdır. 126.1 şəklində iki dənə belə trayektoriya verilmişdir.  $V$  maqnitinin yaratdığı maqnit sahəsinin  $H_V$  intensivliyi elə seçilir ki,  $H_A$  maqnit sahəsində hissəciyin meyli onun  $H_V$  sahəsindəki meyli ilə



kompensasiya olunsun. Aydındır ki,  $\vec{\mu}$  maqnit momenti vektorunun  $\vec{H}$  üzrə proyeksiyasının bütün qiymətləri üçün bu kompensasiya eyni vaxtda baş verəcəkdir və bu halda  $P$  qəbuledicisinə düşən hissəciklərin sayı ən çox olacaqdır.  $B$  maqnitinin sahəsində hissəciklərin enerji səviyyələri Zeyeman parçalanmasına məruz qalır. Bu maqnitin qütbləri arasındakı boşluqda tezliyi (126.1) rezonans şərtini ödəyən dəyişən elektromaqnit sahəsi yaradılır (bu sahəni yaradan həlqə 126.1 şəklində  $B$  maqnitinin qütbləri arasında göstərilmişdir). Yüksək tezlikli bu elektromaqnit sahəsi hissəciklərin bir alt səviyyədən digərinə keçməsinə səbəb olur. Bunun da nəticəsində hissəciklərin  $A$  və  $V$  maqnitlərində meylləri maqnit momentinin maqnit sahəsi üzrə proyeksiyasının müxtəlif qiymətlərində baş verir və ona görə də bir-birini kompensasiya etmir. Beləliklə, qəbulediciyə düşən hissəciklərin sayı azalır.

Təcrübələr zamanı adətən dəyişən elektromaqnit sahəsini yaradan generatorun tezliyini sabit saxlayaraq,  $B$  maqnitinin yaratdığı sahənin  $H_B$  intensivliyini onun müəyyən bir qiymətinin ətrafında səlis dəyişdirmək praktik cəhətdən əlverişli olur.  $H_B$  intensivliyinin rezonans qiymətində qəbulediciyə düşən hissəciklərin sayı kəskin şəkildə azalır.  $\omega$  və  $H_B$  kəmiyyətlərinin məlum qiymətlərinə əsasən (126.1) düsturu tədqiq olunan hissəciklər üçün  $g$ -ni və deməli,  $\mu$ -nü tapmağa imkan verir. Bu metodun dəqiqliyi  $\sim 10^{-3}\%$  tərtibində olur.

Atom dəstələrindən istifadə etməklə maqnit rezonansının mühüm təbiiqlərindən biri elektronun  $\mu_{el}$  maqnit momentinin ölçülməsidir. Müəyyən edilmişdir ki,  $\mu_{el}$  kəmiyyəti  $M_B$  Bor maqnetonu ilə üst-üstə düşür. Belə ki, elektronun maqnit momentini  $\mu_{el} = \frac{1}{2}gM_B$  kimi yazsaq, onda Dirak nəzəriyyəsinin tələb etdiyi kimi  $g/2$  vuruğu dəqiq surətdə 1-ə bərabər olmalı idi. Lakin bu, heç də belə olmur. Məsələn, əsas halda olan hidrogen atomları dəstəsi ilə aparılan ölçmələr nəticəsində

$$\frac{1}{2}g_{\text{H}^2\text{P}} = 1,0011596524 \pm 20 \cdot 10^{-11}$$

alınır ki, bu da kvant elektrodinamikasında alınan

$$\frac{1}{2}g_{\text{H}^2\text{B}} = 1,0011596522091 \pm 31 \cdot 10^{-11}$$

nəzəri qiymətlə yaxşı uyğun gəlir. Beləliklə, kvant elektrodinamikasına görə elektronun maqnit momenti

$$\mu_{el} = (1,0011596522091 \pm 31 \cdot 10^{-11})M_B$$

olmalıdır ki, bu da elektronun anomal maqnit momenti adlanır.

Molekulyar dəstələr metodunun yalnız neytral hissəciklərə tətbiq edilə bilməsi onun istifadə olunma oblastını məhdudlaşdırır. Doğrudan da hissəciklə bağlı olan koordinat sistemində (yalnız bu koordinat sistemində hissəciyin maqnit dipol momenti anlayışı

məna kəsb edir) qurğunun hərəkət edən maqnit sahəsi  $E = \frac{1}{c}(\vec{v}\vec{H})$  elektrik komponentinə

də malik olur ki, bu da sıfırdan fərqli elektrik yükünə malik olan (yəni elektroneytral olmayan) hissəciyin güclü meyl etməsinə səbəb olur.

Neytral molekulyar dəstələrdən istifadə edilməklə maqnit rezonans metodunun mühüm üstün cəhəti ondan ibarətdir ki, bu halda radiotezlikli sahə sərbəst hissəciklərə

(atomlara və ya molekullara) təsir edir. Lakin eksperiment baxımından bu metod çox çətin və xüsusi vakuüm texnikası tələb edir.

Məhz buna görə də molekulyar dəstələr metodu nisbətən az tətbiq olunur. Müasir dövrdə sıfırdan fərqli nüvə və ya elektron maqnit momentinə malik olan atomlar və ya ionlar daxil olan bərk cisimlərdə, mayələrdə və qazlarda maqnit rezonansını müşahidə etməyə imkan verən metodlar böyük əhəmiyyət kəsb edir. Bu metodların üstün cəhəti ondan ibarətdir ki, onlar yüksək dəqiqliyə malikdir, eksperiment baxımından xeyli sadədir və tədqiq olunan nümunə makroskopikdir. Tələb olunan əsas şərt ondan ibarətdir ki, tədqiq olunan nümunənin təşkil olunduğu hissəciklər (atomlar, molekullar, ionlar) elektron və ya nüvə maqnit momentinə malik olmalıdır. Belə nümunəni güclü sabit  $\vec{H}$  maqnit sahəsində yerləşdirdikdə atomlar arasında baş verən toqquşmalar nəticəsində qısa bir zaman müddətindən sonra elə tarazlıq halı yaranır ki, bu halda nümunə maqnitlənmiş olur. Bu, elektron və ya nüvə paramaqnitizmi olduğundan metod da EPR və NMR adlandırılmışdır. Maqnit momenti sıfırdan fərqli olan ( $\mu \neq 0$ ) hissəciyin xarici maqnit sahəsində enerjisi onun maqnit momentinin necə yönəlməsindən asılıdır. Belə ki, maqnit momenti  $\vec{H}$  vektoru istiqamətində yönələn hissəciyin enerjisi, maqnit momenti əks istiqamətdə yönələn belə hissəciyin enerjisindən az olur. Tarazlıq halında Bolsman düsturuna  $n_i = n_0 \exp(-E_i/kT)$  görə birinci qrup hissəciklərin sayı, ikincilərə nisbətən çox olacaqdır. Başqa sözlə, Zeyeman parçalanmasından alınan aşağı əltsəviyyələrin məskunluğu yuxarı əltsəviyyələrin məskunluğuna nisbətən böyük olacaqdır.

Otaq temperaturunda ( $T=293\text{ K}$ ) əltsəviyyələrin məskunluqları fərqi qiymətləndirək. Bu zaman fərz edək ki, hissəciyin maqnit momenti bir Bor maqnetonuna ( $M_B=0,927 \cdot 10^{-20}$  *erq/erst.*), maqnit sahəsinin intensivliyi isə  $H=5 \cdot 10^3$  *ersteda* bərabərdir, yuxarı  $E_2$  əltsəviyyəsində hissəciklərin sayı  $n_2$ , aşağı  $E_1$  səviyyəsində isə  $n_1$ -dir. Onda Bolsman düsturuna əsasən

$$\frac{n_1}{n_2} = \exp\left(\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) = 1 + \frac{E_2 - E_1}{kT} = 1 + \frac{2M_B H}{kT}$$

və buradan da

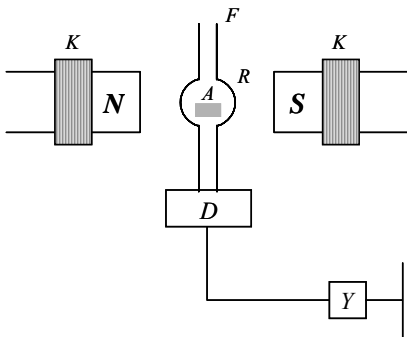
$$\frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{2M_B H}{kT} = 2,3 \cdot 10^{-3}$$

yaza bilərik. Deməli, iki qonşu əltsəviyyənin məskunluqlarının fərqi bu əltsəviyələrdən birinin məskunluğunun təqribən 0,2%-ni təşkil edir. Bu fərqin belə çox az olmasına baxmayaraq, o, özünü makroskopik şəkildə büruzə verə bilər, çünki hər bir əltsəviyyədə məskunlaşan hissəciklərin sayı çox böyükdür. Yuxarı əltsəviyyədən aşağı əltsəviyyəyə məcburi keçid zamanı bu əltsəviyələrin enerji fərqinə uyğun olan enerji kvantu buraxılır. Aşağı əltsəviyyədə yuxarı əltsəviyyəyə keçid zamanı isə radiotezlikli sahənin enerjisi udulur. Enerjinin şüalanması ilə baş verən spontan keçidlərin ehtimalı çox kiçik olduğundan onları nəzərə almamaq olar. Beləliklə, düz və tərs keçidlərin ehtimalının eyni olmasına (E9) baxmayaraq, nəticədə enerjinin udulması onun məcburi şüalanmasını üstələyəcəkdir. Çünki aşağı əltsəviyyələrin məskunluğu böyük olduğundan radiotezlikli sahənin enerjisini uda bilən atomların sayı enerjini şüalandıra bilən atomların sayından böyükdür. Radiotezlikli sahənin  $\omega$  tezliyi (126.1) rezonans şərtini ödədikdə, yəni  $\omega_L = \Omega$  Larmor tezliyinə bərabər olduqda enerjinin udulması maksimum olur. Bu da məhz maqnit rezonansı deməkdir.

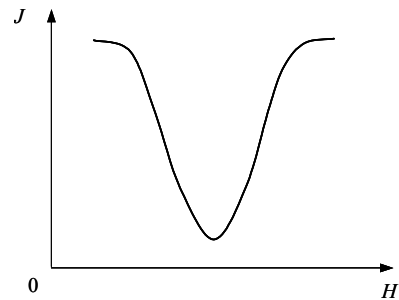
Aşağı altsəviyələrdən yuxarı altsəviyələrə keçidlərin sayının çox olması nəticəsində maqnit momentinin  $\vec{H}$  üzrə proyeksiyasının müxtəlif qiymətlərinə uyğun olan bu altsəviyələrin məskunluqları bərabərləşməyə başlayır. Lakin ilkin tarazlıq halını bərpa etməyə çalışan relaksasiya prosesləri bu bərabərləşməyə mane olur. Ona görə də maqnit rezonansının kifayət qədər kəskin alınması üçün, radiotezlikli elektromaqnit sahəsinin periodu nümunədə istilik tarazlıq halının bərpa olunması üçün tələb olunan relaksasiya müddətinə nisbətən çox kiçik olmalıdır.

Elektron paramaqnit rezonansı 1944-cü ildə E. K. Zavoyski tərəfindən kəşf olunmuşdur. O özünün ilk müşahidələrini dəmir qrupu elementlərinin duzlarında aparmışdır. Sonralar isə öyrənilən maddələrin əhatə dairəsi xeyli genişlənmişdir. Zavoyski öz tədqiqatlarını bir neçə desimetr uzunluqlu radiodalğalar diapazonunda aparmış və ona görə də (126.2) düsturuna əsasən  $H$  intensivliyi çox da böyük olmayan maqnit sahələrindən istifadə etmişdir. Ultraqısa dalğalar texnikasının inkişaf etməsi sayəsində EPR metodunda santimetrlik radiodalğalardan da istifadə edilməyə başlanmışdır.

Müasir radiospektroskoplarda radiosiqnalın tezliyini sabit saxlayaraq maqnit sahəsinin  $H$  intensivliyini  $50 \text{ hs}$  ətrafında dəyişdirirlər. Radiospektroskopun sxemi 126.2 şəklində göstərilmişdir.  $NS$  elektromaqnit sabit cərəyanla qidalanır və güclü sabit maqnit sahəsi yaradır. Bu sabit maqnit sahəsi tezliyi  $50 \text{ hs}$  olan dəyişən cərəyanla qidalanan  $KK$  sarğacları vasitəsilə modullaşdırılır. Bir neçə  $\text{mm}^3$  həcmi olan  $A$  tədqiqat nümunəsi  $\lambda \sim 3 \text{ sm}$  dalğa uzunluğuna köklənmiş  $R$  rezonatorunun daxilində yerləşdirilir. Belə uzunluğa malik olan elektromaqnit dalğaları əksətdirici klistron vasitəsilə yaradılır və  $F$  dalğa ötürəni vasitəsilə  $R$  rezonatoruna verilir. Bu dalğalar  $A$  nümunəsində qismən udulduqdan sonra yenə də dalğa ötürən vasitəsilə kristallik silisium-volfram  $D$  detektoruna daxil olur, burada detektə olunur və həm də gücləndirilir. Detektoru həssas qalvanometrə birləşdirərək paramaqnit udulmanı müşahidə etmək olar. Detektordan çıxan və  $Y$  gücləndiricisi vasitəsilə gücləndirilən siqnal 126.2 şəklində göstərilməyən ossilloqrafa verilsə, udulmanı daha böyük həssaslıqla müşahidə etmək olar. Bu siqnal ossilloqrafın şaquli meyl etdirən lövhələrinə verilir, üfqi meyl etdirən lövhələr isə  $H$  maqnit sahəsinin ani dəyişmələrini fiksə edir. Nəticədə ossilloqrafın ekranında  $A$  nümunəsinin paramaqnit udulmasının 126.3 şəklində göstərilmiş formada udulma əyrisi



Шякил



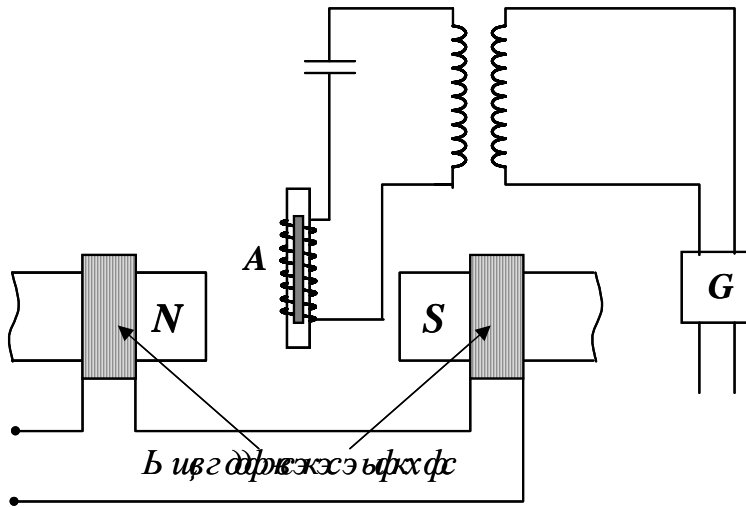
Шякил

alınır. Burada absis oxunda "sabit" maqnit sahəsinin  $H$  intensivliyi, ordinat oxunda isə

radiodalğanın intensivliyi göstərilmişdir. Müasir radiospektroskoplar normal temperatur şəraitində  $10^{11}$ - $10^{12}$  paramaqnit hissəcikdən ibarət olan nümunələrdə EPR müşahidə etməyə imkan verir.

EPR vasitəsilə kimyəvi reaksiyaların, xüsusilə də reaksiyanın aralıq həlqəsi rolunu oynayan sərbəst radikalların yarandığı reaksiyaların kinetikasi haqqında çoxlu mühüm məlumatlar alınmışdır. Sərbəst radikalların, birvalentli atomlara oxşar olaraq, cütlənməmiş spinə malik olan bir elektronu vardır və onlar üçün  $J=1/2$ ,  $\mu=M_B$  olur. Belə radikalların sayı həddən çox kiçik olmadıqda kimyəvi reaksiya prosesində onların konsentrasiyasının dəyişməsi asanlıqla müşahidə olunur.

Nüvə maqnit rezonansı ilk dəfə 1945-ci ilin sonunda makroskopik nümunədə qısa radiodalğaların udulması ilə Parsel, Torri və Paund, həm də onlardan asılı olmayaraq Blox, Xansen və Pakard tərəfindən müşahidə olunmuşdur. Nüvə maqnit rezonansı EPR-dən ideya və prinsipinə görə çox da fərqlənmir. Lakin NMR-də istifadə olunan yüksək tezlikli elektromaqnit dalğasının uzunluğunun çox böyük olması sayəsində tədqiqat üçün istifadə olunan cihazlar və metodika EPR-də olduğundan kəskin şəkildə fərqlənir. NMR-i tədqiq etmək üçün istifadə olunan qurğulardan birinin sxemi 126.4 şəklində verilmişdir. Burada əsas xüsusiyyət ondan ibarətdir ki, tədqiq olunan  $A$



Шякил 126.4.

nümunəsi yüksək tezlikli generatorun rəqs konturunun sarğacı ilə ardıcıl birləşdirilmiş sarğacın daxilində yerləşdirilmişdir. Sabit cərəyanla qidalanan  $NS$  elektromaqnit güclü sabit maqnit sahəsi yaradır. Modullaşdırıcı maqnit sahəsi yaratmaq üçün  $50$   $hs$  tezlikli dəyişən cərəyan ilə qidalanan əlavə sarğac istifadə olunur. Rezonans başlayanda yüksək tezlikli elektromaqnit sahəsinin (radiodalğaların) udulması artır. Bu isə özünü generatorun keyfiyyətliliyinin azalmasında və hətta generasiyanın dayanmasında göstərir. Generatorun rəqs konturu ilə induktiv əlaqədə olan xarici dövrədə meydana çıxan yüksək tezlikli siqnal  $G$  gücləndiricisində detektə olunur və gücləndirilir. Sonra isə onun eyni ilə NMR-in tədqiqində olduğu kimi açılışı alınır.

NMR vasitəsilə protonların maqnit momenti tapılmışdır və müəyyən edilmişdir ki,

protonun maqnit momenti nüvə maqnetonundan 2,79 dəfə böyükdür. Protonun belə böyük maqnit momentinə malik olması onunla izah oluna bilər ki, elektrondan fərqli olaraq proton nüvəyə daxil olan hissəcik olduğundan o, yalnız elektromaqnit qarşılıqlı təsirdə deyil, həm də nüvə qarşılıqlı təsirlərində də iştirak edir.

Qeyd edək ki, EPR və NMR ilə yanaşı ferromaqnit, antiferromaqnit, ferrimaqnit, diamaqnit və tsiklotron rezonansları da mövcuddur. Ferrimaqnit rezonans ferromaqnit nümunələrdə domenlərin daxilində və ya domenlər arasında elektron maqnit momentlərinin yönəlməsinin dəyişməsi ilə əlaqədardır. Antiferromaqnit rezonans antiferromaqnitlərdə spin maqnit momentlərinin yönəlməsinin dəyişməsi nəticəsində baş verir. Ferromaqnit rezonans hadisəsi antiferromaqnit rezonansın xüsusi halı olub, ferrimaqnit maddələrdə, yəni qəfəsin əks istiqamətlərdə yönəlmiş və tam kompensasiya olunmamış spin maqnit momentləri olan və məhz buna görə də ferromaqnit xassələrinə malik maddələrdə müşahidə olunur. Diamaqnit rezonans yarımkeçirici maddələrin sərbəst yükdaşıyıcılarında, tsiklotron rezonansı (E28) isə metalların sərbəst elektronlarında baş verir. Qeyd edək ki, diamaqnit və tsiklotron rezonansı tamamilə başqa fiziki təbiətə malik olsalar da, bəzən formal olaraq maqnit rezonansına aid edirlər.

### Ə127. Ştark effekti

Məlumdur ki, klassik harmonik osilyatorun sərbəst rəqsləri

$$\ddot{r} + 2\gamma\dot{r} + \omega_0^2 r = 0 \quad (127.1)$$

tənliyi ilə təsvir oluna bilər. Bu rəqslər  $r=0$  tarazlıq vəziyyəti ətrafında baş verir. İndi fərz edək ki, harmonik osilyator sabit  $E_0$  elektrik sahəsində yerləşmişdir. Onda digər xarici qüvvələr olmadıqda osilyatorun hərəkət tənliyini

$$\ddot{r} + 2\gamma\dot{r} + \omega_0^2 r = -\frac{e}{m} E_0 \quad (127.2)$$

və ya

$$\ddot{r} + 2\gamma\dot{r} + \omega_0^2 \left( r + \frac{eE_0}{m\omega_0^2} \right) = 0 \quad (127.3)$$

kimi yazıla bilər. Deməli, bu halda tarazlıq vəziyyəti koordinat başlanğıcına nəzərən  $r_0 = -eE_0/m\omega_0^2$  qədər sürüşmüş olur. Rəqs edən hissəciyin yeni tarazlıq vəziyyətindən olan ani məsafəsini  $q$  ilə işarə etsək,  $r=r_0+q$  yazmaq olar. Onda (127.3) tənliyi aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\ddot{q} + 2\gamma\dot{q} + \omega_0^2 q = 0 \quad (127.4)$$

Bu tənlikdən görünür ki, sabit elektrik sahəsində osilyatorun rəqsləri əvvəlki  $\omega_0$  tezliyinə malik harmonik rəqslər olaraq qalır, lakin bu rəqslər yeni tarazlıq vəziyyəti ətrafında baş verirlər. Beləliklə, sabit elektrik sahəsi harmonik osilyatorun məxsusi tezliyini dəyişməyib, yalnız onun tarazlıq vəziyyətini müəyyən qədər sürüşdürür.

Rəqslərin amplitudu böyük olduqda harmonik osilyator modeli yarırsız ola bilər. Bu halda anharmonik osilyator anlayışından istifadə edilir. Sadə halda anharmonikliyi nəzərə almaq üçün  $m\omega_0^2 r$  kvazielastik qüvvəsinə hissəciyin tarazlıq vəziyyətindən (koordinat

başlanğıcından) meylinin kvadratı ilə mütənasib olan bir hədd əlavə olunur. Belə anharmonik osilyatorun sərbəst rəqsləri

$$\ddot{r} + 2\gamma\dot{r} + \omega_0^2 r + \beta r^2 = 0 \quad (127.5)$$

tənliyi ilə təsvir olunur. Burada  $\beta$ -sabit vuruqdur.

Xarici sabit  $E_0$  elektrik sahəsində rəqslərin tənliyi aşağıdakı kimi olur:

$$\ddot{r} + 2\gamma\dot{r} + \omega_0^2 r + \beta r^2 = -\frac{e}{m} E_0 \quad (127.6)$$

Bu halda  $r=r_0$  tarazlıq vəziyyəti

$$\omega_0^2 r_0 + \beta r_0^2 = -\frac{e}{m} E_0 \quad (127.7)$$

tənliyindən təyin olunur. Bu kvadrat tənliyin iki kökündən eləsini götürmək lazımdır ki, o, anharmonikliyi nəzərə almadan tapılan  $r_0 = -eE_0/(m\omega_0^2)$  qiymətindən çox az fərqlənmiş olsun (çünki, anharmonikliyin kiçik olduğu fərz edilir). Fərz edək ki,  $q$ -rəqs edən hissəciyin yeni tarazlıq vəziyyətindən meylidir, yəni  $r=r_0+q$ . Rəqsləri kiçik hesab edərək  $q^2$  daxil olan hədləri nəzərə almasaq (127.6) əvəzinə

$$\ddot{q} + 2\gamma\dot{q} + (\omega_0^2 + 2\beta r_0)q = 0 \quad (127.8)$$

alarlıq. Buradan görünür ki, xarici sabit elektrik sahəsində baxılan yaxınlaşmada anharmonik osilyatorun kiçik rəqsləri yenə də harmonik rəqslər olur. Lakin anharmoniklik olduqda xarici  $E_0$  sahəsi nəinki tarazlıq vəziyyətini sürüşdürür, həm də osilyatorun məxsusi tezliyini dəyişdirir. Osilyatorun məxsusi tezliyinin kvadratının dəyişməsi təqribən

$$\Delta\omega_0^2 = 2\beta r_0 \quad (127.9)$$

və ya həmin yaxınlaşmada

$$\Delta\omega_0^2 = -\frac{2e\beta}{m\omega_0^2} E_0 \quad (127.10)$$

olur.

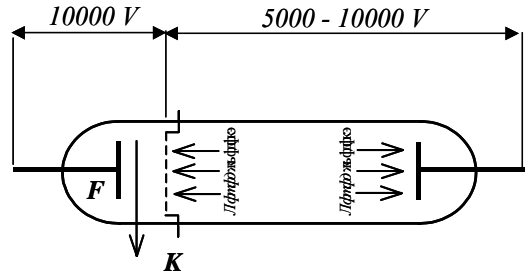
Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, bircinsli elektrik sahəsi harmonik osilyatorun  $\omega_0$  məxsusi tezliyini dəyişmir, lakin anharmonikliyi nəzərə aldıqda  $\omega_0$  dəyişir. Belə ki,  $E_0$  üzrə yalnız xətti hədləri nəzərə aldıqda  $\omega_0$ -ın dəyişməsi (127.10) kimi təyin olunur. Bu yaxınlaşmada xarici sabit elektrik sahəsi spektral xətləri parçalamır, yalnız onların bu sahənin  $E_0$  intensivliyi ilə mütənasib olan kiçik sürüşməsini yaradır. Lakin  $E_0$ -ın yüksək üstləri daxil olan hədləri də nəzərə aldıqda spektral xətlərin parçalanmasının da baş verəcəyini gözləmək olar və özü də komponentlər arasındakı məsafə  $E_0^2$  ilə mütənasib olmalıdır, yəni

$$\delta\omega_0 \sim \frac{e}{m\omega_0^2} E_0^2 \quad (127.11)$$

Xarici elektrik sahəsində spektral xətlərin parçalanmasının mümkünlüyünü ilk dəfə Foxt göstərmişdir. Lakin eksperimental çətinliklər ucbatından o, gözlənilən nəticəni müşahidə edə bilmədi. Əsas çətinlik ondan ibarət idi ki, effekti müşahidə etmək üçün  $E_0$  intensivliyi  $10^5$  V/sm tərtibində olan elektrik sahələri tələb olunur. Belə nazik spektral

xətləri (məsələn, hidrogenin Balmer seriyasını) şüalandıran adi qaz boşalması borularında isə bu cür güclü elektrik sahələri yaratmaq və saxlamaq, qazın güclü ionlaşması baş verdiyinə görə, qeyri-mümkündür.

1913-cü ildə Ştark bu çətinliyi sxemi 127.1 şəklində göstərilən qurğu vasitəsilə aradan qaldırdı. Belə ki, o,  $K$  katodunun arxasında  $F$  və  $K$  arasında  $\sim 1\text{ mm}$  olan dar boşluqda fasiləsiz sorulma yolu ilə yüksək vakuum yaratmaqla bu oblastda hissəciklər arasında toqquşma nəticəsində ionlaşmanın baş verməsinin qarşısını praktik olaraq almış və həmin boşluqda lazım olan güclü elektrik sahəsi yarada bilmişdi. Qaz atomlarının şüalanma üçün həyəcanlandırılması borunun digər hissəsində, adi qaz boşalması borularında olduğu kimi baş verir. Işıq saçan (şüalanan) atomlar (kanal şüaları) katoddakı yarıqlardan (kanallardan) keçərək  $K$  və  $F$  arasındakı fəzaya daxil olur və burada xarici elektrik sahəsinin təsirinə məruz qalırlar.



ШЯКИЛ 127.1.

Bu qurğunun köməyi ilə Ştark elektrik sahəsində spektral xətlərin parçalanmasını müşahidə edə bildi. Ona görə də bu hadisə Ştark effekti adlandırılır. Maraqlıdır ki, spektral xətlərin elektrik sahəsində parçalanması Foxtun gözlədiyi kimi deyildi. Ştark hidrogenin Balmer seriyasının spektral xətlərinin parçalanmasını tədqiq edirdi. Spektrin görünən oblastında bu seriyanın dörd dənə xətti yerləşir:  $H_\alpha$  ( $\lambda=656,285\text{ nm}$ ),  $H_\beta$  ( $\lambda=486,132\text{ nm}$ ),  $H_\gamma$  ( $\lambda=434,046\text{ nm}$ ),  $H_\delta$  ( $\lambda=410,173\text{ nm}$ ). Məlum oldu ki, hidrogen atomunda və həm də bütün hidrogenəbənzər atomlarda (birelektronlu ionlarda) spektral xəttin parçalanması, Foxtun qabaqcadan söylədiyi kimi, heç də elektrik sahəsinin intensivliyinin kvadratı ilə deyil, birinci dərəcəsi ilə düz mütənəsbdir, yəni bu parçalanma xeyli güclüdür.

Müxtəlif spektral xətlər üçün parçalanmanın mənzərəsi müxtəlif olub, xeyli mürəkkəbdir. Hidrogenin hər bir spektral xətti bir neçə komponentə parçalanır. Belə ki,  $H_\alpha$  xəttinin 15,  $H_\beta$ -nin – 20,  $H_\gamma$ -nın – 27,  $H_\delta$ -nin isə 32 komponentə parçalandığı müşahidə edilir. İntensivliyi  $E_0=104000\text{ V/sm}$  olan elektrik sahəsində  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$  və  $H_\delta$  xətlərinin parçalanmasından alınan kənar komponentlər arasındakı məsafə üçün Ştark, uyğun olaraq, 2,3; 3,88; 5,88 və 7,5 nm olduğunu tapmışdı. Bu məsafələr sadə Zeyeman tripletindəki (E124) kənar komponentlər arasındakı məsafələrə nisbətən xeyli böyükdür. Belə ki,  $H=104000\text{ ersted}$  maqnit sahəsində həmin spektral xətlərin Zeyeman parçalanmasından alınan tripletlərdə kənar komponentlər arasındakı məsafə, uyğun surətdə 0,42; 0,23; 0,18 və 0,16 nm olmalıdır.

$\vec{E}_0$  sahəsinə perpendikulyar (eninə) istiqamətdə müşahidə apardıqda komponentlər xətti polarizəlanmış olur və özü də onların bəziləri  $\pi$ -komponentlər (bunlarda elektrik sahəsinin intensivliyi  $\vec{E}_0$ -a paraleldir), digərləri isə  $\sigma$ -komponentlər (bunlarda elektrik sahəsi  $\vec{E}_0$  sahəsinə perpendikulyardır) olur.  $\vec{E}_0$  sahəsi boyunca müşahidə apardıqda isə  $\pi$ -komponentlər yaranmır,  $\sigma$ -komponentlər isə polarizəlanmış olur. Ümumi halda daha güclü  $\pi$ -komponentlər kənarında, daha güclü  $\sigma$ -komponentlər isə daxildə yerləşirlər.

Hidrogenin spektral xətləri üçün parçalanma və polyarizasiya ilkin xətdən hər iki tərəfdə simmetrik olur; digər atomlarda isə simmetrik olmayan yerləşmə tez-tez rast gəlinir. Komponentlərin ilkin xətdən olan məsafəsi (məsələn, tezlik şkalasında), komponentlər arasında mümkün olan ən kiçik məsafənin misllərinə bərabər olur. Təcrübələr göstərmişdir ki, hidrogenin Balmer seriyasının bütün xətləri üçün bu ən kiçik məsafə eynidir. Təqribən  $10^5 V/sm$ -dən böyük intensivliyə malik olan çox güclü sahələrdə spektral xəttin parçalanmasının xarici sahənin  $E_0$  intensivliyindən xətti asılılığının pozulması müşahidə olunur. Belə ki, elektronların sayı 1-dən çox olan atom və ionlarda xətti deyil, kvadratik Ştark effekti müşahidə olunur ki, burada spektral xətlərin parçalanması xarici elektrik sahəsinin  $E_0$  intensivliyinin kvadratı ilə düz mütənəsb olur.

Spektral xətlərin şüalanması və udulması ilə əlaqədar olan hər hansı bir hadisə kimi, Ştark effekti də klassik nəzəriyyə baxımından izah oluna bilmir. Ştark effektinin nəzəriyyəsi yalnız kvant mexanikası təsəvvürlərinə əsaslanıb bilər.

Beləliklə, Ştark effekti ondan ibarətdir ki, xarici elektrik sahəsinin təsiri nəticəsində atomların, molekulların və kristalların enerji səviyyələri sürüşür və altsəviyyələrə parçalanır. Bu isə onların buraxma və udma spektrlərində spektral xətlərin sürüşməsi və parçalanması kimi özünü büruzə verir. Ştark özünün ilk təcrübələrində, yuxarıda qeyd edildiyi kimi, hidrogenin Balmer seriyasının spektral xətlərinin parçalanmasını ətraflı tədqiq etmişdir.

Lap əvvəlcədən aydın oldu ki, Ştark effektinin nəzəriyyəsini klassik fizika təsəvvürlərinə əsasən qurmaq mümkün deyildir. Ştark effektini yarımklassik Bor nəzəriyyəsinə əsasən izah edən ilk nəzəriyyə 1916-cı ildə, bir-birindən asılı olmayaraq, K. Şvartşild və P. S. Epsşteyn tərəfindən təklif olunmuşdu. Onların aldığı əsas nəticələr, sonralar yaranmış və 1926-cı ildə E. Şredinger tərəfindən inkişaf etdirilmiş ardıcıl kvant nəzəriyyəsində də təsdiq olundu. Qeyd edək ki, hər iki nəzəriyyədə Laqranj, Laplas və b. tərəfindən səma mexanikasında təklif olunmuş və sonralar kvant mexanikası üçün uyğunlaşdırılmış həyəcənlaşmalar nəzəriyyəsinin hesablama metodlarından istifadə edilir. Bu hesablamalar xeyli mürəkkəbdir və onların kvant mexanikası kursunda öyrənilməsi daha məqsəduyğundur. Biz isə yalnız atomlarda Ştark effekti üçün bəzi mülahizələrlə və son nəticələrin şərhini ilə kifayətlənəcəyik. Bu zaman xarici  $\vec{E}$  elektrik sahəsini bircinsli hesab edəcəyik.

Ştark effektini tədqiq edərkən güclü və zəif elektrik sahəsi anlayışından istifadə olunur. Müəyyən edilmişdir ki, intensivliyi  $\sim 10^5 V/sm$  və daha çox olan xarici elektrik sahəsində xətlərin Ştark parçalanması, bu xətlərin incə quruluşunun enindən böyük olur və bu halda incə quruluşu nəzərə almamaq olar. Məhz belə elektrik sahələri güclü sahə adlandırılı bilər.

Zəif elektrik sahəsi isə elə sahədir ki, bu sahədə spektral xətlərin Ştark parçalanması onların incə quruluşunun enindən kiçik olur. Bu isə intensivliyi  $10^5 V/sm$ -dən kiçik sahələrdə baş verir.

İşıq mənbəyini xarici  $\vec{E}$  elektrik sahəsində yerləşdirdikdə spektral xətlərin parçalanmasından alınan komponentlərin polyarizasiyasının necə olacağını sadə klassik mülahizələrə əsasən asanlıqla müəyyən etmək olar. Elektrik sahəsində elementar işıq mənbəyinin (elektronun) rəqslərinin tezliyi bu rəqslərin  $\vec{E}$  vektoru boyunca və ya bu intensivlik vektoruna (sahənin istiqamətinə) perpendikulyar istiqamətdə baş verməsindən asılıdır. İşıq eninə dalğa olduğundan, müşahidə olunan işıqda bütün hallarda müşahidə xəttinə yalnız perpendikulyar istiqamətdə baş verən rəqslər mümkündür. Əgər müşahidə



xətti  $\vec{E}$  xarici sahənin istiqamətinə perpendikulyardırsa, onda rəqslər ya sahə istiqamətində, ya da ona perpendikulyar istiqamətdə baş verə bilər. Bu rəqslər, ümumiyyətlə, müxtəlif tezliklərlə baş verdiyindən müşahidə olunan spektrdə bütün xətlər xətti polarizəlanmış olur. Belə ki, xətlərin bir qismi  $\vec{E}$  sahəsi boyunca polarizəlanmış ( $\pi$ -komponentlər), qalan hissəsi isə  $\vec{E}$  sahəsinə perpendikulyar istiqamətdə polarizəlanmış olur ( $\sigma$ -komponentlər).

Əgər müşahidə xətti  $\vec{E}$  sahəsi boyunca yönəlmişdirsə, işığın şüalanması ilə müşayiət olunan bütün rəqslər  $\vec{E}$  vektoruna yalnız perpendikulyar istiqamətdə yönəlmiş olurlar. Ona görə də müşahidə olunan spektrdə yalnız  $\sigma$ -komponentlər meydana çıxır.  $\vec{E}$  elektrik sahəsi tərəfindən rəqs edən elektrona təsir edən qüvvə elektronun hərəkət sürətinin qiymət və istiqamətindən asılı olmadığı üçün, bütün bu  $\sigma$ -komponentlər polarizəlanmış olacaqdır. Elektrik sahəsinin maqnit sahəsindən bir mühüm fərqi də elə bundan ibarətdir. Belə ki, maqnit sahəsi tərəfindən elektrona təsir edən qüvvə onun  $v$  sürəti ilə düz mütənasibdir və  $v$  sürətinin istiqaməti əksinə dəyişdikdə həmin qüvvə də öz istiqamətini əksinə dəyişir. Məhz buna görə də maqnit sahəsində elektrona təsir edən qüvvə, onun rəqsi hərəkətinin ayrıla biləcəyi dairəvi hərəkətlərin (E124) bucaq sürətini də dəyişir. Bu dəyişmə elektronun dairəvi hərəkət zamanı fırlanma istiqamətindən asılıdır və özü də uzununa Zeyeman effekti bu fırlanma istiqaməti ilə əlaqədardır. Elektrik sahəsində isə buna oxşar dəyişilmə yoxdur və ona görə də uzununa ( $\vec{E}$  boyunca) müşahidə zamanı spektral xətlərin Ştark parçalanmasının komponentləri polarizəlanmış olur.  $\vec{E}$  elektrik sahəsinin istiqamətinə nəzərən bucaq altında müşahidə aparılanda isə Ştark parçalanmasından alınan komponentlər qismən polarizəlanmış olur.

Elektrik sahəsi  $\vec{E}$  olmadıqda atomun  $\vec{P}$  elektrik dipol momentinə malik olub olmamasından asılı olaraq Ştark effekti müxtəlif cür alınır. Belə ki, atom  $\vec{P}$  dipol momentinə malikdirsə, onu  $\vec{E}$  elektrik sahəsində yerləşdirdikdə və sahə üçün yalnız xətti hədlərlə kifayətləndikdə atom elektrik sahəsinin intensivliyinin birinci dərəcəsi ilə düz mütənasib olan  $(-\vec{P} \cdot \vec{E})$  əlavə enerjisini alır. Ona görə də spektral xətlərin sürüşməsi və parçalanması da elektrik sahəsinin intensivliyinin birinci dərəcəsi ilə düz mütənasib olur. Ştark da məhz bu effekti müşahidə etmişdi.

Atom məxsusi  $\vec{P}$  elektrik dipol momentinə malik deyildirsə, onu  $\vec{E}$  elektrik sahəsində yerləşdirdikdə  $\vec{P} = \beta \vec{E}$  dipol momenti yaranır. Burada  $\beta$ -atomun polarizəlanması adlanır və yalnız kvant mexanikası metodlarına əsasən hesablanı bilər. Elektrik sahəsinin intensivliyini 0-dan  $\vec{E}$ -yə qədər artırılanda atomun induksiyanmış dipol momenti də 0-dan  $\vec{P}$ -yə qədər artır. Bu zaman atom üzərində  $(\vec{P} \cdot \vec{E})/2 = \beta E^2/2$  işi görülür və bu iş də elektrik sahəsində atomun potensial enerjisinin artmasına sərf olunur. Bu halda spektral xətlərin sürüşməsi və parçalanması  $E^2$  ilə düz mütənasib olur və Ştark effekti kvadratik effekt adlanır. Aydın ki, kvadratik Ştark effekti xətti effektdən xeyli kiçikdir və ona görə də gec müşahidə olunmuşdur.

Aydın ki, məxsusi dipol momenti olan atom da xarici elektrik sahəsində əlavə (induksiyanmış) dipol momenti qazanır. Birinci yaxınlaşmada bu əlavə dipol momentini  $\vec{E}$  ilə düz mütənasib hesab etmək olar. Onda xətti və kvadratik Ştark effektlərinin toplanması alınır. Enerji səviyyələrinin parçalanması mənzərəsi simmetrik olmur, bütün alt səviyyələr kiçik enerji tərəfə sürüşür və özü də daha yuxarıda yerləşən səviyyələr üçün

bu sürüşmə böyük olur. Spektral xətlər isə spektrin qırmızı hissəsinə tərəf sürüşmüş olurlar. Bu sürüşmə çox da böyük deyildir. Məsələn,  $H_{\alpha}$  xəttinin Ştark komponentlərindən biri üçün bu sürüşmə  $\sim 1 \text{ sm}^{-1}$  olduğu halda,  $H_{\alpha}$  xəttinin Ştark parçalanmasından alınan kənar komponentlər arasındakı məsafə (dalğa ədədi vahidlərində)  $200 \text{ sm}^{-1}$ -dir ( $\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$  düsturundan görünür ki,  $1 \text{ sm}^{-1} = 3 \cdot 10^{10} \text{ Hz} = 3 \cdot 10^4 \text{ Mhz}$ ).

İntensivliyi  $10^5 \text{ V/sm}$ -dən kiçik olan xarici elektrik sahəsində (zəif sahə) hidrogen atomunda kvadratik Ştark effektini tamamilə nəzərə almamaq olar. Çünki hidrogendə  $E^2$  daxil olan kvadratik hədd yalnız çox güclü elektrik sahələrində özünü büruzə verir. İntensivliyi  $4 \cdot 10^5 \text{ V/sm}$  olan sahələrdə isə  $E^3$  daxil olan hədd də meydana çıxır ki, onu da  $E^2$  ilə mütənəsb olan hədlə yanaşı hesablayırlar. Bu hədləri nəzərə almaqla aparılmış nəzəri hesablamaların nəticələri, müasir dövrdə alınması mümkün olmuş  $\sim 10^6 \text{ V/sm}$  tərtibli güclü elektrik sahələrində aparılmış təcrübələrin nəticələri ilə yaxşı uyğun gəlir.

Bu deyilənləri başa düşmək üçün nəzərə çatdıraq ki, kvant mexanikasına görə hidrogen atomunun xarici bircinsli elektrik sahəsində enerjisinin dəyişməsi aşağıdakı düsturla ifadə olunur:

$$\Delta W = AE + BE^2 + CE^3 + \dots \quad (127.12)$$

Burada  $A, B, C, \dots$  müəyyən sabitlərdir. Xarici sahənin  $E$  intensivliyi çox böyük olmadıqda ( $E < 10^5 \text{ V/sm}$ ) (127.12) ifadəsində ikinci, üçüncü və s. hədlər birinci həddən çox kiçik olduğundan onları nəzərə almamaq olar. Əgər  $E > 10^5 \text{ V/sm}$  olarsa, kvadratik həddi,  $E > 10^6 \text{ V/sm}$  olarsa kubik həddi və s. nəzərə almaq lazım gəlir.

Hidrogen atomunda, onun izotopları olan deuterium və tritiumda həm də hidrogenəbənzər ionlarda Ştark effektinin xətti olmasının səbəbi ondan ibarətdir ki, onların hamısında elektronun hərəkəti yalnız nüvənin yaratdığı Kulon sahəsində baş verir. Kulon sahəsində isə elektronun enerji səviyyələri  $l$  orbital kvant ədədinə görə cırılmışdır. Belə ki, bielektronlu atomda  $n$  baş kvant ədədinin eyni bir qiymətinə uyğun gələn və bir-birindən  $l$  kvant ədədi ilə fərqlənən bütün hallar eyni bir enerjiyə malikdir. Bu zaman  $n$  baş kvant ədədinin verilmiş qiymətinə uyğun olan ixtiyari halı almaq üçün superpozisiya olunan hallar, xarici elektrik sahəsi olmadıqda belə, məxsusi elektrik dipol momentinə malik olurlar. Xarici elektrik sahəsini tətbiq etdikdə isə cırılma qismən aradan qalxır, yəni müxtəlif hallara uyğun olan enerji səviyyələri müxtəlif sürüşməyə məruz qalır. Lakin enerji səviyyələrinin bütün bu sürüşmələri və bununla əlaqədar olaraq spektral xətlərin parçalanması xarici elektrik sahəsinin  $E$  intensivliyi ilə düz mütənəsb olur və ona görə də xətti Ştark effekti alınır.

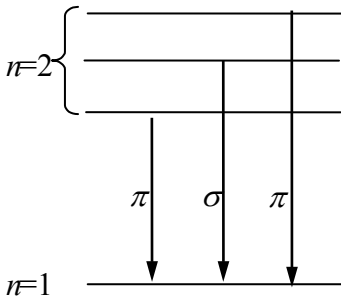
Bir dəne valent elektronu olan mürəkkəb atom və ionlara da bielektronlu sistem kimi baxmaq olar. Lakin bu halda nüvənin elektrik sahəsi daxili təbəqələrdə yerləşən elektronlar tərəfindən təhrif olunur və valent elektronunun hərəkətinin baş verdiyi sahə artıq Kulon sahəsi olmur. Belə sahədə  $l$  kvant ədədinə görə cırılma yoxdur. Müəyyən edilmişdir ki, belə atom sistemlərində  $n$  və  $l$  kvant ədədləri ilə xarakterizə olunan hər bir halda orta məxsusi elektrik dipol momenti sıfıra bərabərdir. Ona görə də xarici elektrik sahəsində enerji səviyyələrinin parçalanması  $E^2$  ilə mütənəsb olan hədlərdən başlayır və kvadratik Ştark effekti alınır.

İndi isə hidrogen atomunda Ştark effektini nəzərdən keçirək. Bu zaman elektronun spinini, yəni spin-orbital qarşılıqlı təsiri nəzərə almayacağıq. Belə yaxınlaşmada məsələ xarici elektrik sahəsində atomun potensial enerjisinə nəzərə almaqla Şredinger tənliyinin

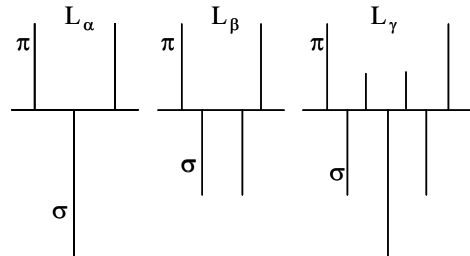
həll edilməsindən ibarət olur. Bu halda məsələni həll edərkən sistemdə silindrik (aksial) simmetriyanın olduğunu və özü də simmetriya oxunun xarici elektrik sahəsinə paralel yönəldiyini nəzərə almaq lazımdır.  $r, \theta, \varphi$  sferik koordinatlar sferik simmetriyaya malik olan sahələrdə məsələlərin həlli üçün çox əlverişli olsa da, silindrik simmetriya olan hallar üçün əlverişli deyildirlər. Belə hallarda parabolik koordinatlardan istifadə edilməsi məqsəduyğundur. Xarici elektrik sahəsində yerləşmiş hidrogen atomu üçün Şredinger tənliyinin həlli nəticəsində məlum olur ki,  $n$  baş kvant ədədinə uyğun enerji səviyyəsi sabit xarici elektrik sahəsində  $2n-1$  sayda əltsəviyyəyə parçalanmalıdır. Müxtəlif enerji səviyyələrinin parçalanmasından alınan əltsəviyyələr arasında seçmə qaydalarına tabe olan keçidlər nəticəsində xarici elektrik sahəsində hidrogen atomunun spektral xətlərinin parçalanmasından alınan komponentlər meydana çıxır.

Xarici elektrik sahəsi təsir etdikdə impuls momentinin saxlanması qanunu ümumiyyətlə ödənmir. Lakin sabit bircinsli elektrik sahəsində impuls momentinin sahənin istiqaməti üzrə proyeksiyası saxlanmalıdır. Ona görə də bu halda həmin proyeksiyanı təyin edən  $m_l$  maqnit kvant ədədi üzrə seçmə qaydaları öz qüvvəsində qalır (yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, elektronun spinini nəzərə almırıq):  $\Delta m_l = 0, \pm 1$ .  $\Delta m_l = 0$  olduqda  $\pi$ -komponent,  $\Delta m_l = \pm 1$  olduqda isə  $\sigma$ -komponent alınır. Mümkün olan keçidlər məhz bu seçmə qaydaları ilə müəyyən olunur.

Hidrogen atomunun Layman seriyasının spektral xətlərinin parçalanması mənzərəsi daha sadədir. Bu seriyanın xətləri yuxarı səviyyələrdən  $n=1$  səviyyəsinə keçidlər nəticəsində alınır.  $n=1$  səviyyəsi xarici elektrik sahəsində parçalanmır ( $2n-1=1$ ),  $n=2$  səviyyəsi isə  $2n-1=3$  dənə əltsəviyyəyə parçalanır. Bu 3 dənə əltsəviyyədən  $n=1$  səviyyəsinə keçidlər nəticəsində  $L_\alpha$  xəttinin parçalandığı üç komponent alınır. Bu keçidlər 127.2 şəklində göstərilmişdir.  $n=3$  və  $n=4$  səviyyələri isə, uyğun olaraq,  $2n-1=5$  və  $2n-$



Шякил

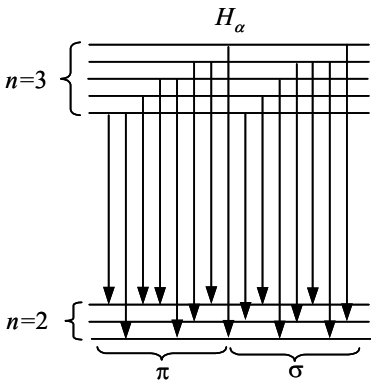


Шякил

$n=3$  və  $n=4$  əltsəviyyəyə parçalanırlar. Bu əltsəviyyələrdən  $n=1$  səviyyəsinə keçidlər nəticəsində  $L_\beta$  və  $L_\gamma$  spektral xətlərinin parçalanmasından alınan komponentlər meydana çıxır. Hidrogen atomunun  $L_\alpha$ ,  $L_\beta$  və  $L_\gamma$  spektral xətlərinin parçalanması mənzərəsi sxematik olaraq 127.3 şəklində göstərilmişdir. Burada  $\pi$ -komponentlər yuxarıya,  $\sigma$ -komponentlər isə aşağıya doğru çəkilmiş düz xətt parçaları ilə işarə olunmuşdur. Bu düz xətt parçalarının uzunluğu spektral komponentlərin nisbi intensivliyini göstərir. Qeyd edək ki,  $L_\beta$  xətti üçün mərkəzi komponent yoxdur, yəni  $L_\beta$  spektral xətti 4 dənə komponentə parçalanır.  $L_\gamma$  spektral xətti xarici elektrik sahəsində 7 dənə komponentə

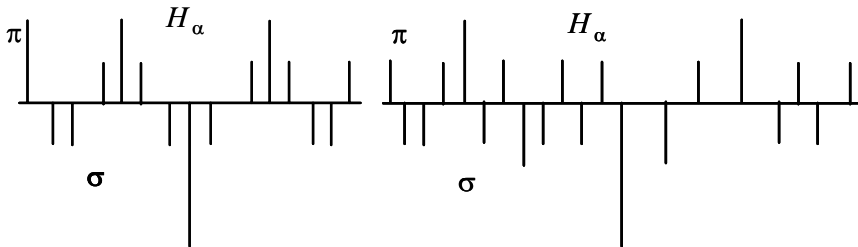
parçalanır ki, onlardan da 4-ü  $\pi$ -, 3-ü isə  $\sigma$ -komponentdir. Layman seriyasının spektral xətləri ultrabənövşəyi oblastda yerləşdiyi üçün onların müşahidəsi vakuum spektral cihazları vasitəsilə həyata keçirilməlidir. Bu seriyanın spektral xətlərinin xarici elektrik sahəsində parçalanması üçün yuxarıda göstərilən nəzəri nəticələr uyğun təcrübələrdə təsdiq olunur.

Hidrogen atomunun Balmer seriyasının spektral xətlərinin xarici elektrik sahəsində parçalanması mənzərəsi bir qədər mürəkkəbdir. Belə ki, bu halda yuxarı enerji səviyyələrindən 3 dənə alt səviyyəyə parçalanmış  $n=2$  səviyyəsinə keçidlər baş verir.  $n=2$  səviyyəsinə ən yaxın olan  $n=3$  səviyyəsi 5 dənə alt səviyyəyə parçalanmış olur. Ona görə də Balmer seriyasında  $n=3$  enerji səviyyəsindən  $n=2$  enerji səviyyəsinə keçid nəticəsində alınmış  $H_\alpha$  spektral xətti 127.4 şəkildə sxematik göstərildiyi kimi 15 dənə komponentə parçalanır.  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$  və  $H_\delta$  spektral xətləri isə uyğun olaraq, 20; 27 və 32 komponentə parçalanır.  $H_\beta$  və  $H_\delta$  üçün komponentlərin sayının 21 və 33 əvəzinə 20 və 32 olması onunla əlaqədardır ki, bu spektral xətlər xarici elektrik sahəsində parçalanarkən mərkəzi komponent yaranmır. Ştark effektində  $H_\alpha$  və  $H_\beta$  spektral xətlərinin parçalanması üçün nəzəriyyə və təcrübənin bir-birinə yaxşı uyğun gələn mənzərəsi sxematik olaraq 127.5 şəkildə



Шякил

göstərilmişdir.  $H_\gamma$  və  $H_\delta$  xətləri də oxşar qaydada parçalanırlar.



Шякил

Spektral xətlərin Ştark parçalanmasının yuxarıda təsvir olunan mənzərəsi elektronun spinini, yəni spin-orbital qarşılıqlı təsiri (spektral xətlərin incə quruluşunu) nəzərə almadan alınır. Bu isə o zaman mümkündür ki, Ştark parçalanması spektral xəttin incə quruluşunun enindən xeyli böyük olsun, yəni tətbiq olunan xarici elektrik sahəsi güclü sahə ( $E > 10^5$  V/sm) olsun. Zəif elektrik sahələrində ( $E < 10^5$  V/sm) isə incə quruluş sayəsində Ştark effekti xeyli mürəkkəbləşir.

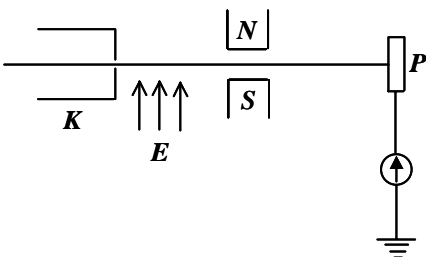
## Ѐ128. Atomlarda elektronların enerji səviyyələrinin Lemb sürüşməsi

Dirakın relyativistik kvant nəzəriyyəsinə əsasən məlumdur ki, hidrogenəbənzər atomlarda,  $l$  orbital kvant ədədinin qiymətindən asılı olmayaraq,  $n$  və  $j$  kvant ədədləri eyni olan enerji səviyyələri dəqiq olaraq üst-üstə düşməlidir (E117). Elektronun spininin necə yönəlməsindən asılı olaraq  $j$  kvant ədədinin verilmiş qiymətində orbital kvant ədədi üçün  $l=j-1/2, j+1/2$  kimi iki dənə qiymət mümkündür. Məsələn, hidrogenəbənzər atomda baş kvant ədədinin  $n=2$  qiymətinə (hidrogen atomunda Balmer seriyasının ən aşağı termi) üç dənə  $2s_{1/2}, 2p_{1/2}$  və  $2p_{3/2}$  enerji səviyyələri uyğun gəlir. Bu səviyyələrdən ikisi ( $2s_{1/2}, 2p_{1/2}$ ) üçün  $j$  kvant ədədi eyni ( $j=1/2$ ) olduğundan, onlar Dirak nəzəriyyəsinə görə üst-üstə düşməlidir. Doğrudanmı bu səviyyələr üst-üstə düşür? Hidrogen atomunun Balmer seriyasında  $n=3$  enerji səviyyəsindən  $n=2$  səviyyəsinə keçid nəticəsində yaranan  $H_\alpha$  spektral xəttinin incə quruluşunu optik spektroskopiya metodları ilə öyrənərək bu suala cavab verməyə çalışmışlar. Lakin alınan nəticələr ziddiyyətli olmuşdur. Belə ki, bir sıra tədqiqatçılar müşahidə olunan incə quruluşun Dirak nəzəriyyəsinə tam uyğun gəldiyini təsdiq etdikləri halda, digər tədqiqatçılar göstərirdilər ki,  $2s_{1/2}$  və  $2p_{1/2}$  səviyyələri üst-üstə düşmür və bir-birinə nəzərən təqribən  $0,03 \text{ sm}^{-1}$  və ya  $1000 \text{ hs}$  sürüşmüşdür. Bu kəmiyyət yuxarıda yerləşən  $2p_{3/2}$  səviyyəsi ilə həmin səviyyələr arasındakı məsafəyə nisbətən təqribən 10 dəfə kiçikdir. İncə quruluşun təcrübədə tədqiqinin çətinliyi ondan ibarətdir ki, kifayət qədər böyük enə malik olan spektral xətlər bir-birinə çox yaxın yerləşirlər.  $2s_{1/2}$  və  $2p_{1/2}$  səviyyələrinin müşahidə olunan azacıq üst-üstə düşməməsi (sürüşməsi) təcrübənin xətası hədudlarında idi. Bu çətin məsələ 1947-ci ildə Lamb və Rizerford tərəfindən radiospektroskopiya metodlarından istifadə edilməklə həll olundu. Belə ki, enerji səviyyələrinin  $\sim 1000 \text{ hc}$  qədər sürüşməsi yüksək tezliklər oblastına düşür ki, burada da radispektroskopiya metodlarından istifadə etmək olar. Bu metodlardan istifadə etdikdə isə ölçmə dəqiqliyi  $1 \text{ hs}$  tərtibində olur.

Lamb və Rizerford təcrübəsinin ideyası belə bir fakta əsaslanmışdır ki, həyəcanlanmış  $2p_{1/2}$  səviyyəsi qeyri-stabil, həyəcanlanmış  $2s_{1/2}$  səviyyəsi isə metastabildir.  $2s_{1/2}$  səviyyəsində elektronun olma müddəti  $2p_{1/2}$  səviyyəsindəkindən təqribən  $10^8$  dəfə böyükdür. Doğrudan da  $2p_{1/2}$  səviyyəsindən həyəcanlanmamış  $1s_{1/2}$  səviyyəsinə bir foton buraxmaqla baş verən radiasiya keçidi  $\Delta l = \pm 1$  seçmə qaydası ilə icazə veriləndir. Lakin  $2s_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}$  keçidi üçün  $\Delta l = 0$  olduğundan, bu keçid qadağandır. Belə keçid yalnız iki dənə fotonun buraxılması ilə mümkündür və ona görə də  $2p_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}$  keçidinə nisbətən  $10^8$  dəfə ləng baş verir. Deməli,  $2p_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}$  keçidi  $2s_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}$  keçidinə nisbətən  $10^8$  dəfə tez, yəni praktik olaraq bir an içində baş verir.

Lamb və Rizerford təcrübələrində hidrogen molekulları yüksək temperaturlu  $K$  sobasında (şəkil 128.1) dissosiasiya olunurlar və bunun da nəticəsində  $1s_{1/2}$  əsas halında olan hidrogen atomları dəstəsi alınır. Bu dəstə qalvanometrle birləşdirilmiş  $P$  metal lövhəsinə (hədəfə) doğru hərəkət edir. Dəstədəki hidrogen atomları həyəcanlanmamış olduğundan  $P$  hədəfinin elektronlarına enerji verə bilmirlər. Ona görə də hədəfdən elektronların qopması baş vermir və qalvanometr elektrik cərəyanı göstərmir.

Lakin atomlar dəstəsi  $E$  elektron dəstəsini kəsərək keçməyə məcbur edilsə, bu dəstədəki atomların bir hissəsini (yüz milyonda birini)  $2s_{1/2}$  və  $2p_{1/2}$  həyəcanlanmış hallara keçirmək olar. Atomların həyəcanlanması elektronların

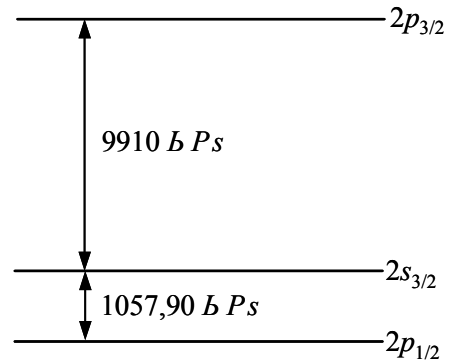


zərbələri nəticəsində baş verir və ona görə də şüalanma zamanı seçmə qaydaları ödənmir. Həyəcanlaşma enerjisi  $10,2 eV$ -dur.  $2p_{1/2}$  halında olan atomlar praktik olaraq bir an içində  $1s_{1/2}$  əsas halına keçdikləri üçün, bu həyəcanlanmış halda yerləşən atomlar  $P$  hədəfinə düşürlər. Ona görə də həyəcanlanmış atomlardan hədəfə yalnız  $2s_{1/2}$  halında olan atomlar düşürlər. Bu atomlar öz həyəcanlanma enerjisini  $P$  hədəfinin elektronlarına verərək onları bu hədəfdən qoparırlar. Bu zaman qalvanometrin göstərdiyi cərəyan şiddətinə görə hədəfə düşən və  $2s_{1/2}$  metastabil halında olan atomların sayını müəyyən etmək olar.

Əgər indi hidrogen atomları dəstəsinin yolunda lazımı tezliyə malik olan dövrə dəyişən maqnit sahəsi yaradılsa,  $2s_{1/2}$  və  $2p_{1/2}$  səviyyələri üst-üstə düşürsə, onlar arasında məcburi keçidlər baş verməlidir (Ə126). Xarici maqnit sahəsinin tezliyi bu səviyyələrin enerjiləri fərqiə uyğun gəldikdə rezonans baş verir və bu keçidlər maksimal sürətlə baş verəcəkdir.  $2s_{1/2}$  halından  $2p_{1/2}$  halına keçən atom demək olar ki, dərhal  $1s_{1/2}$  həyəcanlanmamış hala keçir. Ona görə də hədəfə düşən  $2s_{1/2}$  həyəcanlanmış halında olan atomların sayı və deməli, qalvanometrdən keçən cərəyan şiddəti azalmağa başlayır. Cərəyan şiddətinin minimumuna görə maqnit sahəsinin rezonansa uyğun tezliyini və buna əsasən də  $2s_{1/2}$ ,  $2p_{1/2}$  səviyyələrinin enerjiləri fərqi müəyyən etmək olar. Müəyyən edilmişdir ki,  $2p_{1/2}$  səviyyəsi  $2s_{1/2}$  səviyyəsindən aşağıda yerləşir. Ona görə də hətta sahə olmadıqda  $2s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2}$  keçidləri mümkündür. Lakin bu səviyyələr arasındakı məsafə (yəni, parçalanma) çox kiçik və keçidin ehtimalı isə bu məsafənin kubu ilə tərs mütənəsis olduğundan bu ehtimal çox kiçik (uyğun yaşama müddəti bir neçə il) olur. Ona görə də bu cür spontan keçidləri nəzərə almamaq olar.

Lemb və Rizerford təcrübələri göstərdi ki,  $2s_{1/2}$  və  $2p_{1/2}$  səviyyələri bir-biri ilə üst-üstə düşür. Hidrogen atomu üçün bu səviyyələrin tezlikləri fərqi  $1057,90 \pm 0,06 Mhs$  olur. Bu fərq və ümumiyyətlə, incə quruluşun  $n$  və  $j$  kvant ədədləri eyni,  $l$  kvant ədədi isə müxtəlif olan iki enerji səviyyəsinin tezlikləri (enerjiləri) arasındakı fərq Lemb sürüşməsi adlanır. Hidrogen atomu üçün  $2s_{1/2}$ ,  $2p_{1/2}$  və  $2p_{3/2}$  səviyyələrinin yerləşməsi və onlar arasındakı fərq sxematik olaraq 128.2 şəklinə göstərilmişdir. Lemb sürüşməsi çox kiçik olub, incə quruluşun  $2p_{3/2}$  və  $2s_{1/2}$  səviyyələri arasındakı fərqdən təqribən 10 dəfə kiçikdir. Buna baxmayaraq Lemb sürüşməsi kvant elektrodinamikasında nəzəri surətdə əsaslandırılmış çox mühüm bir hadisədir. Kvant elektrodinamikasında hidrogen atomunda  $2s_{1/2}$  və  $2p_{1/2}$  səviyyələri üçün Lemb sürüşməsinin qiyməti  $1057,91 \pm 0,01 Mhs$  alınır ki, bu da yuxarıda göstərilən təcrübi qiymətlə çox yaxşı uyğun gəlir. Deyterium və helium atomunun birqat ionları ( $He^+$ ) üçün də nəzəri və təcrübi qiymətlərin bu cür yaxşı uyğunluğu alınır.

Lemb sürüşməsi atomun ölçüləri ( $10^{-8} sm$ ) tərtibində olan məsafələrdə Kulon qanununun ödənməsi dəqiqliyini də müəyyən etməyə imkan verir. Fərz edək ki, Kulon qanunu  $E \sim 1/r^2 \pm \gamma$  kimidir və özü də məsələn,  $\gamma = 10^{-9}$ -dur. Onda hesablamalar göstərir ki,  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$  Lemb sürüşməsinin dəyişməsi ölçmənin xətasından böyük olardı. Buna əsasən



Шякил

belə nəticə çıxarmaq olar ki, atomun ölçüləri tərtibində olan məsafələrdə  $\gamma$ kəmiyyəti  $10^{-9}$ -dan böyük ola bilməz. Əslində isə elektronun nüvə ilə qarşılıqlı təsiri zamanı Kulon qanununun pozulması nüvə qüvvələri də təsir etməyə başladığında baş verir. Qarşılıqlı təsirdə olan hissəciklər arasında nüvə qarşılıqlı təsiri baş verməyən hallar (məsələn, elektronlar və pozitronlar) üçün Kulon qanunu qarşılaşan dəstələr hərəkət edən müasir sürətləndiricilərdə  $\sim 10^{-16}$  sm tərtibli məsafələr üçün yoxlanmışdır.

Lemb sürüşməsi kvant elektrodinamikası təsəvvürlərinə əsasən Bete tərəfindən izah olunmuş və hesablanmışdır. Biz burada Lemb sürüşməsinin nəzəriyyəsi haqqında yalnız keyfiyyətə müəyyən məlumat verəcəyik. Bunun üçün hər şeydən qabaq sahənin kvant nəzəriyyəsinin mühüm anlayışları olan fiziki vakuum və virtual hissəciklər məsələsini nəzərdən keçirmək lazımdır. Sahənin kvant nəzəriyyəsinə görə vakuum içində heç nə olmayan mütləq "boşluq" deyildir. Vakuunun bir çox fiziki xassələri vardır və o, müxtəlif fiziki hallarda ola bilər. Məhz buna görə də o, "fiziki vakuum" adlandırılır. XIX əsrdə fizikada istifadə olunan və adı maddi mühitlərin mexaniki xassələrindən prinsipə fərqlənməyən mexaniki xassələrə malik olduğu güman edilən hipotetik efirdən fərqli olaraq, müasir fizika ciddi müəyyən edilmiş təcrübi faktlara və təcrübədə yoxlanmış fiziki nəzəriyyələrə əsaslanaraq fiziki vakuunun xassələrini müəyyən etməyə çalışır.

Əslində bir deyil, bir neçə vakuum vardır və vakuunun növü onun hansı hissəciklər və sahələrlə əlaqəli olmasından asılıdır. Məsələn, elektromaqnit sahəsi və ya fotonların sahəsi öz enerjisini  $h\nu$  kvantları ilə verə bilər. Enerjinin hər bir verilməsi aktı zamanı fotonların sayı 1-dən azalır. Belə ardıcıl proseslər nəticəsində elə hal yaranır ki, bu halda fotonların sayı sıfıra bərabər olur. Lakin klassik təsəvvürlərdən fərqli olaraq bu zaman elektromaqnit sahəsi yox olmur və ən kiçik enerjili hala keçir ki, bu enerjini də sahədən almaq artıq mümkün deyildir. Bu nəticə sıfırncı enerjinin, yəni son nəhayətdə qeyri-müəyyənlik prinsipinin mövcud olması sayəsində alınır. Elektromaqnit sahəsinin fotonlar olmayan mümkün olan ən kiçik halı elektromaqnit sahəsinin vakuum halı və ya foton vakuumu adlanır. Vakuum halında olan elektromaqnit sahəsi enerji verə bilməz, lakin bu, heç də o demək deyildir ki, o, özünü bürüzə verə bilmir. Belə ki, vakuum halında olan elektromaqnit sahəsi müşahidə olunan müxtəlif fiziki hadisələrin səbəbi ola bilər.

Buna oxşar olaraq digər hissəciklər üçün də, hissəciklərə uyğun sahənin ən aşağı enerjili halı kimi, vakuundan danışmaq olar. Məsələn, bir-birindən yalnız elektrik yükünün işarəsi ilə fərqlənən elektron və pozitron üçün elektron-pozitron vakuumu,  $\pi$ -mezonlar vakuumu və s. mövcuddur. Sahələrin bir-biri ilə qarşılıqlı təsirlərinə baxarkən bu sahələrdən ibarət olan bütöv sistemin ən aşağı enerjili halını vakuum adlandırmaq olar.

Əgər vakuum halında yerləşən sahəyə kifayət qədər enerji verilsə, onda bu sahənin həyəcanlanması, yəni hissəciyin – bu sahənin kvantının yaranması baş verir. Məsələn, vakuumba elektron-pozitron cütlərinin yaranması baş verir. Hissəciyin yaranmasını "müşahidə olunmayan" vakuum halından real hala keçid kimi təsvir etmək olar.

Müasir təsəvvürlərə görə hissəciklər arasında qarşılıqlı təsir hansısa digər hissəciklər vasitəsilə baş verir ki, bunlara da öz vakuumu uyğun gəlir. Məsələn, elektrik yükünə malik olan hissəciklər arasında elektromaqnit qarşılıqlı təsiri elektromaqnit vakuumu vasitəsilə həyata keçir. Belə ki, bir elektrik yükü foton buraxır və bu foton digər yük tərəfindən udulur, bu digər yük də öz növbəsində foton buraxır ki, o da birinci yük tərəfindən udulur. Beləliklə, elektrik yükünə malik olan hissəciklər arasında fotonların mübadiləsi baş verir. Bunun nəticəsində vakuunun sıfırncı, yəni həyəcanlanmamış halı dəyişir və dəyişmə də müasir təsəvvürlərə görə fotonları mübadilə edən hissəciklər

arasında meydana çıxan qarşılıqlı təsir qüvvəsi kimi təzahür edir. Buna oxşar olaraq bu yaxınlara qədər belə hesab olunurdu ki, atom nüvəsində nuklonlar (protonlar və neytronlar) arasında qarşılıqlı təsir  $\pi$ -mezonlar vakuumu vasitəsilə baş verir. Nuklonlardan biri  $\pi$ -mezon buraxır və digəri bu  $\pi$ -mezonu udur və əksinə. Lakin zaman keçdikcə kvark modeli qəbul olundu və nüvə qüvvələrini kvarkların qarşılıqlı təsirinə əsaslanaraq izah etməyə başladılar.

Maddə ilə qarşılıqlı təsir zamanı fotonlar buraxıla, udula və səpilə bilər. Fotonların sayının saxlanması qanunu yoxdur. Lakin enerjinin və impulsun saxlanması qanunları ödənməlidir. Sərbəst elektron foton buraxa və ya uda bilməz, onu yalnız səpə bilər. Qarşılıqlı təsir haqqında yuxarıda şərh olunan təsəvvürlər ilk baxışdan bu deyilənlərə zidd görünür. Lakin bu, heç də belə deyildir. Konkretlik naminə elektrik yüklərinin qarşılıqlı təsirinə baxaq və nəzərə alaq ki, aşağıda deyilənlər qarşılıqlı təsirin bütün digər növlərinə də aiddir. Qarşılıqlı təsir başlanmamışdan qabaq hər bir hissəcik sərbəstdir və indicə qeyd olunduğu kimi, sərbəst hissəcik kvant buraxa və uda bilməz. Çünki sərbəst hissəciyin kvant buraxması və ya udması zamanı ya enerjinin, ya da ki, impulsun saxlanması qanunu pozulmuş olardı. Bunu sadə yolla isbat etmək üçün ilk anda elektronun sükunətdə olduğu koordinat sistemində baxaq. Fərz edək ki, elektron impulsu  $\vec{p}_f$ , enerjisi isə  $\varepsilon_f$  olan foton buraxmışdır. Foton buraxdıqdan sonra elektronun impulsunu  $\vec{p}_e$  enerjisini isə  $\varepsilon_e$  ilə işarə edək. Onda impulsun və enerjinin saxlanması qanununa əsasən

$$\vec{p}_e + \vec{p}_f = 0, \quad \varepsilon_e + \varepsilon_f = m_0 c^2$$

yazmaq olar. Burada  $m_0$ —elektronun sükunət kütləsidir. Bu bərabərliklərdən

$$(\varepsilon_e)^2 = (\varepsilon_f)^2, \quad \varepsilon_e^2 = \varepsilon_f^2 - 2\varepsilon_f m_0 c^2 + (m_0 c^2)^2$$

alınır. Foton üçün  $\varepsilon_f = c p_f$  və elektron üçün  $(\varepsilon_e/c)^2 - p_e^2 = (m_0 c)^2$  ifadələrini nəzərə almaqla birinci bərabərliyi ikincidən çıxaraq. Onda

$$\varepsilon_f m_0 c^2 = 0$$

alınır ki, buradan da  $\varepsilon_f = 0$  alınır, yəni sükunətdə olan sərbəst elektron foton buraxa bilməz. Eyni qayda ilə fotonun udula bilməməsini də göstərmək olar.

Lakin nəzərə almaq lazımdır ki, yuxarıda şərh olunan mülahizələr əsasında alınan müddəalar həqiqi hissəciklərin buraxılmasına aiddir. Qarşılıqlı təsir isə real hissəciklər vasitəsilə deyil, virtual hissəciklər vasitəsilə baş verir və yuxarıda göstərilən ziddiyyət aradan qalxmış olur. Ona görə də mübadilə olunması sayəsində qarşılıqlı təsir baş verən hissəcikləri sadəcə olaraq hissəcik yox, virtual hissəcik adlandırmaq düzgün olardı.

Virtual hissəciklər yalnız aralıq hallarda və özü də çox qısa müddət ərzində mövcud olurlar ki, bu da onların təcrübələrdə qeyd olunmasına əngəl törədir. Virtual hissəciyin  $\Delta t$  mövcud olma müddəti onun enerjisinin  $\Delta E$  qeyri-müəyyənliyi ilə  $\Delta t \cdot \Delta E \geq \hbar$  kimi əlaqədardır. Bundan başqa  $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$  qeyri-müəyyənlik münasibəti də ödənilir. Bu cür qeyri-müəyyənlik münasibətləri ödəndikdə enerjinin saxlanması qanunu sərbəst həqiqi hissəciklərin kvantlar buraxmasına artıq mane ola bilmir. Bunun üçün tələb olunan şərt ondan ibarətdir ki, bu kvantlar  $\Delta E$  enerjisində malik olsunlar və  $\Delta t \sim \hbar / \Delta E$  zaman müddəti ərzində mövcud olsunlar. Belə də demək olar ki, enerjisi və impulsu arasında  $E^2 = (pc)^2 + m_0^2 c^4$  adi klassik əlaqə ödənməyən hissəcik virtual hissəcik adlandırılır.

$\Delta t$  zaman müddəti olaraq qarşılıqlı təsirdə olan hissəciklər arasında mübadilə aktının davam etmə müddətinin götürülməsi təbiiidir. Qarşılıqlı təsirin yayılmasının  $c$  maksimal



sürəti ilə baş verdiyini qəbul etsək,  $\Delta t=L/c$  yazıla bilər. Burada  $L$ –qarşılıqlı təsirin verildiyi məsafədir. Onda sükunət kütləsi  $m_0$  olan kvantın enerjisi  $E=m_0c^2=\hbar c/L$  olar. Buradan

$$L = \frac{\hbar}{m_0 c} \quad (128.1)$$

alınır. Deməli, qarşılıqlı təsiri ötürən kvantın  $m_0$  kütləsi böyük olduqda, uyğun qüvvələrin təsir radiusu  $L$  kiçik olacaqdır. Bu faktın çox böyük əhəmiyyəti vardır. Məsələn, foton üçün  $m_0=0$  olduğundan, Kulon qüvvələrinin təsir radiusu sonsuzdur.

Beləliklə, qeyri-müəyyənlik prinsipi belə bir fikrin qəbul edilməsinə gətirir ki, hər bir yüklü hissəcik buraxılan və udulan virtual fotonlar buludu ilə əhatə olunmuşdur. Digər hissəciklər də onlar arasında qarşılıqlı təsiri ötürən uyğun kvantlarla əhatə olunmuşdur. Bu mənərə isə təsirin məsafəyə bilavasitə verilməsinin qeyri-mümkünlüyü haqqında Faradeyin və Maksvellin təsəvvürlərinə uyğun gəlir. Qarşılıqlı təsirin həyata keçməsi üçün aralıq agentin (vasitəçinin) olması zəruridir. Lakin belə agentin klassik kəsilməz efir olması haqqında konkret təsəvvür artıq çoxdan köhnəlmişdir və yalnız tarixi maraq naminə xatırlana bilər.

Vakuum sahənin sıfırncı rəqslərinin, yəni virtual yaranan və yox olan virtual fotonlar, virtual elektron-pozitron cütü, həm də digər virtual hissəcik və antihissəcik cütü halların superpozisiyasından ibarətdir. Bu virtual hissəciklər öz aralarında və həm də həqiqi hissəciklərlə qarşılıqlı təsirdə olur. Belə ki, yaranan virtual foton elektron-pozitron cütünü doğura bilər. Elektron-pozitron cütünün annihilyasiyası zamanı isə yeni virtual fotonlar yaranmağa bilər və s. Xarici elektrik sahəsində, məsələn, atom nüvəsinin sahəsində virtual elektronlar və pozitronlar qeyri-bərabər yerləşirlər. Belə ki, virtual pozitronlar əsasən elektrik sahəsi istiqamətində, virtual elektronlar isə əks istiqamətdə sürüşmüş olurlar. Bunun nəticəsində isə xarici elektrik sahəsində vakuumin polarizasiyası adlanan hadisə baş verir. Bu hadisə xarici elektrik sahəsində dielektriklərin polarizasiyasına oxşardır. Fərq ondan ibarətdir ki, dielektriklərdə həqiqi elektrik yüklərinin, vakuumdakı isə virtual elektrik yüklərinin sürüşməsi baş verir.

Yuxarıda şərh olunanlar əsasında Lamb sürüşməsinin izahını vermək olar. Lamb sürüşməsinə əsas payı ( $\sim \alpha^2 R$ ,  $\alpha$ –incə quruluş sabiti,  $R$ –Ridberq sabitidir) iki dənə vakuüm effekti verir. Bu effektlər radiasiya düzəlişləri adlanır: 1) Əlaqəli (rabitəli) elektron tərəfindən virtual fotonların buraxılması və udulmasıdır ki, bu, elektronun effektiv kütləsinin dəyişməsinə və anomal maqnit momentinin yaranmasına səbəb olur; 2) Vakuumin polarizasiyası, yəni vakuumdakı virtual elektron-pozitron cütünün yaranmasıdır ki, bu da elektron üçün Kompton dalğa uzunluğu ( $\sim 10^{-11}$  sm) tərtibində olan məsafələrdə nüvənin Kulon sahəsini təhrif edir. Elektron üçün Kompton dalğa uzunluğu hidrogen atomunda Bor orbitlərinin orta radiusundan çox kiçik olduğundan, hidrogendə Lamb sürüşməsi əsasən birinci səbəbdən, yəni elektronun effektiv kütləsinin dəyişməsi sayəsində baş verir. Vakuumin polarizasiyası səviyyələrin hamısı üçün eyni olan sürüşməyə səbəb olur. Vakuumin polarizasiyasının enerji səviyyələrinin Lamb sürüşməsinə verdiyi pay çox kiçikdir. Məsələn, hidrogen atomunda bu pay əsas səviyyənin ümumi sürüşməsinin  $\sim 3\%$ -ni təşkil edir.

Təcrübi faktlarla uyğun gələn nəticələr verən nəzəriyyəyə görə, enerji səviyyəsinin Lamb sürüşməsi atomun sıra nömrəsinin dördüncü dərəcəsi ilə düz, baş kvant ədədinin isə kubu ilə tərs mütənəsbdir ( $\sim z^4/n^3$ ).

Enerji səviyyəsinin Lemb sürüşməsinə baş kvant ədədinin təsirini aşağıdakı sadə mühakimə ilə izah etmək olar. Belə demək olar ki,  $s$ -elektron öz vaxtını əsasən nüvənin yaxınlığında keçirir ki, bu oblastda da elektrik sahəsi həm böyük, həm də kəskin qeyri-bircinslidir;  $p$ -elektron isə orta hesabla nüvədən daha uzaqda yerləşir və bu məsafələrdə elektrik sahəsi nisbətən zəif, özü də az qeyri-bircinslidir. Digər tərəfdən vakuuma qarşılıqlı təsir (virtual fotonların buraxılması və udulması) elektronu elə bil ki, yelləndirir (silkələyir). Klassik fizika baxımından bu, o deməkdir ki, elektronun orbiti səlis əyri (məsələn, çevrə) olmayıb, girintili-çuxıntılıdır (qırışıqdır). Belə ki, elektron xotik olaraq nüvədən gah uzaqlaşır, gah da nüvəyə yaxınlaşır. Nüvənin sahəsində elektronun potensial enerjisi  $u \sim 1/r$  kimidir.  $r$  məsafəsi  $\Delta r$  qədər artdıqda  $u$  enerjisi

$$\Delta u \sim \frac{1}{r + \Delta r} - \frac{1}{r} = -\frac{\Delta r}{r(r + \Delta r)}$$

kəmiyyəti qədər dəyişir;  $r$  məsafəsi  $\Delta r$  qədər azaldıqda isə bu dəyişmə

$$\Delta u_1 \sim \frac{\Delta r}{r(r - \Delta r)}$$

olur. Göründüyü kimi,  $\Delta u_1$  ədədi qiymətə  $\Delta u$ -dan böyükdür. Bu isə o deməkdir ki, elektronun vakuuma titrəməsi onun  $u$  potensial enerjisinin dəyişməsinin işarəsini dəyişir. Nüvənin yaxınlığında  $u$  böyükdür və məsafədən asılı olaraq kəskin dəyişir. Bu oblastda potensial enerjinin dəyişməsi də xüsusilə böyük olur. Beləliklə,  $E$  tam enerjisinə vakuuma əlavələri  $p$ -elektronlara nisbətən  $s$ -elektronlar üçün daha böyükdür. Məhz bunun nəticəsində  $s$ - və  $p$ -enerji səviyyələri bir-birindən aralanır, yəni sürüşür. Əks halda həmin səviyyələr, vakuunun polyarizasiyası nəticəsində çox kiçik sürüşmə nəzərə alınmazsa, üst-üstə düşərdilər.

## XV FƏSİL. ATOM SİSTEMLƏRİNİN HESABLANMASININ BƏZİ METODLARI

### Ə129. İki elektrondan ibarət olan sistemin dalğa funksiyası

Ümumilik naminə spini  $\frac{1}{2}$ -ə bərabər olan iki eyni hissəcikdən ibarət sistemin dalğa funksiyasının tapılmasına baxaq. Aydındır ki, belə sistemin dalğa funksiyası hissəciklərin  $\vec{r}_1$  və  $\vec{r}_2$  fəza koordinatlarından və  $\sigma_1$  və  $\sigma_2$  spin koordinatlarından asılı olacaqdır:

$$\Psi(\vec{r}_1, \sigma_1; \vec{r}_2, \sigma_2) = \Psi(x_1, y_1, z_1, \sigma_1; x_2, y_2, z_2, \sigma_2) \quad (129.1)$$

Qeyri-relyativistik halda hissəciklər arasında qarşılıqlı təsirin onların spinlərindən asılı olması nəzərə alınmadığından, sistemin Hamilton operatorunun ifadəsinə spindən asılı olan hədlər daxil olmur və bunun sayəsində (129.1) dalğa funksiyası iki funksiyanın hasilini kimi yazıla bilər (Ə104):

$$\Psi(\vec{r}_1, \sigma_1; \vec{r}_2, \sigma_2) = \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \cdot \varphi(\sigma_1, \sigma_2) \quad (129.2)$$

Burada  $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  – fəza koordinatlarından,  $\varphi(\sigma_1, \sigma_2)$  isə spin koordinatlarından asılı olan funksiyadır.

Məlumdur ki, spini  $\frac{1}{2}$ -in tək tam ədədlərə hasilinə bərabər olan eyni hissəciklərdən ibarət olan sistemin dalğa funksiyası bu sistemdə iki hissəciyin yerinin (koordinatlarının və ya halının) dəyişməsinə nəzərən antisimmetrik olmalıdır (Ə107). (129.2) dalğa funksiyasının da antisimmetrik funksiya olması üçün koordinatlardan asılı olan  $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  funksiyası simmetrikdirsə (antisimmetrikdirsə),  $\varphi(\sigma_1, \sigma_2)$  spin funksiyası antisimmetriklik (simmetriklik) şərtini ödəməlidir.

Baxılan sistemin yekun spini  $S$  iki qiymət ala bilər: 1) hissəciklərin spinləri bir-birinə antiparaleldirsə,  $S=0$ ; 2) hissəciklərin spinləri bir-birinə paraleldirsə,  $S=1$ . Birinci halda tam spinin üstün istiqamət üzrə proyeksiyasını xarakterizə edən kvant ədədi bir dənə  $M_S=0$ , ikinci halda isə üç dənə  $M_S=1, 0, -1$  qiymətlərini alır. İki eyni hissəcikdən ibarət olan sistemin tam spini  $S=0$  olan halı para hal,  $S=1$  olan halı isə orto hal adlanır.

(129.2)-yə daxil olan  $\varphi(\sigma_1, \sigma_2)$  spin funksiyasının  $S$  və  $M_S$  kvant ədədlərinin müxtəlif qiymətlərinə uyğun gələn ifadələrini tapaq. Aydındır ki, hər bir hal üçün  $\varphi(\sigma_1, \sigma_2)$  spin funksiyası aşağıdakı iki operator tənliyini eyni zamanda ödəməlidir:

$$(\hat{s}_1 + \hat{s}_2)^2 \varphi = \hbar^2 S(S+1) \varphi, \quad (129.3)$$

$$(\hat{s}_{1z} + \hat{s}_{2z}) \varphi = \hbar M_S \varphi \quad (129.4)$$

Burada  $\hat{s}_1$  və  $\hat{s}_{1z}$  – birinci,  $\hat{s}_2$  və  $\hat{s}_{2z}$  ikinci hissəcik üçün,  $\hat{s} = \hat{s}_1 + \hat{s}_2$  və  $\hat{s}_z = \hat{s}_{1z} + \hat{s}_{2z}$  isə baxılan sistem üçün tam spin operatorlarıdır,  $S$  və  $M_S$  kvant ədədləri isə uyğun olaraq,  $S=0$ ,  $M_S=0$  və  $S=1$ ,  $M_S=1, 0, -1$  qiymətlərini ala bilər.

$k$ -cı hissəcik üçün  $\hat{s}_k^2$  və  $\hat{s}_{kz}$  operatorlarının ümumi məxsusi funksiyaları  $\varphi_{m_s}(\sigma_k)$

aşağıdakı kimi təyin olunur /bax: (104.13) və (104.14)/:

$$\varphi_{+1/2}(\sigma_k) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi_{-1/2}(\sigma_k) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (129.5)$$

Burada  $\sigma_k = m_k$  şərti ödənməlidir. Əks halda spin funksiyası sıfır bərabər olur /bax: (104.87)/. Bundan sonra sadəlik naminə (129.5) spin funksiyalarını, uyğun olaraq,  $\varphi_+(k)$  və  $\varphi_-(k)$  kimi işarə edəcəyik.

(104.53) ifadələrindən istifadə edərək  $\hat{s}_{kx}$ ,  $\hat{s}_{ky}$  və  $\hat{s}_{kz}$  operatorlarının (129.5) funksiyalarına təsirini tapaq:

$$\hat{s}_{kx}\varphi_+(k) = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2}\varphi_-(k), \quad (129.6)$$

$$\hat{s}_{ky}\varphi_+(k) = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix} = i\frac{\hbar}{2}\varphi_-(k), \quad (129.7)$$

$$\hat{s}_{kz}\varphi_+(k) = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2}\varphi_+(k), \quad (129.8)$$

$$\hat{s}_{kx}\varphi_-(k) = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2}\varphi_+(k), \quad (129.9)$$

$$\hat{s}_{ky}\varphi_-(k) = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -i \\ 0 \end{pmatrix} = -i\frac{\hbar}{2}\varphi_+(k), \quad (129.10)$$

$$\hat{s}_{kz}\varphi_-(k) = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = -\frac{\hbar}{2}\varphi_-(k). \quad (129.11)$$

(129.5) funksiyalarından aşağıdakı kimi dörd dənə funksiya düzəltmək olar:

$$\varphi_1(1,2) = \varphi_+(1) \cdot \varphi_+(2), \quad (129.12)$$

$$\varphi_2(1,2) = \varphi_-(1) \cdot \varphi_-(2), \quad (129.13)$$

$$\varphi_3(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_+(1)\varphi_-(2) + \varphi_-(1)\varphi_+(2)], \quad (129.14)$$

$$\varphi_4(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_+(1)\varphi_-(2) - \varphi_-(1)\varphi_+(2)] \quad (129.15)$$

Göründüyü kimi, (129.12)-(129.14) funksiyaları simmetrik, (129.15) funksiyası isə antisimmetrikdir.

(104.89) düsturuna əsasən  $\varphi_+(1)$ ,  $\varphi_-(1)$ ,  $\varphi_+(2)$ ,  $\varphi_-(2)$  spin funksiyaları normallıq şərtini ödədiyindən, (129.12) və (129.13) funksiyaları da normallaşmış funksiyalar olacaqdır. (129.14) və (129.15) ifadələrində isə  $1/\sqrt{2}$  normallaşdırıcı vuruqdur. Deməli, (129.12)-(129.15) funksiyalarının dördü də ortonormallıq şərtini ödəyir.

$\hat{s}_{1z}$  operatorunun yalnız  $\varphi_+(1)$ ,  $\hat{s}_{2z}$  operatorunun isə yalnız  $\varphi_+(2)$  funksiyasına təsir etdiyini nəzərə alaraq  $\hat{s}_{1z} + \hat{s}_{2z}$  operatorunun (129.12) funksiyasına təsirini tapaq:

$$(\hat{s}_{1z} + \hat{s}_{2z})\varphi_+(1)\varphi_+(2) = \varphi_+(2)\hat{s}_{1z}\varphi_+(1) + \varphi_+(1)\hat{s}_{2z}\varphi_+(2).$$

Burada (129.8)-i nəzərə alsaq

$$(\hat{s}_{1z} + \hat{s}_{2z})\varphi_+(1)\varphi_+(2) = \frac{\hbar}{2}\varphi_+(1)\varphi_+(2) + \frac{\hbar}{2}\varphi_+(1)\varphi_+(2) = \hbar\varphi_+(1)\varphi_+(2) \quad (129.16)$$

yaza bilərik.

(129.16) ifadəsinin (129.4) ilə müqayisəsindən görünür ki, (129.12) funksiyası  $\hat{s}_z = \hat{s}_{1z} + \hat{s}_{2z}$  operatorunun  $M_S=1$  qiymətinə uyğun olan məxsusi funksiyasıdır.

Eyni qayda ilə göstərmək olar ki, (129.13)-(129.15) funksiyaları da  $\hat{s}_z = \hat{s}_{1z} + \hat{s}_{2z}$  operatorunun məxsusi funksiyalarıdır və özü də (129.13) funksiyası  $M_S=-1$ , (129.14) və (129.15) funksiyaları isə  $M_S=0$  qiymətinə uyğundurlar.

İndi isə isbat edək ki, (129.12)-(129.15) spin funksiyaları həm də  $\hat{s}^2 = (\hat{s}_1 + \hat{s}_2)^2$  operatorunun da məxsusi funksiyalarıdır /bax: (129.3)/. Bunun üçün əvvəlcə  $(\hat{s}_1 + \hat{s}_2)^2$  operatorunu hissəciklərin spinlərinin proyeksiyalarına uyğun olan operatorlarla ifadə edək:

$$\begin{aligned} (\hat{s}_1 + \hat{s}_2)^2 &= (\hat{s}_{1x} + \hat{s}_{2x})^2 + (\hat{s}_{1y} + \hat{s}_{2y})^2 + (\hat{s}_{1z} + \hat{s}_{2z})^2 = \\ &= (\hat{s}_{1x}^2 + 2\hat{s}_{1x}\hat{s}_{2x} + \hat{s}_{2x}^2) + (\hat{s}_{1y}^2 + 2\hat{s}_{1y}\hat{s}_{2y} + \hat{s}_{2y}^2) + \\ &+ (\hat{s}_{1z}^2 + 2\hat{s}_{1z}\hat{s}_{2z} + \hat{s}_{2z}^2) \end{aligned} \quad (129.17)$$

$\hat{s}_{kx}$  kimi operatorların hər biri yalnız  $k$ -cı hissəciyin spin funksiyasına təsir etdiyindən, məsələn,  $\hat{s}_{1x}$  və  $\hat{s}_{2x}$  operatorları bir-biri ilə kommutativ olur və bu fakt da (129.17) ifadəsində nəzərə alınmışdır.

(129.17) operatorunun (129.12)-(129.15) funksiyalarına təsirini tapmaq üçün (129.6)-(129.11) ifadələrindən istifadə etməklə alınmış aşağıdakı düsturlardan istifadə edəcəyik:

$$\begin{aligned} \hat{s}_{kx}^2\varphi_+(k) &= \frac{\hbar^2}{4}\varphi_+(k), \\ \hat{s}_{ky}^2\varphi_+(k) &= \frac{\hbar^2}{4}\varphi_+(k), \\ \hat{s}_{kz}^2\varphi_+(k) &= \frac{\hbar^2}{4}\varphi_+(k), \\ \hat{s}_{kx}^2\varphi_-(k) &= \frac{\hbar^2}{4}\varphi_-(k), \\ \hat{s}_{ky}^2\varphi_-(k) &= \frac{\hbar^2}{4}\varphi_-(k), \\ \hat{s}_{kz}^2\varphi_-(k) &= \frac{\hbar^2}{4}\varphi_-(k) \end{aligned} \quad (129.18)$$

(129.6)-(129.11) və (129.18) ifadələrindən istifadə etməklə (129.17) operatorunun (129.12) spin funksiyasına təsirinə baxaq:

$$\begin{aligned}
 (\hat{s}_1 + \hat{s}_2)^2 \varphi_+(1)\varphi_+(2) &= \varphi_+(2)\hat{s}_{1x}^2\varphi_+(1) + 2\hat{s}_{1x}\varphi_+(1)\hat{s}_{2x}\varphi_+(2) + \\
 &+ \varphi_+(1)\hat{s}_{2x}^2\varphi_+(2) + \varphi_+(2)\hat{s}_{1y}^2\varphi_+(1) + 2\hat{s}_{1y}\varphi_+(1)\hat{s}_{2y}\varphi_+(2) + \\
 &+ \varphi_+(1)\hat{s}_{2y}^2\varphi_+(2) + \varphi_+(2)\hat{s}_{1z}^2\varphi_+(1) + 2\hat{s}_{1z}\varphi_+(1)\hat{s}_{2z}\varphi_+(2) + \\
 &+ \varphi_+(1)\hat{s}_{2z}^2\varphi_+(2) = \frac{\hbar}{4} \{ [\varphi_+(1)\varphi_+(2) + 2\varphi_-(1)\varphi_-(2) + \varphi_+(1)\varphi_+(2)] + \\
 &+ [\varphi_+(1)\varphi_+(2) - 2\varphi_-(1)\varphi_-(2) + \varphi_+(1)\varphi_+(2)] + [\varphi_+(1)\varphi_+(2) + 2\varphi_+(1) \cdot \\
 &\cdot \varphi_+(2) + \varphi_+(1)\varphi_+(2)] \} = \frac{\hbar}{4} \cdot 8\varphi_+(1)\varphi_+(2) = 2\hbar^2\varphi_+(1)\varphi_+(2).
 \end{aligned} \quad (129.19)$$

(129.19) və (129.3) ifadələrinin müqayisəsindən görünür ki, (129.12) funksiyası  $(\hat{s}_1 + \hat{s}_2)^2$  operatorunun  $S=1$  qiymətinə uyğun olan məxsusi funksiyasıdır.

Eyni qayda ilə göstərmək olar ki, (129.13)-(129.15) funksiyaları da  $(\hat{s}_1 + \hat{s}_2)^2$  operatorunun məxsusi funksiyasıdır və özü də (129.13) və (129.14) funksiyaları  $S=1$ , (129.15) funksiyası isə  $S=0$  qiymətinə uyğundur.

Beləliklə, aydın olur ki, spini  $\frac{1}{2}$  olan iki eyni hissəcikdən ibarət sistemin spin funksiyası tam spin  $S=1$  olduqda simmetrik funksiya olub,  $M_S=1,0,-1$  qiymətlərində, uyğun olaraq, (129.12), (129.13) və (129.14) kimi təyin olunur. Tam spin  $S=0$  olduqda isə spin funksiyası antisimmetrik olub, (129.15) kimi təyin olunur. Deməli,  $\varphi_{SM_S}(\sigma_1, \sigma_2)$  spin funksiyası üçün aşağıdakı yekun ifadələri yazı bilərik:

$$S=1, M_S=1; \varphi_{11}(\sigma_1, \sigma_2) = \varphi_{+1/2}(\sigma_1)\varphi_{+1/2}(\sigma_2), \quad (129.20)$$

$$M_S=0; \varphi_{10}(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_{+1/2}(\sigma_1)\varphi_{-1/2}(\sigma_2) + \varphi_{-1/2}(\sigma_1)\varphi_{+1/2}(\sigma_2)], \quad (129.21)$$

$$M_S=-1; \varphi_{1-1}(\sigma_1, \sigma_2) = \varphi_{-1/2}(\sigma_1)\varphi_{-1/2}(\sigma_2), \quad (129.22)$$

$$S=0, M_S=0; \varphi_{00}(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_{+1/2}(\sigma_1)\varphi_{-1/2}(\sigma_2) - \varphi_{-1/2}(\sigma_1)\varphi_{+1/2}(\sigma_2)] \quad (129.23)$$

### Ə130. Helium atomu

Hydrogen atomundan və hidrogenəbənzər ionlardan sonra sadə atom sistemi kimi elektron təbəqələrində iki dənə elektron olan helium atomunu ( $z=2$ ) və heliumabənzər ionları  $\text{Li}^+$  ( $z=3$ ),  $\text{Be}^{2+}$  ( $z=4$ ),  $\text{B}^{3+}$  ( $z=5$ ) və s./ göstərmək olar. Bu ikielektronlu atom sistemlərinin optik spektrlərində qələvi metal atomlarının spektrlərindəki eyni seriyalar (Ə100) müşahidə olunur, lakin fərq ondan ibarətdir ki, heliumabənzər atomların spektrlərindəki hər bir seriyaya iki nüsxədir, yəni iki dənə baş, iki dənə kəskin, iki dənə diffuz, iki dənə əsas seriya vardır. Bu seriyaların bir nüsxəsində bütün xətlər sinqlet, digər nüsxəsində isə bütün xətlər tripletdir, yəni hər bir xətt üç komponentdən ibarətdir.

Helium atomunun spektrində ən məşhur xətt  $D_3$  sarı xəttidir ki, məhz həmin xəttin sayəsində də helium 1867-ci ildə Günəşdə müşahidə edilmişdir (helium–Günəş elementi mənasını verir). Bu  $D_3$  xətti komponentlərinin dalğa uzunluqları  $\lambda_1=587,5963 \text{ nm}$ ,  $\lambda_2=587,5643 \text{ nm}$ ,  $\lambda_3=587,5601 \text{ nm}$  və intensivliklərinin nisbəti 1:3:5 olan tripletidir. Göründüyü kimi,  $D_3$  spektral xəttinin komponentləri bir-birinə çox yaxın yerləşmişdir və  $\lambda_2$  və  $\lambda_3$  dalğa uzunluqlarının bir-birindən fərqi  $0,0042 \text{ nm}$ -dir. Ona görə də uzun müddət bu iki komponenti bir-birindən fərqləndirə bilməyərək bir komponent kimi,  $D_3$  xəttini isə dublet kimi qəbul etmişlər.  $D_3$  tripleti birinci əlavə və ya diffuz tripletlər seriyasının birinci xəttidir. Helium atomunda tripletlərin baş seriyası spektrin infraqırmızı hissəsində yerləşir. Sinqletlərin baş seriyası isə əsasən ultrabənövşəyi oblastda yerləşir.

Helium atomunun sinqlet və triplet səviyyələri arasında kvant keçidləri baş vermir, yəni interkombinasiyalar qadağandır. Bu fakta əsaslanaraq belə bir fərziyyə irəli sürüldü ki, helium iki müxtəlif kimyəvi elementdən – ortoheliumdan və paraheliumdan ibarətdir və özü də ortoheliumun spektral xətləri triplet, paraheliumun isə spektral xətləri sinqletdir. Bir qədər sonra göstərəcəyik ki, bu fərziyyə doğru deyildir və interkombinasiyaların qadağan olması isə dəqiq ödənən mütləq qayda deyildir. Bu, belə bir faktdan da görünür ki, heliumun spektrində, yeganə də olsa, dalğa uzunluğu  $591,6 \text{ nm}$  olan spektral xətt vardır ki, bu xətt  $^3p_{1/2}$  triplet səviyyəsindən  $^1s_0$  sinqlet səviyyəsinə keçid nəticəsində alınır. Müasir dövrdə çoxelektronlu atomların kvant nəzəriyyəsində prinsipial çətinliklər demək olar ki, yoxdur. Qarşıya çıxan çətinliklər praktik hesablamaların həddən artıq mürəkkəbliyi və çoxalması ilə əlaqədardır ki, onları da kompyuterlərin tətbiqi ilə aradan qaldırmaq olar (Ə135). Helium atomu və heliumabənzər ionlar kimi sadə hallarda spini nəzərə almadıqda məsələ ikielektronlu sistem üçün Şredinger tənliyinin həllinə gətirilir.

Heliumabənzər atomlarda  $+ze$  yükünə malik olan nüvənin yaratdığı Kulon sahəsində hərəkət edən iki dənə elektron üçün Hamilton funksiyasını aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$H = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} + u(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \quad (130.1)$$

Burada  $p_1$  və  $p_2$ –elektronların impulsları,  $m$ –elektronun kütləsi,  $\vec{r}_1$  və  $\vec{r}_2$  koordinat başlanğıcına nəzərən elektronların radius-vektorlarıdır.  $u(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = u(x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2)$  potensial enerjisi elektronlar ilə nüvə arasındakı Kulon cazibə qarşılıqlı təsirinin enerjisi ilə elektronlar arasındakı Kulon itələmə qarşılıqlı təsirinin enerjisinin cəminə bərabərdir:

$$u(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -\frac{ze^2}{r_1} - \frac{ze^2}{r_2} + \frac{e^2}{r_{12}} \quad (130.2)$$

Onda impuls operatorunun  $\hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla}$  olduğunu və (130.2)-ni (130.1)-də nəzərə alaraq, heliumabənzər atomlar üçün  $\hat{H}\psi = E\psi$  stasionar Şredinger tənliyini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\hat{H}\psi = (\hat{H}_1 + \hat{H}_2 + u_{12})\psi = E\psi \quad (130.3)$$

Burada  $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi(x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2)$  dalğa funksiyası hər iki elektronun koordinatlarından asılıdır və  $E$ –stasionar halın enerjisidir.

(130.3) ifadəsində

$$\bar{H}_1 = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - \frac{ze^2}{r_1}, \quad (130.4)$$

$$\bar{H}_2 = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_2^2 - \frac{ze^2}{r_2}, \quad (130.5)$$

$$u_{12} = \frac{e^2}{r_{12}} \quad (130.6)$$

işarə edilmişdir. Burada  $\hat{H}_1$  və  $\hat{H}_2$  –elektronlar arasında qarşılıqlı təsir olmadıqda birinci və ikinci elektronun Hamilton operatoru,  $u_{12}$ –elektronlar arasında qarşılıqlı təsirin enerjisi,  $\nabla_1^2$  və  $\nabla_2^2$ –birinci və ikinci elektron üçün Laplas operatorudur:

$$\nabla_1^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_1^2}, \quad \nabla_2^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_2^2}$$

Bundan başaqa  $\vec{r}_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $\vec{r}_2(x_2, y_2, z_2)$  ilə, uyğun olaraq, birinci və ikinci elektronun radius-vektorları və dekart koordinatları,  $r_{12}$  ilə isə elektronlar arasındakı məsafə işarə edilmişdir. Ümumilik naminə nüvənin yükü  $+ze$  götürülmüşdür və helium atomu üçün  $z=2$  olur. Baxılan halda atomun nüvəsi sükunətdə və yuxarıda qeyd edildiyi kimi, koordinat başlanğıcında yerləşmiş hesab olunur.

Burada baxılan məsələ səma mexanikasında rast gəlinən üç cisim məsələsinə oxşayır. Belə ki, səma mexanikasında üç cisim məsələsi dedikdə Günəşin cazibə sahəsində hərəkət edən və həm də öz aralarında qravitasiya qarşılıqlı təsiri nəzərə alınan iki planetin hərəkəti haqqında məsələ nəzərdə tutulur. Qeyd edək ki, bu məsələnin prinsipcə analitik həlli sıralar şəklində tapıla bilər, lakin bu sıralar praktik hesablamalar üçün qətiyyəən yaramır (E59). Lakin səma mexanikasında astronomik müşahidələrin yüksək tələblərinə uyğun gələn dəqiqliyi təmin edən çox dəyərli təqribi hesablama metodları işlənib hazırlanmışdır. Bu metodların əsasını həyəcanlaşma nəzəriyyəsi təşkil edir. Həyəcanlaşma nəzəriyyəsində belə bir faktdan istifadə olunur ki, planetlər arasında qarşılıqlı təsir hər bir planetin Günəş ilə qarşılıqlı təsirinə nisbətən çox kiçikdir. Ona görə də sıfırncı yaxınlaşmada planetlər arasındakı qarşılıqlı təsiri tamamilə nəzərə almamaq olar. Sıfırncı yaxınlaşmada həlldən istifadə edərək sonra birinci, ikinci və s. yaxınlaşmalarda planetlər arasındakı qarşılıqlı təsiri nəzərə almaq olar. Kvant mexanikasında da ikielektronlu atom üçün həyəcanlaşma nəzəriyyəsi bu qayda ilə tətbiq olunur. Belə ki, bu halda da elektronlar arasındakı qarşılıqlı təsir sıfırncı yaxınlaşmada tam nəzərə alınmır. Lakin ikielektronlu atom üçün həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin bu cür tətbiqi səma mexanikasına nisbətən xeyli kobud yaxınlaşmadır. Çünki elektronlar arasındakı qarşılıqlı təsir hər bir elektronun atom nüvəsi ilə qarşılıqlı təsirinə nisbətən heç də çox kiçik deyildir. Lakin buna baxmayaraq, alınan nəticələr müəyyən qədər qənaətbəxş olduğundan (130.3) tənliyinin həlli üçün həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin tətbiqi özünü doğruldu.

Helium atomu üçün məsələnin həllinin əsas çətinliyi (130.3) tənliyindəki  $u_{12}$  həddinin hər iki elektronun koordinatlarından asılı olması ilə əlaqədardır. Belə ki, məhz bu səbəbdən (130.3) diferensial tənliyində dəyişənlər ayrılır. Ona görə də həyəcanlaşma



nəzəriyyəsinə tətbiq edərək (130.3) tənliyində  $u_{12}\psi$  həddi "kiçik" həyəcanlaşma kimi qəbul edilir (əslində bu hədd o qədər də kiçik deyildir) və sıfırıncı yaxınlaşmada nəzərə alınmır. Beləliklə, sıfırıncı yaxınlaşmada (130.3) tənliyi aşağıdakı kimi yazılır:

$$\hat{H}_0\psi_0 = E_0\psi_0 \quad (130.7)$$

Burada  $\hat{H}_0 = \hat{H}_1 + \hat{H}_2$ -sıfırıncı yaxınlaşmada Hamilton operatorudur və onun ifadəsinə (130.6) həyəcanlaşdırıcı  $u_{12}$  həddi daxil deyildir;  $\psi_0$  və  $E_0$ -sıfırıncı yaxınlaşmada sistemin dalğa funksiyası və enerjisidir.  $\psi_0$  və  $E_0$  kəmiyyətlərini tapdıqdan sonra birinci yaxınlaşmada  $\psi = \psi_0 + \psi_1$  və  $E = E_0 + E_1$  həllini axtarıq. Bu həll aşağıdakı tənliyi ödəməlidir:

$$(\hat{H}_0 + u_{12})(\psi_0 + \psi_1) = (E_0 + E_1)(\psi_0 + \psi_1) \quad (130.8)$$

(130.7) tənliyinə əsasən (130.8)-i aşağıdakı kimi də yazmaq olar:

$$\hat{H}_0\psi_1 + u_{12}\psi_0 + u_{12}\psi_1 = E_1\psi_0 + E_0\psi_1 + E_1\psi_1$$

Burada  $u_{12}\psi_1$  və  $E_1\psi_1$  hədlərinə yüksək tərtibli "kiçik" hədlər kimi baxılmalı və birinci yaxınlaşmada onlar nəzərə alınmamalıdır. Beləliklə, birinci yaxınlaşmada tənlik

$$(\hat{H}_0 - E_0)\psi_1 = (E_1 - u_{12})\psi_0 \quad (130.9)$$

kimi olur. Göründüyü kimi, (130.9) tənliyi qeyri-bircins diferensial tənlikdir və özü də bu tənliyin sol tərəfi (130.7) kimidir, sağ tərəfində  $E_1$  kəmiyyəti naməlumdur.  $E_1$  kəmiyyətini tapmaq üçün aşağıdakı teoremdən istifadə olunur. (130.9) tənliyinin kəsilməz həllinin olması üçün onun sağ tərəfi uyğun bircinsli  $(H_0 - E_0)\psi_0 = 0$  tənliyinin həllinə, yəni sıfırıncı yaxınlaşmada tapılmış  $\psi_0$  dalğa funksiyasına ortoqonal olmalıdır:

$$\int \psi_0^*(E_1 - u_{12})\psi_0 d\tau = 0 \quad (130.10)$$

Burada inteqrallama hər iki elektronun koordinatları üzrə aparılır:  $d\tau = dx_1 dy_1 dz_1 dx_2 dy_2 dz_2$ .

Beləliklə, əgər  $\psi_0$  funksiyası vahidə normallanırsa, (130.10)-dan

$$E_1 = \int \psi_0^* u_{12} \psi_0 d\tau \quad (130.11)$$

alırıq. Deməli, birinci yaxınlaşmada enerjiyə olan  $E_1$  əlavəsi elektronların qarşılıqlı təsirinin  $u_{12}$  potensial enerjisinin sıfırıncı yaxınlaşmada alınan  $\psi_0$  dalğa funksiyası üzrə tapılmış orta qiymətinə bərabərdir.  $E_1$  enerjisini bilərək (130.9) tənliyini həll etməklə  $\psi_1$  dalğa funksiyasını tapmaq olar.

Eyni qayda ilə  $E = E_0 + E_1 + E_2$ ,  $\psi = \psi_0 + \psi_1 + \psi_2$  kimi yazaraq,  $E_2$  və  $\psi_2$  kəmiyyətlərinə yüksək tərtibli kiçik hədlər kimi baxaraq ikinci yaxınlaşmanı tapmaq olar və s.

İndi isə (130.7) tənliyini, yəni sıfırıncı yaxınlaşmada Şredinger tənliyini nəzərdən keçirək. Bu tənliyi

$$(\hat{H}_1 + \hat{H}_2)\psi_0 = E_0\psi_0 \quad (130.12)$$

kimi yazaq. (130.4) və (130.5) ifadələrindən göründüyü kimi, (130.12)-də  $\hat{H}_1$  operatoru yalnız birinci,  $\hat{H}_2$  isə yalnız ikinci elektronun koordinatlarından asılıdır. Başqa sözlə, sıfırıncı yaxınlaşmada helium atomunda elektronlar bir-birindən asılı olmayaraq hərəkət edirlər. Ona görə də (130.12) tənliyinin həlli olan  $\psi_0$  dalğa funksiyasını ayrı-ayrı

elektronların  $\psi_0(1)$  və  $\psi_0(2)$  dalğa funksiyalarının hasili şəklində göstərmək (E72), yəni dəyişənləri ayırmaq mümkündür:

$$\psi_0(1,2)=\psi_0(1)\cdot\psi_0(2) \quad (130.13)$$

Burada yazılışı sadələşdirmək naminə birinci və ikinci elektronun koordinatları toplusu, uyğun olaraq, 1 və 2 rəqəmləri ilə işarə edilmişdir.

(130.13)-ü (130.12)-də yazaraq alınan tənliyin hər iki tərəfini  $\psi_0=\psi_0(1)\cdot\psi_0(2)$  hasilinə bölsək

$$\frac{1}{\psi_0(1)}\hat{H}_1\psi_0(1)+\frac{1}{\psi_0(2)}\hat{H}_2\psi_0(2)=E_0 \quad (130.14)$$

alırıq. Bu tənliyin sol tərəfindəki 1-ci hədd yalnız birinci, 2-ci hədd isə yalnız ikinci elektronun koordinatlarından asılı olduğundan və bu hədlərin də cəmi  $E_0$  sabitinə bərabər olduğundan həmin tənliyin ödənməsi üçün bu hədlərin hər biri müəyyən sabitə bərabər olmalıdır. Başqa sözlə, (130.14) tənliyi aşağıdakı kimi iki dənə tənliyə parçalanır:

$$\hat{H}_1\psi_0(1)=E_1^0\psi_0(1), \quad (130.15)$$

$$\hat{H}_2\psi_0(2)=E_2^0\psi_0(2).$$

Ayındır ki,  $E_1^0$  və  $E_2^0$  sabitləri

$$E_0=E_1^0+E_2^0 \quad (130.16)$$

şərtini ödəməlidir.

(130.15) tənlikləri mahiyyətə eynidirlər. Onlar bir-birindən yalnız elektronların koordinatlarının işarələnməsi və həm də  $E_1^0$  və  $E_2^0$  sabitlərinin qiyməti ilə fərqlənirlər. Nəzərə almaq lazımdır ki, əgər elektronların halı eynidirsə (hələlilik spini nəzərə alınmır),  $E_1^0=E_2^0$  olur. (130.15)-dəki tənliklərin hər biri elektronlar arasında qarşılıqlı təsir olmadıqda nüvənin sahəsində bir elektronun stasionar halını təsvir edir. Beləliklə, heliumabənzər atom üçün (130.3) tənliyi sıfırıncı yaxınlaşmada hidrogenabənzər atomlar üçün Şredinger tənliyinə gətirilir ki, onun da həlli məlumdur (E98).

Əvvəlcə əsas halda yerləşən neytral helium atomunun tam ionlaşma enerjisini, yəni onun hər iki elektronunun atomdan qoparılması üçün lazım olan işi sıfırıncı yaxınlaşmada tapaq. Məlumdur ki, hidrogen atomunun əsas halında elektronu qoparmaq üçün lazım olan iş  $me^4/2\hbar^2\approx 13,539 eV$ -dur. Birqat ionlaşmış heliumabənzər atom üçün isə bu iş  $z^2$  dəfə çoxdur /bax: (98.25)/. Ona görə də (130.16) düsturuna əsasən heliumabənzər atom üçün sıfırıncı yaxınlaşmada tam ionlaşma potensialı, yəni hər iki elektronun atomdan qoparılması üçün lazım olan iş

$$E_{ionl.}^0=2z^2\cdot\frac{me^4}{2\hbar^2} \quad (130.17)$$

olar. Çünki sıfırıncı yaxınlaşmada elektronlar arasındakı qarşılıqlı təsir nəzərə alınmır. Xüsusi halda helium atomu üçün ( $z=2$ ) (130.17) düsturuna əsasən  $E_{ionl.}(He)=108,3 eV$  alınır.

Sıfırıncı yaxınlaşmada (130.13) dalğa funksiyasını bilərək və (130.11)-də  $u_{12}=e^2/r_{12}$  yazaraq alınan inteqralı hesablamqla heliumabənzər atomun tam ionlaşma potensialına

birinci yaxınlaşmada düzəlişi tapmaq olar. Bu qayda ilə müəyyən edilmişdir ki,

$$(E^0 + E_1)_{ionl.} = \left( 2z^2 - \frac{5}{4}z \right) \cdot \frac{me^4}{2\hbar^2}. \quad (130.18)$$

Müxtəlif heliumabənzər atomlar üçün bu hesablamalardan alınan ədədi nəticələr 130.1 cədvəlində verilmişdir. Gözlənilmədiyi kimi, sıfırncı yaxınlaşmada hesablamadan alınmış qiymət ilə təcrübi qiymət arasında böyük fərq vardır. Məsələn, He atomu üçün xəta ~40%, C<sup>4+</sup> ionu üçün isə ~10% təşkil edir. Lakin artıq birinci yaxınlaşmada nəzəri və təcrübi qiymətlər arasında yaxşı uyğunluq alınır. Müxtəlif tədqiqatçılar helium atomunun ionlaşma və həyəcanlaşma enerjisini daha yüksək yaxınlaşmalarda hesablamış, həm də həyəcanlaşma nəzəriyyəsiindən fərqli olan daha mükəmməl metodlar işləyib, hazırlamışlar. Məsələn, elektron korrelyasiyasını nəzərə alan dalğa funksiyasından istifadə edərək Hillerasın aldığı 130.1 cədvəlinin axırncı sütununda göstərilmiş nəticələr təcrübi qiymətlərlə heyrətamiz şəkildə uyğun gəlir.

Cədvəl 130.1

Atom və ya ion	Tam ionlaşma enerjisi, eV			
	Təcrübə	Hesablama		
		Sıfırncı yaxınlaşma	Birinci yaxınlaşma	Hilleras metodu
He	78,98	108,3	74,46	78,98
Li <sup>+</sup>	198,04	243,7	192,9	198,03
Be <sup>2+</sup>	371,51	433,2	365,5	371,49
B <sup>3+</sup>	599,43	676,9	592,3	399,40
C <sup>4+</sup>	881,83	974,8	873,3	881,82

İndi isə helium atomunun və heliumabənzər ionların spektrlərində spektral seriyaların nə üçün ikiləşdiyini (iki nüsxədə olduğunu) izah etməyə çalışaq. Hər şeydən qabaq onu qeyd edək ki, bütün seriyalar hər iki elektronun eyni zamanda deyil, bu elektronlardan birinin həyəcanlaşması yolu ilə alınır. Hər iki elektronun eyni zamanda həyəcanlaşması prosesi bir elektronun həyəcanlaşmasına nisbətən nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik ehtimallıdır. Ona görə də sıfırncı yaxınlaşmada heliumabənzər atomun elə halına baxaq ki, bu halda elektronların biri həyəcanlaşmamış, digəri isə həyəcanlaşmışdır. Sıfırncı yaxınlaşmada birinci elektronun halı  $\psi_1^0(1)$ , ikinci elektronun halı isə  $\psi_k^0(2)$  dalğa funksiyası ilə təsvir olunur. Burada aşağı indeks elektronun halını xarakterizə edən  $n, l, m_l$  kvant ədədləri toplusunu işarə edir. Məsələn, 1 indeksinə normal (həyəcanlaşmamış) hal ( $n=1, l=0, m_l=0$ ) uyğun gəlir. Yenə də qeyd edək ki, elektronun spinini hələlik nəzərə alınmır.

Sıfırncı yaxınlaşmada heliumabənzər atomdakı hər iki elektronun dalğa funksiyası  $\psi_1^0(1) \cdot \psi_k^0(2)$  hasilini kimi təyin olunur. Bu funksiyada birinci və ikinci elektronun koordinatlarını (sistemdə isə elektronların yerini) dəyişsək, elektronların seçilməzliyi prinsipinə (E107) əsasən atomun həmin halını təsvir edən  $\psi_1^0(2) \psi_k^0(1)$  funksiyasını alırıq. Bu isə mübadilə cırlaşmasının olduğunu göstərir. Bu funksiyaların xətti kombinasiyası (superpozisiyası) vasitəsilə enerjinin eyni bir qiymətinə uyğun gələn hallar çoxluğunu tapmaq olar. Elektronlar seçilməz olduğu üçün bu hallar çoxluğundan yalnız

simmetrik  $\psi_s^0$  və antisimmetrik  $\psi_a^0$  dalğa funksiyaları ilə təsvir olunan hallar reallaşa bilər:

$$\psi_s^0(1,2) = \psi_1^0(1)\psi_k^0(2) + \psi_1^0(2)\psi_k^0(1), \quad (130.18)$$

$$\psi_a^0(1,2) = \psi_1^0(1)\psi_k^0(2) - \psi_1^0(2)\psi_k^0(1).$$

(130.18) funksiyalarının simmetrik və antisimmetrik olması elektronların atomda öz yerlərini, yəni funksiyanın ifadəsində koordinatlarını mübadilə etməsi əməliyyatına nəzərən müəyyən edilir və özü də elektronun "yeri" yalnız fəza koordinatları ilə təyin olunur, spin koordinatları isə nəzərə alınmır. Lakin əslində elektronlar üçün dalğa funksiyasının antisimmetrikliliyi tam dalğa funksiyasına, yəni elektronların tək fəza koordinatlarından deyil, həm də spin koordinatlarından asılı olan dalğa funksiyasına aiddir. Bu halda dalğa funksiyasında elektronun "yeri" üç deyil, dörd koordinatla təyin olunur. Ona görə də (130.18) tam olmayan, yəni fəza koordinatlarından asılı olan dalğa funksiyaları eyni hissəciklərin seçilməzliyi prinsipini ödədiyindən atomun halının spin də nəzərə alınmaqla kvant mexaniki təsviri zamanı özünü doğruldur. Məsələn, Pauli prinsipi atomda iki elektronun kvant ədədlərinin dördünün də  $(n, l, m_l, m_s)$  eyni olduğu halı qadağan edir. Lakin elektronların üç kvant ədədi eyni, dördüncü isə fərqli olan hal mümkündür. Məsələn, xüsusi hal kimi,  $k=1$  halları da mümkündür və bu zaman hər iki elektron  $n=1$ ,  $l=0$ ,  $m_l=0$  kvant ədədləri ilə xarakterizə olunan halda yerləşir. Aydın ki, belə hal üçün (130.18) funksiyalarından yalnız simmetrik funksiyanı götürmək lazımdır, çünki antisimmetrik funksiya sıfıra bərabər olur. Bu halda mübadilə cırlaşması olmur və ona görə də əsas hala yalnız bir dənə dalğa funksiyası və bir dənə də enerji səviyyəsi uyğun gəlir.

(130.18) ifadələrindən hər birini sıfırıncı yaxınlaşma kimi qəbul etmək və həyəcanlaşma nəzəriyyəsinə görə birinci yaxınlaşmanı tapmaq olar. Bu qayda ilə koordinatların yerdəyişməsinə nəzərən biri simmetrik, digəri isə antisimmetrik olan iki dənə dalğa funksiyası tapılır. Bu funksiyaları yuxarı 0 indeksini yazmadan  $\psi_s(1,2)$  və  $\psi_a(1,2)$  kimi işarə etmək olar.  $\psi_a(1,2)$  antisimmetrik və  $\psi_s(1,2)$  simmetrik dalğa funksiyası ilə təsvir olunan hal, uyğun olaraq, orto-hal və para-hal adlanır. Beləliklə, müxtəlif kimyəvi elementlər kimi iki növ helium mövcud deyildir. Orto-helium və para-helium müxtəlif kvant hallarında yerləşən eyni bir kimyəvi elementdir. Bununla da heliumabənzər atomlar üçün termlərin iki sisteminin və onlar arasında keçidlərə uyğun spektral xətlərin olması izah olunur. Aydın ki, əgər bu keçidlər işığın şüalanması ilə müşayiət olunursa, onlar uyğun seçmə qaydalarına tabe olmalıdır.

Sıfırıncı yaxınlaşmada dalğa funksiyalarını bilərək atomun enerjisinə birinci yaxınlaşmada  $E_1$  düzəlişini (130.11) düsturu ilə hesablamaq olar. Lakin bu düsturda nəzərdə tutulur ki, dalğa funksiyası vahidə normalanmışdır. Ona görə də (130.18)-də həm simmetrik, həm də antisimmetrik funksiyanı əvvəlcədən normallaşdırmaq lazımdır. Bu funksiyalar üçün normallaşdırıcı vuruqları, uyğun olaraq  $c_s$  və  $c_a$  ilə işarə edək. Faktik hesablama aparmaq üçün əlbəttə ki, bu vuruqların aşkar şəklini bilmək lazımdır. Lakin biz burada məsələnin yalnız prinsipial fiziki cəhətdən araşdırılmasını nəzərdən keçirdiyimiz üçün  $c_s$  və  $c_a$  vuruqlarının konkret ifadəsini bilmək tələb olunmur.

Simmetrik və antisimmetrik dalğa funksiyası ilə təsvir olunan hal üçün enerjiyə düzəliş

$$E_s^1 = |c_s|^2 \int \psi_s^{0*} \frac{e^2}{r_{12}} \psi_s^0 d\tau = |c_s|^2 \int \frac{e^2}{r_{12}} |\psi_s^0|^2 dV_1 dV_2, \quad (130.19)$$

$$E_a^1 = |c_a|^2 \int \psi_a^{0*} \frac{e^2}{r_{12}} \psi_a^0 d\tau = |c_a|^2 \int \frac{e^2}{r_{12}} |\psi_a^0|^2 dV_1 dV_2 \quad (130.20)$$

düsturları ilə hesablanmalıdır. Burada  $dV_1 = dx_1 dy_1 dz_1$  və  $dV_2 = dx_2 dy_2 dz_2$  işarə edilmişdir.

$\psi_s^0$  və  $\psi_a^0$  dalğa funksiyalarının (130.18) ifadələrini (130.19) və (130.20)-də yazaraq elektronların seçilməzliyini nəzərə almaqla vurma əməliyyatını yerinə yetirsək

$$E_s^1 = |c_s|^2 (J_k + J_{müb.}), \quad (130.21)$$

$$E_a^1 = |c_s|^2 (J_k - J_{müb.}) \quad (130.22)$$

alarıq. Burada aşağıdakı işarələmələr qəbul olunmuşdur:

$$J_k = 2 \int \frac{e^2}{r_{12}} |\psi_1^0(1)|^2 |\psi_k^0(2)|^2 d\tau, \quad (130.23)$$

$$J_{müb.} = 2 \int \frac{e^2}{r_{12}} \psi_1^0(1) \psi_k^{0*}(2) \psi_k^0(2) \psi_1^{0*}(1) d\tau \quad (130.24)$$

(130.19) və (130.20) düsturlarından görünür ki,  $E_s^1$  və  $E_a^1$  enerjiləri həmişə müsbət işarəlidir. (130.23)-dən görünür ki,  $J_k$  kəmiyyəti də həmişə müsbət işarəlidir. Beləliklə, (130.21) və (130.22)-yə əsasən

$$J_k + J_{müb.} > 0, J_k - J_{müb.} > 0 \quad (130.25)$$

olmalıdır. Hidrogenəbənzər atomların dalğa funksiyalarının aşkar ifadəsini (130.24)-də yazmaqla aparılan faktik hesablamalar göstərir ki,  $J_{müb.}$  kəmiyyəti də müsbət işarəlidir. Beləliklə, (130.21) və (130.22) ifadələrindən görünür ki, para-halın enerji səviyyələri orto-halın enerji səviyyələrindən aşağıda yerləşir. Məhz buna görə də helium atomu üçün əsas hal para-haldır.

(130.23) kimi təyin olunan  $J_k$  kəmiyyəti əyani klassik mənaya malikdir. Elə bil ki, birinci və ikinci elektronun yükü fəzada  $\rho_1 = e |\psi_1^0(1)|^2$  və  $\rho_2 = e |\psi_k^0(2)|^2$  həcmi sıxlıqla "yayılmış"dır (elektron buludu, E106). (130.23)-də inteqralları ifadənin mənası  $\rho_1 dV_1$  və  $\rho_2 dV_2$  yükləri arasında itələmə qarşılıqlı təsirin potensial enerjisi, inteqralın özü isə fəzada "yayılmış" yüklər arasında qarşılıqlı təsirin potensial enerjisidir.  $J_{müb.}$  kəmiyyəti isə klassik mənaya malik olmayıb, sırf kvant mexaniki kəmiyyətdir. Belə demək olar ki,  $J_{müb.}$  həddinin yaranmasına səbəb hər bir elektronun eyni zamanda elə bil ki, həm  $\psi_1^0$ , həm də  $\psi_k^0$  halında olmasıdır.  $J_{müb.}$  kəmiyyəti mübadilə enerjisi, ona uyğun qarşılıqlı təsir isə mübadilə enerjisi, ona uyğun qarşılıqlı təsir isə mübadilə qarşılıqlı təsiri adlanır (E107). Para-halın enerji səviyyələrinin aşağı düşməsi, orto-halın enerji səviyyələrinin isə yuxarı qalxması da mübadilə enerjisinin mövcud olması ilə izah olunur.

Belə fikirləşmək lazım deyildir ki, mübadilə enerjisi enerjinin hansısa xüsusi bir növüdür. Mübadilə enerjisi, biri digərindən, qarşılıqlı təsirdə olan iki eyni hissəciyin yerdəyişməsi nəticəsində alınan iki kvant halının prinsipcə seçilməz olması sayəsində

meydana çıxır. Ona görə də mübadilə qarşılıqlı təsiri yalnız Kulon qüvvələri üçün deyil, istənilən eyni hissəciklər sistemində, bu hissəciklər arasındakı qarşılıqlı təsir qüvvələrinin təbiətindən asılı olmayaraq meydana çıxır. Məsələn, atom nüvəsinin nuklonları arasında mübadilə qarşılıqlı təsiri mövcuddur və nüvə qüvvələrinin doyma xassəsinə malik olmasında təzahür edir. Ferromaqnetizm hadisəsi də mübadilə qarşılıqlı təsiri ilə izah olunur.

İndi isə helium atomunun spektral termlərinin və onlara uyğun spektral xətlərinin sinqlet və triplet olmaqla iki yerə bölünməsinin izahına baxaq. Bunun üçün elektronun spinə malik olduğunu nəzərə almaq lazımdır. Sıfırncı yaxınlaşmada tam dalğa funksiyasında fəza və spin koordinatları ayrılır, yəni onu fəza koordinatlarından asılı olan funksiya ilə spin funksiyasının hasili kimi göstərmək olar. Aydındır ki, fəza koordinatlarından asılı olan dalğa funksiyaları kimi, spin dalğa funksiyaları da ya simmetrik, ya da antisimmetrik olmalıdır. Helium atomunda iki elektron olduğundan,  $\text{E}129$ -da göstəriləndiyi kimi, onun aşağıdakı kimi dörd dənə spin funksiyası ola bilər /bax: (129.20)-(129.23)/:

$$\begin{aligned}\varphi_s^{(1)} &= \varphi_+(1) \varphi_+(2) \uparrow\uparrow, \\ \varphi_s^{(2)} &= \varphi_-(1) \varphi_-(2) \downarrow\downarrow, \\ \varphi_s^{(3)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_+(1) \varphi_-(2) + \varphi_+(2) \varphi_-(1)] \uparrow\downarrow, \\ \varphi_a^{(4)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_+(1) \varphi_-(2) - \varphi_+(2) \varphi_-(1)] \uparrow\downarrow\end{aligned}\tag{130.26}$$

Fəza koordinatlarından asılı olan (130.18) funksiyalarından fərqləndirmək üçün spin funksiyaları  $\varphi$  ilə işarə edilmişdir. Funksiyanın işarəsində 1 və 2 rəqəmləri  $\sigma_1$  və  $\sigma_2$  spin koordinatlarını və  $\pm$  işarəsi elektronun spininin orbital momenti fəzada istiqaməti üzrə  $m_s$  proyeksiyasının  $\pm 1/2$  olmasını göstərir. Əyanilik naminə bu, (130.26) ifadələrində sağ tərəfdə oxların istiqamətləri ilə qeyd edilmişdir. Beləliklə, (130.26)-da birinci  $\varphi_s^{(1)}$  funksiyası göstərir ki, elektronların hər ikisi üçün  $m_s$  proyeksiyası  $+1/2$ , ikinci  $\varphi_s^{(2)}$  funksiyasında isə  $-1/2$ -dir. Üçüncü simmetrik  $\varphi_s^{(3)}$  funksiyasında elektronlar üçün  $m_s$  əks işarəlidir. Beləliklə, ilk iki halda elektronların tam spinini 1, onun proyeksiyaları isə, uyğun olaraq,  $+1$  və  $-1$ -dir. Lakin tam spin 1-ə bərabərdirsə, onun seçilmiş istiqamət üzrə proyeksiyaları 1,0,-1 ola bilər. Bu proyeksiyanın 0 olduğu hal isə  $\varphi_s^{(3)}$  simmetrik spin funksiyasına uyğundur.

$\varphi_a^{(4)}$  antisimmetrik funksiyasına isə spinin proyeksiyasının sıfıra bərabər qiyməti uyğun gəlir. Lakin bu yeganə bir proyeksiya olduğundan, aydın olur ki, bu halda tam spin də sıfıra bərabər olmalıdır.

Helium atomunun tam dalğa funksiyasını almaq üçün dörd dənə (130.26) spin funksiyalarını (130.18)-dəki  $\psi_s$  və  $\psi_a$  funksiyalarla hasillərini götürmək lazımdır. Lakin elektronlar sisteminin tam dalğa funksiyası iki elektronun yerinin (fəza və spin koordinatlarının) dəyişməsinə nəzərən antisimmetrik olmalıdır ( $\text{E}107$ ). Bu şərti isə  $\psi_a$  antisimmetrik fəza funksiyasının simmetrik  $\varphi_s$  funksiyasına və  $\psi_s$  simmetrik fəza funksiyasının  $\varphi_a$  antisimmetrik spin funksiyasına hasili, yəni yalnız aşağıdakı dörd hasil ödəyir:

$$\psi_a \varphi_s^{(1)}, \psi_a \varphi_s^{(2)}, \psi_a \varphi_s^{(3)}, \psi_s \varphi_a^{(4)}.\tag{130.27}$$

Beləliklə, elektronun spinini də nəzərə almaqla helium atomunun tam dalğa funksiyalarını (130.27), (130.18) və (130.26)-ya əsasən aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\Phi_1 = c_a \left[ \psi_1^0(\vec{r}_1) \psi_k^0(\vec{r}_2) - \psi_1^0(\vec{r}_2) \psi_k^0(\vec{r}_1) \right] \times \begin{cases} \varphi_{+1/2}(\sigma_1) \varphi_{+1/2}(\sigma_2) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \varphi_{+1/2}(\sigma_1) \varphi_{-1/2}(\sigma_2) + \varphi_{+1/2}(\sigma_2) \varphi_{-1/2}(\sigma_1) \right] \\ \varphi_{-1/2}(\sigma_1) \varphi_{-1/2}(\sigma_2) \end{cases} \quad (130.28)$$

$$\Phi_2 = c_s \left[ \psi_1^0(\vec{r}_1) \psi_k^0(\vec{r}_2) + \psi_1^0(\vec{r}_2) \psi_k^0(\vec{r}_1) \right] \times \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \varphi_{+1/2}(\sigma_1) \varphi_{-1/2}(\sigma_2) - \varphi_{+1/2}(\sigma_2) \varphi_{-1/2}(\sigma_1) \right] \quad (130.29)$$

(130.28) və (130.29) tam dalğa funksiyaları sıfırcı yaxınlaşmada alınmışdır. Lakin  $ze^2/r_{12}$  enerjisi simmetrik olduğundan bütün sonrakı yaxınlaşmalarda tapılmış dalğa funksiyaları da eyni növ simmetriyaya malik olacaqdır. (130.28) kimi təyin olunan üç dənə funksiya tam spinin 1 və onun proyeksiyasının 1,0,-1 qiymətlərinə uyğun tripleti təsvir edir. Bu tripletə orto-hal uyğun gəlir. Özü də bu orto-halın  $1s^1 2p^1$  və ümumiyyətlə,  $L \neq 0$  olan elektron konfigurasiyasına uyğun olan enerji səviyyələri və seçmə qaydalarına tabe olan spektral xətləri spin-orbital qarşılıqlı təsir sayəsində, uyğun olaraq, üç dənə alt səviyyəyə və üç dənə komponentə parçalanır. Bu halda yerləşən helium atomlarının maqnit momenti sıfırdan fərqli olur və ona görə də həmin atomlar (yəni, orto-helium atomları) xarici maqnit sahəsində yerləşdikdə onlar üçün Zeyeman effekti (spektral xətlərin maqnit sahəsində parçalanması) baş verir. Orto-helium atomlarından ibarət olan qaz paramaqnitdir.

(130.29) dalğa funksiyası isə para-halı təsvir edir. Bu halda tam spinin üstün istiqamət üzrə proyeksiyası sıfıra bərabərdir. Para-hal sinqlet olduğundan, bu halda tam spin də sıfıra bərabərdir. Sinqlet halda yerləşən helium atomlarının maqnit momenti sıfıra bərabərdir və ona görə də para-helium üçün Zeyeman effekti baş vermir. Para-helium atomları diamaqnit qaz təşkil edir.

Beləliklə, aydın olur ki, helium atomunun enerji səviyyələrini iki sistemə bölmək olar: 1) para-halların sinqlet səviyyələri; 2) orto-halların triplet səviyyələri. Spin-orbital qarşılıqlı təsirin nəzərə alınmadığı yaxınlaşmada sinqlet və triplet hallar arasında işığın buraxılması və ya udulması ilə baş verən keçidlər qadağandır. Deməli, bu yaxınlaşmada helium atomunun sinqlet və triplet halları bir-birindən asılı olmayan iki sistem təşkil edir. Ona görə də ən aşağı triplet hal metastabil olur. Belə ki, bu halda helium atomu uzun müddət (məsələn, aylarla) qala bilər. Məhz buna görə də sinqlet və triplet hallarda yerləşən helium atomlarını, uyğun olaraq, para-helium və orto-helium kimi iki müxtəlif helium atomu hesab etmək olar.

Bu paraqrafın əvvəlində adı çəkilən interkombinasiyaların qadağan olunması, şüalanma zamanı elektronların spininin saxlanması ilə əlaqədar olduğundan, heç də mütləq sərt qayda deyildir və bəzən müstəsna hallar baş verə bilər.

### Ə131. Variasiya metodu

Variasiya metodu həyəcanlaşma nəzəriyyəsinə müraciət etmədən atom sistemlərinin

əsas halının və birinci həyəcanlaşmış hallarının enerjisinin və dalğa funksiyasının təqribi tapılmasına imkan verir. Variasiya metodu kvantmexaniki sistemlərin hesablanması üçün istifadə olunan əsas təqribi metodlardan biri olub, öz sadəliyi ilə fərqlənir və baxılan məsələni istənilən dəqiqliklə həll etməyə prinsipə imkan verir.

Variasiya metodu aşağıdakı teoremə əsaslanır: əgər  $E_0$ -sistemin əsas halının enerjisi,  $\hat{H}$  –bu sistemin Hamilton operatoru və  $\psi$ -normallaşmış ixtiyari funksiyadırsa, həmişə

$$E_0 \leq \int \psi^* \hat{H} \psi d\tau \quad (131.1)$$

şərti ödənilir. Başqa sözlə,

$$E = \int \psi^* \hat{H} \psi d\tau \quad (131.2)$$

inteqralı heç vaxt  $\hat{H}$  operatorunun ən kiçik məxsusi qiyməti olan  $E_0$ -dan kiçik ola bilməz. Burada  $\psi$  funksiyası normallıq şərtini ödəyir:

$$\int \psi^* \psi d\tau = 1 \quad (131.3)$$

Çox zaman  $E_0$  kəmiyyəti baxılan sistemin həqiqi enerjisi də adlandırılır və sistemin həqiqi enerjisi dedikdə bu sistemin enerjisinin prinsipə mümkün olan qiymətləri arasında ən kiçiyi (məsələn, təcrübi qiymət) nəzərdə tutulur.

(131.1) teoremi asanlıqla isbat olunur. Məlumdur ki, ixtiyari  $\psi$  funksiyasını ixtiyari xətti və özünə qoşma operatorun məsələn,  $\hat{H}$  operatorunun ortonormal tam sistem əmələ gətirən  $\varphi_m$  məxsusi funksiyaları üzrə sıraya ayırmaq olar (E73):

$$\psi = \sum_{m=0}^{\infty} c_m \varphi_m \quad (131.4)$$

Burada  $c_m$  əmsalları üçün

$$\sum_{m=0}^{\infty} |c_m|^2 = 1 \quad (131.5)$$

şərti ödənilir.

(131.4)-ü (131.2)-də yazsaq və  $\varphi_m$  məxsusi funksiyalarının ortonormallıq şərtini və (131.5)-i nəzərə alsaq

$$\begin{aligned} E &= \int \psi^* \hat{H} \psi d\tau = \sum_{m,n} c_m^* c_n \int \varphi_m^* \hat{H} \varphi_n d\tau = \\ &= \sum_{m,n} c_m^* c_n E_n \int \varphi_m^* \varphi_n d\tau = \sum_{m,n} c_m^* c_n E_n \delta_{mn} = \\ &= \sum_{m,n} |c_m|^2 E_m \geq E_0 \sum_{m=0}^{\infty} |c_m|^2 = E_0 \end{aligned}$$

olar ki, bu da (131.1) ilə üst-üstə düşür. Sonuncu ifadədə bərabərlik işarəsi  $\sum |c_m|^2 E_m$  cəminin bütün hədlərindən yalnız  $m=0$  olan hədd sıfırdan fərqli olduqda alınır. Bu isə (131.1)-də  $\psi$  funksiyasının əvəzinə  $\psi_0$  götürdükdə, yəni  $\psi = \psi_0$  olduqda mümkündür. Belə də demək olar ki,  $\psi$  funksiyası sistemi təsvir edən tamamilə dəqiq funksiya olarsa, (131.1)-də bərabərlik işarəsi yazıla bilər.



Beləliklə, (131.1) teoreminin mahiyyəti ondan ibarətdir ki, sistemin əsas halının  $E_0$  enerjisinin hesablanması normallaşmış  $\psi$  funksiyasını variasiyalamaqla (dəyişməklə) (131.2) kəmiyyətinin minimum qiymətinin tapılmasına gətirilir:

$$E_0 = \min E = \min \int \psi^* \hat{H} \psi d\tau \quad (131.6)$$

Praktikada isə bu  $E_0$  kəmiyyətinin hesablanması fiziki mülahizələr və ya təcrübi faktlar əsasında müəyyən  $\psi_{\text{sınaq}}(x, y, z, \alpha, \beta, \dots)$  sınaq funksiyasının seçilməsinə gətirilir. Bu sınaq funksiyası (131.3) normallıq şərtini ödəməlidir və onun ifadəsinə bir neçə naməlum  $\alpha, \beta, \dots$  parametrləri daxil edilir. Onda

$$E = \int \psi_{\text{sınaq}}^*(x, y, z, \alpha, \beta, \dots) \hat{H} \psi_{\text{sınaq}}(x, y, z, \alpha, \beta, \dots) d\tau \quad (131.7)$$

inteqralının hesablanması nəticəsində  $\alpha, \beta, \dots$  parametrlərindən asılı olan  $E(\alpha, \beta, \dots)$  funksiyası alınır. Bu funksiyanın minimumunu tapmaq üçün onun  $\alpha, \beta, \dots$  parametrlərinə görə birinci tərtib törəmələrini sıfıra bərabər etməklə alınan aşağıdakı tənliklər sistemini həll etmək lazımdır:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \alpha} &= 0, \\ \frac{\partial E}{\partial \beta} &= 0, \end{aligned} \quad (131.8)$$

-----

Bu sistemin həllindən  $\alpha_0, \beta_0, \dots$  qiymətləri tapılır. Qeyd edək ki, sınaq funksiyasını uğurlu seçdikdə  $E(\alpha_0, \beta_0, \dots)$  qiyməti, istifadə olunan parametrlərin sayı hətta az (bir, iki) olduqda belə,  $E_0$  həqiqi qiymətinə çox yaxın olur. Aydındır ki, əsas halın təqribi dalğa funksiyası

$$\psi_{0\text{sınaq}}(x, y, z, \alpha_0, \beta_0, \dots) \quad (131.9)$$

olacaqdır.

Birinci həyəcanlanmış halın təqribi enerjisini və dalğa funksiyasını tapmaq üçün

$$E_1 \leq \int \psi^* \hat{H} \psi d\tau \quad (131.10)$$

münasibətindən istifadə edilir. Burada  $E_1$ —birinci həyəcanlanmış halın enerjisi,  $\psi$  isə aşağıdakı şərtləri ödəyən ixtiyari funksiyadır:

$$\int \psi^* \psi d\tau = 1, \quad \int \psi_0^* \psi d\tau = 0 \quad (131.11)$$

Başqa sözlə,  $\psi$  ixtiyari funksiyası elə seçilməlidir ki, o, həm normallıq şərtini ödəsin, həm də əsas halın  $\psi_0$  dalğa funksiyasına ortoqonal olsun.

(131.10) ifadəsini isbat etmək üçün,  $\psi$  funksiyasını  $\hat{H}$  operatorunun  $\varphi_m$  məxsusi funksiyaları üzrə sıraya ayırmaq:

$$\psi = \sum_{m=1}^{\infty} c_m \varphi_m, \quad \sum_{m=1}^{\infty} |c_m|^2 = 1 \quad (131.12)$$

(131.4) və (131.5)-dən fərqli olaraq (131.12) ifadələrində  $m=0$  olan hədd yoxdur. Bu,  $\psi_0$  və  $\psi$  funksiyalarının (131.11) ortonormallıq şərtinə əsasən  $c_0$  əmsalının sıfıra bərabər olması ( $c_0=0$ ) ilə əlaqədardır.

(131.12) ayrılışını (131.10)-da nəzərə alsaq

$$\begin{aligned} \int \psi^* \hat{H} \psi d\tau &= \sum_{m,n} c_m^* c_n \int \varphi_m^* \hat{H} \varphi_n d\tau = \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} |c_m|^2 E_m \geq E_1 \sum_{m=1}^{\infty} |c_m|^2 = E_1 \end{aligned}$$

olar ki, bu da (131.10)-a uyğundur.

(131.10) münasibətinə əsaslanaraq (131.11) şərtlərini ödəyən  $\psi_{1sınaq}(x,y,z,\gamma,\delta,\dots)$  sınaq funksiyası seçilir və bu zaman  $\psi_0$  əvəzinə (131.9) dalğa funksiyasından istifadə edilir. Onda

$$J_1 = \int \psi_{1sınaq}^* \hat{H} \psi_{1sınaq} d\tau$$

inteqralları hesablayaraq,  $J_1(\gamma,\delta,\dots)$  funksiyası tapılır və bu funksiyanın  $\gamma,\delta,\dots$  parametrlərinə görə birinci tərtib törəmələrini sıfıra bərabər etməklə alınan sistem tənliyi həll edərək,  $J_1$  funksiyasının minimumuna uyğun olan  $\gamma_0,\delta_0,\dots$  qiymətləri tapılır. Beləliklə,  $E_1 \approx J_1(\gamma_0,\delta_0,\dots)$ ,  $\psi_1 \approx \psi_{1sınaq}(x,y,z,\gamma_0,\delta_0,\dots)$  götürülür.

İkinci həyəcanlanmış halın təqribi  $E_2$  enerjisi və  $\psi_2$  dalğa funksiyası eyni qayda ilə

$$J_2 = \int \psi_{2sınaq}^* \hat{H} \psi_{2sınaq} d\tau$$

kəmiyyətinin minimumluğu şərtinə əsasən tapılır və s. Bu zaman  $\psi_{2sınaq}$  funksiyası aşağıdakı şərtləri ödəməlidir:

$$\int \psi_{2sınaq}^* \psi_{2sınaq} d\tau = 1, \int \psi_0^* \psi_{2sınaq} d\tau = 0, \int \psi_1^* \psi_{2sınaq} d\tau = 0.$$

Variasiya metodunun çatışmayan cəhəti ondan ibarətdir ki, bu metod vasitəsilə alınan nəticələrin xətasını əvvəlcədən müəyyən etmək olmur, yəni bu xəta qeyri-müəyyən qalır.

Yuxarıda şərh olunan hesablama üsulu birbaşa variasiya metodu və ya Rits metodu adlanır. Misal olaraq bu metodun harmonik osilyatorun əsas halının enerjisinin hesablanması üçün tətbiqinə baxaq. Bu halda Hamilton operatoru

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} \quad (131.13)$$

kimi olur (E93). Sınaq funksiyasını

$$\psi(x,\alpha) = A e^{-\alpha x^2/2} \quad (131.14)$$

şəklində götürək.  $x \rightarrow \pm\infty$  olduqda bu sadə funksiya sıfıra yaxınlaşır. Eksponentin üstündə  $\frac{1}{2}$  vuruğunun daxil edilməsi hesablamalar zamanı əlverişli olur. Bu funksiyanın kvadratının inteqralı

$$\int \psi^* \psi dx = A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2} dx = A^2 \sqrt{\pi/\alpha}$$

olduğundan (131.3) normallıq şərtinin ödənməsi üçün  $A = (\alpha/\pi)^{1/4}$  olmalıdır.

(131.13) və (131.14) ifadələrini nəzərə almaqla (131.7) inteqralları hesablayaq:

$$\begin{aligned}
E(\alpha) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{\text{сынақ}}^*(x, \alpha) \hat{H} \psi_{\text{сынақ}}(x, \alpha) dx = \\
&= \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\alpha x^2}{2}} \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) e^{-\frac{\alpha x^2}{2}} dx = \\
&= \frac{\hbar^2 \alpha}{4m} + \frac{m\omega^2}{4\alpha}.
\end{aligned} \tag{131.15}$$

Bu ifadənin  $\alpha$ -ya görə birinci tərtib törəməsini sıfıra bərabər edək:

$$\frac{dE}{d\alpha} = \frac{\hbar^2}{4m} - \frac{m\omega^2}{4\alpha^2} = 0.$$

Buradan  $\alpha_0 = m\omega/\hbar$  olur. Bu qiyməti (131.14) və (131.15)-də yazaraq

$$\begin{aligned}
E_0 &= E(\alpha_0) = \frac{\hbar\omega}{2}, \\
\psi_0(x) &= \psi(x, \alpha_0) = \sqrt{\frac{m\omega}{\pi\hbar}} \cdot e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}
\end{aligned} \tag{131.16}$$

alırıq. (131.16) ifadələrinin (93.26) və (93.25) ilə müqayisəsi göstərir ki, həmin ifadələr harmonik osilyatorun əsas halının enerjisini və dalğa funksiyasını dəqiq təyin edir. Bu da (131.14) sınaq funksiyasının çox uğurlu seçilməsini göstərir.

Yuxarıda şərh olunan birbaşa variasiya metodunda sınaq dalğa funksiyasının parametrlərinə görə variasiyalama aparılır. Bundan başqa daha ümumi variasiya metodu da vardır ki, həmin metodda dalğa funksiyasının özünün variasiyalanmasından istifadə olunur. Belə daha ümumi variasiya metodu əslində Şredinger tənliyinin həllinə ekvivalentdir. Doğrudan da, (131.2) ilə təyin olunan  $E$  kəmiyyətinin minimumluq şərti onun variyasiyasının sıfıra bərabər olmasından ibarət olduğu üçün

$$\delta E = \delta \int \psi^* \hat{H} \psi d\tau = \int \delta \psi^* \hat{H} \psi d\tau + \int \psi^* \hat{H} \delta \psi d\tau = 0 \tag{131.17}$$

yaza bilərik. Burada  $\psi$  funksiyasına görə variasiyalama aparılmışdır.  $\psi$  funksiyasını  $\psi_1$  və  $\psi_2$  həqiqi funksiyaları vasitəsilə  $\psi = \psi_1 + i\psi_2$  kimi yazsaq,  $\psi^* = \psi_1 - i\psi_2$  və  $\delta\psi = \delta\psi_1 + i\delta\psi_2$ ,  $\delta\psi^* = \delta\psi_1 - i\delta\psi_2$  və deməli,  $(\delta\psi)^* = \delta\psi^*$  olar.

$\hat{H}$  operatorunun ermitlik xassəsindən istifadə edərək (131.17)-də ikinci həddi aşağıdakı kimi çevirək:

$$\int \psi^* \hat{H} \delta \psi d\tau = \int \delta \psi (\hat{H} \psi)^* d\tau = \left[ \int (\delta \psi)^* \hat{H} \psi d\tau \right]^* = \int (\delta \psi) \hat{H}^* \psi^* d\tau$$

Onda (131.17) ifadəsi aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\int (\delta \psi^*) \hat{H} \psi d\tau + \int (\delta \psi) \hat{H}^* \psi^* d\tau = 0 \tag{131.18}$$

(131.3) normallıq şərtini əlavə şərt kimi götürsək

$$\begin{aligned} \delta \int \psi^* \psi d\tau &= \int (\delta \psi^*) \psi d\tau + \int \psi^* (\delta \psi) d\tau = \int \delta \psi^* \psi d\tau + \\ &+ \left[ \int \psi (\delta \psi)^* d\tau \right]^* = \int \delta \psi^* \psi d\tau + \int (\delta \psi) \psi^* d\tau = 0 \end{aligned} \quad (131.19)$$

yaza bilərik.

Şərti ekstremumun tapılması qaydalarına əsasən (131.19) ifadəsini Laqranjin qeyri-müəyyən  $-E$  vuruğuna vuraraq alınan ifadəni (131.18) ilə toplamaq lazımdır. Beləliklə,  $\int \psi^* \hat{H} \psi d\tau$  kəmiyyətinin  $\int \psi^* \psi d\tau = 1$  əlavə şərti də nəzərə alınmaqla minimumluğu şərti aşağıdakı kimi olur:

$$\int (\delta \psi^*) \hat{H} \psi d\tau + \int (\delta \psi) \hat{H}^* \psi^* d\tau - E \int (\delta \psi^*) \psi d\tau - E \int (\delta \psi) \psi^* d\tau = 0.$$

Bu ifadəni aşağıdakı kimi də yazmaq olar:

$$\int (\delta \psi^*) (\hat{H} \psi - E \psi) d\tau + \int (\delta \psi) (\hat{H}^* \psi^* - E \psi^*) d\tau = 0$$

Burada  $\delta \psi = \delta \psi_1 + i \delta \psi_2$  və  $\delta \psi^* = \delta \psi_1 - i \delta \psi_2$  olduğunu nəzərə alsaq

$$\begin{aligned} &\int (\delta \psi_1) \left[ (\hat{H} \psi - E \psi) + (\hat{H}^* \psi^* - E \psi^*) \right] d\tau + \\ &+ i \int (\delta \psi_2) \left[ (\hat{H} \psi - E \psi) - (\hat{H}^* \psi^* - E \psi^*) \right] d\tau = 0 \end{aligned} \quad (131.20)$$

yaza bilərik.  $\psi$  dalğa funksiyasının həqiqi və xəyali hissələrini asılı olmayaraq variasiyalamaq olar. Ona görə də (131.20) ifadəsi bir-birindən asılı olmayan ixtiyari  $\delta \psi_1$  və  $\delta \psi_2$  variasiyaları üçün ödənməlidir. Bunun üçün isə (131.20)-də  $\delta \psi_1$  və  $\delta \psi_2$  variasiyalarının əmsalları sıfıra bərabər olmalıdır:

$$(\hat{H} \psi - E \psi) + (\hat{H}^* \psi^* - E \psi^*) = 0,$$

$$(\hat{H} \psi - E \psi) - (\hat{H}^* \psi^* - E \psi^*) = 0.$$

Bu iki bərabərliyi toplayaraq biz  $\hat{H} \psi = E \psi$  Şredinger tənliyini alırıq. Bu bərabərlikləri bir-birindən çıxaraq isə Şredinger tənliyinin kompleks qoşması olan  $\hat{H}^* \psi^* = E \psi^*$  tənliyini alırıq.

Beləliklə,  $\psi$  dalğa funksiyasına daxil olan parametrlərin deyil, bu dalğa funksiyasının özünün variasiyalanmasına əsaslanan daha ümumi variasiya metodu doğrudan da Şredinger tənliyinin həllinə ekvivalentdir.

Yuxarıda təsvir olunan üsuldan istifadə edərək baxılan sistemin əsas halının  $E = E_0$  enerjisi və  $\psi = \psi_0$  dalğa funksiyası tapılır. Digər stasionar hallar üçün enerjini və dalğa funksiyasını tapmaq üçün  $\psi$  funksiyasının üzərinə  $\int \psi_0^* \psi d\tau = 0$  əlavə şərtini, sonra isə  $\int \psi_1^* \psi d\tau$  əlavə şərtini və s. qoymaqla variasiyalama aparmaq lazımdır. Burada  $\psi_0, \psi_1, \dots$  əvvəlki mərhələdə əsas hal, birinci həyəcanlanmış hal və s. üçün tapılmış dalğa funksiyasıdır.

Qeyd edək ki,  $\psi$  və  $\psi^*$  funksiyalarının formal olaraq bir-birindən asılı olmadığını qəbul edərək (131.2)-də onlardan yalnız birinə, məsələn,  $\psi^*$  funksiyasına görə variasiyalama aparmaqla da Şredinger tənliyini almaq olar ( $\psi$ -yə görə variasiya da həmin

nəticəyə gətirir). Bunun üçün (131.3) əlavə şərtini nəzərə almaqla (131.2)-ni  $\psi^*$  funksiyasına görə variasiyalayaraq:

$$\delta \int \psi^* \hat{H} \psi d\tau = \int (\delta \psi^*) \hat{H} \psi d\tau = 0,$$

$$\delta \int \psi^* \psi d\tau = \int (\delta \psi^*) \psi d\tau = 0.$$

İkinci bərabərliyi Laqranjin  $-E$  qeyri-müəyyən vuruğuna vuraq və birinci bərabərliklə toplayaraq:

$$\int (\delta \psi^*) \hat{H} \psi d\tau - E \int (\delta \psi^*) \psi d\tau = \int (\delta \psi^*) (\hat{H} \psi - E \psi) d\tau = 0 \quad (131.21)$$

$\delta \psi^*$  variasiyası ixtiyari olduğundan (131.21) bərabərliyinin ödənməsi üçün  $\hat{H} \psi - E \psi = 0$  olmalıdır ki, bu da Şredinger tənliyidir.

Göründüyü kimi, daha ümumi olan variasiya metoduna görə  $\int \psi^* \hat{H} \psi d\tau$  kəmiyyətinin  $\int \psi^* \psi d\tau = 1$  əlavə şərti ilə birlikdə Laqranjin qeyri-müəyyən vuruq metoduna əsasən  $\psi$  funksiyası üzrə variasiyalanması

$$\hat{H} \psi = E \psi \quad (131.22)$$

Şredinger tənliyinə gətirir. Bu zaman  $\psi$  funksiyasını tapmaq üçün tətbiq olunan mühüm üsullardan biri aşağıdakı kimidir. (131.22) tənliyinin həlli olan  $\psi$  funksiyası bir-birindən xətti asılı olmayan  $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ , məlum funksiyalarının xətti kombinasiyası kimi götürülür:

$$\psi = \sum_{q=1}^n c_q \varphi_q \quad (131.23)$$

Burada  $c_1, c_2, \dots, c_n$  naməlum əmsallardır. Əgər (131.23)-ə daxil olan  $\varphi_q$  funksiyaları tam sistem təşkil edərsə, onda

$$E = E_0 = \int \psi^* \hat{H} \psi d\tau \quad (131.24)$$

kəmiyyəti sistemin enerjisinin həqiqi qiymətinə bərabər olur. Əgər  $\varphi_q$  funksiyaları tam sistem əmələ gətirmirsə, onda  $c_1, c_2, \dots, c_n$  əmsallarını elə seçmək olar ki, (131.2) inteqralı  $E$  üçün mümkün olan qiymətlərdən ən kiçiyinə bərabər olsun. Qeyd edək ki,  $\varphi_q$  funksiyalar çoxluğu uğurlu seçildikdə məhdud sayda belə funksiyalar vasitəsilə ifadə olunmuş (131.23) funksiyası  $E$  enerjisi üçün yaxşı qiymət verir.  $c_q$  naməlum əmsallarını tapmaq üçün (131.23)-ü (131.22)-də yazaraq,  $\hat{H}$  operatorunun xətti olması xassəsindən istifadə etməklə

$$\sum_q c_q \hat{H} \varphi_q = E \sum_q c_q \varphi_q \quad (131.25)$$

tənliyi alınır. Bu tənliyi sol tərəfdən  $\varphi_p^*$ -a vurub bütün fəza üzrə inteqrallasaq  $c_q$  naməlum əmsallarını tapmaq üçün

$$\sum_{q=1}^n (H_{pq} - ES_{pq}) c_q = 0, \quad p=1, 2, \dots, n \quad (131.26)$$

xətti bircinsli tənliklər sistemi alınır. Burada

$$H_{pq} = \int \varphi_p^* \hat{H} \varphi_q d\tau, \quad (131.27)$$

$$S_{pq} = \int \varphi_p^* \varphi_q d\tau \quad (131.28)$$

işarə edilmişdir.

Riyaziyyatdan məlumdur ki, (131.26) tənliklər sisteminin sıfırdan fərqli həllinin olması üçün  $c_q$  məchullarının əmsallarından düzəldilmiş determinant sıfıra bərabər olmalıdır:

$$\det(H_{pq} - ES_{pq}) = 0. \quad (131.29)$$

Göründüyü kimi, (131.29) ifadəsi  $E$ -yə nəzərən  $n$  dərəcəli tənlikdir və o, (131.26) tənliklər sisteminin xarakteristik (əsrli) tənliyi adlanır. Bu tənliyin həllindən  $n$  sayda  $E_1, E_2, \dots, E_n$  kökləri alınır ki, bunların da içərisində ən kiçiyi sistemin ən aşağı halının enerjisinə təqribən bərabər hesab olunur. (131.23) dalğa funksiyasını yaxşı seçdikdə enerji üçün tapılan bu ən kiçik qiymət onun həqiqi qiymətinə daha yaxın olur. Digər köklər isə yüksək halların enerjilərinin təqribi qiymətləri hesab olunur və özü də bu halda xəta əsas haldakından xeyli böyükdür.

Sistemin  $\psi$  dalğa funksiyasını tapmaq üçün (131.26)-da  $E$ -nin yerinə ən kiçik qiymətli kökü yazaraq alınan tənliklər sistemini

$$\int \psi^* \psi d\tau = \sum_{p,q} c_p^* c_q S_{pq} = 1 \quad (131.30)$$

normallıq şərtini də nəzərə almaqla həll edərək  $c_1, c_2, \dots, c_n$  əmsallar çoxluğu tapılır. Bu əmsalları isə (131.23)-də yazaraq əsas halın  $\psi$  təqribi dalğa funksiyası tapılır.

### Ə132. Tomas-Fermi metodu

Mürəkkəb atomda çoxlu sayda elektronların hərəkəti haqqında məsələnin həlli son dərəcə çətinidir. Məsələn, rubidium atomunda 37, sezium atomunda 55, uran atomunda 92 elektron bir-biri ilə və nüvə ilə qarşılıqlı təsirdə olmaqla hərəkət edir. Ona görə də ağır atomların nəzəri hesablanması üçün təqribi kvant mexaniki üsullarla yanaşı bəzən Tomas və Ferminin təklif etdiyi statistik metodun tətbiqi edilməsi daha əlverişli olur.

Statistik yanaşma zamanı mürəkkəb atomdakı elektronlar çoxluğuna, metalların elektron nəzəriyyəsində olduğu kimi, mütləq sıfır temperaturunda ( $T=0$ ) cırılmış elektron qazı kimi baxılır (Klassik statistikaya tabe olan qaz cırılmamış, kvant statistikası qanunları ilə təsvir olunan qaz isə cırılmış qaz adlanır.). Belə statistik yaxınlaşma zamanı ayrı-ayrı elektronların atomda özünü necə aparmasının bir çox xüsusiyyətlərini nəzərə almaq qeyri-mümkün olduğundan, Tomas-Fermi metodu Xartri-Fokun öz-özünə qarışmış sahə metoduna (Ə135) nisbətən daha az dəqiqliyə malikdir. Bu cür ümumi çatışmazlıqlarına baxmayaraq, Tomas-Ferminin statistik metodu, atomun bir sıra mühüm xassələrini kifayət qədər sadə şəkildə izah etməyə imkan verdiyi üçün mühüm rol oynayır. Bu metod atomun təbəqəli elektron quruluşu haqqında heç bir təsəvvür yaratmasa da, onun köməyi ilə atomların elektron təbəqələrinin dolmasının bəzi mühüm xüsusiyyətləri izah edilmişdir.

Fərz edək ki, atomda potensialı  $\varphi(r)$  olan müəyyən sferik-simmetrik sahədə böyük

sayda elektronlar hərəkət edir. Pauli prinsipinə görə bu elektronların çoxu kvant ədədlərinin böyük qiymətlərinə uyğun olan hallarda yerləşmiş olur. Əgər  $\varphi(r)$  potensialının fəzada dəyişməsi kifayət qədər ləng olsa, elektronlara kvaziklassik yaxınlaşmada baxmaq olar. Bundan başqa, elektronlar arasında qarşılıqlı təsir çox zəif olsa, belə elektronlar sistemini mütləq sıfır temperaturu ideal Fermi qazı hesab etmək olar. Cırlaşmış Fermi qazında hər bir kvant halında iki elektron yerləşir, yəni faza fəzasında həcmi  $(2\pi\hbar)^3 = h^3$  olan hər bir özəkdə spinləri antiparalel olmaqla ən çoxu bir cüt elektron yerləşə bilər ( $h$ –Plank sabitidir). Bu zaman impuls fəzasında  $0 \leq p \leq p_{maks}$  intervalına düşən impulsa uyğun olan bütün özəklər dolmuş olur. Belə ki, atomun stasionar halında hər bir  $dV$  həcm elementində zaman keçdikcə dəyişməyən  $dN$  sayda elektron yerləşir. Bu elektronların kinetik enerjilərinin cəminin minimum olması üçün onlar faza fəzasının  $dV$  həcm elementində yerləşən və impulsun sıfırdan müəyyən  $p_{maks}$  qiymətinə qədər olan qiymətlərinə uyğun gələn özəkləri hər özəkdə iki elektron olmaqla doldurmalıdır. İmpulsun bu  $p_{maks}$  qiyməti aşağıdakı münasibətdən tapılır:

$$(2\pi\hbar)^3 \cdot \frac{dN}{2} = \frac{4}{3} \pi p_{maks}^3 \cdot dV \quad (132.1)$$

Burada  $\frac{4}{3} \pi p_{maks}^3 \cdot dV$  kəmiyyəti fiziki fəzanın  $dV$  həcm elementində yerləşən faza fəzasının həcmidir. (132.1)-də  $\frac{dN}{dV}$  nisbəti  $dV$  həcm elementinin götürüldüyü yerdə elektronların  $n$  sıxlığına bərabərdir. Elektronların atomda paylanmasını sferik-simmetrik hesab edərək, (132.1)-ə əsasən

$$n(r) = \frac{8\pi}{3(2\pi\hbar)^3} [p_{maks}(r)]^3 \quad (132.2)$$

yaza bilərik. Burada  $r$ –atomun mərkəzindən (nüvədən) olan məsafədir.

Atomun nüvəsindən  $r$  məsafədə elektronun tam enerjisinin maksimal qiyməti

$$E_{maks}(r) = \frac{[p_{maks}(r)]^2}{2m} - e\varphi(r) = -e\varphi_0 \quad (132.3)$$

olar. Burada  $-e\varphi(r)$  elektronun potensial enerjisi,  $\varphi_0$  isə potensial vahidi ilə ölçülən müəyyən kəmiyyətdir. Atomun stasionar halında elektronun maksimal tam enerjisi nüvədən olan bütün məsafələrdə eyni olmalıdır. Əgər belə olmasa, onda elektronlar maksimal tam enerjinin çox olduğu yerdən az olduğu yerə keçərək yenidən paylanmış olardılar. Deməli, (132.3) ifadəsində  $\varphi_0$  sabitdir:  $\varphi_0 = \text{const}$ .

(132.3)-dən  $p_{maks}(r)$  kəmiyyətini taparaq (132.2)-də nəzərə alsaq, atomun daxilində hər bir nöqtədə elektronların sıxlığını və potensialı əlaqələndirən aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$n(r) = \frac{1}{3\pi^2 \hbar^3} (2me)^{3/2} [\varphi(r) - \varphi_0]^{3/2} \quad (132.4)$$

Atomda elektrik yükünün paylanması xarakterindən görünür ki, müsbət kəmiyyət olan  $\varphi(r)$  potensialı  $r$  artdıqca azalmalı və atomun sərhəddində sıfıra bərabər olmalıdır. Deməli, atomun sərhəddini təyin edən məsafə  $R$  olsa,  $\varphi(R) = 0$  şərti ödənməlidir. Atomun sərhəddində elektronların sıxlığı da sıfıra bərabər olur. Bu mülahizələrdən görünür ki, (132.4) ifadəsindəki  $\varphi_0$  sabiti yalnız sıfıra bərabər ola bilər:  $\varphi_0 = 0$ . Beləliklə, (132.4)

ifadəsi aşağıdakı şəkllə düşür:

$$n(r) = \frac{1}{3\pi^2 \hbar^3} (2me)^{3/2} [\varphi(r)]^{3/2} \quad (132.5)$$

$n(r)$  kəmiyyətini  $-e-yə$  vuraraq atomun daxilində yükün  $\rho$  orta sıxlığını alırıq:  $\rho(r) = -en(r)$ . Məlumdur ki,  $\varphi(r)$  potensialı ilə yükün  $\rho$  sıxlığı arasındakı əlaqə Puasson tənliyi ilə verilir:

$$\nabla^2 \varphi = -4\pi\rho \quad (132.6)$$

Burada  $\nabla^2$  –sferik koordinatlarda Laplas operatorudur (E76).  $\varphi$  potensialı yalnız  $r$ -dən asılı olduqda

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\varphi}{dr} \right) \quad (132.7)$$

(132.5) və (132.7)-ni də nəzərə alsaq

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\varphi}{dr} \right) = \frac{4e}{3\pi\hbar^3} (2me)^{3/2} \varphi^{3/2} \quad (132.8)$$

tənliyi alınır. Aydındır ki, (132.8)-i aşağıdakı kimi də yazmaq olar:

$$\frac{1}{r} \frac{d^2(r\varphi)}{dr^2} = \frac{4e}{3\pi\hbar^3} (2me)^{3/2} \varphi^{3/2} \quad (132.9)$$

(132.8) və ya (132.9) ifadəsi Tomas-Fermi tənliyi adlanır. Bu tənliyin həlli  $z$  sıra nömrəsi böyük olan atomların daxilində  $\varphi(r)$  potensialının paylanması xarakterizə edir.

(132.8) tənliyini həll etmək üçün əlavə olaraq sərhəd şərtlərindən istifadə edilməlidir. Əvvəlcə neytral atomlar üçün bu tənliyin həll edilməsi qaydasına baxaq. Sərhəd şərtlərindən biri ondan ibarətdir ki,  $r \rightarrow 0$  olduqda, yəni nüvənin yaxınlığında nüvənin yükü elektronlar tərəfindən ekranlanmadığı üçün sahə sıfır Kulon sahəsi olmalıdır. Başqa sözlə,  $r \rightarrow 0$  olduqda  $\varphi(r)$  potensialı nüvənin Kulon sahəsinin potensialı kimi götürülməlidir:

$$\varphi(r) \rightarrow \frac{ze}{r}, \quad r \rightarrow 0. \quad (132.10)$$

İkinci sərhəd şərti isə ondan ibarətdir ki,  $r \rightarrow \infty$  olduqda  $\varphi(r) \rightarrow 0$  və  $\varphi'(r) = d\varphi/dr \rightarrow 0$  olmalıdır, yəni atomun sərhəddində və atomdan kənarında potensial sıfır bərabər olmalıdır. Beləliklə, atomun sərhəddində

$$\varphi(R) = 0, \quad \left. \frac{d\varphi}{dr} \right|_{r=R} = \varphi'(R) = 0 \quad (132.11)$$

şərti ödənməlidir.

(132.8) tənliyini

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr} = c\varphi^{3/2} \quad (132.12)$$

kimi yazaq.  $r=R$  olduqda (132.11) şərtinin ödəndiyini (132.12)-də nəzərə alsaq, həm də  $\varphi''(R) = 0$  olar. (132.12) tənliyini  $r$  üzrə diferensiallayaraq



$$\frac{d^3\varphi}{dr^3} + \frac{2}{r} \frac{d^2\varphi}{dr^2} - \frac{2}{r^2} \frac{d\varphi}{dr} = c \cdot \frac{3}{2} \varphi^{1/2} \cdot \frac{d\varphi}{dr} \quad (132.13)$$

tənliyini yaza bilərik. Burada  $\varphi(R)=\varphi'(R)=\varphi''(R)=0$  olduğunu nəzərə alsaq,  $\varphi'''(R)=0$  olduğunu görürük və s. Deməli, belə nəticəyə gəlirik ki,  $r=R$  olduqda, yəni atomun sərhəddində həm  $\varphi$  potensialı, həm də onun bütün törəmələri sıfıra bərabərdir.

Funksiyanın özünün və onun bütün törəmələrinin sonsuz uzaq olmayan müəyyən nöqtədə sıfıra bərabər olması yalnız o zaman mümkündür ki, funksiya eynilik kimi sıfıra bərabər olsun. Deməli, (132.8) Tomas-Fermi tənliyinin (132.11) sərhəd şərti daxilində sıfırdan fərqli həlli yalnız  $R=\infty$  olduqda alınır. Beləliklə, Tomas-Fermi tənliyinə görə neytral atomun radiusu sonsuz böyükdür.

Atomun daxilində orta elektron yükü sferik simmetrik paylandığına görə nüvədən  $r$  məsafədə potensial

$$\varphi(r) = \frac{ze - q(r)}{r} \quad (132.14)$$

kimi təyin olunur. Burada  $-q(r)-r$  radiuslu sferanın daxilində yerləşən tam elektron yüküdür. Aydındır ki,  $r \rightarrow 0$  olduqda  $-q(r)$  kəmiyyəti  $-ze$ -yə yaxınlaşacaqdır. Deməli,  $\varphi(r)$  funksiyası  $\frac{1}{r}$ -ə nisbətən sıfıra daha sürətlə yaxınlaşır, yəni

$$r\varphi(r) \rightarrow 0, \quad r \rightarrow \infty \quad (132.15)$$

şərti ödənilir. Deməli, (132.8) tənliyi (132.10) və (132.15) sərhəd şərtlərini ödəməlidir.

(132.9) Tomas-Fermi tənliyinin (132.10) və (132.15) sərhəd şərtlərini ödəyən həllərini tapmaq üçün bu tənlikdə  $\varphi(r)$  və  $r$  kəmiyyətlərinin əvəzinə aşağıdakı kimi təyin olunan  $\chi$  və  $x$  adsız kəmiyyətlərinə keçmək əlverişlidir:

$$\chi = \frac{r\varphi}{ze}, \quad x = \frac{r}{d}. \quad (132.16)$$

Burada,  $d$ -uzunluq vahidi ilə ölçülən sabitdir. (132.16) ifadələrindən istifadə etdikdə (132.9) tənliyinin əvəzinə  $\chi$  üçün aşağıdakı tənliyi alırıq

$$\frac{d^2\chi}{dx^2} = \frac{4e^3(2m)^{3/2} z^{1/2} d^{3/2}}{3\pi\hbar^3} \cdot \frac{\chi^{3/2}}{\sqrt{x}}. \quad (132.17)$$

Burada  $d$ -ni elə seçək ki, sağ tərəfdəki əmsal 1-ə bərabər olsun. Bu şərtin ödənməsi üçün

$$d = \frac{1}{2} \left( \frac{9\pi^2}{16} \right)^{1/3} \frac{\hbar^2}{me^2} \cdot \frac{1}{z^{1/3}} = 0,885 \frac{a_0}{z^{1/3}} \quad (132.18)$$

olmalıdır. Burada  $a_0$ -birinci Bor orbitinin radiusudur. Beləliklə, (132.18)-i nəzərə almaqla (132.16) kimi təyin olunan  $\chi$  və  $x$  adsız kəmiyyətləri vasitəsilə Tomas-Fermi tənliyi

$$\sqrt{x} \frac{d^2\chi}{dx^2} = \chi^{3/2} \quad (132.19)$$

şəklinə düşür.

(132.16)-dan görünür ki,  $r \rightarrow 0$  olduqda  $x \rightarrow 0$  olur. Ona görə də (13.16) əvəzləmələri etdikdə (132.10) və (132.15) sərhəd şərtləri aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\begin{aligned} \chi \rightarrow 1, x \rightarrow 0 \\ \chi \rightarrow 0, x \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (132.20)$$

(132.19) tənliyinin (132.20) sərhəd şərtlərini ödəyən sadə analitik formaya malik olan həlli təəssüf ki, tapılmamışdır. Ona görə də həmin tənliyi həmin sərhəd şərtləri daxilində ədədi hesablama metodları vasitəsilə həll edirlər. Qeyd edək ki,  $x$ -in kiçik və böyük qiymətləri üçün həllin asimptotik ifadələrini tapmaq mümkün olmuşdur.

Müəyyən edilmişdir ki,  $x$ -in kiçik qiymətlərində  $\chi(x)$  funksiyası

$$\chi(x) = 1 - 1,588x + \frac{4}{3}x^{3/2} + \dots \quad (132.21)$$

sırası kimi təyin oluna bilər.  $x$ -in böyük qiymətlərində isə ( $x > 10$ )  $\chi(x)$  funksiyası

$$\chi(x) = \left[ 1 + \left( \frac{x}{144} \right)^{\lambda/3} \right]^{3/\lambda}, \quad \lambda = 0,772 \quad (132.22)$$

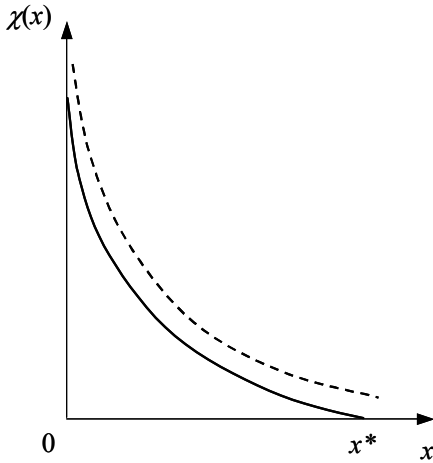
analitik ifadəsi şəklində göstərilə bilər.

Yuxarıda qeyd olunduğu kimi, Tomas-Fermi metodu Xartri-Fok metoduna (E135) nisbətən daha çox təqribidir. Belə ki, Tomas-Fermi metodu atomların fərdi xüsusiyyətlərini nəzərə ala bilmir, atomlarda elektron təbəqələrinin quruluşunu müəyyən etmir və atomla nisbətən zəif əlaqədə olan valent elektronlarının sıxlığının paylanmasını yaxşı əks etdirmir. Lakin Tomas-Fermi metodunun üstün cəhəti onun riyazi baxımdan nisbətən sadə olmasındadır. Bundan başqa, həmin metod çoxlu sayda hissəciklərdən təşkil olunmuş digər sistemlərə – atom nüvələrinə, molekullara və kristallara da müvəffəqiyyətlə tətbiq oluna bilər. Bir məsələni də qeyd edək ki, (132.19) tənliyi universal xarakter daşıyır, yəni atomun  $z$  sıra nömrəsindən asılı deyildir. Ona görə də Tomas-Fermi tənliyinin ədədi inteqrallanmasından alınan nəticədən,  $z$ -dən asılı olan miqyası dəyişməklə, istənilən ağır atom üçün istifadə etmək olar.

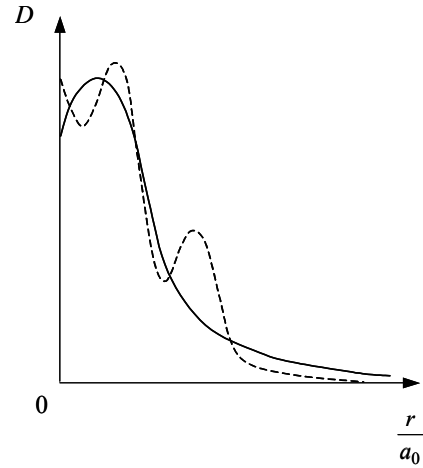
132.1 cədvəlində (132.19) Tomas-Fermi tənliyinin ədədi inteqrallama metodu ilə həllindən tapılmış  $\chi(x)$  universal funksiyasının qiymətləri verilmişdir.

132.1 şəklində atom üçün  $\chi(x)$  funksiyasının qrafiki qırıq xətlə göstərilmişdir.  $x \rightarrow \infty$  olduqda  $\chi(x)$  funksiyası asimptotik olaraq sıfıra yaxınlaşdığından, potensial və onunla birlikdə elektron sıxlığı heç yerdə sıfıra bərabər olmur /bax: (132.16) və (132.5)/. Bu isə o deməkdir ki, baxılan yaxınlaşmada atomun radiusunun sonlu qiymətini tapmaq olmaz.

132.2 şəklində arqon atomu üçün  $D = 4\pi^2 \rho(r)$  radial elektron sıxlığının Tomas-Fermi metoduna görə qrafiki (bütöv xətt) Xartri-Fok metoduna əsasən qurulmuş qrafiklə (qırıq xətt) müqayisə olunur. Bu qrafiklər Tomas-Fermi metodunun yaxşı cəhətlərini və çatışmazlıqlarını əyani şəkildə təsvir edir. Göründüyü kimi, bu metod atom daxilində elektron sıxlığının məsafədən asılılığının bütün incəliklərini təsvir etmirsə də, bu asılılığın ümumi gedişini kifayət qədər dəqiq müəyyən etməyə imkan verir.



Шякил



Шякил

Atomun nüvədən uzaqda yerləşən xarici hissələrində elektron sıxlığı üçün Tomas-Fermi metoduna görə hesablanmış qiymətlər nisbətən böyük alınır.

Atomun periferik oblastları üçün Tomas-Fermi metodunun pis nəticələr verməsi bu metodun tətbiq oluna bilməsi şərtləri ilə əlaqədar olaraq meydana çıxır. Elektron sıxlığının nüvədən olan məsafədən asılılığının ədədi hesablanması göstərir ki, atomun tam elektron yükünün yarısı radiusu  $R \approx 1,33a_0z^{-1/3}$  olan sferanın daxilində yerləşir. Ona görə də bu  $R$  kəmiyyətini atomun keyfiyyətə effektiv radiusu hesab etmək olar. Atomun  $z$  sıra nömrəsi artdıqca bu effektiv radius kiçilir.

Cədvəl 132.1

$x$	$\chi(x)$	$X$	$\chi(x)$	$x$	$\chi(x)$
0,00	1,000	1,4	0,333	6	0,0594
0,02	0,972	1,6	0,298	7	0,0461
0,04	0,947	1,8	0,268	8	0,0366
0,06	0,924	2,0	0,243	9	0,0296
0,08	0,902	2,2	0,221	10	0,0243
0,10	0,882	2,4	0,202	11	0,0202
0,2	0,793	2,6	0,185	12	0,0171
0,3	0,721	2,8	0,170	13	0,0145
0,4	0,660	3,0	0,157	14	0,0125
0,5	0,607	3,2	0,145	15	0,0108
0,6	0,561	3,4	0,134	20	0,0058
0,7	0,521	3,6	0,125	25	0,0035
0,8	0,485	3,8	0,116	30	0,0023
0,9	0,453	4,0	0,108	40	0,0011
1,0	0,424	4,5	0,0919	50	0,00061
1,2	0,374	5,0	0,0788	60	0,00009

Atomda bütün elektronların tam enerjisi tərtibcə bir elektronun  $\frac{ze^2}{R} \sim z^{4/3} e^2$  orta

elektrostatik enerjisinin elektronların  $z$  sayına hasilindən alınan  $\frac{e^2}{a} z^{7/3}$  kəmiyyətinə

bərabərdir. Deməli, Tomas-Fermi metodu neytral atomun effektiv radiusunu və atomun tam elektron enerjisini qiymətləndirməyə imkan verir. Bütün bu orta kəmiyyətlər, həm də atomların daxili oblastlarının xassələrinə aid olan bütün kəmiyyətlər (məsələn, rentgen səviyyələrinin quruluşu) təcrübi faktlarla yaxşı uyğun gəlir. Əksinə, atomların periferik elektronlarının xassələrindən asılı olan kəmiyyətlər (məsələn, atomların ionlaşma potensialları) Tomas-Fermi metodu ilə kifayət qədər qənaətbəxş şəkildə təyin oluna bilmirlər. Bunun səbəbi isə ondan ibarətdir ki, atomun periferiyasında (kənar oblastlarında) elektron sıxlığı elə kiçikdir ki, burada elektronları cırlaşmış elektron qazı hesab etmək olmur.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, Tomas-Fermi metodunun məziyyətlərindən biri onun sadəliyidir. Buna misal olaraq, həmin metod vasitəsilə  $s-, p-, d-$  və  $f-$  təbəqələrin ilk dəfə dolmağa başladığı atomun  $z$  sıra nömrəsinin tapılmasını göstərmək olar. Bu məsələni Xartri-Fok metoduna əsasən həll etmək üçün həddən artıq və özü də çətin hesablamaların aparılması tələb olunur. Lakin 1928-ci ildə Fermi kvaziklassik təsəvvürlər əsasında  $l$  orbital kvant ədədinin müəyyən qiymətinə uyğun elektron təbəqəsinin ilk dəfə dolmağa başladığı atomun  $z$  sıra nömrəsinin necə tapılması qaydasını göstərmişdir.

Məlumdur ki, klassik mexanikada hissəciyin impuls momenti  $\vec{r}$  radius vektoru ilə  $\vec{p}$  impulsunun vektorial hasili kimi təyin olunur:  $\vec{M} = [\vec{r}\vec{p}]$ . Buradan görünür ki, impulsun radius-vektorun istiqamətinə perpendikulyar olan proyeksiyası  $p_n = p \sin \alpha$  üçün

$$p_n^2 = \frac{M^2}{r^2} \quad (132.23)$$

yazmaq olar. Aydındır ki, impulsun proyeksiyasının kvadratı  $p_n^2$  impulsun maksimal qiymətinin kvadratından ( $p_{maks}^2$ ) böyük ola bilməz. Ona görə də  $p_{maks}$  və  $r$  kəmiyyətlərinin verilmiş qiymətində  $M$  impuls momenti yalnız

$$p_{maks}^2 > \frac{M^2}{r^2} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{r^2} \quad (132.24)$$

şərtini ödəyən qiymətlər ala bilər. Kvant mexanikasında göstərilir ki, kvaziklassik yaxınlaşmada impuls momentinin kvadratı üçün

$$M^2 = \hbar^2 (l+1/2)^2 \quad (132.25)$$

götürmək lazımdır. Bu ifadə elə bil ki, impuls momentinin kvadratı üçün Bor nəzəriyyəsidəki  $M^2 = \hbar^2 l(l+1)$  ilə kvant mexanikasındakı  $M^2 = \hbar^2 l(l+1)$  ifadəsi arasında müəyyən kompromis yaradır.

(132.2) ifadəsinə əsasən  $p_{maks}^2$  kəmiyyətini elektron qazının  $\rho_0 = n(r)$  sıxlığı ilə aşağıdakı kimi ifadə etmək olar:

$$p_{maks}^2 = \hbar^2 (3\pi^2 \rho_0)^{2/3}. \quad (132.26)$$

Elektron qazının  $\rho_0 = n(r)$  sıxlığı isə (132.19) Tomas-Fermi tənliyini həll edərək, (132.16)-nı nəzərə almaqla, (132.5)-ə əsasən tapıla bilər. Ritsin variasiya metoduna (E131) əsasən

müəyyən edilmişdir ki, Tomas-Fermi tənliyinin həlli zamanı elektron qazının  $\rho_0$  sıxlığı üçün yaxşı sınaq funksiyası

$$\rho_0 = \frac{z\lambda^{3/2}}{16\pi r^{3/2}} e^{-\sqrt{\lambda}r} \quad (132.27)$$

ifadəsi ilə təyin olunur. Burada  $\lambda$ -variasiya parametri olub, ölçü vahidi  $m^{-1}$ -dir.

(132.25), (132.26), (132.27) ifadələrini (132.24) bərabərsizliyində yazsaq

$$\left(\frac{3\pi z}{16}\right)^{2/3} \frac{\lambda}{r} e^{-\frac{2}{3}\sqrt{\lambda}r} > \frac{(l+1/2)^2}{r^2} \quad (132.28)$$

olar. Burada yeni  $x=\lambda r$  adsız dəyişəninə keçsək və

$$D = \left(\frac{16}{3\pi z}\right)^{2/3} (l+1/2)^2 \quad (132.29)$$

işarə etsək

$$e^{-\frac{2}{3}\sqrt{x}} > \frac{D}{x} \quad (132.30)$$

bərabərsizliyini yaza bilərik. Göründüyü kimi, həm  $x \rightarrow 0$  ( $r \rightarrow 0$ ), həm də  $x \rightarrow \infty$  olduqda (132.30) ifadəsinin sağ tərəfi sol tərəfindən böyük olur. Ona görə də atomda elektronlar  $x$ -in  $x_1 < x < x_2$  oblastında yerləşən və (132.30) bərabərsizliyini ödəyən qiymətlərində  $l$  orbital momentinin verilmiş qiymətinə malik ola bilərlər. Burada  $x_1$  və  $x_2$

$$e^{-\frac{2}{3}\sqrt{x}} = \frac{D}{x} \quad (132.31)$$

tənliyinin kökləridir.

$l$ -in verilmiş qiymətinə uyğun halların meydana çıxması şərti isə  $x_1$  və  $x_2$  köklərinin bir-birinə bərabər olmasından ibarətdir:

$$x_1 = x_2.$$

Bu halda funksiyaların yalnız özləri deyil, həm də onların birinci tərtib törəmələri də bir-birinə bərabər olmalıdır, yəni (132.31) ilə yanaşı

$$\frac{1}{3\sqrt{x}} e^{-\frac{2}{3}\sqrt{x}} = \frac{D}{x^2} \quad (132.32)$$

bərabərliyi də ödənməlidir. Göründüyü kimi, (132.31) və (132.32) bərabərliklərinin ödənməsi üçün

$$\sqrt{x} = 3$$

və ya

$$D = 9e^{-2}$$

olmalıdır.  $D$  üçün (132.29) ifadəsini burada yazaraq  $l$ -in verilmiş qiymətinə uyğun elektronların ilk dəfə meydana çıxdığı atomun  $z$  sıra nömrəsini tapırıq:

$$z = \frac{2e^3}{81\pi} (2l+1)^3 = 0,158(2l+1)^3 \quad (132.33)$$

Burada  $e=2,718\dots$  natural loqarifmin əsasıdır. Tomas-Fermi tənliyinin ədədi inteqrallama metodu ilə həllindən istifadə edərək analogi hesablamada apardıqda (132.33)-də əmsal 0,155 olur. Bu fakt bir daha göstərir ki, atomda elektron qazının sıxlığı üçün (132.27) ifadəsi Tomas-Fermi tənliyinin ədədi həllindən alınan sıxlığa yaxşı adekvatdır.

İndi isə  $s$ -,  $p$ -,  $d$ -,  $f$ -təbəqələrin ilk dəfə dolmağa başladığı atomun  $z$  sıra nömrəsini (132.33) düsturuna əsasən hesablayaq. Bu hesablamaların nəticələri 132.2 cədvəlində verilmişdir. Bu cədvəlin birinci sətirində  $z$  üçün (132.33) düsturunda əmsalı 0,155 götürməklə tapılmış kəsr qiymətlər, ikinci sətirində isə bu kəsrlərin yaxın böyük tam ədədə qədər yuvarlaqlaşdırılmış qiymətləri göstərilmişdir. Üçüncü sətirdə  $z$  üçün empirik qiymətlər və həm də uyğun kimyəvi elementin adı verilmişdir.

Cədvəl 132.2

$l$	0( $s$ )	1( $p$ )	2( $d$ )	3( $f$ )
Tomas-Fermi metoduna görə $z$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,15 \\ 1 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 4,2 \\ 5 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 19,4 \\ 20 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 53,2 \\ 54 \end{array} \right.$
$z$ -in empirik qiyməti	1(H)	5(B)	21(Sc)	58(Ce)

132.2 cədvəlindən görünür ki, Tomas-Fermi metodundan alınmış nəzəri qiymətlər təcrübi faktlarla yaxşı uyğun gəlir. Yeri gəlmişkən qeyd edək ki, (132.33) düsturunda əmsalı 0,17 götürdükdə (E109) bu uyğunluq daha dəqiq olur.

Məlumdur ki, yüngül elementlərdə ( $z=1,2,3,4$ ) yalnız  $s$ -təbəqələr dolur.  $p$ -təbəqənin dolması bor atomundan ( $z=5$ ) başlayır ki, bu da nəzəri qiymətə tam uyğun gəlir. 132.2 cədvəlindən görünür ki, statistik modelin (Tomas-Fermi metodunun) kobud yaxınlaşma olmasına baxmayaraq,  $3d$ -təbəqənin dolması, gözlənilmədiyi kimi, kalium atomundan ( $z=19$ ) deyil, ləngiyərək,  $4s$ -təbəqə dolduqdan sonra, skandium ( $z=21$ ) atomundan başlayır. Tomas-Fermi modelinə əsasən, eynilə buna oxşar olaraq, Ag ( $z=47$ ) atomunda dolmağa başlamalı olan  $4f$ -təbəqənin dolmasının "ləngiməsi", də izah olunur. Belə ki, təcrübi fakta uyğun olaraq, nəzəriyyədən alınan nəticəyə görə  $4f$ -təbəqənin dolması serium ( $z=58$ ) atomunda başlamalı və lantanidlər qrupu yaranmalıdır. (132.33) düsturundan görünür ki,  $l=4$  qiymətinə uyğun olan  $5g$  təbəqəsi ilk dəfə sıra nömrəsi  $z=124$  olan atomda dolmağa başlamalıdır.

Beləliklə, Tomas-Fermi metodu atomlarda elektron təbəqələrinin dolması ardıcılığının tam inamlı izahını verir.

Tomas-Fermi metodunun mühüm tətbiqlərindən biri bu metod vasitəsilə müsbət ionların xassələrinin öyrənilməsidir. Müsbət ionlarda nüvənin yükü elektronların yükündən çox olduğu üçün atomun elektron təbəqəsi sıxılmış olur və elektron qazının sıxlığı elə sürətlə azalır ki, atomun elektron örtüyü üçün sonlu  $R^*$  radiusu daxil etmək mümkün olur. İndən kənarında, yəni  $r > R^*$  olduqda elektrik sahəsinin potensialı

$$\varphi = \frac{ez(1-\sigma)}{r}, \quad r > R^* \quad (132.34)$$

kimi təyin oluna bilər. Burada  $\sigma$ -ionlaşma dərəcəsidir və  $\sigma = (|təbəqənin yükü|/nüvənin$

yükü) kimi təyin olunur.  $r=R^*$  olduqda potensial

$$\varphi_0 = \frac{ez(1-\sigma)}{R^*} \quad (132.35)$$

kimi təyin olunur. Buna uyğun olaraq da, ionun səthində elektronun enerjisi  $e\varphi_0$ -a bərabər olur.

Neytral atomda elektronun əlaqəli (rabitəli) olması şərti onun tam enerjisinin  $E \leq 0$  olmasıdır. Müsbət ion üçün isə bu şərt

$$E = \frac{p^2}{2m} + e\varphi \leq e\varphi_0 \quad (132.36)$$

ilə əvəz olunur. Buradan

$$p_{maks} = \sqrt{2me}(\varphi_0 - \varphi)^{1/2} \quad (132.37)$$

və müsbət ion üçün (132.9) Tomas-Fermi tənliyi

$$\frac{1}{r} \frac{d^2(r\varphi)}{dr^2} = \frac{4e(2me)^{1/2}}{3\pi\hbar^3} (\varphi_0 - \varphi)^{3/2} \quad (132.38)$$

kimi olur. Qeyd edək ki, bu tənlik də, ionun səthində  $\varphi = \varphi_0$  sərhəd şərtini və (132.10) şərtini nəzərə almaqla, ədədi integrallama metodu ilə həll olunmuşdur.

Tomas-Fermi metodunun tətbiq olunma sərhəddi kvaziklassik yaxınlaşmanın tətbiq olunma sərhəddi ilə əsaslı şəkildə əlaqədardır. Məlumdur ki, kvaziklassik yaxınlaşmanın tətbiq olunması üçün əsas şərt

$$\frac{d\lambda}{dx} \ll 1 \quad (132.39)$$

kimidir, yəni de-Broyl dalğasının uzunluğunun fəzada nöqtədən-nöqtəyə keçdikcə kifayət qədər ləng dəyişməsidir (de-Broyl dalğasının uzunluğunun kifayət qədər kiçik olmasıdır). Bu şərti belə də demək olar ki, kvaziklassik yaxınlaşmanı tətbiq etmək üçün de-Broyl dalğasının uzunluğu boyunca  $k = \frac{1}{\lambda}$  dalğa ədədinin nisbi dəyişməsi vahid nisbətən kiçik olmalıdır:

$$\lambda \cdot \frac{1}{k} \left| \frac{dk}{dx} \right| \ll 1. \quad (132.40)$$

Hissəcik  $u(x)$  potensial sahəsində hərəkət etdikdə dalğa ədədini

$$k = \frac{p}{\hbar} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - u)} \quad (132.41)$$

düsturuna əsasən  $u$  potensial enerjisi ilə ifadə etmək və (132.39) şərtini

$$\left| \frac{m\hbar}{p^3} \frac{du}{dx} \right| \ll 1 \quad (132.42)$$

və ya

$$\frac{m}{\hbar^2} \lambda^3 \left| \frac{du}{dx} \right| \ll 1 \quad (132.43)$$

kimi yazmaq əlverişlidir. (132.42)-də

$$u = e\varphi = \frac{ze^2}{r}, \quad p \approx p_{maks} = \sqrt{2me\varphi} = \sqrt{2m \cdot \frac{ze^2}{r}}$$

yazaraq Tomas-Fermi metodunun tətbiq edilə bilməsi meyarı üçün

$$r \gg \frac{\hbar}{me^2 z} \sim \frac{a_0}{z} \quad (132.44)$$

şərtini alırıq.  $r \sim a_0$  kimi böyük məsafələrdə kvaziklassik yaxınlaşma yenə də tətbiq oluna bilmir. Beləliklə, Tomas-Fermi metodu

$$\frac{a_0}{z} \ll r \ll a_0 \quad (132.45)$$

intervalında olan  $r$  üçün tətbiq edilə bilər.

Qeyd edək ki, Tomas-Fermi metodunun digər tətbiqləri də vardır. Belə ki, bu metod ekranlaşdırıcı elektron laylarının sürətli elektronların atomlardan səpilməsinə, tormoz şüalanmasına, elektron-pozitron cütünün yaranmasına və s. təsirini nəzərə almağa imkan verir.

### Ə133. Xartri metodu

Çoxelektronlu atomlar üçün Şredinger tənliyini həll etmək üçün Xartri digər metodlara nisbətən daha dəqiq hesab edilə bilən metod təklif etmişdir və bu metod sonradan Fok tərəfindən təkmilləşdirilmişdir. Xartri metodunun əsas ideyası ondan ibarətdir ki, atomda hər bir elektron nüvənin və bütün digər elektronların yaratdığı "öz-özünə qərarlaşmış" sahə adlanan müəyyən effektiv sahədə başqa elektronlardan asılı olmayaraq hərəkət edir. Elektronların bir-birindən asılı olmayaraq hərəkət etməsi belə mənada başa düşülməlidir ki, hər bir elektron özünün  $\psi_\mu(\vec{r}_\mu)$  dalğa funksiyası ilə təsvir olunur. Xartri metodunda məhz hər bir elektron üçün bu  $\psi_\mu(\vec{r}_\mu)$  funksiyasını prinsipə tapmağa imkan verən tənlik alınır.

Məlumdur ki, spin-orbital qarşılıqlı təsirini və digər relyativistik effektləri nəzərə almadıqda  $N$ -elektronlu atom üçün Şredinger tənliyi (105.2) şəklində və ya aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\left[ \sum_{\mu} \hat{H}_{\mu} + \frac{1}{2} \sum_{\mu \neq \nu} \hat{H}_{\mu\nu} \right] \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) = E \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) \quad (133.1)$$

Burada

$$\hat{H}_{\mu} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\mu}^2 - \frac{ze^2}{r_{\mu}}, \quad (133.2)$$



$$\hat{H}_{\mu\nu} = \frac{e^2}{r_{\mu\nu}} \quad (133.3)$$

işarə edilmişdir.

(133.1) tənliyini Xartri variasiya metoduna (E131) əsasən həll etməyə çalışmışdır. Atomda elektronlar bir-birindən asılı olmayaraq hərəkət etdikləri üçün sınaq funksiyasını  $\psi_{\mu}(\vec{r}_{\mu})$  dalğa funksiyalarının hasili şəklində götürmüşdür.

$$\psi_{\text{cəmiyyət}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) = \psi_1(\vec{r}_1)\psi_2(\vec{r}_2)\dots\psi_N(\vec{r}_N) \quad (133.4)$$

(133.4)-ü (131.7)-də yazsaq və  $\psi_{\mu}(\vec{r}_{\mu})$  funksiyalarının ortonormal sistem təşkil etdiyini nəzərə alsaq

$$\begin{aligned} E &= \int \psi_1^*(\vec{r}_1)\dots\psi_N^*(\vec{r}_N) \left[ \sum_{\mu} \hat{H}_{\mu} + \frac{1}{2} \sum_{\mu \neq \nu} \hat{H}_{\mu\nu} \right] \cdot \\ &\cdot \psi_1(\vec{r}_1)\dots\psi_N(\vec{r}_N) dV_1\dots dV_N = \\ &= \sum_{\mu} \int \psi_1^*\psi_1 dV_1\dots \int \psi_{\mu}^* \hat{H}_{\mu} \psi_{\mu} dV_{\mu} \dots \int \psi_N^* \psi_N dV_N + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{\mu \neq \nu} \int \psi_1^*\psi_1 dV_1\dots \int \psi_{\mu}^* \psi_{\nu}^* \hat{H}_{\mu\nu} \psi_{\mu} \psi_{\nu} dV_{\mu} dV_{\nu} \dots \int \psi_N^* \psi_N dV_N = \\ &= \sum_{\mu} \int \psi_{\mu}^* \hat{H}_{\mu} \psi_{\mu} dV_{\mu} + \frac{1}{2} \sum_{\mu \neq \nu} \int \psi_{\mu}^* \psi_{\nu}^* \hat{H}_{\mu\nu} \psi_{\mu} \psi_{\nu} dV_{\mu} dV_{\nu} \end{aligned} \quad (133.5)$$

olar. Yalnız  $\psi_{\text{cəmiyyət}}^*$  funksiyasını variasiyalamaq şərti ilə /bax: (131.21)/ (133.5) ifadəsinin variasiyasını tapaq:

$$\begin{aligned} \delta E &= \sum_{\mu} \int \delta \psi_{\mu}^* \hat{H}_{\mu} \psi_{\mu} dV_{\mu} + \frac{1}{2} \sum_{\mu \neq \nu} \left[ \int \delta \psi_{\mu}^* \psi_{\nu}^* \hat{H}_{\mu\nu} \psi_{\mu} \psi_{\nu} dV_{\mu} dV_{\nu} + \right. \\ &\left. + \int \psi_{\mu}^* \delta \psi_{\nu}^* \hat{H}_{\mu\nu} \psi_{\mu} \psi_{\nu} dV_{\mu} dV_{\nu} \right] \end{aligned} \quad (133.6)$$

Burada kvadrat mütərizədəki ikinci inteqralda  $\mu$  və  $\nu$  indekslərinin yerini dəyişsək və  $\hat{H}_{\nu\mu} = \hat{H}_{\mu\nu}$  olduğunu nəzərə alsaq, o, birinci inteqrala bərabər olar. Deməli,

$$\begin{aligned} \delta E &= \sum_{\mu} \int \delta \psi_{\mu}^* \hat{H}_{\mu} \psi_{\mu} dV_{\mu} + \sum_{\mu \neq \nu} \int \delta \psi_{\mu}^* \psi_{\nu}^* \hat{H}_{\mu\nu} \psi_{\mu} \psi_{\nu} dV_{\mu} dV_{\nu} = \\ &= \sum_{\mu} \int \delta \psi_{\mu}^* \left[ \hat{H}_{\mu} + \sum_{\substack{\nu \\ \nu \neq \mu}} \int \psi_{\nu}^* \hat{H}_{\mu\nu} \psi_{\nu} dV_{\nu} \right] \psi_{\mu} dV_{\mu}. \end{aligned} \quad (133.7)$$

$\psi_{\mu}$  funksiyalarının hər biri  $\int \psi_{\mu}^* \psi_{\mu} dV_{\mu} = 1$  normallıq şərtini ödəyir. Bu ifadədə  $\psi_{\mu}^*$  funksiyasını variasiyalasaq

$$\int \delta \psi_{\mu}^* \psi_{\mu} dV_{\mu} = 0, \quad \mu=1,2,\dots,N \quad (133.8)$$

olar.  $E$  kəmiyyətinin minimumunu tapmaq üçün (133.8) ifadələrindən hər birini  $-E_\mu$  qeyri-müəyyən Lagranj vuruğuna vuraraq alınan bütün hasiləri (133.7) ilə topladıqdan sonra alınan ifadəni sıfıra bərabər edək:

$$\sum_{\mu} \int \delta \psi_{\mu}^* \left[ \hat{H}_{\mu} + \sum_{\nu \neq \mu} \int \psi_{\nu}^* \hat{H}_{\mu\nu} \psi_{\nu} dV_{\nu} - E_{\mu} \right] \psi_{\mu} dV_{\mu} = 0 \quad (133.9)$$

Bütün  $\delta \psi_{\mu}^*$  variasiyaları bir-birindən asılı olmadığından, (133.9) bərabərliyinin ödənməsi üçün bu variasiyaların əmsalları sıfıra bərabər olmalıdır:

$$\left[ \hat{H}_{\mu} + \sum_{\nu \neq \mu} \int \psi_{\nu}^* \hat{H}_{\mu\nu} \psi_{\nu} dV_{\nu} - E_{\mu} \right] \psi_{\mu} = 0 \quad (133.10)$$

Beləliklə, (133.2) və (133.3)-ü (133.10)-da yazaraq aşağıdakı tənliklər sistemini alırıq:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\mu}^2 - \frac{ze^2}{r_{\mu}} + \sum_{\nu \neq \mu} \int |\psi_{\nu}(\vec{r}_{\nu})|^2 \frac{e^2}{r_{\mu\nu}} dV_{\nu} \right] \psi_{\mu}(\vec{r}_{\mu}) = E_{\mu} \psi_{\mu}(\vec{r}_{\mu}), \quad (133.11)$$

$(\mu = \overline{1, N}).$

Xarri tənlikləri adlanan (133.11) ifadəsi  $N$  sayda tənlikdən ibarət olan qeyri-xətti integro-diferensial tənliklər sistemidir və bu sistem  $N$  sayda naməlum  $\psi_{\mu}(\vec{r}_{\mu})$  funksiyalarını tapmağa prinsipə imkan verir. Lakin (133.11) tənliklərini bilavasitə həll etmək mümkün deyildir və bu məqsədlə ardıcıl yaxınlaşma (sınaq və xəta) metodundan istifadə edilir. Bu metodun mahiyyəti aşağıdakıdan ibarətdir.

Sıfıncı yaxınlaşma olaraq  $\psi_{\nu}(\vec{r}_{\nu})$  funksiyalarının əvəzinə hidrogenəbənzər atomun  $\psi_{\nu}^{(0)}(\vec{r}_{\nu})$  dalğa funksiyaları götürülür və onların vasitəsilə

$$u_{\mu}^{(0)}(\vec{r}_{\mu}) = \sum_{\nu \neq \mu} \int |\psi_{\nu}^{(0)}|^2 \frac{e^2}{r_{\mu\nu}} dV_{\nu} \quad (133.12)$$

ifadəsi hesablanır. Bu ifadəni (133.11)-də yazaraq  $\psi_{\mu}$  funksiyalarını və  $E_{\mu}$  enerjisini birinci yaxınlaşmada tapmaq üçün bir-birindən asılı olmayan aşağıdakı iki tərtibli diferensial tənliklər sistemi alınır:

$$\left[ \hat{H}_{\mu} + u_{\mu}^{(0)}(\vec{r}_{\mu}) \right] \psi_{\mu}^{(1)} = E_{\mu}^{(1)} \psi_{\mu}^{(1)}. \quad (133.13)$$

Bu tənliklər sistemini həll edərək tapılmış  $\psi_{\mu}^{(1)}$  funksiyaları vasitəsilə

$$u_{\mu}^{(1)}(\vec{r}_{\mu}) = \sum_{\nu \neq \mu} \int |\psi_{\nu}^{(1)}|^2 \frac{e^2}{r_{\mu\nu}} dV_{\nu} \quad (133.14)$$

ifadəsi hesablanır və sonra

$$\left[ \hat{H}_\mu + u_\mu^{(1)}(\vec{r}_\mu) \right] \psi_\mu^{(2)} = E_\mu^{(2)} \psi_\mu^{(2)} \quad (133.15)$$

tənliklər sistemi həll edilir və s. Bu proses əvvəlki yaxınlaşmada tapılmış  $\psi_\mu$  funksiyaları ilə praktik olaraq üst-üstə düşən funksiyalar verən yaxınlaşmaya qədər davam etdirilir. Bu funksiyalar vasitəsilə hesablanmış

$$\varphi_k(\vec{r}_k) = \sum_{v(v \neq k)} \int |\psi_v|^2 \frac{e}{r_{\mu k}} dV \quad (133.16)$$

potensialına malik olan sahə öz-özüə qərarlaşmış sahə adlanır.

Atomlar üçün hesablamalar apararkən  $u_\mu(\vec{r}_\mu)$  ifadəsini  $\vec{r}_\mu$  radius-vektorunun istiqamətləri üzrə ortalayaraq  $u_\mu(\vec{r}_\mu)$  funksiyasını  $u_\mu(r_\mu)$  sferik-simmetrik funksiyasına çevirirlər. Bu isə (133.13), (133.15) və s. tənliklərinin həlləri olan dalğa funksiyalarını yalnız  $r_\mu$ -dən asılı olan funksiya ilə sferik funksiyaların hasili şəklində göstərməyə imkan verir.

Sıfıncı yaxınlaşmada bielektronlu dalğa funksiyaları atomun baxılan halının elektron konfigurasiyası nəzərə alınmaqla seçilir. Atomun əsas və həyəcanlanmış hallarının elektron konfigurasiyası eyni olmadığından, təbii ki, öz-özüə qərarlaşmış sahə və atomun enerjisi də eyni olmayacaqdır.

Variasiya prinsipinə əsasən atomun enerjisi (133.5) ifadəsinin minimum qiymətinə bərabər olmalıdır. Atomun enerjisinin bu minimum qiymətini almaq üçün isə (133.5) ifadəsində  $\psi_\mu$  funksiyalarının yerinə (133.11) tənliyinin həllindən alınan funksiyaları yazmaq lazımdır. (133.5) ifadəsini aşağıdakı kimi yazsaq:

$$\begin{aligned} E &= \sum_\mu \int \psi_\mu^* \hat{H}_\mu \psi_\mu dV_\mu + \sum_{\mu \neq \nu} \int \psi_\mu^* \psi_\nu^* \hat{H}_{\mu\nu} \psi_\mu \psi_\nu dV_\mu dV_\nu - \\ &- \frac{1}{2} \sum_{\mu \neq \nu} \int \psi_\mu^* \psi_\nu^* \hat{H}_{\mu\nu} \psi_\mu \psi_\nu dV_\mu dV_\nu = \\ &= \sum_\mu \int \psi_\mu^* \left[ \hat{H}_\mu + \sum_{v(v \neq \mu)} \int \psi_v^* \hat{H}_{\mu v} \psi_v dV_v \right] \psi_\mu dV_\mu - \\ &- \frac{1}{2} \sum_{\mu \neq \nu} \int \psi_\mu^* \psi_\nu^* \hat{H}_{\mu\nu} \psi_\mu \psi_\nu dV_\mu dV_\nu. \end{aligned} \quad (133.17)$$

Əgər burada (133.11) tənliyinin həlli olan funksiyaları yazsaq, birinci cəm

$$\sum_\mu \int \psi_\mu^* E_\mu \psi_\mu dV_\mu = \sum_\mu E_\mu$$

şəklinə düşür və beləliklə, atomun enerjisi üçün

$$E = \sum_\mu E_\mu - \frac{1}{2} \sum_{\mu \neq \nu} \int |\psi_\mu|^2 |\psi_\nu|^2 \frac{e^2}{r_{\mu\nu}} dV_\mu dV_\nu \quad (133.18)$$

ifadəsi alınır.

(133.18)-dən görünür ki, atomun enerjisi bielektronlu halların enerjilərinin cəmindən elektronlar arasındakı Kulon itələmə qarşılıqlı təsirinin enerjisi qədər azdır. Bu, onunla

əlaqədar ki,  $\sum_{\mu} E_{\mu}$  cəmində elektronlar arasında qarşılıqlı təsirin enerjisi iki dəfə nəzərə alınır. Məsələn,  $E_1$  enerjisinə birinci elektronun bütün digər elektronlarla, o cümlədən ikinci elektron ilə qarşılıqlı təsirinin enerjisi daxildir.  $E_2$ -yə isə ikinci elektronun bütün digər elektronlarla, o cümlədən birinci elektron ilə qarşılıqlı təsirinin enerjisi daxildir və s.

Qeyd edək ki, yuxarıda şərh olunan Xartri metodu atomun dalğa funksiyasının simmetriya xassələrini, yəni atomda iki elektronun yerinin dəyişməsinə nəzərən bu funksiyanın antisimmetrik olmasını, başqa sözlə, elektronların seçilməzliyini nəzərə almır. Məlumdur ki, atomun dalğa funksiyası birelektronlu funksiyalardan düzəldilmiş determinant şəklində (E107) götürülməlidir. Fok sınaq dalğa funksiyasını elektronların yerdəyişməsinə nəzərən simmetriyanı düzgün nəzərə alan (107.40) determinantı kimi götürərək Xartri metodunu təkmilləşdirmişdir.

### Ə134. Atomun tam elektron enerjisi

Məlumdur ki,  $N$ -elektronlu atomun halı (107.40) determinant dalğa funksiyaları ilə təsvir olunur. Bu determinantın elementləri olan  $u_{n_{\mu}}$  atom spin-orbitalları (105.24)-ə uyğun olaraq aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$u_{n_{\mu}}(x, y, z, \sigma) = u_i(x, y, z) u_{m_s}(\sigma) \quad (134.1)$$

Burada  $u_i$ -atom orbitalı (E105),  $u_{m_s}(\sigma)$ -elektronun spin funksiyasıdır (E107). Belə fərz edilir ki,  $u_i$  funksiyaları naməlumdur.  $u_i$  naməlum funksiyalarını tapmaq üçün variasiya prinsipinə əsasən

$$E = \int U^* \hat{H} U d\tau \quad (134.2)$$

inteqralının həmin funksiyalar üzrə variasiyasını bu funksiyaların

$$\int u_i^* u_j dV = \delta_{ij} \quad (134.3)$$

ortonormallıq şərtini nəzərə almaqla sıfır bərabər götürmək lazımdır. Bu şərtədən  $u_i$  funksiyalarını tapmaq üçün Xartri-Fokun qeyri-xətti inteqro-diferensial tənliklər sistemi alınır. Bundan başqa, atomların elektron spektrlərinin nəzəri öyrənilməsi zamanı determinant dalğa funksiyaları vasitəsilə müəyyən simmetrik operatorların matris elementlərini hesablamaq lazım gəlir. Bu matris elementlərini bilərək bəzi atom sabitlərini, elektrik multipol (dipol, kvadrupol və s.) momentlərini, maqnit xassələrini xarakterizə edən parametrləri və s. hesablamaq olar. Ona görə də atomun tam elektron enerjisini, şüalanma keçidlərinin ehtimalını və s. hesablamaq üçün əvvəlcə elektronların yerdəyişməsinə nəzərən simmetrik olan və bütün elektronlara təsir edən ixtiyari skalyar  $\hat{M}$  operatorunun determinant dalğa funksiyaları vasitəsilə

$$\langle M \rangle = \int U^* \hat{M} V d\tau \quad (134.4)$$

matris elementlərinin hesablanması qaydasını bilmək lazımdır. Burada  $U$  və  $V$ -(107.40) düsturuna əsasən təyin olunan determinant dalğa funksiyalarıdır:

$$U = \frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} u_{n_1}(x_1) & \cdots & u_{n_N}(x_1) \\ u_{n_1}(x_2) & \cdots & u_{n_N}(x_2) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ u_{n_1}(x_N) & \cdots & u_{n_N}(x_N) \end{vmatrix}, \quad V = \frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} v_{m_1}(x_1) & \cdots & v_{m_N}(x_1) \\ v_{m_1}(x_2) & \cdots & v_{m_N}(x_2) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ v_{m_1}(x_N) & \cdots & v_{m_N}(x_N) \end{vmatrix} \quad (134.5)$$

Determinantların məlum xassələrindən istifadə edərək  $U$  və  $V$  determinantlarını aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$U^* = \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_p \prod_{\mu=1}^N u_{n_\mu}^*(x_{p\mu}) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_p \prod_{\mu=1}^N u_{n_{p\mu}}^*(x_\mu), \quad (134.6)$$

$$V = \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_p \prod_{v=1}^N v_{m_v}(x_{pv}) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_p \prod_{v=1}^N v_{m_{pv}}(x_v). \quad (134.7)$$

(134.6) və (134.7) ifadələrində  $p$  üzrə cəm elektronların  $(x,y,z,\sigma)$  koordinatlarının və  $(nlm_l m_s)$  hallarının bir-birindən asılı olmayan bütün  $N!$  sayda yerdəyişmələri üzrə aparılır (E107). Özü də bu zaman cüt yerdəyişmələr üçün cəmin həddi "+", tək yerdəyişmələr üçün isə "-" işarəli götürülür.

(134.6) və (134.7)-ni (134.4)-də yazsaq

$$\langle M \rangle = \frac{1}{N!} \int \sum_p \prod_{\mu=1}^N u_{n_\mu}^*(x_{p\mu}) \hat{M} \sum_{Q'} \prod_{v=1}^N v_{m_v}(x_{Q'_v}) d\tau \quad (134.8)$$

olar.  $u_{n_\mu}(x_\mu)$  və  $v_{m_v}(x_v)$  bielektronlu funksiyaların hamısı üçün koordinatlar eyni cür dəyişdiyindən (134.8)-dəki inteqralların hamısında bu dəyişənlərin yerini istənilən şəkildə dəyişmək olar. Koordinatların yerinin belə dəyişmələri zamanı  $\hat{M}$  operatoru və deməli, (134.8) inteqralının qiyməti də dəyişmir. Ona görə də (134.8) ifadəsindəki cəmin hər bir həddinə  $p^{-1}$  yerdəyişməsini tətbiq edərək birinci hasildə koordinatların düzülüşünü normal ardıcılığa gətirmək olar:

$$\langle M \rangle = \frac{1}{N!} \int \sum_p \prod_{\mu=1}^N u_{n_\mu}^*(x_\mu) \hat{M} \sum_{Q'} \prod_{v=1}^N v_{m_v}(x_{Q'_v}) d\tau \quad (134.9)$$

Göstərmək olar ki, verilmiş istənilən  $p^{-1}$  üçün  $Q'=p^{-1}Q$  indeksi  $N!$  sayda bütün yerdəyişmələrə bərabərdir. Ona görə də  $Q'=p$  yazmaq olar. Bundan başqa, (134.9)-da birinci cəmdə bütün hədlər (yəni, hasillər) bir-birinə bərabər olduğundan,  $p$  üzrə cəmləmə  $\mu$  üzrə hasilin  $N!$ -a vurulmasına gətirir. Beləliklə, (134.9) ifadəsi aşağıdakı şəkllə düşür:

$$\begin{aligned} \langle M \rangle &= \int u_{n_1}^*(x_1) u_{n_2}^*(x_2) \dots u_{n_N}^*(x_N) \hat{M} \sum_p \prod_{\mu=1}^N v_{m_\mu}(x_{p_\mu}) \dots v_{m_N}(x_{p_N}) d\tau = \\ &= \int u_{n_1}^*(x_1) u_{n_2}^*(x_2) \dots u_{n_N}^*(x_N) \hat{M} \sum_p v_{m_{p_1}}(x_1) v_{m_{p_2}}(x_2) \dots v_{m_{p_N}}(x_N) d\tau. \end{aligned} \quad (134.10)$$

İndi isə ümumi şəkildə yazılmış (134.10) düsturundan istifadə edərək bəzi konkret  $\hat{M}$  operatorlarının  $\langle M \rangle$  matris elementlərinin hesablanmasına baxaq.

1)  $\hat{M} = 1$ . Bu halda (134.10) ifadəsi aşağıdakı şəkllə düşür:

Ön söz.....	3
<b>I Fəsil. Işığın dalğa və kvant təbiəti</b> .....	5
Ə1. Işığın təbiətinə aid baxışların qısa inkişaf tarixi .....	5
Ə2. İstilik şüalanması.....	10
Ə3. Cisimlərin şüalandırma və udma qabiliyyətləri. Mütləq qara cisim .....	13
Ə4. Kirxhof qanunu .....	15
Ə5. Stefan-Bolsman qanunu .....	18
Ə6. Vin qanunu.....	20
Ə7. Reley-Cins qanunu .....	28
Ə8. Mütləq qara cismin şüalanması üçün Plank düsturu .....	32
Ə9. Plank düsturunun Eynşteynə görə çıxarılışı.....	40
Ə10. Fotoeffekt .....	44
Ə11. Işıq kvantlarının mövcudluğunu təsdiq edən təcrübələr. Fotonlar.....	61
Ə12. Kompton effekti .....	67
Ə13. Işığın dalğa və foton təbiətinə əsasən Dopler effektinin izahı .....	72
Ə14. Foton nəzəriyyəsinə görə işığın qayıtması və sınıması.....	84
Ə15. Vavilov-Çerenkov şüalanması. Mühitdə Dopler effekti .....	87
Ə16. Cazibə sahəsində fotonun hərəkəti .....	97
Ə17. Işığın kimyəvi təsiri.....	99
Ə18. Işığın təzyiqi.....	105
<b>II Fəsil. Elektronun yükü və kütləsi</b> .....	110
Ə19. Elektronun kəşfi .....	110
Ə20. Elektronun yükünün Milliken üsulu ilə təyini .....	113
Ə21. Yüklü hissəciklərin eninə bircinsli elektrostatik sahədə hərəkəti .....	118
Ə22. Yüklü hissəciklərin uzununa elektrostatik sahədə hərəkəti .....	120
Ə23. Yüklü hissəciklərin bircinsli maqnit sahəsində hərəkəti.....	122
Ə24. Elektronun yükünün onun kütləsinə nisbətinin təyin edilməsi üsulları .....	127
Ə25. $\beta$ -hissəciklərin xüsusi yükünün təyini.....	134
Ə26. Elektronun kütləsinin onun sürətindən asılılığı .....	136
Ə27. İonların xüsusi yükünün təyini. Kütlə spektroqrafları .....	140
Ə28. Tsiklotron rezonansı. Elektronun effektiv kütləsi.....	145
Ə29. Elektromaqnit kütlə .....	149
<b>III Fəsil. Rentgen şüaları</b> .....	153
Ə30. Rentgen şüalarının kəşfi .....	153
Ə31. Rentgen şüalarının təbiəti.....	154
Ə32. Mozli qanunu .....	160
Ə33. Rentgen şüalarının udulması .....	162
Ə34. Rentgen şüalarının səpilməsi.....	167
Ə35. Rentgen şüalarının difraksiyası .....	172
Ə36. Rentgen şüalarının kristallarda difraksiyasının müşahidə olunması üsulları .....	177
Ə37. Rentgen şüalarının dalğa uzunluğunun və Avocado ədədinin təyini.....	185
<b>IV Fəsil. Bor-Zommerfeld nəzəriyyəsi</b> .....	190
Ə38. Atom spektrlərində qanunauyğunluqlar. Spektral seriyalar .....	190
Ə39. Təbii radioaktivlik hadisəsi .....	198
Ə40. Atom haqqında ümumi məlumat. İzotoplar.....	205
Ə41. Atom üçün Tomson modeli .....	218
Ə42. Hissəciklərin səpilməsi üçün effektiv kəşik.....	219
Ə43. Maddədən keçərkən elektronların səpilməsi.....	222
Ə44. $\alpha$ -hissəciklərin səpilməsinə dair Rezerford təcrübələri. Atomun planetar modeli .....	224
Ə45. $\alpha$ -hissəciklərin səpilməsi nəzəriyyəsi. Rezerford düsturu.....	228

Ə46. Planetar modelə görə atomun şüalanma nəzəriyyəsi .....	239
Ə47. Atomun planetar modelinin çatışmazlıqları. Bor postulatları .....	247
Ə48. Frank-Hers təcrübələri .....	251
Ə49. Rezonans şüalanması və lüminessensiya .....	261
Ə50. Spontan şüalanma .....	264
Ə51. Udulma və məcburi şüalanma. Eynşteyn əmsalları. Spektral xəttin konturu .....	267
Ə52. Məcburi şüalanmanın xassələri .....	272
Ə53. Optik kvant generatorlarının iş prinsipi .....	276
Ə54. Dairəvi orbitlərin kvantlanması .....	283
Ə55. Bor nəzəriyyəsi .....	286
Ə56. Pikerinq seriyası və hidrogenəbənzər ionların spektrləri .....	298
Ə57. Bor-Zommerfeld nəzəriyyəsi .....	302
Ə58. Uyğunluq prinsipi .....	322
Ə59. Bor nəzəriyyəsinin böhranı .....	326
<b>V Fəsil. Maddə hissəciklərinin dalğa xassələri .....</b>	<b>328</b>
Ə60. Müstəvi və sferik dalğalar .....	328
Ə61. Dalğa tənliyi .....	335
Ə62. Dalğa paketi .....	339
Ə63. Faza və qrup sürəti .....	348
Ə64. Həndəsi optika ilə klassik mexanika arasında oxşarlıq .....	359
Ə65. Lui de-Broyl hipotezi .....	365
Ə66. de-Broyl hipotezinin doğru olduğunu sübut edən təcrübələr .....	372
Ə67. Dalğa paketi və hissəcik .....	385
Ə68. de-Broyl dalğalarının və dalğa funksiyalarının statistik şərhə .....	388
Ə69. Qeyri-müəyyənlik münasibətləri .....	394
Ə70. Qeyri-müəyyənlik münasibətləri və səbəbiyyət prinsipi .....	408
<b>VI Fəsil. Şredinger tənliyi. Kvant mexanikasının riyazi aparatı .....</b>	<b>415</b>
Ə71. Şredinger tənliyi .....	415
Ə72. Şredinger tənliyinin həlli olan dalğa funksiyasının xassələri .....	422
Ə73. Xətti və özünəqoşma (ermit) operatorlar .....	432
Ə74. Delta funksiya .....	455
Ə75. Kvant mexanikasının postulatları .....	461
Ə76. Bəzi fiziki kəmiyyətlərə uyğun olan operatorlar .....	466
Ə77. Qeyri-müəyyənlik münasibətləri və fiziki kəmiyyətlərin eyni zamanda dəqiq ölçülə bilməsi şərti .....	476
<b>VII Fəsil. Kvant mexanikasının bəzi diferensial tənlikləri .....</b>	<b>490</b>
Ə78. İkinci tərtib xətti diferensial tənliklər haqqında .....	490
Ə79. Lejandar tənliyi .....	494
Ə80. Birləşmiş Lejandr tənliyi .....	499
Ə81. Laqer polinomları .....	512
Ə82. Ermit polinomları .....	518
<b>VIII Fəsil. Bəzi kvantmexaniki operatorların məxsusi funksiyaları və məxsusi qiymətləri .....</b>	<b>525</b>
Ə83. İmpuls və kinetik enerji operatorlarının məxsusi funksiyaları və məxsusi qiymətləri .....	525
Ə84. İmpuls momenti operatorlarının məxsusi funksiyaları və məxsusi qiymətləri .....	527
<b>IX Fəsil. Bir sıra sadə sistemlər üçün Şredinger tənliyinin həlli .....</b>	<b>538</b>
Ə85. Sərbəst hissəcik .....	538
Ə86. Simin rəqsləri .....	545
Ə87. Sonsuz dərin düzbucaqlı potensial çuxurda hissəciyin hərəkəti .....	549
Ə88. Bir tərəfi sonlu hündürlüyə malik olan birölçülü potensial çuxurda hissəciyin hərəkəti .....	557
Ə89. Sonlu dərinliyə malik olan potensial çuxurda hissəciyin hərəkəti .....	561
Ə90. Sonsuz enə malik olan potensial çəpərdən hissəciyin qayıtması və keçməsi .....	566
Ə91. Sonlu enə malik olan potensial çəpər .....	575
Ə92. Elektronların metaldan soyuq emissiyası. Kontakt potensiallar fərqi .....	580

Ə93. Harmonik ossilyator. Seçmə qaydaları .....	586
Ə94. Van-der-Vaals qüvvələrinin yaranmasının kvant-mexaniki izahı .....	606
Ə95. Sərt rotator. Seçmə qaydaları .....	615
<b>X Fəsil. Hidrogenəbənzər atomların kvant nəzəriyyəsi</b> .....	623
Ə96. Mərkəzi sahədə hərəkət edən hissəcik üçün Şredinger tənliyi .....	623
Ə97. Bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdə olan iki hissəcikdən ibarət sistem üçün Şredinger tənliyi .....	628
Ə98. Hidrogenəbənzər atomlar üçün Şredinger tənliyinin həlli .....	632
Ə99. Hidrogen atomunun spektral seriyaları. Seçmə qaydaları. Nüvənin hərəkətinin nəzərə alınması .....	649
Ə100. Qələvi metal atomlarının spektral seriyaları .....	654
<b>XI Fəsil. Elektronun spini</b> .....	664
Ə101. Elektronun orbital maqnit momenti .....	664
Ə102. Elektronun spinə malik olması ideyasını doğuran faktlar .....	669
Ə103. Ştern-Herlax təcrübəsi. Maqnit-mexaniki effektlər .....	675
Ə104. Spin operatorlarının məxsusi funksiyaları və məxsusi qiymətləri .....	679
<b>XII Fəsil. Çoxelektronlu atomların elektron quruluşu</b> .....	694
Ə105. Çoxelektronlu atomlar üçün mərkəzi sahə yaxınlaşması .....	694
Ə106. Atomlarda elektronların müxtəlif hallarına uyğun elektron buludları .....	701
Ə107. Eyni hissəciklərin seçilməzliyi. Pauli prinsipi .....	707
Ə108. Atomların elektron konfigurasiyaları .....	718
Ə109. Kimyəvi elementərin dövrü sisteminin izahı .....	721
Ə110. Kimyəvi elementlərin valentliyi .....	744
Ə111. Atomun ionlaşma potensialı .....	747
Ə112. Atomun elektrona hərisliyi .....	750
Ə113. Atomun elektromənfiliyi .....	752
Ə114. Atom və ion radiusları .....	753
<b>XIII Fəsil. Atomların termləri</b> .....	758
Ə115. İmpuls momentlərinin toplanması .....	758
Ə116. Elektronun tam mexaniki və tam maqnit momenti .....	764
Ə117. Atomların enerji səviyyələrinin və spektral xətlərinin incə quruluşu .....	768
Ə118. Atomun elektron konfigurasiyasının termlərə parçalanması .....	774
Ə119. Atomun tam mexaniki və tam maqnit momentləri .....	781
Ə120. Atomun elektromaqnit dalğası şüalandırması və udması üçün seçmə qaydaları .....	792
Ə121. Atomun verilmiş elektron konfigurasiyasının mümkün olan bütün termlərinin və bu termlərin dalğa funksiyalarının tapılması .....	798
Ə122. Rentgen spektrləri üçün enerji səviyyələrinin sxemi .....	809
<b>XIV Fəsil. Atom xarici maqnit və elektrik sahəsində</b> .....	817
Ə123. Larmor presessiyası .....	817
Ə124. Normal Zeyeman effekti .....	818
Ə125. Mürəkkəb Zeyeman effekti .....	829
Ə126. Maqnit rezonansı .....	838
Ə127. Ştark effekti .....	845
Ə128. Atomlarda elektronların enerji səviyyələrinin Lemb sürüşməsi .....	853
<b>XV Fəsil. Atom sistemlərinin hesablanması bəzi metodları</b> .....	859
Ə129. İki elektrondan ibarət olan sistemin dalğa funksiyası .....	859
Ə130. Helium atomu .....	862
Ə131. Variasiya metodu .....	872
Ə132. Tomas-Fermi metodu .....	878
Ə133. Xartri metodu .....	888
Ə134. Atomun tam elektron enerjisi .....	892
Ə135. Xartri-Fok metodu .....	899
Ədəbiyyat .....	906



## **MƏSİMOV E.Ə.**

Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor Məsimov Eldar Əli oğlu 1941-ci ildə Azərbaycan Respublikasının Şəmkir rayonunda müəllim ailəsində anadan olmuşdur. O, 1957-ci ildə Leninkənd orta məktəbini qızıl medalla, 1963-cü ildə isə Xarkov Dövlət Universitetinin fizika fakültəsini fərqlənmə diplomu ilə bitirmişdir.

Professor E.Ə.Məsimov 1969-cu ildə aşağı temperaturlar fizikası üzrə namizədlik, 1984-cü ildə isə biofizika üzrə doktorluq dissertasiyası müdafiə etmişdir.

Professor E.Ə.Məsimovun 200-dən artıq çap olunmuş elmi işi vardır. 0,5 monoqrafiyanın müəllifi və ali məktəb tələbələri üçün "Maddənin quruluşu" (Bakı, 1997, 325 s.) dərs vəsaitinin müəlliflərindən biridir.

Professor E.Ə.Məsimov 1970-ci ildə Bakı Dövlət Universitetinin Fizika fakültəsində "Maddə quruluşu" kafedrasının müəllimi seçilmiş və 1992-ci ildən isə həmin kafedranın müdiri vəzifəsində çalışır. Müxtəlif illərdə o, Respublika Təhsil Nazirliyində Elm idarəsinin rəisi, Azərbaycan Dövlət Universitetinin tədris işləri üzrə prorektoru, rektor əvəzi işləmiş, 1990/95 -ci illərdə XI çağırış Azərbaycan Respublikası Ali Sovetinin deputatı olmuşdur.

Professor E.Ə.Məsimov 1997-ci ildə Rusiya Pyotr Elmlər və İncəsənət akademiyasının müxbir üzvi, 2001-ci ildə isə həqiqi üzvi seçilmişdir.

Professor E.Ə.Məsimov Universitetin fizika, kimya və biologiya fakültələrində atom fizikası, maddənin quruluşu və optika kursları üzrə mühazirələr oxuyur.

## **MÜRSƏLOV T.M.**

Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor Mürsəlov Tahir Məmmədrza oğlu 1948-ci ildə Azərbaycan Respublikasının Quba rayonunda anadan olmuşdur. O, 1971-ci ildə Azərbaycan Dövlət Universitetinin fizika fakültəsini fərqlənmə diplomu ilə bitirmiş, 1978-ci ildə nəzəri və riyazi fizika üzrə namizədlik, 1993-cü ildə isə istilik fizikası və molekulyar fizika üzrə doktorluq dissertasiyası müdafiə etmişdir. T.M.Mürsəlovun çap olunmuş 170 elmi işi vardır. O, ali məktəb tələbələri üçün "Maddə quruluşu" (Bakı, 1997, 325 s.) dərs vəsaitinin müəlliflərindən biridir.

Professor T.M.Mürsəlov 1974-cü ildə Bakı Dövlət Universitetinin fizika fakültəsində kimyəvi fizika kafedrasının müəllimi seçilmişdir və 1993-cü ildən həmin kafedranın müdiri vəzifəsində çalışır.

Professor T.M.Mürsəlov BDU-nun fizika və kimya fakültələrində atom və molekulyar fizikası və kvant kimyası kursları üzrə mühazirələr oxuyur.