С.А.ҺАЧЫЈЕВ, М.Ш.МӘММӘДОВ

# АТОМ ФИЗИКАСЫ

## АЛИ МӘКТӘБЛӘР ҮЧҮН ДӘРС ВӘСАИТИ

Азәрбајчан Республикасы Тәһсил Назирлији тәрәфиндән тәсдиг едилмишдир (30 октјабр 1999-чу ил протокол N15)

Б А К Ы - 2000

УДК 539.1
Һ 33

*Елми редактор:* Республикасы Елмләр Академијасынын мүхбир үзвү проф. **С.А.ҺАЧЫЈЕВ**

*Рә'ј верәнләр:* Физика-ријазијјат елмләри доктору, професор **И.М.НӘЧӘФОВ**
Физика-ријазијјат елмләри доктору, професор **С.Г.ӘБДҮЛВАҺАБОВА**

Атом физикасы: Дәрс вәсаити. - Бакы: Бакы Университети нәшријјаты, 2000. - 306 сәһ., шәкилли.

Дәрс вәсаити али мәктәбләрдә атом физикасы курсу програмы әсасында тәртиб едилмишдир. Бу вәсаитдән техники университетләрин тәләбәләри вә мүәллимләри истифадә едә биләр; бир чох мүһәндисләр үчүн дә дәрслик микроаләмдә кедән просесләри баша дүшмәк үчүн әлверишли бир васитәдир.

$Һ \frac{1704070000-8}{658(07)-036} - 36 - 2000$

©Бакы Университети нәшријјаты, 2000

## МҮНДӘРИЧАТ

**Өн сөз** ........ **5**
**Кириш** ........ **7**

**Фәсил 1**
**Јүклү зәррәчикләрин електромагнит саһәсиндә һәрәкәти**
1.1. Електронун електромагнит саһәсиндә һәрәкәти ........ 9
1.2. Јүклү зәррәчијин електрик саһәсиндә һәрәкәти ........ 15
1.3. Јүклү зәррәчијин магнит саһәсиндә һәрәкәти ........ 18
1.4. Харичи е/м саһәсиндә јүклү зәррәчијин рәгси ........ 26
1.5. Јаваш дәјишән магнит саһәсиндә јүклү зәррәчикләрин һәрәкәти ........ 31
1.6. Електронун хүсуси јүкүнүн тә'јини ........ 38
1.7. Јүклү зәррәчикләрин монохроматикләшдирилмәси ........ 44
1.8. Електронун күтләсинин сүр'әтиндән асылылығы ........ 46
1.9. Електронун е/м күтләси ........ 51

**Фәсил 2**
**Атомун гурулушу**
2.1. Сәпилмәнин еффектив кәсији ........ 55
2.2. Електронларын атомлардан сәпилмәси ........ 59
2.3. Атомун Томсон модели ........ 62
2.4. α- зәррәчикләрин сәпилмәси нәзәријјәси ........ 64
2.5. Резерфорд дүстурунун тәчрүбәдә јохланмасы ........ 71
2.6. Атомун Резерфорд модели ........ 73
2.7. Електрон орбитләри вә Бор постулатлары ........ 76
2.8. Еластик вә гејри-еластики тоггушмалар. Франк вә Һерс тәчрүбәләри ........ 78

**Фәсил 3**
**Атом спектрләри. Һидрокен вә һидрокенәбәнзәр атомларын енержи сәвијјәләри**
3.1. Һидрокен атомунун спектриндәки ганунаујғунлуглар ........ 84
3.2. Даирәви орбитләрин квантланмасы ........ 89
3.3. Һидрокен атому вә һидрокенәбәнзәр атомлар үчүн Бор нәзәријјәси ........ 93
3.4. Нүвәнин һәрәкәтинин нәзәрә алынмасы ........ 104
3.5. Еллиптик орбитләрин квантланмасы ........ 110
3.6. Електронун магнит моменти. Лармор теореми ........ 115
3.7. Фәза квантланмасы ........ 122
3.8. Штерн-Һерлах тәчрүбәси ........ 128
3.9. Електронун спини ........ 132
3.10. Нормал Зејеман еффекти ........ 135
3.11. Нормал Зејеман еффектинин классик нәзәријјәси ........ 137

3.12. Ујғунлуг принсипи ........................................ 144
3.13. Бор нәзәријјәсинин бөһраны ........................................ 149

**Фәсил 4**
**Квант нәзәријјәсинин физики әсаслары**
4.1. Ишығын корпускулјар вә далға тәбиәтинә даир илк тәсәввүрләр ........................................ 151
4.2. Комптон еффекти ........................................ 153
4.3. Далға тәнлији ........................................ 157
4.4. Мүстәви далғаларын суперпозисијасы ........................................ 159
4.5. Далға пакети ........................................ 162
4.6. Фаза вә груп сүр'әтләри ........................................ 168
4.7. Зәррәчикләрин далға хассәләри. Де-Бројл һипотези ........................................ 170
4.8. Де-Бројл далғаларынын хассәләри ........................................ 173
4.9. Де-Бројл һипотезинин тәҹрүбәдә тәсдиги ........................................ 176
4.10. Гејри-мүәјјәнлик мүнасибәтләри ........................................ 185

**Фәсил 5**
**Квант механикасынын елементләри**
5.1. Квант механикасынын јаранмасы ........................................ 197
5.2. Шрединкер тәнлији ........................................ 199
5.3. Далға функсијасы ........................................ 203
5.4. Кәсилмәзлик тәнлији ........................................ 205
5.5. Зәррәчијин потенсиал гутуда һәрәкәти ........................................ 207
5.6. Зәррәчијин потенсиал чәпәриндән әкс олунмасы вә кечмәси ........................................ 213
5.7. Сонлу енә малик олан потенсиал чәпәр ........................................ 220
5.8. Хәтти һармоник оссилјатор ........................................ 228
5.9. Кулон саһәсиндә һәрәкәт ........................................ 234
5.10. Ики зәррәчикдән ибарәт системин Шрединкер тәнлији ........................................ 246
5.11. Паули принсипи ........................................ 251
5.12. Атомун там моменти ........................................ 254
5.13. Һунд гајдасы ........................................ 258
5.14. Ланде фактору ........................................ 262
5.15. Квант әдәдләри вә енержи сәвијјәләринин инчә гурулушу ........................................ 266
5.16. Сечмә гајдалары ........................................ 278
5.17. Гәләви атомларын спектри ........................................ 281
5.18. Елементләрин дөврү системи ........................................ 286
5.19. Аномал Зејеман еффекти ........................................ 291
5.20. Штарк еффекти ........................................ 295
5.21. Лемб сүрүшмәси ........................................ 299
5.22. Һидрокен молекулу ........................................ 304



# ӨН СӨЗ

Тәгдим едилән китаб мүәллифләрин узун мүддәт БДУ-нун физика факултәсиндә университетләр үчүн мөвҹуд олан програм үзрә охудуглары курс әсасында јазылмышдыр.

Атом физикасынын әһатә етдији мәсәләләр микроаләмә аид олдуғундан онларын дәгиг изаһы, анҹаг квант механикасы чәрчивәсиндә верилә биләр. Лакин "Атом физикасы" курсунун охундуғу доврдә тәләбәләрин квант механикасы илә таныш олмамаларыны нәзәрә алараг бир груп мәсәләләр кејфијјәтҹә изаһ едилир вә дәрсликдә квант механикасынын ријази апаратындан јох, әсасән классик ријази үсуллардан истифадә едилмишдир.

Дәрсликдә микроаләмдә баш верән һадисәләрин изаһы елементар һадисәләрдән башлајараг верилир. Биз тәҹрүби фактларын вә онларын изаһынын хроноложи олараг верилмәсинә чалышмышыг. Бу да тәләбәләрин микроаләмин изаһында классик физиканын зәифлијини вә квант механикасынын јаранмасы просесини баша дүшмәләринә көмәк едир.

Дәрсликдә бә'зи мәсәләләр классик физика чәрчивәсиндә тәһлил едилир вә тәҹрүби фактларла мүгајисә едилир. Белә мүгајисәдә классик физиканын һадисәни изаһ едә билмәмәси ашкар олунур вә һадисә квант механикасы нөгтеји-нәзәрдән тәһлил едилир вә с.

Дәрс васитинин јаранмасында биз чалышмышыг ки, әввәлҹә атом физикасыны классик нөгтеји-нәзәрдән шәрһ едәк вә квант механикасынын идејалары илә ону үзви сурәтдә бағлајаг. Бурада классик физиканын бир чох мәсәләләрдә мәһдуд олмасыны шәрһ етмишик. Дәрсликдә классик тәҹрүбәләрә хүсуси јер верилир ки, бу да тәҹрүбәләрдә алынан нәтиҹәләрин классик физика чәрчивәсиндә изаһ едилә билмәмәси вә классик физиканын мәһдуд олмасыны бир даһа сүбут едир. Атом физикасы курсу, микроаләмин механикасы (квант механикасы) дејил, о, јалныз квант механикасыны өјрәнмәк үчүн кечид васитәсидир. Дәрсликдә классик физиканын мәһдуд олмасыны шәрһ етмәклә, квант механикасынын фундаментал тәсәввүрләри гејд едилир вә тәсәввүрләрин ардычыл вә мәнтиги бир нәзәријјәјә

кәтирмәси изаһ едилир. Бу мәсәләләрин шәрһиндә чалышмышыг ки, квант механикасында верилән нәзәријјәләрин минимумундан истифадә едәк вә квант механикасынын үстүнлүјүнү көстәрәк. Дәрсликдән истифадә едән һәр бир шәхсдән үмуми физика курсуну билмәк, орта һәчмдә ријази һазырлыға малик олмаг тәләб олунур, јә'ни садә диференсиал тәнликләрин һәлл үсуллары вә интеграл һесабы илә таныш олмасы зәруридир. Дәрслији ријази һесабламаларла мүрәккәбләшдирмәк үчүн квант механикасынын елә мәсәләләри сечилмишдир ки, ријази чәтинликләр јаранмасын. Доғрудан да сечилән мөвзуларда хүсуси функсијалардан, хүсуси төрәмәли диференсиал тәнликләрдән, матриссалардан, операторлардан истифадә едилмир. Бу да мөвзунун шәрһини вә гавранылмасыны садәләшдирир; бу мәгсәдлә ән садә мәсәләләр сечилмишдир. Дәрсликдән физика, кимја вә биолокија факүлтәләринин, техники университетләрин тәләбәләри вә мүһәндисләр истифадә едә биләр.

Атом физикасы курсуна аид рус дилиндә олан китаблардан һеч бири програм материалыны там әһатә етмир. Материалын сечилмәсиндә вә шәрһиндә чалышмышыг ки, бу вә ја дикәр мәсәләнин ојрәнилмәсиндә әлавә әдәбијјата нисбәтән аз мүрачиәт едилсин.



# КИРИШ

Физика елминин инкишафы јени тәчрүби гурғуларын мүрәккәбләшмәсинә вә нәзәри чәһәтдән мүрәккәб ријази үсулларын јаранмасына сәбәб олур. Бу нөгтеји-нәзәрдән физика елми "тәчрүби" вә "нәзәри" бөлмәләрә ајрылыр. Тәбиидир ки, бир шәхс һәр ики бөлмәнин өһдәсиндән кәлә билмәз. Лакин бир груп мәсәләләр мөвчуддур ки, бу мәсәләләри һәм нәзәријјәчи, һәм дә тәчрүбәчи һөкмән билмәлидир. Белә мәсәләләрдән бири дә атом физикасы курсудур. Атом физикасы курсу нәинки физикләрә вә кимјачылара чох лазымдыр, о һәм дә бә'зи мүһәндисләр үчүн зәруридир. Електрон вә ион чиһазлары, јарымкечиричи чиһазлар, физики електроника, радиотехника вә с. курслар үзрә ихтисаслашан мүһәндисләрин атом физикасы курсуну билмәләри мәгсәдәујғундур, чүнки бу чиһазларын ишләмә принсипи атом физикасында шәрһ олунан бир чох анлајышлара әсасланыр.

Атом физикасы курсунун јазылмасында бә'зи мәнтиги вә методики чәтинликләрә раст кәлмишик. Бурада биз охучуну јалныз муасир физиканын тәһлил үсуллары вә анлајышлары илә таныш етмәклә јох, һәм дә онлары баша дүшмәк, ајдынлашдырмаг вә "көһнәдән-јенијә" кечид тәкамүлүнү көстәрмәјә чалышмышыг. Она көрә дә курс елә гурулмушдур ки, әввәл кәлән материал, сонракы материалы баша дүшмәјә һазырлајыр вә бир нәзәријјәнин дикәр нәзәријјә илә әвәз едилмәсинә зәмин јарадыр. Мәсәлән, квант механикасынын әсасларыны Бор нәзәријјәсини билмәдән баша дүшмәк олмаз. Бу мәгсәдлә курс ашағыдакы шәкилдә гурулмушдур.

**I фәсилдә** јүклү зәррәчијин мүхтәлиф харичи саһәләрдә һәрәкәти тәһлил едилир вә Нјутон тәнлијиндән истифадә етмәклә гојулан мәсәләләр ахыра гәдәр һәлл олунур.

**II фәсилдә** атом гурулушунун тәчрүбәдә тәдгиг едилмәси, $\alpha$- зәррәчикләрин сәпилмәси, Резерфорд моделинин јаранмасы вә классик физиканын микроаләмә тәтбиг олуна билмәмәси тәһлил едилир.

**III фәсилдә** Бор нәзәријјәси шәрһ едилир. Бу нәзәријјә әсасында тәчрүбәдә мүәјјән олунмуш спектрал серијалар,

Зејеман еффекти вә дикәр һадисәләр изаһ олунур вә нәһајәт, Бор нәзәријјәсинин чатышмазлығы ашкар едилир.

**IV фәсилдә** квант механикасынын јаранмасы физики әсаслар үзрә шәрһ едилир. Бу фәсилдә тәчрүби нәтичәләрин классик физика чәрчивәсиндә изаһ едилә билмәмәси ашкар едилир вә микроаләм үчүн јени механиканын јаранмасы зәруријјәти көстәрилир.

**V фәсилдә** квант механикасынын һәрәкәт тәнлији вә бир сыра квант мәсәләләри тәһлил едилир. Квант механикасынын бә'зи анлајышлары, Зејеман вә Штарк еффектләри кејфијјәтчә шәрһ едилир. Бундан башга бурада спин анлајышы, атомларын електрон өртүкләри вә валент нәзәријјәси вә с. изаһ олунур. Дәрсликдә әсасән CGS ваһидләр системиндән истифадә едилмишдир. Бә'зи һалларда системдән кәнар енержи ваһиди олан електрон-волт (ев) ваһидиндән дә истифадә олунур.

Гејд етмәк лазымдыр ки, бир груп мәсәләләрин һәллиндә биз һесабламалары тәфсилаты илә вермишик ки, бу да квант механикасы курсунун өјрәнилмәсиндә өз ролуну көстәрмәлидир. Адәтән мөвчуд дәрсликләрдә belә һесабламалар верилмир.

Бу мәсәләләрин вә дәрслијин көстәрилән шәкилдә гурулмасынын нә дәрәчәдә әлверишли олмасыны кәләчәк көстәрәчәкдир.



# I ФӘСИЛ

## ЈҮКЛҮ ЗӘРРӘЧИКЛӘРИН ЕЛЕКТРОМАГНИТ САҺӘСИНДӘ ҺӘРӘКӘТИ

### §1.1. Електронун електромагнит саһәсиндә һәрәкәти

Классик механикада зәррәчијин вә ја системин һәрәкәтини Нјутон, Лагранж вә ја Һамилтон тәнликләри илә тәсвир етмәк олар. Биз зәррәчијин һәрәкәтини тәһлил етмәк үчүн Нјутон тәнлијиндән истифадә едәчәјик.

Фәрз едәк ки, електрон, интенсивлији $\vec{E}$, $\vec{H}$ олан харичи електромагнит саһәсиндә һәрәкәт едир. Онда електрона тә'сир едән гүввә:

$$\vec{F} = e\vec{E} + \frac{e}{c}\left[\vec{v}\vec{H}\right]$$

бурада е - електронун јүкү, $v$ - електронун сүр'әти, с - исә ишығын бошлугдакы сүр'әтидир. Нјутон тәнлијиндә бу гүввәни нәзәрә алсаг:

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = e\vec{E} + \frac{e}{c}\left[\vec{v}\vec{H}\right] \qquad (1.1.)$$

аларыг. (1.1) тәнлији ихтијари харичи електромагнит саһәсиндә һәрәкәт едән електронун һәрәкәтәини тәсвир едир; саг тәрәфдәки биринчи һәдд електрик саһәсинин, икинчи һәдд исә магнит саһәсинин електрона көстәрдији тә'сири ифадә едир. (1.1) векториал тәнлијини һәлл етмәк үчүн ону скалјар (пројексијаларла) шәкилдә јазмаг лазымдыр, јә'ни:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= \frac{e}{m}E_x + \frac{e}{mc}\left(V_yH_z - V_zH_y\right), \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= \frac{e}{m}E_y + \frac{e}{mc}\left(V_zH_x - V_xH_z\right), \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= \frac{e}{m}E_z + \frac{e}{mc}\left(V_xH_y - V_yH_x\right). \end{aligned}\right\} \qquad (1.2.)$$

(1.2) систем тәнлијини үмуми шәкилдә һәлл етмәк чох чәтин олдуғундан, ону бир хүсуси һал үчүн һәлл едәк: Фәрз едәк ки, $\vec{E}\perp\vec{H}$ вә координат системини елә сечәк ки, охларын икиси саһә $\vec{E}$ вә $\vec{H}$ истигамәтиндә јөнәлсин. Мүәјјәнлик үчүн Z - охуну магнит, у - охуну исә електрик саһәси истигамәтдә јөнәлдәк. Онда

$$E_x = E_z = 0, \quad E_y = E; \quad H_x = H_y = 0, \quad H_z = H$$

олар вә (1.2) систем тәнлији садәләшәр:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= \frac{e}{mc}V_yH_z, \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= \frac{e}{m}E_y - \frac{e}{mc}V_xH_z. \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= 0. \end{aligned}\right\}$$

Бу систем тәнлији, һәлл етмәк үчүн ашағыдакы шәкилдә јазаг:



$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= \omega_0 \frac{dy}{dt}, \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= \frac{eE}{m} - \omega_0 \frac{dx}{dt}, \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (1.2'.)$$

$$\omega_0 = \frac{eH}{mc}$$

Харичи електромагнит саһәсинин сабит вә бирчинсли олмасыны гәбул едәк вә $\xi = x + iy$ комлекс мүстәвијә кечәк; бунун үчүн икинчи тәнлији i-јә вуруб биринчи тәнликлә топлајаг:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + i\frac{d^2y}{dt} = \frac{ieE}{m} - i\omega_0\left(\frac{dx}{dt} + i\frac{dy}{dt}\right).$$

$\xi = x + iy$ олдуғуну нәзәрә алсаг:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + i\omega_0\frac{d\xi}{dt} = \frac{ieE}{m}$$

тәнлијини аларыг. Бу тәнлији ашағыдакы шәкилдә јазаг:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{d\xi}{dt} + i\omega_0\xi - \frac{ieE}{m}t\right] = 0. \qquad (1.3)$$

Онда

$$\frac{d\xi}{dt} + i\omega_0\xi - \frac{ieE}{m}t = C_1 \qquad (1.3')$$

аларыг. (1.3') тәнлијинин үмуми һәллини тапмаг үчүн әввәлчә бирнчинсли тәнлијин үмуми һәллини тапаг:

$$\frac{d\xi}{dt}+i\omega_0\xi=0; \quad \xi=Ae^{-i\omega_0 t}$$

(1.3') тәнлијинин үмуми һәллини

$$\xi=Ae^{-i\omega_0 t}+Bt+C_2$$

шәклиндә ахтараг. Бу һәлли (1.3') тәнлјиндә јеринә јазсаг:

$$B=\frac{eE}{m\omega_0}; \quad C_2=\frac{ieE}{m\omega_0^2}-\frac{iC_1}{\omega_0}$$

аларыг. Беләликлә (1.3') тәнлијинин үмуми һәллини ашағыдакы шәкилдә јазмаг олар:

$$\xi=Ae^{-i\omega_0 t}+\frac{eE}{m\omega_0}t+\frac{ieE}{m\omega_0^2}-\frac{iC_1}{\omega_0}.$$

$\xi=x+iy$ олдуғундан комплекс әдәдин бәрабәрлик шәртиндән истифадә етсәк:

$$x=A\cos\omega_0 t+\frac{eE}{m\omega_0}t,$$
$$y=-A\sin\omega_0 t+\frac{eE}{m\omega_0^2}-\frac{C_1}{\omega_0}$$

аларыг. (1.2') системинин үчүнчү тәнлијинин һәлли $z=A_1t+A_2$ олдуғундан, системин үмуми һәлли



$$x=A\cos\omega_0 t+\frac{eE}{m\omega_0}t,$$
$$y=-A\sin\omega_0 t+\frac{eE}{m\omega_0^2}-\frac{C_1}{\omega_0}, \qquad (1.4)$$
$$z=A_1t+A_2.$$

олар. Инди үмуми һәллә дахил олан сабитләри тә'јин едәк. Бунун үчүн әввәлчә x, y вә z-дән $V_x$, $V_y$ вә $V_z$-ә кечәк:

$$V_x=\dot{x}=-A\omega_0\sin\omega_0 t+\frac{eE}{m\omega_0},$$
$$V_y=\dot{y}=-A\omega_0\cos\omega_0 t,$$
$$V_z=\dot{z}=A.$$

$t=0$ олдуғда $V_x=\dot{x}=\dfrac{eE}{m\omega_0}=c\dfrac{E}{H}$ олур ки, буна ***електрик дрејф сүр'әти*** дејирләр; бу сүр'әт електрик саһәсинин гијмәти илә характеризә едилир вә һәр ики саһәјә перпендикулјар олур. Дрејф сүр'әтинин гијмәт вә истигамәти ашағыдакы дүстурларла мүәјјән едилир:

$$V_Д=c\frac{E}{H}; \quad \vec{V}_Д=c\frac{[\vec{E}\vec{H}]}{H^2}.$$

Дрејф сүр'әтини әјани тәсвир етмәк үчүн фәрз едәк ки, зәррәчик магнит саһәсинә перпендикулјар мүстәви үзәриндә чеврә бојунча һәрәкәт едир.

Ајдындыр ки, зәррәчик сол јарым чеврә бојунча (саһә истигамәтдә) һәрәкәт едәркән саһә ону сүр'әтләндирәчәк, сағ јарым чеврә бојунча һәрәкәтә етдикдә исә ону ләнкидәчәк (саһәнин әкс истигамәти), јә'ни зәррәчик чеврәнин јухары һиссәсини ашағы һиссәсинә нисбәтән даһа бөјүк сүр'әтлә кечәчәк. Белә һәрәкәтдә олан зәррәчијин трајекторијасыны тәһлил етсәк, һәр бир дөврдән сонра x-оху истигамәтдә трајекторијанын сүрүшмәсини көрәрик, бу сүрүшмәни изаһ

етмәк үчүн дрејф сүр'әти анлајышы дахил едилир. $t$=0 олдугда $V_y = \dot{y}$ електронун магнит саһәсинә перпендикулјар олан мүстәви үзәриндәки һәрәкәт сүр'әтидир ки, буну $V_\perp$ илә ишары едирләр. $t$=0 олдугда $\dot{y} = V_\perp = -\omega_0 A$ олдуғундан $A = -\frac{\omega_\perp}{\omega_0}$ олур.

Беләликлә,

$$x = -\frac{V_\perp}{\omega_0}\cos\omega_0 t + \frac{eE}{m\omega_0}t,$$
$$y = \frac{V_\perp}{\omega_0}\sin\omega_0 t + \frac{eE}{m\omega_0^2} - \frac{C_1}{\omega_0},$$
$$z = V_0 t + A_2.$$

аларыг. $t$=0 олдугда $z=z_0$ гәбул етсәк вә $C_1=0$ көтүрсәк:

$$x = -\frac{V_\perp}{\omega_0}\cos\omega_0 t + \frac{eE}{m\omega_0}t,$$
$$y = \frac{V_\perp}{\omega_0}\sin\omega_0 t + \frac{eE}{m\omega_0^2}, \qquad (1.4')$$
$$z = z_0 + V_0 t.$$

олар.

(1.4') һәллиндән көрүнүр ки, z оху истигамәтдә саһә тә'сир етмир, саһә јалныз ХОУ мүстәвисиндә өз тә'сирини көстәрир. Електрон z оху истигамәтиндә исә мүрәккәб фырланма һәрәкәтиндә иштирак едир. ХОУ мүстәвиси үзәриндә електронун һәрәкәт трајекторијасыны тапмаг үчүн (1.4') һәллинин биринчи ики тәнлијини $t$-јә көрә һәлл едиб у(х) асылылығыны тапмаг лазымдыр. Гејд едәк ки, трајекторијаны башга үсулла да тапмаг олар; бунун үчүн (1.4') һәллинин биринчи ики тәнлијини ашағыдакы шәкилдә јазаг:



$$x = \frac{eE}{m\omega_0^2}\left(\omega_0 t - \cos\omega_0 t\right),$$
$$y = \frac{eE}{m\omega_0^2}\left(1 + \sin\omega_0 t\right).$$

Бу ики ифадә зәррәчијин трајекторијасынын параметрик шәкилдә верилмиш тәнлијидир. Трајекторијанын формасы $V_\perp^{(0)}$ гијмәтиндән асылыдыр ($t$=0 оланда $V_\perp = V_\perp^{(0)}$). $V_\perp^{(0)} > C\frac{E}{H}$ вә $V_\perp^{(0)} < C\frac{E}{H}$ олдугда алынан әјриләр трохоида адланыр. $V_\perp^{(0)} = C\frac{E}{H}$ һалында исә алынан әјријә тсиклоида дејирләр.

Гејд едәк ки, (1.4) һәлли харичи електромагнит саһәсиндә һәрәкәт едән електрон үчүн гејулан истәнилән мәсәләнин үмуми шәкилдә һәллидир. Конкрет мәсәлә үчүн (1.4) һәллинә дахил олан сабитләр тапылмалыдыр.

## §1.2. Јүклү зәррәчијин електрик саһәсиндә һәрәкәти

Електронун харичи електрик саһәсиндә һәрәкәтини тәһлил едәк. Харичи електрик саһәсиндә һәрәкәт едән електронун һәрәкәт тәнлији (1.1) тәнлијиндән $\vec{H}=0$ көтүрмәклә алыныр, јә'ни

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = e\vec{E} \qquad (1.5.)$$

олар. Әввәлчә узунуна електрик саһәсинин тә'сирини тәһлил едәк, јә'ни фәрз едирик ки, електрик саһәси у - оху истигамәтдә јөнәлиб вә зәррәчик дә у - оху истигамәтдә һәрәкәт едир. Онда (1.2') системиндә $\vec{H} = 0(\omega_0 = 0)$ көтүрсәк,

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{eE}{m}$$

аларыг. Бу тәнлијин шәклини дәјишәк:

$$m\frac{dv}{dt} = eE,$$

$$m\frac{d}{dt}\left(\frac{v^2}{2}\right) = eVE.$$

$\vec{E} = -grad\varphi$ олдуғундан

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv^2}{2}\right) = -evgrad\varphi$$

јазмаг олар. Саһә у-оху истигамәтиндә јөнәлдијиндән

$$grad\varphi = \frac{d\varphi}{dy} = \frac{d\varphi}{dt}\cdot\frac{dt}{dy} = \frac{1}{v}\cdot\frac{d\varphi}{dt}.$$

Бу ифадәни сонунчу тәнликдә нәзәрә алсаг:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv^2}{2}\right) = -ev\frac{1}{v}\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{d}{dt}(e\varphi)$$

олар; бурадан

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv^2}{2} + e\varphi\right) = 0; \quad \frac{mv^2}{2} + e\varphi = const \qquad (1.6)$$

аларыг ки, бу да харичи електрик саһәсиндә һәрәкәт едән јүклү зәррәчијин там енержисинин сахланмасыны ифадә



едир. Бурада биринчи һәдд зәррәчијин кинетик енержисини, икинчи һәдд исә зәррәчиклә саһәнин гаршылыглы тә'сир, јә'ни потенсиал енержисини ифадә едир.

Инди енинә електрик саһәсиндәки һәрәкәти тәһлил едәк. Фәрз едәк ки, саһә у - оху истигамәтиндә јөнәлиб, зәррәчик исә х - оху бојунча һәрәкәт едир. Һәрәкәт тәнлији (1.1) тәнлијиндә $\vec{H} = 0$ көтүрмәклә алыныр вә (1.2') системинин икинчи тәнлијиндә $\omega_0 = \frac{eH}{mc} = 0$ көтүрмәк лазымдыр. Онда тәнлик

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{eE}{m}$$

шәклиндә алынар. Саһәнин тә'сири нәтичәсиндә зәррәчијин мејлини, јә'ни трајекторијасыны тә'јин етмәк үчүн бу тәнликдә замана көрә төрәмәдән х- координатына көрә төрәмәјә кечәк:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dt}\right)\frac{dx}{dt} = v\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}\right) = v^2\frac{d^2y}{dx^2}$$

Бу ифадәни нәзәрә алсаг:

$$v^2\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{eE}{m}$$

аларыг. Бу ифадәни бир дәфә интегралласаг:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{e}{mv^2}\int_0^x E(x)dx$$

аларыг; икинчи дәфә интегралласаг:

$$y = \frac{e}{mv^2}\int_0^1 dx\int_0^x E(x)dx$$

аларыг. Сонунчу ифадәни һиссә-һиссә интегралласаг:

$$\int_0^x E(x)dx = u \quad dx=dv$$

$$y = \frac{e}{mv^2}\left\{x\int_0^x E(x)dx\Big|_0^l - \int_0^l xE(x)dx\right\} = \frac{e}{mv^2}\int_0^l (l-x)E(x)dx$$

аларыг. $\int_0^l (l-x)E(x)dx = A$ илә ишарә едилир вә чиһаз сабити адланыр; беләликлә енинә електрик саһәсиндә зәррәчијин мејли

$$y = \frac{eA}{mv^2} \qquad (1.7)$$

олур. (1б) дүстурундан електронун хүсуси јүкүнүн тә'јининдә вә күтлә спектрографларында истифадә едирләр.

Хүсуси һалда $E = const$ оларса, онда чиһаз сабити

$$A = \int_0^l (l-x)Edx = \frac{1}{2}l^2 E$$

олар вә зәррәчијин мејли:

$$Y = \frac{eE}{mv^2}\cdot\frac{l^2}{2}$$

олар.

## §1.3. Јүклү зәррәчијин магнит саһәсиндә һәрәкәти

Јүклү зәррәчијин сабит бирчинсли магнит саһәсиндә һәрәкәтини тәһлил етмәк үчүн (1.1) тәнлијиндә $\vec{E}=0$ көтүрмәк лазымдыр. Бу һалда һәрәкәт тәнлији:



$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{e}{c}\left[\vec{v}\vec{H}\right] \qquad (1.8)$$

шәклиндә олур. (1.8) тәнлијини һәлл етмәклә зәррәчијин трајекторијасыны тә'јин етмәк олар. Бу параграфда биз трајекторија илә јох, зәррәчијин һәрәкәтини енержи нөгтеји-нәзәрдән тәһлил едәчәјик, она көрә дә (1.8) тәнлијини ашағыдакы шәкилдә јазаг:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{e}{c}\left[\vec{v}\vec{H}\right] \qquad (1.9)$$

Бу тәнлијин һәр ики тәрәфини $\vec{v}$ - јә скалјар вурсаг:

$$m\left(\vec{v}\,\frac{d\vec{v}}{dt}\right) = \frac{e}{c}\left(\vec{v}\left[\vec{v}\vec{H}\right]\right)$$

аларыг. $\left(\vec{v}\left[\vec{v}\vec{H}\right]\right) = \left(\vec{H}\left[\vec{v}\vec{v}\right]\right) = 0$ олдуғундан

$$m\left(\vec{v}\,\frac{d\vec{v}}{dt}\right) = \frac{m}{2}\frac{dv^2}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{v}^2}{2}\right) = 0$$

олар. Бурадан исә

$$\frac{m\vec{v}^2}{2} = const \qquad \vec{v}^2(t) = const$$

аларыг. бу нәтичә сабит магнит саһәсиндә зәррәчијин кинетик енержисинин сахланылмасыны ифадә едир. Беләликлә сабит магнит саһәсиндә зәррәчијә тә'сир едән Лоренс гүввәси иш көрмүр, о зәррәчијин сүр'әтинин әдәди гијмәтини јох, јалныз истигамәтини дәјишә биләр. Бу хүсусијјәт, магнит саһәсиндә зәррәчијә тә'сир едән Лоренс гүввәсинин һәмишә

зәррәчијин сүр'әтинә перпендикулјар олмасы илә әлагәдардыр.

Инди магнит саһәсиндә һәрәкәт едән зәррәчијин сүр'әтини саһә истигамәтинә паралел $v_{II}$ вә перпендикулјар $v_{\perp}$ топлананлара ајыраг:

$$\vec{v} = \vec{v}_{II} + \vec{v}_{\perp}$$

Сүр'әтин бу гијмәтини (1.9) тәнлијиндә јеринә јазсаг:

$$m\frac{d\vec{v}_{II}}{dt} + m\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = \frac{e}{c}\left[\vec{v}_{II}\vec{H}\right] + \frac{e}{c}\left[\vec{v}_{\perp}\vec{H}\right]$$

аларыг. Онда зәррәчијин саһәјә паралел вә перпендикулјар истигамәтдәки һәрәкәт тәнликләри:

$$m\frac{d\vec{v}_{II}}{dt} = \frac{e}{c}\left[\vec{v}_{II}\vec{H}\right] \qquad (1.10)$$

$$m\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = \frac{e}{c}\left[\vec{v}_{\perp}\vec{H}\right] \qquad (1.11)$$

олар. $\vec{v}_{II} \| \vec{H}$ олдуғундан $\left[\vec{v}_{II}\vec{H}\right] = 0$ олар вә (1.10) тәнлији

$$m\frac{d\vec{v}_{II}}{dt} = 0$$

шәклини алар ки, бурадан да $\vec{v}_{II} = const$ аларыг. Демәли, саһә истигамәтиндә һәрәкәт едән зәррәчијин сүр'әтинин гијмәт вә истигамәти дәјишмир. (1.11) тәнлијини һәлл етмәдән дә бә'зи нәтичәләри алмаг олар. Доғрудан да (1.10) тәнлији бизи $\vec{v}_{II} = const$ (1.9) тәнлији исә $\vec{v}^2(t) = const$ нәтичәсинә кәтирир.



$$\vec{v}^2 = \vec{v}_{II}^2 + \vec{v}_{\perp}^2$$

олдуғундан $\vec{v}_{\perp}^2 = const$ олар, јә'ни зәррәчијин $\dfrac{d\vec{v}_{\perp}}{dt}$ тә'чилинин әдәди гијмәти сабит галыр ки, бу да мәркәзәгачма тә'чилидир. Бу дејиләнләри нәзәрә алсаг (1.11) тәнлијинин сол тәрәфи мәркәзәгачма тә'чилинә бәрабәр олмалыдыр, јә'ни

$$\frac{mv_{\perp}^2}{R} = \frac{e}{c}v_{\perp}H\sin(\vec{v}\hat{\ }H) = \frac{e}{c}v_{\perp}H$$

олар. Беләликлә, Лоренс гүввәсинин тә'сири алтында зәррәчик (сүр'әтин $v_{\perp}$ топлананы) чеврә бојунча һәрәкәт едәчәкдир ки, бу чеврәнин радиусу јухарыдакы мүнасибәтдән тә'јин олунур:

$$R = \frac{mc}{eH}v_{\perp}$$

Бу радиуса тсиклотрон радиусу дејирләр. Чеврә бојунча һәрәкәт едән зәррәчијин тезлији:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{v_{\perp}}{R} = \frac{eH}{mc}$$

илә тә'јин едилир; бу тезлијә тсиклотрон тезлији дејирләр, о зәррәчијин башланғыч сүр'әтиндән асылы олмајыб, јалныз хүсуси јүкү $\dfrac{e}{m}$ илә тә'јин олунур.

Беләликлә, магнит саһәси зәррәчијин сүр'әтинин паралел топлананы гијмәт вә истигамәтини дәјишмир, јә'ни зәррәчик магнит саһәсиндә $(\vec{v}_{II})$ ирәлиләмә һәрәкәтиндә, перпендикулјар топлананы исә өз гијмәтини сабит сахлајыб, истигамәтини дәјишир, јә'ни даирәви һәрәкәтдә иштирак

едир. Бу ики һәрәкәтин нәтиҹәси бизи сабит аддыма малик олан јај бојунҹа һәрәкәтә кәтирир.

Гејд едәк ки, магнит саһәси фокуслама хүсусијјәтинә дә маликдир. Бу мәсәләни тәһлил етмәк үчүн фәрз едәк ки, зәррәҹик сабит бирҹинсли магнит саһәсинә $\alpha$ - буҹағы алтында дүшүр; зәррәҹијин сүр'әтини $\vec{v} = \vec{v}_{II} + \vec{v}_{\perp}$ топлананларына ајырсаг $v_{II} = v \cdot cos\alpha$, $v_{\perp} = v \cdot sin\alpha$ олар. Јухарыда гејд етдик ки, бу һалда зәррәҹик саһәдә сабит аддыма малик олан јај бојунҹа һәрәкәт едәҹәкдир, јајын там бир чеврәсинә сәрф олунан заман

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi mc}{eH} \qquad (1.12)$$

олар. Бу мүддәтдә сүр'әтин паралел топлананы x=0 нөгтәсиндән $x=l$ нөгтәсинә гәдәр олан мәсафәни гәт едәҹәкдир.

$$l = v_{II} T = \frac{2\pi mc}{eH} v\, cos\,\alpha$$

$\alpha$ - буҹағы чох кичик олдугда $cos\,\alpha \approx 1$ көтүрмәк олар вә

$$l = \frac{2\pi mc}{eH} v \qquad (1.12')$$

аларыг. Сонунҹу ифадәнин буҹагдан асылы олмамасы көстәрир ки, әкәр зәррәҹикләр дәстәси чох кичик буҹаглар алтында хариҹи саһәјә дүшүрсә, онда елә бир $l$- мәсафәси вар ки, зәррәҹикләрин һамысы ејни заманда һәмин мәсафәни гәт едәр; јә'ни зәррәҹикдәрин һамысы ејни нөгтәјә топлашар. Буна узунуна магнит саһәсинин фокуслама хүсусијјәти дејирләр. (1.12') шәртиндән көрүнүр ки, мүәјјән саһәдә фокусланма зәррәҹикләрин сүр'әтиндән вә хүсуси јүкүнҹән асылыдыр.

Тутаг ки, зәррәҹикләр хариҹи магнит саһәсинә дахил олмаздан әввәл мүәјјән V - потенсиалы сүр'әтләндириҹи саһәдән кечирләр:



$$\frac{m\vec{v}^2}{2} \geq \frac{eV}{300}$$

Бу мүнасибәти (1.12') ифадәсиндә нәзәрә алсаг:

$$l = \frac{2\pi c}{H}\sqrt{\frac{2V}{300}} \cdot \sqrt{\frac{m}{e}} \qquad (1.13)$$

аларыг. Бу мүнасибәтдән көрүнүр ки, узунуна магнит саһәси фокуслама хүсусијјәтинә малик олмагла бәрабәр, зәррәҹикләри хүсуси јүкә $\left(\frac{e}{m}\right)$ көрә чешидләрә ајырыр, јә'ни дәстәдә монохроматик олмајан мүхтәлиф зәррәҹикләри $\left(\frac{e}{m}\right)$-ә көрә чешидләјәрәк спектрә ајырыр. Бу хүсусијјәт бизә имкан верир ки, (1.13) мүнасибәтиндән истифадә едиб зәррәҹијин хүсуси јүкүнү тә'јин едәк. Доғрудан да (1.13) ифадәсини квадрата јүксәлдиб $\left(\frac{e}{m}\right)$-ә көрә һәлл етсәк:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 c^2}{H^2 l^2} \cdot \frac{V}{300}$$

аларыг ки, тәҹрүбәдә $V$, $l$ вә $H$ - өлчмәклә зәррәҹијин хүсуси јүкүнү тә'јин етмәк олар.

Гејд едәк ки, (1.2') системиндән истифадә едиб зәррәҹијин магнит саһәсиндәки мејлини һесабламаг олар. Зәррәҹијин магнит саһәсиндәки мејли онун трајекторијасы олдуғундан, әввәлләрдә дејилдији кими $y(x)$ асылылығы тапылмалыдыр, јә'ни замана көрә төрәмәдән координата көрә төрәмәјә кечмәлијик. Бунун үчүн (1.2') системинин бириҹи тәнлијини ашағыдакы шәкилдә јазаг:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{eH}{mc}\cdot\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{d}{dy}\cdot\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} = \frac{d}{dy}\cdot\frac{dy}{dt}\left(\frac{d}{dy}\cdot\frac{dy}{dt}\right) = \frac{d^2}{dy^2}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2$$

Бу чевирмәни тәнликдә нәзәрә алсаг:

$$\frac{d^2x}{dy^2}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = \frac{eH}{mc}\cdot\frac{dy}{dt}$$

Һәр тәрәфи $\frac{dy}{dt}$ -јә ихтисар етсәк:

$$\frac{dy}{dt}\cdot\frac{d^2x}{dy^2} = \frac{eH}{mc}$$

аларыг. Алдығымыз бу тәнлијин тәһлили көстәрир ки, зәррәчик $XOY$ мүстәвиси үзәриндә һәрәкәт едир, Онда зәррәчијин сүр'әти:

$$v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{v_x^2 + V_y^2} = v_y\left(1 + \frac{v_x^2}{v_y^2}\right)^{1/2} =$$

$$= v_y\left\{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{v_x}{v_y}\right)^2 + \ldots\right\} \approx v_y$$



көтүрмәк олар, јә'ни $\frac{dy}{dt} = v$ гәбул етмәк олар. Бу гијмәти сонунчу тәнликдә јеринә јазсаг:

$$v\frac{d^2x}{dy^2} = \frac{eH}{mc}; \quad \frac{d^2x}{dy^2} = \frac{eH}{mvc}$$

аларыг. Бу тәнлији интеграллајаг:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{e}{mvc}\int_0^y H(y)dy; \quad x = \frac{e}{mvc}\int_0^l dy\int_0^y H(y)dy$$

$X$-ин ифадәсинә дахил олан икигат интегралы биргат интеграла кәтирмәк үчүн ону һиссә-һиссә интеграллајаг, јә'ни:

$$\int_0^y H(y)dy = U; \quad dy = dv; \quad dU = H(y)dy; \quad v = y$$

Бу әвәзләмәләри нәзәрә алсаг:

$$\int_0^l dy\int_0^y H(y)dy = y\int_0^l H(y)dy\Big|_0^l - \int_0^l yH(y)dy =$$

$$= \int_0^l (l-y)H(y)dy = B$$

Бу гијмәти $X$-ин ифадәсиндә јеринә јазсаг:

$$X = \frac{e}{mvc}\int_0^l (l-y)H(y)dy = \frac{eB}{mvc} \qquad (1.13')$$

аларыг. Бу гијмәт $B$- чиһаз сабити адланыр. Алдығымыз бу нәтичәни електрик саһәсиндәки мејл илә мугајисә етсәк маг-

нит саһәсиндә мејл $\frac{1}{v}$ илә, електрик саһәсиндә исә $\frac{1}{v^2}$ илә мүтәнасиб олдуғуну көрәрик. Әкәр саһә бирчинсли оларса $H=const$ онда $B=\frac{1}{2}l^2 H$, мејл исә $X=\frac{eHl^2}{2mvc}$ олар.

### §1.4. Харичи електромагнит саһәсиндә јүклү зәррәчијин рәгси

Тутаг ки, интенсивлији $\vec{E}$ вә $\vec{H}$ олан харичи електромагнит саһәсиндә електрон рәгс едир. Бу һалда електронун һәрәкәт тәнлији, (1.1) -тәнлијинә квази еластики гүввәни әлавә етмәклә тә'јин едилир:

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}=e\vec{E}+\frac{e}{c}\left[\vec{v}\cdot\vec{H}\right]-K\vec{r} \qquad (1.14)$$

бурада К квазиеластиклик әмсалы олуб $K=m\omega_0^2$ кими тә'јин олунур; $\omega_0$ - електронунун мәхсуси рәгс тезлијидир, јә'ни $\vec{E}=\vec{H}=0$ һалдакы рәгсин тезлијидир.

Әввәлчә харичи електрик саһәсинин рәгс едән електрона тә'сирини тәһлил едәк. Бунун үчүн (1.14) тәнлијиндә $\vec{H}=0$ көтүрүб ону проjексијаларла јазаг:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= \frac{e}{m}E_X-\omega_0^2x \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= \frac{e}{m}E_Y-\omega_0^2y \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= \frac{e}{m}E_Z-\omega_0^2z \end{aligned}\right\} \qquad (1.15)$$



Садәлик үчүн саһәни $x$-оху истигамәтдә јөнәлдәк:

$$E_Y=E_Z=0; \quad E_X=E$$

Онда (1.15) систем тәнлији ашағыдакы шәклә дүшәр:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= \frac{eE}{m}-\omega_0^2x \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\omega_0^2y \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -\omega_0^2z \end{aligned} \qquad (1.16)$$

(1.16) системинин икинчи вә үчүнчү тәнлији у вә z оху истигамәтиндәки һармоник рәгсин һәрәкәт тәнлији олдуғундан онларын һәллини ашағыдакы шәкилдә көстәрмәк олар:

$$y=y_0e^{\pm i\omega_0 t}; \qquad z=z_0e^{\pm i\omega_0 t}$$

Бу һәлләрдән вә (1.16) системиндән көрүнүр ки, $y$ вә $z$ - оху истигамәтдә саһә електронун рәгсинә тә'сир көстәрмир. Инди (1.16) системинин биринчи тәнлијини һәлл едәк; бу тәнлик гејри-бирчинсли хәтти тәнлик олдуғундан әввәлчә бирчинсли тәнлији һәлл едәк:

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega_0^2x$$

бу тәнлик дә хәтти һармоник рәгси һәрәкәтин тәнлији олдуғундан

$$x=x_0e^{\pm i\omega_0 t}$$

олар. Үмуми һәлли тапмаг үчүн, һәлли

$$x = x_0 e^{\pm i\omega_0 t} + A$$

шәкилдә тәсвир едиб тәнликдә јеринә јазсаг:

$$-\omega_0^2 x_0 e^{\pm i\omega_0 t} = \frac{eE}{m} - \omega_0^2 x e^{\pm i\omega_0 t} - A\omega_0^2$$

$$A = \frac{eE}{m\omega_0^2}$$

аларыг. Онда тәнлијин үмуми һәллини:

$$x = x_0 e^{\pm i\omega_0 t} + \frac{eE}{m\omega_0^2}$$

шәклиндә аларыг. Алдығымыз һәлдән көрүнүр ки, х-оху истигамәтдә дә саһә електронун рәгс тезлијини дәјишмир: саһә јалныз х-оху истигамәтдә рәгсин таразлыг вәзијјәтини $\frac{eE}{m\omega_0^2}$ мәсафәсинә сүрүшдүрүр. Беләликлә, һөкм етмәк олар ки, харичи електрик саһәсиндә рәгс едән електронун тезлијинә саһә тә'сир көстәрмир, о јалныз рәгсин таразлыг нөгтәсини сүрүшдүрүр (бах: Штарк ефекти).

Инди магнит саһәсинин електронун рәгс тезлијинә тә'сирини тәһлил едәк; бунун үчүн (1.14) тәнлијиндә E=0 көтүрүб, тәнлији пројексијаларла јазаг:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega_0^2 x + \frac{e}{mc}\left(v_u H_z - v_z H_y\right)$$



$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega_0^2 y - \frac{e}{mc}\left(v_x H_z - v_z H_x\right)$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\omega_0^2 Z + \frac{e}{mc}\left(v_x H_y - v_y H_x\right)$$

Садәлик үчүн саһәни $z$- оху истигамәтдә јөнәлдәк:

$$H_x = H_y = 0, \quad H_z = H, \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

олдуғундан:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} &= -\omega_0^2 x + \frac{eH}{mc}\cdot\frac{dy}{dt} \\ \frac{d^2 y}{dt^2} &= -\omega_0^2 y - \frac{eH}{mc}\cdot\frac{dx}{dt} \\ \frac{d^2 z}{dt^2} &= -\omega_0^2 z \end{aligned}\right\} \qquad (1.17)$$

аларыг. Бу системин үчүнчү тәнлијинә $\vec{H}$ дахил олмадығындан онун һәллини

$$z = z_0 e^{\pm i\omega_0 t}$$

кими көстәрмәк олар; јә'ни саһә $z$-оху истигамәтдә рәгсин тезлијинә тә'сир көстәрмир. Бу доғрудан да белә олмалы иди, чүнки, саһә вә рәгс $z$-оху оху истигамәтиндә олдуғундан магнит саһәси белә һәрәкәтә тә'сир етмәјәчәкдир

$(\vec{F}_{лор} = 0)$. (1.17) системинин биринчи ики тәнлијини һәлл етмәк үчүн $\xi = x + iy$ дәјишәни дахил едәк (бах: 1.1); бунун үчүн икинчи тәнлији i-јә вуруб биринчи тәнликлә топласаг:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + i\frac{d^2y}{dt^2} = -\omega_0^2(x+iy) - \frac{ieH}{mc}\left(\frac{dx}{dt} + i\frac{dy}{dt}\right)$$

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = -\omega_0^2\xi - \frac{ieH}{mc}\cdot\frac{d\xi}{dt}$$

аларыг. Бу тәнлијин һәллини $\xi = Ae^{i\omega t}$ шәклиндә ахтараг (A вә ω намә'лум сабитләрдир); бу һәлли тәнликдә јеринә јазсаг:

$$-\omega^2 Ae^{i\omega t} = -\omega_0^2 Ae^{i\omega t} + \frac{eH}{mc}\omega Ae^{i\omega t}$$

$$\omega^2 + \frac{eH}{mc}\omega - \omega_0^2 = 0$$

бу квадрат тәнлији һәлл етсәк:

$$\omega = -\frac{eH}{2mc} \pm \sqrt{\left(\frac{eH}{2mc}\right)^2 + \omega_0^2}$$

аларыг. Алдығымыз һәлл көстәрир ки, саһәјә перпендикулјар истигамәтдә електронун рәгс тезлији дәјишир. Саһә истигамәтдә електрон $\omega_0$ тезлији илә, саһәјә перпендикулјар истигамәтдә исә $\omega_1$ вә $\omega_2$ тезлији илә рәгс едир.



$$\omega_1 = \frac{eH}{2mc} + \sqrt{\left(\frac{eH}{2mc}\right)^2 + \omega_0^2}$$

$$\omega_2 = -\frac{eH}{2mc} + \sqrt{\left(\frac{eH}{2mc}\right)^2 + \omega_0^2}$$

Әкәр саһә кичик оларса, јә'ни $\frac{eH}{2mc} < \omega_0$ оларса, онда

$$\omega_1 = \omega_0 + \frac{eH}{2mc}$$

$$\omega_2 = \omega_0 - \frac{eH}{2mc}$$

олар (бах: Зејеман еффекти).

## §1.5. Јаваш дәјишән магнит саһәсиндә јүклү зәррәчикләрин һәрәкәти

Биз әввәлки параграфларда бирчинсли вә сабит електрик вә магнит саһәләриндә јүклү зәррәчикләрин һәрәкәтини өјрәндик. Тәчрүбәдә адәтән замана көрә сабит вә фәзада бирчинсли магнит саһәси алмаг мүрәккәб проблемдир, она көрә дә тәчрүбәдә адәтән магнит саһәси һәм замана көрә сабитлијини, һәм дә фәзада бирчинслилијини сахламајыб чох јаваш дәјишир.

Замана көрә јаваш дәјишән саһә елә саһәјә дејирләр ки, магнит саһәсинин бир периодда дәјишмәси магнит саһәсинин өз гијмәтинә нисбәтән чох-чох кичик олсун, јә'ни:

$$T_c\left|\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}\right| << H$$

шәртини өдәсин.

Әкәр сиклотрон радиусу $R_c$ даирәсиндә, магнит саһәсинин дәјишмәси саһәнин гијмәтиндән чох-чох кичк оларса, белә саһәјә фәзада јаваш дәјишән магнит саһәси дејирләр.

Тә'рифдән ајдын олур ки,

$$R_c\left|\frac{\partial H}{\partial r_c}\right| << H$$

шәрти өдәнилмәлидир.

Инди интенсивлији $\vec{H}$ - олан магнит саһәсинә перпендикулјар мүстәвидә һәрәкәт едән зәррәчиијн һәрәкәтин тәһлил едәк вә садәлик үчүн саһәни $z$- оху истигамәтинә јөнәлдәк. §1.3-дә биз костәрдик ки, $\vec{v}_{II} = const$ вә $\vec{v}^2 = const$ олдуғундан, һөкм етмәк олар ки, зәррәчијин там кинетик енержиси:

$$W = \frac{m}{2}\left(\vec{v}_\perp^2 + \vec{v}_{II}^2\right) = const$$

олар; јә'ни харичи магнит саһәсиндә зәррәчијин там кинетик енержиси сахланылыр.

Инди импулс моментинин $z$- оху истигамәтдәки пројексијасынын тәһлил едәк:

$$M_z = mxv_y - myv_z = mR_c v_\perp \quad (v_z = 0)$$

Дикәр тәрәфдән $R_C = \frac{mc}{eH}v_\perp$ вә $\omega_C = \frac{eH}{mc}$ олдуғуну нәзәрә алсаг:

$$M_z = m\omega_c R_c^2 = const$$

аларыг; јә'ни харичи магнит саһәсиндә импулс моментинин $z$- оху истигамәтиндәки пројексијасы сахланылыр. Гејд едәк



ки, бу дејиләнләрин һамысы јаваш дәјишән магнит саһәсинә аиддир. Көстәрәк ки, јаваш дәјишән харичи магнит саһәсиндә зәррәчијин магнит моменти сабит галыр, јә'ни

$$\mu = const$$

μ- нүн сабитлијини исбат етмәк үчүн електрик курсундан билдикләримизи јада салаг. Әкәр електрон сабит магнит саһәсиндә чеврә бојунча һәрәкәт едәрсә, бу һәрәкәтә мүәјјән бир $J$ даирәви чәрәјаны кими бахмаг олар. Бу чәрәјанын јаратдығы магнит моменти $\mu = \frac{1}{c}JS$ олар. $S$ - чәрәјан контурунун саһәсидир. Бу ифадәни бир гәдәр дәјишәк:

$$\mu = \frac{e}{c}\cdot\frac{\pi R_c^2}{T} = \frac{e}{2c}\left(\frac{2\pi R_c^2}{T}\right)R_c$$

$$\mu = \frac{ev_\perp}{2c}R_c$$

Бурада $e$ - зәррәчијин јүкү, $T$- периоддур.

Дикәр тәрәфдән даирәви һәрәкәтдә Лоренс гүввәси мәркәзәгачма гүввәси илә гаразлащдығындан

$$\frac{mv_\perp^2}{R_c} = \frac{e}{c}v_\perp H$$

$$\frac{mv_\perp^2}{H} = \frac{e}{c}v_\perp R_c$$

$\frac{e}{c}v_\perp R_c$ - ни $2\mu$ илә əвəз едиб бу ифадәдә јеринә јазсаг

$$\mu = \frac{ev_\perp R_c}{2c} = \frac{mv_\perp^2}{2H} = \frac{W_\perp}{H}$$

$$\mu = \frac{W_\perp}{H} = const$$

аларыг. Бурада $W_\perp$ - зәррәчијин харичи магнит саһәсинә перпендикулјар мүстәви үзәриндәки һәрәкәтин кинетик енержисидир. Инди фәрз едәк ки, магнит саһәси биржинсли дејилдир, фәзада јаваш дәјишир.

Магнит саһәсини $z$- оху бојунча көтүрәк. Үмуми курсдан мә'лумдур ки, $\mu$ - магнит моментинә малик зәррәчијә бирчинсли олмајан магнит саһәсиндә ашағыдакы гүввә тә'сир едир (бах: Штерн-Һерлах тәчрүбәси).

$$F = -\mu \frac{\partial H}{\partial z}$$

Бу гүввәнин елементар $dz$ јолунда көрдүјү иш зәррәчијин һәмин истигамәтдә кинетик енержинин дәјишмәсинә бәрабәр олачагдыр:

$$dA = dW_{II} = Fdz$$

$$dW_{II} = Fdz = -\mu \frac{\partial H}{\partial Z} dz$$

Магнит саһәси $z$- оху бојунча јаваш дәјишдијиндән

$$dW_{II} = -\mu dH$$

Дикәр тәрәфдән, јухарыда дејиләнләрә әсасән зәррәчијин магнит саһәсинә перпендикулјар вә паралел мүстәвидә кинетик енержиләрин чәми $W_\perp + W_{II} = const$ олдуғундан



$$dW_\perp = -dW_{II} = \mu dH = \frac{W_\perp}{H} dH$$

$$\frac{dW_\perp}{W_\perp} = \frac{dH}{H}$$

$$\ln W_\perp = \ln H + \ln const$$

$$\ln \frac{W_\perp}{H} = \ln const$$

Бурадан

$$\frac{W_\perp}{H} = const$$

аларыг. μ- нин сабит олмасынын јаваш дәјинән магнит саһәсиндә ролу ашағыдакындан ибарәтдир.

Фәрз едәк ки, магнит саһәси $z$- оху бојунча јөнәлиб, һәм дә $z$ -ин артмасы истигамәтиндә јаваш-јаваш артыр.

$$\frac{mv_\perp^2}{R_c} = \frac{e}{c} v_\perp H$$

$$R_c = \frac{mv_\perp c}{eH}$$

Дикәр тәрәфдән

$$\frac{mv_\perp^2}{2} = \mu H$$

олмалыдыр. Бурадан

$$v_\perp = \sqrt{\frac{2\mu H}{m}}$$

Бу ифадәләри $R_c$-дә јеринә јазсаг:

$$R_c = \frac{mc}{eH}\sqrt{\frac{2\mu H}{m}} = \frac{k}{\sqrt{H}}$$

аларыг. Бурада $K$- сабит әдәддир.

Ахырынчы бәрабәрликдән көрүнүр ки, әкәр зәррәчик јаваш дәјишән магнит саһәсиндә һәрәкәт едәрсә, онун трајекторијасынын радиусу дәјишәр вә саһә јаваш-јаваш артдығындан трајекторијасынын радиусу кичиләр. Там кинетик енержинин сахланмасындан истифадә едәрәк:

$$W = W_{\perp} + W_{II}$$

$$W_{II} = W - W_{\perp}$$

$$W_{II} = W - \mu H$$

ифадәсини аларыг; бурадан көрүнүр ки, харичи магнит саһәсинин артмасы илә $\mu H$ һасили артыр вә нәһајәт, Н елә бир лимит гијмәтинә чатыр ки, $W = \mu H_c$ олур. Ајдындыр ки, бу һалда $W_{II} = 0$ олачагдыр. Онда $H_c = \frac{W}{\mu}$. Бу шәрт дахилиндә јүклү зәррәчик $H_c$ гијмәтини ашыб кечә билмәјәчәкдир. $H_c$-нин бу лимит гијмәтинә магнит тыхачы дејирләр.

Исбат етмәк олар ки, Н-ын мүәјјән гијмәтиндә јүклү зәррәчик "күзкү әкси" кими кери гајыдачагдыр. Бу мәгсәдлә Z оху үзәриндә ики ихтијари нөгтә көтүрәк.

$$v_{\perp} = v_0 \sin\alpha_0 \qquad v'_{\perp} = v_0 \sin\alpha$$
$$v_{II} = v_0 \cos\alpha_0 \qquad v'_{II} = v_0 \cos\alpha$$

Әкәр (1.25) шәртиндән истифадә етсәк



$$\frac{mv_{\perp}^2}{2} = \mu H(Z_0) \qquad \frac{mv_{\perp}'^2}{2} = \mu H(Z)$$

$$\frac{mv_0^2 \sin^2\alpha_0}{2} = \mu H(Z_0) \qquad \frac{mv_0^2 \sin^2\alpha}{2} = \mu H(Z)$$

тәрәф-тәрәфә бөлсәк,

$$\sin^2\alpha = \sin^2\alpha_0 \frac{H(Z)}{H(Z_0)}; \qquad \sin\alpha = \sin\alpha_0\sqrt{\frac{H(Z)}{H(Z_0)}}$$

көкалты ифадәни тәчрүбәдә елә сечмәк олар ки, $\sin\alpha_0\sqrt{\frac{H(Z)}{H(Z_0)}} = 1$ олсун. Онда ајдындыр ки, $\sin\alpha = 1$ олар вә бу шәрт дахилиндә

$$v_{II} = 0, \qquad v_{\perp} = v_0$$

олар, башга сөзлә бу дедијимиздән көрүнүр ки, магнит саһәси күзкү ролуну ојнајыр. Зәррәчик Z нөгтәсиндә ани олараг дајаныр вә һәр тәрәфдән гүввә хәтләри илә әһатә олундуғундан әввәлки трајекторија илә кери гајыдыр. Әкәр симметрик олараг сол тәрәфдә дә магнит саһәси јаратсаг, онда магнит тәләси аларыг. Бу һалда јүклү зәррәчикләр сағ вә сол магнит "күзкүләриндән" әкс олараг онлар арасында һәрәкәт едәчәкләр. Магнит саһәсинин бу хассәсиндән нүвә физикасында плазманы сахламагда истифадә олунур. Әкәр һәр һансы бир плазма газанында јүклү зәррәчикләр газанын диварлары илә тоггушуб өз енержиләрини газана верәрләрсә (мәсәлән, ондан атомлар гопармагла), онда плазманын температуру ашағы дүшәр вә һәм дә газан әријә биләр. Бунун гаршысыны алмаг үчүн магнит тәләсиндән истифадә олунур.

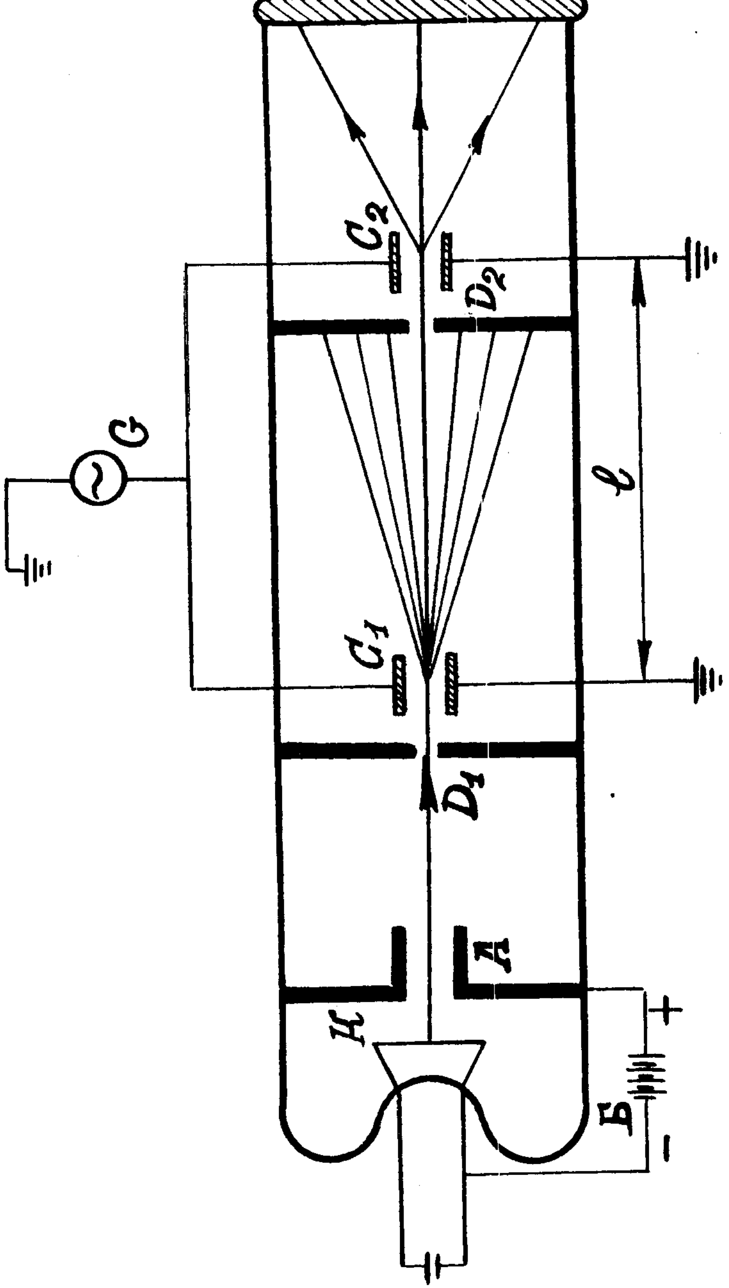
## §1.6. Електронун хүсуси јүкүнүн тә'јини

Електронун хүсуси јүкүнү тә'јин етмәк үчүн бир нечә үсул мөвчуддур. Биз бунлардан јалныз икиси илә таныш олачағыг.

1) Ики конденсатор үсулу илә хүсуси јүкүн тә'јини.

Јүклү зәррәчикдәрин електрик саһәсиндә мејлинә әсасән онун хүсуси јүкүнү шәкилдә көстәрилән схем әсасында тә'јин етмәк олар. $C_1$ вә $C_2$ конденсаторлары јүксәк тезликли G кенератору илә бирләшдирилир ки, бу да һәр ики конденсаторда потенсиаллар фәргинин ејни заманда ејни фазада дәјишмәсини тә'мин едир. К көзәртмә телиндән чыхан електронлар К катоду илә А аноду арасында сүр'әтләнирләр. А аноду вә $Д_1$ диафрагмасындакы кичик дешикләрдән кечән енсиз електрон дәстәси $C_1$ конденсаторуна дүшүр. Бурада дәјишән електрик саһәсинин тә'сири алтында електрон дәстәсинин мејли периодик олараг дәјишир. Електрон дәстәси үмумијјәтлә десәк, $Д_2$ диафрагмасы үзәринә дүшәрәк онун тәрәфиндән тутулур. $Д_2$ диафрагмасынын дешијиндән јалныз елә електронлар кечир ки, онларын потенсиал әјриси һәмин анда сыфыр нөгтәсиндән кечсин. Белә електронлар конденсаторун лөвһәләри арасындакы мејли етмәјәрәк кечирләр. Бу електронлар дүз хәтт бојунча һәрәкәт едәрәк $C_2$ конденсаторуна дүшүр. Һәр ики конденсаторда електрик саһәси ејни фазада дәјишдијиндән һәр период әрзиндә електронлар ики дәфә $C_2$ конденсаторуна дүшүр вә орадакы електрик саһәсинин фазасындан асылы олараг аз вә ја чох дәрәчәдә мејл едирләр. Ајдындыр ки, електронлар $C_2$ конденсаторундан кечәркән јалныз ики симметрик истигамәтдә мејл едә биләрләр. Мәсәлән, әкәр електронун $C_1$ вә $C_2$ конденсаторлары арасындакы мәсафәни гәт етмә мүддәти $t_1$=Ом-дирсә, онда белә груп електронлар $C_2$ конденсаторуна чатан анда орадакы потенсиал + $\varphi_1$, сонра кәлән дикәр груп електронлар исә $C_2$ конденсаторуна чатанда орадакы потенсиал - $\varphi_1$ олачагдыр. Она көрә дә бу ики груп електронлар екранын флүоресенсија едичи тәбәгәсиндә симметрик јерләшмиш ики ишыглы ләкә јарадачагдыр. Катодла анод арасындакы сүр'әтләндиричи потенсиалы дәјишдирмәклә електронларын сүр'әтини елә дәјишмәк олар ки, $t_1$ мүддәти кенераторун






Шәкил 1

јарымпериодуна вә ја јарымпериодун там мисилләринә бәрабәр олсун, јә'ни

$$t_1 = \frac{T}{2} \quad \text{вә ја} \quad t_1 = \frac{T}{2} \cdot n$$

олсун. Бу шәрт өдәнилдикдә јүклү зәррәчикләр икинчи конденсатордан мејл етмәдән кечәчәкләр вә екран үзәриндә һәр һансы бир нөгтәјә дүшүб бир ишыглы ләкә јарадачаглар. Бу ики конденсатор арасында електронларын сүр'әти

$$v = \frac{l}{t_1} = \frac{2l}{T}$$

вә ја үмуми һалда

$$v = \frac{2l}{n}\gamma$$

олар. Бурада γ- кенераторун тезлијидир. К-көзәрмә телиндән чыхан електронлар, сүр'әтләндиринчи саһәни кечәркән онларын алдығы сонунчу сүр'әт

$$\frac{mv^2}{2} \geq e\varphi$$

мүнасибәтиндән тә'јин едилир ки, бурада φ, Б-батарејасы тәрәфиндән јарадылан сүр'әтләндиричи потенсиалдыр. Бу ифадәдә сүр'әтин јухарыдакы гијмәтини нәзәрә алсаг:

$$\frac{m}{2} \cdot \frac{4l^2 v^2}{n^2} = e\varphi$$

вә ја

$$\frac{e}{m} = \frac{2l^2 v^2}{n^2 \varphi}$$



аларыг. Бу үсулла апарылмыш тәчрүбәләрдән електронун хүсуси јүкү үчүн

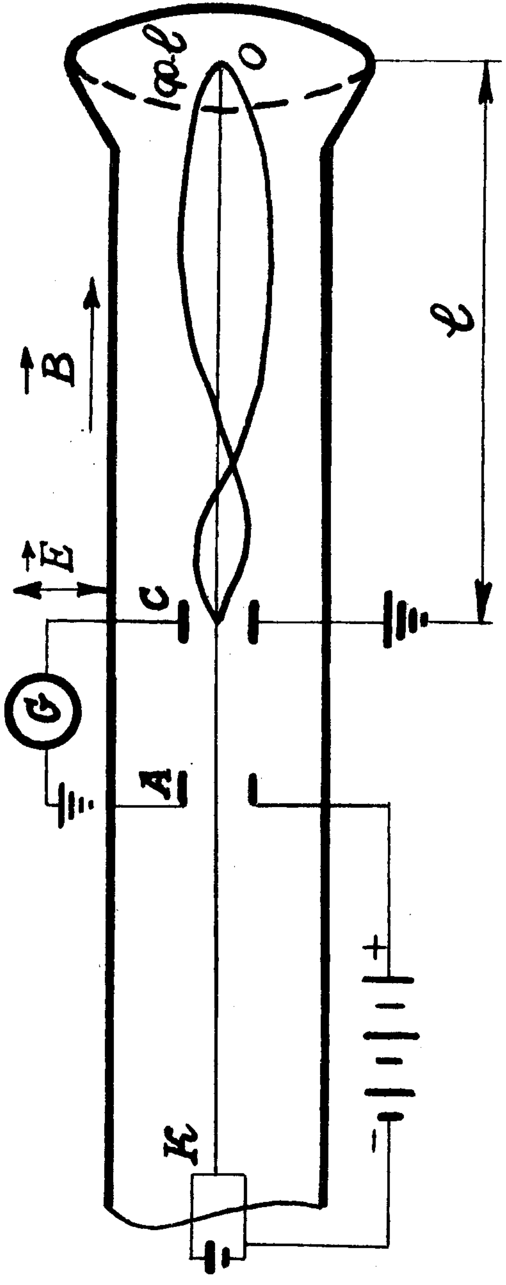
$$\frac{e}{m} = 1{,}7590 \cdot 10^{11}\ Кл / Кг$$

гијмәти алынмышдыр.

Ики конденсатор үсулунун бөјүк үстүнлүјү ондан ибарәтдир ки, бу тәчрүбәдә бөјүк хәталар бурахылан мејлләри өлчмәк тәләб олунмур. Гејд едәк ки, тәчрүбәни јалныз бир конденсаторла да апармаг олар. Лакин $C_1$ конденсатору васитәсилә хүсуси јүку тә'јин етдикдә јүклү зәррәчикләр конденсаторда мејл едир вә екранда мејли өлчмәк лазым кәлир. Бу исә мүәјјән хәталарын мејдана кәлмәсинә сәбәб олур. Бу хәталары азалтмаг мәгсәдилә икинчи $C_2$ конденсатору кәтүрүлүр.

II. Узунуна магнит саһәсиндә фокусланма үсулу илә $\frac{e}{m}$ нисбәтинин гә'јини.

Бу үсулла $\frac{e}{m}$ нисбәтинин тә'јин олунмасы схеми 2-чи шәкилдә көстәрилмишдир. Катоддан (К) чыхан електронлар катодла анод (А) арасындакы сүр'әтләндиричи потенсиаллар фәргинин тә'сири алтында сүр'әтләнәрәк анодун кичик дешијиндән кечиб, С конденсаторунун лөвһәләри арасындакы дәјишән Е електрик саһәсинә дүшүр. Бу саһәнин тә'сири илә онлар јухары вә ашағы мејл едән електронлар дәстәсинә чеврилирләр. Соленоид васитәсилә $l$ мәсафәсиндә бирчинсли узунуна магнит саһәси јарадылыр. Конденсатордан чыхан електронлар бу магнит саһәсинә һәр һансы бир α бучағы алтында дүшүрләр. (1.12) ифадәсиндән көрүнүр ки, магнит саһәсиндә бир чеврәнин чызылмасына сәрф олунан заман зәррәчијин сүр'әтиндән асылы дејил. Демәли, мүхтәлиф сүр'әтләрә малик ики зәррәчик ејни бир заманда ејни бир нөгтәдән магнит саһәсинә перпендикулјар истигамәтдә




**Шәкил 2**



чыхарларса, онлар мүхтәлиф радиуслу чеврәләр чызараг ејни заманда һәмин нөгтәјә чатарлар. (1.12) дүстуруна әсасән бир чеврә чызылмасына сәрф олунан мүддәтдә електронлар соленоидин оху бојунча

$$l = \frac{2\pi m v_c}{eH}\cos\alpha$$

мәсафәсини кечирләр. Әкәр кичик мејл етмә бучагларына бахсаг, $\cos\alpha \approx 1$ вә

$$l = \frac{2\pi m v_c}{eH}$$

олар. Бу дүстурдан көрүнүр ки, конденсатордан кичик мејл бучағы алтында чыхан вә ејни бир $v$ сүр'әтинә малик олан електронлар магнит саһәсинә перпендикулјар мүстәвидә бир чеврәнин чызылмасына сәрф олунан мүддәтдә соленоидин оху бојунча ејни бир $l$ мәсафәсини кечирләр. Бу, о демәкдир ки, ејни енержили вә бир-бириндән конусун доғуранлары үзрә узаглашан електрондар дәстәси узунуна магнит саһәсинин тә'сири алтында $l$ мәсафәсиндә фокусланырлар.

Узунуна магнит саһәсинин бу фокусландырма хүсусијјәти $\frac{e}{m}$ нисбәтинин тә'јин олунмасына имкан верир. Соленоиддәки чәрәјаны дәјишмәклә магнит саһәси индуксијасынын елә гијмәтини алмаг олар ки, електрон дәстәси соленоидин дикәр учунда флүоресценсија едичи екран јерләшән јердә о нөгтәсиндә фокуслансын. Саһә индуксијасынын бу гијмәтини биләрәк $\frac{e}{m}$ нисбәтини тә'јин етмәк олар. Доғрудан да (1.12) дүстурундан:

$$v = \frac{e}{m}\cdot\frac{lH}{2\pi c}$$

тә'јин едиб $\frac{mv^2}{2} = e\varphi$ дүстурунда јазсаг

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 c^2}{H^2 l^2}\varphi$$

аларыг. Бу үсулла хүсуси јүк үчүн тапылмыш гијмәт $\frac{e}{m} = 1{,}7592 \cdot 10^{11}$ кл / кг-дыр.

## §17. Јүклү зәррәчикләрин монохроматикләшдирилмәси

Атом физикасынын бә'зи мәсәләләриндә сүр'әтләри ејни олан електронлар дәстәсинин јарадылмасы тәләб олунур. Ејни сүр'әтли (монохроматик) јүклү зәррәчикләр дәстәси алмаг үчүн бир-биринә чарпаз електрик вә магнит саһәсинин тә'сириндән истифадә едирләр.

Фәрз едәк ки, һәр һансы јүклү зәррәчик мүәјјән јарағы олан конденсаторун дахилиндә һәрәкәт едир. Магнит саһәсинин истигамәтини електрик саһәсинә перпендикулјар көтүрмәклә саһәләри елә сечмәк олар ки, зәррәчијә тә'сир едән һәр ики гүввә бир-биринин әксинә јөнәлсин.

Лоренс вә Кулон гүввәләринин тә'сири алтында јүклү зәррәчикләр конденсатор дахилиндә мүәјјән әјри бојунча һәрәкәт едәчәкләр. Әјрилик радиусу ашағыдакы мүнасибәтдән тапылыр:

$$\frac{e}{c}vH - eE = \frac{mv^2}{R}$$

јарығындан елә јүклү зәррәчикләр кечәчәкләр ки, онлара тә'сир едән гүввәләр гијмәтчә бәрабәр, истигамәтчә бир-биринин әксинә олсун, јә'ни

$$\frac{e}{c}vH - eE = 0$$



олсун. Бурадан

$$v = \frac{E}{H}c$$

сүр'әтләри бу мүнасибәти өдәмәјән јүклү зәррәчикләр конденсаторун лөвһәләри тәрәфиндән чәзб олунуб електрон дәстәсиндән кәнар олунурлар вә диафрагма тәрәфиндән тутулурлар.

Көтүрдүјүмүз електрик вә магнит саһәләри бирчинсли олдугларына көрә јарыгдан чыхан електронларын һамысы ејни сүр'әтә малик олачагдыр, јә'ни јарыгдан монохроматик јүклү зәррәчикләр дәстәси чыхачагдыр. Бурада електрик вә магнит саһәләри мүәјјән мә'нада сүзкәч ролуну ојнајырлар.

Монохроматик јүклү зәррәчикләр алмағын икинчи үсулу силиндрик конденсаторда јарадылмыш радиал електрик саһәсинин тә'сиринә әсасланыр.

Фәрз едәк ки, силиндрик конденсаторун көјнәкләри мүәјјән $\varphi_k$ потенсиаллар фәргинә гәдәр јүнкүлләшир. Мәнбәдән чыхан јүклү зәррәчикләр дәстәси сүр'әтләндиричи потенсиаллар фәргини кечәрәк конденсаторун көјнәкләри арасына дүшүр.

Ајдындыр ки, көјнәкләр арасындан јалныз елә зәррәчикләр кечирләр ки, онлар үчүн ашағыдакы шәрт өдәнилсин:

$$eE = \frac{mv^2}{R}$$

Силиндрик конденсатор дахилиндәки електрик саһәси радиал симметријаја маликдир, она көрә дә

$$|\vec{E}| = \frac{d\varphi}{dR}; \quad e\frac{d\varphi}{dr} = \frac{mv^2}{R}$$

$$\frac{mv^2}{2} = e\varphi, \quad e\frac{d\varphi}{dR} = \frac{2e\varphi_0}{R}, \quad \frac{d\varphi}{2\varphi_0} = \frac{dR}{R}$$

$$\int_{R_1}^{R_2}\frac{dR}{R}=\frac{1}{2\varphi_0}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}d\varphi;\quad ln\frac{R_2}{R_1}=\frac{1}{2\varphi_0}(\varphi_2-\varphi_1)=\frac{\varphi_k}{2\varphi_0}$$

$$\varphi_k=2\varphi_0\, ln\frac{R_2}{R_1}$$

бу ифадәдән көрүнүр ки, конденсаторун көјнәкләриндәки һәр бир $\varphi_k$ потенсиаллар фәргинә јүклү зәррәчикләрин елә $e\varphi_0$ енержиси ујғун кәлир ки, бу енержијә малик олан зәррәчикләр силиндрик конденсатордан кечирләр.

$\varphi_k$ потенсиаллар фәргини сечмәклә монохроматик јүклү зәррәчикләр дәстәси алмаг олар.

## §1.8. Електронун күтләсинин сүр'әтиндән асылылығы

XX әсрин лап әввәлләриндә мүәјјән олунмуштдур ки, ишығын бошлугдакы сүр'әтинә јахын сүр'әтләрдә електронун күтләси сүр'әтдән асылы олараг дәјишир. Сонралар 1905-чи илдә Ејнштејн өзүнүн хүсуси нисбилик нәзәријјәсини јарадараг көстәрди ки, истәнилән чисмин күтләси сүр'әтдән асылы олараг

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

гануну илә дәјишир. Һәлә нисбилик нәзәријјәси јаранмадан хејли әввәл 1901-чи илдә Кауфман електронун күтләсинин сүр'әтдән асылылығыны мүәјјән етмәк үчүн тәчрүбә гојур. Ејни сүр'әтә малик олан електронлар дәстәси, лөвһәләри арасында бир-биринә антипаралел електрик вә магнит саһәләри олан конденсатордан кечир. Ајдындыр ки, зәррәчикләр һәм електрик, һәм дә магнит саһәсиндә мејл едәчәкләр. Координат охларыны елә сечәк ки, електрик саһәсиндә мејл X оху бојунча, магнит саһәсиндә исә мејл Z оху бојунча олсун.



(1.б) вә (1.13') ифадәләринә әсасән електрик вә магнит саһәләриндәки мејлләр

$$X=\frac{e}{mv^2}A,\qquad Z=\frac{e}{mv}B$$

бәрабәрликләри илә тә'јин олунур. Бурада A вә B чиһаз сабитләридир. Зәррәчикләрин електрик вә магнит саһәләриндәки мејлләрини мүшаһидә етмәк үчүн XOZ мүстәвиси үзәриндә фото лөвһә гојулур вә координат башланғычы һәр ики саһәдә мејл етмәјән γ- квантлар васитәсилә мүәјјән едилир. Ајдындыр ки, сүр'әтләри ејни олан електронлар фотолөвһә үзәриндә мүәјјән нөгтәдә топланарлар. Електронларын сүр'әтләри мүхтәлиф олдугда исә онлар фотолөвһә үзәриндә мүхтәлиф нөгтәләрдә топлашачаглар; һәмин нөгтәләрин фотолөвһә үзәриндә һәндәси јерини тапаг. Бунун үчүн јухарыдакы ики ифадәдән

$$\frac{z^2}{x}=\frac{e}{m}\cdot\frac{B^2}{A}$$

аларыг. Әкәр $\frac{e}{m}$ сабитдирсә, онда $\frac{B^2}{A}\cdot\frac{e}{m}=K=const$ олар вә

$$Z^2=KX$$

аларыг. Бурадан көрүнүр ки, мүхтәлиф сүр'әтли електронлар фотолөвһә үзәриндә парабола бојунча јерләшмәлидирләр. Магнит саһәсинин истигамәтини сабит сахлајыб електрик саһәсинин истигамәтини $180^0$ дәјишсәк, онда фотолөвһә үзәриндә Z охуна нисбәтән симметрик јерләшмиш ики парабола парчасы алынмалыдыр вә һәм дә Z оху координат башланғычында һәр ики параболаја тохунан олмалыдыр. Кауфманын тәчрүбәси көстәрди ки, фотолөвһә үзәриндә алынан әјриләр парабола парчалары дејил. Алынмыш әјриләр коор-

динат башланғычынадәк давам етмир. Бундан башга әриләрин давамына о нөгтәсиндә чәкилмиш тохунанлар Z оху илә үст-үстә дүшмәјиб, онунла һәр һансы бир α бучағы әмәлә кәтирир. Бу тәчрүби фактлар көстәрир ки, јухарыда фәрз етдијимиз $\frac{e}{m} = const$ нисбәти сабит дејилдир, јә'ни күтлә сүр'әтдән асылыдыр. тәчрүбәдә алынан әјринин координатларыны өлчмәклә Кауфман $\frac{e}{m}$ нисбәтини һесабламышдыр. Тәчрүбәләр көстәрир ки, електронларын сүр'әтинин артмасы илә $\frac{e}{m}$ нисбәти азалыр. Башга сөзлә десәк сүр'әтин артмасы илә електронун күтләси артыр.

Гејд етмәк лазымдыр ки, Кауфманын тәчрүбәси кејфијјәт характери дашыјыр, чүнки тәчрүбәдә алынан параболалар јарымчығдырлар вә чох да кәскин дејилләр. Буна бахмајараг бу тәчрүбә илк дәфә олараг күтләнин сүр'әтдән асылылығыны көстәрди. Кауфмандан сонра нәзәри олараг електронун күтләсинин сүр'әтдән асылылығы үчүн бә'зи мүлаһизәләр ирәли сүрүлмүшдүр. Абраһам електрона һәрәкәти истигамәтиндә сыхылмајан һәр һансы кичик күрә кими бахараг күтләнин сүр'әтдән асылылығы үчүн ашағыдакы дүстуру алмышдыр:

$$m = \frac{3}{4} \cdot \frac{m_0}{\beta} \left( \frac{1+\beta^2}{2\beta} ln \frac{1-\beta}{1+\beta} - 1 \right)$$

$$m_0 = 9,1 \cdot 10^{-28} гр. \quad \beta = \frac{v}{c}$$

Лоренс исә електрон күтләсинин тамамилә електромагнит тәбиәтли олмасыны фәрз етмәклә електрона һәрәкәт истигамәтиндә сыхылан күрә кими бахмагла күтләнин сүр'әтиндән асылылығы үчүн белә дүстур алмышдыр:



$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Бу нәзәри дүстурлар бир сыра мүәллифләр тәрәфиндән тәчрүбәдә јохланмышдыр.

Гејд едәк ки, бу дүстурлар заһирән бир-бириндән кәскин фәргләнмәсинә бахмајараг мүәјјән β - үчүн онларын вердији әдәди гијмәт бир-биринә чох јахын олур.

Биринчи дәфә олараг Күн-Лаванин-Ратновски сүр'әти $\beta = 0,3 + 0,5$ олан електронларла тәчрүбә апараpаг Лоренс дүстурунун һәгигәтә даһа јахын олдуғуну сүбут етмишләр. Лакин онларын тәчрүбәләри о гәдәр дә дәгиг дејилди, чүнки електронларын сүр'әти о гәдәр кичикдир ки, күтләнин дәјишмәси һисс олунмурду.

Бунлардан сонра Капитса вә Триккер електронун күтләсинин сүр'әтдән асылылығыны мүәјјәнләшдирмәк үчүн схем вермишләр. Онларын схеми ишығыны монохроматикләшдирилмәси үчүн тәтбиг олунан "фокал монохроматорун" схеминә чох бәнзәјир. Тутаг ки, һәр һансы бир линза үзәринә ишыг шүасы дүшүр.

Диафрагма васитәсилә шүалары линзанын кәнарларына јөнәлдәк. Бу ишыг линза маддәсиндә једди мүхтәлиф рәнкә ајрылыр. Хроматик абберасија нәтичәсиндә мүхтәлиф рәнкли шүалар линзадан мүхтәлиф истигамәтдә сыныр. Ән чох сынан бәнөвшәји шүалар, ән аз сынан исә гырмызы шүалар олур. Әкәр үзәриндә кичик јарығы олан екраны баш оптик ох үзәриндә саға-сола һәрәкәт етдирсәк, онда јарыгдан кечән шүа тәмиз монохроматик шүа олар.

Капитса-Триккер тәчрүбәсиндә линзанын јерини соленоид васитәсилә јаранан узунуна магнит саһәси әвәз едир. Електрон мәнбәјиндән мүхтәлиф сүр'әтлә чыхан електронлар мүхтәлиф нөгтәләрдә фокусланырлар.

Билдијимиз кими белә узунуна саһәдә винт аддымы (бах.(1.12)

$$l = \frac{2\pi mvc}{eH} \cos\alpha$$

дүстуру илә тә'јин олунур. Онда сүр'әтләри мүхтәлиф олан електронларын екранда пајландығы интервал

$$\Delta l = \frac{2\pi mc}{eH} \Delta v \cos\alpha$$

олар.

Тәчрүбәдә $\Delta l$ вә $\Delta v$-ни тапмагла $\frac{e}{m}$ нисбәтини һесабламаг олар. Тәчрүбәдә екрана 5000 в-а гәдәр потенсиаллар фәрги верилир. Она көрә дә алынан електронларын сүр'әти $\beta = 0,7 \div 0,9$ интервалында олур ки, бу да тәчрүбәнин чох инандырычы олмасына кәтирир. Бу тәчрүдән алынан гијмәт Лоренс дүстуруна даһа чох ујғун кәлир.

Електроунун күтләсинин сүр'әтдән асылылығыны Сан вә Списс дә тәчрүбәдә јохламышдыр.

Фәрз едәк ки, һәр һансы мәнбәдән чыхан електронлар диафрагмалараы кечәндән сонра чарпаз електрик вә магнит саһәсинә дүшүр. Онда бу систем сүзкәч ролуну ојнајар.

Диафрагмалардан елә електронлар кечиб, електрик вә магнит саһәләринә дүшүрләр ки, онларын сүр'әтләри

$$\frac{e}{c} vH = \frac{mv^2}{R}$$

шәртини өдәсин. Јарыгдан монохроматик електрон дәстәси чыхыр вә Фарадеј силиндринә дүшүр. Фарадеј силиндриндә ајры-ајры електронлары сајмаг мүмкүн олдуғундан тәчрүбәдә магнит саһәсинин верилмиш гијмәтиндә конденсаторун лөвһәләриндәки потенсиаллар фәрги елә сечилир ки, Фарадеј силиндриндә гејд олунан електронларын сајы максимум олсун.



Әкәр конденсатордакы електрик саһәсинин интенсивлији Е, магнит саһәсинин игенсивлији Н оларса, онда конденсатордан јалныз елә електронлар кечәрләр ки, онларын сүр'әтләри $v = \frac{E}{H} C$ шәртини өдәсин. Сүр'әтин бу ифадәсини јухарыдакы дүстурда јеринә јазсаг:

$$\frac{e}{m} = \frac{c^2 E}{RH^2}$$

аларыг.

Тәчрүбәдә әјрилик радиусуну, $E$ вә $H$-ы өлчмәклә $\frac{e}{m}$ нисбәтини тә'јин етмәк олар. Бу тәчрүбә көстәрди ки, Лоренс дүстуру 1% хәта илә тәчрүбәнин вердији гијмәтә ујғун кәлир. Бу тәчрүбәдә електронларын сүр'әти $\beta = 0,8 \div 0,9$ интервалында олмушдур.

Мүасир дөврдә күтләнин сүр'әтдән асылылыг ифадәси, јүклү зәррәчикләрин сүр'әтләндиричиләри кими нәһәнк гурғуларын јарадылмасы ишиндә чох кениш истифадә олунан ишчи дүстура чеврилмишдир. Әкәр бу гурғулар јарадыларкән күтләнин сүр'әтдән асылылығыны ифадә едән Лоренс-Ејнштејн дүстурундан чох чүз'и дәрәчәдә кәнара чыхма оларса, онда бу чүр гурғулар үмумијјәтлә ишләмәз. Она көрә дә мүасир дөврдә бүтүн мүмкүн олан сүр'әтләр интервалында күтләнин сүр'әтдән асылылыг дүстурунун доғру олдуғуну инамла тәсдиг етмәк олар.

## §1.9. Електронун електромагнит күтләси

Илк дәфә олараг Томсон фәрз етмишдир ки, електрон механики күтләјә малик дејил, онун күтләси тамамилә електромагнит тәбиәтлидир. Бу фәрзијјә Лоренс дүстурунун алынмасында електронун күтләсинин тамамилә електромагнит тәбиәтли олдуғунун гәбул едилмәсинә истинад едилмишдир. Бу фәрзијјәни Томсон белә әсасландырыр. Фәрз

едәк ки, һәр һансы бир електрон сүкунәтдәдир. Електрик курсундан мә'лумдур ки, белә јүкүн әтрафында интенсивлиjи $E$ олан јалныз електростатик саһә јараныр. Әкәр фәрз етсәк ки, һәмин електрон мүәјјән $v$ сүр'әти илә һәрәкәт едир, онда ајдындыр ки, һәмин електронун әтрафында интенсивлиjи $H$ олан магнит саһәси јаранар. Әкәр һәрәкәт едән електрону дајандырмаға чалышсаг харичи магнит саһәси јаваш-јаваш јох олачаг вә индуксија ганунуна әсасән интенсивлиjи $E'$ олан јени електрик саһәси әмәлә кәләчәкдир. Ленс гајдасына көрә бу саһәнин истигамәти елә олмалыдыр ки, о, ләнкиjән електрону сүр'әтләндирсин. Беләликлә,көрүнүр ки, електронун һәрәкәти заманы мүәјјән бир електрик әталәти мејдана кәлир вә бу електрик әталәтинә гаршы мүәјјән күтлә гојмаг олар. Бу күтләjә електромагнит күтләси дејилир.

$$m = m_m + m_e, \quad m_m = 0$$

$$m = m_e$$

Мүәјјән мүлаһизәләр әсасында електронун електромагнит күтләсини һесабламаг олар. Фәрз едәк ки, електрон $r_0$ - радиуслу күрә шәклиндәдир вә електрик јүкү бәрабәр сыхлыгла онун дахилиндә пајланмышдыр. Електрик курсундан билдиjимиз кими $e$ јүкүнә малик зәррәчик $v$ сүр'әти илә һәрәкәт едәрсә, бу һәрәкәтә сыхлығы $ev$ олан електрик чәрәјаны кими бахмаг олар. Онда бу чәрәјанын мүәјјән $r$ мәсафәсиндә јаратдығы магнит саһәсинин интенсивлиjи Био-Савар-Лаплас ганунуна көрә

$$H = \frac{ev}{cr^2} \sin\theta$$

олар. Јаранан бу магнит саһәси мүәјјән енержи сыхлығына маликдир. Елементар $dV$ һәчминдә магнит саһәсинин енержиси:

$$dW = \frac{H^2}{8\pi} dV = \frac{e^2 v^2 \sin^2\theta}{8\pi c^2 r^4} \cdot r^2 dr \sin\theta d\theta d\varphi$$



$$dW = \frac{e^2 v^2 \sin^3\theta}{8\pi c^2 r^2} \, dr d\theta d\varphi$$

олар.

Бу ифадәни $r$, $\theta$, $\varphi$ -јә көрә, интегралласаг магнит саһәси илә бағлы олан енержини тапа биләрик:

$$W = \frac{e^2 v^2}{8\pi c^2} \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r^2} \int_0^{\pi} \sin^3\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$W = \frac{e^2 v^2}{3 r_0 c^2}$$

Алдығымыз бу енержи електрон үзәриндә кәнардан мүәјјән иш көрмәклә әлдә едилмишдир. Башга сөзлә електрона вердиjимиз кинетик енержи бу енержинин јаранмасына сәбәб олур. Онда

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{e^2 v^2}{3 r_0 c^2}$$

Бурадан електронун електромагнит күтләси үчүн

$$m_e = \frac{2e^2}{3 r_0 c^2}$$

ифадәсини аларыг.

Електронун күтләсинин тамамилә електромагнит тәбиәтли олмасы фәрзијјәсиндән истифадә едәрәк онун класик радиусуну һесабламаг олар:

$$r_0 = \frac{2e^2}{3m_e c^2} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-13}\, см$$

Гејд етмәк лазымдыр ки, електронун күтләсинин тамамилә електромагнит тәбиәтли олмасы фикри јанлышдыр. Бунун сәбәби ашағыдакылардан ибарәтдир.

1. Билдијимиз кими әкәр бир електрона радиусу $10^{-13}$ см олан күрә кими бахсаг, бу күрәнин һәчми $V \sim 10^{-39}$ $см^3$ олар. Күтлә тамам електромагнит тәбиәтли оларса, онда белә кичик һәчмдә јалныз еjни електростатик характерли гүввәләр тә'сир едәр. Бу гүввәләрин тә'сири алтында систем дајаныглы ола билмәз вә бу систем дағылмалыдыр. Лакин күндәлик тәчрүбәләр көстәрир ки, електрон стабил зәррәчикдир, о дағылмыр. Онда белә кичик һәчмдә електростатик гүввәләрлә јанашы һәр һансы дикәр механики гүввәләр дә олмалыдыр ки, системи дағылмаға гојмасын. Бу механики гүввәләрә гаршы механики күтлә гоја биләрик.

2) Томсонун Лоренс дүстуруна әсасланан бу фәрзијјәни ирәли сүрмәси һәм дә она көрә јанлышдыр ки, 1905-чи илдә Ејнштејн зәррәчијин тәбиәтинә һеч бир мәһдудијјәт гојмадан

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

дүстуруну алмышдыр. Онда Томсонун Лоренс дүстуруна әсасланмасы мә'насыздыр. Бу дедикләримизи јекунлашдыраг белә нәтичәјә кәләрик ки, електронун күтләсинин тамамилә електромагнит тәбиәтинә малик олмасы фикри јанлышдыр, онун күтләсинин јалныз бир һиссәси електромагнит тәбиәтлидир.



# II ФӘСИЛ

# АТОМУН ГУРУЛУШУ

## §2.1. Сәпилмәнин еффектив кәсији

Адәтән атомун гурулушуну, јә'ни атомда мәнфи вә мүсбәт јүкләрин пајланмасыны өјрәнмәк үчүн һәмин атому кәнардан бөјүк сүр'әтли електронларла, α- зәррчикләрлә бомбардман едирләр (зондлајырлар). Ајдындыр ки, бу һалда атомда бир сыра мүрәккәб һадисәләр баш верә биләр. Лакин биз дикәр просесләри дејил, јалныз зәррәчикләрин атомдан сәпилмәсини өјрәнәчәјик. Сәпилмә дедикдә зәррәчикләрин әввәлки һәрәкәт истигамәтиндән мејлләри нәзәрдә тутулур.

Әввәлчә мәсәләни садәләшдирмәк үчүн фәрз едәк ки, сүкунәтдә олан вә хаотик јерләшән јүксүз күрәләр системи мовчуддур. Системин үзәринә кәнардан һәр һансы бир нишанланмыш күрә дүшүр.

Ајдындыр ки, дүшән нишанланмыш күрә сүкунәтдә олан күрәләрә ја тоггушачаг, ја да тоггушмајачагдыр. Бу һадисә еһтимал характери дашыјыр. Фәрз едәк ки, нишанланмыш күрәнин $X$ мәсафәсини тоггушмадан кечмә еһтималы $W(x)$-дыр. Онда $W(x+dx)$ нишанланмыш күрәнин $x+dx$ мәсафәсини тоггушмадан кечмә еһтималы олар. Дикәр тәрәфдән нишанланмыш күрәнин x+dx мәсафәси кечмәси мүрәккәб һадисә олуб ики мәрһәләдән: ардычыл олараг тоггушмадан $x$ вә $dx$ мәсафәләрини кечмәсиндән ибарәтдир. Мүрәккәб һадисәнин еһтималы асылы олмајан елементар һадисәләрин еһтималларынын һасилинә бәрабәр олдуғундан:

$$W(x+dx)=W(x) \cdot W(dx)$$

ифадәсини јазмаг олар.

Нишанланмыш күрәнин dx мәсафәсини кечәркән күрәләрлә тоггушма еһтималы бу мәсафә илә мүтәнасиб олуб $adx$ кими јазыла биләр. Бурада а мүтәнасиблик әмсалыдыр. Онда нишанланмыш күрәнин $dx$ мәсафәсини тоггушмадан кечмә еһтималы олан $W(dx)$ -и ашағыдакы кими јазмаг олар:

$$W(dx) = 1-adx$$

Бу ифадәни јухарыдакы мүнасибәтдә нәзәрә алсаг,

$$W(x+dx) = W(x)(1-adx)$$

бәрабәрлијини јазмаг олар.

$W(x+dx)$ функсијасыны $dx$ әтрафында сыраја ајыраг вә биринчи ики һədди илә кифајәтләнәк. Онда

$$W(x)+\frac{dW(x)}{dx}\cdot dx = W(x) - aW(x)dx$$

$$\frac{dW(x)}{W(x)} = -adx$$

олар. Бу сон ифадәни интегралласаг

$$W(x) = Ce^{-ax}$$

аларыг. Бу ифадәдәки $C$ интеграллама сабити сәрһәд шәртләриндән тапылыр. $x=0$ олдугда нишанланмыш күрә һеч бир күрә илә тоггушмадығына көрә бу һадисәнин еһтималы $W(0)$ ваһидә бәрабәрдир. Онда $c=1$ вә

$$W(x) = e^{-ax} \qquad (2.1.)$$

аларыг. (2.1)-дән көрүнүр ки, нишанланмыш күрәнин тоггушмама еһтималы, $x$ мәсафәси артдыгча експоненсиал олараг азалыр.



Инди исә (2.1) дүстуруна дахил олан а-нын физики маһијјәтини изаһ едәк.

Експоненсиал функсијанын үстү адсыз кәмијјәт олдуғуна көрә $[a] = см^{-1}$ олмалыдыр, дикәр тәрәфдән $a$-ја физики мә'на вермәк үчүн сәрбәст јолун орта узунлуғуну еһтимал нәзәријјәсинә көрә тә'јин едәк. Еһтиал нәзәријјәсиндә һәр һансы бир $A$ кәмијјәтинин орта гијмәти ашағыдакы кими һесабланыр:

$$\overline{A} = \int_0^\infty A(x)\Phi(x)dx$$

Бурада $\Phi(x)$ функсијасы пајланма функсијасы вә ја еһтимал сыхлығы адланыр.

Сәрбәст јолун орта узунлуғунун тә'рифинә әсасән нишанланмыш күрәнин $x$ галынлығындан кечәркән орадакы күрәләрлә тоггушмамаг еһтималы $e^{-ax}$, $dx$ галынлығында тоггушма еһтималы исә $adx$ олдуғуна көрә сәрбәст јолун орта узунлуғунун $\overline{x}$ -ә бәрабәр олмасы еһтималы

$$\lambda = \overline{x} = \int_0^\infty xae^{-ax}dx$$

олар. Ахырынчы ифадәни һиссә-һиссә интегралласаг

$$\lambda = \frac{1}{a} \quad \text{вә ја} \quad a = \frac{1}{\lambda}$$

аларыг. Демәли, (2.1) ифадәсинә дахил олан а сәрбәст јолун орта узунлуғунун тәрс гијмәтидир. Буну нәзәрә алдыгда (2.1) дүстуру ашағыдакы шәкли алыр:

$$W(x) = e^{-\frac{x}{\lambda}} \qquad (2.2)$$

Көстәрәк ки, $a$-нын икинчи бир физики мә'насы да вардыр. Бу мәгсәдлә сәпилмәнин еффектив кәсији адланан σ - кәмијјәтини һесаблајаг. Фәрз едәк ки, ваһид һәчмдә $n$ сајда $r_0$ радиуслу күрә вар. Сәпичи күрәләрин һәр бирини радиусу $r_0$ вә саһәси σ олан даирә формасында һәдәфлә әвәз едәк вә фәрз едәк ки, дүшән күрә бу һәдәфләрин дахилиндән кечәндә јалныз сәпилмәјә мә'руз галыр. Бу мүлаһизәјә көрә һәр бир даирәнин саһәсинә $\sigma = \pi r_0^2$ сәпилмәнин еффектив кәсији дејирләр. Квант механикасында сәпилмәнин еффектив кәсији дедикдә, ваһид заманда сәпилмә еһтималынын дүшән зәррәчикләр селинә олан нисбәти баша дүшүлүр. Ваһид һәчмдә олан там еффектив кәсик макроскопик кәсик адланыб ашағыдакы өлчү ваһидинә маликдир:

$$n\sigma = n\pi r_0^2 \qquad \left[n\pi r_0^2\right] = см^{-2}$$

Дикәр тәрәфдән а кәмијјәтинин өлчүсү $см^{-1}$ олдуғундан ону $a = n\sigma = n\pi r_0^2$ кими јазмаг олар. Јә'ни $a$ сабити елементар еффектив кәсикләрин чәминә бәрабәр олуб макроскопик еффектив кәсији ифадә едир. Дүшән күрәнин $dx$ мәсафәсини кечәркән тоггушма еһтималы $adx$-ә бәрабәр олдуғундан бу еһтималы $n\sigma dx$ кими јазмаг олар. Онда σ , галынлығы 1 см вә ваһид һәчмдә бир күрә олан тәбәгәдән сәпилмә еһтималы, $a$ исә күрәләрин сыхлығы $n$-ә бәрабәр олан тәбәгәдән сәпилмә еһтималы олар.

Инди исә паралел зәррәчикләр селинин һәр һансы $l$ галынлыглы тәбәгәдән кечәркән сәпичи мәркәзләрдән сәпилмәси нәтичәсиндә селин зәифләмәси мәсәләсинә бахаг. Бунун үчүн бу тәбәгәни сонсуз назик $dx$ тәбәгәләринә бөләк вә фәрз едәк ки, һәр һансы бир $dx$ тәбәгәсинин өн сәтһинә дүшән зәррәчикләр селинин сыхлығы $N$-дир. Онда зәррәчикләр сели сыхлығынын $dx$ галынлыглы тәбәгәни кечәркән азалмасы

$$-dN = nN\sigma dx \qquad (2.3)$$



гәдәр олар, јә'ни зәррәчикләр сели сыхлығынын азалмасы, тәбәгәјә дүшән зәррәчикләр селинин $N$ сыхлығы, һәр $см^2$ сәтһә ујғун сәпичи мәркәзләрин $ndx$ сајы (бурада т-сәпичи мәркәзләрин консентрасијасыдыр) вә һәр бир сәпичи мәркәзин σ еффектив кәсији һасили илә дүз мүтәнасибдир. (2.3) ифадәсиндәки мәнфи ишарәси dx тәбәгәсини кечәркән зәррәчикләр сели сыхлығынын азалмасыны көстәрир. Фәрз едирик ки, $l$ тәбәгәсиндән кечәркән спилән зәррәчикләр гејдедичи гурғуја дүшүр. Онда (2.3) ифадәсини сыфырдан $l$-ә гәдәр интеррајыб x=0-да $N=N_0$ / $N_0$,$l$ тәбәгәнин өн сәтһинә дүшән зәррәчикләр сели сыхлығыдыр) олдуғун нәзәрә алсаг:

$$N = N_0 e^{-n\sigma l} = N_0 e^{-al} = N_0 e^{-\frac{l}{\lambda}} \qquad (2.4)$$

аларыг.

Истәнилән x галынлыглы тәбәгәни кечәркән зәррәчикләр сели сыхлығынын зәифләмәси гануну

$$N = N_0 e^{-n\sigma x} = N_0 e^{-ax} = N_0 e^{-\frac{x}{\lambda}} \qquad (2.5)$$

ифадәси илә верилир.

(2.5) дүстурундан көрүнүр ки, зәррәчикләр маддәдән кечәркән селин зәифләмәси експоненсиал ганунла ифадә олунур.

## §2.2. Електронларын атомлардан сәпилмәси

Әввәлки параграфда алдығымыз нәтичәләр әсасында, електронларын атомлардан сәпилмәси мәсәләсини тәһлил едәк.

Фәрз едәк ки, електрон дәстәси мүәјјән мүһитдән кечир. Тәчрүбә көстәрир ки, чыхан дәстәнин интенсивлији, дүшән дәстәнин интенсивлијиндән кичик олур.

Електрон дәстәси маддәдән кечәркән ики сәбәб үзүндән зәифләјә биләр. Биринчиси, електронлар маддә дахилиндәки атомларла гаршылыглы тә'сирдә олараг өз енержиләринин мүәјјән һиссәсини онлара вермәклә, икинчиси исә, елеткронлар атомларла еластики тоггушараг өз һәрәкәт истигамәтләрини дәјишмәклә (сәпиләрәк) елктрон дәстәсиндән кәнара чыха биләр. Електронларын маддәдән кечәркән атомлардан сәпилмәсинин илк дәфә Ленард өјрәнмишдир. О, көстәрмишдир ки, маддәдән кечәркән електрон селинин зәифләмәси

$$N = N_0 e^{-\alpha x} \qquad (2.6)$$

гануну илә ифадә едилир. Бурада $\alpha$ сабити ваһид узунлугда сәпилмә нәтичәсиндә електрон дәстәсинин е дәфә зәифләмәсини харатеризә едир.

(2.5) вә (2.6) ифадәләринин мүгајисәси $\alpha$ илә а сабитләринин ејни физики мә'наја малик олмасыны көстәрир, јә'ни $\alpha$ - електронларын маддә атомларындан сәпилмәсинин ефектив кәсикләринин чәмидир. Онда

$$N = N_0 e^{-\alpha x} = N_0 e^{-\frac{x}{\lambda}} = N_0 e^{-n\sigma x}$$

кими јазмаг олар.

Тәчрүбәләрдән мүәјјән олунмушдур ки, (2.6) дүстуруна дахил олан $\alpha$ кәмијјәти сәпичи маддәнин агрегат һалындан вә башга хүсусијјәтләриндән асылы олмајыб, јалныз онун сыхлығындан асылыдыр. Һәм дә ашкар олунмушдур ки, $\frac{\alpha}{\rho}$ нисбәти (бурада $\rho$ - маддәнини сыхлығыдыр) верилмиш сүр'әт үчүн сабит кәмијјәтдир. Дүшән електронларын сүр'әти артдыгча бу кәмијјәт кәскин азалыр. Мәсәлән, сүр'әти $\beta = \frac{v}{c} = 0{,}04$ олан електронлар үчүн $\frac{\alpha}{\rho} = 5{,}8 \cdot 10^6\, см^2 / гр$ олдуғу һалда, чох бөјүк сүр'әтли електронлар үчүн, јә'ни $\beta$=0,9 үчүн тәчрүбәнин вердији гијмәт $\frac{\alpha}{\rho} = 6 см^2 / гр$ олур. $\alpha$ - маддәнин фәрди хүсусијјәтләриндән асылы олмадығындан $\alpha$-ны һава үчүн һесаблајаг (нормал шәраитдә һава үчүн $\rho$ = 1,29x$10^{-3}$гр/см$^3$-дур. $\beta$=0,04 олдугда:



$$\alpha = 5{,}8 \cdot 10^6 \cdot 1{,}29 \cdot 10^{-3} \approx 7{,}5 \cdot 10^3\, см^{-1}$$

$\beta$=0,9 олдугда исә:

$$\alpha = \rho \cdot 6 \frac{см^2}{гр} = 1{,}29 \cdot 10^{-3} \cdot 6 = 7{,}7 \cdot 10^{-3}\, см^{-1}$$

Инди $\alpha$-ны газларын молекулјар кинетик нәзәријјәсиндән һесаблајаг. Бу нәзәријјәјә көрә нормал шәраитдә 1см$^3$-дә газ молекулларынын сајы 2,7x$10^{19}$ вә атом күрәсинин радиусу $r_0 \approx 10^{-8}$ олдуғундан:

$$\alpha = n\sigma = n\pi r_0^2 = 2{,}7 \cdot 10^{19} \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-16} \approx 8{,}5 \cdot 10^3\, см^{-1}$$

олур. Бу нәтичәнин атому електронларла зондламагла алынан нәтичә илә мүгајисә етсәк, кичик сүр'әтли електронлар үчүн һәр ики нәтичәнин тәхминән үст-үстә дүшмәсини көрәрик. Лакин бөјүк сүр'әтли електронлар үчүн исә $\alpha$-нын атомларын електронларла зондламагла алынан гијмәти онун газларын молекулјар- кинетик нәзәријјәсиндән алынан гијмәтиндән милјон дәфә кичикдир. Бу исә ону көстәрир ки, атому бөјүк сүр'әтли електронларла зондлајанда онун һәгиги гурулушу даһа ајдын мејдана чыхар. Гејд етмәк лазымдыр ки, атому електронларла зондладыгда онун һәгиги гурулушу тамамилә ашкар олунмур. Она көрә дә атому даһа ағыр зәррәчикләрлә, мәсәлән, $\alpha$ - зәррәчикләрлә зондламаг лазымдыр. Чүнки, ағыр зәррәчикләр електронлардан фәргли олараг атомун әсас күтләсиндән сәпилирләр. Бу мәгсәдлә бөјүк инкилис алими Ернест Резерфорд атому $\alpha$- зәррәчикләрлә

зондламыщдыр. Резерфорд моделинə кечмəздəн əввəл она гəдəр олан вə тарихми мараг кəсб едəн Томсон модели илə танын олаг.

## §2.3. Атомун Томсон модели

Атомун електронларла зондламасындан сонра 1903-чү илдə Ч.Ч.Томсон атомун ашағыдакы моделини тəклиф етмищдир. Бу моделə көрə атом мүсбəт јүклəрин бəрабəр һəчм сыхлығы илə пајландығы күрə шəклиндəдир. Електронлар мүсбəт јүклəрин дахилиндə јерлəшəрк онун ајры-ајры елементлəри илə Кулон гануна көрə гаршылыглы тə'сирдə олурлар. Атомун нејтрал олмасы үчүн мүсбəт јүклəрин чəми мəнфи јүклəрин чəминə бəрабəр олмалыдыр. Бу модел статик моделидир, јə'ни јүклəр системи һəрəкəт етмир. Лакин Томсон фəрз едирди ки, мəнфи јүклəр (електронлар) өз таразлыг вəзијјəти əтрафында кичик квазиһармоник рəгс едə билəр (бу фəрзијјə атомун шүаланмасыны изаһ етмəк үчүндүр).

Доғрудан да, тутаг ки, күрəнин мəркəзи олан о нөгтəсиндəн x мəсафəдə һəр һансы бир електрон јерəшир. Күрəнин бүтүн һəчмини чохлу сајда енсиз консентрик күрə тəбəгəлəринə бөлəк.

Електрик бəһсиндəн мə'лумдур ки, белə тəбəгəлəрин һəр биринин дахилиндə саһəнин интенсивлији сыфырдыр, тəбəгəдəн харичдə исə тəбəгəнин јаратдығы саһəнин интенсивлији, тəбəгəнин бүтүн јүкү күрəнин мəркəзиндə јерлəшəн јүкүн јаратдығы саһə интенсивлијинə бəрабəр олачагдыр. X радиуслу күрəдə олан мүсбəт јүкүн мигдарыны q(x) илə ишарə етсəк, онда

$$q(x)=\frac{4}{3}\pi x^{3}\rho$$

олар. Бурада ρ - мүсбəт јүклəрин сыхлығыдыр. q(x) јүкүнүн күрəнин мəркəзиндə топландығыны гəбул етсəк, онун електрона етдији тə'сир гүввəси



$$F=-\frac{4\pi x^{3}\rho e}{3x^{2}}=-\frac{4\pi\rho e}{3}x=-kx \qquad (2.7)$$

олар. Көрүндүјү кими електрона квазиеластики гүввə тə'сир едир. Бу гүввəнин тə'сири алтында електрон өз таразлыг вəзијјəти əтрафында квазиһармоник рəгс едəчəкдир.

Томсон моделинə əсасəн атомун радиусуну һесабламаг олар. Бунун үчүн тутаг ки, атомда бир мүсбəт јүк вə мəркəздəн x мəсафəсиндə јерлəшəн бир електрон вардыр. Онда (2.7) дүстурунда ρ əвəзинə

$$\rho=\frac{e}{\frac{4}{3}\pi R^{3}}=\frac{3e}{4\pi R^{3}}$$

јазсаг, електрона тə'сир едəн гүввə үчүн

$$F=-\frac{e^{2}}{R^{3}}x=-kx$$

аларыг. Бурада e- атомун мүсбəт јүкү, e-исə електронун јүкүдүр. Бу бəрабəрлијин мүгајисəсиндəн

$$k=\frac{e^{2}}{R^{3}}$$

алырыг. Дикəр тəрəфдəн даирəви тезлик $\omega=2\pi\nu=\sqrt{\frac{k}{m}}$ вə $\nu=\frac{c}{\lambda}$ олдуғуну нəзəрə алсаг, $k=\frac{4\pi^{2}c^{2}}{\lambda^{2}}m$ олар. к-үчүн алдығымыз сон ики ифадəни бəрабəрлəшдирмəклə атомун радиусу үчүн ашағыдакы ифадəни алмаг олар.

$$R = \sqrt[3]{\frac{e^2\lambda^2}{4\pi^2c^2m}} \qquad (2.8)$$

Билдијимиз кими бә'зи атомлар далға узунлуғу λ = 5x10⁻⁵ см олан көрүнән шүа шүаландырыр. Белә бир атомун радиусуну һесаблајаг:

$$R = \sqrt[3]{\frac{\lambda^2e^2}{4\pi^2c^2m}} = \sqrt[3]{\frac{25\cdot10^{-10}\cdot(4{,}8\cdot10^{-10})^2}{4\cdot9{,}86\cdot9\cdot10^{20}\cdot9{,}1\cdot10^{-28}}} \approx 2\cdot10^{-8}\,см$$

Томсон моделинә әсасән атомун радиусу $10^{-8}$ см тәртибиндәдир. Дикәр тәчрүбәләрдән дә, мәсәлән, газларын молекулјар-кинетик нәзәријјәсиндән дә атомун радиусу бу гијмәт тәртибиндәдир. Һесабламалар көстәрир ки, дикәр тәчрүбәләрдән алынан гијмәт Томсонун алдығы гијмәтлә үст-үстә дүшүр. Белә үст-үстә дүшмә Томсон моделинин үмүдверичи олдуғуну көстәрир. Бу статик модел оптикада вә атом физикасында олан бир сыра һадисәләри гисмән дә изаһ едирди. Лакин атомун хассәләринин периодиклијини, һәтти спектри, спектрал хәтләрин енини, онларын интенсивлијини, нормал вә аномал Зејеман һадисәләрини вә с. бу модел изаһ едә билмәди.

## §2.4. α - зәррәчикләрин сәпилмәси нәзәријјәси

α - зәррәчикләрин мүәјјән сәпичи мәркәздән сәпилмәси мәсәләсини тәһлил едәк.

Фәрз едәк ки, $Ze$ јүклү сәпичи мәркәз О нөгтәсиндә јерләшмишдир. Сәпичи мәркәзин күтләсинин α- зәррәчијин күтләсиндән чох-чох бөјүк олдуғуну гәбул едәк. Онда тоггушма заманы сәпичи мәркәз өз јерини дәјишмәз, јә'ни тәпмә импулсу алмаз.

Сәпичи мәркәзин јаратдығы саһәјә дүшән α- зәррәчик гаршылыглы тә'сир нәтичәсиндә өз әввәлки истигамәтиндән мејл едиб, сәпилмә бучағы адланан һәр һансы бир θ бучағы алтында сәпиләр. Сәпилмәни характеризә етмәк үчүн һәдәф мәсафәси адланан параметрдән истифадә едирләр. Сәпичи мәркәзин мәркәзиндән α-зәррәчикләрин әввәлки истигамәтинә ендирилән перпендикулјара һәдәф мәсафәси дејилир. Һәдәфә мәсафәси $b$ илә көстәрилмишдир.

Сәпилмәнини маһијјәтини нәзәри чәһәтдән өјрәнмәк үчүн α - зәррәчиклә сәпичи мәркәз арасындакы гаршылыглы тә'сирин характери мә'лум олмалыдыр. Резерфорд бу гаршылыглы тә'сирин Кулон гануна табе олдуғуну фәрз етмишдир. Тәбиидир ки, алынан нәтичәнин даһа дүрүст олуб-олмамасы бу фәрзијјәдән дә асылы олмалыдыр. Беләликлә гаршылыглы тә'сирин Кулон ганунуна табе олмасыны гәбул едиб, сәпичи мәркәзин саһәсиндә олан α - зәррәчијин там енержисинин ифадәсини јазаг:

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{2Ze^2}{r}$$

Кәләчәк һесабламанын садәлији хатиринә бу ифадәдә полјар координат системинә кечәк:

$$x = r\cos\varphi\,, \quad y = r\sin\varphi$$

$$v^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2;$$

$$v_r = \frac{dr}{dt}; \quad v_\varphi = r\frac{d\varphi}{dt}$$

Онда там енержинин ифадәси

$$E = \frac{m}{2}\left[\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right] + \frac{2Ze^2}{r}$$

олар. Там енержинин ифадәсинә φ - координаты ашкар шәкилдә дахил олмадығындан о тсиклик координат адланыр. Классик механикадан мә'лумдур ки, тсиклик координата ујғун һәрәкәт мигдары моменти сахланылыр, јә'ни

$$M_{\varphi} = mv_{\varphi}r = mr^{2}\frac{d\varphi}{dt} = const.$$

олур; беләликлә:

$$E = \frac{m}{2}\left[\left(\frac{dr}{dt}\right)^{2} + r^{2}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^{2}\right] + \frac{2Ze^{2}}{r} = const \quad (2.9)$$

$$M_{\varphi} = mr^{2}\frac{d\varphi}{dt} = const$$

бурада m, α- зәррәчијин күтләси, 2e исә јүкүдүр. (2.9) ифадәсиндәки E вә $M_{\varphi}$, ујғун олараг енержи вә һәрәкәт мигдары моментинин сахланмасына көрә сабит кәмијјәтдирләр. r-ин φ-дән асылылығыны мүәјјәнләшдирмәк үчүн (2.9) ифадәсини ашағыдакы шәкилдә јазаг:

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^{2} + r^{2}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^{2} = \frac{2E}{m} - \frac{4Ze^{2}}{mr}$$

Бу ифадәни садәләшдирмәк мәгсәди илә $M_{\varphi} = mr^{2}\frac{d\varphi}{dt}$

мүнасибәтиндән $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{M_{\varphi}}{mr^{2}}$ илә әвәз едәк; онда

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^{2} + \frac{M_{\varphi}^{2}}{m^{2}r^{2}} = \frac{2E}{m} - \frac{4Ze^{2}}{mr}$$



аларыг.

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dt} = \frac{M_{\varphi}}{mr^{2}}\cdot\frac{dr}{d\varphi}$$

шәклиндә тәсвир едиб, сонунчу тәнликдә јеринә јазсаг

$$\frac{1}{r^{4}}\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^{2} + \frac{1}{r^{2}} = \frac{2mE}{M_{\varphi}^{2}} - \frac{4mZe^{2}}{rM_{\varphi}^{2}}$$

аларыг. Бу диференсиал тәнлији һәлл етмәк үчүн $\frac{1}{r} = \rho$ дәјишәни дахил едәк:

$$\left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right)^{2} + \rho^{2} = \frac{2mE}{M_{\varphi}^{2}} - \frac{4mZe^{2}}{M_{\varphi}^{2}}\rho$$

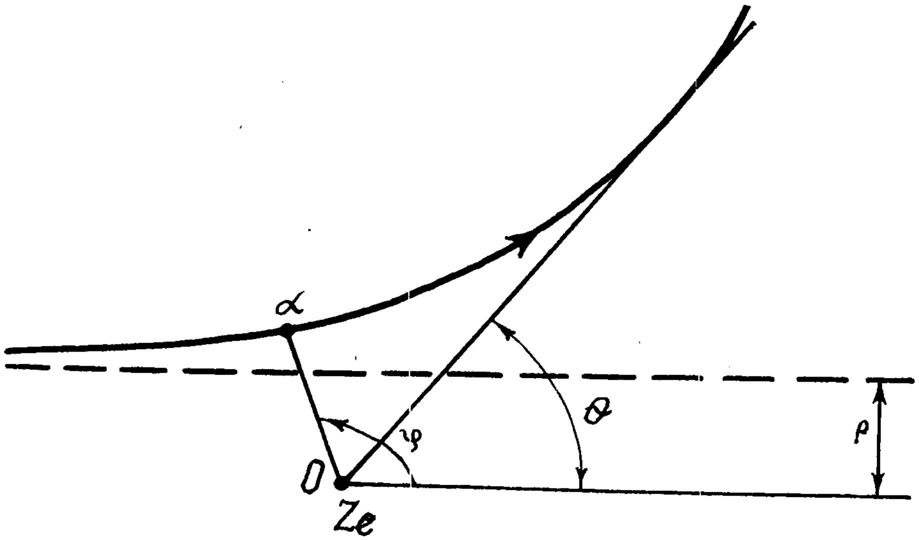
Сонунчу тәнлијин φ -јә көрә төрәмәсини алсаг:

$$\frac{d^{2}\rho}{d\varphi^{2}} + \rho = -\frac{2mZe^{2}}{M_{\varphi}^{2}} \quad (2.10)$$

олар. (2.10) тәнлији икинчи тәртиб гејри-бирчинс хәтти диференсиал тәнликдир. Белә тәнлијин һәлли гејри-бирчинс тәнлијини хүсуси һәлли илә бирчинс тәнлијин үмуми һәллинин чәминә бәрабәр олмалыдыр:

$$\rho = -\frac{2mZe^{2}}{M_{\varphi}^{2}} + A\cos\varphi + B\sin\varphi \quad (2.11)$$

Бу һәллә дахил олан A вә B сабитләри ашағыдакы шәртләрдән тапылыр. Шәкил 2а-дан көрүндүјү кими $\varphi = \pi$ олдугда $\rho=0$ ($r\to\infty$) олур. Буну (2.11)-дә нәзәрә алсаг:




**Шәкил 2а**

$$A = -\frac{2mZe^2}{M_\varphi^2}$$

олар. α - зәррәчикләрин трајекторијасында ихтијари нөгтәнин ординаты r вә полјар бучаг φ, $y = r\sin\varphi$ мүнасибәтилә бағлыдыр. Бу мүнасибәти

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{r\cdot\sin\varphi} = \frac{\rho}{\sin\varphi} = B - \frac{2mZe^2}{M_\varphi^2}\cdot\frac{1+\cos\varphi}{\sin\varphi}$$



шәклиндә јазыб вә $\varphi = \pi$ олдугда y=в (һәдәф мәсафәси) олдуғундан B сабитинин $\frac{1}{b}$ олдуғуну аларыг. Онда (2.11) ашағыдакы ифадәјә бәрабәр олар:

$$\rho = \frac{1}{b}\sin\varphi - \frac{2mZe^2}{M_\varphi^2}\left(1+\cos\varphi\right) \qquad (2.12)$$

Ајдындыр ки, α- зәррәчикләри мејл етдикдән (сәпилдикдән) сонра $r\to\infty$ ($\rho=0$) олур, онда трајекторијанын (трајекторија харичи фокусунда сәпичи мәркәз јерләшән һипер-боладыр) асимтотлары арасында галан φ - бучағы θ-ја бәрабәр олар. Бу һалда (2.12) һәллиндән

$$\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{M_\varphi^2}{2mZe^2 b}$$

$$ctg\frac{\theta}{2} = \frac{M_\varphi^2}{2mZe^2 b}$$

һәрәкәт мигдары моменти $M_\varphi = m\mathrm{v}b$ олдуғундан:

$$ctg\frac{\theta}{2} = \frac{m\mathrm{v}^2 b}{2Ze^2} \qquad (2.13)$$

аларыг.

Инди α- зәррәчикләрин сәпилмәсинин еффектив кәсијини һесаблајаг. Бир гајда олараг, тәчрүбәдә мүәјјән бучаг интервалында сәпилән зәррәчикләри гејд едирләр. Она көрә дә θ илә θ+dθ интервалында сәпилән зәррәчикләрин еффектив кәсијини һесаблајаг. Мә'лумдур ки, θ илә θ+dθ ин-

тервалында сәпилән зәррәчикләрин һамысы, радиуслары b вә b+db олан даирәләрин арасында галан золаглардан кечәчәкләр. Онда иддиа етмәк олар ки, белә золаглардан (һәлгәләрдән) кечән зәррәчикләрин сајы бу һәлгәнин саһәси илә мүтәнасиб олар, јә'ни зәррәчикләрин сәпилмәсинин еффектив кәсији

$$d\sigma = 2\pi b db \qquad (2.14)$$

олар. (2.13) ифадәсиндән b вә db һесаблајыб (2.14) -дә јеринә јазсаг

$$d\sigma = \left(\frac{Ze^2}{m\mathrm{v}^2}\right)\frac{d\Omega}{\sin^4\frac{\theta}{2}} \qquad (2.15)$$

аларыг; бурада $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$ чисим бучағы адланыр. (2.15) дүстуру Резерфордун α- зәррәчикләрин сәпичи мәркәздән сәпилмәси дүстурудур.

Резерфорд дүстурундан көрүнүр ки, θ→0, dσ→∞. Бу чатышмазлыг Резерфорд дүстурунун чох кичик бучаглар алтында сәпилән (буна ирәли сәпилмә дејирләр) зәррәчикләрә тәтбиг олунмасыны мәһдудлашдырыр. Илк бахышда белә гәрар кәлмәк олар ки, θ→0, dσ→∞ олмасы классик физиканын микроаләмә тәтбиг едилмәси илә әлагәдардыр. Әслиндә исә белә дејилдир. Квант механикасынын һәтта квант електродинамикасынынын тәтбиги илә алынмыш дүстур белә бу чәтинлијә мә'руз галыр. Бу чәтинлијин јаранмасынын әсас сәбәби, α- зәррәчији илә сәпичи мәркәз арасындакы гаршылыглы тә'сири өтүрән зәррәчијин (фотонун) сүкунәт күтләсинин сыфыр олмасыдыр ки, бу елмдә инфра-гырмызы дағылма адланыр.



### §2.5. Резерфорд дүстурунун тәчрүбәдә јохланмасы

2.15 дүстуруну тәчрүбәдә билаваситә јохламаг мүмкүн дејилдир. Она көрә дә бу дүстуру тәчрүбәдә јохламаг үчүн ашағыдакы шәкилдә јазаг. Тутаг ки, $1 см^3$ һәчмдә олан сәпичи мәркәзләрин сајы *n*-дир. Бурада фәрз едилир ки, сәпичи мәркәзләр бир-бирини өртмәдән лөвһә (фолга) үзәриндә бәрабәр пајланмалыдыр. Онда бир α- зәррәчијин *n*-сәпичи мәркәздән сәпилмәси:

$$\Sigma = n d\sigma$$

олар ки, буна макроскопик еффектив кәсик дејирләр. 1 санијәдә сәпичи вәрәгәнин сәтһинә дүшән α- зәррәчикләрин сајына *N* десәк, сәпилән зәррәчикләрин сајы:

$$dN = N\Sigma = nN\left(\frac{Ze^2}{m\mathrm{v}^2}\right)^2\frac{d\Omega}{\sin^4\frac{\theta}{2}} \qquad (2.16)$$

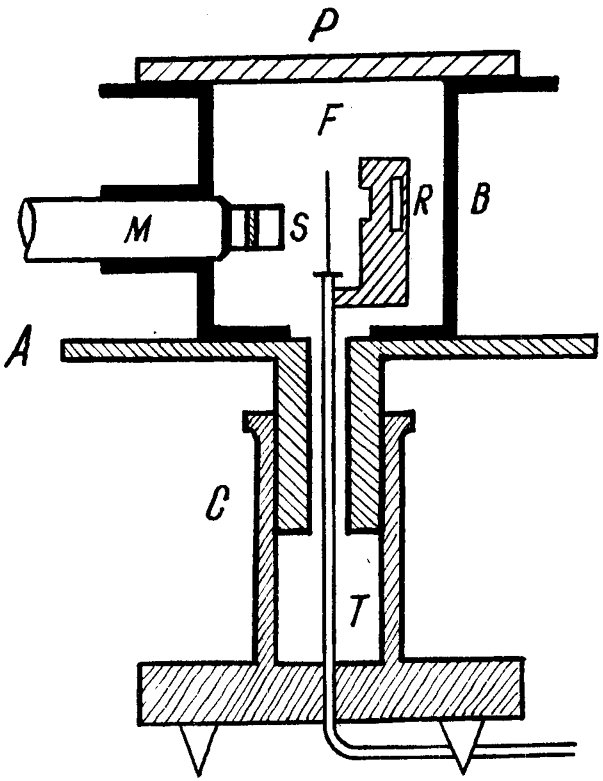
олар. (2.16) дүстуруну

$$\frac{dN}{d\Omega}\cdot\sin^4\frac{\theta}{2} = nN\left(\frac{Ze^2}{m\mathrm{v}^2}\right)^2$$

шәклиндә јазсаг, мүәјјән сәпичи мәркәз вә мүәјјән енержили α - зәррәчикләри үчүн сағ тәрәфин сабит галмасыны көрәрик, јә'ни:

$$\frac{dN}{d\Omega}\cdot\sin^4\frac{\theta}{2} = const \qquad (2.17)$$

олар; тәчрүбәдә дә сонунчу ифадәнин сол тәрәфинин сабитлији јохланмышдыр. Бу мәгсәдлә Резерфорд ашағыдакы тәчрүбәни гојмушдур (шәкил 3).




**Шәкил 3**

Металдан һазырланмыш В силиндрик габ, болкүләнмиш А даирәсинин үзәринә гојулур. Һәмин габ А даирәси илә бирликдә фырлана биләр. R радиоактив препарат вә сәпичи F лөвһәси Т борусунда елә јерләшдирилир ки, габы фырлатдыгда онлар тәрпәнмирләр. М микроскопунун гаршысында үзәри парылты верән маддә илә өртүлмүш шәффаф S екраны гојулур вә В габы илә бирләшдирилир. А даирәсини фырлатмагла микроскопу истәнилән бучаг алтында јөнәлиб сәпилән α-зәррәчикләрин сајыны тапмаг олар. α- зәррәчикләрин әлавә олараг һавадан сәпилмәсинин гаршысыны алмаг үчүн В габынын үстү Р шүшә лөвһәси илә өртүлүр вә һавасы Т борусу васитәсилә сорулур. Бүтүн тәчрүбә мүддәтиндә $10^5$ па-



рылты сајмаг олур. Күмүш вә ја гызыл назик лөвһәләрдән сәпилмәнин тәдгиги көстәрди ки, θ- бучағынын кениш интервалда дәјишмәсинә бахмајараг (2.17) мүнасибәти өдәнилир. (2.17) мүнасибәтинин өдәнилмәси α- зәррәчикләри илә сәпичи мәркәз арасындакы гаршылыглы тә'сирин Кулон ганунуна табе олмасыны да тәсдиг едир. Лакин бөјүк енержили α- зәррәчикләрин сәпилмәси көстәрмишдир ки, (2.17) мүнасибәтинин сол тәрәфи енержинини артмасы илә һеч дә сабит галмыр. Енержинин бөјүк гијмәтләриндә α- зәррәчикләрин әкс истигамәтдә сәпилмәси дә чох бөјүк шүбһә доғурмушдур. Бу шүбһә ондан ибарәт иди ки, әкс истигамәтдә сәпилмәдә һәдәф мәсафәси $10^{-12}$ см тәртибиндә олурду ки, бу да Томсон модели дахилиндә изаһ едилә билмирди. Һәдәф мәсафәсинин $10^{-12}$ см-дән кичик гијмәтләриндә (2.17) сабитлији даһа чидди позулурду; бу о демәкдир ки, Кулон гануну $10^{-12}$ см-дән кичик мәсафәләрдә тәтбиг олуна билмәз вә α-зәррәчикләри илә сәпичи мәркәз арасындакы гаршылыглы тә'сир башга тәбиәтлидир.

## §2.6. Атомун Резерфорд модели

1909-1910-чу илләрдә Ч.Ч.Томсонун кечмиш ассисенти профессор Ернест Резерфорд өзүнүн тәләбәләри Һејкер вә Марсденлә бирликдә α-зәррәчикләрин назик метал тәбәгәләриндән сәпилмәси үзрә бир сыра тәчрүбәләр апардылар. Резерфорд назик гызыл тәбәгәсини радиактив полониумун $^{214}P_0$ бурахдығы α зәррәчикләрлә бомбардман етмәји тәклиф етди. Полониумун бурахдығы α-зәррәчикләрин енержиси 7,68 Мев-дир.

Електрик вә магнит саһәләриндәки мејлләрә әсасән мүәјјән олунмушдур ки, α-зәррәчикләрин јүкү мүсбәт олуб, мүтләг гијмәтчә електронун јүкүндән ики дәфә, күтләләри исә електронун күтләсиндән 8000 дәфә бөјүкдүр. Тәчрүбәләрдән мә'лум олмушдур ки, α-зәррәчији икигат ионлашмыш һелиум атомудур. α- зәррәчикләрин гызыл тәбәгәдән кечәркән сәпилмә (мејл етмә) бучагларыны тәдгиг етмәклә

онларын сәпилмәсинә сәбәб олан гызыл атомларынын гурулушуну тәһлил етмәк мүмкүндүр.

Гурғушун гуту ичәрисиндә јерләшдирилмиш радиактив маддәнин бурахдығы α - зәррәчикләрин енисиз дәстәси гутунун енсиз дешијиндән чыхараг гызыл фолга (назик тәбәгә) үзәринә дүшүр.

Фолганын о бири тәрәфиндә үзәринә *ZnS* тәбәгәси чәкилмиш екран јерләшир. Гызыл тәбәгәдән кечән α- зәррәчикләри екран үзәринә дүшәркән флүоресенсија ишыгланмалары (парылтылар) јарадыр. Бу парлтылары ади көзлә вә ја микроскопла мүшаһидә етмәклә екран үзәринә дүшән α- зәррәчикләрин сајыны тә'јин етмәк олар. Гургунун конструксијасы екран вә микроскопу һәрәкәт етдирмәјә вә беләликлә дә, гызыл тәбәгәдән мүхтәлиф бучаглар алтында сәпилән α - зәррәчикләри мүшаһидә етмәјә имкан верир. α зәррәчикләрин һава молекулларындан сәпилмәсинин гаршысыны алмаг үчүн бүтүн гурғу ичәрисиндә вакуум јарадылмыш камеранын дахилиндә јерләшдирилир. Тәчрүбәдә мәгсәд ваһид заманда θ, θ+dθ бучаг интервалында сәпилән α - зәррәчикләрин сајыны тапмаг вә алынмыш нәтичәләри Томсон моделинә әсасланмыш нәзәри нәтичәләрлә мүгајисә етмәкдән ибарәт иди. Томсон модели кичик бучаг алтында сәпилмә бучағынын орта гијмәти үчүн $4^0$-$6^0$ верирди.

Томсон моделинә әсасән α- зәррәчикләри назик тәбәгәдән кечәркән онларын сәпилмә бучағы кичик олмалыдыр, чүнки тәбәгәдән кечән α- зәррәчикләрә чох кичик електрик гүввәләри тә'сир едир. Дикәр тәрәфдән α- зәррәчикләрин башлынғыч импулслары бөјүк олдуғундан гызыл тәбәгәни кечәркән әввәлки истигамәтә нәзәрән чох кичик бучаг алтында мејл етмәлидирләр.

Һејкер-марсденин тәчрүбәләри көстәрди ки, көзләнилдији кими α- зәррәчикләрин әксәријјәти гызыл тәбәгәни кечәркән демәк олар ки, мејл етмирләр вә екранын ортасына дүшүрләр. Лакин бунунла јанашы нисбәтән бөјүк бучаглар алтында сәпилән α- зәррәчикләр дә мүшаһидә олунур. Ән бөјүк тәәччүб доғуран һадисә исә, бә'зи α- зәррәчикләрин практики олараг әкс истигамәтдә сәпилмәсинин



мүшаһидә олунмасы иди. α- зәррәчикләрин илкин импулслары бөјүк олдугларына көрә онлары әкс истигамәтдә гајтаран гүввәләр чох бөјүк олмалыдыр. Бу тәчрүби фактлар Томсон модели әсасында изаһ едилә билмир, она көрә дә бу нәтичәләри изаһ етмәк үчүн Резерфорд 1911-чи илдә атомун нүвәли моделини верди. Резерфода көрә атомун мүсбәт јүкү вә әсас күтләси онун мәркәзиндә нүвә адланан чох кичик бир сферик һәчмдә јерләшир, електронлар исә нүвәдән мүхтәлиф мәсафәләрдә гапалы орбитләр үзрә фырланыр. Електронларын нүвә әтрафындакы һәрәкәти планетләрин күнәш әтрафындакы һәрәкәтинә охшадығындан бу моделә атомун планетар модели дә дејирләр. Атомун Резерфорд моделинә көрә атом әсасән бошлугдан ибарәтдир. Она көрә дә зәррәчикләрин әксәријјәти атомлардан сәпилмир (електронларын күтләси чох кичик олдуғундан онлар бөјүк күтләли α- зәррәчикләри сәпмәјә гадир дејилләр). α - зәррәчик нүвәнин дүз үстүнә доғру һәрәкәт едәрсә вә ја онун јахынлығындан кечәрсә она бөјүк електрик саһәси тә'сир едәр вә она көрә дә о, бөјүк бучаг алтында сәпиләр. Атом дахилиндә мүсбәт јүкүн јаратдығы електрик саһәсинин интенсивлијинин гијмәти Томсон вә Резерфорд моделләринә көрә бир-бириндән чох кәскин фәргләнир. Асанлыгла көстәрмәк олар ки, Томсон моделиндә атомун мүсбәт јүкүнүн јаратдығы саһәнин интенсивлијинин ән бөјүк гијмәти тәхминән $10^{10}\frac{В}{см}$-дир. Резерфорд моделинә әсасән исә нүвәнин сәтһиндә нүвәнин мүсбәт јүкүнүн јаратдығы саһәнин интенсивлијинин максимал гијмәти $10^{19}\frac{В}{см}$-дән бөјүк, јә'ни Томсон моделинин вердији гијмәтдән $10^{10}$ дәфә бөјүк олачагдыр. Әлбәттә, белә күчлү саһә α- зәррәчикләрини бөјүк бучаглар алтында мејл етдирмәјә гадирдир. Һесабламалар көстәрди ки, Томсон моделинә әсасән α - зәррәчикләри $\theta \geq 90^0$ бучаг алтында мејл едә биләмзләр. Тәчрүбәләр көстәрди ки, һәр 8000 α- зәррәчикләрдән бири $\theta \geq 90^0$ бучаг алтында мејл едир ки, бу да атомун Резерфорд моделинә бөјүк дәгигликлә ујғун

кәлир. Бүтүн бу нәтичәләр Томсон моделинин үмүдвеиричи олмамасыны көстәрди.

Бу нәтичәләр Резерфорд моделинин үмүдвеиричи олдуғуну мүәјјәнләшдирди вә беләликлә, микроаләм нәзәријјәсинин Резерфорд модели әсасында гурулмасы мәсәләси гаршыја гојулду.

### §2.7. Електрон орбитләри вә Бор постулатлары

Резерфорд моделинә әсасән атомун әсас күтләси вә онун мүсбәт јүкү атомун мәркәзиндә чох кичик бир һәчмдә јерләшир. Атомун бу һиссәсинә нүвә дејилир. Атомун өлчүләри нүвәнин өлчүләриндән тәхминән $10^5$ дәфә бөјүкдүр. Атомун Z сајда електронлары исә нүвә әтрафында пајланмышлар. Томсон моделиндән фәргли олараг резерфорд моделиндә електронлар сүкунәтдә ола билмәзләр, чүнки бу һалда нүвәнин чазибәси нәтичәсиндә онлар нүвә үзәриндә дүшәрдиләр вә атом системи дајаныглы олмазды. Она көрә дә електронлар мүхтәлиф орбитләр үзрә нүвә әтрафында фырланмалыдыр. Резерфорд модели микроаләми дәрк етмәк вә бә'зи мә'луматлар алмаг үчүн јеканә васитә иди (бах 2.6). Лакин бу моделин тәклиф едилмәси илә бәрабәр онун классик електродинамикаја зидд олан тәрәфләри дә ашкара чыхды. Доғрудан да, классик електродинамикаја көрә тә'чилә һәрәкәт едән јүклү зәррәчик һөкмән шүаланмалыдыр вә шүаланма интенсивлији

$$J = \frac{2e^2a^2}{3c^2}$$

илә тә'јин едилир; бурада $a$-һәрәкәт едән јүкүн тә'чилидир. Әкәр фәрз етсәк ки, електрон нүвә әтрафында сабит сүр'әтлә фырланыр, онда јенә дә мәркәзәгачма тә'чили $a = \frac{v^2}{r}$ сыфырдан фәргли олдуғундан електрон шүаланмалыдыр. Тәбиидир ки, белә шүаланма атомун дајанагсыз



олмасына кәтирмәлидир. Дикәр тәрәфдән классик електродинамикада сүбут едилмишдир ки, јалныз Кулон гүввәси тә'сири алтында олан систем дајанаглы таразлыгда ола билмәз.

Беләликлә Резерфорд модели бу чәтинликләр гаршысында ачиз галмышды; Резерфорд моделини бу чәтинликләрдән гуртармаг вә классик физика ганунлары илә барышдырмаг үчүн Нилс Бор ашағыдакы ики постулаты ирәли сүрдү:

1.Атом вә ја атомлар системи узун мүддәт дајанаглы таразлыгда јалныз енержиси мүәјјән -стасионар һалларда ола биләр. Бу һалларда јүклү зәррәчикләр һәрәкәт етдикдә нә шүаланғар нә дә шүа удар. Стасионар һалларда олан атомун енержиси дискрет сыра тәшкил едир.

2.Атом бир стасионар һалдан дикәринә кечдикдә бу һалларын фәрги гәдәр ја енержи удар вә ја да бурахар. Әкәр атом енержиси $E_n$ -олан һалдан енержиси $E_k$ -олан һала кечирсә, онда удуланн вә ја бурахылан шүа монохроматик олмагла, онун тезлији

$$h\nu = E_n - E_k \qquad (2.18)$$

шәртини (борун тезлик шәрти) өдәмәлидир: бурада h Планк сабити адланыр.

$$h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}\ ерг\,/\,сан$$

Бу ики постулат классик електродинамиканын ганунларына зиддир. Доғурдан да, биринчи постулата көрә стасионар һалда һәрәкәт едән електрон шүаланмыр, икинчи постулата көрә исә електрон бир стасионар һалдан дикәринә кечдикдә бурахылан шүанын тезлијинин, електронларын периодик һәрәкәтләринин тезлији илә һеч бир әлагәси јохдур.

## §2.8. Еластики вә гејри-еластики тоггушмалар. Франк вә Һерс тәчрүбәләри

Борун атомда дискрет стасионар һаллар олмасы фикрини чох бөјүк ајдыглыгла тәсдиг едән тәчрүбәләр Франк вә Һерс тәчрүбәләри олмушдур. Бу тәчрүбәләрин нәтичәләрини јахшы баша дүшмәк үчүн бир сыра анлајышларла таныш олаг. Електрон атомда, мәсәлән, һидрокен атомунда $n$=1,2,3... һалларында ола биләр. $n$=1 һалы әсас (нормал) һалдыр, $n$=2,3...вә с. һаллары исә атомун һәјәчанланмыш һалларыдыр. Атомун ионлашма енержиси дедикдә әсас һалда олан електрону атомдан гопармаг үчүн лазым олан енержи нәзәрдә тутулур. Һидрокен атому үчүн бу енержи $E_{ион}$ =13,6 еВ-дур.

Електрону әсас һалдан $n$ =1 һәјәчанланмыш һаллара $n$ = 2,3,... вә с. кечирмәк үчүн лазым олан енержијә һәјәчанланма енержиси дејилир. Көрүндүјү кими мүхтәлиф һәјәчанланма һалларына (I, II, III вә с.) мүхтәлиф һәјәчанланма енержиләри ујғундур.

Верилмиш һалда олан електрону атомдан узаглашдырмаг (гопармаг) үчүн лазым олан енержијә бу һал үчүн рабитә енержиси дејилир. Електрон әсас һалда олдугда рабитә енержиси илә ионлашма енержиси үст-үстә дүшүр.

Чивә атомлары кими (Франк вә һерс тәчрүбәләриндә чивә атомларындан истифадә олунмушдур) ағыр атомларда дахили орбит електронлары илә нүвә арасында чох бөјүк чазибә гүввәләләри тә'сир етдијиндән о електронлары атомдан узаглашдырмаг (гопармаг) чәтиндир. Бу електронларын рабитә енержиси бир нечә мин електронволтта чатыр. Харичи (валент) електронлар исә нүвә илә зәиф бағлыдырлар, чүнки онлар һәм нүвәдән узагда јерләширләр, һәм дә дахили орбит електронларынын екранлајычы тә'сири нәтичәсиндә онлар мүәјјән дәрәчәдә нүвәнин тә'сириндән горунур. Она көрә дә валент електронларын рабитә енержиси бир нечә електронволтдур. Франк вә Һерс тәчрүбәләриндә јалныз валент електронлары иштирак едир. Франк вә Һерс тәчрүбәләрини шәрһ етмәздән әввәл мүхтәлиф енержијә малик електронларын чивә атомлары илә тоггушмасыны Бор постулатлары әсасында нәзәрдән кечирәк. Чивә



атомунда валент електронун енержиси $E_g$ = -10,42 еВ-дур. Биринчи һәјәчанланма һалынын енержиси исә $E_h$ = -5,54 еВ-дур. Електронун әсас һалдан биринчи һәјәчанланма һалына кечмәси үчүн лазым оалн енержи

$$E_e = E_h - E_g = -5,54 - (-10,42) = 4,88eB$$

Бу енержијә чивә атомунун биринчи бөһран енержиси дејилир. Әкәр һәр һансы бир сәбәб үзүндән чивә атому биринчи һәјәчанланма һалына кечәрсә, чох кичик заман интервалындан сонра ~$10^{-8}$сан електрон әсас һала гајыдар вә бу заман енержиси $E_e = 4,88eB$, далға узунлуғу исә $\lambda = \dfrac{hc}{E_e} = 2536$ Å олан фотон шүаланар.

Јаваш електронлар дәстәсинин кичик тәзјиг алтында олан чивә бухары ичәрисиндән кечмәси һалыны нәзәрдән кечирәк. Әкәр електронларын кинетик енержиси 4,88 ев-дән кичик оларса, онда електронларын чивә атомлары илә тоггушмасы икинчи постулата көрә еластики тоггушма олачагдыр, јә'ни електронларын кинетик енержиләри дәјишмәјәчәкдир. Електронун кинетик енержиси 4,88 еВ-дән бөјүк олдугда исә јенә дә икинчи постулата әсасән тоггушма гејри-еластики ола биләр. Бу заман електронун кинетик енержисинин бир һиссәси чивә атомуна верилә биләр вә бунун нәтичәсиндә чивә атомунда електрон әсас һалдан биринчи һәјәчанланма һалына кечә биләр. Бу һалда електронун атомла тоггушмасындан сонракы кинетик енержиси $W_2 = W_1 - 4,88$ олар. Атомун һәјачанланмыш һалда јашама мүддәти чох кичик $10^{-8}$ сан олдуғундан, тоггушмадан сонра һәјачанланмыш атом дәрһал әсас һала кечәрәк далға узунлуғу $\lambda = 2536$ Å, енержиси исә 4,88 еВ олан фотон бурахачагдыр. Әкәр чивә атому илә тоггушан електронун кинетик енержиси $W_1 > 4,88eB$ еВ-дан чох фәргләнмирсә, онда $W_2 > 4,88eB$ олар вә биринчи гејри-еластики тоггушмадан сонра тәкрар гејри-еластики тоггушма баш вермәз. Бу заман тәкрар тоггушмаларын

һамысы еластики олачагдыр. $W_1 >> 4{,}88eB$ олдугда исә $W_2 < 4{,}88eB$ олар вә тәкрар гејри-еластики тоггушмалар баш веоә биләр.

Инди Франк вә Һерс тәчрүбәсини нәзәрдән кечирәк; јухарыда гејд етдик ки, електронларын чивә атомлары илә тоггушмасында, електронларын кинетик енержиләри хүсуси рол ојнајыр. Бу о демәкдир ки. тәчрүбәдә електронларын кинетик енержиләрини тәнзимләмәк лазымдыр. Бунун үчүн катод гаршысына С-тору гојулур вә она $V_T$ - потенсиалы верилир. Ајдындыр ки, торун саһәсиндә електронларын алдығы кинетик енержи

$$\frac{mv^2}{2} \geq \frac{eV_T}{300}$$

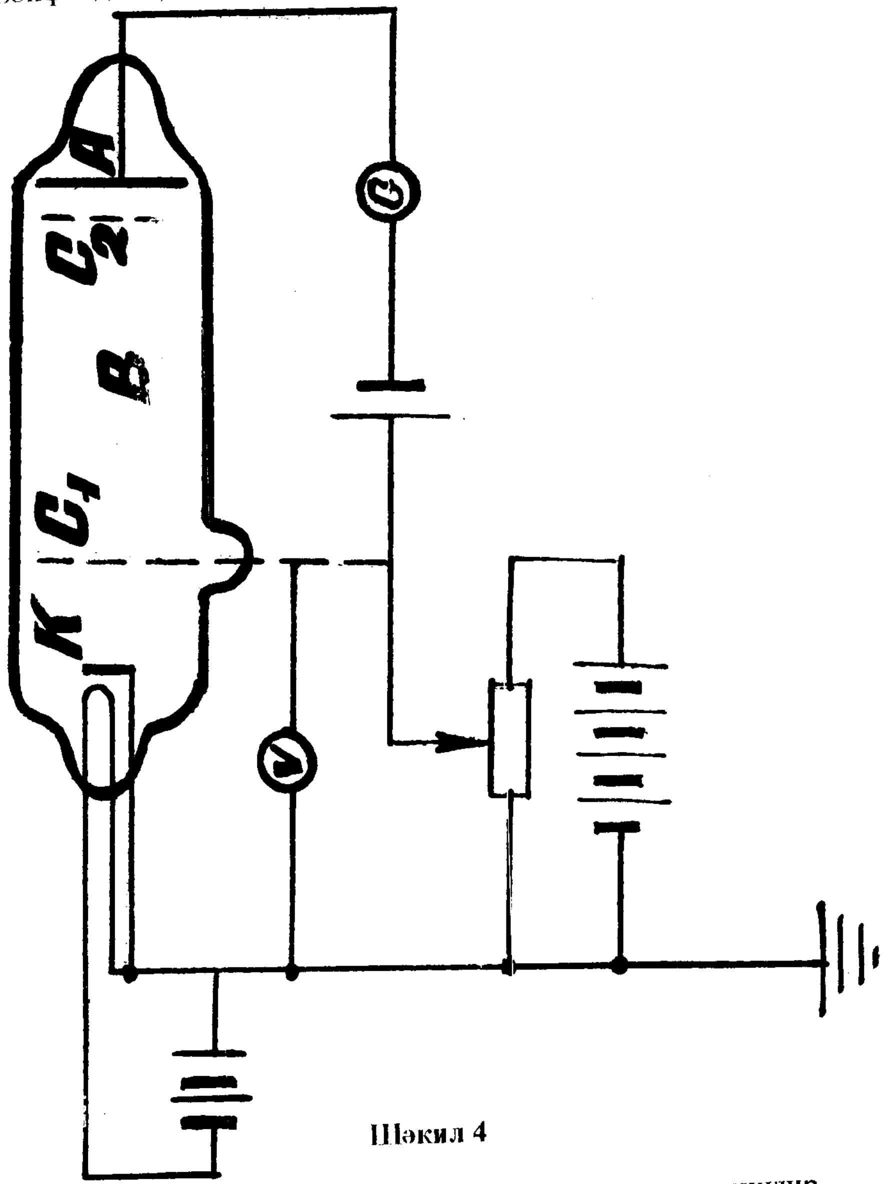
шәртини өдәјәчәк. Бурадан

$$V = \sqrt{\frac{2eV_T}{300m}} = 5{,}93 \cdot 10^7 \sqrt{V_T} \cdot \frac{см}{сан}$$

олар. Бу мүнасибәтдән көрүнүр ки, торун потенсиалыны артырмагла електронларын кинетик енержисини артырмаг олар. Тәчрүбәнин схеми шәкил 4-дә верилмишдир. В-вакуум камерасына К-термокатоду, $C_1$ вә $C_2$ -тору, А-аноду дахил едилмишдир. Франк вә Һерс тәчрүбәсиндә В-вакуум камерасы чивә бухары илә долдурулмушдур. Термокатоддан чыхан «јаваш» електронлар $C_1$ торуна верилән $V_T$ - потенсиалы васитәсилә сүрәтләндирилир вә чәрәјан шиддәтинин $V_T$ -асылылығы (волтампер характеристикасы) өјрәнилир. Тәчрүбә көстәрмишди ки, потенсиалын $V_T = 4{,}1B$ гәдәр артмасы илә чәрәјан шиддәти артыр ки, бу еластики тоггушма кими изаһ едилир; потенсиалын 4,1В гијмәтиндә чәрәјан шиддәти «кәскин» азалыр. Бу о демәкдир ки, анода чатан електронларын сајы азалыр; бу о һалда мүмкүндүр ки, тоггушма гејри-еластики олсун, Гејри-еластики тоггушмада зәифләјән електронларын анода чатмасы үчүн (чәрәјанын «кәскин» азалмасыны јахшы мүшаһидә етмәк үчүн) анод

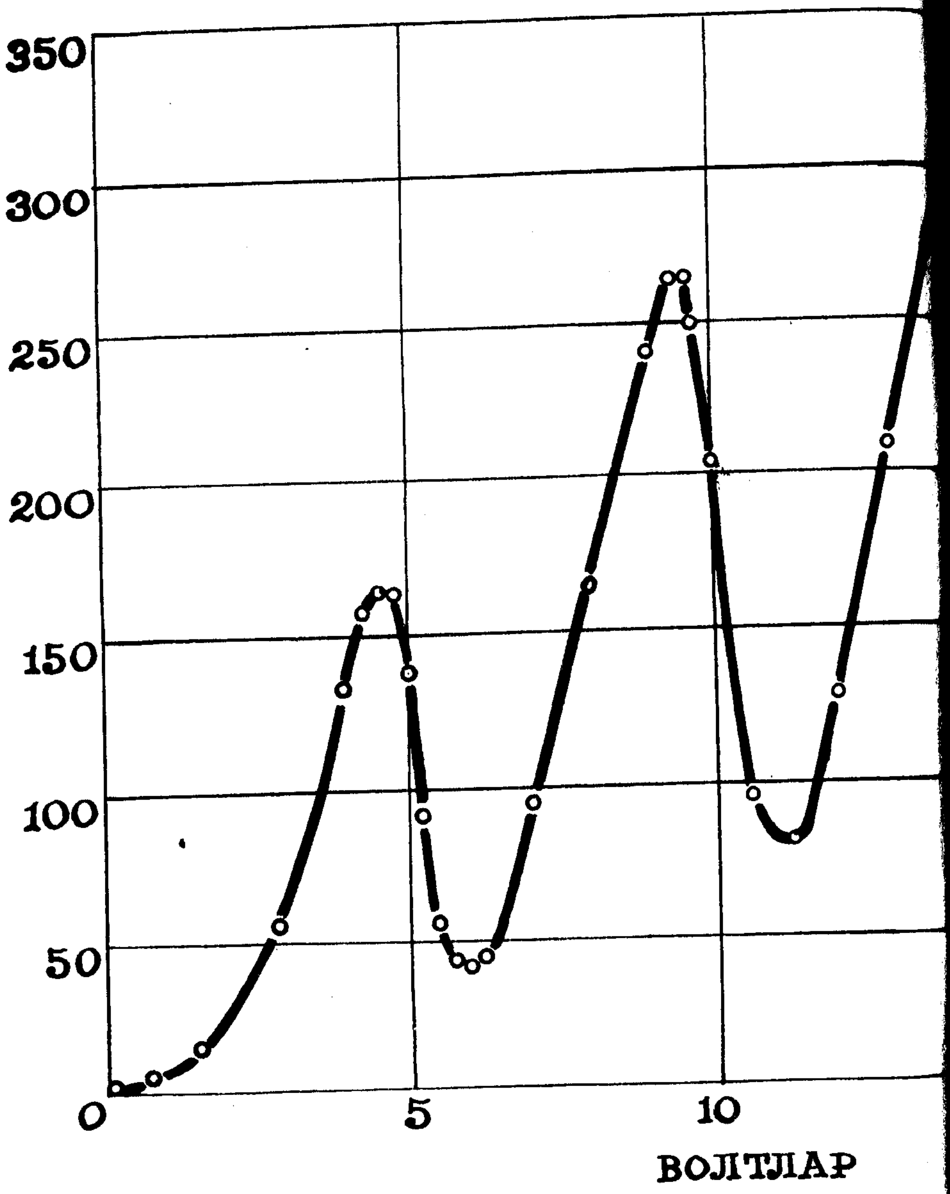


гаршысында потенсиалы (0,5÷0,8) В олан $C_2$ тутучу (зәифләдичи) тор јерләшдирилир.




**Шәкил 4**

Тәчрүбәләрин нәтичәси шәкил 5-дә көстәрилмишдир.




Шәкил 5



Тәҹрүбә көстәрмишдир ки, биринҹи максимум (гејри-еластики тоггушма) 4,1В, икинҹи максимум 9В, үчүнҹү максимум 13,9В вә с, гијмәтләриндә алыныр ки, бу да јухарыда гејд едилдији кими ҹивә атомунун һәјәҹанланма потенсиалына ујғун кәлир; максимумлар арасындакы мәсафә 4,9В-дир; бу 0,1 дәгигликлә ҹивә атомунун биринҹи һәјәҹанланма потенсиалы 4,88В илә үст-үстә дүшүр. Биринҹи максимумун 4,1 В алынмасы, хариҹдән верилән потенсиала контакт потенсиаллар фәргинин әлавә олунмасы илә изаһ едилир ки, бу да әјрини, максимумлар арасындакы мәсафәни дәјишмәдән, сола доғру сүрүшдүрүр. Беләликлә Франк вә Һерс тәҹрүбәси стасионар орбитләрин (I-постулат) вә бунлар арасындакы сечилмиш кечидләрин (II-постулат) мөвҹуд олмасыны тәсдиг едир.

## III ФӘСИЛ

# АТОМ СПЕКТРЛӘРИ. ҺИДРОКЕН ВӘ ҺИДРОКЕНӘБӘНЗӘР АТОМЛАРЫН ЕНЕРЖИ СӘВИЈЈӘЛӘРИ

### §3.1. Һидрокен атомунун спектриндәки ганунаујғунлуглар

Һидрокен атому Менделејев чәдвәлиндәки елементләрин атомларындан ән садәси олдуғуна көрә онун спектри дикәр елементләрин атомларынын спектрләриндән әввәл өјрәнилмишдир. Тәчрүби олараг атомар һидрокен газынын спектрини мүшаһидә едәркән мә'лум олмушдур ки, онун спектрал хәтләри мүәјјән ганунаујғунлугла дүзүлмүшдүр.

XIX әсрин ахырларында мүәјјән олунмушдур ки, атом спектринләрини тәшкил едән далға узунлуглары (спектрал хәтләр) спектрал серијалар адланан мүәјјән груплар әмәлә кәтирир. Бу серијаларын һәр бириндә далға узунлуглары садә емпирик дүстурла ифадә олунур вә һәм дә елементин там спектрини тәшкил едән мүхтәлиф серијмаларын дүстурлары бир-биринә охшајыр. Биринчи спектрал серијаны 1885-чи илдә Исвечрә физиким Балмер һидрокен спектринин көрүнән һиссәсини өјрәнәркән ашкара чыхармышдыр. 6563Å далға узунлуғуна ујғун олан хәтт $H_\alpha$, 4862Å далға узунлуғуна ујғун олан хәтт $H_\beta$ үчүнчү хәтт $H_\gamma$, дөрдүнчү хәтт $H_\delta$, серијанын сәрһәдди исә $H_\infty$ илә ишарә едирләр. $H_\alpha$, $H_\beta$, $H_\gamma$, $H_\delta$ хәтләри спектрин көрүнән һиссәсинә дүшүр. Тәчрүбәдә мүәјјән олунмушдур ки, далға узунлуғу кичилдикчә хәтләр бир-биринә даһа јахын јерләшир (сыхлашыр) вә интенсивликләри азалыр, серијларын сәрһәддиндән сонра исә хәтләр мүшаһидә олунмајыб, зәиф бүтөв спектр мүшаһидә олунур. Бу хәтләрин јерләшмәсиндәки ганунаујғунлуглары ифадә етмәк үчүн 1885-чи илдә Балмер ашағыдакы емпирик дүстуру вермишдир.

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4} \qquad (3.1)$$



Бурада $\lambda_0=const$. Атом физикасында вә спектроскопија саһәсиндә спектрал хәтләри адәтән далға узунлуғу вә ја далға әдәди илә характеризә едирләр. Ватезлији илә дејил, далға әдәди илә характеризә едирләр. Ва- һид узунлугда јерләшән далғаларын сајына далға әдәди дејилир. Бу онунла әлагәдардыр ки, спектрал хәтләрин тезлији $\nu = \frac{c}{\lambda}$ дүстуру илә ифадә олунур. λ-ны тәчрүбәдә чох дәгигликлә тә'јин етмәк мүмкүндүр. Лакин о дөврдә ишыг сүр'әтини тә'јин едәркән тәчрүбәдә чох бөјүк хәтаја јол верирдиләр. Она көрә дә спектроскопијаја $\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda}$ кими ифадә олунан далға әдәди дахил едилмишдир. Онда (3.1) дүстуру

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0} \cdot \frac{n^2 - 4}{n^2} = \frac{4}{\lambda_0}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

шәклини алыр. Бурада $\frac{4}{\lambda_0}$ нисбәтини $R$ - илә ишарә едирләр. Онун тәчрүби гијмәти $R= \frac{4}{\lambda_0}$ =109737см$^{-1}$-дир вә илк дәфә исвеч алими Ридберг тәрәфиндән дахил едилдијиндән Ридберг сабити адланыр. Буну нәзәрә алдыгда Балмер дүстуру белә јазылыр:

$$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (3.2)$$

(3.2) дүстурунда, $n$-ә ардычыл гиүмәтләр версәк, һидрокен атомунда Балмер серијасынын бүтүн спектрал хәтләрини алмыш оларыг.

Бу серијадан сонра һидрокен спектринин ултрабәнөвшәји һиссәсиндә ашағыдакы серија кәшф олунмушдур:

$$\bar{\nu} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad n=2,3,4,... \qquad (3.3)$$

Бу серија Лајман серијасы адланыр. Бундан сонра спектрин инфрагырмызы һиссәсиндә дөрд серија тапылмышдыр:

Пашен серијасы

$$\bar{\nu} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad n=4,5,6... \quad (3.4)$$

Брекет серијасы

$$\bar{\nu} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad n=5,6,7... \quad (3.5)$$

Пфунд серијасы

$$\bar{\nu} = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad n=6,7,8... \qquad (3.6)$$

Һемфри серијасы

$$\bar{\nu} = R\left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad n=7,8,9... \quad (3.7)$$

Бүтүн бу серијаларда биринчи һәдд сабит, икинчи һәдд исә дәјишәндир. Бүтүн спектрал серијаларын һамысы ваһид бир серија шәклиндә бирләшдириләбиләр:

$$\bar{\nu} = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (3.8)$$



Бурада к= 1, 2, 3, 4, 5, 6. ; $n$- исә к-дан бир ваһид бөјүк гијмәтләри алыр. (3.8) ифадәси үмумиләшдирилмиш Балмер дүстуру адланыр. Бүтүн серијаларда $n\to\infty$ олдугда $\frac{1}{n^2}\to 0$ олур вә көтүрдүјүмүз серијаларда далға әдәди мүәјјән лимит гијмәтини алыр. Бу гијмәтә серијанын сәрһәдди вә ја гујруг хәтти дејилир:

$$\bar{\nu}_\infty^{Б} = \frac{R}{2^2}, \quad \bar{\nu}_\infty^{Л} = \frac{R}{1^2}, ...$$

Јаздығымыз серијалардан көрүнүр ки, һәр бир серијанын сабит һәдди дикәр серијанын дәјишән һәдди ола биләр. Мәсәлән, Пашен серијасынын сабит һәдди Балмер серијасынын дәјишән һәдләриндән бири ола биләр. Бурадан да Ритнын дәјишән һәдләриндән бири ола биләр. Бурадан да Ритсин комбинасија принсипи мејдана чыхыр. Комбинасија принсипиндә иддиа едилир ки, һәр бир спектрал хәттин далға әдәдини ики спектрал термин фәрги кими көтүрмәк олар вә јахуд әкәр ики спектрал хәттин далға әдәди мә'лумдурса, бу далға әдәдләринин фәрги һәмин атомун дикәр бир серијасынын далға әдәдини верәр. (2.8)-дә

$$\frac{R}{K^2} = T(K), \quad \frac{R}{n^2} = T(n) \qquad (3.9)$$

ишарә етсәк,

$$\bar{\nu} = T(K) - T(n)$$

аларыг. T(k) вә T($n$) спектрал термләр адланыр.

Комбинасија принсипини әјани шәрһ етмәк үчүн Лајман серијасындан истифадә едәк вә Балмер серијасынын биринчи хәттинин далға әдәдини тапаг:

$$\bar{\nu}_1 = T(1) - T(2)$$

$$\bar{v}_2 = T(1) - T(3)$$

Бунларын фәрги

$$\bar{v}_2 - \bar{v}_1 = T(2) - T(3)$$

олар. Бу исә көрүндүјү кими Балмер серијасынын биринчи хәттинин далға әдәдидир:

$$\bar{v}_1^{Б} = T(2) - T(3)$$

Комбинасија приснипини Бор постулатлары әсасында да изаһ етмәк олар. Бу мәгсәдлә Борун икинчи постулатындан истифадә едәк:

$$h\nu = E_n - E_k$$
$$h\nu c = E_n - E_k$$
$$\bar{v} = \frac{E_n}{hc} - \frac{E_k}{hc}$$
$$\frac{E_n}{hc} = -T(n), \quad \frac{E_k}{hc} = -T(K) \qquad (3.10)$$

илә ишарә етсәк,

$$\bar{v} = T(K) - T(n)$$

аларыг ки, бу да (3.9) ифадәси илә үст-үстә дүшүр. (3.10) ифадәсиндәки $T(n)$ вә $T(k)$ термләри гаршыларындакы мәнфи ишарәләри шәрти мә'на дашыјыр. Бу онунла әлагәдардыр ки, Кулон чазибә саһәсиндә гејри-релјативистик електронун енержиси һәмишә мәнфидир, термләрин исә ишарәси мүсбәт олмасы даһа әлверишлидир. (3.9) вә (3.10) ифадәләриндән истифадә едәрәк атомун енержисини $R$, $c$, $h$ сабитләри вә $n$ илә ифадә едә биләрик:



$$E_n = -\frac{Rhc}{n^2}$$

Комбинасија принсипиндән вә Бор постулатларындан истифадә едәрәк һидрокен атому електронунун һәјәчанланмасында баш верән бә'зи һадисәләри кејфијјәтчә изаһ етмәк олар.

## §3.2. Даирәви орбитләрин квантланмасы

Борун атом нәзәријјәсинин әсасыны онун мәшһур постулатлары тәршкил едир. Бор постулатлары, хүсусилә, онун класси тәсәввүрләрә көкүндән зидди олан стасионар орбитләрин квантланмасы һаггында постулатлары физики тәсәввүрләрин вә физиканын сонракы инкишафы үчүн чох бөјүк кәшф иди.

Бор постулатлары классик физика ганунлары илә зиддијјәт тәшкил едир. Доғрудан да классик физикада системин енержиси кәсилмәз дәјишдији һалда, Бор бу енержинин дискрет дәјишмәсини тәләб едир. Белә тәләб микро-аләм механикасынын инкишафынын илк мәрһәләләриндә дахилән мәнтиги зиддијјәтә малик олан үсуллардан истифадә олунмасына кәтирирди. Доғрудан да гаршыја гојулмуш мәсәлә әввәлчә атомдахили һәрәкәтләр үчүн бүтөвлүкдә јарамајан классик механика ганунларына әсасән һәлл олунурду, сонра исә классик механика ганунлары әсасында алынан һәрәкәт һалларынын кәсилмәз гијмәтләри чохлуғу ичәрисиндән хүсуси постулат әсасында мүәјјән квант һаллары сечилирди. Бу үсулун белә гејри-тәкмиллијинә бахмајараг онун әсасында бә'зи мәсәләләрин һәллиндә чох бөјүк мүвәффәгијјәтләр әлдә олунду.

Инди исә Борун даирәви стасионар орбитләрин квантланмасы шәртинин нечә алындығыны нәзәрдән кечирәк. Стасионар орбитләрин квантланмасы шәртини аларкән Бор Планкын һармоник осситјатор үчүн вердији квант һаллары постулатларындан истифадә етмишдир. Планка көрә рәгс едән микрообјект енержини порсијалар бурахар вә ја

удар, порсијанын ән кичик гијмәти $h\nu$ - бәрабәрдир. Үмумијјәтлә, Планкын постулатына әсасән хәтти оссилјаторун классик механика нөгтеји-нәзәриндән бүтүн мүмкүн олан һалларындан һәгигәтдә јалныз елә квант һаллары мүмкүндүр ки, бу һалларда оссилјаторун енержиси

$$E_n = nh\nu \qquad (3.12)$$

бәрабәрлијини өдәсин. Бу шәртин өдәнилмәси үчүн оссилјаторун там енержисини тәһлил едәк:

$$E = W + U = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

Бу ифадәдә үмумиләшмиш $p$ вә $q$ координатларына кечәк вә $k=m\omega^2$ олдуғуну нәзәрә алаг, онда

$$E = \frac{P^2}{2m} + \frac{m\omega^2 q^2}{2} \qquad (3.13)$$

аларыг. Алдығымыз ифадәдә енержи $P$ вә $q$ үмумиләшмиш координатлары илә тә'јин олунур; P вә q координатлары илә тә'јин олунан фәзаја фаза фәзасы дејирләр. Инди фаза фәзасында оссилјаторну трајекторијасыны тә'јин етмәк үчүн (3.13) ифадәсини ашағыдакы шәкилдә јазаг:

$$\frac{P^2}{2mE} + \frac{q^2}{\frac{2E}{m\omega^2}} = 1; \quad \frac{P^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} = 1; \quad a^2 = 2mE, \; b^2 = \frac{2E}{m\omega^2} \qquad (3.14)$$

алдығымыз бу ифадә еллипс тәнлијидир. Демәли, хәтти оссилјаторун фаза трајекторијасы еллипсдир. (3.14) ифадәсиндән көрүнүр ки, еллипсин јарымохлары верилмиш оссилјатор үчүн (верилмиш $m$ вә k үчүн), онун енержиси $E_n$ илә



тә'јин олунур. Инди еллипсин саһәсини тә'јин едәк. Мә'лумдур ки, еллипсин саһәси

$$S = \pi ab \qquad (3.15')$$

дүстуру илә һесабланыр.

Дикәр тәрәфдән еллипсин саһәси

$$S = \oint Pdq \qquad (3.15)$$

кими ифадә олуна биләр (интеграл ишарәсиндәки даирә интегралама гапалы контур үзрә, јә'ни бүтүн еллипс үзрә апарылмасыны көстәрир). (3.15) вә (3.15') ифадәләриндән

$$\oint Pdq = \pi ab = \frac{2\pi E}{\omega}$$

олдуғуну нәзәрә алсаг

$$\oint Pdq = \frac{E}{\nu}$$

(3.12) ифадәсини нәзәрә алдығда исә

$$\oint Pdq = nh \qquad (3.16)$$

дүстуруну аларыг ки, бу да оссилјаторун квантланма шәртидир. Бор һармоник оссилјатор үчүн алдығы (3.16) квантланма шәртини бир үмуми шәрт кими башга механики системләрә дә аид етмишдир.

(3.16) шәртини тәрпәнмәз нүвә әтрафында даирәви орбит үзрә фырланан електрона тәтбиг едәк. Бу һалда үмумиләшмиш координат олараг електронун орбитдә вәзијјәтини характеризә едән φ азимутал бучағыны көтүрмәк тәбиидир. Бу һалда үмумиләшмиш сүр'әт $\dot{\varphi}$ олар. Мә'лумдур ки, фырланма һәрәкәтиндә хәтти сүр'әт ролуну $\dot{\varphi}$ бучаг

сүр'әти, күтлә ролуну исә $mr^2$ әталәт моменти ојнајыр ($m$-електронун күтләсидир). Онда үмумиләшмиш импулс $P=mr^2\dot{\varphi}$ олар. Лакин $\dot{\varphi}r=\omega r=v$ олдуғундан $P=mvr=M\varphi$ олар, јә'ни бу һалда үмумиләшмиш импулс нүвәјә нисбәтән тә'јин олунмуш ади импулс моментинә бәрабәрдир. Беләликлә, (3.16) -да P әвәзинә $M\varphi$, $q$ әвәзинә исә φ јазсаг,

$$\oint M_{\varphi}d\varphi = nh$$

аларыг. Бу јазылышы ријази нөгтеји-нәзәрдән әсасландырмаг даһа мәгсәдәујғундур. (3.16) шәрти үмумиләшмиш координатларда јазылмышдыр. Даирәви орбит үзрә фырланан електронун вәзијјәтини тә'јин етмәк үчүн полјар координат ситеминә кечмәк даһа әлверишлидир. Доғрудан да нүвә әтрафында даирәви орбит бојунча фврланан електрон бир рабитәјә малик олдуғундан (радиус дәјишмир) о бир сәрбәстлик дәрәчәсинә маликдир (полјар бучаг), јә'ни мүәјјән орбит үчүн полјар бучағы билмәклә електронун вәзијјәтини мүәјјән етмәк олар. Полјар координата кечмәк үчүн

$$P \to P_{\varphi}, \quad dq \to rd\varphi$$

Онда $rP_{\varphi}=M_{\varphi}=M$ олдуғуну нәзәрә алсаг (3.16) шәрти ашағыдакы шәкилдә јазылар:

$$\oint M_{\varphi}d\varphi = \oint Md\varphi = nh$$

Нүвә тәрәфиндән електрона тә'сир едән гүввә, мәркәзи гүввә олдуғундан (2.4)-дә көстәрилдији кими $M$ импулс моменти сабит кәмијјәтдир, јә'ни $M=const.$ $\varphi$ - бучағы исә 0-дан 2π-дәк дәјишдијиндән

$$nh = \int_0^{2\pi} Md\varphi = 2\pi M$$

олар. Бурадан исә



$$M = n\frac{h}{2\pi} \qquad (3.17)$$

аларыг ки, бу да даирәви орбитләрин квантланма шәртидир.

(3.17) шәрти стасионар орбитләрин квантланмасы һаггында Борун мәшһур постулатыны ифадә едир. Бу постулата әсасән классик механика нөгтеји-нәзәриндән мүмкүн олан сонсуз сајда орбитләр ичәрисиндән јалныз елә орбитләр сечилмәлидир ки, бу орбитләрдә електронун импулс моменти $\frac{h}{2\pi}$-нин там мисилләринә бәрабәр олсун.

Електрон-нүвә системиндә мүстәви үзәриндә даирәви орбит бојунча һәрәкәт едән електрон бир сәрбәстлик дәрәчәсинә малик олдуғундан (3.16) шәртинә бир сәрбәстлик дәрәчәсинә малик олан системин квантланма шәрти дејирләр.

Оссилјаторун (3.14) ифадәси илә верилән квантланма шәртини белә шәрһ етмәк олар: классик физика нөгтеји-нәзәриндән фаза фәзасында оссилјатор истәнилән еллипс үзрә һәрәкәт едә биләр. Борун (3.16) квантланма шәртинә көрә исә оссилјатор јалныз елә еллипсләр бојунча һәрәкәт едә биләр ки, бу еллипсләрин саһәләри Планк сабити $\frac{h}{2\pi}$-нин там мислинә бәрабәр олсун.

### §3.3. Һидрокен атому вә һидрокенәбәнзәр атомлар үчүн Бор нәзәријјәси

Бор тәрәфиндән ирәли сүрүлмүш постулатлар она нәзәри олараг һидрокен атомунун вә һидрокенәбәнзәр атомларын спектрләрини һесабламаға имкан вермишдир.

Һидрокенәбәнзәр атом дедикдә $+Ze$ јүкүнә малик нүвәдән вә бир електрондан ибарәт олан атомлар нәзәрдә тутулур. Белә атомлара мисал оларан биргат ионлашмыш һелиум атомунун $He^+$ Z=2, икигат ионлашмыш литиум атомунун $Li^{++}$ Z=3 вә с. көстәрмәк олар. Борун гаршысында дуран

мәсәлә (3.8) дүстурунун нәзәри јолла алынмасы, ујғун тәчрүби фактларын изаһ едилмәси вә тәчрүбәдә бөјүк дәгигликлә өлчүлмүш Ридберг сабитинин һесабланмасындан ибарәт иди. (3.17) ифадәсинә әсасән атомда јалныз о орбитләр һәгигәтдә стасионар орбитләр ола биләр ки, онлар үчүн електронун импулс моменти

$$M = mvr = n \cdot \frac{h}{2\pi}, \quad n=1,2,3,...$$

шәрти өдәнилсин. Бурада $n$-ә баш квант әдәди дејилир. Бор һесаб едирди ки, һидрокен атомунда вә һидрокенәбәнзәр атомларда електрон $r$ радиуслу стасионар даирәви орбит үзрә һәрәкәт едир. Електронун белә орбитдә сәрбәст һәрәкәт етмәси үчүн она тә'сир едән гүввәләрин чәми сыфыр олмалыдыр. Електрон нүвә тәрәфиндән Кулон гүввәсинә, фырланма һәрәкәти нәтичәсиндә исә мәркәзәгачма гүввәсинә мә'руз галдығындан

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2} \qquad (3.18)$$

олар. Бу ифадәнин сол тәрәфини $mr^2$ вуруб бөлмәклә, сурәти $M$-илә әвәз етсәк

$$\frac{M^2}{mr^3} = \frac{Ze^2}{r^2}$$

аларыг. (3.17) ифадәсини нәзәр алсаг:

$$r_n = \frac{h^2 n^2}{4\pi^2 mZe^2} \qquad (3.19)$$

аларыг. (3.19) ифадәси атомда мүмкүн олан орбитләрин радиусларыны тә'јин едир. $Z=1$ вә $n=1$ олдугда һидрокен атомунун биринчи орбитинин радиусуну аларыг. Бу радиус биринчи Бор орбитинин радиусу адланыр вә $r_0$ илә ишарә олунур:



$$r_0 = \frac{h^2}{4\pi^2 me^2} = 0{,}528 \cdot 10^{-8}\ см = 0{,}528\ \text{Å}$$

(3.20)-ни вә (3.19)-да нәзәрә алсаг

$$r_n = r_0 \frac{n^2}{Z} \qquad (3.21)$$

аларыг. Бу дүстурдан көрүнүр ки, стасионар орбитләрин радиусу истәнилән гијмәти ала билмәз, о јалныз сечилмиш - дискрет гијмәтләри ала биләр.

Атомда електронун там енержиси онун кинетик вә потенсиал енержиләринин чәминә бәрабәрдир.

$$E = W + U = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{r}$$

Бурада икинчи һәдд гаршысындакы мәнфи ишарәси електронла нүвәнин гаршылыглы потенсиал енержисинин чазибә енержиси олдуғуну көстәрир. (3.18) ифадәсини нәзәр алсаг

$$E = -\frac{Ze^2}{2r} \qquad (3.22)$$

аларыг. Көрүндүјү кими атомда електронун там енержиси мәнфидир. (3.22) дүстурунда (3.19)-и нәзәрә алсаг

$$E_n = -\frac{2\pi^2 mZ^2 e^4}{n^2 h^2} \qquad (3.23)$$

аларыг. Бу дүстура дахил олан кәмијјәтләрин һамысы сабит-

дир; она көрә дә $\frac{2\pi^2 me^4}{h^2} = E_0$ илә ишарә етсәк

$$E_n = -\frac{Z^2 E_0}{n^2}$$

олар. Баш квант әдәди $n$-нин дәјишмәси илә енержи дәји-шир. $n$-там гијмәтләт алдығындан енержи истәнилән гијмәти јох, јалныз сечилмиш - дискрет гијмәтләр алыр, јә'ни енержи квантланыр. Инди енержи үчүн јазылан (3.11) ифадәсини (3.23) ифадәси илә мүгајисә етсәк Ридберг сабити үчүн

$$R = \frac{2\pi^2 mZ^2 e^4}{ch^3} \qquad (3.24)$$

ифадәсини аларыг. Һидрокен атому үчүн z=1

$$R = \frac{2\pi^2 me^4}{ch^3} \qquad (3.24)$$

(3.23) ифадәсиндән истифадә едәрәк биз Балмерин үмумиләшмиш серијасыны ифадә едән (3.8) дүстуруну да ала биләрик. Доғрудан да, әкәр һидрокен атомунда електрон $n$ һалындан $k$ һалына кечәрсә енержиси $h\nu = E_n - E_k$ олан квант (фотон) шүаландырыр. Онда (2.18)-ә әсасән

$$h\nu = E_n - E_k = -\frac{2\pi^2 me^4}{h^2 n^2} + \frac{2\pi^2 me^4}{h^2 k^2} = \frac{2\pi^2 me^4}{h^2}\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$\frac{hc}{\lambda} = hc\bar{\nu} = \frac{2\pi^2 me^4}{h^2}\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$



$$\bar{\nu} = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3 c}\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right) = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (3.8')$$

аларыг ки, бу да (3.8) дүстурунун нәзәри ифадәсидир. (3.8) ифадәсини тезлик үчүн јазсаг,

$$\nu = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3}\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (3.8'')$$

аларыг.

Бу дүстурда $m=9,1x10^{-28}$ *гр*, $e=4,8x10^{-10}$ *CGSE* јүк ваһиди $c=3x10^{10}$ *см/сан* вә $h=6,627x10^{-27}$ *ерг/сан* јазыб Ридберг сабитини һесабласаг бурадан алынан гијмәтин дәгиг өлчүлмүш тәчрүби гијмәтә чох јахын олдуғуну, јә'ни практики олараг бу гијмәтләрин нәзәри һесабланмыш гијмәти илә онун експериментал гијмәтинин үст-үстә дүшмәси, јә'ни (3.8) вә (3.11) дүстурларынын нәзәри јолла чыхарылмасы Бор нәзәријјәсинин мүвәффәгијјәтини тәсдиг едән чох инандырычы фактлардыр.

Һидрокен атому үчүн $z=1$ (3.23) ифадәси

$$E_n = -\frac{2\pi^2 me^4}{h^2 n^2} \qquad (3.25)$$

шәклини, (3.21) ифадәси исә

$$r_n = r_0 \cdot n^2 \qquad (3.26)$$

шәклини алыр. Бу дүстурларын көмәји илә һидрокен атомунун енержи диаграмыны вә орбитләрин радиусларыны һесаблаја биләрик.

$n$=1 олдугда $\quad r_1 = r_0 = 0{,}528 \cdot 10^{-8}\ см$

$$E_1 = -\frac{2\pi^2 me^4}{h^2} = -13{,}53 eB$$

$n$=2 олдугда $\quad r_2 = 2^2 r_0 = 2{,}11 \cdot 10^{-8}\ см$

$$E_2 = \frac{E_1}{2^2} = -3{,}39 eB$$

$n$=3 олдугда $\quad r_3 = 3^2 r_0 = 4{,}75 \cdot 10^{-8}\ см$

$$E_3 = \frac{E_1}{3^2} = -1{,}50 eB$$

$n$=4 олдугда $\quad r_4 = 4^2 r_0 = 8{,}45 \cdot 10^{-8}\ см$

$$E_4 = \frac{E_1}{4^2} = -0{,}85 eB$$

$n$=5 олдугда $\quad r_5 = 5^2 r_0 = 14{,}2 \cdot 10^{-8}\ см$

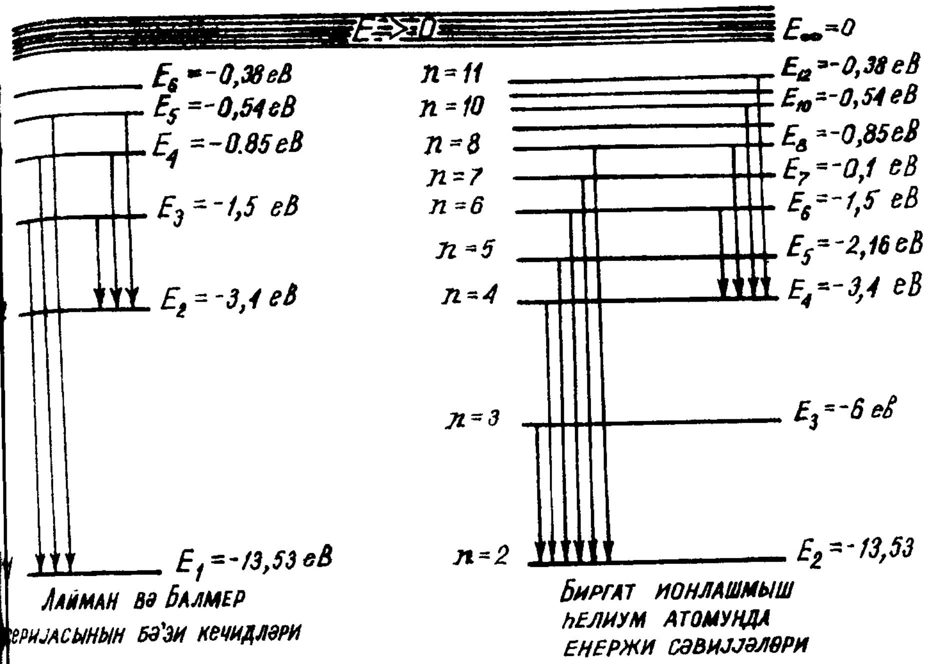
$$E_5 = \frac{E_1}{5^2} = -0{,}54 eB$$

$n$=6 олдугда $\quad r_6 = 6^2 r_0 = 19 \cdot 10^{-8}\ см$

$$E_6 = \frac{E_1}{6^2} = -0{,}38 eB$$

нәһајәт, $n \to \infty$ олдугда $r_\infty \to \infty$ вә $E_\infty \to 0$ аларыг.

$r_\infty$ вә $E_\infty$ гијмәтләри електронун атому тәрк етмәсинә ујғун кәлир. Бу мә'луматлара әсасән һидрокен атомунун енержи сәвијјәләри диаграмыны гурмаг олар. Шәкил 6-да һидрокен атомунун енержи сәвијјәләри вә спектрал серијалары верилмишдир.




**Шәкил 6**

Бурада үфүги хәтләрлә $n$-ин $n$=1, 2, 3,... гијмәтләринә ујғун мүхтәлиф енержи сәвијјәләри көстәрилмишдир. Електрон $n$=1 олдугда атом һәјәчанланмамыш һалда олур. Бу һала нормал (әсас) һал дејилир. Әкәр һәр һансы бир сәбәбдән електрон $n$=2 һалына кечәрсә атом һәјәчанланмыш һалда олур. Бу һала һидрокен атомунун биринчи һәјәчанлашма һалы, бу кечидә ујғун кәлән потенсиала биринчи һәјәчанланма потенсиалы вә буна ујғун кәлән енержијә исә биринжи һәјәчанланма енержиси дејилир. Електрон $n$=3 һалында оларса атом икинчи һәјәчанланма һалынды, $n$=4 һалында оларса о, үчүнчү һәчәјанланма һалында вә с. олар.

һидрокен атомунун електроунун $n=1$ һалындан $n=\infty$ һалына чыхармаг үчүн лазым олан потенсиала ионлашма потенсиалы, буна ујғун енержијә исә ионлашма енержиси дејилир. һидрокен атомунун ионлашма енержисини Борун икинчи постулатына әсасән тапмаг олар:

$$E_{ион} = h\nu = E_{\infty} - E_1 = 0 - (-13,53) = 13,53eB$$

Биринчи һәјәчанланма енержиси

$$E_1^{(h)} = h\nu = E_2 - E_1 = -3,4 - (13,53) = 10,13eB$$

Икинчи һәјәчанланма енержиси

$$E_2^{(h)} = E_3 - E_1 = 1,5 - (-13,53) = 12,03eB$$

олар. Биринчи һәјәчанлашма енержисинә ујғун олан далға узунлуғуна һидрокен атомунун резонанс хәтти дејилир:

$$h\nu = E_1^{(h)}; \quad E_1^{(h)} = \frac{hc}{\lambda}; \quad \lambda = \frac{hc}{E_1^{(h)}} = 1,2 \cdot 10^{-5}\,см$$

Бу хәтт спектрин ултрабәнөвшәји һиссәсинә дүшүр.

Балмерин үмумиләшмиш дүстурундан алынан вә тәчрүбәдә мүшаһидә олунан бүтүн спектрал серијалар енержи диаграмында көстәрилмишдир. (3.8) дүстурунда биринчи һәдд һәр бир серија үчүн сабитдир, икинчи һәдд исә дәјишәндир. Башга сөзлә биринчи һәддин мәхрәчи һансы сәвијјәјә кечиди, икинчи һәддин мәхрәчи исә һансы сәвијјәләрдән кечиди көстәрир. $к=1$ олдугда Лајман серијасыны, $к=2$ олдугда Балмер серијасыны, $к=3$ олдугда Пашен серијасыны, $к=4$ олдугда Брекет серијасыны, $к=5$ олдугда Пфунд серијасыны, $к=6$ олдугда Һемфри серијасыны аларыг.

Һидрокен атомунун енерки сәвијјәләри диаграмындан көрүндүјү кими атом һәм $E_1$ әсас һалында, һәм дә һәјәчанланмыш $E_2$, $E_3$, $E_4$... һалларында олдугда онун енержиси



мәнфидир, бу ону көстәрир ки, електрон нүвә илә бағлыдыр. Баш квант әдәди бөјүдүкчә она ујғун олан $E_n$ енержиси сыфра јахынлашыр вә лимитдә $n\to\infty$ олдугда $E_{\infty}\to 0$ олур. Бу һалда електрон нүвә илә бағлы дејил вә атом ионлашмыш һалдадыр. $n$ бөјүдүкчә гоншу енержи сәвијјәләри арасындакы мәсафә азалары вә $n\to\infty$ олдугда бу сәвијјәләр бүтөв спектр тәшкил едирләр.

Бор нәзәријјәси һидрокенәбәнзәр атомларын спектрләриндәки ганунаујғунлугларын өјрәнилмәсиндә дә мүһүм мүвәффәгијјәтләр әлдә етмишдир.

Һидрокен вә һидрокенәбәнзәр атомлар үчүн Бор нәзәријјәсиндән алынан бир сыра характерик дүстурларын мүгајисәси 1-чи чәдвәлдә көстәрилмишдир. Көрүндүјү кими һидрокен атому үчүн дүстурлара дахил олан $e^2$ кәмијјәтини һидрокенәбәнзәр атомлар үчүн дүстурларда $Ze^2$ кәмијјәти әвәз едир. Баш квант әдәди $n$-ин ејни бир гијмәтиндә һидрокенәбәнзәр атомларда електрон орбитинин радиусу һидрокен атомунда електрон орбитинин радиусундан $Z$ дәфә кичикдир,

**Чәдвәл 1**

| Һидрокен атому үчүн | Һидрокенәбәнзәр атомлар |
|---|---|
| $r_n = \dfrac{h^2n^2}{4\pi^2me^2} = r_0n^2$ | $r_n = \dfrac{h^2n^2}{4\pi^2mZe^2} = r_0\dfrac{n^2}{Z}$ |
| $E_n = -\dfrac{2\pi^2me^4}{h^2n^2} = \dfrac{E_1}{n^2}$ | $E_n = -\dfrac{2\pi^2mZ^2e^4}{h^2n^2} = E_1 \cdot \dfrac{Z^2}{n^2}$ |
| $\bar{\nu} = R\left(\dfrac{1}{k^2} - \dfrac{1}{n^2}\right)$ | $\bar{\nu} = RZ^2\left(\dfrac{1}{k^2} - \dfrac{1}{n^2}\right)$ |

$E_n$ енержисинин ујғун мүтләг гијмәти исә $Z^2$ дәфә бөјүкдүр. Мәсәлән, биргат ионлашмыш Һелиум атому $He^+$, $Z=2$ үчүн әсас һалын енержиси һидрокен атомунун әсас һалынын енержисиндән $Z^2=2^2=4$ дәфә бөјүкдүр, јә'ни $E_1^{He^+} = -54,1eB$. Бунун кими дә биргат ионлашмыш Һелиум атомунун $n=2$, 3,

4,... сәвијјәләринин енержиси һидрокен атомунун ујғун сәвијјәләринин енержисиндән 4 дәфә бөјүкдүр.

$E_2^{He^+}$ =-13,53 еВ; $E_3^{He^+}$ =-6еВ;

$E_4^{He^+}$ =-3,4 еВ; $E_5^{He^+}$ =-2,16еВ;

$E_6^{He^+}$ =-1,54еВ; $E_7^{He^+}$ =-1,1еВ

Һидрокен атомунун Лајман вә Балмер серијалары илә биргат ионлашмыш һелиум енержи сәвијјәләринин мүгајисәси Лајман вә Балмер серијаларынын бә'зи кечид хәтләри $He^+$ ионунун енержи сәвијјәләри диаграмындакы бир сыра кечид хәтләри илә тәгрибән үст-үстә дүшүр. Мәсәлән, һидрокен атомунда $n=2\to n=1$; $n=3\to n=1$; $n=4\to n=1$ $n=3\to n=2$; $n=4\to n=2$; $n=5\to n=2$; $n=6\to n=2$ кечид хәтләри $He^+$ ионунда ујғун олараг $n=4\to n=2$; $n=6\to n=2$ $n=8\to n=2$; $n=6\to n=4$; $n=8\to n=4$; $n=10\to n=4$; $n=12\to n=4$ кечид хәтләринә чох јахындыр. Бүтүн бунлар көстәрир ки, һидрокен атомунун спектриндә $He+$ ионунун спектринин бә'зи хәтләринә чох јахын олан хәтләр мүшаһидә олунмалыдыр. Доғрудан да 1897-чи илдә астроном Пикеринг улдуз спектрини өјрәнәркән Балмер серијасына бәнзәјән бир спектрал серија кәшф етмишдир. Пикеринг серијасынын хәтләри һәр хәтт ашыры Балмер серијасынын хәтләри илә тәхминән үст-үстә дүшүр, бу серијанын аралыг хәтләри исә Балмер серијасында јохдур Ридберг көстәрмишдир ки, әкәр $n$ һәм там, һәм дә таамјарым гијмәтләр аларса, онда Пикеринг серисајыны Балмер дүстуру илә ифадә етмәк олар:

$$\bar{\nu} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right); \qquad n=2,5;3;3,5;...$$

$n$-ин там гијмәтләриндә Пикеринг серијасынын хәтләри Балмер серијасынын хәтләри илә тәхминән үст-үстә дүшүр. Бу серијаны Јер һидрокениндә алмаг тәшәббүсү бир нәтичә



вермәмишдир. Она көрә дә белә фикир ирәли сүрүлмүшдүр ки, Пикеринг серисајыны улдузларда хүсуси һалда олан һидрокен верир. Бир гәдәр сонра лабораторија шәраитиндә бу серијаны алмаг мүмкүн олмушдур. Лакин Пикеринг серисајынын алынмасы үчүн һидрокенә һелиум гарышдырмаг лазым кәлмишдир. Бу анлашылмазлығы Бор арадан галдырмышдыр. О көстәрмишдир ки, Пикеринг серисајы һидрокенә дејил, ионлашмыш һелиума аиддир. Доғрудан да 1-чи чәдвәлдәки дүстурларын мүгајисәсинә әсасән $\bar{\nu}$ далға әдәди $Z^2$ илә дүз мүтәнасибдир. Һелиум үчүн $Z=2$ олдуғундан биргат ионлашмыш һелиум атомунун спектрал серијалары

$$\bar{\nu} = 4R_{He}\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

дүстуру илә верилмәлидир. Бурада $к=4$ јазсаг,

$$\bar{\nu} = 4R_{He}\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad n=5,6,...$$

$$\bar{\nu} = R_{He}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\left(\frac{n}{2}\right)^2}\right)$$

вә ја $\frac{n}{2} = n_1$ ишарә етсәк

$$\bar{\nu} = R_{He}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right); \quad n_1=2,5;\ 3;\ 3,5;..$$

аларыг ки, бу да Пикериног серијасынын дүстурудур.

Бор көстәрди ки, һидрокен вә һелиум атомларынын күтләләри бир-бириндән фәргләндикләринә көрә $R_{He}$ бир гәдәр $R_H$- дан фәргләнмәлидир вә она көрә дә $n_1$-ин там гиј-

мәтләри үчүн Пикеринг серисајынын хәтләри ујғун олараг Балмер серијасынын хәтләринә нисбәтән бир аз бәнөвшәји шүалар тәрәфә сүрүшмәлидир. Борун бу фикирләринин доғрулуғуну һидрокен вә һелиум спектрләриндәки хәтләрин Пашен тәрәфиндән дәгиг өлчүлмүш далға узунлугларынын II чәдвәлиндәки мүгајисәси тәсдиг едир.

$Li^{++}$ $Z=3$ вә $Be^{++}$ $Z=4$ кими һидрокенәбәнзәр ионларын спектрал серијалары да аналожи олараг

$$\bar{\nu} = 9R_{Li}\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

вә

$$\bar{\nu} = 16R_{Be}\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

дүстурлары илә верилмәлидир.

Бор нәзәријјәсинин нәинки һидрокен атомунун, һәм дә һидрокенәбәнзәр атомларын спектрал серијаларындакы ганунаујғунлуглары мүвәффәгијјәтлә изаһ едә билмәси Бор нәзәријјәсинин јени парлаг гәләбәси иди.

**Чәдвәл 2**

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 6560,1Å | 6562,8 Å ($H_\alpha$) |
| 3,5 | 5411,6Å | - |
| 4 | 4859,3Å | 4861,3Å ($H_\beta$) |
| 4,5 | 4561,6Å | - |
| 5 | 4338,7Å | 4340,5Å ($H_\gamma$) |
| 5,5 | 4199,9Å | - |
| 6 | 4100,0Å | 4110,7Å ($H_\delta$) |

### §3.4. Нүвәнин һәрәкәтинин нәзәрә алынмасы

Нүвәнин күтләси електронун күтләсиндән чох-чох бөјүк олдуғуна көрә биз индијә гәдәр Бор нәзәријјәсини нәзәрдән кечирирәркән нүвәнин сүкунәтдә олдуғуну, електронун исә нүвә әтрафында фырландығыны гәбул етмишик. Бу



о заман мүмкүн олар ки, нүвәнин күтләси електронун күтләсинә нисбәти сонсуз бөјүк олсун. Һәгигәтдә исә һидрокен атому нүвәсинин күтләси електронун күтләсинә нисбәти $\frac{M_H}{m} = 1836,1$-дир. Мүасир спектроскопик өлчүләрин чох бөјүк дәгиглији шәраитиндә нүвә илә електронун күтләләринин һәтта јухарыда көстәрилән нисбәтиндә белә нүвәнин һәрәкәтини нәзәрә алмамаг олмаз. Классик механиканын ганунларына әсасән һәм атомун нүвәси (протон), һәм дә електрон үмуми күтлә мәркәзи әтрафында фырланырлар.

Әкәр електронун вә нүвәнин күтлә мәркәзиндән олан мәсафәләрини $r_e$ вә $r_H$, електронла нүвә арасындакы мәсафәни исә $r$ илә ишарә етсәк,

$$r = r_e + r_H$$

јаза биләрик. Күтлә мәркәзинин тә'рифинә әсасән

$$M_H r_H = m r_e$$

аларыг. Бурада $M_H$ һидрокен атому нүвәсинин күтләси, $m$ исә електронун күтләсидир.

Сон ики ифадәни $r_e$ вә $r_H$ көрә һәлл етсәк:

$$r_e = \frac{rM_H}{M_H + m}; \quad r_H = \frac{rm}{M_H + m}$$

аларыг, Борун стасионар орбитләрин квантланма постулатына әсасән үмуми күтлә мәркәзинә көрә там импулс моменти

$$M = M_H v_H r_H + m v_e r_e = n\frac{h}{2\pi}$$

ифадәси илә тә'јин олунур. Бурада $v_H = \omega r_H$ вә $v_e = \omega r_e$ ујғун олараг нүвә вә електронун хәтти сүр'әтләридир. Онда

$$M = M_H \omega r_H^2 + m\omega r_e^2 = n\frac{h}{2\pi}$$

олар. $r_e$ вә $r_H$ ифадәләрини нәзәрә алсаг

$$\frac{mM_H}{M_H + m}\omega r^2 = n\frac{h}{2\pi}$$

олар. $\frac{mM_H}{M_H + m} = \mu$ илә ишарә етсәк:

$$\mu\omega r^2 = n\cdot\frac{h}{2\pi} \qquad (3.27)$$

аларыг. Бурада

$$\mu = \frac{mM_H}{M_H + m} \qquad (3.28)$$

кәтирилмиш күтлә адланыр. (3.27) ифадәси нүвәнин һәрәкәти нәзәрә алынмаjан һал үчүн $M = mvr = m\omega^2 r = n\cdot\frac{h}{2\pi}$ ифадәсинә аналожидир, jеканә фәрг ондадыр ки, електронун күтләси $m$ кәтирилмиш күтлә $\mu$ илә әвәз едилмишдир. (3.27) ифадәси $m\omega^2 r$ ифадәсинә нисбәтән даһа дәгигдир. $M_H >> m$ олдугда $\mu \approx m$ олар.

Системин потенсиал енержиси

$$U = -\frac{e^2}{r}$$

дүстуру, кинетик енержиси исә



$$W = \frac{1}{2}mv_e^2 + \frac{1}{2}M_H v_H^2 = \frac{\omega^2}{2}\left(mr_e^2 + M_H r_H^2\right)$$

ифадәси илә тә'јин олунур. Әкәр бу сон ифадәдә $r_e$ вә $r_H$ нәзәрә алсаг

$$W = \frac{1}{2}\mu\omega^2 r^2$$

аларыг. (3.25) вә (3.26) дүстурларынын алынмасындакы һесабаты нүвәнин һәрәкәтини нәзәрә алмагла тәкрарласаг орбитләрин радиуслары үчүн

$$r_n = \frac{h^2 n^2}{4\pi^2 \mu e^2}$$

енержи үчүн исә

$$E_n = -\frac{2\pi^2 \mu e^4}{h^2 n^2}$$

дүстуруну аларыг ки, бу да (3.25) вә (3.26) дүстурундан јалныз онунла фәргләнир ки, електронун күтләси $m$ кәтирилмиш күтлә $\mu$ илә әвәз олунмушдур.

Електрон енержиси $E_n$ олан һалдан енержиси $E_k$ олан һала кечәркән бурахылан шүанын тезлији

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{E_n - E_k}{h}$$

дүстуру илә тә'јин олунур. Бурада $E_n$ вә $E_k$ јеринә алдығымыз сон ифадәни јазаг:

$$\nu = \frac{2\pi^2 \mu e^4}{h^3}\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

вә

$$\bar{\nu} = \frac{2\pi^2 \mu e^4}{ch^3}\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

Бурадан нүвәнин һәрәкәти нәзәрә алындығы һалда һидрокен атому үчүн Ридберг сабитинин ифадәсини ала биләрик:

$$R_H^\mu = \frac{2\pi^2 \mu e^4}{ch^3} = \frac{2\pi^2 m e^4}{ch^3\left(1 + \frac{m}{M_H}\right)}$$

Онда

$$\bar{\nu} = R_H^\mu\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

олар. Нүвәнин һәрәкәти нәзәр алынмадығда һидрокен үчүн Ридберг сабити $R = \frac{2\pi^2 m e^4}{ch^3}$ олдуғундан

$$R_H^\mu = \frac{R}{1 + \frac{m}{M_H}}$$

Үмуми һалда истәнилән елемент атомунун нүвәси үчүн исә

$$R_Z^\mu = \frac{R}{1 + \frac{m}{M_Z}}$$

аларыг.



Ридберг сабитинин нүвәнин һәрәкәти нәзәрә алынма-
дан нәзәри һесабланмыш гијмәти $R$=109737,303см$^{-1}$ -дир.
Әкәр нүвәнин һәрәкәтини нәзәрә алмагла Ридберг сабити-
ни һесабласаг $R$=109677,581 см$^{-1}$ гијмәтини аларыг ки, бу да
тәҹрүби гијмәтлә практики олараг үст-үстә дүшүр.
Беләликлә, үмумиләшмиш Балмер дүстуруну истәни-
лән серија үчүн јаздыгда $R \to R^\mu$ илә әвәз едилмәлидир. Бу-
радан ајдын олур ки, Пикеринг серисајында $n$-ин там гијмәт-
ләринә ујғун кәлән хәтләрин Балмер серијасындакы $H_\alpha$, $H_\beta$,
$H_\gamma$, $H_\delta$ вә с. хәтләрә нисбәтән бир аз даһа гыса далғалар тә-
рәфә сүрүшмәсинин сәбәбәини мәһз $R_{He}^\mu > R_H^\mu$ олмасында
көрә биләрик.

Әкәр нүвәнин һәрәкәти нәзәрә алынан вә алынмајан
һалларда там енержини ујғун олараг $E_n^\mu$ вә $E_n$ илә ишарә
етсәк, онда $\mu < m$ олдуғуну нәзәрә алдыгда ујғун дүстурла-
рын мүгајисәсиндән $E_n^\mu > En$ олдуғуну көрәрик. Бу исә о де-
мәкдир ки, нүвәнин һәрәкәти нәзәрә алынмадан һесаблан-
мыш енержи сәвијјәләри нисбәтән бир аз $E_\infty=0$ сәрһәддинә
тәрәф сүрүшмүшләр.

Кәтирилмиш күтлә анлајышы, күтләси һидрокенин
күтләсиндән тәхминән ики дәфә бөјүк олан һидрокенин изо-
топу дејтериумун кәшфиндә мүһүм рол ојнамышдыр. Дејте-
риумун кәтирилмиш күтләси

$$\mu_0 = \frac{m}{1 + \frac{m}{2M_H}}$$

кими ифадә олунур. Көрүндүјү кими $\mu_Д > \mu_H$. Ридберг са-
бити исә кәтирилмиш күтлә илә дүз мүтәнасибдир. Демәли,
дејтериум үчүн Ридберг сабити һидрокен үчүн Ридберг саби-
тиндән бир аз бөјүкдүр $R_Д^\mu > R_H^\mu$. Мәһз $R_Д^\mu$ илә $R_H^\mu$ ара-
сындакы чох кичик, лакин дәгиг өлчүләрдә гејд олуна би-
лән фәрг американ физики J.К.Јури тәрәфиндән Дејтериу-

мун кәшф олунмасында мүһүм рол ојнамышдыр. Бу кәшф үчүн 1994-чү илдә Јури кимја үзрә Нобел мүкафатына лајиг көрүлмүшдүр.

### §3.5. Еллиптик орбитләрин квантланмасы

Әввәлки параграфларда биз Бор нәзәријјәсинин бир сыра мүвәффәгијјәтләри илә таныш олдуг. Атом гурулушу нәзәријјәсинин сонракы инкишафында даһа бир аддым Зоммерфелд тәрәфиндән атылмышдыр. Бор нәзәријјәсинин илк мәрһәләсиндә јалныз даирәви орбитләрин квантланмасы шәрти, јә'ни бир сәрбәстлик дәрәчәсинә малик системин квантланма шәрти мүәјјәнләшдирилмишдир. Зоммерфелд классик механикада кеплер мәсәләсинин үмуми һәллиндән истифадә едәрәк даирәви орбитләрлә јанашы еллиптик орбитләри дә нәзәрә алмышдыр. Бундан отрү квантланма гајдасыны кенишләндирмәк - бир сәрбәстлик дәрәчәсинә малик олан даирәви орбитләрин квантланма гајдасыны еллиптик орбитләрин квантланма гајдасына көчүрмәк лазым кәлмишдир. Еллиптик орбит үзрә һәрәкәт едән електронун вәзијјәти ики параметрлә $r$-радиус вектору вә φ азимут буҹағы илә тә'јин олундуғундан о, ики сәрбәстлик дәрәчәсинә малик олур.

Нәһајәт, әкәр електронун орбит мүстәвиси фәзада вәзијјәтини дәјишәрсә, онда електрон үч сәрбәстлик дәрәчәсинә малик олар. Беләликлә, һәлл олунмасы лазым кәлән биринҹи мәсәлә чох сәрбәстлик дәрәчәсинә малик олан системин квантланма шәртини тапмагдан ибарәт иди. Бу мәсәләни Зоммерфелд шәрти - периодик систем үчүн һәлл етмишдир. Белә системә мисал олараг анизотроп оссилјатору көстәрмәк олар.

Фәрз едәк ки, күтләси $m$ олан мадди нөгтә мүстәви үзәриндә елә һәрәкәт едир ки, онун ики гаршылыглы перпендикулјар координат охлары үзрә пројексијалары мүхтәлиф $v_k$ вә $v_y$ тезликләри илә садә һармоник рәгс едирләр. Онда мадди нөгтәнин һәрәкәт тәнликләри:



$$m\ddot{x} = -k_1 x$$

$$m\ddot{y} = -k_2 y$$

олар. Бу диференсиал тәнликләрин һәлләри ашағыдакы кими олар:

$$x = a_1 \cos(2\pi v_x t + \delta_1) \qquad y = a_2 \cos(2\pi v_y t + \delta_2)$$

Бурада

$$v_x = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1}{m}} \qquad v_y = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_2}{m}}$$

Әкәр $\kappa_1=\kappa_2$ олса олса иди, $v_x = v_y$ оларды ки, бу да изотроп оссилјатор үчүн алдығымыз нәтиҹәләрлә ејни оларды. Биз фәрз едирик ки, $\kappa_1 \neq \kappa_2$. Бу һалда оссилјатор анизатроп олур. Әкәр $v_x$ вә $v_y$ тезликләри бир-биринә чох јахындырса, онда шәрти-периодик һәрәкәт алыныр. Мәсәлән, $v_x = v_y$ олдугда мадди нөгтә ја дүз хәттә үзрә рәгси һәрәкәт едәр, ја да чеврә үзрә һәрәкәт едәр. Бахдығымыз садә һалда шәрти-периодик һәрәкәт ики садә һармоник рәгсә кәтирилир. Бу ҹүр рәгс едән оссилјаторун ики сәрбәстлик дәрәҹәси вар, она көрә дә ики квантланма шәрти јазылмалыдыр:

$$\oint P_x dx = n_x h; \qquad \oint P_y dy = n_y h \quad (3.29)$$

Бурада $n_x$ вә $n_y$ там гијмәтләр алыр.

Үмуми шәкилдә көстәрмәк олар ки, бир нечә сәрбәстлик дәрәчәсинә малик олан системләр үчүн елә $q_1, q_2, \ldots q_i$ үмумиләшмиш координатлары тапмаг олар ки, бу координатларда системин һәрәкәтини јухарыда бахдығымыз анизотроп оссилјаторун һәрәкәтинә ујғун олараг $i$ сајда һармоник рәгси һәрәкәтә парчаламаг олар. Бу һалда параграф 3.2-

дә тапдығымыз квантланма шәртини һәр бир сәрбәстлик дәрәчәси үчүн тәтбиг етмәк олар вә биз $i$ сајда квантланма шәрти аларыг:

$$\oint P_1 dq_1 = n_1 h, \quad \oint P_2 dq_2 = n_2 h, \ldots, \oint P_i dq_i = n_i h \quad (3.30)$$

Бурада $n_1, n_2, \ldots n_i$ там әдәдләри квант әдәдләри адланыр.

Електрон еллиптик орбитдә һәрәкәт едәркән һәм радиус-вектор $r$, һәм дә азимут бучағы φ дәјишдијиндән ашағыдакы квантланма шәртләрини јаза биләрик:

$$\oint P_\varphi r d\varphi = n_\varphi h, \qquad \oint P_r dr = n_r h \qquad (3.31)$$

Параграф 3.2-дә көстәрилмишдир ки, нүвә әтрафында фырланан електрон үчүн үмумиләшмиш импулс $P_\varphi$ ади импулс моменти $M_\varphi$ бәрабәрдир вә һәм дә $M_\varphi = const$, јә'ни $P_\varphi = mr^2\dot{\varphi} = M_\varphi = const$; φ - бучағы 0-дан 2π-јә гәдәр дәјишдијиндән

$$n_\varphi h = \oint P_\varphi r d\varphi = M_\varphi \oint d\varphi = 2\pi M_\varphi$$

$$M_\varphi = n_\varphi \cdot \frac{h}{2\pi}$$

олар. Бурада $n_\varphi$ азимутал квант әдәди адланыр.

Бор нәзәријјәсинин атом системинә тәтбиг схеминә әсасән әввәлчә классик механики ганунлары чәрчивәсиндә нүвәнин Кулон саһәсиндә електронун һәрәкәт мәсәләси һәлл олунур, јә'ни орбитин формасындан асылы олмајараг електрон нүвәнин Кулон саһәсиндә һәрәкәт едир. Она көрә дә енержи үчүн алдығымыз (3.22) дүстурундан истифадә етмәк олар:

$$E = -\frac{Ze^2}{2a}$$



Сонра исә енержинин бу кәсилмәз гијмәтләри чохлуғу ичәрисиндән мүәјјән квантланма шәртләринин, мәсәлән, верилмиш һалда (3.17) квантланма шәртинин көмәји илә енержинин мүмкүн олан дискрет гијмәтләри сечилир. Бу дејиләнләрә ујғун олараг (3.31) квантланма шәртләриндән истифадә етсәк еллиптик орбитләрдә електронун енержиси үчүн

$$E_n = -\frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{h^2\left(n_\varphi + n_r\right)^2} \qquad (3.23)$$

аларыг ки, бу да (3.23) ифадәси илә үст-үстә дүшүр. (јә'ни бу һалда да енержи квантланыр). Беләликлә, ики квантланма шәртиндән истифадә етмәјимизә бахмајараг сон нәтичә даирәви орбитләр үчүн алынмыш нәтичәдән зaһирән фәргләнмир; енержи јалныз $n_r$ вә $n_\varphi$ -нин чәми олан баш квант әдәди $n$-дән асылыдыр. (3.23) дүстурунун тәһлили көстәрир ки, баш квант әдәди $n$-ин мүәјјән бир гијмәти үчүн $n_r$ вә $n_\varphi$ гијмәтләриндән асылы олараг бир нечә орбит мөвчуд ола биләр. Буна инанмаг үчүн $n$-ин һәр бир гијмәтинә ејни бир бөјүк јарымоха а малик олан $n$ сајда мүхтәлиф орбит ујғун кәлдијини көстәрәк. Доғрудан да енержинин ифадәсиндән а-ны тә'јин едиб, енержинин јеринә онун квантлашмыш гијмәтини јазсаг

$$a = -\frac{Ze^2}{2E_n} = \frac{h^2 n^2}{4\pi^2 m Z e^2}$$

вә Бор радиусу үчүн (3.19) ифадәсиндән истифадә етсәк

$$a = a_0 \cdot \frac{n^2}{Z} \qquad (3.19')$$

аларыг. Көрүндүјү кими бөјүк јарымохун гијмәти мүхтәлиф квант һалларында баш квант әдәдинин квадраты илә дүз

мүтәнасибдир. Еллипсин кичик јарымхлору $b$-ни һесабламаг үчүн аналитик һәндәсәдән мә'лум олан бөјүк јарымохла, кичик јарымох арасындакы мүнасибәтдән истифадә етсәк:

$$b = a_0 \cdot \frac{n^2}{Z} \cdot \frac{n_\varphi}{n} = nn_\varphi \frac{a_0}{Z} \qquad (3.34)$$

аларыг. a вә b ифадәләринин мүгајисәси көстәрир ки, бөјүк јарымох јалныз баш квант әдәдиндән, кичик јарымох исә һәм баш квант әдәдиндән, һәм дә азимутал квант әдәдиндән асылыдыр.

Инди исә $n_r$ вә $n_\varphi$-нин алдығы гијмәтләри тапаг. $n_r$=0 олдугда b=a олур. Бу һалда електрон даирәви орбит үзрә һәрәкәт едир. Демәли, $n_r$=0,1,2... гијмәтләрини алыр. $n_\varphi=n$ олдугда да ејни нәтичәјә кәлирик. $n_\varphi$ =0 олдугда b=0. Бу һалда еллиптик орбит дүз хәттә чеврилир вә електрон дүз хәтт бојунча һәрәкәт етмәли олур. Бор нәзәријјәсинә көрә бу һалда електрон нүвә илә тоггушарды ки, бу атомун дајагсызлығына кәтирәрди, она көрә дә белә һәрәкәт мүмкүн дејил. Беләликлә, $n_\varphi$-ин ән кичик гијмәти $n_\varphi$=1, ән бөјүк гијмәти исә $n$-дир:

$$n_\varphi = 1,2,...,n$$

Бурадан көрүнүр ки, $n$-ин һәр бир гијмәтинә, јә'ни һәр бир бөјүк јарымоха мүхтәлиф ексцентристели $n$ сајда мүхтәлиф орбитләр ујғун кәлир. Мәсәлән, $n$=1 олдугда $a = \frac{a_0}{Z}$ олар, бу һалда $n_\varphi$=1, $n_r$=0 олдуғундан $b = \frac{a_0}{Z} = a$ олар вә бу һалда орбит даирә олар.

Инди $n$=3 олан һалы араштыраг; $n$=3 олдугда a=9$\frac{a_0}{Z}$, кичик јарым охун алдығы гијмәтләр исә:

1). $n$=3, $n_\varphi$=1, $n_r$=2 һалында $b = \frac{3a_0}{Z}$ вә електронун орбити еллипс олур.



2). $n$=3, $n_\varphi$=2, $n_r$=1 һалында $b = \frac{6a_0}{Z}$ олур вә електрон јенә дә еллиптик орбит үзрә һәрәкәт едир.

3) $n$=3, $n_\varphi$=3, $n_r$=0 һалында $b = \frac{9a_0}{Z}$ олур вә електрон даирәви орбит үзрә һәрәкәт едир.

Һесабламалардан көрүндүјү кими $n$-ин һәр бир гијмәтиндә (јалныз $n$=1-дән башга) $n$-1 сајда еллиптик вә бир даирәви орбит алыныр вә $n_\varphi$ нә гәдәр кичик оларса, орбитләр перихкејдә бир о гәдәр фокуса (нүвәјә) јахын олурлар.

Беләликлә, бахдығымыз мисаллар әсасында һөкм етмәк олар ки, баш квант әдәди $n$-ин һәр бир гијмәти үчүн ејни бир бөјүк јарымоха малик олан $n$ сајда мүхтәлиф кичик јарым оха малик олан орбитләр мөвчуддур. (3.23) дүстурундан көрүндүјү кими бүтүн бу $n$ сајда орбитләрин һәр биринә енержинин ејни бир гијмәти, даһа дәгиг десәк енержинин бир-бири илә үст-үстә дүшән $n$ сајда бәрабәр гијмәтләри ујғун кәлир. Бу һадисәјә, јә'ни бир нечә квант һалына вә ја бир нечә сәвијјәјә ејни бир енержинин ујғун кәлмәси һадисәсинә чырлашма дејилир. Әкәр һәр һансы бир һәјәчанлашдырычы амил јаранарса орбитләр мүхтәлиф шәкилдә деформасијаја уғрајар вә бир-бири илә үст-үстә дүшән $n$ сајда сәвијјә јени $n$ сајда мүхтәлиф сәвијјәләрә парчаланыр. Бу һадисәјә исә һәјәчанланманын чырлашманы арадан галдырылмасы һадисәси дејирләр.

## §3.6. Електронун магнит моменти. Лармор теореми

Билдијимиз кими гапалы (даирәви вә ја елиптик) орбит бојунча һәрәкәт едән електрона мүәјјән бир макро даирәви чәрәјан кими бахмаг олар. Бу чәрәјанын шиддәти

$$J = -\frac{e}{T} = -\frac{e\omega}{2\pi}$$

ифадәси илә тә'јин олунур. Бурада е- електронун јүкү, Т – фырланма периоду, ω-бучаг сүр'әтидир.

Електрон јүкүнүн ишарәси әввәлчәдән нәзәрә алындығындан бу параграфдакы ифадәләрдә е мүсбәт әдәд һесаб олунмалыдыр, јә'ни

$$e = 4{,}8 \cdot 10^{-10} CGSEj.b.$$

Дикәр тәрәфдән електрик курсундан билдијимиз кими бу чәрәјан ашағыдакы $\mu_e$ магнит моментинә еквивалентдир:

$$\mu_e = \frac{1}{c}JS = -\frac{e\omega r^2}{2c} = -\frac{em\omega r^2}{2mc}$$

$$\mu_e = -\frac{eM_\varphi}{2mc} \qquad (3.35)$$

Бурада S - чәрәјанын әһатә етдији контурун саһәси, $M_\varphi = m\omega r^2$ исә електронун импулс моментидир.

Електронун јүкү мәнфи олдуғундан орбитал импулс моменти вектору $\vec{M}_\varphi$ вә орбитаол магнит моменти вектору $\vec{\mu}_e$ истигамәтчә бир-биринин әксинә јөнәлмәлидир:

$$\vec{\mu}_e = -\frac{e\vec{M}_\varphi}{2mc} \quad (3.36)$$

Бу дүстурдан көрүнүр ки, електронун магнит моментинин онун импулс моментинә нисбәти сабит кәмијјәтдир; бу сабит кәмијјәтә гиромагнит нисбәти дејилир (бах Ландте фактору) вә g һәрфи илә ишарә олунур:



$$\frac{\mu_e}{M_\varphi} = g = -\frac{e}{2mc}$$

Бу дүстур зәррәчијин импулс моменти илә магнит моменти арасында әлагә јарадыр. Бор нәзәријјәсинә әсасән импулс моменти квантланмыш $M_\varphi = \frac{h}{2\pi}n_\varphi$ гијмәтини алыр. Бурада $n_\varphi$ –орбитал (азимутал) квант әдәдидир. Онда електронун орбитал магнит моменти

$$\mu_e = -\frac{eh}{4\pi mc}n_\varphi \qquad (3.37)$$

олар. Демәли, електронун магнит моменти дә квантланыр, јә'ни магнит моменти истәнилән гијмәтләр ала билмәз, јалныз мүәјјән дискрет гијмәтләр ала биләр. Магнит моментинин $n_\varphi$=1-ә уйғун гијмәтинә Бор магнетону дејирләр:

$$\mu_0 = \frac{eh}{4\pi mc} = 9{,}274 \cdot 10^{-21} CGSM$$

Онда

$$\mu_e = -\mu_0 n_\varphi \qquad (3.38)$$

Бор магнетонундан магнит моментинин тәбии ваһиди кими истифадә олунур.

Инди исә електрон орбитинә харичи магнит саһәсинин тә'сирини тәһлил едәк. Фәрз едәк ки, магнит моментинә малик атом (биз һәләлик һидрокен атомуна бахарыг) харичи магнит саһәсинә дахил едилиб, онда ајдындыр ки, атомун магнит моменти ја харичи магнит саһәсинә паралел, ја да антипаралел јөнәлдилмәлидир. Лакин әслиндә бу һадисә баш вермир. Буна атомун (әслиндә електорнун) фырфыра олмасы ма'нечилик көстәрир. Көстәрмәк олар ки, харичи магнит саһәсиндә јерләшмиш атомда електронун орбит

радиусу сабит галмагла, онун нүвә әтрафында фырланма тезлији дәјишир. Бунун үчүн әввәлчә садә һала бахаг. Тутаг ки, харичи магнит саһәси олмадыгда електрон нүвә әтрафында $r$ радиуслу даирәви орбит үзрә $\omega_0$ бучаг сүр'әти илә фырланыр. Бу һалда електрона тә'сир едән мәркәзгачма гүввәси

$$F_{м.г.}(H=0)=\frac{mv^2}{2}=m\omega_0^2 r$$

шәклиндә олур ки, бу да електронла нүвә арасындакы Кулон гүввәси илә таразлашыр, јә'ни $m\omega_0^2 r=\frac{e^2}{r^2}$. Бу гүввә харичи саһәләрдә електрона тә'сир едә биләчәк гүввәләрдән чох-чох бөјүк олдуғундан, атому харичи магнит саһәсиндә јерләшдирдикдә електрон орбитинин радиусу дәјишмир. Инди фәрз едәк ки, атом електронун орбит мүстәвисинә перпендикулјар истигамәтдә јөнәлмиш харичи магнит саһәсинә дахил едилир. Онда електрона $F_Л$ Лоренс гүввәси тә'сир едәчәк вә гүввә радиус бојунча јөнәләчәкдир.

$$F_Л=\frac{e}{c}vH=\frac{e}{c}\omega rH$$

Бурада $\omega$ -електронун магнит саһәсиндәки даирәви тезлијидир ки, бу да $\omega_0$-дан фәргләнир. Магнит саһәсиндә електрона тә'сир едән гүввәләр

$$\vec{F}_{м.г.}(H=0)=\vec{F}_{м.г.}(H\neq 0)+\vec{F}_Л$$

$$m\omega_0^2 r=m\omega^2 r\pm\frac{e}{c}\omega rH$$



олар. Бу ифадәдәки $\pm$ ишарәси електронун бучаг сүр'әти вектору илә $\vec{H}$ векторунун нисби ориjентасиjасындан асылы олараг сечилир. Сонунчу ифадәни ашағыдакы шәкилдә јазсаг:

$$m\omega_0^2 r-m\omega^2 r=\pm\frac{e}{c}\omega rH$$

аларыг. Гәбул едәк ки, $|\omega-\omega_0|=\Delta\omega<<\omega,\omega_0$, онда $\omega_0^2-\omega^2=(\omega_0-\omega)(\omega_0+\omega)\approx 2\omega\Delta\omega$, доғрудан да һесабламалар көстәрир ки, $\omega$ илә $\omega_0$ бир-бириндән чох аз фәргләнир, јә'ни $|\Delta\omega|=|\omega-\omega_0|<<\omega$ вә $\omega+\omega_0\approx 2\omega$ мүнасибәти чох бөјүк дәгигликлә өдәнир. Бунлары нәзәрә алдыгда (3.39)-дан

$$\Delta\omega=\pm\frac{eH}{2mc}$$

алырыг.

Беләликлә, харичи магнит саһәсиндә електронун нүвә әтрафында фырланмасыны даирәви тезлији

$$\omega_L=\frac{eH}{2mc} \qquad (3.40)$$

гәдәр дәјишир, бурада $\omega_L$ - Лармор тезлији адланыр.

Бучаг сүр'ти векторунун истигамәтини тә'јин едәк. $\vec{v}$ вә $\vec{r}$-ин мә'лум истигамәтләринә әсасән $\vec{v}=[\vec{\omega}_0\vec{r}]$ вектору һасилиндән $\vec{\omega}_0$ векторунун истигамәтини тә'јин етмәк олар. Әкәр $\vec{H}$ вектору $\vec{\omega}_0$ векторунун әксинә јөнәләрсә, онда $\vec{F}_Л$ гүввәси $\vec{F}_{м.г.}$ гүввәсинин әксинә јөнәләр. Бу заман фырланма мәркәзинә доғру електрона тә'сир едән гүввә

кечилдијиндән, / $F_{м.г.} = \frac{mv^2}{r}$ вә $v = \omega_0 r$ дүстурларындан көрүндүјү кими / електронун сүр'әти $v$ вә бучаг сүр'әти $\omega_0$ азалыр. Бу исә ону көстәрир ки, Лармор бучаг сүр'әти вектору $\vec{\omega}_L$, $\vec{\omega}_0$-ын әксинә јөнәлмәклә $\vec{H}$ вектору илә ејни истигамәтдә олур. $\vec{H}$ векторунун истигамәти дәјишәрсә $\vec{F}_л$ вә $\vec{F}_{м.г.}$ гүввәләри ејни истигамәтли олуб, фырланма мәркәзинә доғру јөнәләрләр вә електрона тә'сир едән гүввә бөјүдүјүндән $\vec{v}$ вә $\vec{\omega}_0$ бөјүјәр. Бу һалда $\vec{\omega}_L$ вә $\vec{\omega}_0$-ын истигамәтләри ејни олар вә $\vec{\omega}_L$ вектору јенә дә $\vec{H}$ вектору истигамәтиндә јөнәләр. Орбитин радиусу дәјишмәдән бу әлавә бучаг сүр'әтинин јаранмасына, атомун магнит саһәсиндә әлавә олараг $\vec{\omega}_L$ бучаг сүр'әти илә фырланмасы кими бахмаг олар.

Биз јухарыда көстәрдик ки, һәр һансы бир атому магнит саһәсинә дахил етдикдә електронун сүр'әти вә даирәви тезлији дәјишир; бу кәмијјәтләрин дәјишмәси електронун кинетик енержисинин дә дәјишмәсинә кәтирәр. Орбитин радиусу сабит галдығындан електронун потенсиал енержиси сабит галыр. Дикәр тәрәфдән, мә'лумдур ки, магнит саһәси (Лоренс гүввәси) иш көрмүр. Онда белә бир суал ортаја чыхыр ки, бәс атомда електронун кинетик енержиси нәјин һесабына дәјишир? Јалныз електромагнит индуксија нәзәријјәсинә әсасланараг бу суала чаваб вермәк олар. Бу нәзәријјәјә әсасән атомун јерләшдији фәзада магнит саһәси јарандыгда вә ја дәјишдикдә бурулғанлы електрик саһәси јараныр вә бу саһәнин тә'сири алтында атомда електронун сүр'әти дәјишир.

Инди исә даһа үмуми һалы – електронун бучаг сүр'әти вектору $\vec{\omega}_0$ вә магнит саһәси вектору $\vec{H}$ ихтијари гаршылыглы ориjентасијасы һалыны нәзәрдән кечирәк. Нүввәдән вә онун әтрафында чеврә бојунча фырланан електрондан ибарәт олан атома магнит моментинә малик олан жироскоп кими бахмаг олар. Жироскопун һәрәкәт тәнлији



$$\frac{d\vec{M}_\varphi}{dt} = \vec{M}; \quad \vec{M} = [\vec{\mu}_l \vec{H}]$$

$$\frac{d\vec{M}_\varphi}{dt} = [\vec{\mu}_l \vec{H}] \qquad (3.41)$$

Шәклиндә ифадә олунур. бу дүстурдан көрүнүр ки, импулс моменти векторунун дәјишмәси ($\frac{dM_\varphi}{dt}$ - вектору) $\vec{\mu}_l$ орбитал магнит моментинә вә $M_\varphi$ импулс моменти векторуна перпендикулјардыр; дикәр тәрәфдән $\frac{dM_\varphi}{dt}$ вектору $\vec{H}$ векторуна да перпендикулјардыр. Онда $\frac{dM_\varphi}{dt}$ вектору, $\vec{H}$ векторуна перпендикулјар олан үфиги мүстәви үзәриндә јерләшәр вә $\vec{M}_\varphi$ векторунун учу бу мүстәви үзәриндә ($\vec{H}$ - вектору әтрафында) чеврә бојунча $\omega_L$ тезлији илә фырланачагдыр; јә'ни електронун $M_\varphi$ импулс моменти векторунун учу Н магнит саһәси вектору әтрафында

$$\vec{\omega}_L = \frac{e\vec{H}}{2mc}$$

бучаг сүр'әти илә пресессија едәчәкдир. Магнит моменти вә импулс моменти векторлары бир-бири илә (3.41) мүнасибәти васитәсилә бағлы олдугларына көрә електронун $\mu_l$ магнит моменти векторунун да учу һәмин бучаг сүр'әти илә Н вектору әтрафында пресессија едәчәкдир.

Беләликлә, жироскопун гравитасија саһәсиндә һәрәкәтинә охшар олараг атом да магнит саһәсиндә пресессија һәрәкәти едир. Бу прессессија һәрәкәтинә Лармор пресессијасы дејилир.

Атомун H вектору әтрафында прессесија етмәси, електронун орбит мүстәвисинин H вектору әтрафында Лармор прессијасы етмәси демәкдир. Бурадан да Лармор теореми мејдана чыхыр: Магнит саһәсинин атомда електронун орбитинә тә'сиринин јеканә нәтиҹәси орбитин вә електронун $\mu_l$ магнит моменти векторунун нүвәдән кечән вә H магнит векторуна паралел олан ох әтрафында $\omega_L$ буҹаг сүр'әтилә прессесија етмәсиндән ибарәтдир. Инди $\frac{\omega_L}{\omega}$ - нисбәтинин гијмәтләндирәк:

$$\mu_l = \frac{eh}{4\pi mc}; \quad \omega_L = \frac{eH}{2mc} = \frac{2\pi\mu H}{h}$$ илә әвәз етсәк:

$$\frac{\omega_L}{\omega} \sim \frac{2\pi\mu H}{\omega h} \sim 10^{-7} H$$

$H < 10^6$ ерстед гијмәтләриндә $\frac{\omega_L}{\omega} << 1$ ола биләр.

Лармор теореми бир сыра һадисәләри, о ҹүмләдән нормал Зејеман еффектини вә диамагнетизми изаһ етмәјә имкан верир.

Јадда сахламаг лазымдыр ки, јухарыда гејд едилдији кими електронун орбитдәки сүр'әтини вә буҹаг сүр'әтинин дәјишмәси вә беләликлә дә, Лармор прессесија һәрәкәтинин јаранмасы вә дәјишмәси јалныз хариҹи магнит саһәсинин дәјишмәси мүддәтиндә баш верир. Магнит саһәсинин дәјишмәси дајандыгда бүтүн бу дәјишмәләр дајаныр, о ҹүмләдән, Лармор прессесијасы һәрәкәтинин буҹаг тезлијинин дәјишмәси дә дајаныр вә о, (3.40) ифадәси илә тә'јин олунан сабит гијмәтини алыр.

## § 3.7. Фәза квантланмасы

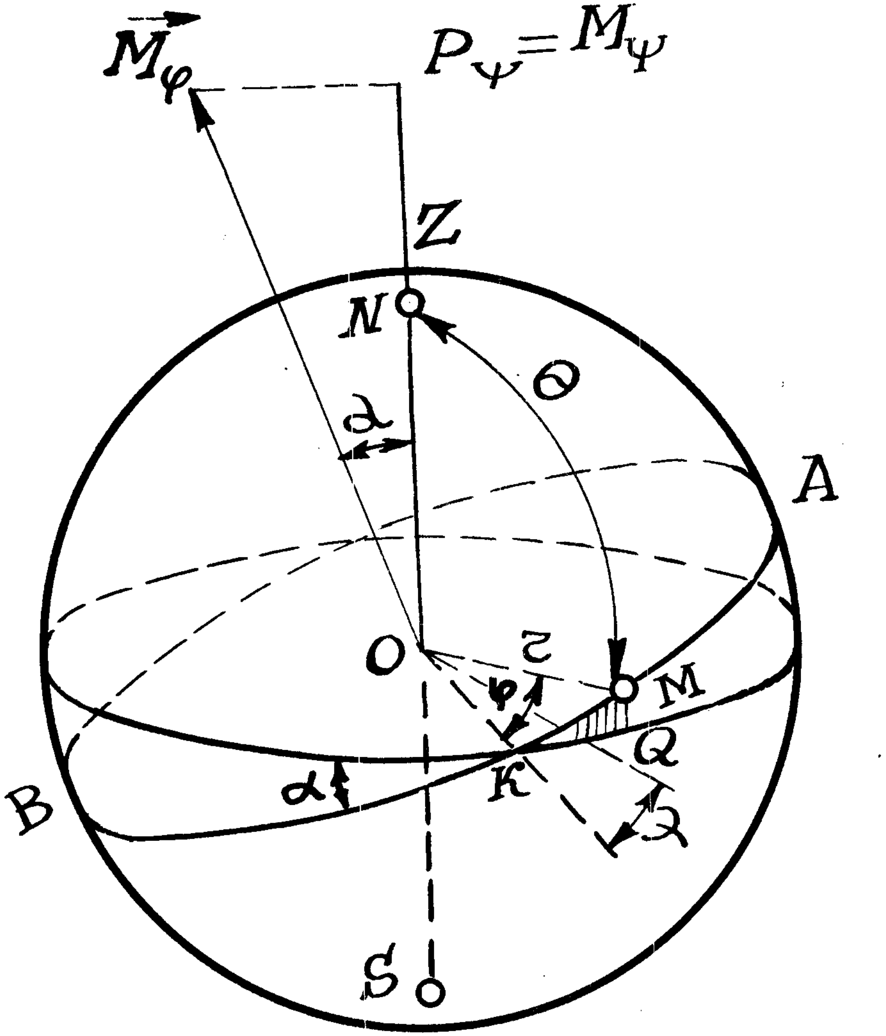
Биз електронун даирәви вә еллиптик орбит бојунҹа һәрәкәтинә бахдыг. Бу һәрәкәтләрдә електрон бир вә ики



сәрбәстлик дәрәҹәсинә малик олдуғундан ујғун олараг бир вә ики квантлама шәртиндән истифадә етмишдик. Инди даһа үмуми һалы тәһлил етмәк үчүн фәрз едәк ки, μ -магнит моментинә малик олан атом хариҹи магнит саһәсинә дахил едилмишдир. Ајдындыр ки, белә атом хариҹи саһә илә гаршылыглы тә'сирдә олаҹаг вә гаршылыглы тә'сир енержиси $U = -(\vec{\mu}\vec{H})$ олар. Беләликлә, електронун там енержиси дәјишәҹәкдир. Енержинин дәјишмәси орбитин вәзијјәтиндә мүәјјән дәјишиклијин јаранмасына кәтирмәлидир. Тутаг ки, белә дәјишмә орбит мүстәвиси вәзијјәтинин дәјишмәсинә кәтирир; әкәр доғрудан да белә һалда орбитин вәзијјәти дәјишәрсә, онда орбит мүстәвисинин H=0 олан һалдакы мүстәвијә нәзәрән ала биләҹәји вәзијјәтләри мүәјјәнләшдирәк.

Фәрз едәк ки, H=0 олдугда орбит мүстәвиси екваториал мүстәви үзәриндәдир. Бу һалда електронун һәрәкәт мигдары моменти $M_\varphi$, $Z$ –оху истигамәтдә олаҹагдыр. Хариҹи магнит саһәсини дә Z оху истгамәтиндә јөнәлдәк. Онда електронун хариҹи саһә илә гаршылыглы тә'сирин нәтиҹәсиндә орбит мүстәвисинин екваториал мүстәвијә нәзәрән α -буҹағы гәдәр дөнмәсини гәбул едәк (AB орбит мүстәвиси) вә бу буҹағын ала биләҹәји гијмәтләри тә'јин едәк. Фәзада електронун вәзијјәти үч координатла характеризә олундуғундан електрон үч сәрбәстлик дәрәҹәсинә малик олаҹагдыр. Сәрбәстлик дәрәҹәләринин үчүнү дә нәзәрә алмагла биз нәинки електронун орбит үзрә һәрәкәтини тәсвир етмәк, һәм дә орбит мүстәвисинин фәзада вәзијјәтини тә'јин етмәк имканы әлдә едирик. Електронун фәзада вәзијјәти үч сферик $r$, $\theta$ вә $\varphi$ координатлары илә характеризә олунур. Она көрә дә үч квантланма шәрти јазылмалыдыр:

$$\oint P_r dr = n_r h, \quad \oint P_\theta d\theta = n_\theta h, \quad \oint P_\psi d\psi = n_\psi h$$




**Шəкил 7**

Бурада, $n_r, n_\theta, n_\psi$ -радиал, екваториал вə енлик квант əдəдлəридир.

Үмумилəшмиш импулсларын һесабламаг үчүн үмуми гајда үзрə сферик координатларда енержинин



$$E = \frac{m}{2}\left[\left(\frac{d\bar{r}}{dt}\right)^2 + \bar{r}^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \bar{r}^2 \sin^2\theta\left(\frac{d\psi}{dr}\right)^2\right] + U(r)$$

ифадəсиндəн үмумилəшмиш сүр'əтлəрə көрə төрəмəлəр алмаг лазымдыр:

$$P_\theta = \frac{\partial E}{\partial\dot\theta} = mr^2\dot\theta = M_\theta, \quad P_\psi = \frac{\partial E}{\partial\dot\psi} = mr^2 \sin^2\theta\dot\psi = M_\psi,$$

$$P_r = \frac{\partial E}{\partial\dot r} = m\dot r\theta$$

41-ҹи шəкилдəн көрүндүјү кими ψ координаты електронун екватор үзрə проjексиjасынын һəрəкəтини характеризə едир, она уjғун $P_\psi = M_\psi$ үмумилəшмиш импулсу исə там импулс моменти М-ин Z оху үзрə проjексиjасыдыр. Бу охун истигамəти, мəсəлəн, һəмин ох үзрə jөнəлмиш магнит саһəсинин истигамəти илə дə верилə билəр. Асанлыгла инанмаг олар ки, $P_\psi = M_\psi$ öз гиjмəтини сабит сахлаjыр, jə'ни $M_\psi = const$. Буна инанмаг үчүн jухарыдакы ифадəлəри нəзəрə алмагла һамилтон функсиjасыны jазаг:

$$H = W + U = \frac{1}{2m}\left(P_r^2 + \frac{1}{r^2}P_\theta^2 + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}P_\psi^2\right) - \frac{Ze^2}{r} \quad (3.43)$$

аларыг. Əкəр һəр һансы бир координат һамилтон функсиjасына ашкар шəкилдə дахил деjилсə, белə координат тсиклик координат адланыр. Мə'лумдур ки, əкəр координатлардан һəр һансы бири тсиклик координатдырса, онда она уjғун үмумилəшмиш импулс сабитдир. (3.43) ифадəсиндəн көрүндүјү кими ψ координаты һамилтон функсиjасына ашкар шəкилдə дахил деjил. Демəли, $M_\psi = const$. Онда

$$\oint P_\psi d\psi = \oint M_\psi d\psi = M_\psi \oint d\psi = 2\pi M_\psi = n_\psi h$$

$$M_\psi = \frac{h}{2\pi} \cdot n_\psi$$

олар. Беләликлә, импулс моментинин магнит саһәси истигамәти үзрә пројексијасы квантланмыш гијмәтләр алыр. Бу о демәкдир ки, АВ орбит мүстәвиси (һәјәчанланмыш орбит) фәзада ихтијари вәзијјәт (оријентасија) ала билмәз, о, јалныз мүмкүн олан мүәјјән дискрет вәзијјәтләри ала биләр. Бу вәзијјәтләри даһа мүкәммәл тәһлил етмәк үчүн һәјәчанланмыш орбитин екваториал мүстәвијә нәзәрән мејл буҹағыны араштдыраг. 41-ҹи шәкилдән

$$\cos\alpha = \frac{M_\psi}{M_\varphi} = \frac{n_\psi h}{n_\varphi h} = \frac{m}{n_\varphi} \qquad |m| = n_\psi$$

мүнасибәтини алырыг. $|\cos\alpha| \leq 1$ олдуғундан $|m| \leq n_\varphi$ олар. Дикәр тәрәфдән $-1 \leq \cos\alpha \leq +1$ гијмәтләри алдығындан $m$-ин алдығы гијмәтләр

$$-n_\varphi, -(n_\varphi - 1), \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots, n_\varphi$$

олар; јә'ни $m$, $2n_\varphi + 1$ гәдәр гијмәт алар. $m$ вә $n_\varphi$ сечилмиш гијмәтләр алдығындан $\cos\alpha$ ихтијари гијмәти алмајыб, јалныз сечилмиш гијмәтләри алаҹагдыр. Бу о демәкдир ки, фәзада орбитин вәзијјәти квантланмыш гијмәтләри алыр. Мәсәлән, $n_\varphi=1$ олдугда $\cos\alpha = \frac{m}{n_\varphi}$ мүнасибәтинә көрә $m=0;\ \pm 1$ гијмәтләрини алыр; орбит мүстәвиси исә фәзада $\alpha = 0; \frac{\pi}{2}; \pi$ вәзијјәтләрини алыр вә с. Дахил едилән $m$ әдәдинә магнит квант әдәди дејирләр вә импулс моментинин үстүн истигамәт үзрә пројексијасынын характеризә едир.



Параграф 3.5.-дә көстәрдилдији кими (3.29) квантланма шәртләри (3.23) ифадәсинә кәтирир вә еллипсин ексентрисистетини тә'јин едир. Көстәрмәк олар ки, екваториал вә енлик квант әдәдләри илә азимутал квант әдәди арасында

$$n_\varphi = n_\theta + n_\psi$$

әлагәси вардыр. Онда там енержи үчүн (2.23) ифадәси

$$E_n = -\frac{2\pi^2 m z^2 e^4}{h^2 (n_2 + n_\theta + n_\psi)^2} \qquad (3.44)$$

шәклини алар. (3.44) ифадәсиндән көрүнүр ки, еллиптик орбитләрин квантланмасы һалында олдуғу кими орбитин фәзада оријентасијасы нәзәрә алындығы (фәза квантланмасы) һалда да електронун там енержиси квантланыр вә ајры-ајры квант әдәдләриндән дејил, јалныз бүтүн квант әдәдләрин ҹәминдән асылыдыр. Демәли, фәза квантланмасында ҹырлашма дәрәҹәси даһа да артыр, чүнки нәинки ејни бөјүк јарымохлу бүтүн еллипсләр, һәм дә фәзада мүхтәлиф оријентасијалар алмыш бу ҹүр бүтүн еллисләр ејни енержијә малик олур.

Һәјата кечирилән бүтүн дәгигләшдирмәләрдән сонра (еллиптик орбитләрә бахылмасы, орбитләрин фәзада оријентасијасынын нәзәрә алынмасы) алынан нәтиҹәнин ән садә даирәви орбитләр һалында алынан нәтиҹә илә үст-үстә дүшмәси бүтүн бу мүрәккәбләшдирмәләрин лазымсыз олдуғу фикрини јарада биләр. Һәгигәтдә исә бу белә дејил. Хариҹи магнит саһәси сыфырдан фәргли олдугда $n_\psi$ екваториал квант әдәди (вә ја $m$ магнит квант әдәди) илә әлагәдар олан ҹырлашма арадан галдырылыр, јә'ни мүхтәлиф оријентасијаја малик орбитләр мүхтәлиф енержиләрә малик олур. Бу истигамәтдә ардыҹыл сурәтдә апарылмыш һесабламалар нормал Зејеман ефектини изаһ етмәјә имкан верир. Бундан башга, бир нечә електрона малик олан мүрәккәб атомларда дахили електронларын кәнар електронлара

көстәрдикләри һәјәчанлашдырычы тә’сир, атомун там енержиси ифадәсинә $n_r + n_\varphi$ чәминә бәрабәр олан *n* баш квант әдәди илә јанашы азимутал квант әдәдинин дә дахил олмасына кәтирир. Бунун нәтичәсиндә бирелектронлу атомларда ејни баш квант әдәдинә (лакин мүхтәлиф азимутал квант әдәдләринә) ујғун олан вә бир-бирилә үст-үстә дүшән енержи сәвијјәләри, чохелектронлу атомларда бир-бириндән араланырлар. Бу исә бир валент електрону олан мүрәккәб атомларын (дөври системин биринчи груп елементләри *Li*, *Na*, K вә с.) спектрләриндәки хүсусијјәтләри изаһ етмәјә имкан верир.

Беләликлә, биз индијәдәк үч квант әдәдини нәзәрдән кечирдик.

1.*n*-баш квант әдәди. Баш квант әдәди атомда електронун енержисини вә електронун јерләшдији сәвијјәнин нөмрәсини тә’јин едир.

2.$n_\varphi$ - азимутал квант әдәди ($n_\varphi$ = 1, 2, 3, ...*n*). Електронун импулс моментини тә’јин етмәк үчүн $n_\varphi$ әвәзинә $l=n_\varphi-1$ квант әдәдини дахил едирләр. *l*-ә көмәкчи квант әдәди дејилир. Бә’зән буна орбитал квант әдәди вә нәһајәт, азимутал квант әдәди дә дејирләр. *n*-ин верилмиш гијмәтиндә орбитал квант әдәди $l = 0, 1, 2, ..., (n-1)$ гијмәтләрини, јә’ни чәмиси *n* гијмәт алыр. Орбитал квант әдәди електронун орбитдә импулс моментини характеризә едир. Чохелектронлу атомларда (гәләви металларын атомларында) електронун енержиси *l*-дән асылы олур.

3.$m_Z$ -магнит квант әдәди. Магнит квант әдәди импулс моментинин үстүн истигамәт үзрә (мәсәлән, харичи магнит саһәсинин истигамәти үзрә) проjексијасыны тә’јин едир вә сыфыр да дахил олмагла $-l$-дән $+l$-ә гәдәр бүтүн там гијмәтләри алыр, јә’ни $2l+1$ гијмәт алыр.

### § 3.8. Штерн-Һерлах тәчрүбәси

Борун фәзада квантланма нәзәријјәсини тәчрүбәдә илк дәфә 1921-чи илдә Штерн вә һерах јохламышлар. Тәчрүбәни шәрһ етмәздән әввәл тәчрүбәдә һансы кәмијјәтин, һансы шәраитдә өлчүлмәсинин мүәјјәнләшдирәк. Фәза



квантланмасынын тәһлилиндә гејд етдик ки, харичи магнит саһәсинә дахил едилмиш атомун, гаршылыглы тә’сир нәтичәсиндә, електрон орбитинин вәзијјәти дәјишә биләр; бу дәјишмә

$$\cos\alpha = \frac{m_Z}{m_\varphi}$$

илә тә’јин едилир. Бу мүнасибәтә дахил олан кәмијјәтләрин һеч бири тәчрүбәдә өлчүлә билән кәмијјәтләр дејилдир. Она көрә дә бу мүнасибәти тәчрүбәдә өлчүлә бөилән кәмијјәтләрлә әлагәләндирәк.

Мә’лумдур ки, харичи Н-магнит саһәсинә дахил едилмиш $\mu_l$ -магнит моментинә малик олан атом харичи саһә илә гаршылыглы тә’сирдә олур:

$$U = -(\vec{\mu}_l \vec{H})$$

бурадан

$$\mu_l = \frac{eh}{4\pi mc} n_\varphi = \mu_0 n_\varphi; \quad n_\varphi \cos\alpha = m_Z$$

гијмәтини јеринә јазсаг:

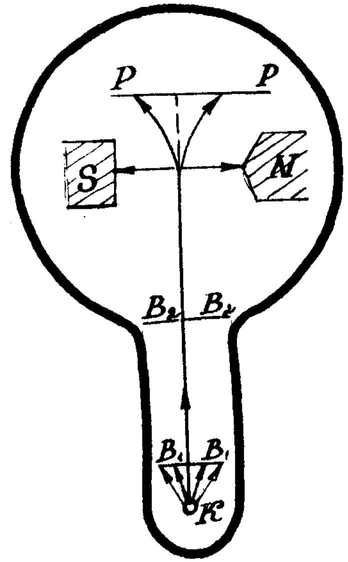
$$U = -\mu_0 H n_\varphi \cos\alpha = -m_Z \mu_0 H$$

олар. Онда атома тә’сир едән гүввә:

$$\vec{F} = -grandU = grand(\vec{\mu}_l \vec{H}); \quad F = m_Z \mu_0 \frac{dH}{dr}$$

олар. Бурадан көрүнүр ки, саһә гејри-бирчинсли олмалыдыр вә гејри-бирчинслилик дәрәчәси нә гәдәр бөјүк олса, тә’сир гүввәси бир о гәдәр бөјүк олачагдыр. Әкәр тәчрүбәдә атомларын һәрәкәти х-оху истигамәтдә оларса, онда саһә һөкмән бу истигамәтә перпендикулјар олмалыдыр. Мүәјјәнлик үчүн саһәни Z -оху истигамәтдә јөнәлтсәк, онда

$$F_Z = m_Z \mu_0 \frac{dH}{dZ}$$



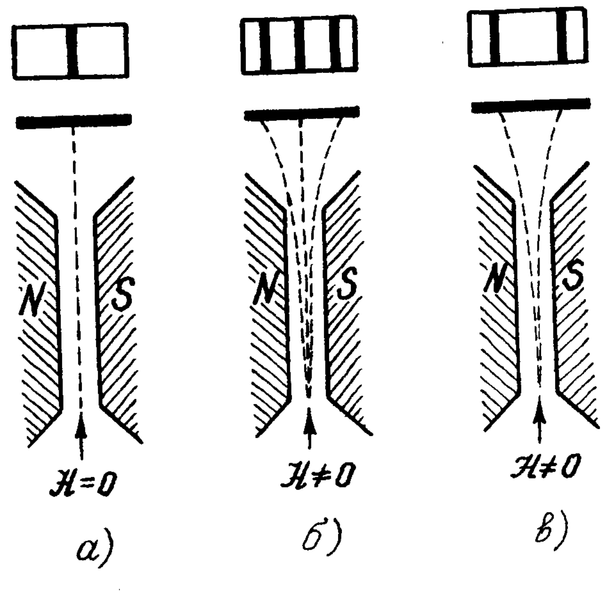

**Шәкил 8**

олар. Беләликлә, фәза квантланмасыны тәҹрүбәдә јохламаг үчүн нејтрал атом дәрстәсинә гејри-бирҹинсли сагнит саһәсинин тә'сирини тәһлил етмәлијик. $F_Z$-ә дахил олан магнит квант әдәди $m_Z$, $2n_\varphi+1$ гијмәт алдығындан, атом дәстәси $2n_\varphi+1$ компонентинә парчаланмалыдыр. Тәҹрүбәнин нәтиҹәләрини јахшы мүшаһидә етмәк үчүн $n_\varphi=1$ олан атомлардан истифадә етмәк лазымдыр. Бу мәгсәдлә узәринә назик күмүш тәбәгәси (лајы) чәкилмиш $K$ катоду ваккум јарадылмыш балона дахил едилир. Катод гыздырылдыгда онун сәтһиндән күмүш атомлары бүтүн истигамәтләрдә бухарланыр. Бухарланмыш күмүш атомларындан назик бир дәстә ајырмаг үчүн катод гаршысына $B_1$ вә $B_2$ диафрагмалары гојулур. Алынан назик атом дәстәси гејри-бирҹинсли магнит саһәсиндән кечәрәк Р, лөвһәси үзәринә дүшүр. Тәҹрүбәнин нәтиҹәләрини шәрһ етмәздән әввәл мүмкүн олан билән нәтиҹәләри тәһлил едәк.



Әкәр магнит саһәси олмазса H=0 онда диафрагмалардан кечән атом дәстәси һеч бир манеәјә раст кәлмәдијиндән (гаршылыглы тә'сир олмадығындан) Р-лөвһәси үзәриндә назик бир золаг јараныр (шәкил 9-а) H≠0 олдугда атом дәстәси гејри-бирҹинсли магнит саһәсинин тә'сиринә мә'руз галыр.

Доғрудан да, һәр бир атом $\mu_l$ -магнит моментинә малик олдуғундан о, хариҹи саһә илә гаршылыглы тә'сирдә олачаг вә бу тә'сир §3.7-дә дејилдији кими орбитин вәзијјәтини (ориjентасијасына) дәјишә биләр. Әкәр, доғрудан да орбитин вәзијјәти дәјишәрсә, онда бу дәјишмәни дәгиг мүшаһидә етмәк үчүн, елә вәзијјәт сечилмәлидир ки, фәзада оријентасијасынын сајы минимум олсун. Бу мәгсәдлә катод үзәринә күмүш лајы чәкилир, чүнки, күмүш атомларына валент електронлары $n_\varphi=1$ һалындадыр. $n_\varphi=1$ олдугда $m_Z=0$; $\pm 1$ гијмәтләрини алыр ки, бу да бизи үч оријентасијаја кәтирир (шәкил 9 б). Тәҹрүбә исә буну тәсдиг етмир.




**Шәкил 9**

Тәчрүбә көстәрир ки, назик атом дәстәси гејри-бирчинсли магнит саһәсиндән кечдикдә ики дәстәјә парчаланыр, јә'ни P -лөвһәси үзәриндә ики хәтт алыныр. Бу тәчрүби факт Борун фәза квантланмасыны тәсдиг етмир. Әкәр биз истәсәк ки, бу факты Бор нәзәријјәси илә әлагәләндирәк, онда еһтираф етмәлијик ки, ола биләр ки, фәза квантланмасы мөвчуддур, лакин Бор нәзәријјәсини дедији кими дејил. Бу тәчрүбү факты изаһ етмәк үчүн 1925-чи илдә Уленбек вә Гаудсмитт һәр бир електронун мүәјјән мәхсуси механики моментә (спин моменти) малик олмасы фәрзијјәсини ирәли сүрдүләр. Бу мәхсуси механики моментин гијмәти елә сечилмәлидир ки, о јалныз ики гијмәт алмагла, бу гијмәтләрин фәрги $M_n - M_{n-1} = \dfrac{h}{2\pi}$ олмалыдыр. Әкәр спин моментинин гијмәтини $M_S = \pm\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{h}{2\pi}$ сечсәк, онда гојдуғумуз тәләбләр өдәнәр вә Штерн-Һерлах тәчрүбәсинин нәтичәләри изаһ едилмиш олар. Сонракы тәчрүбәләр вә тәһлилләр көстәрди ки, Штерн-Һерлах тәчрүбәләри електронун спин моментинә малик олмасыны ашкар чыхармыш вә Уленбек-Гаудсмитт фәрзијәсинин һәгигәтә ујғун олмасыны тәсдиг етмишдир.

## §3.9. Електронун спини

Штерн-Һерлах тәчрүбәсинин тәһлилиндә көрдүк ки, фәза квантланмасыны тәчрүбәдә јохламаг үчүн орбитал магнит моментин пројексијасыны өлчмәк кифајәтдир. Бу тәчрүбәни һидрокен атому үчүн бир даһа тәһлил едәк.

Мә'лумдур ки, һидрокен атомунун магнит моменти $\mu_l = \dfrac{eh}{2\pi mc}n_\varphi$ илә тә'јин едилир. Квант механикасында адәтән $l=n_\varphi$-1 орбитал квант әдәдиндән истифадә едирләр. Квант механикасында апарылан һесабат, магнит моменти үчүн $\mu_l = \dfrac{eh}{2\pi mc}l = \mu_0 l$ ифадәсинә кәтирир. Бу ифадәјә



көрә S һалында ($l$=0) олан атомун орбитал магнит моменти сыфырдыр. Онда нормал һалда олан атомар һидрокен дәстәси гејри-бирчинсли магнит саһәсиндән кечдикдә һеч бир тә'сирә мә'руз галмамалыдыр. Әкәр дәстәдә P – һалында ($l$=1) олан електрон оларса, онда дәстә магнит квант әдәдинин гијмәтинә ујғун олараг $m_Z=0;\ \pm 1$ үч компонентә парчаланмалыдыр. Үмумијјәтлә, $l$-ин гијмәтиндән асылы олараг һәмишә тәк сајда (1;3;5;...) компонентә парчаланма мүшаһидә едилмәлидир. Лакин тәчрүбә костәрир ки, S һалында олан атомар һидрокен дәстәси ики компонентә парчаланыр. Белә көзләнилмәз нәтичә квант механикасынын әсасларыны бир даһа тәһлил етмәк зәруријјәтини гаршыја гојду. Гејд едәк ки, белә бир зәруријјәт гәләви атомларын спектринин тәһлилиндә дә мејдана чыхмышдыр. Доғрудан да, гәләви атомларын спектрләринин даһа әтрафлы тәһлили көстәрди ки, гәләви атомларын спектрләри дублет гурулуша маликдир; јә'ни һәр бир спектрал хәтт (сәвијјә) бир-биринә чох јахын јерләшән ики сәвијјәдән ибарәтдир. Она көрә дә Штерн-Һерлах тәчрүбәси һидрокен, литиум, күмүш вә дикәр атомлар дәстәси илә дә апарылды. Бу тип атомларда електрлон S-һалында олдуғундан, дәстә ики компонентә парчаланды. Беләликлә, бу тәчрүбү фактын изаһ едилмәсин мәсәләси гаршыја гојулду. Инди бу факты кејфијјәтчә изаһ едәк.

Штерн-Һерлах тәчрүбәсинин тәһлилиндә атома тә'сир едән гүввәнин

$$F_Z = m_Z \mu_0 \frac{dH_Z}{dZ}$$

олдуғуну мүәјјәнләшдирәк. Бурада магнит квант әдәди $m_Z$,-$l$-дән +$l$-ә гәдәр $2l+1$ гијмәт алыр. она көрә дә $l$=1 олдугда (P-һалы) $m_Z=0;\ \pm 1$ олдуғундан дәстә үч компоентә парчаланмалыдыр. Дәстәнин ики компонентә парчаландығыны тәчрүбә тәсдиг етдијиндән, фәрз едәк ки, гүввәнин ифадәсинә магнит квант әдәди $m_Z$ јох, дикәр бир намә'лум $m_S$ квант әдәди дахилдир; јә'ни $F_Z = m_S \mu_0 \dfrac{dH_Z}{dZ}$. Бу квант

әдәди $m_Z$-ә ујғун оларан $2S+1$ гәдәр гијмәт алыр. парчаланманын ән кичик гијмәти икијә бәрабәр олдуғундан бу квант әдәдинин алдығы гијмәтләрин чәми парчаланманын мигдарына бәрабәр олмалыдыр.

$$2S+1=2;\quad S=\frac{1}{2}$$

Бу квант әдәдинә спин квант әдәди, ујғун моментә исә спин моменти дејирләр; онда $m_S$ - спин моментинин пројексијасыны характеризә едәр. Беләликлә, електронун мәхсуси механики -спин моменти орбитал моментә ујғун оларағ

$$\vec{M}_S=\frac{h}{2\pi}\vec{S}$$

кими тә'јин едиләр.

Спин моментинин пројесијасынын ән бөјүк гијмәти $M_S^Z=\frac{h}{2\pi}m_S^{max}$ ән кичик гијмәти исә $M_S^Z=\frac{h}{2\pi}m_S^{min}$ олар. $m_s^{max}=\frac{1}{2}$, $m_s^{min}=-\frac{1}{2}$ олдуғундан $m_S=\pm\frac{1}{2}$ гијмәтини алар. Беләликлә, Штерн-Һерлах тәчрүбәсиндә атома тә'сир едән гүввә $F_Z=m_S\mu_0\frac{dH_Z}{dZ}$ илә тә'јин олунарса, онда ики компонентә парчаланма изаһ едилә биләр. Бу һалда магнит моменти орбитал моментлә әлагәләндилирә билмәз ($l$=0) вә гүввәнин ифадәсинә дахил олан магнит моменти, спин моменти илә әлагәләнмәлидир.

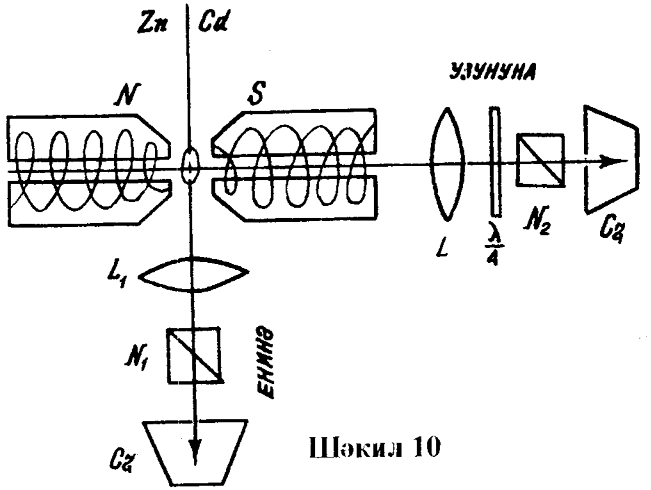
Кејфијјәт характери дашыјан бу мүһакимә Штерн-Һерлах тәчрүбәсинин нәтичәләрини изаһ етмәјә имкан верир; јә'ни Штерн-Һерлах тәчрүбәси фәза кванталанмасыны јох, електронун спин моментинин варлығыны ашкара чыхармышдыр. Гејд едәк ки, спин моментинин варлығы релјативистик квант нәзәријјәсиндә чидди ријази һесабат әсасында сүбут едилир. Спин моменти классик анлајыш олмадығындан онун классик нәзәријјәси јохдур; спинин



классик нәзәријјәсини гурмаг чәһди нисбилик нәзәријјәсинин тәчрүбәдә тәсдиг олунмуш постулатлардан бирисинин ($v=300c$) инкар олунмасына кәтирир.

## § 3.10. Нормал Зејеман еффекти

Бөјүк инкилис алими Фарадеј магнит саһәсиндә ишығын полјаризасија мүстәвисинин фырланмасыны тәчрүби олараг мүшаһидә етдикдән вә магнит һадисәләри илә оптик һадисәләр арасында әлагә олдуғуну мүәјјәнләшдирдикдән сонра магнит саһәсинин спектрал хәтләрә тә'сирини өјрәнмәк үчүн бир сыра тәчрүбәләр апармышдыр. Тәчрүбәләрин бириндә Фарадеј магнит саһәсиндә јерләшдирилмиш натриум бухарынын спектринә магнит саһәсинин тә'сирин өјрәнмәји мәгсәд гојмушдур. Лакин бу тәчрүбәдә магнит саһәси кифајәт гәдәр күчлү олмадығындан вә спектрал чиһазларын ајырдетмәк габилијјәтләри кичик олдуғундан мүәјјән бир нәтичә әлдә едилмәмишдир. Јалныз јарым әср сонра 1896-чы илдә тәчрүби олараг Зејеман көстәрди ки, шүаланан атом күчлү магнит саһәсиндә јерләшдирилдикдә спектрал хәтләр парчаланырлар. Зејеман тәчрүбәдә кадиумун чох енсиз јашыл-мави хәттини күчлү магнит саһәсиндә тәдгиг етмишдир. Тәчрүбәдә истифадә олунан гурғунун схеми шәкилдә көстәрилмишдир.




Шәкил 10

Хәтти спектр верән ишыг мәнбәји (мәсәлән, вакуум гөвсү, газ бошалмасы борусу) бирҹинсли магнит саһәси јарадан електромагнитин гүтбләри арасында јерләшдирилир. Магнит саһәсинин гүввә хәтләринә перпендикулјар истигамәтдә (енинә еффект) вә гүввә хәтләри истигамәтиндә мүшаһидәнин (узунуна еффект) мүмкүн олмасы үчүн електроматнитин оху бојунҹа магнит ичлијиндә дешик ачылмышдыр.

Магнит саһәсиндә јерләшдирилмиш ишыг мәнбәјиндән, шүа, јүксәк ајырдетмә габилијјәтинә малик олан спектрал ҹиһаза (СҸ) јөнәлдилир. Шүанын полјаризасијасыны характерини тәһлил етмәк үчүн онун јолунда $L_1$ вә $L_2$ линзалары, $N_1$ вә $N_2$ николлары (анализаторлары) вә $\frac{\lambda}{4}$ лөвһәси јерләшдирилир; бурада магнит саһәси полјаризатор ролуну ојнајыр. Тәҹрүбә бир нечә саат давам етдијиндән јүксәк ајырдетмә габилијјәтинә малик олан спектрал ҹиһаздан (дифраксија гәфәси, интерференсија спектроскопу) истифадә етмәк үчүн көстәрилән мүддәтә магнит саһәсинин вә температурун сабитлији тә'мин олунмалыдыр.

Нормал Зејеман еффекти гәләви торпаг елементләринин вә Zn, Cd вә Hg елементләринин спектриндә нисбәтән асанлыгла мүшаһидә олунур.

Мүшаһидәни магнит саһәсинә перпендикулјар истигамәтдә апардыгда Зејеман, магнит саһәси олмајан һалда мүшаһидә олунан $\omega_0$ тезликли бир спектрал хәттин магнит саһәси олан һалда $\omega_0 - \Delta\omega$, $\omega_0$ вә $\omega_0 + \Delta\omega$ тезликләринә малик олан полјаризәләнмиш үч компонентә парчаландығыны (триплет) ашкар етмишдир. Бу һалда орта компонент илкин хәттә нисбәтән сүрүшмүр, кәнар компонентләр исә тезликләр шкаласында әкс тәрәфләрә доғру ејни гәдәр сүрүшүрләр. Сүрүшмәнин өлчүсү магнит саһәсинин гијмәти илә дүз мүтәнасибдир. Орта компонентдә рәгсләрин истигамәти ($\vec{E}$ - вектору) магнит вектору $\vec{H}$-а паралел јөнәлир. Бу компонент $\pi$ компоненти адланыр. Кәнар компонентләрдә рәгсләрин истигамәти $\vec{H}$ векторуна перпендикулјар истигамәтдә јөнәлир. Бу компонентләр $\sigma$ компо-



нетләри адланыр. $\pi$ компонентләринин интенсивлији $\sigma$ компонентләринин һәр биринин интенсивлијиндә ики дәфә бөјүк, магнит саһәси олмајан һалдакы хәттин интенсивлијиндән исә ики дәфә кичикдир.

Мүшаһидә мгнит саһәси истигамәтиндә апарылдыгда, јә'ни шүаланма магнит саһәси истигамәтиндә јајылдыгда вә магнит саһәсинин истигамәти мүшаһидәчијә доғру јөнәлдикдә, сүрүшмә јенә дә әввәлки гәдәр олур, лакин бу һалда орта хәтт (сүрүшмәјән хәтт) мүшаһидә олунмур. Һәр компонентин интенсивлији магнит саһәси олмајан һалдакы спектрал хәттин интенвислијиндән ики дәфә кичик олур. Бу һалда һәр ики компонент (дублет) бир-биринин әкси истигамәтдә даирәви полјаризәләнирләр. Ишыг магнит саһәси истигамәтиндә јајыларса, кичик тезликли $\omega_0 - \Delta\omega$, компонент сағ даирә үзрә, бөјүк тезликли $\omega_0 + \Delta\omega$ компонент исә сол даирә үзрә полјаризәләнир. Магнит саһәсинин истигамәти дәјишдикдә һәр ики компонентин даирәви полјаризасијасы әксинә дәјишир.

Јухарыда тәсвир олунмуш ефект нормал Зејеман еффекти адланыр. Лакин тезликлә мә'лум олмушдур ки, елементләрин әксәријјәти үчүн магнит саһәсиндә спектрал хәтләрин парчаланмасы мәнзәрәси јухарыда тәсвир олунхәтләрин дуғундан хејли мүрәккәбдир. Бә'зи һалларда мүрәккәб характерли полјаризасијаја малик олан чохлу сајда (4,6,8,12) компонентләр мүшаһидә олунур. Бу характерли еффектләрә аномал Зејеман еффекти дејирләр.

## § 3.11. Нормал Зејеман еффектинин классик нәзәријјәси

Нормал Зејеман еффектинин классик нәзәрәијјәсини Лоренс вермишдир.

Әввәлҹә садәлик үчүн һидрокен атомуну нәзәрдән кечирәк вә фәрз едәк ки, атомда електрон нүвә (протон) әтрафында $r$ радиуслу чеврә бојунҹа $v$ сүр'әти илә һәрәкәт едир, магнит саһәсини исә електронун орбит мүстәвисинә перпендикулјар јөнәлдәк. Магнит саһәси олмадыгда

електрона протон тәрәфиндән $F_k = -\frac{e^2}{r^2}$ кулон гүввәси тә’сир едир вә бу гүввә мәркәзгачма гүввәси илә таразлашыр.

$$\frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} = m\omega_0^2 r$$

Бурада $\omega_0$ магнит саһәси олмадыгда електронун дачрәви тезлијидир. Атом матниг саһәсиндә јерләшдирилдикдә електрона кулон гүввәси илә јанашы Лоренс гүввәси дә тә’сир едир вә бу гүввәләр радиус бојунча мәркәзә доғру јөнәлирләр. Бу һалда

$$\frac{e^2}{r^2} + \frac{e}{c}vH = m\omega^2 r$$

аларыг. Параграф 3.6-да гејд едилдији кими, магнит саһәсиндә електрон орбитинин радиусу дәјишмир, тезлији исә дәјишир. Магнит саһәсиндә електронун тезлијинин дәјишмәсинин сонунчу дүстурларын мүгајисәсиндән дә көрмәк олар. Она көрә дә (3.39) ифадәсинә аналожи олараг сағ тәрәфдә $\omega_0$ әвәзинә $\omega$ јазылыр, јә’ни сонунчу ифадәдә $\frac{e^2}{r^2} = m\omega_0^2 r$ јазсаг вә $v = \omega r$ олдуғуну нәзәрә алсаг (бах §1.4)

$$\omega^2 - \frac{eH}{mc}\omega - \omega_0^2 = 0$$

аларыг. Бу квадрат тәнлијинин һәллиндән

$$\omega_{1,2} = \frac{eH}{2mc} \pm \omega_0\sqrt{1 + \left(\frac{eH}{2mc\omega_0}\right)^2}$$



аларыг. Инди көк алтындакы ифадәни көрүнән шүалар үчүн гијмәтләндирәк. Бунун үчүн $\omega_0$ әвәзиндә $\frac{2\pi c}{\lambda_0}$ јазыб, көрүнән ишыг үчүн $\lambda_0 \sim 6\cdot 10^{-5}$см, $c = 3\cdot 10^{10}\frac{см}{сан}$, $e = 4{,}8\cdot 10^{-10}$ CGSE гијмәтләрини көтүрсәк $\left(\frac{eH}{2mc\omega_0}\right) \approx \left(10^{-6}H\right)^2$ аларыг. Бурадан көрүнүр ки, $H < 10^6$ ерстед гијмәтиндә белә бу һәдд, биринчи һәддә нисбәтән чох-чох кичикдир. Она көрә дә бөјүк дәгигликлә ону ваһидә нисбәтән нәзәрә алмамаг олар. Онда

$$\omega_{1,2} = \frac{eH}{2mc} \pm \omega_0$$

аларыг. Бурада биринчи һәдд Лармор тезлији олдуғундан $\omega_L = \frac{eH}{2mc}$

$$\omega_{1,2} = \omega_L \pm \omega_0$$

вә ја

$$\omega_1 = \omega_0 + \omega_L, \quad \omega_2 = -\omega_0 + \omega_L$$

ифадәләрини аларыг; мәнфи тезлијин физики мә’насы олмадығындан

$$\omega_1 = \omega_0 + \omega_L, \quad \omega_2 = -\omega_0 - \omega_L$$

шәклиндә јазмаг олар. Бу ифадәнин тәһлили көстәрир ки, $\vec{H}$ векторунун учундан бахдыгда саат әгрәбинин экси истигамәтиндә фырланан електронун тезлији магнит

саһәсиндә $\omega_L$ гәдәр артыр, саат әгрәби истигамәтиндә фырланан електронун тезлији исә $\omega_L$ гәдәр азалыр.

Беләликлә, $\omega_1$ вә $\omega_2$ тезликләринин $\omega_0$ тезлијинә нисбәтән сүрүшмәси ашағыдакы гәдәр олар.

$$\omega_L = \Delta\omega = \pm\frac{eH}{2mc}$$

Инди исә даһа үмуми һала бахаг.

Биз хүсуси һалы нәзәрдән кечирәркән көрдүк ки, магнит саһәсиндә електронун тезлијинин дәјишмәси Лармор тезлијинә бәрабәрдир. Инди исә үмуми һалда електронун һәрәкәт тәнлијинин һәлл едәрәк көстәрәк ки, Лоренс нәзәријјәси нормал Зејеман еффектини һәрчәһәтли изаһ едир, о чүмләдән, спектрал хәтләрин полјаризасијасынын характерини дә мүәјјәнләшдирир.

Лоренсин классик електрон нәзәријјәсинә әсасән һармоник оссилјатора шүаландырычы мәркәз кими бахмаг олар. Тутаг ки, харичи $\vec{H}$ -магнит саһәсиндә електрон рәгс едир; онда електронун һәрәкәт тәнлији (бах §1.4)

$$m\ddot{\vec{r}} = -k\vec{r} - \frac{e}{c}\left[\dot{\vec{r}}\vec{H}\right]$$

кими олар. $\frac{k}{m} = \omega_0^2 \,/\, \omega_0$ -електронун мәхсуси тезлијидир вә $\frac{eH}{mc} = 2\omega_L$ олдуғуну нәзәрә алсаг һәрәкәт тәнлијини

$$\ddot{\vec{r}} + \omega_0^2\vec{r} + 2\left[\dot{\vec{r}}\vec{\omega}_L\right] = 0$$

шәклиндә јазмаг олар. Бу тәнлији һәлл етмәк үчүн ону проjексиjаларла јазаг. Координат системинин $Z$ охуну $\vec{H}$ магнит саһәси истигамәтиндә јөнәлдәк. Онда $H_x = H_y = 0$, $H_z = H$, $\omega_{L_x} = \omega_{L_y} = 0$, $\omega_{L_z} = \omega_L$ олдуғуну нәзәрә алсаг,

$$\begin{cases} \ddot{x} + \omega_0^2 x + 2\omega_L\dot{y} = 0 \\ \ddot{y} + \omega_0^2 y - 2\omega_L\dot{x} = 0 \\ \ddot{z} + \omega_0^2 z = 0 \end{cases} \qquad (3.45)$$

аларыг. Бу систем тәнликдә биринчи ики тәнлијин һәллини

$$x = ae^{i\omega t}, \quad y = be^{i\omega t}$$

шәклиндә ахтараг. Бурада $a$ вә $b$ амплитудлары үмумијјәтлә десәк, намә'лум комплекс әдәддир. Бу һәдләри (3.45) систем тәнлијиндә јазсаг $a$ вә $b$ мәчһуллары үчүн

$$\begin{cases} a\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) + 2i\omega\omega_L b = 0 \\ b\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) + 2i\omega\omega_L a = 0 \end{cases} \qquad (3.46)$$

хәтти бирчинсли тәнликләр системини аларыг. Бу системин јалныз о заман сыфырдан фәргли һәлл олар ки, онун әмсалларындан тәшкил олунмуш детерминат сыфра бәрабәр олсун, јә'ни

$$\begin{vmatrix} \omega_0^2 - \omega^2 & 2i\omega\omega_L \\ -2i\omega\omega_L & \omega_0^2 - \omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

олсун. Детерминаты ачараг

$$\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 = 4\omega^2\omega_L^2$$

аларыг. Бурадан

$$\omega_1^2 + 2\omega_L\omega_1 - \omega_0^2 = 0$$
$$\omega_1^2 - 2\omega_L\omega_2 - \omega_0^2 = 0 \qquad (3.47)$$

квадрат тәнликләрини аларыг. Бу тәнликләрдән алынан дөрд һәлдән јалныз икиси мүсбәтдир

$$\omega_1 = -\omega_L + \omega_0\sqrt{1+\frac{\omega_L^2}{\omega_0^2}}$$

$$\omega_2 = \omega_L + \omega_0\sqrt{1+\frac{\omega_L^2}{\omega_0^2}}$$

олдуғундан

$$\omega_1 = \omega_0 - \omega_L,\ \ \omega_2 = \omega_0 + \omega_L,\ \ \omega_2 - \omega_1 = 2\omega_L = \frac{eH}{mc}$$

аларыг. Бурадан көрүндүјү кими $\omega_1$ вә $\omega_2$ даирәви тезликләринин $\omega_0$ даирәви тезлијинә нисбәтән сүрүшмәси $\Delta\omega = \pm\omega_L$ олар.

Инди исә сүрүшән компонентләрин полјаризасијасынын характерини мүәјјәнләшдирәк. (3.46) системиндән

$$\frac{a}{b} = -i\frac{2\omega_L\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \qquad (3.48)$$

аларыг. (3.48) ифадәсиндә $\omega = \omega_1$, јә'ни гырмызы тәрәфә сүрүшмүш компонентин тезлијини јазсаг вә (3.47) системинин биринчи тәнлијинә әсасән $2\omega_L\omega_1 = \omega_0^2 - \omega_1^2$ олдуғуну нәзәрә алсаг, $\frac{a}{b} = -i$ вә ја $a = -ib = be^{-\frac{i\pi}{2}}$ олар. Бу онун көстәрир ки, x оху үзрә рәгсләр y оху үзрә рәгсләрдән фазача $\frac{\pi}{2}$ гәдәр кери галыр (вектору $i$-јә вурмаг, ону саат әгрәби истигамәтиндә $\frac{\pi}{2}$ гәдәр дөндәрмәк демәкдир) бу вә ики рәгс фырланма һәрәкәтинә еквивалетдир. Јухарыдакы фазалар мүнасибәтини нәзәрә алсаг фырланманын саат әгрәби истигамәтиндә баш вердијини, јә'ни сағ даирә үзрә полјаризәләндијини көрәрик.

Әкәр (3.48)-дә $\omega = \omega_2$ јә'ни бәнөвшәји тәрәфә сүрүшмүш компонентин тезлијини јазсаг вә (3.47) системинин икинчи тәнлијинә әсасән $2\omega_L\omega_2 = \omega_2^2 - \omega_0^2$ олдуғуну нәзәрә алсаг вә ја $a = ib = be^{\frac{i\pi}{2}}$ аларыг. Бурадан көрүнүр ки, $\omega_2$ компоненти сол даирә үзрә полјаризәләнмишдир.

(3.45) системинин үчүнчү тәнлијини һәлл көстәрир ки, Z оху истигамәтиндә рәгсләрдә тезлик дәјишмәз галыр, хәтт сүрүшмүр вә бу рәгсләр хәтти полјаризәләнмишләр. Лакин $\vec{H}$ векторунун учундан бахан мүшаһидәчи бу үчүнчү компоненти көрмүр, чүнки диполун рәгсләр истигамәтдә шүаланмасы сыфра бәрабәрдир. Беләликлә, узунуна истигамәтдә (мүшаһидә $\vec{H}$ векторунун учундан апарылдыгда) нормал Зејеман еффектинин там мәнзәрәси ики сүрүшмүш хәттдән ибарәтдир. Онларын һәр икиси даирә үзрә полјаризәләнмишләр, һәм дә гырмызы тәрәфә сүрүшмүш (кичик тезликли) хәтт исә сол даирә үзрә полјаризәләнмишдир.

$\vec{H}$ векторуна перпендикулјар, мәсәлән, x оху истигамәтиндә бахан мүшаһидәчи (енинә мүшаһидә) сүрүшмәјән хәтти көрүр, чүнки рәгсләрә перпендикулјар истигамәтдә диполун шүаланмасы максималдыр. О, һәм дә һәр ики сүрүшмүш хәтти дә көрүр. Бунун сәбәби одур ки, x оху үзрә рәгс едән дипол бу ох үзрә шүаланма вермир, лакин XOY мүстәвисиндә баш верән һәр ики рәгс даирә үзрә

полјаризәләнмиш компонентләр јарадырлар. Она көрә дә x охунун учундан бахан мүшаһидәчи даирәви рәгсләрин у оху үзрә профексијасыны, у охунун учундан бахан мүшаһидәчи исә даирәви рәгсләрин x оху үзрә профексијасыны көрүр. Беләликлә, нормал Зејеман еффектинин там мәнзәрәси бу һалда үч хәттдән – бир сүрүшмәјән вә ики сүрүшән хәттдән ибарәтдир. Һәр үч хәтт полјаризәләнмишдир.

Сүрүшмәјән хәтдә електрик вектору $\vec{E}$, магнит саһәси истигамәтиндә, сүрүшән хәтләрдә исә $\vec{E}$ вектору магнит саһәсинә перпендикулјар истигамәтдә рәгс едир.

Көрүндүјү кими, нормал Зејеман еффектинин Лоренс тәрәфиндән верилән классик нәзәријјәсиндән алынан бүтүн нәтиҹәләр тәҹрүбәдә там дәгигликлә тәсдиг олунур. Аномал Зејеман еффекти исә јалныз квант нәзәријјәси әсасында изаһ олуна биләр.

## §3.12. Ујғунлуг принсипи

Биз Бор нәзәријјәси әсасында һидрокен вә һидрокенәбәнзәр атомларын спектриндәки бир сыра ганунаујғунлуглары изаһ етдик, һәм дә көстәрдик ки, классик физика вә классик електродинамика ганунлары әсасында микроаләмдә, о ҹүмләдән, атомда баш верән һадисәләри изаһ етмәк мүмкүн дејил. Лакин классик физика ганунларынын тәҹрүби олараг тәсдиг олундуғу һалларда квант механикасынын вә классик физиканын вердији нәтиҹәләр үст-үстә дүшмәлидирләр.

Мүтләг гара ҹисмин шүаланмасынын квант нәзәријјәсиндән биз бу фундаментал шәртин өдәнилдијинин шаһиди олдуг, о, нисбилик нәзәријјәсиндә, мадданин далға нәзәријјәсиндә вә башга саһәләрдә дә өзүнү доғрулдур. Көстәрмәк олар ки, бу шәрт һидрокен атому үчүн Бор нәзәријјәсиндә дә өдәнилир.

Әкәр електронун орбитинин радиусу о гәдәр бөјүк олса иди ки, ону билаваситә өлчмәк мүмкүн олсун, онда квант еффектләри өзләрини бирузә вермәздиләр. Мәсәлән, әкәр орбитин радиусу 0,5 см оларса, онда (2.19) ифадәсинә



әсасән бу ҹүр орбит үчүн баш квант әдәди $n=10^4$ оларды. Ајдындыр ки, һәгигәтдә белә нәһәнк һидрокен атомлары јохдур, лакин онларын енержиси илә һидрокен атомунун ионлашма енержиси арасындакы фәрг сонсуз кичик олдуғундан нәзәри олараг бу ҹүр атомларын мөвҹудлуғуну гәбул етмәк олар.

Баш квант әдәди белә бөјүк гијмәт аланда сәвијјәләр арасындакы енержи фәрги о гәдәркичик олачагдыр ки, биз енержинин дискрет дәјишдијини һисс етмәјәҹәјик, башга сөзлә квант механикасынын дискретлији өзүнү бирузә вермәјәҹәкдир. Демәли, $n$-ин бөјүк гијмәтләриндә квант механикасы илә классик механиканын вердији нәтиҹәләр тәгрибән еjни олмалыдыр. Бу дедијимизә ашағыдакы ријази үсулла инана биләрик. Бунун үчүн фәрз едәк ки, һидрокен атомунда електрон $r$ радиуслу чеврә бојунча һәрәкәт едир. Онда (2.18) вә (3.23) ифадәләринә әсасән електронун орбит бојунча фырланма тезлији ашағыдакы кими тә'јин етмәк олар:

$$E_n - E_k = \frac{2\pi^2 me^4}{h^2}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)$$

Фәрз едәк ки, $k=n+1$ вә $n>>1$, онда

$$E_n - E_k = \frac{2\pi^2 me^4}{h^2}\cdot\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = \frac{2\pi^2 me^4}{h^2}\cdot\frac{2}{h^3} = h\nu$$

олар.

Классик електродинамика ганунларына әсасән електрон нүвә әтрафында $\nu_{k\lambda}$ тезлији илә һәрәкәт едирсә, онда електрон һәмин тезлијә вә ја бу тезлијин там мисилләринә бәрабәр олан електромагнит далғалары шәклиндә енержи шүаландырмалыдыр. Бор нәзәријјәсинә әсасән електрон $n$ квант әдәдинә ујғун олан орбитдән $k$ квант әдәдинә ујғун олан орбитә кечәркән

$$\nu_{кв} = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3}\left(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{n^2}\right)$$

тезликли фотон шүаландырыр. Бу ифадәнин шәклини бир аз дәјишәк:

$$\nu_{кв} = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3}\cdot\frac{(n-k)(n+k)}{n^2k^2}$$

Инди фәрз едәк ки, $n>>1$ вә бундан башга $n$-$k$=1. Онда $n\approx k$ вә $n+k=2\,n$ олдуғундан сонунҹу ифадәдән

$$\nu_{кв} = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3}\cdot\frac{1\cdot 2n}{n^4} = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3}\cdot\frac{2}{n^3}$$

аларыг ки, бу да јухарыдакы ифадә илә үст-үстә дүшүр, јә'ни $n$-ин бөјүк гијмәтиндә $\nu_{кв}\approx\nu_{к\lambda}$ олур.

Бөјүк квант әдәдләринә кечәркән квант нәзәријјәсинин вердији нәтиҹәләрин классик нәзәријјәдән алынан нәтиҹәләрлә үст-үстә дүшмәси тәләби Бор тәрәфиндән ујғунлуг принсипи адландырмышдыр. Кичик квант әдәдләри үчүн классик вә квант нәзәријјәләринин вердикләри нәтиҹәләр бир-бириндән кәскин фәргләнирләр.

Әкәр кечид заманы баш квант әдәди ваһид гәдәр дејил, 2,3,.... вә үмумијјәтлә, $\Delta n$ гәдәр дәјишәрсә, онда $\Delta n<<n$ шәрти өдәнилдикдә

$$\nu_{кв} = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3}\cdot\frac{2}{n^3}\cdot\Delta n = \nu_{к\lambda}\cdot\Delta n;$$

$$\Delta n = 2,3,\ldots$$



олар, јә'ни бу кечидләрдә бурахылан $2\nu_{k\lambda}, 3\nu_{k\lambda}$ тезликләри классик тезлијин икинҹи, үчүнҹү вә ја даһа јүксәк обертонлары илә үст-үстә дүшәр.

Классик физика ганунлары илә квант физикасы ганунлары арасындакы мүнасибәти ашағыдакы кими дә ајдынлашдырмаг олар. Тутаг ки, систем бир сәрбәстлик дәрәҹәсинә маликдир.

Квант физикасы ганунлары илә квант физикасы ганунлары арасындакы мүнасибәти ашағыдакы кими дә ајдынлашдырмаг олар. Тутаг ки, систем бир сәрбәстлик дәрәҹәсинә маликдир.

Квант физикасы ганунларына әсасән бу системин бурахдығы шүанын тезлији $E_n - E_k = h\nu$ шәрти илә тә'јин олунур, јә'ни

$$\nu_{кв} = \frac{\Delta E}{h}$$

$E_n$ вә $E_k$ енержиләринә малик олан стасионар һаллар исә $\oint Pdq = nh$ квантланма шәртиндән тә'јин олунур. Атом физикасында енержинин замана һасили тә'сир адландырылыр. Тә'сирин ән кичик гијмәти Планк сабитидир. $\oint Pdq$ интегралы тә'сир интегралы адланыр вә $I = \oint Pdq = nh$ кими ишарә олунур. Ики стасионар һал үчүн $I_n = nh$, $I_k = kh$ вә $I_n - I_k = \Delta I = (n-k)h$ јазмаг олар. Әкәр $n$-$k$=1 оларса, јә'ни ики гоншу һала бахыларса $\Delta I$=h олар. h-ын бу ифадәсини $\nu_{кв}$-да јазсаг

$$\nu_{кв} = \frac{\Delta E}{\Delta I}$$

аларыг.

Классик тәнлијин ујғун ифадәсини алмаг үчүн хәтти һармоник оссилјаторлан истифадә етдәк. Оссилјаторун

енержиси $E = \frac{mv^2}{2} + U = \frac{P^2}{2m} + U$ ифадәси илә тә'јин олунур. Бурадан $P = \sqrt{2m(E-U)}$ аларыг. Бу һалда тә'сир интегралы

$$I = \oint Pdq = \oint \sqrt{2m(E-U)}dx$$

олар. Е-јә кәсилмәз дәјишән параметр кими бахараг бу ифадәдән төрәмә алаг:

$$\frac{dI}{dE} = \oint \frac{m\dot{dx}}{\sqrt{2m(E-U)}} = \oint \frac{m}{P}dx = \oint \frac{dx}{v} = \oint \frac{dx}{\frac{dx}{dt}} = \oint dt = T$$

Бурада Т - рәгсин периодудур. Бурадан классик тезлик үчүн мүһүм бир ифадә алыныр:

$$\nu_{k\lambda} = \frac{1}{T} = \frac{dE}{dI}$$

Көстәрмәк олар ки, бу ифадә бир сәрбәстлик дәрәчәсинә малик олан истәнилән периодик систем үчүн доғрудур.

$\nu_{кв}$ вә $\nu_{k\lambda}$ ифадәләринин мүгајисәсиндән белә бир нәтичәјә кәлирик ки, һәм классик, һәм дә квант нәзәријјәләринә корә тезлик енержи артымынын тә'сир артымына нисбәти кими һесаблана биләр, лакин классик нәзәријјә үчүн биз сонсуз кичик артымлар көтүрдүјүмүз һалда, квант нәзәријјәсиндә сонлу артымлар котүрмәлијик.

Алынан нәтичәләри башга чүр дә јекунлашдырмаг олар. Әкәр системин өлчүләри вә зәррәчәикләрин күтләләри еләдир ки, бу систем үчүн тә'сир h илә мүгајисә олуначаг гијмәтә маликдир, онда һадисәләрин квант характери өзүнү там шәкилдә бирузә верир. Әксинә, әкәр тә'сир елә бөјүк гијмәтә маликдир ки, h=0 гәбул етмәк мүмкүн олсун, онда дискретлик нәзәрә алынмајачаг дәрә-



чәдә кичик олар; унутмамалы ки, бу һалда классик механиканын ганунлары одәнилмәлидир.

Ујғунлуг принсипи маддәнин квант нәзәријјәсинин инкишафында бөјүк рол ојнамышдыр. О, һәр һансы бир гејриклассик нәзәријјәнин мүәјјән лимит һалында классик нәзәријјәјә кечмәсини тәләб едир.

## §3.13. Бор нәзәријјәсинин бөһраны

Бор нәзәријјәси атом гурулушу нәзәријјәсинин инкишафында ирәлијә доғру чох бөјүк бир аддым иди. О, бир тәрәфдән там ајдынлығы илә классик физика ганунларынын атом дахилиндәки һадисәләрин ганунаујғунлугларыны изаһ олунмасы ишиндә јарарсызлығыны вә она корә дә ади классик тәсәввүрләрин көкүндән гырылмасынын зәруриліјини, дикәр тәрәфдән исә микросокпик системләрдә квант физикасы ганунларынын биринчи дәрәчәли ролуну көстәрди вә мүасир квант механикасынын јарадылмасы јолунда чох мүһүм бир мәрһәлә олду. Бор нәзәријјәси һидрокен вә һидрокенәбәнзәр атомларынын спектрләринин тәбиәтини вә онларын табе олдуглары ганунлары баша дүшмәјә имкан верди. Лакин бүтүн јухарыда костәриләп вә бир сыра дикәр мүсбәт чәһәтләри илә јанашы Бор нәзәријјәсинин бир сыра чатышмамазлыглары да вар иди. Бу чатышмамазлыглары ичәрисиндә илк нөвбәдә нәзәријјәнин дахилән зиддијјәтли олмасыны көстәрмәк лазымдыр. Доғрудан да, Бор нәзәријјәси нә ардычыл классик, нә дә ардычыл квант нәзәријјәси иди. О, бир тәрәфдән классик анлајышлардан (мәсәлән, електронун трајекторијасы, һәрәкәт тәнлији анлајышындан) вә ганунлардан, дикәр тәрәфдән исә классик физикаја јад олан квант тәсәввүрләриндән истифадә едирди.

Она көрә дә һеч дә тәәччүблү дејилдир ки, илк мүвәффәгијјәтләрдән сонра заман кечдикчә Бор нәзәријјәси даһа да ашкар сурәтдә өз нөгсанларыны бирузә вермәјә башлады. Һәтта, ән садә атомларда - һидрокен вә һидрокенәбәнзәр атомларда Бор нәзәријјәси електрон бир стасионар орбитдән дикәринә кечрәкән бурахылан шүаланманын јалныз тезлијини тә'јин етмәјә имкан верди, спектрал хәт-

ләрин интенсивлијини вә полјаризасијасыны исә характеризә едә билмәди.

Чохлу сајда тәшәббүсләр едилмәсинә бахмајараг Борун квант тәсәввүрләри әсасында ән садә атомлардан бири олан нејтрал һелиум атомунун нәзәријјәсини јаратмаг мүмкүн олмамышдыр. Бу нәзәријәнин зәиф ҹәһәтләрини көстәрән Борун өзү олмушдур вә о, тәкмил нәзәријјә јаратмаг үчүн јени јоллар ахтарылмасынын зәрурилијини көстәрилмишдир.

Мүасир дөврдә Бор нәзәријјәси јалныз тарихи әһәмијјәтә маликдир. Зәррәҹикләрин, һәтта, мадләнин далға хассәләринин кәшфиндән сонра ајдындыр ки, классик физикаја истинад едән Бор нәзәријјәси атом һадисәләринин ардычыл нәзәријјәсинин јарадылмасы јолунда јалныз кечид мәрһәләси ола биләрди.



# IV ФӘСИЛ

# КВАНТ НӘЗӘРИЈЈӘСИНИН ФИЗИКИ ӘСАСЛАРЫ

## § 4.1. Ишығын корпускулјар вә далға тәбиәтинә даир илк тәсәввүрләр

Һәлә XVII әсрдә Нјутон ишығын корпускулјар нәзәријјәсини ирәли сүрмүшдүр. Нјутона көрә ишыг чох кичик зәррәҹикләрдән – корпускуллардан ибарәтдир вә бу зәррәҹикләр ишыг мәнбәји тәрәфиндән бурахылыр вә дүз хәтт бојунча чох бөјүк сүр’әтлә һәрәкәт едирләр. Бу нәзәријјә ишығын гајытма вә сынма ганунларыны изаһ едә билмишдир. О, ишыг корпускуллары илә маддәни тәшкил едән зәррәҹикләр арасындакы гаршылыглы тә’сири еластики күрәләрин тоггушмасына бәнзәтмишди. Нјутон өз һесаблламаларында ишығын сынма гануну вә маддәнин сындырма әмсалы үчүн ашағыдакы ифадәни вермишдир:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{P'}{P} = \frac{v'}{v} = const$$

Бурада α вә β корпускулун дүшмә вә сынма буҹаглары (фәрз едирик ки, корпускуллар дәстәси вакуумда һәрәкәт едәрәк вакуумла оптик ҹәһәтҹә даһа сых олан мүһитин сәрһәдинә дүшүр вә сынараг һәмин мүһитә кечир), $v'$ вә $v$ корпускулун ујғун олараг мүһитдәки вә вакуумдакы сүр’әтләри, $P^1$ вә P исә онун импулсларыдыр.

Һүјкенс вә Френел исә ишығын далға нәзәријјәсини ирәли сүрәрәк ишыға дүнја ефириндә јајылан еластики далға кими бахмышлар. Далға нәзәријјәсиндән ишығын сынма гануну үчүн

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c}{c'} = \frac{\lambda}{\lambda'} = n = const$$

дүстуру алынмышдыр. Бурада c вә $c^1$ ишығын вакуумда вә мүһитдәки сүр'әтләри, $\lambda$ вә $\lambda^1$ исә һәмин мүһитләрдәки далға узунлугларыдыр.

Јухарыдакы мүнасибәтләрин мугајисәсиндән көрүнүр ки, онлардан алынан нәтичәләр бир-биринин әксидир. Корпускулјар нәзәријјәјә көрә $n>1$ олдуғундан ишығ зәррәчијинин (корпускулун) мүһитдәки сүр'әти онун ваккумдакы сүр'әтиндән бөјүкдүр. Далға нәзәријјәсинә әсасән исә ишығын ваккумдакы сүр'әти, онун мүһитдәки сүр'әтиндән бөјүкдүр.

XIX әсрдә Фуко тәрәфиндән апарылан тәчрүбәләр көстәрди ки, ишығын һавадакы сүр'әти, онун судакы сүр'әтиндән бөјүкдүр. Бу нәтичә илк бахышда далға нәзәријјәсинә үстүнлүк верирди. Көстәрмәк олар ки, ишығ зәррәчикләринә фотон кими бахсаг, јухарыдакы ифадәләрин ејни күчлү олдуғуну көрәрик. Доғрудан да

$$P=\frac{h\nu}{c}=\frac{h}{\lambda};\quad P'=\frac{h\nu}{c'}=\frac{h}{\lambda'};$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{P}{P'}=\frac{\lambda}{\lambda'}$$

аларыг.

Гејд етмәк лазымдыр ки, ишығын далға нәзәријјәси бир сыра һадисәләри, мәсәлән: ишығын сынма вә гајытма ганунларыны, ишығын интерференсијасыны, дифраксијасыны, полјаризасијасыны јахшы вә дүзкүн тәсвир етдијиндән Нјутонун корпускулјар нәзәријјәси тамамилә нәзәрдән салынмышдыр. Елмин сонракы инкишафы нәтичәсиндә Фарадејин електромагнит индуксијасынын кәшфиндән сонра Максвелл нәзәри олараг көстәрмишдир ки, ишығ шүасы Һүјкенс вә Френелин фәрз етдикләри кими ефирдә јајылан еластики далға дејил, гыса електромагнит далғаларындан ибарәтдир. Ишығын електромагнит нәзәријјәси мә'лум олдугдан сонра ваһид електромагнит шкаласы јарадылды вә ишығын далға нәзәријјәсинин тамамилә дүзкүн олдуғу сүбут олунду. Лакин XIX әсрин лап ахырларында вә XX



әсрин әввәлләриндә кәшф олунан бир сыра физики һадисәләр, мәсәлән, таразлыгда олан истилик шүаланмасы заманы мүшаһидә олунан ганунаујғунлуглар, фотоеффект һадисәси, Комптон еффекти вә дикәр һадисәләр ишығын тәбиәти һаггында корпускулјар (квант) тәсәввүрләрин јенидән чанланмасына вә инкишафына сәбәб олду.

## § 4.2. Комптон еффекти

Комптон һадисәси маддә үзәринә ренткен шүалары дүшәркән онларын маддә атомларындан сәпилмәсиндә мүшаһидә едилмишдир. Комптон, ренткен шүаларынын маддә атомларындан сәпилмәсини тәдгиг едәркән, сәпилән шүанын далға узунлуғунун артмасыны мүшаһидә етмишдир; јә'ни сәпилән шүа дәстәсиндә далға узунлуғу дүшән шүанын далға узунлуғуна бәрабәр вә ондан бөјүк далға узунлуғуна малик олан ренткен шүасыны мүшаһидә етмишдир. Бу һадисәдә ишығын корпускулјар (квант) хассәләри хүсусилә ашкар шәкилдә өзүнү бирузә верир. ишығын далға нәзәријјәси нөгтеји-нәзәриндән маддә үзәринә дүшән рентген шүалары, маддә атомларындакы електронлары бу шүанын тезлијинә бәрабәр тезликлә рәгсә кәтирмәли вә бу заман һәјәчанланмыш електронлар һәмин тезликли електромагнит далғалары (шүа) шүаландырмалыдыр, јә'ни маддәдән сәпилән рентген шүаларынын далға узунлуғу маддә үзәринә дүшән рентген шүаларынын далға узунлуғуна бәрабәр олмалыдыр. Тәчрүбә исә сәпилмәдә далға узунлуғунун бөјүдүјүнү көстәрир. Апарылан тәчрүбәләр (молибден, литиум, мис) көстәрмишдир ки, бүтүн һалларда сәпилән рентген шүаларында дүшән шүанын далға узунлуғуна бәрабәр вә ондан бөјүк далға узунлуглары мүшаһидә олунур.

Тәчрүбәдә алынан нәтичәләрин тәһлили көстәрир ки:

1. Сәпилән шүаларын тәркибиндә илкин далға узунлуғуна малик олан шүаланма компоненти илә јанашы, далға узунлуғу, узун далғалар тәрәфә сүрүшмүш шүаланма компоненти дә мүшаһидә едилир.

2. Сүрүшмәнин гијмәти сәпилмә бучағындан чидди асылыдыр: бу бучағын бөјүмәси илә сүрүшмәнин гијмәти артыр.

3. Сәпилмә бучағынын бөјүмәси илә сүрүшмәјән компонентин интенсивлији азалыр, сүрүшән компонентин интенсивлији исә артыр.

4. Сүрүшмәнин гијмәти, сәпичи мадданин тәбиәтиндән асылы дејил. Сәпичи мадданин атом нөмрәси бөјүдүкчә, сүрүшмәјән хәттин интенсивлији артыр, сүрүшән хәттин интенсивлији исә азалыр.

Биз јухарыда гејд етдик ки, сәпилмә заманы рентген шүаларынын далға узунлугларынын бөјүмәсини ишығын далға нәзәријјәсинә әсасән изаһ етмәк мүмкүн дејил. Лакин, шүаланманын корпускулјар (квант) тәбиәтә малик олмасы, јә'ни онун фотонлардан тәшкил олунмасы вә һәр бир електронун бир фотону сәпдијини гәбул етсәк, онда тәчрүбәдән алынан бүтүн нәтичәләр чох асанлыгла изаһ олуна биләр.

Ишығын квант тәбиәтли олдуғуну гәбул едәрәк инди Комптон еффектини нәзәри олараг изаһ етмәјә чалышаг. Тутаг ки, $\vec{P}_0$ импулслу квант маддә дахилиндәки сәрбәст електронла «тоггушур». Садәлик үчүн квантын (фотонун) сүкунәтдә олан електрондан сәпилмәсини гәбул едәк. Тоггушмадан сонра квантын импулсуну $\vec{P}$, електронун импулсуну исә $\vec{P}_e$ илә көстәрсәк, онда импулсун сахланма ганунуна әсасән

$$\vec{P}_0 = \vec{P} + \vec{P}_e \qquad (4.1)$$

Јаза биләрик. Бу мүнасибәтә енержинин сахланма ганунуну да әлавә едәк. Бунун үчүн релјативистик һалда $E^2 = c^2p^2 + m_0^2c^4$ олдуғуну нәзәрә алсаг:

$$\varepsilon_0 + E_0 = \varepsilon + E$$



олар. (4.2) ифадәсиндә $h\nu$ һәддини сола кечириб, бәрабәрлијин һәр ики тәрәфини квадрата јүксәлтсәк, бә'зи садә чеврилмәләр апарыб, сонра (4.1) ифадәсиндән $\vec{P}_e = \vec{P}_0 - \vec{P}$ јазыб, $\left|\vec{P}_0\right| = \frac{h\nu_0}{c}$, $\left|\vec{P}\right| = \frac{h\nu}{c}$ олдуғуну нәзәрә алмагла

$$P_e^2c^2 = \left(h\nu_0 - h\nu\right)^2 + 2m_0c^2\left(h\nu_0 - h\nu\right)$$

$$h\left(\nu_0 - \nu\right)m_0c^2 = h^2\nu_0\nu(1-\cos\varphi)$$

аларыг. Бурада $\varphi$, $\vec{P}_0$ илә $\vec{P}$ арасындакы бучагдыр. $\nu = \frac{c}{\lambda}$ олдуғуну нәзәрә алсаг

$$\frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\varphi)$$

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\varphi)$$

вә ја

$$\lambda - \lambda_0 = \Delta\lambda = \frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\varphi}{2} \qquad (4.3)$$

аларыг. Бурада $\frac{h}{m_0c}$ сабити Комптон далға узунлуғу адланыр вә $\Lambda$ илә ишарә олунур:

$$\Lambda = \frac{h}{m_0c} = \frac{6{,}626\cdot10^{-27}}{9{,}1\cdot10^{-28}\cdot3\cdot10^{10}} = 0{,}0243\,\text{Å} \qquad (4.4)$$

$\Lambda$ -нын тәҹрүбәдән тапылмыш гијмәти онун (4.4) ифадәсиндән һесабланмыш гијмәти илә үст-үстә дүшүр, бу гијмәти нәзәрә алсаг,

$$\Delta\lambda = 2\Lambda sin^2 \frac{\varphi}{2} = 0{,}048\, sin^2 \frac{\varphi}{2} \qquad (4.5)$$

дүстуруну аларыг. Бу дүстурдан көрүнүр ки, $\varphi = 0$ олдугда $\Delta\lambda = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ олдугда $\Delta\lambda = \Lambda$, $\varphi = \pi$, олдугда $\Delta\lambda = 2\Lambda$ олур, јә'ни илк һәрәкәт истигамәтинин әкси истигамәтдә електрондан сәпилән рентҝен шүаларынын далға узунлугларынын дәјишмәси максимум олур.

Тәҹрүбәдән алынан нәтиҹәләр көстәрир ки, сәпилән шүаларын ичәрисиндә сүрүшән хәтләрлә јанашы сүрүшмәјән хәтләр дә вардыр. Бу, онунла изаһ олуна биләр ки, биз сәпилмә механизминә бхааркән фотонун јалныз сәрбәст електронла «тоггушмасыны» фәрз етмишик. Јүнкүл атом електронлары вә даһа ағыр атомларын кәнар електронлары үчүн бу фәрзијјә өзүнү тамамилә доғрулдур, чүнки бу електронларын әлагә енержиси (бир нечә електроволт) рентҝен шүалары енержисиндән нәзәрә алынмајачаг дәрәҹәдә кичикдир. Лакин дахили електронлар, хүсусилә, ағыр атомларын дахили електронлары өз нүвәләри илә елә бөјүк гүввәләрлә бағланмышлар ки, онлары сәрбәст һесаб етмәк олмаз. Бу һалда «тоггушма» заманы фотон електронла дејил, бүтөвлүкдә атомла енержи вә импулс мүбадиләсиндә олур. Әкәр бу һалда тоггушма гејри-еластики оларса онда сүрүшән хәттләр, тоггушма еластики оларса, сүрүшмәјән хәттләр мүшаһидә олунар.

Бу мүлаһизәләрә әсасланараг атомун күтләсиндән асылы олараг сүрүшән вә сүрүшмәјән хәттләрин интенсивликләри арасындакы мүнасибәти кејфијјәтҹә гијмәтләндирмәк олар. Јүнкүл атомларда бүтүн електронлар нүвәләрдә зәиф бағланмышлар, әксинә, ағыр атомларда јалныз нүвәдән узаг електронлар онунла зәиф бағланмышлар. Она көрә дә көзләмәк олар ки, ејни експеримент шәраитиндә



атом нөмрәсинин бөјүмәси илә сүрүшән хәттин интенсивлији азалаҹаг, сүрүшмәјән хәттинки исә артаҹагдыр. Тәҹрүбәдә дә мәһз бу дедијимиз ганунаујғунлуглар мүшаһидә олунур.

Аналожи мүлаһизәләрдән белә бир нәтиҹәјә ҝәлмәк олар ки, спектрин ҝөрүнән һиссәсиндә Комптон ефекти, үмумијјәтлә, мүшаһидә олуна билмәз. Тәҹрүбә буну тәсдиг едир.

Беләликлә, биз ҝөрүрүк ки, Комптонун тәҹрүбәләриндән алынан нәтиҹәләр ишығын корпускулјар нәзәријјәси гәбул етмәклә изаһ етмәк мүмкүн олур. Бу исә ишығын корпускулјар (квант) хассәләрә малик олдуғуну сүбут едир.

Тәҹрүбәләр ҝөстәрир ки, шүаланманын тезлији нә гәдәр бөјүк оларса шүаланма өзүнү бир о гәдәр ајдын шәкилдә корпускул кими апарыр, бөјүк далға узунлугларында исә шүаланма өзүнүн далға тәбиәтини бирузә верир.

## §4.3,Далға тәнлији

Ишығын далға вә корпускулјар хассәләрини даһа дәриндән тәсәввүр етмәк үчүн гыса шәкилдә далға просеси илә әлагәдар олан бә'зи мә'луматлары јада салаг.

Классик електродинамикадан мә'лумдур ки, бошлугда јајылан електромагнит саһәси Максвелл тәнликләри илә ифадә олунур. Әкәр саһәни вә ја далғаны тәсвир едән функсијаны f(x,y,z,t) илә ҝөстәрсәк, онда f(x,y,z,t) ашағыдакы тәнлији өдәјәр:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \qquad (4.6)$$

Бу тәнлији гыса шәкилдә јазмаг үчүн Лаплас операторундан истифадә едирләр:

$$\Delta f - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \qquad (4.6')$$

(4.6) тәнлијинин (4.6') шәкилдә јазылмасы, онун һәм гыса шәкилдә ифадә едилмәсинә, һәм дә бир координат системинлән дикәринә кечмәк үчүн зәмин јарадыр. Мәсәлән, декарт координвт системиндә

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad (4.7)$$

сферик координат системиндә исә

$$\Delta \equiv \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\left\{\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right\} \qquad (4.7')$$

шәклиндә јазылыр.

(4.6) вә ја (4.6') тәнлији далға тәнлији адланыр. Садәлик үчүн X-оху истигамәтдә јајылан далғаны тәһлил едәк; онда (4.6) тәнлији

$$\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial t^2} = 0 \qquad (4.8)$$

шәклинә дүшәр. (4.8) тәнлијини һәлл етмәк о гәдәр дә чәтин дејил, лакин биз садә һала бахаг. Фәрз едәк ки, $f(x,t) = e^{i\omega t}\varphi(x)$ бу ифадәни (4.8) дә јеринә јазсаг:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\varphi(x) = 0 \qquad (4.9)$$

аларыг.

(4.9) тәнлијинин һәллини ашағыдакы кими көстәрмәк олар:



$$\varphi(x) = Ae^{\frac{i\omega}{c}x} + Be^{-\frac{i\omega}{c}x} = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$

Онда (4.8) тәнлијинин һәллини

$$f(x,t) = Ae^{-i(\omega t - kx)} + Be^{+i(\omega t - kx)} = C\cos(\omega t - kx + \delta) \qquad (4.10)$$

шәклиндә јазмаг олар; бурада $\delta$ -башланғыч фаза, C-исә амплитуда адланыр. (4.10) далғасына мүстәви монохраматик далға дејирләр. (4.8) вә ја (4.6) тәнликләри хәтти тәнликләрдир. Тутаг ки, (4.8) тәнлијинин ики $f_1$ вә $f_2$ хүсуси һәлләри бизә мә'лумдур. Онда $f_3=C_1f_1+C_2f_2$-дә (4.8) тәнлијинин һәлли олар. Бу һөкм суперпозисија принсипинин ријази ифадәсидир. Бу о демәкдир ки, суперпозисија принсипи өдәнилмәси үчүн һәрәкәт тәнлији һөкмән хәтти тәнлик олмалыдыр. Суперпозисија принсипинин өдәнилмәси, мүхтәлиф далғалар топлусу васитәсилә истәнилән далға зонасыны (областыны) гурмаға имкан верир.

## § 4.4. Мүстәви далғаларын суперпозисијасы

Тәбиәтдә сөзүн әсил мә'насында монохроматик (јалныз бир тезлијә малик) далға јохдур. Монохраматик далға дедикдә фәзада сонсуз олан ( -∞-дан + ∞-дәк јајылан) вә сонсуз мүддәтдә шүаландырылан синусоидал далға нәзәрдә тутулур. Реал ишыг далғалары исә фәзада мәһдуд олур вә кичик заман интервалында шүаландырылыр. Она көрә дә реал далғалар мүәјјән тәмиз монохроматик далғалар олмајыб, синусоидал далғанын чох кичик һиссәләриндән ибарәтдир. Бу чүр далғалар тезликләр интервалыны әһатә едир. Әкәр бу тезликләр интервалы кичик оларса, онда ујғун далға монохроматик далғаја јахын олур вә квазимонохроматик далға адланыр. Бу дејиләнләрдән көрүнүр ки, § 4.3-дә һаггында сөһбәт апардығымыз мүстәви монохроматик далға да әслиндә монохроматик далға дејил. Бу чүр далғалара биз мүстәви монохроматик далғаларын суперпозисијасы (топлусу) кими баха биләрик. Интерференсија нәтичәсиндә

бу далғалар фәзанын бир һиссәсиндә бир-бирини күчләндирир, дикәр һиссәсиндә исә бир-бирини зәифләдир.

Әввәлчә ики мүстәви монохроматик далғанын суперпозисијасыны нәзәрдән кечирәк. Тутаг ки, бу далғаларын һәр икиси X оху истигамәтиндә јајылырлар, онларын даирәви тезликләри $\omega_0$ вә $\omega$ далға векторларынын әдәди гијмәтләри $\kappa_0$ вә $k(k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0};\ k = \frac{2\pi}{\lambda})$ бир-бириндән чох аз фәргләнирләр, јә'ни $\omega_0 - \omega = \Delta\omega;\ \ k_0 - k = \Delta k$. Далғаларын амплитудлары ејни оларса, онда $f_1 = a\cos(\omega_0 t - k_0 x)$, $f_2 = a\cos(\omega_0 t - kx)$ јаза биләрик. Бу далғалары топласаг

$$f = f_1 + f_2 = a\left[\cos(\omega_0 t - k_0 x) + \cos(\omega t - kx)\right] =$$

$$= 2a\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right)\cos\left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}t - \frac{k_0 + k}{2}x\right)$$

вә ја $\omega_0$-ла $\omega$ вә $\kappa_0$-ла $\kappa$-нын бир-бириндән чох аз фәргләндикләрини нәзәрә алсаг

$$f = 2a\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right)\cos(\omega_0 t - k_0 x) \qquad (4.11)$$

мүрәккәб далғасыны аларыг.

(4.11) ифадәсиндә $\cos(\omega_0 t - k_0 x)$ вуруғуну $\omega_0$ тезликли вә $\kappa_0$ далға әдәдинә малик олан далғанын фазасыны, $2a\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right)$ вуруғу исә һәмин далғанын периодик олараг јаваш дәјишән амплитудуну ифадә едир. Башга сөзлә, (4.11) дүстуру илә ифадә олунан f(x,t) далғасына биз даирәви тезлији вә далға әдәди ујғун олараг $\omega_0$ вә $K_0$ олан, амплитуду исә модуллашмыш далға кими бахырыг. Гејд етмәк лазымдыр ки, дәгиг јанашдыгда бу далға һармоник



(синусоидал) далға олмајачагдыр, чүнки һармоник далға $-\infty$-дан $+\infty$-дәк бүтүн саһәдә ејни амплитуд вә тезлијә малик олмалыдыр, (4.11) далғасынны амплитуду исә периодик олараг косинус гануну илә дәјишир вә ујғун спектрал чиһаз онда бир дејил, $\omega_0$ вә $\omega$ кими ики тезлик гејд едәчәкдир.

(4.11) ифадәсиндә амплитуд адландырдығымыз $2a\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right)$ вуруғу $\Delta\omega\to 0$ вә $\Delta\kappa\to 0$ олмасына бахмајараг $x$ вә $t$-дән зәиф асылыдыр; бу асылылыг амплитуда верилән тә'рифи өдәмир. Бу вуруг амплитуда верилән тә'рифи өдәмәси үчүн

$$\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x = const$$

шәрти ихтијари t вә x үчүн өдәнилмәлидир. Бу ифадәнин замана көрә төрәмәси:

$$g = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$$

вә ја

$$g = \frac{d\omega}{dk} \qquad (4.12)$$

(4.12) илә тә'јин олунан сүр'әтә далғанын груп сүр'әти дејирләр. Груп сүр'әти дедикдә мүәјјән груп амплитудларын јердәјишмә сүр'әти баша дүшүлүр.

Далғанын һәр һансы бир фазасынын (ејни бир фазанын) јердәјишмә сүр'әти фаза сүр'әти адланыр. Фаза сүр'әтини тапмаг үчүн фазанын сабитлији шәртиндән истифадә едәк:

$$\omega_0 t - k_0 x = const$$

Бу ифадәдән замана көрә төрәмә алсаг, ејни фазалы мүстәвиләрин јердәјишмә сүр’әтини, јә’ни далғаны С фаза сүр’әтини аларыг:

$$\omega_0 - k_0 \frac{dx}{dt} = 0$$

$$c' = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega_0}{k_0}; \quad c' = \frac{\omega_0 \lambda_0}{2\pi} = \lambda_0 \nu_0 \qquad (4.13)$$

Көрүндүјү кими, далғанын фаза вә груп сүр’әтләри мүхтәлиф дүстурларла ифадә олунур. Бу сүр’әтләр арасындакы мүнасибәти ајдынлашдырмаг үчүн далғаларын мүхтәлиф мүһитләрдә јајылма шәртинә бахмаг лазымдыр. Бундан өтрү исә бу параграфда алдығымыз нәтичәләри чохлу сајда далғаларын суперпозисијасы һалы үчүн үмумиләшдирмәлијик.

## § 4.5. Далға пакети

Инди исә мүстәви далғаларын суперпозисијасы нәтичәсиндә фәзанын јалныз кичик бир һиссәсиндә амплитуду сыфырдан фәргли, галан јерләрдә исә сыфыр олан далға просеси јаратмағын мүмкүн олдуғуну көстәрәк. Ики мүстәви далғанын 4.4-чү параграфында һәјата кечирдијимиз суперпозисијасы, фәзанын мәһдуд һиссәсини әһатә едән далға просеси јаратмаг үчүн кифајәт дејил. Лакин һәр һансы $2\Delta к$ интервалында далға әдәдләри кәсилмәз дәјишән далғаларын топланмасы (суперпозисијасы) нәтичәсиндә далға просеси јаратмаг мүмкүндүр. $2\Delta к$ интервалына һәр һансы бир гејд олунмуш $к_0$ нөгтәсини көтүрәк вә көстәрәк ки, мүәјјән шәртләр дахилиндә далғаларын суперпозисијасы нәтичәсиндә фәзада мәһдуд олан мүстәви далға просеси, јә’ни далға пакети алмаг олар. Ајдындыр ки, бу һалда $к$ кәсилмәз дәјишдијиндән јекун далға ајры-ајры далғаларын чәми илә дејил,



$$f(x,t) = \int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k} a(k)\cos(\omega t - kx)dk \qquad (4.14)$$

интегралы илә ифадә олуначагдыр. Биз бурада садәлик үчүн топланан далғаларын $a(к)$ амплитудларынын бүтүн $2\Delta к$ интервалында сабит вә $a(к_0)$-а бәрабәр олдуғуну гәбул едәчәјик. Даирәви тезлијинин $к$ далға әдәдиндән асылылығы, үмумијјәтлә, верилмәлидир. Бу асылылыг мүхтәлиф тәбиәтли далғалар үчүн мүхтәлиф ола биләр. Бурада бизә $\omega(k)$ асылылығы мә’лум олмадығындан бу функсијаны $\Delta к=k-k_0$ әтрафында сыраја ајыраг вә биринчи ики һәдддлә кифајәтләнәк:

$$\omega(k) = \omega(k_0) + (k-k_0)\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} + \frac{1}{2!}(k-k_0)^2\left(\frac{d^2\omega}{dk^2}\right)_{k=k_0} +\ldots \qquad (4.15)$$

$$\omega(k) = \omega(k_0) + (k-k_0)\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} \qquad (4.15')$$

$\omega(k_0) = \omega_0$ вә $\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0$ кими ишарә едиб (4.15) ифадәсини (4.14) интегралында јазмагла һәмин интегралы һесаблаја биләрик:

$$f(x,t) = a(k_0)\int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k} \cos\left[\omega_0 t - k_0\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0 t + k\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0 t - Kx\right]dk$$

Көрүндүјү кими, косинусун аргументиндә биринчи һәдд к-дан асылы дејил, она көрә дә заманын мүәјјән аны үчүн она сабит бир кәмијјәт кими баха биләрик. Онда:

$$f(x,t)=\frac{a(k_0)}{\frac{d\omega}{dk}\cdot t-x}\int\limits_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k}\cos\left[\omega_0 t-k_0\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0 t+k\left(\frac{d\omega}{dk}t-x\right)\right]d\left[k\left(\frac{d\omega}{dk}t-x\right)\right]$$

вә ја

$$f(x,t)=\frac{a(k_0)}{\frac{d\omega}{dk}\cdot t-x}\sin\left[\omega_0 t-k_0\frac{d\omega}{dk}t+k\left(\frac{d\omega}{dk}t-x\right)\right]_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k}$$

аларыг. Бурада $k_0+\Delta k$ вә $k_0-\Delta k$ сәрһәдләрини јеринә јаздыгдан сонра алынан ифадәдә синуслар фәрги дүстурундан истифадә едиб вә алынан нәтичәнин $\Delta k$ -ја вуруб бөлмәклә

$$f=2a(k_0)\Delta k\cdot\frac{\sin\Delta k\left(\frac{d\omega}{dk}t-x\right)}{\Delta k\left(\frac{d\omega}{dk}t-x\right)}\cdot\cos(\omega_0 t-k_0 x) \qquad (4.16)$$

аларыг. Алынмыш бу нәтичәни ејни илә (4.11) дүстуруну изаһ етдијимиз кими изаһ едә биләрик. $\cos(\omega_0 t-k_0 x)$ вуруғу јаранмыш мүрәккәб далға просесинин фазасы илә әлагәдардыр, ондан әввәлки вуруг исә дәјишән (модуллаикмыш) амплитуду ифадә едир. Әкәр

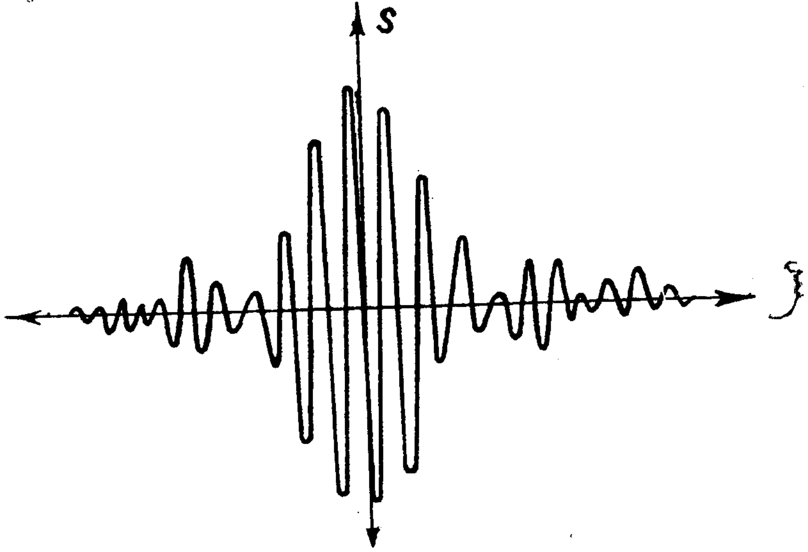
$$\Delta k\left(\frac{d\omega}{dk}\cdot t-x\right)=\xi$$

илә ишарә етсәк мүрәккәб далға просесинин амплитуду үчүн



$$A(k)=2a(k_0)\cdot\Delta k\frac{\sin\xi}{\xi} \qquad (4.17)$$

ифадәсини аларыг. Көрүндүјү кими $A(k)$ амплитудунун дәјишмә характери $\frac{\sin\xi}{\xi}$ вуруғу илә тә'јин олунур. $\xi\to0$ олдугда $\frac{\sin\xi}{\xi}=1$, $\xi=\pm\pi$ олдугда исә $\frac{\sin\xi}{\xi}=0$ олур. $\xi$-нин мүтләг гијмәтинин сонракы бөјүмәси заманы $\frac{\sin\xi}{\xi}$ функсијасы бир сыра максимум вә минимумдан кечир. Лакин бу максимум вә минимумларын гијмәтләри $\xi=0$-да алынан баш максимума нисбәтән кичикдир вә аргумент бөјүдүкчә сүр'әтлә кичилир. Беләликлә, биз дејә биләрик ки, суперпозисија нәтичәсиндә практик олараг, амплитуду фәзанын јалныз мәһдуд бир һиссәсиндә сыфырдан фәргли вә $\frac{\sin\xi}{\xi}$ гануну илә дәјишән бир далға групу вә ја далға пакети алыныр. 11-чи шәкилдә бу чүр групун «ани фотошәкили», јә'ни онун мүәјјән андакы формасы көстәрилмишдир.




**Шәкил 11**

(4.16) дүстуру көстәрир ки, ики мүстәви далғанын топланмасы һалына аналожи олараг далға пакети һалында да фаза вә груп сүр'әтләриндән данышмаг олар. $\omega_0 t - k_0 x = const$ көтүрүб, замана көрә көтәрмә алсаг фаза сүр'әти үчүн $c' = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{\omega_0}{K_0}$ аларыг. ξ=0 олдугда амплитуду модаллашдыран $\dfrac{\sin\xi}{\xi}$ вуруғу ваһидә бәрабәр олан сабит гијмәт алыр. үмумијјәтлә амплитудун (4.17) сабитлијини тәләб етсәк $\dfrac{d\omega}{dk}t - x = const$ аларыг ки, бурадан да

$$g = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk}$$

аларыг. Бу ифадә көстәрир ки, бәрабәр амплитудлар сәтһи

$$g = \frac{d\omega}{dk}$$

сүр'әти илә јерини дәјишән мүствидир. Көрүндүјү кими бәрабәр амплитудлар мүстәвисинин јердәјишмә сүр'әти (4.12) дүстуру илә ифадә олунан груп сүр'әти илә үст-үстә дүшүр. Бу сүр'әт ејни заманда пакетин бүтөвлүкдә једәјишмә сүр'әтидир.

Инди јада салаг ки, јухарыда алынан нәтичәләрин һамысы ω-нын (4.15) ифадәсиндә үчүнчү һәддән башлајараг јүксәк тәртибли һәдләрин атылмасындан ибарәт олан јахынлашма илә бағлыдыр вә бу јахынлашманын нәтичәләрә нечә тә'сир етмәсини тәдгиг етмәк лазымдыр. Әкәр икинчи тәртиб төрәмә $\dfrac{d^2\omega}{dk^2}$ сыфра бәрабәр оларса (диспресија олмајан һал) бүтүн нәтичәләр дәјишмәз галыр.



$\dfrac{d^2\omega}{dk^2} \neq 0$ олдугда исә далға пакти өз формасыны сахламыр вә заман кечдикчә өз формасыны дәјишиб тәдричән пакет формасыны итирир. Лакин, әкәр диспресија кичик оларса, јә'ни $\dfrac{d^2\omega}{dk^2}$ сыфра јахын оларса, онда пакетин мүәјјән формасы вә онун бүтөвлүкдә g груп сүр'әтилә јердәјишмәсиндән данышмаг олар.

Беләликлә, биз суперпозисија нәтичәсиндә јаранан мүрәккәб далға просесинин демәк олар ки, там тәсвирини алдыг, лакин онун ашағыдакы бир хүсусијјәтини дә гејд етмәк лазымдыр: далға пакетинин (4.16) дүстурунда фиксә олунмуш $\omega_0$ вә $\kappa_0$ дан асылы олан фаза вуруғу дахил олмасына бахмајараг әслиндә алынмыш далға просеси мүрәккәб просесдир вә онун фазасынын тәкчә бир далға узунлуғу илә бағламаг олмаз. Әксинә, далға просесинин јаранмасы длға әдәдләри кәсилмәз дәјишән чохлу сајда һармоник далғаларын суперпозисијасы илә әлагәдар олдуғундан пакетин спектрал анализи онда бүтөв спектрин кениш бир һиссәсини ашкара чыхарыр. Бундан башга, мә'лум олмушдур ки, верилмиш Δх өлчүлү далға пакетинин јаранмасы үчүн бүтөв спектрин Δк интервалы һәр һансы бир мүәјјән гијмәтдән кичик ола билмәз.

Инди квант физикасынын инкишафы үчүн чох мүһүм олан Δк илә Δх арасындакы мүнасибәти, јә'ни пакетин енини тапаг. Бунун үчүн һәр һансы бир мүәјјән t=0 аны үчүн пакети нәзәрдән кечирәк. (3.16) дүстурундлан көрүндүјү кими бу һалда пакетин формасы

$$\frac{\sin\Delta k\cdot x}{\Delta k\cdot x} = \frac{\sin\xi_0}{\xi_0}$$

вуруғу илә тә'јин олунур. Бурада $\xi_0 = \Delta k\cdot x$, $\xi_0 = \pm\pi$ олдугда бу вуруг сыфыр олур. Әкәр биз координат башланғычы олараг X оху үзәриндә баш максимума уйғун

(јә'ни $\xi$=0-а ујғун) олан нөгтәси сечсәк, онда бу максимумдан сол вә сағ тәрәфдә јерләшән биринчи минимумларын координатлары $\pm\dfrac{\Delta x}{2}$ олачагдыр. Бундан сонракы максимумларын сүр'әтлә кичилдикләрини нәзәрә алсаг, онда биз пакетин өлчүсү (ени) олараг тәхминән симметрик јерләшмиш биринчи ики минимум арасындакы $\Delta x$ парчасыны көтүрә биләрик. бу һалда биз

$$\Delta k \cdot \frac{\Delta x}{2} = \pi$$

шәртини јаза биләрик. Бу шәртдән $\Delta k \cdot \Delta x = 2\pi$ алыныр. Әкәр биз далға пакетинин енини даһа дәгиг тә'јин етмәк истәсәк вә онун ени олараг координат башланғычына нәзәрән симметрик јерләшмиш икинчи минимумлар арасындакы мәсафәни көтүрсәк онда $\Delta k \cdot \Delta x = 4\pi$ вә үмумијјәтлә,

$$\Delta k \cdot \Delta x \geq 2\pi$$

аларыг.

Индијә гәдәр биз бир өлчүлү далға групларынын јаранмасы просесини нәзәрдән кечирмишик. Бу групларын алмаг үчүн исә далға векторлары ејни истигамәтдә олан монохроматик далғалары топламышдыг. Лакин бу заман апарылан мүлаһизәләр координат охларынын һәр үчү үчүн доғру олдуғундан охлар үзрә өлчүләри $\Delta x$, $\Delta y$ вә $\Delta z$ олан фәза пакетинин әмәлә кәлмәси үчүн

$$\Delta x \cdot \Delta k_x \geq 2\pi; \quad \Delta y \cdot \Delta k_y \geq 2\pi; \quad \Delta z \cdot \Delta k_z \geq 2\pi;$$

шәртләри өдәнилмәлидир.

### § 4.6. Фаза вә груп сүр'әтләри

Фаза вә груп сүр'әтләрини ики мүхтәлиф һал үчүн мүгајисә едәк.



1. Һармоник далғаларын суперпозисијасындан јаранмыш далға пакетинин фаза сүр'әти $k$-дан асылы дејил. Бу чүр хассәјә малик олан мүһитә диспресијасыз мүһит дејилир.

2. Далға пакетинин фаза сүр'әти $k$-дан асылыдр. Бу хассәјә малик олан мүһит диспресијалы мүһит дејилир.

Биринчи һалда фаза сүр'әтинин $c' = \dfrac{\omega}{k}$ дүстурундан $\omega = c'k$ тә'јин едиб, груп сүр'әтини һесабласаг

$$g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(c'k)}{dk} = c'$$

аларыг. Демәли, диспресијасыз мүһитдә фаза сүр'әти илә груп сүр'әти ејнидир.

Икинчи һалда фаза сүр'әти С' далға әдәди К-нын функсијасы олдуғундан

$$g = \frac{d}{dk}(c'k) = c' + k\frac{dc'}{dk}$$

олар. Бурада $\dfrac{dc'}{dk}$-ны

$$\frac{dc'}{dk} = \frac{dc'}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dk} = -\frac{\lambda^2}{2\pi} \cdot \frac{dc'}{d\lambda}$$

кими чевириб јеринә јазсаг груп сүр'әти илә фаза сүр'әти арасында

$$g = c' - \lambda\frac{dc'}{d\lambda}$$

мүнасибәтини аларыг. Көрүндүјү кими диспресијалы мүһитдә груп сүр'әти илә фаза сүр'әти бир-бириндән

фәргләнирләр вә $\frac{dc'}{d\lambda}$ ишарәсиндән асылы олараг груп сүр'әти фаза сүр'әтиндән һәм кичик, һәм дә бөјүк ола биләр. Оптикада бу һалларын һәр икиси мүшаһидә олунур. Нормал диспресија һалында $\lambda$–нын бөјүмәси илә сындырма әмсалы $n$ (ишығын мүһитдәки сүр'әтинин ваккумдакы сүр'әтинә нисбәти) кичилир, јә'ни фаза сүр'әти $c'$ бөјүјүр вә $\frac{dc'}{d\lambda}>0$ олур ки, бунун да нәтичәсиндә $g<c'$ олур. Ишығын удулма зонасында мүшаһидә олунан аномал диспресија һалында исә $n$ илә $\lambda$ арасындакы асылылыг тәрсинәдир вә она көрә дә $\frac{dc'}{d\lambda}<0$ вә $g>c'$ олур.

Ишығын сүр'әтинин өлчүлмәсинин мүхтәлиф үсулларынын анализи көстәрир ки, бу үсулларын һамысында ишығын груп сүр'әти өлчүлүр вә үмумијјәтлә, һеч бир үсулла мүһитдә фаза сүр'әтини өлчмәк мүмкүн дејил. Ишығын сүр'әтинин тә'јини илә әлагәдар олан бүтүн тәчрүбәләрдә ја мүәјјән сигналын сүр'әти өлчүлүр (Рјомер үсулу), ја да заман вә фазада мәһдуд олан далғалар сырасыны (Физо үсулу) сүр'әти өлчүлүр. Һәр бир мәһдудланмыш далғалар сырасы исә Фурје интегралы васитәсилә анализ олуна биләр вә мүстәви монохроматик далғаларын суперпозисијасынын нәтичәси кими тәсвир олуна биләр. Бу, о демәкдир ки, һәр бир мәһдуд далғалар сырасына далға пакети кими бахмаг олар вә биз тәчрүбәдә һәмишә пакетин сүр'әтини, јә'ни далғанын груп сүр'әтини өлчүрүк.

## §4.7. Зәррәчикләрин далға хассәләри. Де-Бројл һипотези

Биз §4.1-дә көрдүк ки, һәлә XVII әсрдә ишығын тәбиәтиндә «далға-зәррәчик» дуализми мүшаһидә олунмушдур. 1924-чү илдә франсыз алими луи-де Бројл бу дуализм илә әлагәдар олан чәтинликләрдән чыхмаға чәһд көстәрәрәк белә бир чәсарәтли һипотез ирәли сүрдү ки, дуализм



јалныз оптик һадисәләрә хас олмајыб универсал характер дашыјыр.

Де-Бројла көрә нәинки ишыг далғалары зәррәчик хассәләрини бирузә верир, һәм дә мадди зәррәчикләр корпускулјар хассәләрлә јанашы далға хассәләринә дә маликдир. Де-Бројла мадди зәррәчикләрин далға хассәләринә малик олмасы һипотезинин јаранмасында ашағыдакы мүлаһизәләрин дә ролу олмушдур. XIX әсрин ијирминчи илләриндә һамилтон һәндәси оптика илә классик мехаинка арасында гәрибә бир охшарлыг олдуғуна диггәт јетирәрәк көстәрмишдир ки, физиканын бу ики мүхтәлиф саһәләринин әсас ганунларыны ријази чәһәтдән ејни бир формада тәсвир етмәк олар. Классик механикада мадди зәррәчијин $V$ (x,y,z) потенсиаллы саһәдә һәрәкәти, сындырма әмсалы $n$(x,y,z) олан оптик чәһәтчә бирчинсли олмајан мүһитдә ишыг шүаларынын һәрәкәти илә еквивалентдир. Дикәр тәрәфдән оптикада далғанын јајылма истигамәти һәмишә далға чәбһәсинә перпендикулјардыр, классик механикада исә зәррәчијин трајекторијасы һәмишә тә'сир сәтһләринә перпендикулјардыр. Бу охшарлыг јалныз һәндәси оптика вә механикаја аид едилирди. Лакин јахшы мә'лумдур ки, һәндәси оптика ишығын бүтүн хассәләрини изаһ едә билмир. Ишығын интерференсија вә дифраксија хассәләрини изаһ етмәк үчүн даһа үмуми олан (һәндәси оптика, гыса далға узунлугларында далға оптикасындан хүсуси һал кими алыныр) далға оптикасындан истифадә етмәк лазымдыр. Дикәр тәрәфдән мә'лумдур ки, Нјутон механикасынын да тәтбигиндә мәһдудијјәтләр вардыр. Нјутон механикасы, мәсәлән, атом системиндә дискрет енержи сәвијјәләринин алынмасы изаһ едә билмир. Де-Бројлун идејасы, механика илә оптика арасындакы охшарлығы кенишләндирмәк вә далға оптикасына аналожи олараг классик механикаја нисбәтән даһа үмуми олан вә атомдахили һәрәкәтләрә тәтбиг олуна билән далға механикасы јаратмагдан ибарәт иди.

Беләликлә, мадди зәррәчикләрин корпускулјар хассәләри илә јанашы далға хассәләринә дә малик олмалары һаггындакы фәрзијјәни гәбул едәрәк де-Бројл оптикада «далға -зәррәчик» дуализминә бахаркән дәфәләрлә раст кәлдијимиз бир шәкилдән башга шәклә кечмә гајдаларыны

мадди «зәррәчикләр» һалына да көчүрмүшдүр. Тутаг ки, күтләси $m$ олан мадди «зәррәчик» (мәсәлән, електрон $v$) сүр'әти илә бәрабәрсүр'әтли һәрәкәт едир. Електрона корпускул кими бахдыгда ону Е енержиси вә Р импулсу илә, далға кими бахдыгда исә ону ν тезлији вә λ далға узунлуғу илә характеризә едирик. Әкәр һәр ики хассә ејни бир ојбектин мүхтәлиф чәһәтләридирсә, онда ону характеризә едән кәмијјәтләр арасында әлагә јарадылмалыдыр. Зәррәчијин енержиси $E=mc^2$, импулсу $P=mv$, далғананын енержиси исә $\varepsilon = h\nu$, импулсу $p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ олдуғундан

$$E = h\nu; \qquad P = \frac{h}{\lambda} \qquad (4.18)$$

олмалыдыр. Бу мүнасибәтәр де-Бројл мүнасибәтләри, ујғун далғалар исә де-Бројл далғалары адланыр.

Оптик һадисәләрдә сүкунәт күтләси сыфыр олан вә С сүр'әти илә һәрәкәт едән фотонун импулсуну тә'јин етмәк үчүн (4.18) дүстурунлан истифадә едирик. Де-Бројла көрә һәмин дүстур мадди зәррәчикләрә дә аид едилир вә онун васитәсилә бу зәррәчикләрлә бағлы олан мүстәви монохроматик далғаларын (Де-Бројл далғаларынын) далға узунлуглары һесабланмалыдыр.

Зәррәчијин далға узунлуғу

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

кими һесабланыр. Сүкунәт күтләси сыфыр олмајан зәррәчикләрин импулсу $P=mv$ дүстуру илә верилир. Кичик сүр'әтләрдә $m$ сабит кәмијјәтдир, ишыг сүр'әтинә јахын сүр'әтләрдә исә күтлә сүр'әтдән асылы олараг $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ гануну илә дәјишир. Бу һалда



$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

$K = \frac{2\pi}{\lambda}$ олдуғуну нәзәрә алсаг (3.18) дүстуруна әсасән

$$\vec{P} = \frac{h}{2\pi}\vec{K}$$

аларыг. Онда сәрбәст мадди «зәррәчикләрин» һәрәкәтини тәсвир едән мүстәви далға

$$\psi = Ae^{i(\nu t - \vec{k}\vec{r})} = Ae^{\frac{2\pi i}{h}(Et - \vec{p}\vec{r})} \qquad (4.19)$$

шәклиндә олар. Сәрбәст микрозәррәчикләрин һәрәкәтини характеризә едән ψ функсијасы далға функсијасы адланыр.

## §4.8. Де-Бројл далғаларынын хассәләри

Бүтүн дикәр далғалар кими де-Бројл далғалары да һәм фаза, һәм дә груп сүр'әтинә маликдирләр. Кичик сүр'әтләрдә де-Бројл далғасынын фаза сүр'әти

$$c' = \frac{\omega}{k} = \frac{h\omega}{hk} = \frac{E}{P} = \frac{mc^2}{mv} > c$$

дүстуру илә тә'јин олунур. Бурада $E$ зәррәчијин енержиси, $P$-онун импулсу, $c$ исә ишығын бошлугдакы сүр'әтидир. $c>v$ олдуғудан де-Бројл далғаларыны фаза сүр'әти ишығын бошлугдакы сүр'әтиндән бөјүкдүр. Бу нәтичә бизи тәәччүбләндирмәмәлидир, чүнки биз артыг билирик ки, фаза сүр'әти нә «сигналын» сүр'әтини, нә дә енержинин јердәјишмә сүр'әтини характеризә едир, она көрә дә о, ишығын бошлугдакы сүр'әтиндән бөјүк ола биләр.

Бөјүк сүр'әтләрдә зәррәчијин енержиси:

$$E = \sqrt{c^2 p^2 + m_0^2 c^4}$$

ифадәси илә тә'јин олунур. бу һалда де-Бројл далғаларынны фаза сүр'әти ашағыдакы дүстурла һесабланыр:

$$C = \frac{E}{P} = \frac{\sqrt{c^2 p^2 + m_0^2 c^4}}{P} = c\sqrt{1 + \left(\frac{m_0 c}{P}\right)^2} = c\sqrt{1 + \left(\frac{m_0 c\lambda}{h}\right)^2}$$

Де-Бројл далғасынын груп сүр'әти

$$g = \frac{d\omega}{dK} = \frac{dE}{dP}$$

кими тә'јин олунур. көстәрмәк олар ки, $\frac{dE}{dP} = v$. Доғрудан да, $\vec{F}$ гүввәсинин тә'сири алтынжа һәрәкәт едән зәррәчијин $d\vec{S}$ јердәјишмәсиндә енержинин дәјишмәси $dE = \vec{F}d\vec{S}$ вә $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$ олдуғундан

$$dE = \frac{dP}{dt} \cdot d\vec{S} = d\vec{P} \cdot \frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{v}d\vec{P}$$

олар. $\vec{v}$ вә $\vec{P}$ ејни истигамәтдә јөнәлдикләриндән $dE = vdP$ вә $v = \frac{dE}{dP}$ аларыг. Беләликлә, g=$v$ аларыг, јә'ни зәррәчијин де-Бројл далғасынны груп сүр'әти елә зәррәчијин өз сүр'әтинә бәрабәрдир.

Инди исә диспресија ганунуну, јә'ни де-Бројл далғасынын даирәви тезлији илә далға векторунун координат охлары үзрә пројексијаларын арасындакы әлагәни тапаг. Бундан өтрү әввәлчә релјавистик зәррәчикләр үчүн $\omega$ илә k арасындакы мүнасибәт мүәјјәнләшдирәк.



$$\frac{E^2}{c^2} = m_0^2 c^2 + \vec{P}^2 = m_0^2 c^2 + P_x^2 + P_y^2 + P_z^2$$

$E = h\nu$, $P_x = \frac{h}{2\pi}k_x$, $P_y = \frac{h}{2\pi}k_y$, $P_z = \frac{h}{2\pi}k_z$ олдуғуну нәзәрә алсаг (4.16) ифадәси ашағыдакы шәкли алар: $(\omega = 2\pi\nu)$

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \frac{m_0^2 c^2}{h^2} + k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$$

Бурада

$$\frac{m_0 c}{h} = \omega_0$$

олдуғундан

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\omega_0^2}{c^2} + k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$$

аларыг ки, бу да диспресија ганунун релјавтивстик ифадәсидир. Сүкунәт күтләси сыфыр олан зәррәчикләр үчүн $\nu_0$=0 олар вә бу һалда

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$$

шәклини алыр ки, бу да фотон үчүн анртыг бизә мә'лум олан диспресија ганунудур.

Инди де-Бројл далғасынын даһа бир хассәси илә танын олаг. Һидрокенәбәнзәр атомлар үчүн Бор нәзәријә-

синдә стасионар орбитләрин сечилмәси үчүн истифадә олунан $mvr= n\frac{h}{2\pi}$ квантланма шәртини

$$2\pi r = \frac{nh}{mv}$$

кими дә јазмаг олар. $\lambda = \frac{h}{mv}$ Де-Бројл далғасынын узунлуғу олдуғундан

$$2\pi r = n\lambda$$

аларыг. Бурадан көрүнүр ки, стасионар орбитин чеврәсинин узунлуғу там сајда де-Бројл далғасынын узунлуғуна бәрабәр олмалыдыр.

## §4.9. Де-Бројл һипотезинин тәчрүбәдә тәсдиги

Де-Бројл һипотезинин доғрулуғу чох тез бир заманда бир чох тәчрүбәләрдә тәсдиг олунду. Тәчрүбәләр көстәрди ки, електрон, протон вә атом дәстәләри ишыг вә ја рентген шүаларына охшар олараг интерференсија вә дифраксијаја уғрајырлар.

Әввәлчә биз електронларла бағлы олан де-Бројл далғаларынын узунлугларынын тәртибини мүәјјәнләшдирәк. Әкәр електрон $V$ потенсиаллар фәргини кечәркән $v$ сүр'әтинә малик оларса, онда

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{P^2}{2m} \geq \frac{eV}{300} = W$$

олар. (4.18) дүстурундан истифадә едәрәк електронун де-Бројл далғасынын узунлуғу үчүн



$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{\frac{2meV}{300}}} = \frac{h}{\sqrt{2mW}}$$

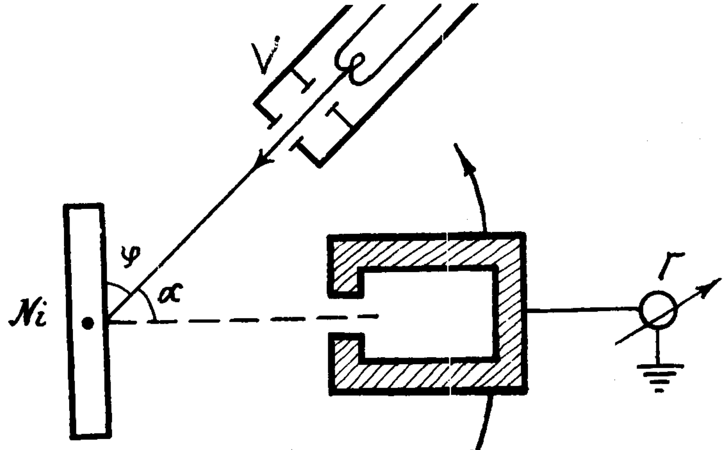
ифадәсини аларыг. Бурада W електронун кинетик енержисидир. Әкәр $V$=100В оларса, онда

$$\lambda = 1{,}2 \cdot 10^{-8}\, см = 1{,}2\, Å$$

олар. Бу далға узунлуғу рентген шүаларынын далға узунлуғу тәртибиндәдир.

Әкәр де-Бројл һипотези доғрудурса, онда рентген шүаларына аналожи олараг сүр'этләнмиш електронлар да кристал гәфәсиндән дифраксија етмәлидирләр. Бу фикри јохламаг үчүн американ физикләри Девиссон вә Чермер 1927-чи илдә електронларын кубик системә дахил олан никел монокрасталындан сәпилмә ганунуа ујғунлугларыны тәдгиг етмишләр.

$V$ потенсиаллар фәргини кечәркән сүр'әтләнмиш моноенеркетик енсиз електрон дәстәси $Ni$ монокристалы үзәринә јөнәлдилир. Кристалдан әкс олунан електронлар галвонометрә бирләшдирилмиш силиндрик електрод (Фарадеј




Шәкил 12

силиндри) васитәсилә тутулур. Фарадеј силиндри ејни бир мүстәви үзәриндә галмагда кристал үзәринә дүшән електрон дәстәсинә нисбәтән истәнилән бучаг алтында јерләшдирилә биләр. Силиндрин мүхтәлиф вәзијјәтләриндә галвонометрлә *I* чәрәјан шиддәтини өлчәрәк мүхтәлиф истигамәтләрдә кристалдан әкс олунан електронларын интенсивлији һаггында мүһакимә јүрүтмәк олар. Тәчрүбәнин нәтичәләри көстәрмишдир ки, верилмиш истигамәтдә чәрәјан шиддәтинин гијмәти координат башланғычындан (електрон дәстәсинин кристалын сәтһинә дүшдүјү нөгтәдән) һәмин истигамәтдә әјријә чәкилмиш дүз хәтт парчасынын узунлуғу илә тә'јин олунур вә φ -бучағынын мүәјјән гијмәтиндә електронларын сәтһдән интенсив әкс олмасы баш верир. Бу әкс олма оптикада ишығын гајытма ганунa табедир: «дүшмә бучағы гајытма бучағына бәрабәрдир». Һәмин тәчрүбә поликристал никел үзәриндә апарылдыгда исә һеч бир селектив әкс олма мүшаһидә олунмамышдыр. Әкәр електронлара зәррәчик кими бахыларса онда онларын никелин кристал гәфәсинин ионлары илә гаршылыглы тә'сиринә әсасланараг тәчрүбәдә алынан максимумлары һеч чүр изаһ етмәк мүмкүн олмур. Тәчрүби нәтичәләри изаһ етмәк үчүн електронлара далға кими бахылмалыдыр. Бу заман електронларын монокристал никелдән селектив әкс олунмасы рентген шүаларынын кристалдан Вулф вә Брегг тәрәфиндән мүшаһидә олунмуш интерференсија әкс олунмасынын ејни олачагдыр. Рентген шүалары кристал үзәринә дүшәрәк онлар кристалын мүхтәлиф атом мүстәвиләриндәки атомлара тә'сир едәрәк, онлары һәјәчанландырыр вә бу атомларын һәр бири коһерент елементар далғалар мәнбәјинә чеврилир. Бу заман мүхтәлиф мүстәвиләрдә јерләшән атомларын шүаландырдыглары коһерент елементар далғалар интерференсија едәчәк вә мүхтәлиф мүстәвиләрдән шүаланан далғаларын јоллар фәргиндән асылы олараг ја бир-бирини зәифләдәчәк, ја да күчләндирәчәк. Мә'лумдур ки,интерференсија едән рентген шүаларын кристалдан јалныз о заман әкс олунурлар ки, (интерференсија нәтичәсиндә кристалдан рентген шүаларынын бу чүр чыхмасына – «әкс олунма» –интерференсијасы әкс олунмасы



дејилир) онларын далға узунлуглары илә сүрүшмә бучағы (дүшмә бучағыны $\frac{\pi}{2}$ гәдәр тамамлајан бучаг) Вулф-Бреггин

$$n\lambda = 2d \cdot \sin\varphi \qquad (4.21)$$

дүстуруну өдәсинләр. Бурада d – атом мүстәвиләри арасындакы мәсафәдир.

Әкәр електронлар далға хассәләринә маликдирләрсә онлар да кристалдан (4,21) шәртинә әсасән әкс олунмалыдыр. Никел кристалындан електронларын интерференсија әкс олунмасыны, јә'ни електонлара де-Бројл далғасы кими бахмағын дүзкүн олуб-олмадығыны јохламаг үчүн (4.21) дүстурундан ики чүр истифадә етмәк олар: 1) кристал үзәринә де-Бројл далғасынын λ узунлуғу мүәјјән олан електронлар дәстәси (енержиләри сабит галан електронлар дәстәси) јөнәлтмәклә кристалы мүәјјән ох әтрафында дөндәриб, максимум әкс олманын Вулф-Брегг дүстурундан $n$=1;2;3 гијмәтләринә ујғун олан јалныз мүәјјән $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ бучагларында баш вердијини јохламагла; 2) сүрүшмә бучағы φ-ни сабит сахлајыб, де-Бројл далғасынын λ узунлуғуну кәсилмәз олараг дәјишмәклә максимумларын де-Бројл далға узунлуғундан јалныз мүәјјән $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$ гијмәтләриндә алындыгларыны јохламагла мүәјјәнләшдирмәк олар. Бу һалда електронларын интерференсија әкс олмасы о заман баш верәчәк ки,

$$\lambda_n = \frac{1}{n} 2d \sin\varphi$$

олсун, јә'ни әкс олма $\lambda_1$, $\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}$, $\lambda_3 = \frac{\lambda_1}{3}$ вә с. де-Бројл далға узунлугларында баш верәчәкдир.

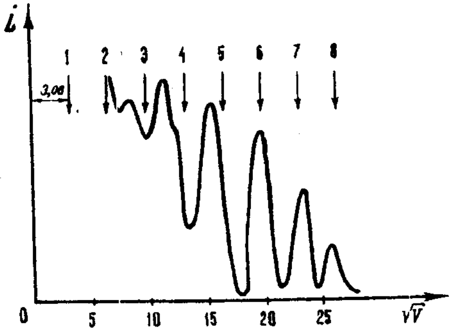
Рентген шүаларынын кристалдан әкс олунмасына бахаркән биринчи үсулдан, електронларын кристалдан интерференсија әкс олунмасына бахдыгда исә икинчи үсулдан истифадә олунур, чүнки сүр'әтләндиричи потенсиаллар

фәргини дәјишдирмәклә електронларын сүр'әтләринин вә беләликлә дә, онларын $\lambda = \frac{h}{mv}$ де-Бројл далға узунлугларыны дәјишмәк, кристалы ваккумда өз оху әтрафында дөндәрмәкдән гат-гат асандыр.

(4.20) вә (4.21) дүстурларындан истифадә етмәклә

$$\sqrt{V} = \frac{nh}{\sqrt{\frac{2em}{300}\cdot 2d\sin\varphi}} \qquad (4.22)$$

ифадәсини алмаг олар. Бу ифадәдән көрүнүр ки, әкәр електронлары сүр'әтләнлирән $V$ потенсиаллар фәргинин тәдричән дәјишсәк вә һәр дәфә кристалдан экс олунан електронларын јаратдығы чәрәјан шиддәтини (экс олма интенсивлијини) өлчсәк вә нәһајәт, абсис оху үзәриндә $\sqrt{V}$ ни, ординат оху үзәриндә исә $i$ чәрәјан шиддәтини көстәрсәк, онда биз $n$-ин мүхтәлиф гијмәтләринә ујғун олан вә бир-бириндән $\frac{h}{\sqrt{2\frac{em}{300}\cdot 2d\sin\varphi}}$ гәдәр мәсафәләрдә јерләшән кәскин максимумлары олан әјри алмалыјыг. 13-чү шәкилдә $\varphi=80^0$ вә $d=2,03.10^{-8}$ см = 2,03Å олан һал үчүн никел монокристалынын тәдгигиндән алынан әјри көстәрилмишдир.




**Шәкил 13**



Шәкилдән көрүндүјү кими әјринин максимумлары кәскиндир вә бир-бириндән бәрабәр мәсафәләрдә јерләшир. Шәкилдәки охларла Вулф-Брегг дүстуруна әсасән һесабланмыш максимумларын вәзијјәтәри көстәрилмишдир. Нәзәри һесабламалардан алынмыш макисмкмларын вәзијјәтләринин тәчрүбәдән алынан максимумларын вәзијјәтләри илә мүгајисә көстәрир ки, $n$-ин бөјүк гијмәтләриндә ($n$=7;8) бу максимумларын вәзијјәтәри дәгиг олараг үст-үстә дүшүр, $n$-ин кичик гијмәтләриндә исә тәчрүби максимумларын вәзијјәтләри илә һесабламадан алынан максимумларын вәзијјәтләри бир-бириндән фәргләнир вә $n$-ин кичилмәси илә бу фәрг бөјүјүр. Бу фәргин систематик вә ганунауjғун характер дашымасы онун көстәрир ки, һесабламада (Вулф-Брегг дүстурунда) һәр һансы бир фактор нәзәрә алынмамышдыр. Бу нәзәрә алынмајан фактор ондан ибарәтдир ки, Вулф-Брегг дүстуру чыхарыларкән фәрз олунмушдур ки, һәм ваккумун, һәм дә кристалын сындырма әмсалы ваһиддир, рентген далғаларынын узунлуғу исә һәм кристалдан кәнарда, һәм дә онун дахилиндә ејнидир. Чох кичик далға узунлугларында бу фәрзијјәләр өзләрини тамамилә доғрултса да, даһа узун далғалы ретнкен шүаларында кристалын сындырма әмсалында вә Вулф-Брегг дүстурунда дәјишикликләр едилмәлидир.

Максимумларын көзләнилән вә фактики олараг мүшаһидә олунан вәзијјәтләри арасындакы фәргләри ашағыдакы мүлаһизәләрлә изаһ етмәк олар. Мә'лумдур ки, фотоелектрик һадисәсиндә електрону металдан гопармаг үчүн она әлавә енержи вермәк лазымдыр.

Әкәр метал дахилиндә електронун потенсиал енержиси $U_0=-eV_0$ оларса (бурада електронун јүкүнүн мәнфилији нәзәрә алынмышдыр) онда електронун металдан чыхыш иши $A=eV_0$ олар. Әкәр ваккумда $W=eV$ кинетик енержисинә вә сыфыр потенсиал енержисинә малик олан електрон метала дахил олса, о, метал дахилиндә $W_i$ кинетик енержисинә малик олар вә бу заман онун там енержиси сахланылмалыдыр, јә'ни $W+0=W_i+U_0=W_i-eV_0$ олмалыдыр. Бурадан $W_i=eV+eV_0=e(V+V_0)$ аларыг. Бурадан көрүндүјү кими метала дахил олан електронун кинетик

енержиси чыхыш иши гәдәр артыр. Онда онун де-Бројл далғасынын узунлуғу кичиләр вә (4.20) дүстуруна әсасән

$$\lambda' = \frac{h}{\sqrt{2m(W+A)}} = \frac{h}{\sqrt{\frac{2me}{300}(V+V_0)}} \qquad (4.20')$$

дүстуру илә тә'јин олунар. Метал дахилинә кечән електронун де-Бројл далғасынын узунлуғунун дәјишмәси ону көстәрир ки, металын сындарма әмсалы ваһиддән фәргләнир. Демәли, електрон метал дахилинә кечәркән онун де-Бројл далғасы сыныр. Бу һалда де-Бројл далғалары үчүн металын сындырма әмсалы

$$\mu = \frac{n_{мет}}{n_{вак}} = \frac{c}{c'} = \frac{v'}{v} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{\frac{V+V_0}{V}} = \sqrt{1+\frac{V_0}{V}}$$

олар. Бурада c вә c', v', λ вә λ' де-Бројлд далғаларынын ваккумда вә метал дахилиндә ујғун олараг фаза сүр'әтләри, груп сүр'әтләри вә далға узунлугдарыдыр. Бу дүстурдан көрүнүр ки, електронун де-Бројл далғалары үчүн металын μ нисби сындырма әмсалы ваһиддән бөјүкдүр. Она көрә дә електронун де-Бројл далғалары ваккумдан метала сынараг кечир вә бу шүалар сәрһәддә чәкилмиш перпендикулјара јахынлашырлар.

*n*-ин бөјүк гијмәтләриндә (*n*=7;8) һесаблама вә тәчрүбәдән алынмыш максимумларын вәзијјәтләринин үст-үстә дүшмәсини асанлыгла изаһ етмәк олар. Доғрудан да, *n*-ин бөјүк гијмәтләриндә сүр'әтләндиричи *V* потенсиалын кристалын $V_0$ дахили потенсиалындан чох-чох бөјүк олдуғундан $\mu = \sqrt{1+\frac{V_0}{V}} \approx 1$ көтүрмәк олар. Бу, о демәкдир ки, електронларын де-Бројл далғалары кристала кечәркән сынмырлар. Она көрә дә бу һалда Вулф-Бреггин (4.21) дүстурунун тәтбиги дүзкүн нәтичә верир. *n*-ин кичик гијмәтләриндә исә μ ваһиддән фәргли олар, јә'ни де-Бројл далғалары



ваккумдан кристала кечәркән сынырлар. Бу һалда Вулф-Бреггин (4.21) дүстуруна дүзәлиш верилмәли вә онун шәкли дәјишмәлидир.

Инди исә де-Бројл далғаларынын ваккумдан кристала кечәркән сынмаларыны нәзәрә аларкән Вулф-Брегг дүстурунун нә шәкил алдығыны мүәјјәнләшдирәк. Тутаг ки, галынлығы *d* олан кристал үзәринә електрон дәстиәси дүшүр. Електронларын интерференсија едән 1 вә 2 шүаларыны нәзәрдән кечирәк. Де-Бројл далғаларынын сынмасы нәтичәсиндә дахили φ' сүрүшмә бучағы φ-дән фәргләнәчәкдир вә бу шүаларын јоллар фәрги

$$2d\sin\varphi' = 2d\sqrt{1-\cos^2\varphi'}$$

олар.

$$\mu = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin(90^0-\varphi)}{\sin(90^0-\varphi')} = \frac{\cos\varphi}{\cos\varphi'}$$

олдуғундан

$$2d\sin\varphi' = 2d\sqrt{1-\frac{\cos^2\varphi}{\mu^2}}$$

шәклини алар. (4.21) дүстуруну нәзәрә алсаг интерференсија заманы максимумлуг шәртини

$$2d\sqrt{1-\frac{\cos^2\varphi}{\mu^2}} = n\lambda' = n\frac{\lambda}{\mu} \qquad (4.23)$$

кими јазарыг. Бурадан μ≠1 һалы үчүн

$$2d\sqrt{\mu^2-\cos^2\varphi} = n\lambda$$

Вулф-Брегг дүстуруну аларыг.

(4.24) дүстурунун көмәји илә металын дахили потенсиалыны һесаблаја биләрик. Доғрудан да (4.24) дүстурунун һәр ики тәрәфини квадрата јүксәлдиб $\mu = \sqrt{1 + \frac{V_0}{V}}$ ифадәсини нәзәрә алсаг,

$$4d^2\left(1 + \frac{V_0}{V} - 1 + sin^2 \varphi\right) = n^2 \lambda^2 = \frac{n^2 h^2}{2meV / 300}$$

аларыг вә бурадан исә $V_0$ үчүн

$$V_0 = \frac{n^2 h^2}{8d^2 em / 300} \qquad (4.25)$$

дүстуруну аларыг. $V$ сүр'әтләндиричи потенсиалыны билмәклә вә φ сүрүшмә бучағыны өлчмәклә (4.25) дүстуруна әсасән атом мүстәвиләри арасындакы d мәсафәси мә'лум олан кристалын $V_0$ дахили потенсиалыны һесабламаг олар.

(4.25) дүстуру васитәсилә һесабламадан d үчүн алынан гијмәтләр металларын нәзәријјәсиндән алынан гијмәтләрә ујғун кәлир.

Әкәр електронларын де-Бројл далғаларынын вакуумдан кристала кечәркән сынмалары нәзәрә алынарса вә нәзәри һесабланма (4.24) дүстуруна әсасән апарыларса, онда һесабланмадан алынмыш максимумларын вәзијјәтләри 13-чү шәкилдә 1-8 охларынын көстәрдикләри вәзијјәтләр тәчрүбәдән алынмыш максимумларын вәзијјәтләри илә тамамилә үст-үстә дүшәр.

Беләликлә, Девиссон-Чермер тәчрүбәси инандырычы сурәтдә де-Бројл һипотезинин доғрулуғуну тәсдиг етди. Бундан башга бир сыра тәчрүбәләрдә протон, нејтрон, атом вә һәтта молекулларын да мүнасиб кристалларда дифраксијасы мүшаһидә олунмушдур ки, бүтүн бунлар де-Бројл һипотезинин доғрулуғуна чох әсаслы сүбутдур.



## §4.10. Гејри-мүәјјәнлик мүнасибәтләри

Биз бундан әввәлки параграфларда көрдүк ки, микрозәррәчикләр икили хассәјә – далға-корпускул (далға-зәррәчик) хассәсинә маликдир. Миркозәррәчикләри макрочисимләрдән фәргләндирән вә онларын икили хассәси илә сых сурәтдә бағлы олан даһа бир мүһүм хүсусијјәти ондан ибарәтдир ки, микросистеми характеризә едән һәр һансы бир ики каноник кәмијјәт һеч вахт ејни заманда ејни дәгигликлә өлчүлә билмәз.

Доғрудан да, тутаг ки, x оху үзәриндә микрозәррәчијин вәзијјәти һәр һансы бир Δx дәгиглимјә илә мә'лумдур. Онда биз дејә биләрик ки, микрозәррәчик һардаса x илә x+ Δx арасындадыр. Далға нөгтеји-нәзәрдән микрозәррәчијин далға функсијасынын амплитуду јалныз тәхминән ΔX интервалында сыфырдан фәргидир. Биз артыг билирик ки, бу чүр дағ функсијасы чохлу сајда һармоник далғаларын суперпозисијасы нәтичәсиндә алына биләр, лакин бу функсија һармоник далға олмајчаагдыр, јә'ни о, мүәјјән ω тезлијинә вә k далға әдәдинә малик олмајачагдыр, чүнки һармоник далға сонсуз заманда мөвчуд олмалы вә сонсуз фәзаны әһатә етмәлидир. Фәзада мәһдуд олан далға функсијасы далға пакетиндән ибарәтдир. Белә пакети гурмаг үчүн K далға әдәдләри мүәјјән ΔK гијмәтләри интервалында кәсилмәз олараг дәјишән синусоидал далғалары топламаг лазымдыр. § 4.5-дән мә'лум олдуғу кими далға пакетинин Δx ени илә Δк далға әдәдләри интервалы арасындакы мүнасибәт

$$\Delta x \cdot \Delta k_x \geq 2\pi$$

шәрти илә верилир. Бу бәрабәрсизлијин һәр ики тәрәфини h вуруб вә де-Бројл далғасы үчүн $P_x = \frac{h}{2\pi} k_x$ вә ја $\Delta P_x = \frac{h}{2\pi} \Delta k_x$ олдуғуну нәзәрә алсаг

$$\Delta x \cdot \Delta P_x \geq \frac{h}{2\pi} \cdot 2\pi$$

вә ја (4.26)

$$\Delta x \cdot \Delta P_x \geq h$$

аларыг. Бу мүнасибәт көстәрир ки, x вә $P_x$ еңји заманда мүәјјән олунмуш гијмәтләр ала билмәзләр: $\Delta x=0$ оларса, јә'ни x координаты мүәјјәндирсә, онда $\Delta P_x \to \infty$ олар, јә'ни импулс һеч бир мүәјјән гијмәтә малик ола билмәз вә әксинә, (4.26)-дән көрүнүр ки, $\Delta X$ нә гәдәр кичик оларса, јә'ни зәррәчијин вәзијјәти нә гәдәр тә'јин олунарса $\Delta P_x$ бир о гәдәр бөјүк олар, јә'ни зәррәчијин ујғун импулсу бир о гәдәр гејри-мүәјјән олар.

Галан ики координатлар үчүн дә аналожи бәрабәрсизликләр алмаг олар:

$$\Delta Y \cdot \Delta P_y \geq h \qquad (4.27)$$

$$\Delta Z \cdot \Delta P_z \geq h \qquad (4.28)$$

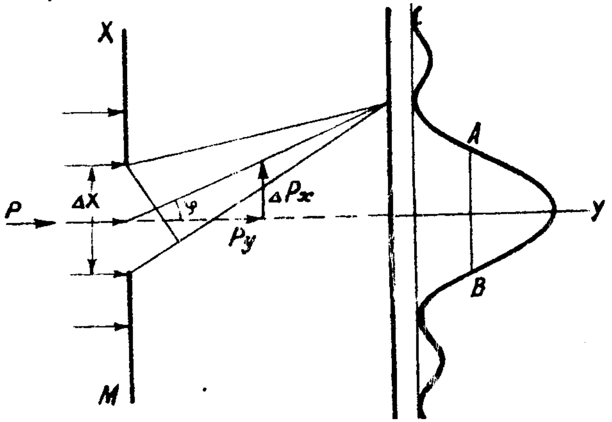
Бу бәрабәрсизликләр 1927-чи илдә алман алими һејзенберг тәрәфиндән алынмышдыр, она көрә дә онлар һејзенбергин гејри-мүәјјәнлик мүнасибәтләри адланырлар. Бә'зән буна гејри-мүәјјәнлик принсипи дә дејирләр. Бу бәрабәрсизликләр классик анлајышларын микрозәррәчикләрә тәтбигиндә мүәјјән мәһдудијјәтә кәтирир. Доғрудан да, класиск анлајышлара көрә өлчмә техникасынын јүксәк инкишафы шәраитиндә макроскопик чисимләрин координат вә импуслары ејни заманда истәнилән дәгигликлә өлчүлә биләр. Һејзенберг бәрабәрсизликләри исә көстәрир ки, өлчмә техникасынын сәвијјәси нә гәдәр јүксәк олурса, олсун микрозәррәчијин координат вә импулсуну ејни заманда мүтләг дәгигликлә өлчмәк принсипиал олараг мүмкүн дејил. Микрозәррәчикләрин координат вә импулсла-



рындакы бу гејри-мүәјјәнлик онларын икили тәбиәтинин – далға-корпускул тәбиәтинин нәтичәсидир.

Һејзенберг гејри-мүәјјәнлик мүнасибәтләрини мүхтәлиф үсулларла алмаг олар. Бу үсуллардан бирини нәзәрдән кечирәк. Тутаг ки, јарығынын ени $\Delta x$ олан гејри-шәффаф $M$ екраны үзәринә електрон дәстәси дүшүр. Електронлар јарыға дүшәнәдәк мүәјјән $\vec{P}_0(P_x = 0, P_y = P_0)$ импулсуна маликдирләр. Јарыгдан кечән електронлар $M$ екранындан кафи гәдәр узагда јерләшдирилмиш (шәкилдә јарығын енинин өлчүсү екранлар арасындакы мәсафәјә нисбәтән хејли дәрәчәдә бөјүдүлмүшдүр) флүоресенсија едичи $N$ екраныны (вә ја фотолөвһәнин) үзәринә дүшүрләр. Електронлар зәррәчик тәбиәти илә јанашы далға тәбиәтинә дә малик олдугларындан јарыға дүшәнә гәдәр онлары далға әдәдләри

$$k_0 = \frac{P_0}{h}$$ олан мүстәви де-Бројл далғалары илә тәсвир етмәк олар. Електронлар јарыгдан кечәркән дифраксијаја уғрајырлар. Она көрә дә јарыгдан кечдикдән сонра онлар артыг мүстәви далғаларла тәсвир олуна билмәзләр. Бу заман електронларын импулс $P_0$ вә далға әдәдләри $k_0$ дәјишәрәк гејри-мүәјјәнлијә малик олурлар. Дифраксија заманы ән чох дәјишмәјә $P_x$ импулсу уғрајыр. Инди $Px$ импулсунун $\Delta P_x$ гејри-мүәјјәнлијини тә'јин едәк. Јарыгдан кечән електронларын $N$ екранында һара дүшәчәкләрини әввәлчәдән демәк




Шәкил 14

мүмкүн дејил, лакин дифраксија мәнзәрәсинә әсасән онларын $N$ екранынын мүтәлиф јерләринә дүшмә еһтималларыны тә'јин етмәк олар. Дифраксија мәнзәрәсинин баш максимуму јерләшән һиссәсинә електронларын дүшмә еһтималы максимумдур. Баш максимумун бучаг өлчүсү олараг онун һүндүрлүјүнүн јарысы сәвијјәсиндә малик олдуғу AB ениинин бучаг өлчүсүнү көтүрмәк олар. Бу өлчү әвәзинә исә дифраксија мәнзәрәсинин максимумундан биринчи минимума гәдәр олан бучаг мәсафәси көтүрүлә биләр, бу бучаг мәсафәси исә јарыгдан кечән електронлары тәсвир едән де-Бројл далғаларынын «јајылма»өлчүсүнү тә'јин едир. Дифраксија мәнзәрәсиндән көрүнүр ки, јарыгдан кечән електронларын әксәријјәтин мејл етмәдән һәрәкәт едирләр, онларын аз бир һиссәси мејл едир.

Ишығын енсиз узун јарыгдан дифраксија нәзәријјәсинә әсасән дифраксија мәнзәрәсинин минимумларынын вәзијјәтләри $sin\varphi = \frac{n\lambda}{b}$ дүстуру илә тә'јин олунур. бу ифадәни бахылан һал үчүн јазсаг вә $b = \Delta x$ олдуғуну нәзәрә алсаг

$$\Delta x \cdot sin\varphi = n\lambda$$

аларыг. Шәкилдән көрүндүјү кими $sin\varphi = \frac{\Delta P_x}{P_y}$. Онда

$\Delta x \cdot \frac{\Delta P_x}{P_y} = n\lambda;\ \Delta P_x \cdot \Delta x = n\lambda P_y$ вә $\lambda = \frac{h}{P_y}$. вә олдуғундан $\Delta x \cdot \Delta P_x = nh$ олар. Әкәр бир пакетин јајылма өлчүсүнү даһа дәгиг тә'јин етмәк мәгсәди илә онун өлчүсү олараг икинчи минимумлар арасындакы мәсафәнин јарысыны көтүрсәјдик $\Delta x \cdot \Delta P_x = 2h$ оларды. Онда, үмумијјәтлә,

$$\Delta x \cdot \Delta P_x \ge h$$



Јазмаг олар ки, бу да Һејзенбергин гејри-мүәјјәнлик мүнасибәтидир.

Гејри-мүәјјәнлик принсипини даһа јахшы баша дүшмәк үчүн јухарыдакы гурғуда баш верән һадисәләри бир гәдәр әтрафлы нәзәрдән кечирәк.

Әкәр M екранынын (буну диафрагма адландыраг) күтләси бөјүкдүрсә вә о, гурғунун дикәр һиссәләринә мөһкәм бәркидилмишсә, онда диафрагманын гурғуја нисбәтән вәзијјәти дәјишмәз галачаг вә бу заман електронлар јарыгдан кечәркән онларын вәзијјәтләри $\Delta x$ хәтасы (гејри-мүәјјәнлији) илә мә'лум олачагдыр. Ајдындыр ки, јарығын енини кичилтмәклә електронларын вәзијјәтләрини кетдикчә даһа бөјүк дәгигликлә тә'јин етмәк олар вә бу һалда електронларын вәзијјәтләринин тә'јин олунма дәгиглијинә һеч бир мәһдудијјәт јохдур.

Инди електронларын импулсларынын һансы дәгигликлә тә'јин олуна биләчәкләрини нәзәрдән кечирәк. Илк бахышда белә көрүнә биләр ки, електронларын импулслары да тамамилә мүәјјәндирдләр. Доғрудан да M екранындан (диафрагмадан) сонра електронлар үчүн $P_x=0$, $P_y=P_0$-дыр, јә'ни онларын импулслары мүәјјән гијмәтә маликдирләр. Лакин електронлар јарыгдан кечәркән онларын мүстәви де-Бројл далғалары дифраксијаја уғрајыр вә бунун нәтичәсиндә $N$ екранында дифраксија мәнзәрәси јараныр. Гејд етмәк лазымдыр ки, дифраксија мәнзәрәси о заман јараныр ки, јарыгдан ејни заманда чохлу електронлар кечсин. Бурадан белә бир фикир јарана биләр ки, електрон дәстәсиндәки електронларын гаршылыглы тә'сири нәтичәсиндә онларын дифраксијасы баш верир. Лакин бу һеч дә белә дејил. Оптикадан мә'лумдур ки, дифраксија мәнзәрәсинин характери гәти олараг ишығын интенсивлијиндән асылы дејил. Електронлара кәлдикдә исә Совет физикләри Биберман, Сушкин вә Фабрикант бу фикри јохламаг үчүн сон дәрәчә зәиф електрон дәстәсинин дифраксијасыны тәдгиг етмиш вә көстәрмишләр ки, һәтта бир-биринин ардынча ики електронун јарығы кечмә анлары арасындакы заман фасиләси бир електронун јарығы кечмәјә сәрф етдији замандан 30000 дәфә бөјүк олдугда белә експеримент кафи гәдәр бөјүк мүддәтдә давам етдирилдикдә дифраксија мәнзәрәси

јараныр вә бу дифраксија мәнзәрәси електрон сели он милјон дәфә бөјүк олан һалда алынан дифраксија мәнзәрәсинин ејни олур. Бу, ону көстәрир ки, һәр бир фәрди електрон јарыгдан кечәркән дифраксија мәнзәрәси јарадыр.

Бәс бә'зи електронларын јарығы кечәркән өз һәрәкәт истигамәтләрини дәјишмәләрини корпускулјар нөгтеји-нәзәрдән нечә изаһ етмәк олар? Ајдындыр ки, електронлар јалныз јарығын кәнарлары вә ја бүтөв екранла гаршылыглы тә'сирдә олдугда өз һәрәкәт истигамәтләрини дәјишә биләр. Дифраксија мәнзәрәси көстәрир ки, електронларын әксәријјәти мејл етмәдән $N$ екранында баш максимум олан јерә дүшүрләр вә фотолөвһә үзәриндә гаралтма јарадырлар. Лакин баш максимумдан һәр ики тәрәфә фотолөвһәнин гаралама дәрәчәсинин тәдричән зәифләмәси ону көстәрир ки, еләә електронлар да вардыр ки, онлар јарыгдан кечәркән $\Delta P_x$ импулсу алараг фотолөвһәнин мүхтәлиф јерләринә дүшүрләр. $\Delta P_x$ әлавә импулсунун гијмәти $P_x$ импулсунун һансы хәта илә мә'лум олдуғуну характеризә едир. Доғрудан да електронлар дифраксија мәнзәрәсинин истәнилән нөгтәсинә (практики олараг баш максимумун әһатә етдији саһәјә) дүшмәк еһтималына малик олдугларындан $\Delta P_x$ гејри-мүәјјәнлији (әлавә импулсу) сыфырла дифраксија мәнзәрәсинин баш максимумунун енииндән асылы олан һәр һансы бир сәрһәд гијмәти арасында мүмкүн олан бүтүн гијмәтләри ала биләр.

Лакин диафрагма чох јүнкүл оларса вә бәркидилмәзсә, јә'ни онун x оху бојунча һәрәкәт етмәк имканы оларса, онда електронла диафрагманын гаршылыглы тә'сир просесинә импулсун сахланмасы гануну тәтбиг етмәклә тәчрүби олараг $\Delta P_x$ -и вә беләликлә дә, електронун импулсуну тә'јин едә биләрик. Доғрудан да електрон јарыгдан кечәркән x оху истигамәтиндә әлавә импулс алдығындан диафрагма јарыгла бирликдә екс истигамәтдә тәпмә импулсу алачагдыр. Бу тәпмә импулсуну өлчмәклә $\Delta P_x$ -и тапмаг олар вә $P_y$ сабит галдығындан електронун јарыгдан кечәркән малик олдуғу импулсу дәгигликлә тә'јин етмәк олар. Әкәр електрон јарығы кечәнәдәк диафрагма гурғунун галан һиссәләринә нисбәтән сүкунәтдә оларса, она електрон јарығы кечәркән $m$ күтләли диафрагманын алдығы $v$ сүр'әтини өлчмәклә



онун вә електронун алдығы $\Delta P_x$ әлавә импулсу тә'јин етмәк олар.

Бу чүр тәчрүбәнин һәјата кечирилмәсинин техники чәһәтдән чәтин олмасы вә ја мүмкүн олмамасы апарылан мүлаһизәләрин дүзкүнлүјүнә һеч бир шүбһә јарада билмәз.

Көрүндүјү кими диафрагмасы һәрәкәт едә билән гурғу $\Delta P_x$ әлавә импулсуну вә беләликлә дә, електронун $P$ импулсуну истәнилән дәгигликлә өлчмәјә имкан верир. лакин мәсәлә бурасындадыр ки, диафрагманын һәрәкәт етмәк имканы олдугда, електрон јарыгдан кечдији анда онун импулсуну тә'јин етмәк үчүн о, лазым олан фиксә олунмуш һесаблама системи олмајачагдыр.

Беләликлә, биз көрдүк ки, ики мүхтәлиф тәчрүбә гојмаг олар. Онлардан бири електрон јарыгдан кечән анда онун вәзијјәтини тә'јин етмәјә имкан верир. Башга сөзлә бу тәчрүбә електронун заман вә мәкана көрә локаллашдырылмасыны һәјата кечирмәјә имкан верир. Дикәр тәчрүбә исә импулс вә енержинин сахланма ганунларына әсасланараг електронун импулсуну дәгиг тә'јин етмәјә имкан верир, лакин бу заман о, електронун заман вә мәкана көрә локаллашдырылмасы имканындан имтина олунмасыны тәләб едир.

Инди исә микрозәррәчикләрин корпускулјар характеринә әсасән гејри-мүәјјәнлик мүнасибәтини чыхараг. Тутаг ки, мүәјјән бир анда биз һәр һансы бир микрообјектин координат вә импулсуну өлчмәк истәјирик. Бундан өтрү објектдән лазыми мә'лумат алмаг үчүн биз һәр һансы үсулла онунла гаршылыглы тә'сирдә олмалыјыг, јә'ни биз бармағымызла она тохунмалы, ишыгла ону ишыгландырмалы вә ја онун үзәриндә башга бир әмәлијјат апармалыјыг. Мәсәлән, $\lambda$ далға узунлуглу ишығын көмәји илә биз електрону тәдгиг едә биләрик. Бу заман ишыг фотону електронла тоггушуб, ондан екс олараг бизә доғру гајытмалыдыр. $\frac{h}{\lambda}$ импулсуна малик олан ишыг фотону електронла тоггушараг онун башланғыч импулсуну дәјишәчәкдир. Електронун импулсуну дәгиг олараг нә гәдәр дәјишмәсини әввәлчәдән демәк чәтиндир, лакин чох еһтимал ки, онун импулсунун дәјишмәси фотонун импулсундан бөјүк ола билмәз. Бу

дәишмәни биз тәхминән фотонун импулсуна бәрабәр көтүрәк, јә'ни

$$\Delta P \le \frac{h}{\lambda}$$

јазмаг олар. Көрүндүјү кими електрону мүшаһидә етмәк үчүн истифадә олунан ишығын далға узунлуғу нә гәдәр бөјүк оларса електронун импулсунун өлчүлмәсиндә бир о гәдәр аз хәта бурахылыр. Ишыг далға тәбиәтли олдуғуна көрә биз електронун вәзијјәтини һеч бир әсасла електронун координатынын тә'јин олунмасында бурахылан хәтанын (гејри-мүәјјәнлик) бир далға узунлуғу гәдәр азалдылмасына үмид едә билмәрик, јә'ни ән јахшы һалда

$$\Delta x \ge \lambda$$

ола биләр. Бурадан көрүнүр ки, ишығын далға узунлуғу нә гәдәр кичик олунарса, електронун вәзијјәти бир о гәдәр дәгиг тә'јин олунар. Јухарыдакы ифадәләр көстәрир ки, електронун координатынын тә'јининдә дәгиглији јүксәлтмәк мәгсәдилә кичик далға узунуглу ишығдан истифадә олунарса, бу, импулсун тә'јининдәки дәгиглијин азалмасына кәтирәр. Әксинә, даһа бөјүк далға узунлуғуна малик олан ишығдан истифадә едилдикдә импулсун өлчүлмәсиндә дәгиглик артыр, лакин електронун координатларынын тә'јининдәки дәгиглик азалыр. Бу ифадәләрин мүгајисәсиндән

$$\Delta x \cdot \Delta P_x \ge h$$

гејри-мүәјјәнлик мүнасибәтини аларыг.

Гејри-мүәјјәнлик мүнасибәтләри классик физиканын тәтбиг олунмасынын принсипал сәрһәддини мүәјјәнләшдирир. Онлардан истифадә олунмагла мүәјјән конкрет һадисәни тәсвир етмәк үчүн классик физика тәсәввүрләринин јарајыб-јарамамасыны ајдынлашдырмаг олар. Тамамилә ајдындыр ки, макроскопик објектләри -планетләрин сүн'и пејкләрин, топ мәрмиләринин тәсвириндә классик



тәсәввүрләрдән истифадә олунмасы тамамилә дүзкүндүр. Асанлыгла инанмаг олар ки, бу објектләрин координат вә импулсларынын ејни заманда истәнилән дәгигликлә өлчүлмәсиндә гејри-мүәјјәнлик мүнасибәтләри өдәнилмир вә тәбиидир ки, бу һалларда квант еффектләри өзләрини гәтијјән бүрузә вермирләр.

Мәсәлән, микроскоп васитәсилә күтләси 0,01 гр. олан метал күрәчијин координатыны $\Delta x = 0{,}001 см$ дәгиглији илә өлчүлдүкдә гејри-мүәјјәнлик мүнасибәтләринә әсасән онун сүр'әтиндәки гејри-мүәјјәнлик

$$\Delta v = \frac{\Delta P}{m} = \frac{h}{m\Delta x} \approx 6 \cdot 10^{-22}\, см / сан$$

олар. Бу дәгиглик мүасир өлчү техникасынын имканларындан чох-чох узагдадыр.

Инди даһа кичик објекти -електрону нәзәрдән кечирәк. Классик тәсәввүрләрин бу һалда тәтбиг олунмасынын дүзкүн олуб-олмасыны әввәлчәдән мүәјјән етмәк чәтиндир. Һәр шеј мәһз һансы һадисәнин өјрәнилмәсиндән асылыдыр. Әввәлчә телевизорун киноскопунда електрон дәстәсинин һәрәкәтинә бахаг. Телевизорда сүр'әтләндиричи потенсиал V=15 кВ-дур. Бу потенсиаллар фәргини кечән електронун импулсу

$$P = \sqrt{\frac{2meV}{300}}$$

олар. Бу импулс киноскопун оху бојунча јөнәлмишдир. Електрон дәстәсинин диаметри $d=10^{-3}$ см-дән кичик дејил. Електрон дәстәсини бу дәрәчәдә фокусламагла биз електронун координатыны $\Delta x = d$ дәгиглији илә фиксә едирик. Гејри-мүәјјәнлик мүнасибәтинә әсасән бу заман електрона, онун һәрәкәт истинамәтинә перпендикулјар истигамәтдә $\Delta P$ әлавә импулсу верилир:

$$\Delta P = \frac{h}{d} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-27}}{10^{-3}} \approx 6{,}62 \cdot 10^{-24} \frac{гр{\cdot}см}{сан}$$

Електронун һәрәкәти истигамәтиндә бунунла әлагәдар олан гејри-мүәјјәнлик

$$\Delta\theta = \frac{\Delta P}{P} = 10^{-6}\ рад.$$

олар. Киноскопда електронун јолунун узунлуғу $l=100\ см$ - дән бөјүк олмадығындан квант еффектләри нәтиҹәсиндә, јәни електронун һәрәкәти истигамәтиндәки $\Delta\theta$ гејри-мүәјјәнлији нәтиҹәсиндә екранда електронун сүрүшмәси $\Delta S \le l \cdot \Delta\theta \sim 10^{-4}\ см$-дән бөјүк олмајаҹагдыр, јә'ни бу сүрүшмә електрон дәстәсинин диаметриндән кичик олаҹагдыр. Бурадан көрүнүр ки, електронларын киноскопда һәрәкәтләри классик физика ганунларынын көмәји илә тәсвир олуна биләрләр.

Инди исә һидрокен атомундакы електрона бахаг. Мә'лумдур ки, һидрокен атомунун өлчүләри тәхминән $10^{-8}$ $см$-дир. Әкәр атомда електронун һәрәкәти классик физиканын ганунлары илә тәсвир олунарса, онда онун һәр һансы бир трајекторија үзрә һәрәкәт етмәси гәбул олунмалыдыр. Атомун планетар моделинә әсасән електронун орбитинин диаметри атомун өлчүсүнә бәрабәрдир. Бу заман електронун һәрәкәти үчүн $\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}$ јаза биләрик. Онда електронун импулсу

$$P = \sqrt{\frac{me^2}{r}} \sim 3 \cdot 10^{-19} \frac{гр{\cdot}см}{сан}$$

олар. Гејри-мүәјјәнлик принсипинә көрә бу һалда електронун импулсундакы гејри-мүәјјәнлик



$$\Delta P \sim \frac{h}{\Delta x} \sim 6 \cdot 10^{-19} \frac{гр{\cdot}см}{сан}$$

олур, јә'ни електронун импулсундакы гејри-мүәјјәнлик импулсун өзүндән бөјүк олур. Демәли, атомун дахилиндәки електрону классик физика ганунлары илә тәсвир етмәк олмаз.

Инди исә енержи илә заманы әлагәләндирән гејри-мүәјјәнлик мүнасибәти илә таныш олаг.

Әкәр атом просесләриндә $\Delta t$ заман интервалында шүаланан енержинин, мәсәлән, атомда електронун бир сәвијјәдән дикәр сәвијјәјә кечмәси заманы бурахылан енержини өлчмәк лазымдырса, онда енержинин өлчүлмә мүддәтинин мәһдуд олмасы енержи вә ја тезлијин өлчүлмә дәгиглијинә мәһдудијјәт гојаҹагдыр. Мә'лумдур ки, тезлик мүәјјән заман интервалында өлчүлмүш периодларын сајынын һәмин заман интервалына нисбәти илә тә'јин олунур. Лакин мүшаһидә олунан далға һиссәләринин гејри-синисоидал характери нәтиҹәсиндә периодларын сајынын өлчүлмә дәгиглијиндә гејри-мүәјјәнлик јараныр. Ајдындыр ки, бу гејри-мүәјјәнлик там бир периоддан кичик ола билмәз. Фәрз едәк ки, $\Delta t$ мүддәтиндә $n$ сајда период өлчүлмүшдүр. Бизим өлчүмүздәки гејри-мүәјјәнлик тәхминән ±1 период олдуғундан тезлик үчүн $\nu \ge \frac{n+1}{\Delta t}$ вә ја $\Delta\nu \ge \frac{n+1-n}{\Delta t} \sim \frac{1}{\Delta t}$ аларыг.

$\Delta E = h\Delta\nu$ дүстуриндан истифадә етмәклә енержини өлчәркән јаранан гејри-мүәјјәнлик үчүн

$$\Delta E \cdot \Delta t \ge h \qquad (4.29)$$

аларыг.

Бу бәрабәрсизликдән истифадә едәрәк атомун шүаланмасы заманы енержинин өлчүлмә дәгиглијиндәки гејри-мүәјјәнлији тә'јин едәк. Атомун биринҹи һәјәҹанланма һалында јашама мүддәти $\Delta t \sim 10^{-8}\ сан$ олдуғундан биринҹи

һәјәчанланма һалында енержинин өлчүлмә дәгиглијиндәки гејри-мүәјјәнлик (хәта)

$$\Delta E \geq \frac{h}{\Delta t} \approx 6{,}6 \cdot 10^{-27}\ ерг$$

олар. Енержинин гијмәтиндәки бу гејри-мүәјјәнлик һәјәчанланмыш атомда електронун енержи сәвијјәсинин енини тә'јин един. Бу о демәкдир ки, һәјәчанланмыш һалда олан електронун енержи сәвијјәси мүәјјән ени олан енержи золағына чеврилир (икинчи, үчүнчү вә с. һәјәчанланма һаллары) атомун һәјәчанланмыш һалда јашама мүддәти азалдығындан енержи золағынын ени бөјүјүр.

Мә'лумдур ки, атом сонсуз бөјүк мүддәтдә нормал һалда ола биләр, јә'ни бу һалда атомун јашама мүддәти $\Delta t \rightarrow \infty$ олар, јә'ни онда енержидәки гејри-мүәјјәнлик $\Delta E \sim \frac{h}{\Delta t} \rightarrow 0$ олар, јә'ни атом нормал һалда олдугда електронун енержисиндә һеч бир гејри-мүәјјәнлик олмур, онун енержиси дәгиг мә'лумдур. Атом јалныз һәјәчанланмыш һалда олдугда електронун енержисиндә јухарыда көстәрилән гејри-мүәјјәнлик јараныр.



# V ФӘСИЛ

# КВАНТ МЕХАНИКАСЫНЫН ЕЛЕМЕНТЛӘРИ

## §5.1. Квант механикасынын јаранмасы

Квант механикасынын јаранма тарихи ики дөврә ајрылыр. Биринчи дөвр тәхминән 1900-1926-чы илләри әһатә един. Бу дөвр «Көһнә квант нәзәријјәсинин» јаранма дөврүдүр. Көһнә квант нәзәријјәсинин әсасыны гыздырылмыш чисимләрин шүаланмасынын дискрет характери һаггында Планк һипотези, фотоеффект Ејнштејн нәзәријјәси вә Борун атом нәзәријјәси тәшкил един. Көһнә квант нәзәријјәси тәкми, мәнтиги әлагәләнмиш вә битмиш бир нәзәријјә дејилди. Бир сыра тәчрүби фактлары кејфијјәтчә изаһ едән бу нәзәријјә микроаләмдә баш верән бир чох һадисәләрин дүзкүн изаһында вә кәмијјәтчә тәсвириндә өзүнүн там ачизлијини бирүзә верирди. Бунунла јанашы бу дөврдә физикада көһнә квант нәзәријјәсинин изаһ едә билмәдији бир сыра чох гәрибә јени тәчрүби фактлар ашкар олунмушдур. Бунлара мисал олараг ишығын корпускулјар хассәјә малик олмасыны көстәрән Комптон еффектини, микрозәррәчикләрин корпускулјар хассәләри илә јанашы далға тәбиәтинә дә малик олмалары һаггында де-Бројл һипотезини тәсдиг едән Девиссон-Чермер тәчрүбәсини вә гејри-мүәјјәнлик мүнасибәтләрини көстәрмәк олар. бүтүн бунлар даһа үмуми вә тәкмил, микрозәррәчикләрин далға хассәләрини нәзәрә алан квант нәзәријјәсинин јаранмасыны тәләб едирди.

Квант механикасынын јаранма тарихинин икинчи дөврү-мүасир квант нәзәријјәсинин јаранма дөврүдүр ки, бу да 1926-чы илдән башлајыр. Бу ил австрија физики Ервин Шрединкер тәрәфиндән, онун адыны дашыјан вә квант механикасынын әсасыны тәшкил едән микрозәррәчикләр үчүн һәрәкәт тәнлијинин алынмасы илидир. Квант механикасынын јаранмасы вә инкишафы Шрединкер, Һејзенберг вә Диракын адлары илә бағлыдыр.

Классик механика илә квант механикасынын әсас фәрги онларын мүхтәлиф адәмләри тәсвир етмәләриндәдир. Классик механика фәрз едир ки, ҹисмин вәзијјәтини, онун күтләсини, сүр'әтини вә тә'ҹилини характеризә едән кәмијјәтләр ејни заманда истәнилән дәгигликлә өлчүлә биләрләр. Бу фәрзијјә, әлбәттә, бизим күндәлик тәҹрүбәмизә тамамилә ујғун кәлир вә мүшаһидә олунан кәмијјәтләрин нәзәри гијмәтләри, тәҹрүби гијмәтләрлә үст-үстә дүшүр.

Квант механикасы да мүшаһидә олунан кәмијјәтләр арасында мүнасибәтләр јарадыр, лакин микроаләмдә һөкм сүрән гејри-мүәјјәнлик принсипинә көрә бурада «мүшаһидә олунан кәмијјәтләр» анлајышынын мә'насы дәјишир. Гејри-мүәјјәнлилик принсипинә көрә микрозәррәҹијин координат вә импулсуну ејни заманда дәгиг өлчмәк мүмкүн дејил, классик механикаја көрә исә бу кәмијјәтләр ејни заманда истәнилән дәгигликлә өлчүлә биләр. Квант механикасында кәмијјәтләрин гијмәтләри еһтималларла верилир. Мәсәлән, классик механика тәсдиг едир ки, әсас һалда олан һидрокен атомунда електрон орбитин радиусу дәгиг олараг һәмишә $0{,}530\cdot10^{-8}$ см-ә бәрабәрдир. Квант механикасы исә бу гијмәтин ән бөјүк еһтимала малик олмасыны көстәрир, јә'ни чохлу сајда өлчмәләр апарыларса, онда алынан гијмәтләрин ичәрисиндә ән чох тәкрар оланы - ән еһтималлысы $0{,}530\cdot10^{-8}$ см олар.

Илк бахышда елә көрүнә биләр ки, квант механикасы классик механиканын «солғун көлкәсидир», лакин даһа дәгигликлә бахдыгда һејранедиҹи бир факт ашкара чыхыр: ән јахшы һалда квант механикасынын классик механика тәхмини шәрһидир. Классик механикаја мәхсус олан мүәјјәнлик јалныз макроскопик аләмдә өзүнү доғрулдур. Бу механикада нәзәријјә илә тәҹрүбәнин ујғунлуғу онунла изаһ олунур ки, макроскопик ҹисимләр елә чох сајда атомлардан тәшкил олунмушлар ки, онларда орта гијмәтдән кәнара чыхмасы нәзәрә чарпмыр. §4.7-дә көстәрилмишдир ки, микрообјектләрин һәрәкәтләри трајекторијаларла дејил, ψ функсијаларла (далға функсијалары илә) тәсвир олунур. Далға функсијасы нәинки микрозәррәҹијин вәзијјәтини, һәм дә онун бүтүн динамик характеристикаларыны (енержи, импулс, импулс моменти вә с.) тә'јин едир. Она көрә дә далға



функсијасынын тә'јини вә онун дүзкүн изаһ олунмасы мәсәләси квант механикасынын әсас проблемләриндән бирисидир.

## § 5.2. Шрединкер тәнлији

Гејри-релјативистик микрозәррәҹијин һәрәкәт тәнлији Шрединкер тәнлији адланыр. Микрозәррәҹикләрин далға хассәләрини, онларын һәрәкәтини тәсвир едән далға тәнлији, јухарыда гејд едилдији кими, 1926-ҹы илдә Шрединкер тәрәфиндән алынмышдыр. Бу тәнлијин чыхарылмасында Шрединкер де-Бројл далғаларынын електромагнит далғаларына охшарлығындан истифадә етмишдир. §4.3-дән мә'лум олдуғу кими електромагнит далғаларыны характеризә едән далға тәнлији

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}=\frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

шәклиндәдир.

1926-ҹы илдә Шрединкер белә бир фәрзијјә ирәли сүрдү ки, де-Бројл далғалары да електромагнит далғалары-нын табе олдуғу тәнлијә охшар тәнликлә тәсвир олунмалыдыр. §4.7-дә көстәрилмишдир ки, сәрбәст микрозәррәҹикләри тәсвир едән де-Бојл далға функсијасы

$$\psi(\vec{r},t)=Ae^{\frac{2\pi i}{h}(\vec{p}\vec{r}-Et)}$$

дүстуру илә ифадә олунур. Бурада $E$ - сәрбәст микрозәррәҹијин кинетик енержисидир:

$$E=\frac{P^2}{2m} \qquad (5.1)$$

$\psi(\vec{r},t)$-далғасыны суперпозисија принсипинә әсасән (бах: §4.5) ашағыдакы кими көстәрмәк олар:

$$\psi(\vec{r},t)=\int\varphi(\vec{P})e^{-\frac{2\pi i}{h}(Et-\vec{r}\vec{p})}d\vec{P}$$

Бу ифадәнин һәр ики тәрәфиндән $t$ вә $\vec{r}$-ә көрә төрәмә алсаг:

$$-\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\psi}{\partial t}=E\int\varphi(\vec{P})e^{-\frac{2\pi i}{h}(Et-\vec{r}\vec{p})}d\vec{P} \qquad (5.2)$$

$$+\frac{h}{2\pi i}\vec{\nabla}\psi=\int\vec{P}\varphi(\vec{P})e^{-\frac{2\pi i}{h}(Et-\vec{r}\vec{p})}d\vec{P} \qquad (5.3)$$

$$-\frac{h^2}{4\pi^2 i}\vec{\nabla}^2\psi=\int\vec{P}^2\varphi(\vec{P})e^{-\frac{2\pi i}{h}(Et-\vec{r}\vec{p})}dP \qquad (5.4)$$

(5.1) ифадәсини нәзәрә алмагла (5.2)-дән (5.4) чыхсаг:

$$-\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\Delta\psi \qquad (5.5)$$

аларыг ки, бу да сәрбәст зәррәчик үчүн Шрединкер тәнлији адланыр. (5.5) тәнлијинин һәлләри ичәрисиндән замандан һармоник асылы олан һәлли ајырсаг:

$$\psi(\vec{r},t)=e^{-\frac{2\pi i}{h}Et}\psi(\vec{r})$$

јазмаг олар; бу һәлли (5.5)-дә јеринә јазсаг:

$$\Delta\psi+\frac{8\pi^2 mE}{h^2}\psi(\vec{r})=0 \qquad (5.6)$$



аларыг. (5.6) тәнлији дә сәрбәст зәррәчик үчүн Шрединкер тәнлији адланыр, лакин бурада далға функсијасы замандан асылы дејилдир ки, бу да дурғун монохроматик далғаны ифадә едир. инди (5.6) тәнлијини харичи саһәдә һәрәкәт едән електрон үчүн үмумиләшдирәк. Тәнлијә дахил олан $E$, зәррәчијин кинетик енержисини ифадә едир: там енержи $E=E_k+U$ олдуғундан, тәнликдәки кинетик енержини бу ифадәдән тә'јин едиб (5.6)-да јеринә јазсаг:

$$\Delta\psi+\frac{8\pi^2 m}{h^2}(E-U)\psi(\vec{r})=0 \qquad (5.7)$$

аларыг; кәләчәкдә бахдығымыз мәсәләләрдә биз јалныз (5.7) тәнлијиндән истифадә едәчәјик.

Бу тәнлик Шрединкерин стасионар тәнлији вә ја стасионар һаллар үчүн Шрединкер тәнлији адланыр, чүнки бу тәнлијә дахил олан далға функсијасы замандан асылы олмајыб јалныз координатлардан асылыдыр. Микроаләмдә баш верән чохлу сајда һадисәләрдә системин, мәсәлән, атомдакы електронун һалы мәһз Шрединкерин стасионар тәнлији илә тәсвир олунур. гејд етмәк лазымдыр ки, системин һалынын стасионарлығы о демәк дејил ки, далға функсијасы, үмумијјәтлә, замандан асылы дејил. Бу һалда далға функсијасы замандан асылы ола биләр, лакин бу асылылыг јалныз $e^{-\frac{2\pi i}{h}Et}$ һармоник асылылығы илә мәһдудланар.

Инди Шрединкер тәнлијинин даһа үмуми һалда чыхарылмасыны тәһлил едәк. һәрәкәт тәнлији $H(p,q,t)$ Һамилтон функсијасы илә верилән классик динамик системә бахаг. Белә системин там енержиси

$$E=H(p,q,t) \qquad (5.8)$$

илә тә'јин олунур. Белә классик системә ујғун квант системи гојсаг онун енержиси $E=H(p,q,t)$ илә тә'јин олунмагла, динамик һалы $\psi(q,t)$ далға функсијасы илә тә'јин олунар. Белә системин һәрәкәт тәнлији (5.8) ифадәсинин һәр ики

тәрәфиндәки динамик кәмијјәтләри операторла әвәз етмәклә алынар:

$$\hat{E} \to -\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial t}; \qquad \hat{\vec{P}} \to \frac{h}{2\pi i}\vec{\nabla} \qquad (5.9)$$

Дикәр тәрәфдән (5.2) ифадәсиндә (5.8) нәзәрә алсаг:

$$-\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi \qquad (5.10)$$

аларыг ки, бу да Шрединкер тәнлијинин даһа үмуми ифа-
дәсидир. Бурада $H$ - системин Һамилтон функсијасы вә ја
Һамилтонианы адланыр. (5.10) тәнлијини, бә'зән ашағы-
дакы шәкилдә дә јазырлар:

$$\hat{E}\psi = \hat{H}\psi$$

Бура дахил олан $E$ вә $H$ классик мә'нада јох, квант меха-
никасы нәзәриндән бахмаг лазымдыр, јә'ни бу динамик
дәјишән кәмијјәтләр ујғун (5.9) операторлары илә әвәз
олунмалыдыр.

Гејд етмәк лазымдыр ки, јухарыда апарылмыш мүлаһизә вә чеврилмәләр әсасында алынан (5.6) вә (5.10) ифадәләринә бу тәнликләрин чыхарылмасы кими бахмаг олмаз. Шрединкер тәнлијини билаваситә классик физиканын фундаментал ганунларындан чыхармаг олмаз, чүнки онун өзү дә Нјутон механикасынын тәнликләри, Максвелл тәнликләри кими фундаментал тәнликдир. Она көрә дә о дикәр фундаментал тәнликләр кими мүәјјән факт, тәсәввүр вә мүлаһизәләрин үмумиләшдирилмәси әсасында мүәјјәнләшдирилир. Шрединкер тәнлијинин доғрулуғу онунла исбат олунур ки, бу тәнлик әсасында квант механикасынын вердији нәзәри нәтичәләр тәчрүби нәтичәләрлә үст-үстә дүшүр.



## § 5.3 Далға функсијасы

§ 4.7-дә көрдүк ки, зәррәчик $\psi(x,t)$ функсијасы илә тәсвир олуна биләр. Бу функсија далға функсијасы адланыр вә §5.1-дә көстәрдик ки, далға функсијасы Шрединкер тәнлијини өдәјир. Далға функсијасынын, квант механикасында характеризә едә биләчәји кәмијјәти мүәјјәнләшдирмәк үчүн фәрз едәк ки, зәррәчик $x$ - оху истигамәтиндә һәрәкәт едир. Белә зәррәчијин далға функсијасыны тапаг. Ајдындыр ки, бу һалда сәрбәст зәррәчик үчүн Шрединкер тәнлији һәлл едилмәлидир, јә'ни:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 mE}{h^2}\psi = 0$$

тәнлији һәлл едилмәлидир. $\frac{8\pi^2 mE}{h^2} = k^2$ илә ишарә етсәк,

онда

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0$$

тәнлијини аларыг. Бу тәнлијин һәллини ашағыдакы шәкилдә көстәрмәк олар:

$$\psi = Ae^{\pm ikx}$$

Бурадан көрүнүр ки, далға функсијасы комплекс функсијадыр, она көрә дә белә функсија физика мә'наја малик ола билмәз. Далға функсијасынын ролуну квант механикасы мүәјјән едир вә сүбут едир ки, далға функсијасы статистик характер - еһтимал характери дашыјыр. Буна инанмаг үчүн зәррәчијин мүәјјән бучаг алтында үфүгә истигамәтдә һәрәкәтини тәһлил едәк. Тутаг ки, зәррәчик мүәјјән башланғыч сүр'әти илә (мүәјјән импулсла) үфүгә верилмиш

бучаг алтында атылыр. Классик физикада бу һәрәкәтин
трајекторијасыны, ән узаг учуш мәсафәсини, трајекто-
ријанын һүндүрлүјүнү вә дикәр параметрләрини чох бөјүк
дәгигликлә һесабламаг олур вә алынан нәзәри нәтичәләр
тәчрүби нәтичәләрлә тамамилә үст-үстә дүшүр (бурада
зәррәчик дедикдә макроскопик објект баша дүшүлүр). Квант
механикасында исә белә мәсәләнин һәлли гејри-мүәјјәндир.
Доғрудан да мүәјјән импулсла ($\Delta p \to 0$) малик електронун
һәрәкәт трајекторијасы һаггында данышмаг олмаз, она көрә
ки, гејри-мүәјјәнлик мүнасибәти буна имкан вермир
$\Delta x \cdot \Delta P_x \geq h$. Белә олдуғу һалда зәррәчијин һансы истига-
мәтдә һәрәкәт етмәсини, һансы нөгтәдә ола билмәсини вә
с. һөкм етмәк олмаз. Она көрә дә зәррәчијин бу вә ја дикәр
интервалда олмасы еһтималындан данышырлар. Еһтимал
һәгиги кәмијјәт олдуғундан, далға функсијасыны һәгиги
функсијаја чевирмәк лазымдыр. Сәрбәст зәррәчик үчүн
алдығымыз һәллдән көрсәнир ки,

$$\psi^* \psi = A^* e^{\mp ikx} \cdot A e^{\pm ikx} = AA^* = |A|^2$$

һәгиги кәмијјәтдир. $\psi^* \psi = |\psi|^2$ еһтимал сыхлығы адланыр.
Зәррәчијин $dV$ елементар һәчминдә олма еһтималы

$$dW = |\psi|^2 dV$$

олар. Зәррәчијин бүтүн мүмкүн ола билән һаллардан һәр-
һансы бириндә олма еһтималы лабүд һадисәдир ки, бу
еһтималы тапмаг үчүн јухарыдакы ифадәни бүтүн фәза үзрә
интегралламалыјыг, јә'ни:

$$W = \int |\psi|^2 dV = 1 \qquad (5.11)$$

олмалыдыр. Бу шәрт нормаллыг шәрти адланыр. Ријази
нөгтеји-нәзәрдән нормаллыг шәртинин өдәнмәси үчүн ψ -
функсијасынын квадраты интеграллана билән функсија



олмалыдыр. Бу шәрт зәррәчијин һалыны тәсвир едән далға
функсијасы үчүн кифајәт дејилдир, она көрәдә далға функ-
сијасы үзәринә әлавә шәртләр гојулмалыдыр. Доғрудан да
еһтимал сонлу кәмијјәт олдуғундан далға функсијасы мәһ-
дуд олмалыдыр, јә'ни $x \to \pm\infty$ $\psi(x) < \infty$ шәрти өдәнмәлидир.
Дикәр тәрәфдән еһтимал биргијмәтли олдуғундан, јә'ни
зәррәчијин бу вә ја дикәр һалда олма еһтималы биргијмәтли
олдуғундан, далға функсијасы кәсилмәз вә биргијмәтли
функсија олмалыдыр. Квант механикасынын бир чох мәсә-
ләләриндә зәррәчијин мүхтәлиф областларда һәрәкәти тәһ-
лил едилир. Бу тип мәсәләләрин һәлли үчүн јухарыда де-
јиләнләри нәзәрә алсаг, онда зәррәчијин бир областдан
дикәринә кечдикдә, онун далға функсијасынын өзү вә төрә-
мәләринин кәсилмәз дәјишмәси шәртини гәбул етмәлијик,
јә'ни:

$$\psi_1(x)\Big|_{x=a} = \psi_2(x)\Big|_{x=a}; \quad \frac{d\psi_1}{dX}\Big|_{x=a} = \frac{d\psi_2}{dX}\Big|_{x=a}; \qquad (5.12)$$

шәртләри өдәнмәлидир. Гејд едәк ки, бу шәртләр далға
функсијанын Логарифмик төрәмәләринин кәсилмәз дәјиш-
мәси илә еквивалентдир. (5.11) вә (5.12) шәртләр стандарт
шәртләр адланыр. Биз кәләчәкдә стандарт шәртләрин,
мәсәләнин характериндән асылы олмајараг, өдәнмәсини
тәләб едәчәјик.

## §5.4. Кәсилмәзлик тәнлији

Сәрбәст зәррәчик үчүн јазылмыш (5.5) тәнлијинин
һәлли көстәрир ки, далға функсијасы фәза вә заман коорди-
натларындан асылы олараг дәјишир. Тәһлил көстәрир ки, бу
дәјишмә ихтијари ола билмәз. Бурада мүәјјән бир сахланма
гануну вар ки, бу ганун далға функсијасынын ихтијари
дәјишмәсини мәһдудлашдырыр. Бу гануну мүәјјәнләшдир-
мәк үчүн зәррәчијин $V$ - һәчминдә олма еһтималы $\int_V |\psi|^2 dV$ -
ифадәсини тәһлил едәк. бу еһтималын замана көрә
дәјишмәси:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \psi^*\psi dV = \int_V\left(\frac{\partial\psi^*}{\partial t}\psi + \psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)dV$$

олар. Сағ тәрәфдәки замана көрә төрәмәни (5.5) тәнлијиндән истифадә етмәклә координатлара көрә төрәмә илә әвәз етсәк.

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \psi^*\psi dV = \frac{ih}{4\pi m}\int_V\left(\psi^*\Delta\psi - \psi\Delta\psi^*\right)dV =$$

$$= \frac{ih}{4\pi m}\int_V div\left(\psi^*\vec{\nabla}\psi - \psi\vec{\nabla}\psi^*\right)dV$$

аларыг.

ψ*ψ - еһтимал сыхлығы олуб ону j илә ишарә едәк вә

$$\vec{j} = = \frac{ih}{4\pi m}\left(\psi\vec{\nabla}\psi^* - \psi^*\vec{\nabla}\psi\right) \qquad (5.13)$$

векторуну дахил едиб, јухарыдакы ифадәнин сағ тәрәфиндәки һәчм үзрә интегралдан Остроградски-Гаусс теореминә көрә бу һәчми әһатә едән сәтһ үзрә интеграла кечсәк:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho dV = -\int_V div\vec{j}dV = -\oint_S j_n dS \qquad (5.14)$$

аларыг. Бу ифадәни:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + div\vec{j} = 0 \qquad (5.15)$$

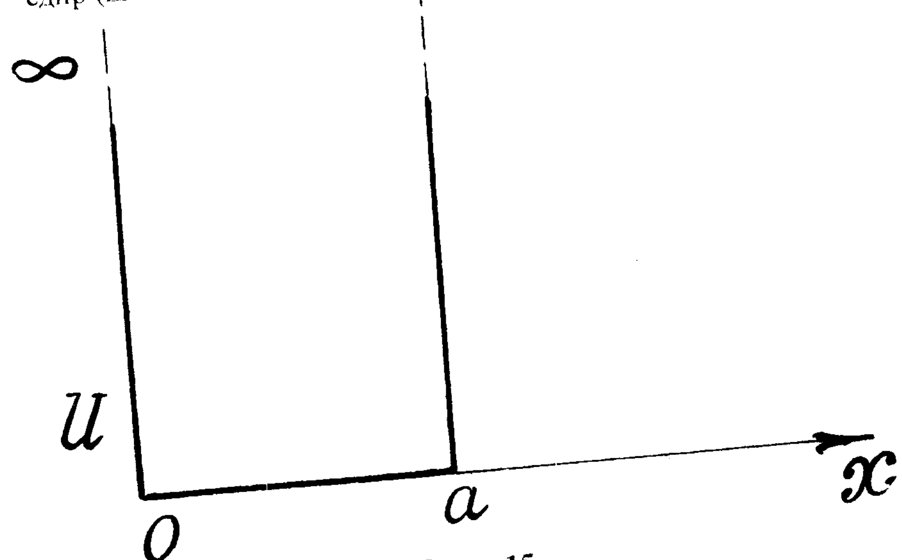
шәклиндә јазсаг, онун $\rho$ сыхлығына вә $\vec{j}$ сыхлыг селинә малик олан мајенин кәсилмәзлик тәнлијинә аналожи олдуғуну көрәрик. Онда (5.13) ифадәсинә еһтимал селинин сыхлыг вектору кими бахмаг олар. (5.13) ифадәсиндән көрүнүр ки,



һәгиги функсијалар үчүн еһтимал сели сыхлығы сыфыр олар. Әкәр $\rho=\psi^*\psi$ - ифадәсинә зәррәчикләрин орта сыхлығы кими бахсаг, онда $\vec{j}$ - ваһид заманда ваһид сәтһдән кечән зәррәчикләрин орта сели олар вә (5.15) ифадәсинә зәррәчикләр сајынын сахланма гануну кими бахмаг олар, јә'ни ваһид заманда зәррәчикләрин һәр һансы бир һәчмдә сыхлыгларынын дәјишмәси, бу һәчми әһатә едән сәтһдән зәррәчикләрин чыхыб вә ја дахил олмалары нәтичәсиндәдир. $\oint j_n dS$ - интегралы исә зәррәчијин верилмиш сәтһи, ваһид заманда кечмә еһтималыдыр.

## § 5.5. Зәррәчијин потенсиал гутуда һәрәкәти

Квант механикасынын реал атом мәсәләләринә кечмәздән әввәл садә бир мәсәләни квант механикасы нөгтеји-нәзәриндән тәһлил едәк. Фәрз едәк ки, зәррәчик ашағыдакы шәрти өдәјән бир өлчүлү потенсиал саһәдә һәрәкәт едир (шәкил 15).




**Шәкил 15**

$$U(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & x \le 0, \quad x \ge a \end{cases}$$

Белә потенсиал саһәни сонсуз дәрин потенсиал гуту адландырырлар: ајдындыр ки, белә гутуда зәррәчијин һәрәкәти мәһдуд $0 \le x \le a$ областында ола биләр. Гутунун сәрһәддиндә $U(x) \to \infty$ олдуғундан, иддиа етмәк олар ки, сәрһәддә зәррәчијә сонсуз бөјүк итәләмә гүввәси тә'сир едир ки, бу да зәррәчијин $0 \le x \le a$ областындан кәнара чыхмасыны тә'мин едир. Бу о демәкдир ки, далға функсијасы елә сечилмәлидир ки, о, $x \le 0$ вә $x \ge 0$ олдугда сыфыр олсун, јә'ни:

$$1)\ \psi(x)\big|_{x=0} = 0 \qquad 2)\ \psi(x)\big|_{x=a} = 0 \qquad (5.16)$$

шәртләри өдәнилсин. Инди гуту дахилиндә һәрәкәт едән зәррәчик үчүн Шредингер тәнлијини јазаг: бунун үчүн (6.7) тәнлијиндә $U(x)=0$ вә $\Delta \to \frac{d^2}{dx^2}$ көтүрмәлијик:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{8\pi^2 mE}{h^2}\psi = 0 \qquad (5.17)$$

аларыг. $\frac{8\pi^2 mE}{h^2} = k^2$ илә ишарә етсәк:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k^2\psi = 0$$

олар. Бу тәнлијин үмуми һәллини ашағыдакы шәкилдә көстәрмәк олар:

$$\psi(x) = A_1 e^{ikx} + A_2 e^{-ikx} =$$



$$= (A_1 + A_2)\cos kx + i(A_1 - A_2)\sin kx$$

вә ја

$$\psi(x) = A\cos kx + B\sin kx$$

Бу һәллә дахил олан сабитләр (5.16) шәртиндән тә'јин олунмалыдыр:

$$\psi(0) = A\cos 0^0 + B\sin 0^0; \quad A \equiv 0$$

Онда тәнлијин һәлли $\psi(x) = B\sin kx$ олар.

Инди (5.16) шәртини икинчисиндән истифадә едәк:

$$\psi(x) = B\sin ka = 0;\ B \ne 0\ \sin ka = 0$$

Бу тригонометрик тәнлијин һәлли:

$$ka = n\pi; \quad k = \frac{n\pi}{a}; \quad k^2 = \frac{n^2\pi^2}{a^2}$$

олар. $k$-нын гијмәтини јеринә јазсаг:

$$E = \frac{n^2h^2}{8ma^2} \qquad (5.18)$$

аларыг. Бурада $n$-там гијмәтләр $n$=1,2,3,... алдығындан енержи дә дискрет гијмәтләр алыр, јә'ни енержи квантланыр. Енержинин квантланмасы, Бор нәзәријјәсиндән фәргли олараг, һеч бир квантлашма шәртиндән асылы дејилдир. Бу хүсусијјәт квант механикасынын мәнтиги әлагәләнмиш бир нәзәријјә олдуғуну көстәрир. Доғрудан да бу нәтичә классик механикаја әсасланан Бор нәзәријјәсиндән кәскин фәргләнир. Классик механикаја көрә белә потенсиал саһәдә, мүсбәт енержијә малик олан зәррәчик, периодик олараг гуту дахилиндә ирәли вә кери һәрәкәт едәчәкдир; квант

механикасында исә зәррәчијин һәрәкәти јалныз енержинин мүәјјән дискрет (5.18) гијмәтләриндә баш верир.

Гејд етмәк лазымдыр ки, зәррәчик енержинин сыфыр гијмәтини ала билмәз. Онун мүмкүн олан ән кичик гијмәти $n=1$ гијмәтинә ујғун кәлир. Бу һалда онун минимал енержиси

$$E_1 = \frac{h^2}{8ma^2}$$

олар. Зәррәчијин енержисинин дикәр гијмәтләри $n=2,3,...$ гијмәтләринә ујғун олараг $4E_1$, $9E_1$, $16E_1$,... олачагдыр.

Зәррәчијин енержисинин сыфыр гијмәти формал олараг $n=0$ һалына ујғун кәлир. Лакин $n=0$ һалы мүмкүн дејил, чүнки $n=0$ олдугда $|\psi|^2 = 0$ олардЫ, бу исә «гутуда» зәррәчијин олмамасы демәкдир.

Потенсиал гутуда јерләшмиш зәррәчијин сыфыр енержисинә малик ола билмәмәси вә онун енержисинин (5.18) дүстүрү илә тә'јин олунан јалныз дискрет гијмәтләрини ала билмәси фактлары классик физика ганунларына зидд олуб, јалныз квант механикасына әсасән изаһ олуна билир. Потенсиал гутуда олан зәррәчијин енержисинин сыфыр гијмәт ала билмәмәси гејри-мүәјјәнлик мүнасибәтләри илә дә әлагәдардыр. Доғрудан да зәррәчик потенсиал гутудан кәнара чыха билмәдијиндән, онун вәзијјәтиндәки гејри-мүәјјәнлик гутунун ени гәдәрдир, јә'ни, $\Delta x \sim a$. Онда зәррәчијин импулсундакы гејри-мүәјјәнлик $\Delta p \geq \frac{h}{a}$ олмалыдыр.

Бурадан көрүнүр ки, зәррәчијин енержиси һеч вахт сыфыра бәрабәр ола билмәз, чүнки бу һалда онун импулсундакы гејри-мүәјјәнлик сыфыр олмалы, јә'ни $\Delta p \to 0$ олмалы иди ки, бу да $\Delta p \geq \frac{h}{a}$ шәртинә зиддир.

Јухарыда дејиләнләрлә әлагәдар олараг бир суал мејдана чыхыр: күндәлик һәјатда бәс биз нә үчүн енержинин квантланмасыны мүшаһидә етмирик? Үфиги јерләшдирилмиш, һамар дибли вә еластики диварлы гутуда бир дивардан дикәринә вә әкс истигамәтдә һәрәкәт едән еластики күрәчик енержинин истәнилән гијмәтини, о чүмләдән, енержинин сыфыр гијмәтини дә ала биләр.



Микроаләмдә доғру олан (5.18) дүстурунун бизим күндәлик мүшаһидәмизә зидд олмадығына инанмаг үчүн ени $10^{-8}$ см олан гутуда електронун вә ени 10 см олан гутуда күтләси 10 гр олан күрәчијин гоншу енержи сәвијјәләри арасындакы фәрги һесаблајаг.

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{h^2}{8ma^2}(2n+1)$$

Електрон үчүн $m = 9{,}1 \cdot 10^{-28}\, гр$, $a = 10^{-8}\, см$ олдуғундан

$$\Delta E_n = 1 \cdot (2n+1)eV$$

Икинчи һал үчүн исә

$$\Delta E_n = 10^{-42}(2n+1)eV$$

аларыг. Бу гијмәтләрин мугајисәси көстәрир ки, «макро» аләмдә енержи сәвијјәләри арасындакы фәрг о гәдәр кичикдир ки, практики олараг енержи спектрини кәсилмәз һесаб етмәк олар.

Инди далға функсијасына дахил олан $B$ -сабитини тә'јин едәк. Бунун үчүн нормаллыг (5.11) шәртиндән истифадә едәк вә унутмајаг ки, далға функсијасы јалныз $0 \leq x \leq a$ областында сыфырдан фәрглидир. Бу о демәкдир ки, интегралы $0$-дан $a$ -ја гәдәр һесабламаг лазымдыр:

$$\psi(x) = B \sin\frac{n\pi}{a}x$$

$$\int_0^a |\psi|^2 dx = |B|^2 \int_0^a \sin^2\frac{n\pi}{a}x dx = \frac{a}{2}B^2 = 1$$

$$B = \pm\sqrt{\frac{2}{a}}$$

Беләликлә,

$$\psi(x) = \pm\sqrt{\frac{2}{a}}\,sin\frac{n\pi}{a}x$$

аларыг. Инди $n$-дән асылы олараг зәррәҹијин гутунун мүхтәлиф нөгтәләриндә олма еһтималыны көстәрәк:

$|\psi|^2 = \frac{2}{a}sin^2\frac{n\pi}{a}x$; $n=1$ һалында $x=0$ вә $x=a$ олдугда $|\psi|^2 = 0$, $x = \frac{a}{2}$ нөгтәсиндә $|\psi|^2 = \frac{2}{a}$ олур. $n=2$ көтүрсәк $x=0$, $x = \frac{a}{2}$ вә $x=a$ олдугда $|\psi|^2 = 0$, $x = \frac{a}{4}$ вә $x = \frac{3a}{4}$ олдугда исә $|\psi|^2 = \frac{2}{a}$ олар, вә с. Көрүнүр ки, $n=1$ олдугда $x = \frac{a}{2}$ нөгтәсиндә зәррәҹијин олма еһтималы ән бөјүкдүр; $n=2$ оларса $x = \frac{a}{4}$ вә $x = \frac{3a}{4}$ нөгтәләри ән бөјүк еһтималлы нөгтәдир. $n$-ин гијмәти бөјүдүкҹә ән бөјүк еһтималлы нөгтәләрин сајы артыр. $n \to \infty$ бу максимумларын сајы сонсуз олур, јә'ни гуту кәсилмәз олараг максимумларла долур; бу о демәкдир ки, гутунун бүтүн нөгтәләри ејни еһтимала малик олур, јә'ни зәррәчик ејни еһтималла гутунун бүтүн нөгтәләриндә ола биләр ки, бу да классик механикаја ујғун кәлир.

Гејд етмәк лазымдыр ки, әкәр зәррәҹијин гутунун диварлары илә тоггушмасы еластики оларса вә бу диварларын тоггушмада деформасијасы потенсиал гутунун ениндән чох-чох кичик оларса, онда Шрединкер тәнлији үчүн бу параграфда алынмыш нәтиҹәләр потенсиал гутуда



зәррәҹијин реал һәрәкәтләри үчүн дә доғру олар. Мәсәлән, електронун металдан чыхыш иши кифајәт гәдәр бөјүк олдугда сәрбәст електронларын металын сәрһәдләри илә тоггушмалары мәһз бу чүр баш верир.

## §5.6. Зәррәҹијин потенсиал чәпәриндән әкс олунмасы вә кечмәси

Квант механикасынын тәтбиги илә һәлл едәҹәјимиз икинҹи мәсәләни тәһлил едәк.

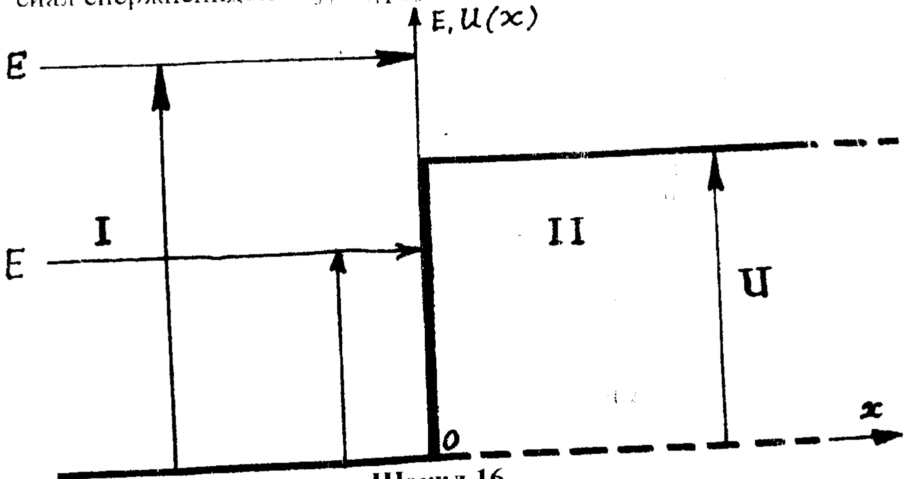
Тутаг ки, $x$-оху бојунҹа солдан сағa доғру һәрәкәт едән зәррәҹијин фәзанын I һиссәсиндә потенсиал енержиси $u=0$, II һиссәсинин сәрһәддиндә исә онун потенсиал енержиси сычрајышла дәјишәрәк $u(x)=u_0$ гијмәтини алыр, јә'ни потенсиал енержи:

| | | |
|---|---|---|
| $x<0$ | олдугда $u(x)=0$ | I-област |
| $x\geq 0$ | олдугда $u(x)=u_0$ | II-област |

шәртләрини өдәјир.

Ики һалы нәзәрдән кечирәк:

а) зәррәҹијин там енержиси, онун II-областдакы потенсиал енержисиндән бөјүкдүр, јә'ни $E>U_0$;




Шәкил 16

б) зәррәчијин там енержиси, онун потенсиал енержисиндән кичикдир, јә'ни $E<U_0$.

Әввәлчә а) һалыны нәзәрдән кечирәк. Бу һалда классик механика нөгтеји-нәзәриндән зәррәчик мүтләг I областындан II области кечәчәкдир. Бир гәдәр ирәлидә көрәчәјик ки, квант механикасына табе олан зәррәчик, бу шәраитдә өзүнү тамамилә башга чүр апармалыдыр. Доғрудан да, електронун һәрәкәти мүстәви де_Бројл далғасы илә тәсвир олундуғундан потенсиалын сычрајышла дәјишдији I вә II областларынын сәрһәддиндә бу далға өзүнү, сындырма әмсаллары мүхтәлиф олан ики мүһит сәрһәддиндәки ишыг далғасы кими апармалыдыр. Бу о демәкдир ки, сәрһәддә дүшән де-Бројл далғасынын бир һиссәси әкс олунур (гајыдыр), дикәр һиссәси исә II области кечир. Бунунла әлагәдар олараг биз дејә биләрик ки, сәрһәддә дүшән електронун һәм бу сәрһәддән әкс олунмасынын, һәм дә II области кечмәсинин мүәјјән еһтималы вардыр.

Гаршымызда дуран мәсәлә бу еһтималлары тапмагдан ибарәтдир. Бунун үчүн исә фәзанын I вә II областында һәрәкәт едән зәррәчик үчүн Шредингерин стасионар тәнлијини һәлл етмәлијик.

Зәррәчијин потенсиал енержисинин сыфыр олдуғу I област үчүн Шредингер тәнлији

$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2}+\frac{8\pi^2 mE}{h^2}\psi_1=0$$

зәррәчијин потенсиал енержисинин $U_0$-а бәрабәр олдуғу II област үчүн исә

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2}+\frac{8\pi^2 m}{h^2}(E-U_0)\psi_2=0$$

шәклиндәдир. Ашағыдакы ишарәләри гәбул едәк:



$$K_1^2=\frac{8\pi^2 mE}{h^2};\quad K_2^2=\frac{8\pi^2 m}{h^2}(E-U_0);$$

Бунлары нәзәрә алдыгда јухарыдакы тәнликләр

$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2}+K_1^2\psi_1=0$$

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2}+K_2^2\psi_2=0$$

шәклини алыр. Бу тәнликләр сабит әмсаллы ади диференсиал тәнликләрдир ки, бунларын үмуми һәлли

$$\psi_1=A_1e^{ik_1x}+B_1e^{-ik_1x}$$

$$\psi_2=A_2e^{ik_2x}+B_2e^{-ik_2x}$$

шәклиндәдир. I областда һәм дүшән, һәм дә гајыдан далға јајылдығындан $A_1^2$ дүшән далғанын, $B_1^2$ исә гајыдан далғанын интенсивликләрини характеризә едир. II областда исә јалныз сәрһәддән кечән далға јајылдығындан $B_2=0$ көтүрмәлијик; онда II-областда тәнлијин үмуми һәлли;

$$\psi_2=A_2e^{ik_2x}$$

шәклиндә олар.

Инди исә сәрһәд шәртләриндән истифадә етмәклә $\psi_1$ вә $\psi_2$ һәлләринә дахил олан сабитләри тә'јин едәк. Бунун үчүн далға функсијасы үзәринә гојулан стандарт шәртләрдән, јә'ни далға функсијасынын өзү вә төрәмәләринин сәрһәддә кәсилмәз дәјишмәсиндән истифадә едәк: (§5.3; (5.12))

$$\psi_1\big|_{x=0} = \psi_2\big|_{x=0}$$

$$\frac{d\psi_1}{dx}\bigg|_{x=0} = \frac{d\psi_2}{dx}\bigg|_{x=0}$$

Бу мүнасибәтләрдән истифадә етсәк:

$$A_1 + B_1 = A_2$$

$$A_1 - B_1 = \frac{k_2}{k_1} A_2$$

аларыг. Бу тәнликләри һәлл етсәк:

$$B_1 = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} A_1; \qquad A_2 = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} A_1;$$

олар. Инди $R$ гајытма әмсалы вә $Д$ шәффафлыг әмсалыны тә'јин едәк. Оптикадан мә'лум олдуғу кими гајытма әмсалы гајыдан далғанын амплитудунун квадратынын дүшән далғанын амплитудунун квадратына нисбәти илә тә'јин олунур, јә'ни

$$R = \frac{B_1^2}{A_1^2} = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2 \qquad (5.19)$$

Шәффафлыг әмсалы (нүфуз етмә әмсалы) сәрһәддән II-областа кечән зәррәчикләр селинин сәрһәддә дүшән зәррәчикләр селинә нисбәти илә тә'јин олунур. Ен кәсијинин саһәси $1\ см^2$, һүндүрлүјү исә әдәди гијмәтчә зәррәчијин $v$ сүр'әтинә бәрабәр олан үфүги истигамәтдә јерләшмиш силиндр тәсәввүр едәк. Әкәр силиндр дахилиндәки зәррәчикләрин сыхлығы $\rho$ оларса, онда орадакы бүтүн зәррәчикләрин сајы $\rho v$ олар. Бу зәррәчикләрин һамысы $1\ сан$



әрзиндә силиндрин отурачағындан кечирләр. Буну нәзәрә алдыгда зәррәчикләрин сели $\rho v$ олар вә шәффафлыг әмсалы

$$D = \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1}$$

кими тә'јин олунар. Зәррәчијин сыхлығы ρ де-Бројл далғасынын амплитудунун квадраты илә дүз мүтәнасибдир, јә'ни $\rho \sim A^2$, сүр'әтләринин нисбәти исә импулсларын нисбәтинә бәрабәрдир, јә'ни

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{k_2}{k_1}$$

$$D = \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1} = \frac{A_2^2}{A_1^2} \cdot \frac{k_2}{k_1}$$

олар. $A_2$-нин гијмәтини јеринә јазсаг, шәффафлыг әмсалы үчүн

$$D = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2} \qquad (5.20)$$

аларыг. Корпускулјар нөгтеји-нәзәриндән гајытма әмсалы I вә II областларынын сәрһәдиндән зәррәчијин әкс олма еһтималыны, шәффафлыг әмсалы исә зәррәчијин II областа кечмә еһтималыны көстәрир.

(5.19) вә (5.20) ифадәләрини топласаг, $R+D=1$ аларыг. Бу белә дә олмалыдыр, чүнки сәрһәдлә зәррәчик мүтләг ја гајытмалы, ја да II областа кечмәлидир ки, бунун да еһтималы ваһидә бәрабәр олмалыдыр.

Инди исә $R$ вә $D$ -ни $E$ вә $U_0$ илә ифадә едәк. Бунун үчүн $K_1$ вә $K_2$-нин гијмәтләрини (5.19) вә (5.20) нәзәрә алсаг:

$$R=\left(\frac{k_1-k_2}{k_1+k_2}\right)^2=\left(\frac{1-\sqrt{1-\frac{U_0}{E}}}{1+\sqrt{1-\frac{U_0}{E}}}\right)^2$$

$$D=1-R=4\frac{\sqrt{1-\frac{U_0}{E}}}{\left(1+\sqrt{1-\frac{U_0}{E}}\right)^2};$$

олар.

(5.20) ифадәләриндән ҝөрүндүјү кими шәффафлыг вә гајытма әмсаллары $K_1$ вә $K_2$ ҝөрә симметрикдирләр. Јә'ни $x=0$ нөгтәсиндә гајытма әмсалы ( вә ја шәффафлыг әмсалы) зәррәчијин әкс истигамәтдә солдан сағa вә јахуд сағдан сола һәрәкәтләринин һәр икиси үчүн ејнидир. Бу бахдығымыз һадисәнин далға маһијјәтинә малик олмасыны бир даһа көстәрир.

Инди исә б) һалыны, јә'ни $E<U_0$ һалыны нәзәрдән кечирәк. $E<U_0$ олдугда классик механикаја ҝөрә зәррәчијин I областдан II областа кечмәси мүмкүн дејил, чүнки әкс һалда зәррәчијин II областда кинетик енержиси мәнфи, сүр'әти исә хәјали оларды.

Квант механикасына әсасланараг гајытма әмсалыны һесаблајаг. $E<U_0$ олдугда $K_2$ хәјали әдәд олур:

$$k_2^2=\frac{8\pi^2 m}{h^2}(E-U_0)=-\frac{8\pi^2 m}{h^2}(U_0-E);\ k_2=ik$$

Бурада

$$k=\frac{2\pi}{h}\sqrt{2m(U_0-E)}$$



Бу заман $R$ комплекс кәмијјәт олур вә ону һесабладыгда квадрата јүксәлтмәни $\frac{B_1\cdot B_1^*}{A_1\cdot A_1^*}$ һасили вә ја модулун квадраты илә әвәз етмәк лазымдыр. Онда

$$R=\frac{|B_1|^2}{|A_1|^2}=\frac{k_1-ik}{k_1+ik}\cdot\frac{k_1+ik}{k_1-ik}=1$$

$$D=1-R=0$$

олар. $E<U_0$ олдугда классик физикада олдуғу кими шәффафлыг әмсалы сыфра бәрабәр олур. Лакин II-областда зәррәчијин олма еһтималыны һесабласаг ҝөрәрик ки, о сыфырдан фәргләнир. Јә'ни там гајытма о демәк дејил ки, зәррәчикләрин гајытмасы анҹаг сәрһәддә баш верир; онларын бә'зиләри I -областа гајытмаздан әввәл II-областа нүфуз едиб, сонра I -областа гајыдыр. Доғрудан да $E<U_0$ олдугда $k_2$ әмсалы хәјали әдәд олуб, $ik$-ја бәрабәр олдуғундан II областда Шрединкер тәнлијинин һәлли

$$\psi_2=A_2e^{ik_2x}=A_2e^{-kx}$$

шәклиндә олар вә зәррәчијин $x$ мәсафәсиндә олма еһтималы

$$|\psi_2|^2=A_2^2e^{-2kx}=A_2^2e^{-\frac{4\pi}{h}x\sqrt{2m(U_0-E)}}$$

олар. Бу о демәкдир ки, зәррәчијин II-областда мөвҹуд олмасынын мүәјјән еһтималы вардыр.

Зәррәчијин енержијә ҝөрә гадаған олунмуш областа дахил олмасы квант еффекти олуб тунел еффекти ады илә мәшһурдур. Зәррәчијин II областа дахил олма мәсафәси ју-

харыдакы еһтималын ифадәсинә көрә $\delta x \sim \frac{h}{2\pi\sqrt{2m(U_0 - E)}}$ тәртибиндә олур. Мәсәлән, $U_0 - E \sim 1eV$ олдугда електронун II-областа дахил олма мәсафәсини һесаблајаг:

$$\delta x \sim \frac{h}{2\pi\sqrt{2m(U_0 - E)}} \sim 10^{-8} \, см$$

Бу гијмәт көстәрир ки, туннел еффекти микроскопик өлчүләр үчүн мүшаһидә олуна биләр. Зәррәчији II -областда мүшаһидә етмәк үчүн ону $\Delta x \leq \delta x$ интервалында локализә етмәлијик. Бу заман биз онун енержисинин $\Delta p \geq \frac{h}{2\pi\Delta x} \geq \sqrt{2m(U_0 - E)}$ гејри-мүәјјәнлик принсипинә көрә әввәлки $E$ енержисинә бәрабәр олдуғуну дејә билмәрик. Һәгигәтән зәррәчијин импулсундакы гејри-мүәјјәнлик онун кинетик енержисиндәки гејри-мүәјјәнлијә кәтирир:

$$\Delta E_k \geq \frac{\Delta p^2}{2m} \geq (U_0 - E)$$

Јә'ни чәпәрин алтында локализә олунмуш зәррәчијин енержисиндәки гејри-мүәјјәнлик онун чәпәри ашыб кечмәси үчүн лазым олан енержисиндән бөјүкдүр.

## §5.7. Сонлу енә малик олан потенсиал чәпәр

Квант механикасынын тәтбиги илә һәлл олунан мүһүм мәсәләләрдән бири дә сонлу енә малик олан потенсиал чәпәрдән зәррәчијин кечмәси мәсәләсидир. Классик механикаја көрә дүшән зәррәчијин енержиси потенсиал чәпәрин һүндүрлүјүндән кичик олдугда, зәррәчик чәпәри кечә билмәз. Квант механикасында исә мәсәлә классик



физика тәсәввүрләринин тамамилә әксинә олур. Она көрә дә бу мәсәләни һәлл етмәк үчүн фәрз едәк ки, зәррәчик $x$ оху бојунча солдан сағa доғру һәрәкәт едир. Бу һәрәкәти үч области ајыраг.

I областда, јә'ни $x<0$ олдугда $U(x)=0$
II областда, јә'ни $0 \leq x \leq a$ олдугда $U(x)=U=const$
III областда, јә'ни $x>a$ олдугда $U(x)=0$

$E>U$ олдугда мәсәләнин квант вә классик механикаја көрә һәлләри үст-үстә дүшүр вә елә бир мараглы нәтичә вермир. Она көрә дә биз $E<U$ һалыны тәһлил едәчәјик.

Микроаләмин бир сыра мәсәләләринин (мәсәлән, електронларын металдан емиссијасы, радиактив парчаланма вә с.) һәллиндә məһз бу нөв потенсиал чәпәрлә растлашырыг.

Көстәрилән үч област үчүн ајры-ајрылыгда Шредингер тәнлијини јазаг:

I вә III областлар үчүн $U=0$

$$\frac{d^2\psi_{1,3}}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} E\psi_{1,3} = 0$$

II област үчүн $U \neq 0$

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(E - U)\psi = 0$$

Бу тәнликләрин һәлләри ујғун олараг

$$\psi_{1,3} \sim e^{\pm ik_1 x} \qquad k_1 = \frac{2\pi}{h}\sqrt{2mE}$$

$$\psi_2 \sim e^{\pm ik_2 x} \qquad k_2 = \frac{2\pi}{h}\sqrt{2m(E - U)}$$

кими олачаглар.

Бундан сонра әввәлки параграфда биз зәррәчијин сонсуз енә малик олан сабит потенсиаллы саһәјә кечмәси һалыны тәһлил етликдә зәррәчијин енержиси илә потенсиал чәпәринин һүндүрлүјү арасындакы истәнилән мүнасибәтдә, онун потенсиал чәпәрдән әкс олунмасынын вә II областда кечмәсинин мүәјјән еһтимала малик олмасыны мүәјјәнләшдирдик. Биз бу параграфда бахдығымыз мәсәләдә исә потенсиал чәпәрин ени сонлудур вә ирәлидә көрәчәјик ки, бу һалда зәррәчијин II области дахил олмасы еһтималлары да сыфырдан фәрглидир. Бурада ән марағлы һал зәррәчијин енержисинин, II областдакы потенсиал енержидән кичик олдуғу һалда да бу еһтималын сонлу гијмәтә малик олмасы вә о, I областда малик олдуғу енержи илә III области дахил олмасыдыр. Бу мәсәләнин әввәлки параграфда бахдығымыз мәсәләдән фәрги һәм I вә II областларын, һәм дә II вә III областларын сәрһәдләриндә зәррәчијин гајытмасы просесинин баш вермәсидир. Бундан башга нәзәрдә тутмаг лазымдыр ки, III областда $x$ охунун јалныз мүсбәт истигамәтиндә јајылан далға мөвчудур, гајыдан далға исә јохдур. Бүтүн бу дејиләнләри нәзәрә алсаг Шрединкер тәнлијинин һәлләрини

$$\psi_1 = A_1 e^{ik_1x} + B_1 e^{-ik_1x}$$

$$\psi_2 = A_2 e^{ik_2x} + B_2 e^{-ik_2x}$$

$$\psi_3 = A_3 e^{ik_1x}$$

шәклиндә јазмаг олар.

$R$ гајытма вә $D$ шәффафлыг әмсалларыны һесабламаг үчүн һәр шејдән әввәл $A_1$, $B_1$, $A_2$, $B_2$ вә $A_3$ әмсалларыны тапмаг лазымдыр. Бу мәгсәдлә сәрһәд шәртләриндән истифадә едәк. $x$-ин $-\infty$-дан $+\infty$-дәк бүтүн гијмәтләриндә $\psi(x)$ функсијасынын кәсилмәз олмасы үчүн 0,I илә II вә II III областларынын сәрһәдләриндә, јә'ни $x=0$ вә $x=a$ нөгтәләриндә кәсилмәз олмалыдыр, јә'ни



$$\psi_1\big|_{x=0} = \psi_2\big|_{x=0}$$

$$\psi_2\big|_{x=a} = \psi_3\big|_{x=a}$$

шәртләри өдәнилмәлидир. Бундан башга $\psi$ функсијасынын һамар олмасы үчүн $x=0$ вә $x=a$ нөгтәләриндә онун биринчи тәртиб төрәмәләри дә кәсиләмз олмалыдыр, јә'ни (бах 5,3)

$$\frac{d\psi_1}{dx}\bigg|_{x=0} = \frac{d\psi_2}{dx}\bigg|_{x=0}$$

$$\frac{d\psi_2}{dx}\bigg|_{x=a} = \frac{d\psi_3}{dx}\bigg|_{x=a}$$

шәртләри дә өдәнилмәлидир. Беләликлә, алдығымыз һәлләрдә сәрһәд шәртләрини нәзәрә алсаг:

$$A_1 + B_1 = A_2 + B_2,\quad k_1A_1 - k_1B_1 = K_2A_2 - k_2B_2$$

$$A_2e^{ik_2a} + B_2e^{ik_2a} = A_3e^{ik_1a}$$

$$A_2e^{ik_2a} - B_2e^{-ik_2a} = \frac{k_1}{k_2}A_3e^{ik_1a}$$

систем тәнлијини алырыг. Бу систем тәнлији һәлл едәрәк $\frac{A_3}{A_1}$ үчүн

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{4k_1k_2e^{ik_1a}}{(k_1+k_2)^2e^{-ik_2a} - (k_1-k_2)^2e^{ik_2a}}$$

ифадәсини алырыг. $R$ гајытма әмсалы үчүн бу системдән алынмыш ифадә сонсуз чәпәр һалында алынмыш ифадәнин вердији мә'луматдан фәргләнән һеч бир јени мә'лумат

вермәдијиндән биз бурада $R$-и һесабламајачағыг. Бунунла әлагәдар олараг $B_1$, $A_1$ вә $B_2$ әмсалларынын тапылмасына да еһтијач јохдур, она көрә ки, I вә III областларында $(k_3=k_1)$ потенсиал чәпәрин $D$ шәффафлыг әмсалы $\frac{A_3}{A_1}$ нисбәтинин модулунун квадратына бәрабәр олачагдыр:

$$D=\left|\frac{A_3}{A_1}\right|^2=\frac{A_3}{A_1}\cdot\frac{A_3^*}{A_1^*}$$

Бурадакы $\frac{A_3}{A_1}$ вә $\frac{A_3^*}{A_1^*}$ нисбәтләринин ашағыдакы кими јазмаг лазымдыр:

$$\frac{A_3}{A_1}=\frac{4k_1k_2e^{ik_1a}}{(k_1+k_2)^2e^{-ik_2a}-(k_1-k_2)^2e^{ik_2a}}$$

$$\frac{A_3^*}{A_1^*}=\frac{4k_1k_2e^{-ik_1a}}{(k_1+k_2)^2e^{-ik_2a}-(k_1-k_2)^2e^{-ik_2a}}$$

Бизим үчүн $D$ -нин $E<U$ һалындакы гијмәти марагłы-дыр. Бу һалда $k_2=\frac{2\pi}{h}\sqrt{2m(E-U)}$ кәмијјәти хәјали әдәд олачагдыр;

$$k_2=\frac{2\pi}{h}\sqrt{2m(E-U)}=\frac{2\pi i}{h}\sqrt{2m(U-E)}=ik;$$

$$k_2=\frac{2\pi i}{h}\sqrt{2m(E-U)}$$



Белә олдугда $\frac{A_3}{A_1}$ ифадәсинин мәхрәчиндәки $e^{\mp ik_2a}$ експоненсиал функсија $e^{\mp ka}$ шәклиндә һәгиги функсијаја чевриләчәкдир.

$$\frac{A_3}{A_1}=\frac{4k_1ke^{ik_1a}}{(k_1+ik)^2e^{ka}-(k_1-ik)^2e^{-ka}};$$

$$\frac{A_3^*}{A_1^*}=\frac{-4k_1ke^{-ik_1a}}{(k_1-ik)^2e^{ka}-(k_1+ik)^2e^{-ka}}$$

$$(k_1+ik)^2e^{ka}-(k_1-ik)^2e^{-ka}=(k_1^2-k^2)(e^{ka}-e^{-ka})+$$

$$+2ik_1k(e^{ka}+e^{-ka})$$

олдуғундан

$$chka=\frac{e^{ka}+e^{-ka}}{2} \quad \text{вә} \quad shka=\frac{e^{ka}-e^{-ka}}{2}$$

һиперболик функсијаларындан истифадә едәрәк $\frac{A_3}{A_1}$ вә $\frac{A_3^*}{A_1^*}$ нисбәтләри үчүн

$$\frac{A_3}{A_1}=\frac{2ik_1ke^{ik_1a}}{(k_1^2-k^2)shka+2ik_1kchka};$$

$$\frac{A_3^*}{A_1^*}=\frac{-2k_1ke^{-ik_1a}}{(k_1^2-k^2)shka-2ik_1kchka}$$

ифадәләрини аларыг. Бунларын $D$ үчүн јаздығымыз

$$D = \frac{4k_1^2k^2}{(k_1^2-k^2)^2 sh^2 ka + 4k_1^2k^2 ch^2 ka} =$$

$$= \frac{4k_1^2k}{(k_1^2-k^2)^2 sh^2 ka + 4k_1^2k^2(1+sh^2 ka)}$$

$ch^2 ka - sh^2 ka = 1$ олдуғундан, шәффафлыг әмсалы үчүн

$$D = \frac{4k_1^2k^2}{(k_1+k)^2 sh^2 ka + 4k_1^2k^2}$$

ифадәсини аларыг.

Көстәрмәк олар ки, бөјүк күтләли зәррәчикләр үчүн демәк олар ки, бүтүн һалларда, електрон үчүн исә $a=1Å=10^{-8}$ *см* олдугда $U-E$ фәргинин $U-E\geq 15eV$ гијмәтиндә $sh^2ka$-ни $\frac{1}{4}e^{2ka}$ -ә бәрабәр көтүрмәк олар. Доғрудан да $U-E=15eV$ вә $a=1Å$ олдугда:

$$ka = \frac{2\pi a}{h}\sqrt{2m(U-E)} = \frac{2\pi\cdot 10^{-8}}{6,62\cdot 10^{-27}}\sqrt{9,1\cdot 10^{-28}\cdot 15} \approx$$

$$\approx \frac{6,28}{6,62}\cdot 2,094 \approx 2$$

олар. Онда

$$sh^2 ka = \frac{1}{4}e^{2ka} + \frac{1}{4}e^{-2ka} - \frac{1}{2} \approx \frac{1}{4}e^{2ka}$$

вә



$$D = \frac{4}{\frac{1}{4}\left(\frac{k_1}{k}+\frac{k}{k_1}\right)^2 e^{2ka} + 4}$$

олар. Бу ифадәнин мәхрәҹиндәки 4 әдәдини $e^{2ka}$-јә нисбәтән нәзәрә алмамаг олар. Бундан башга $k_1$ вә $k$ ејни тәртибли кәмијјәт олдуғуну нәзәрә алсаг, онда:

$$D = D_0 e^{-2ka} = D_0 e^{-\frac{4\pi a}{h}\sqrt{2m(U-E)}}$$

јазмаг олар. Бурада $D_0$ - ваһидә јахын сабит әдәддир. Бу ифадәдән көрүнүр ки, потенсиал чәпәрин шәффафлығы онун $a$ ениндән чох кәскин дәрәҹәдә асылыдыр.

Буну гејд етмәк лазымдыр ки, зәррәҹијин потенсиал чәпәриндән кечмәси енержи иткиләри илә нәтиҹәләнмир; зәррәчик потенсиал чәпәрдән III областа кечдикдә малик олдуғу енержи, онун потенсиал чәпәрин үзәринә дүшмә енержисинә бәрабәрдир.

Биз дүзбуҹаглы шәклиндә олан садә потенсиал чәпәрдән зәррәҹијин кечмәси һадисәсини нәзәрдән кечирдик. Көстәрмәк олар ки, ихтијари формалы протенсиал чәпәрин шәффафлыг әмсалы:

$$D = D_0 e^{-\frac{4\pi}{h}\sqrt{2m}\int_0^a \sqrt{U(x)-E}\,dx}$$

дүстуру илә һесабланыр. Бурада $D_0$-ваһид тәртибиндә олан сабитдир. $D$ үчүн алдығымыз ифадәнин тәһлили көстәрир ки, $E<U$ олдугда белә зәррәчик чәпәри кечиб III областа дахил олур. Белә кечид енержи нөгтеји-нәзәриндән гадаған олунмалыдыр. Лакин квант механикасы бу кечидин мүәјјән еһтимала малик олмасыны көстәрир. Онда һөкм етмәк олар ки, зәррәчик чәпәрдән сызыб кечир. Зәррәчикләрин потенсиал чәпәрдән белә сызыб кечмәси һадисәсини чох вахт тунел ефекти адландырырлар. Тунел ефекти

термининин мә'насы потенсиал чәпәрдән кечмәк үчүн зәррәчик, онун тәпәсиндән јох, ичәрисиндән тунелдән кечән кими сызыб кечмәси илә әлагәдардыр.

Тунел кечидләринин нәзәри әсаслары совет алимләри Л.М.Манделштам вә М.А.Леонтович тәрәфиндән верилмишдир.

Классик механиканын изаһ едә билмәдији бир чох һадисәләр квант механикасында зәррәчикләрин мәһз бу фәсилдә нәзәрдән кечирилән өзүнәмәхсус хассәләринә әсасән чох асанлыгла изаһ олунур.

## §5.8.Хәтти һармоник осилјатор

Квант механикасынын нисбәтән мүрәккәб мәсәләләриндән бири дә хәтти һармоник осилјатор мәсәләсидир. Хәтти осилјатор дедиркдә таразлыг вәзијјәти әтрафында кичик рәгс едән зәррәчик баша дүшүләҹәјик; буна мисал олараг молекулун тәркибиндә атомларын рәгсини, кристал гәфәсин истилик һәрәкәтини вә с. костәрмәк олар. Үмуми физика курсундан мә'лумдур ки, һармоник рәгс (һармоник осилјатор) квази-еластики гүввә $\vec{F} = -k\vec{x}$ тә'сири алтында баш верир; белә осилјаторун потенсиал енержиси $U = \frac{kx^2}{2}$ мәхсуси тезлији исә $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ илә тә'јин олунур. Осилјаторун $U = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$ потенсиал енержисинә малик олдуғуну гәбул едиб квант механикасы нөгтеји-нәзәрдән бу мәсәләни тәһлил едәк: Бунун үчүн (5.7) тәнлијиндән истифадә едәк:

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(E - U)\psi = 0$$



$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}\left(E - \frac{m\omega^2 x^2}{2}\right)\psi = 0$$

Бу тәнлији һәлл етмәздән әввәл

$$\lambda = \frac{8\pi^2 mE}{h^2} \quad \text{вә} \quad \alpha^2 = \frac{4\pi^2 m^2\omega^2}{h^2}$$

ишарәләрини гәбул етсәк, тәнлик ашағыдакы шәклә дүшәр:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + (\lambda - \alpha^2 x^2)\psi = 0 \qquad (5.21)$$

Осилјатор мәсәләсинин тәһлили һәрәкәт тәнликләринин мүхтәлиф олмасына бахмајараг әввәлки параграфларда бахылан мәсәләләрин тәһлилиндән сәрһәд шәртләринин олмамасә илә фәргләнир. Она корә дә мәсәләдә $x \to \pm\infty$ далға функсијасынын мәһдудлуғуну тәләб едәҹәјик. Бу тәләби өдәмәк хатиринә тәнлијин һәллини:

$$\psi(x) = e^{-\gamma x^2} f(x)$$

шәклиндә ахтараг:

$$\psi'(x) = -2\gamma x e^{-\gamma x^2} f(x) + e^{-\gamma x^2} f'(x)$$

$$\psi''(x) = -2\gamma e^{-\gamma x^2} f(x) + 4\gamma^2 x^2 e^{-\gamma x^2} f(x) - 4\gamma x e^{-\gamma x^2} f'(x) + e^{-\gamma x^2} f''(x)$$

Бу ифадәләри (5.17) тәнлијиндә јазыб $e^{-\gamma x^2}$ ихтисар етсәк:

$$f''(x) - 4\gamma x f'(x) + (\lambda - 2\gamma + 4\gamma^2 x^2 - \alpha^2 x^2) f(x) = 0$$

аларыг. Бу ифадәдән көрүнүр ки, $\gamma = \frac{\alpha}{2}$ сечсәк, тәнлик садәләшәр, јә'ни:

$$f''(x) - 2\alpha x f'(x) + (\lambda - \alpha) f(x) = 0 \qquad (5.21^1)$$

аларыг. Бу тәнлијин һәллини

$$f(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \xi^n, \quad \xi = \sqrt{\alpha} \cdot x$$

шәклиндә ахтараг:

$$f'(\xi) = \Sigma n a_n \xi^{n-1}$$

$$f''(\xi) = \Sigma n(n-1) a_n \xi^{n-2}$$

Бу ифадәләри сонунчу тәнликдә јеринә јазсаг:

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) a_n \xi^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} (\lambda - \alpha - 2\alpha n) a_n \xi^n = 0 \qquad (5.22)$$

аларыг. (5.22) ифадәсинә дахил олан $a_n$-әмсалларыны тә'јин етмәк үчүн чәми ачыб ејни дәрәчәли $\xi$-ин әмсалларыны бәрабәрләшдирмәк лазымдыр. бу әмәлијјаты башга үсулла да етмәк олар. (5.22) мүнасибәтиндә биринчи чәмин $n=0$ вә $n=1$ һәддләри сыфыр олур, сыфырдан фәргли һәдд $n=2$-дән башлајыр; буну нәзәрә алмаг үчүн биринчи чәмдә $n \to n+2$ илә әвәз етсәк:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(n+2) a_{n+2} \xi^n + \sum_{n=0}^{\infty} (\lambda - \alpha - 2\alpha n) a_n \xi^n = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left\{ (n+1)(n+2) a_{n+2} + (\lambda - \alpha - 2\alpha n) a_n \right\} \xi^n = 0$$



аларыг. Ахырынчы мүнасибәтин өдәнмәси үчүн:

$$(n+1)(n+2) a_{n+2} + (\lambda - \alpha - 2\alpha n) a_n = 0$$

$$a_{n+2} = \frac{\alpha + 2\alpha n - \lambda}{(n+1)(n+2)} \cdot a_n \qquad (5.23)$$

олмалыдыр. (5.23) рекурент мүнасибәти әмсалларын бирини дикәри васитәсилә ифадә етмәјә имкан верир. Доғрудан да (5.23) мүнасибәтинин тәһлили көстәрир ки, тәк нөмрәли әмсаллары $a_1$, чүт нөмрәли әмсаллары исә $a_0$ - васитәсилә ифадә етмәк олар:

$$a_2 = \frac{\alpha - \lambda}{1*2} a_0 \qquad a_3 = \frac{3\alpha - \lambda}{2*3} a_1$$

$$a_4 = \frac{5\alpha - \lambda}{3*4} a_2 \qquad a_5 = \frac{7\alpha - \lambda}{4*5} a_3$$

$$a_6 = \frac{9\alpha - \lambda}{5*6} a_4 \qquad a_7 = \frac{11\alpha - \lambda}{6*7} a_5$$

Сон нәтичәдә ики намә'лум $a_0$ вә $a_1$ әмсаллары галыр ки, бунун бирини ихтијари (мәсәлән, $a_1 = 1$) көтүрүб, дикәрини нормаллыг шәртиндән тә'јин етмәк олар.

Беләликлә, принсипчә далға функсијасыны тә'јин етмиш олуруг; лакин һәләлик буну етмәјиб бизим үчүн мараглы олан хүсусијјәти тәһлил едәк.

(5.21) тәнлијинин үмуми һәллини

$$\psi(\xi) = e^{-\frac{\xi^2}{2}} \Sigma a_n \xi^n \qquad \xi = \sqrt{\alpha} \cdot x$$

шәклиндә тә'јин етдик ки, $a_n$ - әмсаллары (5.23) мүнасибәти илә верилир. Бу һәллин тәһлили көстәрир ки, $\xi \to \infty, \Sigma a_n \xi^n$ сырасы $n$-ин бөјүк гијмәтләриндә өзүнү $n$ кими апарыр; белә һәлл далға функсијасынын мәһдудлуғуну позур. Далға функсијасынын мәһдудлуғуну тә'мин етмәк үчүн (5.23) рекурент мүнасибәти илә тә'јин олунан сыранын полинома чеврилмәси шәртини гојурлар, јә'ни тәләб едирләр ки, сыранын $n$-ә гәдәр олан әмсаллары сыфырдан фәргли $a_n \neq 0$, $n$-дән сонра кәлән әмсаллар исә сыфыр олсун. $a_{n+2} = 0$ шәртини (5.23) -да нәзәрә алсаг:

$$\alpha + 2\alpha n - \lambda = 0; \qquad \lambda = 2\alpha\left(n + \frac{1}{2}\right)$$

α вә λ-нын гијмәтләрини јеринә јазсаг:

$$E = \frac{h}{2\pi}\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) = \left(n + \frac{1}{2}\right)h\nu \qquad (5.24)$$

аларыг. (5.24)-дә $n$-там гијмәтләр алдығындан оссилјаторун енержиси квантланыр вә енержи сәвијјәләри бир-бириндән ејни $h\nu$ гәдәр фәргләнир. Оссилјаторун минимал енержиси $n=0$ һалына тәвафүг едир. бу һалы әсас һал кими гәбул етсәк, ујғун $E_0 = \frac{1}{2}h\nu$ енержисини һеч бир васитә илә сыфыр етмәк мүмкүн дејил. Мәһз буна көрә дә $E_0 = \frac{1}{2}h\nu$-ја ујғун рәгсә, сыфырынчы рәгс, енержијә исә сыфырынчы рәгсин енержиси дејирләр. Сыфырынчы рәгсин һесабына мүтләг сыфырда $(T=0)$ да кристал гәфәсин рәгси дајанмыр. Сыфырынчы рәгсин мөвчуд олмасыны ашағы температурларда ишығын кристалдан сәпилмәси һадисәсинин тәчрүби тәһлили тәсдиг етмишдир. Тәчрүбәдә мүәјјән олунмушдур ки, кристалдан сәпилән шуанын интенсивлији температур азалдыгча сыфра јох, мүәјјән бир гијмәтә јахынлашыр. Бу ону көстәрир ки, мүтләг сыфыр температурунда да кристал



гәфәсин атомлары өз рәгсләрини дајандырмыр. Алдығымыз (5.20) дүстуру көстәрир ки, һармоник оссилјаторун енержиси $h\nu$ гәдәр дәјишә биләр. Бу нәтичә Планкын мүтләг гара чисмин шүа бурахма габилијјәтини һесабламаг үчүн етдији һипотез илә үст-үстә дүшүр. Лакин бу һипотездә сыфырынчы рәгс өз јерини тапа билмәдијиндән демәк олар ки, бурада $\frac{1}{2}h\nu$ гәдәр сәһвә јол верилиб.

Инди далға функсијасыны тәһлил едәк: (5.17) тәнлијинин һәллини:

$$\psi(\xi) = e^{-\frac{\xi^2}{2}} f(\xi)$$

шәклиндә ахтардыг. $f(\xi)$-функсијасы үчүн алдығымыз (5.17) тәнлијинә дахил олан тәк вә чүт нөмрәли әмсалларын һамысы (5.19) рекурент мүнасибәти васитәсилә $a_0$ вә $a_1$ илә ифадә едилди. Бу ики әмсалдан бирини ихтијары көтүрсәк, һәллә бир намә'лум сабит дахил олар ки, бу да нормаллыг шәртиндән тә'јин едилмәлидир. Беләликлә, үмуми һәллин ифадәсини бир сабитин дахил олмасы шәклиндә көстәрсәк:

$$\psi_n(\xi) = A_n e^{-\frac{\xi^2}{2}} f_n(\xi)$$

белә тәсвир $n$-ин һәјәчанлашмыш һалын далға функсијасыны ифадә едир. Бу һәллә дахил олан $f_n$ функсијасы (5.23) шәрти дахилиндә (5.21) тәнлијини өдәмәлидир, јә'ни:

$$f_n''(\xi) - 2\xi f_n'(\xi) + 2nf_n(\xi) = 0$$

бу тәнлик Чебышев-Ермит тәнлији адланыр; $f_n(\xi)$ -функсијасы исә Чебышев-Ермит полиному адланыр. Бу полиному адәтән $H_n(\xi)$ илә ишарә едиб ашағыдакы шәкилдә көстәрирләр:

$$f_n(\xi) \equiv H_n(\xi) = (-1)^n e^{\xi^2} \frac{d^n}{d\xi^n} e^{-\xi^2}$$

Чебышев-Ермит полиномунун бир нечә һәддинин ифадәсини јазаг:

$$H_0(\xi) = 1; \quad H_1(\xi) = 2\xi; \quad H_2(\xi) = 4\xi^2 - 2; \quad H_3(\xi) = 8\xi^3 - 12\xi$$

Үмуми һәлдә дахил олан $A_n$ -әмсалы α-дан асылы олмагла нормаллыг шәртиндән тә'јин едилир:

$$A_n = \sqrt[4]{\frac{\alpha}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2^n \cdot n!}}$$

Бу шәкилдә тә'јин олунан далға функсијасы $n$ -дән асылы олур. $n=0$ олдугда далға функсијасы heч заман сыфыр олмур. $n=1$ олдугда далға функсијасы $\xi=0$ нөгтәсиндә сыфыр олур. $n$-ин гијмәти бөјүдүкчә далға функсијасынын сыфыра бәрабәр олан нөгтәләринин (дүјүн нөгтәләри) сајы артыр. (бах §5.5).

### §5.9. Кулон саһәсиндә һәрәкәт

Әввәлки параграфларда тәһлил етдијимиз мәсәләләрдән ајдын олур ки, һәр һансы бир физики системин өјрәнилмәси, ујғун Шрединкер тәнлијинин һәлл едилмәсинә кәтирилир ки, тәнлији һәлл етмәклә системин далға функсијасы вә енержи спектри тә'јин едилир. Квант механикасынын садә реал мәсәләләриндән бири дә зәррәчијин нүвәнин Кулон саһәсиндә һәрәкәти мәсәләсидир. Бу мәсәләни һәлл етмәк үчүн фәрз едәк ки, јүкү $Ze$ олан нүвә сүкунәтдә олмагла сферик-симметрик потенсиала (мәркәзи симметријаја) маликдир, јә'ни потенсиал јалныз нүвә илә онун саһәсиндә һәрәкәт едән електрон арасындакы мәсафәнин әдәди гијмәтиндән асылыдыр. Кулон саһәси мәркәзи симметријаја малик олан потенсиала ән јахшы мисалдыр; бу



мәсәләни һәлл етмәк үчүн електронла нүвә арасындакы гаршылыглы тә'сир енержиси мә'лум олмалыдыр. Бу енержи һидрокен вә һидрокенәбәнзәр атомлар үчүн

$$U = -\frac{Ze^2}{r}$$

илә ифадә олунур. Шрединкер тәнлијини електронун нүвәнин Кулон саһәсиндә һәрәкәтинә тәтбиг етмәк үчүн (5.7) тәнлијиндә потенсиал енержинин јухарыдакы ифадәсини нәзәрә алсаг:

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2}\left(E + \frac{Ze^2}{r}\right)\psi(r) = 0 \qquad (5.25)$$

тәнлијини аларыг. (5.25) тәнлијини һәлл етмәклә електронун далға функсијасыны вә енержи спектрини тә'јин етмәк олар. Квант механикасында бу вә ја дикәр мәсәләни һәлл етдикдә һәлл үсулу елә сечилмәлидир ки, о һәм мәсәләнин симметријасыны өзүндә әкс етдирсин вә һәм дә нисбәтән аз ријази чәтинлијә кәтирсин. Бу дејиләнләри нәзәрә алсаг (5.25) тәнлији сферик координатларда һәлл едилмәлидир. Бунун үчүн $X$, $Y$, $Z$ координатларындан $r$, $\theta$, $\varphi$ координатларына ашағыдакы мүнасибәтләрлә кечмәк лазымдыр:

$$x = r\sin\theta\cos\varphi; \qquad y = r\sin\theta\sin\varphi; \qquad z = r\cos\theta$$

Биз бу кечидләри етмәјиб һазыр нәтичәләрдән истифадә едәк. Сферик координатларда Лаплас оператору ашағыдакы кими ифадә олунур (бах §4.3)

$$\Delta \equiv \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right] =$$

$$= \Delta_r + \frac{1}{r^2}\Delta_{\theta,\varphi};$$

$\psi(x,y,z) \to \psi(r,\theta,\varphi)$

(5.21) тәнлијиндә буну нәзәрә алсаг:

$$\Delta_r\psi(r,\theta,\varphi)+\frac{1}{r^2}\Delta_{\theta,\varphi}\psi(r,\theta,\varphi)+\frac{8\pi^2 m}{h^2}\left(E+\frac{Ze^2}{r}\right)\psi(r,\theta,\varphi)=0$$

Бу тәнлији Фурје үсулу илә һәлл едәк, јә'ни далға функсијасыны ики функсијанын һасили шәклиндә

$$\psi(r,\theta,\varphi)=R(r)\cdot Y(\theta,\varphi)$$

тәсвир едәк. Бу тәсвири сонунчу тәнликдә јеринә јазыб, радиус вә бучагдан асылы олан һиссәләри ајырсаг:

$$Y(\theta,\varphi)\Delta_r R(r)+\frac{R(r)}{r^2}\Delta_{\theta,\varphi}Y(\theta,\varphi)+$$
$$+\frac{8\pi^2 m}{h^2}\left(E+\frac{ze^2}{r}\right)R(r)Y(\theta,\varphi)=0$$

$$r^2\frac{\Delta_r R(r)}{R(r)}+r^2\frac{8\pi^2 m}{h^2}\left(E+\frac{ze^2}{r}\right)=-\frac{\Delta_{\theta,\varphi}Y(\theta,\varphi)}{Y(\theta,\varphi)}$$

аларыг. Сонунчу тәнлијин сол тәрәфи јалныз $r$-дән, сағ тәрәфи исә θ, φ -дән асылыдыр; бу о заман мүмкүндүр ки, бәрабәрлијин һәр ики тәрәфи сабит олсун, јә'ни

$$-\frac{\Delta_{\theta,\varphi}Y(\theta,\varphi)}{Y(\theta,\varphi)}=k^2;\quad \Delta_{\theta,\varphi}Y(\theta,\varphi)=-k^2Y(\theta,\varphi)$$

$$r^2\frac{\Delta_r R(r)}{R}+r^2\cdot\frac{8\pi^2 m}{h^2}\left(E+\frac{ze^2}{r}\right)=k^2$$



олсун. Квант механикасы курсунда көстәрилир ки, $\Delta_{\theta,\varphi}Y(\theta,\varphi)=-k^2Y(\theta,\varphi)$ тәнлијинин һәлли јалныз $k^2=l(l+1)$ гијмәтләриндә мүмкүндүр $(l=0,1,2,\ldots)$. Буну нәзәрә алсаг $R(r)$ үчүн јазылан тәнлик ашағыдакы шәкли алар:

$$\Delta_r R(r)+\frac{8\pi^2 m}{h^2}\left[E+\frac{ze^2}{r}-\frac{h^2 l(l+1)}{8\pi^2 mr^2}\right]R(r)=0$$

$\Delta_r\equiv\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)$ олдуғуну нәзәрә алсаг:

$$\frac{d^2R}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dR}{dr}+\frac{8\pi^2 m}{h^2}\left[E+\frac{ze^2}{r}-\frac{h^2 l(l+1)}{8\pi^2 mr}\right]R(r)=0 \qquad (5.26)$$

Бу тәнлији далға функсијасынын радиал һиссәси үчүн Шрединкер тәнлији адландырырлар. Әввәлчә (5.26) тәнлијинин асимтотик һәлләрини арашдыраг:

а) $r\to\infty$. Онда (5.26) тәнлији

$$\frac{d^2R(r)}{dr^2}+\frac{8\pi^2 mE}{h^2}R(r)=0$$

шәклини алыр ки, бу да сәрбәст електронун һәрәкәт тәнлијидир; бу белә дә олмалы иди, чүнки $r\to\infty$ електронла нүвә арасында гаршылыглы тә'сир $F\to 0$ олур вә тәнлијин һәллини

$$R(r)=Ae^{ikr}+Be^{-ikr};\qquad k^2=\frac{8\pi^2 mE}{h^2}$$

шәклиндә алырыг.

б) $r \to 0$ (5.26) тәнлијинин әмсаллары мәхсусијјәтә малик олдуғундан, тәнлији $r^2$ вураг:

$$r^2 \frac{d^2R}{dr^2} + 2r\frac{dR}{dr} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}\left[r^2E + rze^2 - \frac{h^2 l(l+1)}{8\pi^2 m}\right]R(r) = 0$$

мө’тәризәдәки ифадәнин биринчи вә икинчи һәдди сыфыр олур:

$$r^2\frac{d^2R}{dr^2} + 2r\frac{dR}{dr} - l(l+1)R(r) = 0$$

Бу тәнлијин һәллини:

$$R(r) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n r^n$$

шәклиндә ахтараг:

$$R'(r) = \Sigma n b_n r^{n-1}; \qquad R'' = \Sigma n(n-1)b_n r^{n-2}$$

Бу гијмәтләри тәнликдә јеринә јазаг:

$$\Sigma n(n-1)b_n r^n + 2\Sigma n b_n r^n - l(l+1)\Sigma b_n r^n = 0$$

$$\Sigma b_n\{n(n-1) + 2n - l(l+1)\}r^n = 0$$

$$n^2 + n - l(l+1) = 0$$

Бу чәбри тәнлији һәлл етмәклә $n$ үчүн ашағыдакы гијмәтләри аларыг:



$$n = \begin{cases} l \\ -(l+1) \end{cases}$$

Онда тәнлијин һәлли

$$R(r) = \sum_{l=0}^{\infty} b_l r^l + \sum_{l=0}^{\infty} b_{-(l+1)} r^{-(l+1)}$$

олар. Бу һәлл $r \to 0$ һалыны характеризә етдијиндән $b_{-(l+1)} \equiv 0$ котүрмәлијик; әкс тәгдирдә далға функсијасынын мәһдудлуг шәрти позулар.

Беләликлә, (5.26) тәнлијинин асимптотик һәлләрини тапдыг. Инди үмуми һәлли мүәјјәнләшдирәк. Бунун үчүн үмуми һәлли елә сечмәк лазымдыр ки, асимптомик һәлләр үмуми һәлдә тәмсил олсун; јә’ни үмуми һәлли ашағыдакы кими ахтараг:

$$R(r) = e^{ikr}\Sigma a_n r^{n+l} \qquad (5.27)$$

Бу һәллин биринчи вә икинчи тәртиб төрәмәләрини тапыб (5.22) тәнлијиндә јеринә јазыб $e^{ikr}$ ихтисар етсәк:

$$R' = ike^{ikr}\Sigma a_n r^{n+l} + e^{ikr}\Sigma(n+l)a_n r^{n+l-1}$$

$$R'' = -k^2 e^{ikr}\Sigma a_n r^{n+l} + 2ike^{ikr}\Sigma(n+l)a_n r^{n+l-1} +$$
$$+ e^{ikr}\Sigma(n+l)(n+l-1)a_n r^{n+l-r}$$

$$\Sigma a_n\left[2ik(n+l) + 2ik + \frac{8\pi mze^2}{h^2}\right]r^{n+l-1} +$$
$$+ \Sigma a_n\left[(n+l)(n+l-1) + 2(n+l) - l(l+1)\right]r^{n+l-2} = 0$$

аларыг. Бу ифадәдән һәллә дахил олан $a_n$ - әмсалларыны тә'јин етмәк үчүн $r$-ин ејни дәрәчәләринин әмсалларыны бәрабәрләшдирмәк лазымдыр. бу әмәлијјаты һармоник оссилјатор мәсәләсиндә $\xi$-ин үстләринин бәрабәрләшмәси илә еквивалент олдуғуну мүәјјәнләшдирдик. Она көрә дә бурада да икинчи чәмдә $n \to n+1$ илә әвәз едәк:

$$\Sigma\left\{\left[2ik(n+l+1)+\frac{8\pi^2 mze^2}{h^2}\right]a_n + \left[(n+l+2)(n+l+1)-l(l+1)\right]a_{n+1}\right\}r^{n+l-1}=0$$

аларыг ки, бурадан да:

$$a_{n+1} = \frac{2ik(n+l+1)+\frac{8\pi^2 mze^2}{h^2}}{l(l+1)-(n+l+1)(n+l+2)}a_n$$

олар. Алдығымыз бу рекурент мүнасибәт әмсалларын һамысыны $a_0$-васитәсилә ифадә етмәјә имкан верир; $a_0$-әмсалы исә нормаллыг шәртиндән тә'јин едилир.

Беләликлә, (5.26) тәнлијинин һәлли принсипчә тапылмыш олур ки, биз һәллин ашкар шәклини һәләлик мүәјјәнләшдирмәјиб онун бә'зи хүсусијјәтләрини тәһлил едәк. (5.26) һәллинин тәһлили көстәрир ки, $r \to \infty$ о өзүнү $e^{kr}$ кими апарыр. Доғрудан да $n >> 1$ гијмәтләриндә рекурент мүнасибәтдән $a_{n+1} \approx \frac{2k}{n}a_n$ алыныр, бурадан исә $a_{n+1} \approx \frac{(2k)^n}{n!}a_0$ олар. белә әмсаллар $a_0e^{2kr}$ функсијасы сырасынын әмсаллары илә үст-үстә дүшүр; јә'ни $r \to \infty$ (5.27) һәлли өзүнү $e^{kr}$ кими апарыр. Бу о демәкдир ки, әввәлән асимптотик һәлл (а-һалы) өдәнмир, икинчи исә (5.27) илә тә'јин олунан далға функсијасы гүввә



мәркәзиндән (саһәдән) чох-чох узаг мәсафәләрдә мәһдуд олмур. (5.27) сырасы илә тә'јин олунан һәллин (5.26) тәнлијини өдәмәклә онун мәһдудлуғуну тә'мин етмәк үчүн оссилјатор мәсәләсиндә олдуғу кими, бу сыраны кәсиб полинома чеврилмәлијик; јә'ни тәләб етмәлијик ки, елә бир $n_r$ нөмрәли әмсал вар ки, $a_{n_r} \neq 0$, $a_{n_r+1} = a_{n_r+2} = \ldots = 0$ өдәнилир; $a_{n_r+1} = 0$ олмасы үчүн рекурент мүнасибәтин сурәти сыфыр олмалыдыр, јә'ни

$$2ik(n_r+l+1)+\frac{8\pi^2 mze^2}{h^2}=0$$

Бу ифадәни квадрата јүксәлдиб $k^2 = \frac{8\pi^2 mE}{h^2}$ олдуғуну нәзәрә алсаг:

$$E=-\frac{2\pi^2 mz^2e^4}{h^2(n_r+l+1)^2}$$

алырыг. Бу о демәкдир ки, енержинин бу гијмәтиндә $a_{n_r+1} = 0$ шәрти өдәнир. $n_r+l+1=n$ илә ишарә етсәк

$$E=-\frac{2\pi^2 mz^2e^4}{h^2n^2}$$

алырыг; бурада $n$ - баш квант әдәди, $n_r$ -радиал квант әдәди, $l$ - исә азимутал вә ја орбитал квант әдәдт адланыр. Дүстурдан көрүнүр ки, енержи кватланыр, бу ифадә Бор нәзәријјәсиндә алынан ифадә илә үст-үстә дүшдүјүндән ону тәһлил етмәјәчәјик, лакин гејд едәк ки, Бор нәзәријјәсиндә алдығымыз бүтүн нәтичәләр бурадан алыныр. Бор нәзәријјәсиндә бу нәтичә квантланма шәртләрини дахил етмәклә алындығы һалда, квант механикасында далға

функсијасы үзәринә гојулан стандарт шәртләрдән биринин өдәнилмәси шәраитиндә алыныр.

Гејд едәк ки, $n$ -артдыгча сәвијјәләр арасындакы мәсафә кичилир вә $n\to\infty$ дискрет спектр бүтөв спектрә кечир.

Гејд едәк ки, далға функсијасынын радиал һиссәси, јухарыда әмсаллар үчүн алдығымыз рекурент мүнасибәтлә мүәјјән едилир. Бу мүнасибәтдән тә'јин олунан әмсаллары (5.27) һәллиндә јеринә јазсаг, алдығымыз ифадә үмумиләшмиш Лакерр полиномундан сабит бир вуругла фәргләнәчәкдир, јә'ни

$$R_{nl}(\xi)=A_{nl}\xi^{l}e^{-\alpha}L_{n+l}^{2l+1}(\xi)$$

$$L_n^m(\xi)=\frac{1}{n!}e^{\xi}\xi^{-m}\frac{d^n}{d\xi^n}\left(e^{-\xi}\xi^{n+m}\right)$$

Үмумиләшмиш Лакерр полиному $L_n^m(\xi)$ -исә Лакерр чохһәдлиси илә ашағыдакы мүнасибәтлә бағлыдыр:

$$L_n^m(\xi)=e^{\xi}\frac{d^m}{d\xi^m}L_n(x)$$

Беләликлә, далға функсијасынын радиал һиссәсини ашағыдакы кими көстәрмәк олар:

$$R_{nl}(\xi)=A_{nl}\cdot\xi^{l}e^{-\xi/2}\frac{d^{2l+1}}{d\xi^{2l+1}}L_{n+l}(\xi)=$$

$$=\frac{A_{nl}}{(n+l)!}\xi^{l}e^{-\xi}\frac{d^{2l+1}}{d\xi^{2l+1}}(e^{-\xi}\xi^{n+l})$$

$$\xi=\frac{r}{a_0};\quad a_0=\frac{h^2}{4\pi^2me^2}$$



Бу ифадәјә дахил олан $A_{nl}$ -әмсаллары исә јухарыда гејд едилдији кими нормаллыг шәртиндән тә'јин едилир. Инди биринчи ики енержи сәвијјәсинә тәвафүг едән далға функсијасынын ифадәсини јазаг:

$$R_{1,0}(\xi)=2\sqrt{\frac{z^3}{a_0^3}}e^{-z\xi}$$

$$R_{2,0}(\xi)=\sqrt{\frac{z^3}{2a_0^3}}e^{-\frac{z}{2}\xi}\left(1-\frac{z}{2}\xi\right)$$

$$R_{2,1}(\xi)=\sqrt{\frac{z^3}{6a_0^3}}e^{-\frac{z}{2}\xi}\cdot\frac{z}{2}\xi$$

Далға функсијасы үчүн алдығымыз ифадәләрдән көрүнүр ки, о үч $n$, $l$, $m_z$ квант әдәдләри илә тә'јин едилир. Енержи спектри исә јалныз баш квант әдәди $n$-илә тә'јин едилир. Бу һалда биз $l$ вә $m_z$ -ә көрә чырлашма алырыг. Әкәр гаршылыглы тә'сир енержисинин характерини чүзи дәјишсәк енержи спектринин $l$-дән асылы олдуғуну көрәрик. Она көрә дә белә чырлашмаја тәсадүфү чырлашма дејирләр.

Инди далға функсијасы $\psi(r,\theta,\varphi)$-нин бучаг һиссәсини тәһлил едәк. (5.26) тәнлијиндән көрүнүр ки, далға функсијасынын радиал һиссәси потенсиал енержинин характериндән асылы олмајыб јалныз һәрәкәт мигдары моментиндән (бизим бахдығымыз сәпкидә $l$-дән) асылыдыр. Квант механикасы курсунда көстәрилир ки, далға функсијасынын бучаг һиссәси һәрәкәт мигдары моментинин квадраты вә онун $z$-оху истигамәтиндәки пројексијасындан асылыдыр; јә'ни $Y(\theta,\varphi)$ сферик функсија $l$ вә $m_z$ -дән асылыдыр $Y(\theta,\varphi)\to Y_{lmz}(\theta,\varphi)$. $\psi(r,\theta,\varphi)=R_{nl}(r)Y_{lmz}(\theta,\varphi)$ илә тә'јин олунан електронун $dV=r^2drd\Omega$ һәчминдә олма еһтималы:

$$dW(r,\theta,\varphi) = |\psi(r,\theta,\varphi)|^2 dV = |R(r)Y_{lmz}(\theta,\varphi)|^2 r^2 dr d\Omega$$

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$$

олар. Бу ифадәни бучаглара көрә интегралласаг електронун $dr$ тәбәгәсиндә ($r$ илә $r+dr$ интервалы) олма еһтималыны аларыг. $r$-ә көрә $0$-дан $\infty$-гәдәр интегралласаг исә електронун $d\Omega$ чисим бучағы интервалында олма (пајланма) еһтималыны тапарыг, јә'ни

$$dW \sim |Y_{lmz}(\theta,\varphi)|^2 d\Omega$$

$Y_{lmz}(\theta,\varphi)$ - сферик функсијасынын квант механикасы курсунда тәһлили костәрир ки, о $z$-дән асылы олмур. Бу о демәкдир ки, $z$-охуна перпендикулјар мүстәви үзәриндә електронун пајланма еһтималы там симметрикдир. Үмуми һалда бу еһтималы һесабламајыб хүсуси һаллар үчүн онун һесабланмыш гијмәтләрини нәзәрдән кечирәк. $l=0$ вә $m_z=0$ олдугда:

$$dW_{0,0} \sim \frac{1}{4\pi} d\Omega$$

$l=1$, $mz=0$ вә $mz=\neq 1$ олдугда исә

$$dW_{1,0} \sim \frac{3}{4\pi} \cos^2\theta d\Omega$$

$$dW_{1,\pm 1} \sim \frac{3}{8\pi} \sin^2\theta d\Omega$$

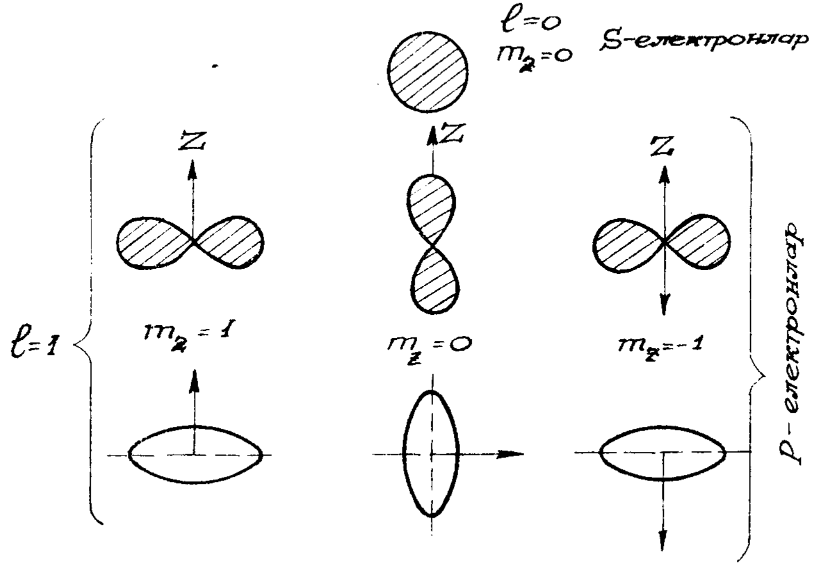
олур. Алдығымыз бу пајланмалар шәкил 17-дә көстәрилмишдир.

Беләликлә, квант механикасы көстәрир ки, електрон нүвә әтрафында мүәјјән пајланма еһтималына маликдир.



$l=0$ -да пајланма сферик-симметријаја маликдир ки, бу Борун даирәви орбитинә, $l=1$ -дә алынан пајланма еллиптик орбитә ујғун кәлир, вә с. Електронун мүәјјән орбитал моментә малик олан һалларыны ашағыдакы кими ишарә едирләр:

$l=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4, \ldots$
$s,\ p,\ d,\ f,\ g, \ldots$




**Шәкил 17**

$l$ - квант әдәдинин гијмәти илә һәм дә һалын чүтлүјүну мүәјјән едирләр, јә'ни

$$\psi(r,\theta,\varphi) \to (-1)^l \psi(r,\theta,\varphi)$$

$s,\ d,\ g, \ldots$ һаллары чүт һаллар, , $p,\ f, \ldots$. һаллары исә тәк һаллар адланыр.

## §5.10. Ики зәррәчикдән ибарәт системин Шрединкер тәнлији

Әввәлки параграфларда електронун мүхтәлиф саһәләрдә һәрәкәтини Шрединкер тәнлији васитәсилә тәһлил етдик. Һидрокен атомунун тәһлилиндә нүвәни сүкунәтдә гәбул едиб, електронун нүвәнин кулон саһәсиндә һәрәкәтини араншдырдыг. Әслиндә исә бу мәсәләдә ики зәррәчик (електрон вә нүвә) иштирак едир. Дикәр груп мәсәләләр дә мөвчуддур ки, онларын араншдырылмасы чохзәррәчикли мәсәләнин һәллинә кәтирилир; мәсәлән, $z>1$ олан атомлар, молекуллар, нүвәләр, бәрк чисим мәсәләләри вә с. Она көрә дә ики електронлу систем үчүн Шрединкер тәнлијини мүәјјәнләшдирәк. Бунун үчүн Шрединкер тәнлијинин (5.10) шәклиндә јазылышындан истифадә едәк, јә'ни

$$\hat H\psi(r_1,r_2)=\hat E\psi(r_1,r_2)$$

бурада $H$ - системин һамилтон функсијасы, $\psi(r_1,r_2)$ ики електронлу системин далға функсијасы, $E$ исә енержисидир. Классик физикада консерватив системин һамилтон функсијасы кинетик вә потенсиал енержисинин чәминә бәрабәрдир, биз буну әсас гәбул едиб ики електронлу системин һамилтон функсијасыны јазаг:

$$H=\frac{P_1^2}{2m}+\frac{P_2^2}{2m}+U(r_1)+U(r_2)+V(r_{12})$$

$$r_{12}=\left|\vec r_1-\vec r_2\right|$$

Бурада, $P_1$, $U(r_1)$ биринчи електронун, $P_2$, $U(r_2)$ икинчи електронун импулсу вә харичи саһә илә гаршылыглы тә'сир енержиси, $V(r_{12})$ исә електронлар арасындакы гаршылыглы тә'сир енержисидир.

Алдығымыз классик һамилтон функсијасындан квант механикасына кечмәк үчүн ујғун динамик дәјишән кәмијјәтләрин һамысы (5.9) илә тә'јин олунан операторларла әвәз едилмәлидир, јә'ни

$$\left[\frac{\hat P_1^2}{2m}+\frac{\hat P_2^2}{2m}+U(r_1)+U(r_2)+V(r_{12})\right]\psi(r_1,r_2)=\hat E\psi(r_1,r_2)$$

Инди ашағыдакы тә'сири һесаблајаг:

$$\hat P^2\psi=\hat P(\hat P\psi)=\frac{ih}{2\pi}\vec\nabla\left(\frac{ih}{2\pi}\vec\nabla\psi\right)=-\frac{h^2}{4\pi^2}\vec\nabla^2\psi=-\frac{h^2}{4\pi^2}\Delta\psi$$

Онда:

$$\left(-\frac{h^2}{8\pi^2m}\Delta_1-\frac{h^2}{8\pi^2m}\Delta_2\right)\psi(r_1,r_2)+(U_1+U_2+V)\psi(r_1,r_2)=E\psi \qquad (5.28)$$

аларыг. Бу тәнлик гаршылыглы тә'сирдә олан ики електронлу систем үчүн Шрединкер тәнлијидир, ону һәлл етмәклә системин далға функсијасыны вә енержи спектрини тә'јин едирләр. Бу тәнлији үмуми шәкилдә јох, бир хүсуси һал үчүн тәһлил едәк.

Фәрз едәк ки, електронлар арасындакы гаршылыглы тә'сир, харичи саһә илә гаршылыглы тә'сирә нисбәтән чох-чох кичикдир; бу һалда $V(r_{12})$-нәзәрә алмамаг олар. Онда далға функсијасынын ајры-ајры електронларын далға функсијасынын һасили кими јазмаг олар.

$$\psi(r_1,r_2)=\psi(r_1)\cdot\psi(r_2)$$

(5.24) тәнлији

$$-\psi(r_2)\cdot\frac{h^2}{8\pi^2 m}\Delta_1\psi(r_1)-\psi(r_1)\frac{h^2}{8\pi^2 m}\Delta_2\psi(r_2)+$$

$$+\psi(r_2)U(r_1)\psi(r_1)+\psi(r_1)U(r_2)\psi(r_2)=E_1\psi(r_1)\psi(r_2)+$$

$$+E_2\psi(r_1)\psi(r_2)$$

$$\psi(r_2)\left[-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\Delta_1\psi(r_1)+U(r_1)\psi(r_1)-E_1\psi(r_1)+\right.$$

$$\left.+\psi(r_1)\cdot\left[-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\Delta_2\psi(r_2)+U(r_2)\psi(r_2)-E_2\psi(r_2)\right]\right]=0$$

шәклинә дүшәр. $E_1$ вә $E_2$ ујғун олараг електронларын енержиләридир, јә'ни $E_1+E_2=E$. Мо'тәризә ичәрисиндә олан ифадәләр ајры-ајрылыгда бир електрон үчүн Шрединкер тәнлији олдуғундан:

$$-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\Delta_1\psi(r_1)+U(r_1)\psi(r_1)-E_1\psi(r_1)=0$$

$$-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\Delta_2\psi(r_2)+U(r_2)\psi(r_1)-E_2\psi(r_2)=0$$

аларыг. Бу тәнликләрин һәр бири харичи саһәдә һәрәкәт едән електрону характеризә едир ки, онлары һәлл етмәклә далға функсијасыны вә енержи спектрини тә'јин етмәк олар. Бу әмәлијјатын јеринә јетирилмәсини гәбул едиб, мүәјјәнлик үчүн биринчи електронун α, икинчи електронун исә β - һалында олдуғуну фәрз етсәк, онда ики електронлу системин далға функијасыны:

$$\psi_{\alpha\beta}(r_1,r_2)=\psi_\alpha(r_1)\cdot\psi_\beta(r_2)$$



шәклиндә јазмаг олар. Әкәр фәрз етсәк ки, биринчи електрон β икинчи електрон исә α һалындадыр, онда

$$\psi_{\beta\alpha}(r_1,r_2)=\psi_\alpha(r_2)\psi_\beta(r_1)$$

аларыг. Шрединкер тәнлији хәтти тәнлик олдуғундан бу һәлләрин хәтти комбинасијасы да тәнлијин һәлли олар; јә'ни

$$\Psi_{\alpha\beta}(r_1,r_2)=C_1\psi_\alpha(r_1)\psi_\beta(r_2)+C_2\psi_\alpha(r_2)\psi_\beta(r_1) \quad (5.29)$$

Квант механикасында ики електронлу систем мәсәләси белә һәлл едилир; $\psi(r_1,r_2)$ (5.29) шәкилдә тә'јин едилидкдән сонра електронлар арасындакы гаршылыглы тә'сир нәзәрә алыныр вә һәјәчанланма нәзәријјәсини тәтбиг етмәклә системин үмуми далға функсијасы вә енержи спектри тапылыр. Гејд едәк ки, бу үсул ики електронлу систем мәсәләсинин һәлли үчүн јеканә үсул дејилдир. Доғрудан да күтләси $m_1$ вә $m_2$ олан ики зәррәчијин потенсиал енержиси $U(r_1-r_2)$ олан саһәдә һәрәкәтини (5.24) тәнлији илә тәһлил етмәк олар; јә'ни

$$-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\Delta_1\psi(r_1,r_2)-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\Delta_2\psi(r_1,r_2)+U(|\vec{r}_1-\vec{r}_2|)\psi=E\psi$$

Бу тәнлијин шәклини дәјишмәк үчүн

$$\vec{R}=\frac{m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2}; \qquad \vec{r}=\vec{r}_1-\vec{r}_2$$

координатларыны дахил едәк. Бу координатлар классик физикадакы нисби һәрәкәтин вә ағырлыг мәркәзинин координатлары илә үст-үстә дүшүр. $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$, -координатларындан $\vec{R}$, $\vec{r}$ координатларына кечсәк:

$$-\frac{h^2}{8\pi^2 M}\Delta_R\psi - \frac{h^2}{8\pi^2\mu}\psi + U(\vec{r})\psi = E\psi \qquad (5.30)$$

тәнлијини аларыг, бурада

$$M = m_1 + m_2,\quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 = m_2};\quad E = E_R + E_r$$

ишарә едилмишдир. Далға функсијасыны $\psi(r_1,r_2)=\varphi(R)\Phi(r)$ шәклиндә тәсвир едиб (5.30) тәнлијиндә јеринә јазыб, јухарыда апарылан чевирмәләри тәкрар етмәклә

$$-\frac{h^2}{8\pi^2 M}\Delta_R\varphi(R) = E_R\varphi(R)$$

$$-\frac{h^2}{8\pi^2\mu}\Delta_r\Phi(r) + U(r)\Phi(r) = E_r\Phi(r)$$

тәнликләрини аларыг. Биринчи тәнлијә потенсиал енержи дахил олмадығындан ону һәлл етмәк чох асандыр ки, бу һәлли

$$\varphi(R) = Ae^{\frac{2\pi i}{h}\vec{R}\vec{P}}; \qquad E_R = \frac{P^2}{2M}$$

шәклиндә көстәрмәк олар. Онда үмуми далға функсијасы:

$$\psi(r_1,r_2) = Ae^{\frac{2\pi i}{h}\vec{R}\vec{P}}\Phi(r)$$

шәклиндә олар ки, $\Phi(r)$-дә икинчи тәнлијин һәллидир. Алдығымыз ифадәләрин тәһлили көстәрир ки, системин ағырлыг мәркәзи, фәзада сәрбәст зәррәчик кими һәрәкәт едир; зәррәчијин нисби һәрәкәти исә ағырлыг мәркәзинин



асылы дејилдир. Беләликлә, классик механикада олдуғу кими, квант механикасында да ики зәррәчик мәсәләсини бир зәррәчијин һәрәкәт мәсәләсинә кәтирмәк олур.

## §5.11. Паули принсипи

Гаршылыглы тә'сирдә олмајан ики зәррәчикли системи арашдыраг. Тутаг ки, биринчи зәррәчик α-һалында (сәвијјәсиндә), икинчи зәррәчик исә β-һалындадыр (сәвијјәсиндәдир). Биринчи зәррәчијин далға функсијасыны $\psi_\alpha(1)$, икинчи зәррәчијин далға функсијасыны исә $\psi_\beta(2)$ илә ишарә едәк.

Белә системи арашдырмаг үчүн она (5.28) тәнлијини тәтбиг етмәк лазымдыр. §5.10 алдығымыз (5.28) тәнлијинин гаршылыглы тә'сирдә олмајан ики електрона тәтбиги бизи (5.29) далға функсијасына кәтирди. Далға функсијасыны (5.29) шәкилдә тә'јин олунмасы Шрединкер тәнлијинин хәтти тәнлик олмасы илә әлагәдардыр. Бу далға функсијасыны ашағыдакы кими дә әсасландырмаг олар. Биринчи зәррәчијин α, икинчи зәррәчијин β-һалында олма еһтималы $\psi_\alpha(1)\psi_\beta(2)$ илә характеризә олунур. Әкәр зәррәчикләрин јерини дәјишсәк, онда икинчи зәррәчијин α, биринчи зәррәчијин β-һалында олма еһтималы $\psi_\alpha(2)\psi_\beta(1)$ илә тә'јин олунар. Зәррәчикләрдән һәр һансы биринин α, дикәринин исә β -һалында олма еһтималы

$$\psi_{\alpha\beta}(1;2) = C_1\psi_\alpha(1)\psi_\beta(2) + C_2\psi_\alpha(2)\psi_\beta(1) \qquad (5.29)$$

илә тә'јин олунар ки, бу да (5.29) далға функсијасы илә үст-үстә дүшүр. Бу ифадәјә дахил олан $C_1$, $C_2$ сабитләри нормаллыг шәртиндән тә'јин едилир.

Инди бу сабитләри тә'јин едәк, (5.29) ифадәсини квадрата галдырыб бүтүн фәза үзрә интеграллајаг:

$$\int\left|\psi_{\alpha\beta}(1,2)\right|^2 dV_1dV_2 = \int\left[C_1\psi_\alpha(1)\psi_\beta(2)+C_2\psi_\alpha(2)\psi_\beta(1)\right]^2 dV_1dV_2$$

бу ифадәнин сол тәрәфи ваһидә бәрабәр олдуғундан:

$$1 = C_1^2\int\psi_\alpha^*(1)\psi_\alpha(1)dV_1\int\psi_\beta^*(2)\psi_\beta(2)dV_2 +$$

$$+ C_2^2\int\psi_\alpha^*(2)\psi_\alpha(2)dV_2\int\psi_\beta^*(1)\psi_\beta(1)dV_1 +$$

$$+ 2C_1C_2\int\psi_\beta^*(2)\psi_\alpha(2)dV_2\int\psi_\alpha^*(1)\psi_\beta(1)dV_1$$

Нормаллыг шәртинә көрә $C_1^2$ вә $C_2^2$ әмсаллары ваһидә бәрабәрдир, $C_1C_2$-нин әмсаллары исә ваһидә бәрабәр дејил, она көрә ки, интеграл алты функсијалар мүхтәлиф һаллары тәсвир едир; бу интегралы

$$S^2=\int\psi_\beta^*(2)\psi_\alpha(2)dV_2\cdot\int\psi_\alpha^*(1)\psi_\beta(1)dV_1$$

илә ишарә етсәк:

$$1=C_1^2+C_2^2+2C_1C_2S^2 \qquad S^2<1$$

аларыг. Садәлик үчүн $C_1^2=C_2^2$, $C_1=\pm C_2$ котүрсәк

$$1=2C_1^2\pm 2C_1^2S^2 \qquad C_1=\pm\frac{1}{\sqrt{2(1\pm S^2)}}$$

аларыг. Инди алдығымыз гијмәтләри тәһлил едәк:

1. $C_1=-C_2=\frac{1}{\sqrt{2(1-S^2)}}$ онда



$$\psi_{\alpha\beta}(1:2)=\frac{1}{\sqrt{2(1-S^2)}}\left\{\psi_\alpha(1)\psi_\beta(2)-\psi_\alpha(2)\psi_\beta(1)\right\}$$

олар. Бу ифадәдә зәррәчикләрин јерини дәјишсәк:

$$\psi_{\beta\alpha}(2:1)=\frac{1}{\sqrt{2(1-S^2)}}\left\{\psi_\alpha(2)\psi_\beta(1)-\psi_\alpha(1)\psi_\beta(2)\right\}=-\psi_{\alpha\beta}(1:2)$$

Әкәр фәрз етсәк ки, һәр ики електрон ејни һалдадыр: Онда:

$$\psi_{\alpha\alpha}(1:2)=\frac{1}{\sqrt{2(1-S^2)}}\left\{\psi_\alpha(1)\psi_\alpha(2)-\psi_\alpha(2)\psi_\alpha(1)\right\}=0$$

олар. Сон ики нәтичә паули принсипинин ријази ифадәсидир. Паули костәрмишдир ки, електронлар антисимметрик далға функсијалары илә тәсвир олунмалыдыр вә ики вә даһа чох електронун ејни сәвијјәдә олма еһтималы сыфырдыр. Бу принсип спини тами јарым олан $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$ зәррәчикләрә аиддир вә Паули принсипи адланыр. Паули принсипини квант әдәдләри васитәсилә дә ифадә етмәк олар. Бир квант һалында дорд квант әдәди ејни олан јалныз бир електрон ола биләр, буна бә'зән сечилмәзлик принсипи дә дејирләр. Паули принсипи спини там јарым олан зәррәчикләрә аиддир ки, белә зәррәчикләр фермион адланыр.

2. $C_1=+C_2=\frac{1}{\sqrt{2(1+S^2)}}$ онда далға функсијасы

$$\psi_{\alpha\beta}(1;2)=\frac{1}{\sqrt{2(1+S^2)}}\left\{\psi_\alpha(1)\psi_\beta(2)+\psi_\alpha(2)\psi_\beta(1)\right\}$$

олар. Әкәр зәррәчикләрин јерини дәјишсәк $\psi_{\alpha\beta}(1,2)=\psi_{\beta\alpha}(2:1)$, јә'ни зәррәчикләр симметрик

далға функсијалары илә тәсвир олунмалыдыр. Әкәр $\alpha = \beta$ көтүрсәк, $\psi_{\alpha\alpha}(1:2) = \psi_{\beta\beta}(1:2) \neq 0$ јә'ни бу һалда истәнилән гәдәр зәррәчик бир квант һалында ола биләр. Бу тип зәррәчикләр тәбиәтдә мөвчуддур вә белә зәррәчикләрин спини там гијмәтләр 0,1,2,... алыр ки, онлар бозонлар адланыр.

## §5.12 Атомун там моменти

Атомун вә ја електронун там моменти дедикдә орбитал вә спин моментләринин векториал чәми баша дүшүлүр. Електронун орбитал моментини $M_l$, спин моментини исә $M_S$- илә ишарә етсәк, онда електронун там моментини

$$\vec{M}_j = \vec{M}_l + \vec{M}_S$$

шәклиндә јазырлар. $\vec{M}_l = \frac{\hbar}{2\pi}\vec{l}$, $\vec{M}_S = \frac{\hbar}{2\pi}\vec{S}$ вә $\vec{M}_j = \frac{\hbar}{2\pi}\vec{j}$ гијмәтләрини там моментин ифадәсиндә јеринә јазсаг:

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{S}$$

аларыг. Бурада $j$-дахили квант әдәди адланыр. Онун ала билдији гијмәтләр ахырынчы мүнасибәтдән тә'јин едилир. Дахили квант әдәди $j$-нын ән бөјүк гијмәти $\vec{l}$ вә $\vec{S}$ векторлары паралел олан һалда $j_{max} = l + S$, ән кичик гијмәти исә $\vec{l}$ вә $\vec{S}$ антипаралел олан һалда алыныр. Орбитал олан $j_{min} = |l - S|$ һалда алыныр. Орбитал квант әдәди $l$ - ардычыл там гијмәтләр алдығындан, $j$-да $|l - S|$ илә $l+S$ арасында олан ардычыл гијмәтләри алмалыдыр, јә'ни

$$j = |l - S|,\ |l - S| + 1, \ldots, l + S - 1, l + S$$



олар.

Спектроскопијада електронун һалыны вә ја енержи сәвијјәсини орбитал квант әдәдинә көрә тәснифата ајырырлар. $l=0$ һалына $S$-һалы вә ја $S$-сәвијјәси, $l=1$, $P$ -һалы, $l=2$, $d$ һалы, $l=3$, $f$ - һалы, вә с. дејирләр. Уј‌ғун һалда- (сәвијјәдә олан електронларын сајыны) сәвијјәнин - һалын дәрәчәси кими, баш квант әдәдинин гијмәтини исә һалын әмсалы кими көстәрирләр; јә'ни $2S^2$, $3P^4$, $4f^6$ вә с. $2S^2$ дедикдә баш квант әдәди $n=2$, орбитал квант әдәди $l=0$ електронларын сајы исә $N=2$, $3p^4$ - дедикдә $n=3$, $l=1$, $N=4$; $4f^6$ -дедикдә $n=4$, $l=3$, $N=6$ баша дүшүлүр вә с. Нормал һалда $(l=0)$ олан һидрокен атому електронунун там моменти $j = |l - S| = |S| = \frac{1}{2}$ гијмәтини алыр; електрон $l \neq 0$ һалында оларса, $j = l + \frac{1}{2}$ онда вә $j = l - \frac{1}{2}$ гијмәтләрини алар, јә'ни бу сәвијјә бир-биринә јахын олан ики сәвијјәдән $(j = l + \frac{1}{2}, j = l - \frac{1}{2})$ ибарәтдир ки, белә сәвијјә дублет адланыр. Беләликлә $S$ - сәвијјәсиндән башга галан сәвијјәләр минимум дублет тәшкил едир, $S$ - сәвијјәси исә синглет (сингулет) сәвијјә адланыр.

Инди $N$ - електрондан ибарәт олан атомун там моментини тәһлил едәк. Садәлик үчүн фәрз едәк ки, електронлар арасындакы гаршылыглы тә'сир о гәдәр зәифдир ки, онлара гаршылыглы тә'сирдә олмајан систем кими бахмаг олар. Белә һалда атомун орбитал моменти

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{N}\vec{l}_i$$

спин моменти исә

$$\vec{S} = \sum_{i=1}^{N}\vec{S}_i$$

олар. Атомун там моменти исә

$$\vec{I} = \Sigma \vec{l}_i + \Sigma \vec{S}_i = \vec{L} + \vec{S}$$

олар. Там момент үчүн алдығымыз бу ифадәни һәр бир електронун там моментини ајрылыгда топламагда да алмаг олар:

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{S}$$

$$\vec{I} = \sum_{i=1}^{N} \vec{j}$$

Әкәр бизи јалныз атомун там моменти марагландырырса, онда $l_i$ вә $S_i$ топлама гајдасынын һеч бир әһәмијјәти јохдур, чүнки, нәтичә ејни олур. Мәсәләни бир гәдәр садә шәкилдә шәрһ едәк. Биз јухарыда електронлар арасындакы гаршылыглы тә'сирин зәиф олдуғуну фәрз етмишдик. Әслиндә исә гаршылыглы тә'сирин нәјә нәзәрән зәиф олмасы ашкар едилмәлидир. Чохелектронлу атомда електронлар арасында електростатик гаршылыглы тә'сир (Кулон дәф гүввәси) вә орбитал магнит моменти илә спин магнит моменти арасында гаршылыглы тә'сир мөвчуддур (нүвә илә олан гаршылыглы тә'сир нәзәрә алынмыр) ки, буна спин-орбитал гаршылыглы тә'сир дејирләр (бах: §5.15). Әкәр спин-орбитал гаршылыглы тә'сир, електростатик гаршылыглы тә'сирә нәзәрән чох-чох кичикдирсә, онда там момент

$$\vec{I} = \Sigma \vec{l}_i + \Sigma \vec{S}_i$$

шәклиндә тә'јин едилир ки, буна рассел-Саундрес рабитәси (әлагәси) дејирләр. Әкәр спин-орбитал гаршылыглы тә'сир, ајры-ајры електронлар арасындакы електростатик гаршылыглы тә'сирдән бөјүкдүрсә, онда там моменти



$$\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{S}_i$$

$$\vec{I} = \Sigma \vec{j}_i$$

шәклиндә тә'јин едирләр; бу һалда јаранмыш рабитәјә (әлагәјә) *(ji)* әлагәси вә ја рабитәси дејирләр. Гејд едәк ки, Рассел-Саундрес әлагәсинә бә'зән нормал әлагә (рабитә) дә дејирләр. Бурада $I$-дә $j$ кими $|L-S|$-дән $L+S$ гәдәр ардычыл гијмәтләри алыр, јә'ни

$$I = |L-S|,\ |L-S|+1, \ldots, L+S-1, L+S$$

$L=0$ һалына атомун $S$-терми, $L=1$ -ә $P$-терми, $L=2$ $D$-терми, $L=3$, $F$-терми вә с. дејирләр. Бир гајда олараг там момент $I$, термин сағ тәрәфиндә индекс шәклиндә гејд едилир, јә'ни $S_2$, $P_2$, $F_{5/2}$ вә с. кими ишарә олунур. $S_1$-дедикдә $L=0$, $I=1$, $P_2$ -дедикдә $L=1$, $I=2$ вә с. баша дүшүлүр. Термләрин бу шәкилдә ифадәси онлары там шәрһ етмир. Бу мәгсәдлә термин мултиплетик дәрәчәси јә'ни инчә гурулуш анлајышы дахил едилир. Мултиплетлик дәрәчәси дедикдә ејни бир енержи сәвијјәсинин бир-биринә чох јахын олан бир нечә енержи сәвијјәсинә парчаланма сајы баша дүшүлүр, башга сөзлә бизә садә көрүнән һәр һансы бир сәвијјәнин, бир-биринә чох јахын олан бир нечә сәвијјәдән ибарәт олмасыны көстәрир ки, буна бә'зән сәвијјәнин инчә гурулушу да дејирләр. Термин мултиплетлик дәрәчәси

$$æ = 2S+1$$

кими тә'јин олунур; бурада $S$-спин моментинин ән бөјүк гијмәтидир. Беләликлә. Термин там ифадәси

$$^3S_1,\ ^3P_2,\ ^2F_{5/2}$$

кими ишарә олунур. Бурада $^3S_1$ - дедикдә $L=0$, $I=1$ мултиплетлик дәрәчәси исә 3 олан һал баша дүшүлүр. Бир садә мисалы тәһлил едәк. Фәрз едәк ки, атом ики електрондан

ибарәтдир (Не-атому) вә електронлар $l_1=0$, $l_2=0$ һалындадыр ($S$ - сәвијјәси). Белә атомун орбитал моменти

$$L=l_1+l_2=0$$

олдуғундан, о јалныз бир термә - $S$ - терминә маликдир. Атомун там спин моменти

$$\vec{S}=\vec{S}_1+\vec{S}_2; \quad S=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1; \quad S=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$$

олдуғундан, термин мултиплетлик дәрәчәси $æ=2\cdot 1+1=3$, там моменти исә $I=L+S=0+1=1$ вә $I=0+0=0$ олур. Онда *Не* атомунун термини

$$^3S_1, {}^1S_0$$

шәклиндә көстәрмәк олар. $^3S_1$-терминә триплет терм дејилир. Бу терм Паули принсипини поздуғундан о гадаған олунмушдур. *Не* бу һалына орто-һелиум (електронларын спинләри паралел) дејирләр. $^1S_0$-терминә синглет терм дејирләр ки, бурада Паули принсипи өдәнир. *Не* бу һалына пара-һелиум дејирләр. Беләликлә *Не* атомунун әсас терми - $^1S_0$ термидир. Бу гајда илә истәнилән атомун мүмкүн олан термләрини тә'јин етмәк олар. Гејд едәк ки, бу гајда әсас терми мүәјјәнләшдирмәјә имкан вермир. Әсас терми тә'јин етмәк үчүн бу гајда әлавә тәчрүби фактларла тамамланмалыдыр.

## §5.13.Һунд гајдасы

Атомун там моментинин тәһлилиндә көрдүк ки, мөвчуд олан нәзәри нәтичәләр мүмкүн олан бүтүн термләри тә'јин етмәјә имкан верир, лакин әсас терми мүәјјәнләшдирмәк мүмкүн олмур.Термләр арасында минимум енержијә



малик олан әсас терми тә'јин етмәк мәсәләсини тәһлилд едәк.

Билдијимиз кими атомун термләрини тә'јин етмәк үчүн ону тәшкил едән електронларын $n$ вә $l$ квант әдәдләрини билмәк лазымдыр. Әкәр електронларын $n$ вә $l$ квант әдәләри ејни оларса белә електронлар еквивалент електронлар адланыр. Бу анлајыш Паули тәрәфиндән верилмишдир. Әкәр атом еквивалент електронлара малик дејилсә онда белә атомлар үчүн әсас термин тапылмасы асанлашыр.

Еквивалент електронлара малик олан атомун мүмкүн термләри арасында әсас терми тә'јин етмәк үчүн бир хүсуси һалы арашдыраг: Фәрз едәк ки, ики електронлу системдә електронлар $n=1$ вә $l_1=l_2=1$ һалындадыр. Белә атомун там моменти $L=l_1+l_2, l_1+l_2-1,...|l_1-l_2|$, јә'ни 2,1,0 гијмәтләрини алар. Бу һаллар спектроскопијада ујғун оларак $D$, $P$ вә $S$ кими ишарә едилир. Бахдығымыз һалда електронлар ашағыдакы квант һалларында ола биләр:

$$1)\ m_1^z=1,\ m_{S_1}=\pm\frac{1}{2}; \quad 2)\ m_1^z=0,\ m_{S_1}=\pm\frac{1}{2};$$

$$3)\ m_1^z=-1,\ m_{S_1}=\pm\frac{1}{2}; \quad 4)\ m_2^z=1,\ m_{S_2}=\pm\frac{1}{2};$$

$$5)\ m_1^z=0,\ m_{S_2}=\pm\frac{1}{2}; \quad 6)\ m_2^z=-1,\ m_{S_2}=\pm\frac{1}{2};$$

Бу һаллардан моментләрин топланма гајдасыны $M_z=m_1^z+m_2^z$; $S_z=m_{s_1}+m_{S_2}$ нәзәрә алмагла еләси сечилмәлидир ки, Паули принсипи позулмасын. Гејд етмәк лазымдыр ки, бир сыра термләрин тәчрүбәдә мүшаһидә олунмасыны изаһ етмәк үчүн Паули өзүнүн мәшһур гадағанлыг принсипини вермишдир.

Јухарыда көстәрилән квант һалларынын комбинасијаларындан әмәлә кәлән һаллар ашағыдакылардыр:

$1)\ M_Z=2\ \ S_Z=0;\ \ 2)\ M_Z=1\ \ S_Z=1;\ \ 3)\ M_Z=1\ \ S_Z=0$

4) $M_Z=0$ $S_Z=1$; 5) $M_Z=0$ $S_Z=0$; 6) $M_Z=1$ $S_Z=1$

7) $M_Z=1$ $S_Z=0$; 8) $M_Z=0$ $S_Z=0$

Бу һаллар ичәрисиндә $M_Z$ вә $S_Z$ алдығы мәнфи гијмәтләр јазылмамышдыр.

Гејд етдијимиз бу 8-һалы тәһлил едәк. Мүәјјәнлик үчүн $M_Z$ -ин ән бөјүк гијмәтиндән башлајаг:

1. $M_Z=2$ $S_Z=0$ бу һал $m_1^z = 1,\ m_2^z = 1\ |l_1 = 1, l_2 = 1|$ јә'ни $L=2$ гијмәтинә ујғун кәлир ки, бу һалда атом $D$ терминә малик олур.

$^1D$ - терминә 1,3,5. Нөмрәли һаллар да ујғун кәлир. Бу һалларда атомун моменти $I = |\vec{L} + \vec{S}| = 2$ гијмәтини алыр.

2. $M_Z=1$ $S_Z=1$ бу һал $m_1^z = 1, m_2^z = 0$ вә ја $m_1^z = 0$, $m_2^z = 1$ јә'ни $L=1$ гијмәтинә јә'ни $^3p$ терминә ујғун кәлир:, $P$ 23-терминә 2, 4, 6 нөмрәли һаллар ујғун кәлир. Бу һалларда там момент $I = |\vec{L} + \vec{S}|$ 2,1,0 гијмәтләрини алыр; јә'ни $^3P_2$; $^3P_1$; $^3P_0$ термләрини алырыг.

3. $M_Z=0$, $S_Z=0$ бу һал $m_1^z = 0, m_2^z = 0$ јә'ни $L=0$ гијмәтинә тәвәфүг едир ки, бу да $^1S$ термидир. $^1S$ -терминә 5,8 нөмрәли һаллар ујғун кәлир. Бу термдә там момент $I=0$ гијмәтини алыр. Гејд едәк ки. $D$ вә $S$-термләри $L=2$ вә $L=0$ гијмәтләринә ујғун кәлир; бу һаллар о заман јарана биләр ки, електронларын спинләри антипаралел јөнәлсин јә'ни $m_{S_1} = -m_{S_2}$; екс тәгдирдә Паули принсипи позулар.

Инди бу термләрин енержи нөгтеји-нәзәрдән јерләшмәсини тәһлил едәк. Әкәр електронлар верилмиш мүәјјән $n$ вә $l$ һалында оларса, онда белә конфигурасијаја бир нечә енержи сәвијјәси ујғун кәләр ки, бу сәвијјәләр бир-бириндән там моментин вә спинин пројексијаларына көрә фәргләнир. Әкәр $n$ -еjни $l$ -исә мүхтәлиф олан һаллар оларса, онда бир-бириндән фәргләнән сәвијјәләрин сајы даһа чох олачагдыр. Белә сәвијјәләрин һансынын ән кичик енержијә малик олмасыны тә'јин етмәк үчүн релјативистик квант механикасынын һәрәкәт тәнлијинин (Дирак тәнлији) $n, j, S$ асылы



олан һәлли таныламалыдыр. Бу мәсәлә бизим курсумуздан кәнара чыхдығындан, биз тәчрүби фактлар әсасында мүәјјәнләшмиш гајдадан -һунд гајдасындан истифадә едәк:

Һунд гајдасына көрә мүәјјән конфигурасијаја ($n$ вә $l$) малик олан термләрдән ән кичик енержијә малик олан терм $S_Z$ - ин ән бөјүк гијмәтинә тәвафүг едир; башга сөзлә $l$-еjни олан термләр ичәрисиндә енержиси ән кичик олан терм $S_Z$-ин ән бөјүк гијмәтинә, $S_Z$ -еjни олан термләрдә исә енержинин ән кичик гијмәти $l$ ән бөјүк гијмәтинә тәвафүг едир. Бу гајдаја әсасән һөкм етмәк олар ки, $^3p$ терми әсас термдир. Доғрудан да електронларын $l$ еjни олдуғундан ($l_1=1$, $l_2=1$) $S_Z$-ин ән бөјүк гијмәти $S_{max}=1$ олан терм $^3p$ термдир. $^1S$ вә $^1D$ термләринә кәлдикдә исә онларын $S_{max}=0$ еjни олдуғундан $l$ ән бөјүк олан терм $^1D$ термдир; бу терм $^1S$ терминдән ашағыда јерләшмәлидир. Беләликлә, термләрин дүзүлмә гајдасы $^3p$, $^1D$, $^1S$ -дир. Унутмамалы ки, әкәр лај јарыдан аз долмушса онда әсас термин там моменти $I=L+S$, јарыдан чох долмушса $I = |L - S|$ илә тә'јин едилмәлидир; јә'ни триплет адланан $^3p$ терми $^3P_0$, $^1P_3$, $^2P_3$ гајдада дүзүлүр.

Гејд едәк ки. Бир чох һалларда, јә'ни лај јарыдан аз долдугда, атомун әсас терми ашағыдакы дүстур васитәсилә һесабланыр.

$$M^{max} = \frac{K}{2}(2l + 1 - K)$$

бурада К-чүтләнмәмиш електронларын сајыдыр. Бу дүстур о заман тәтбиг олуна биләр ки, чүтләнмәмиш електронларын $l$-и еjни олсун. Мәсәлән електронлары $P^2$-һалында олан атомун әсас терми $K=2$ вә $l_1=l_2=1$ олдуғундан

$$M^{max} = \frac{2}{2}(2 \cdot 1 + 1 - 2) = 1$$

олур; $æ=2S+1=3$, $I=|L-S|=0$ олдугундан әсас терм $^3P_0$ олур.

## §5.14.Ланде фактору

Нүвә әтрафында фырланан електрон $\vec{M}_l = \frac{h}{2\pi}\vec{l}$ орбитал моментә вә $\vec{\mu}_l = \frac{eh}{4\pi mc}\vec{l}$ орбитал магнит моментинә маликдир. Бу моментләрин нисбәтини нәзәрдән кечирсәк

$$\frac{\mu_l}{M_l} = \frac{e}{2mc} = const$$

олдуғуну көрәрик. Бу нисбәтин сабитлији онлар арасында мүәјјән мүнасибәтин мовчуд олмасыны көстәрир. Доғрудан да орбитал механики момент мә'лум оларса, онда магнит моментини вә әксинә һесабламаг олар. Квантмеханикасы ноггеји-нәзәриндән исә орбитал моментин оператору мә'лум оларса, орбитал магнит моментинин операторуну тә'јин етмәк олар. Дикәр тәрәфдән електрон спин моментинә малик олдуғундан. Онун орбитал спин моментини $\vec{M}_s = \frac{h}{2\pi}\vec{s}$ шәклиндә јазмаг олар. Магнит моментинин ифадәсинә $s$-квант $\left(s=\frac{1}{2}\right)$ әдәдини дахил етсәк $\mu_s = \frac{eh}{4\pi mc} = \frac{eh}{2\pi mc}s$ вә ја $\vec{\mu}_s = \frac{eh}{2\pi mc}\vec{s}$ шәклиндә јазмаг олар ки, буна спин магнит моменти дејирләр. Спинлә әлагәдар олан орбитал вә магнит моментләринин нисбәти:

$$\frac{\mu_S}{M_S} = \frac{e}{mc} = const$$

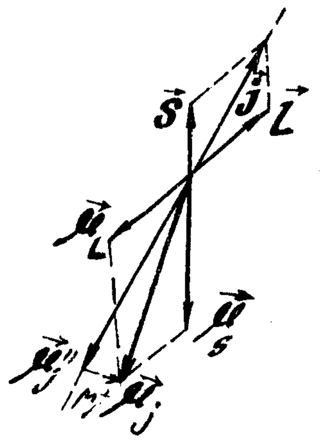
олар. Бу мүнасибәт дә орбитал спин моментинә көрә, спин магнит моментини тә'јин етмәјә имкан верир. Лакин бу нисбәтләр ејни сабитә бәрабәр олмур. Она көрә дә фәрз



едәк ки, елә бир сабит $g$ -әдәди вар ки, ону ујғун олараг $\mu_l$ вә $\mu_S$ вурмагла магнит моментинин дүзкүн гијмәтини алмаг мүмкүндүр. Инди бу сабитин тапылмасы илә мәшғул олаг.

Орбитал моментин ән кичик гијмәти $\frac{h}{2\pi}$, спин моментининки исә $\frac{h}{4\pi}$ олдуғундан, там моменти графики тәсвир етдикдә орбитал момент, спин моментиндән ики дәфә бөјүк көтүрүлмәлидир. Там моменти $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ олан атому интенсивлији $\vec{H}$ олан харичи магнит саһәсинә дахил етсәк, онда $\vec{j}$ -вектору $\vec{H}$ әтрафында прессесија едәчәкдир. Магнит моментинә кәлдикдә исә, спин магнит моментинин гијмәти орбитал магнит моменти гијмәтиндән ики дәфә бөјүк олдуғундан, јекун вектор $\vec{\mu}_j = \vec{\mu}_l + \vec{\mu}_S$, $\vec{j}$ -векторунун үзәринә дүшмәјәчәкдир. Харичи магнит саһәсинә белә атомун $\vec{\mu}_j$ вектору $\vec{H}$ -әтрафында прессесија едәчәкдир. Беләликлә, харичи магнит саһәсинә дахил едилмиш атом ики прессесија һәрәкәтинә дучар олачагдыр.

Доғрудан да $\vec{j}$ вә $\vec{\mu}_j$ векторларыны ејни бир диаграмда костәрсәк $M_l$ ики дәфә $M_s$-дән, $\mu_s$ -исә ики дәфә $\mu_l$-дән бөјүк көтүрүлмәлидир. Бу һалда $\vec{j}$ -истигамәти $\vec{\mu}_j$ -илә үст-үстә дүшмүр вә бу векторлар арасында галан бучаг чох кичик олур. Она көрә дә бу ики прессесија һәрәкәтини бир прессесија һәрәкәтинә кәтирирләр. Бунун үчүн $\vec{\mu}_j = \vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s$ векторуну $\vec{j}$ истигамәтиндә ики гаршылыглы перпендикулјар топланана ајырырлар, беләки паралел топланан $\vec{j}$ -вектору үзәринә дүшсүн. Бу әмәлијјатдан сонра там магнит моменти $\mu_j$ -нин орта гијмәти һесабланыр.



**Шәкил 18**

Һесаблама көстәрир ки, магнит моментинин перпендикулјар топлананынын бир там прессесија доврүндә һәр бир гијмәти үчүн ики әкс ишарәли гијмәт мөвҹуд олдуғундан $\overline{\mu}_\perp$ олур, беләликлә там магнит моментинин гијмәти $\mu_{II}$ илә тә'јин едилир. Шәкилдән көрүнүр ки,

$$\mu_j^{II} = \mu_l \cos(l,j) + \mu_s \cos(s,j)$$

јазмаг олар. Јухарыда гејд етдијимизи нәзәрә алсаг, магнит моменти садәҹә олараг јалныз орбитал моментин Бор магнетонуна һасили илә јох, әлавә бир сабитин дә дахил едилмәси илә тә'јин олунмалыдыр; јә'ни:

$$\mu_l = g_l \frac{eh}{4\pi mc} l, \quad \mu_s = g_s \frac{eh}{4\pi mc} s, \quad \mu_j = g_j \frac{eh}{4\pi mc} j = \mu_j^{II},$$

бу гијмәтләри $\mu_j^{II}$ ифадәсиндә јеринә јазсаг:

$$g_j = g_l \frac{l}{j} \cos(l,j) + g_S \frac{s}{j} \cos(s,j)$$



аларыг. Бу ифадәјә дахил олан $cos(l,j)$ вә $cos(s,j)$ бучаглары $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ мүнасибәтиндән тә'јин едилир:

$$cos(l,j) = \frac{j^2 + l^2 - s^2}{2jl}; \qquad cos(s,j) = \frac{j^2 + s^2 - l^2}{2js};$$

бу гијмәтләри g-нин ифадәсиндә јеринә јазсаг:

$$g_j = g_l \frac{j^2 + l^2 - s^2}{2j^2} + g_s \frac{j^2 + s^2 - l^2}{2j^2}$$

аларыг ки, бу g-вурғуна Ланде фактору дејирләр. Ланде фактору үчүн алынан ифадә классик механикаја әсасландығындан бу дүстур классик дүстурдур. Борун ујғунлуг принсипинә әсасән, квант әдәдләринин бөјүк гијмәтләриндә бу дүстур квант механикасынын вердији нәтиҹәләрә чох јахын олмалыдыр. Доғрудан да мәсәләнин квант механикасы нөгтеји-нәзәриндән тәһлили көстәрир ки, алдығымыз бу дүстүр квант механикасынын вердији дүстурла үст-үстә дүшәр, бу шәртлә ки; $l^2 \to l(l+1);\ s^2 \to s(s+1)$.

$j^2 \to j(j+1)$ әвәз едилсин; белә әвәзләмәни апарсаг:

$$g_j = \frac{1}{2}\left\{(g_l + g_s) + (g_l - g_s)\frac{l(l+1) - s(s+1)}{j(j+1)}\right\}$$

аларыг ки, бу дүстур квант механикасынын вердији дүстурала үст-үстә дүшүр. Һидроҝен атому үчүн $g_l = 1$, $g_s = 2$ олдуғундан Ланде фактору

$$g = \frac{3}{2} - \frac{l(l+1) - s(s+1)}{2j(j+1)}$$

олур.

Ланде факторуна дахил олан $g_l$ вә $g_s$-ә ујғун олараг орбитал вә спин g-фактору вә ја гиромагнит фактору дејирләр. Електрон үчүн $g_l=1$, $g_s=2$ гијмәтини алыр. Лакин протон вә нејтронла әлагәдар олан мәсәләләрин һәллиндә $g_l$ вә $g_s$ гијмәтләри електрон үчүн олан гијмәтләрдән кәскин фәргләнир. Она көрә дә мәсәләнин үмумилији хатиринә биз ихтијари $g_l$ вә $g_s$ үчүн ланде факторуну тә'јин етдик.

Ланде факторунун микроаләмдәки ролуну Зејеман еффектинин тәһлилиндә көрәчәјик. (бах §5.19).

## §5.15. Квант әдәдләри вә енержи сәвијјәләринин инчә гурулушу

Бор нәзәријјәсинә көрә мүхтәлиф орбитләрин квантланмасында вә квант механикасынын тәтбиги илә бә'зи мәсәләләрин һәллиндә биз көрдүк ки, електронун енержиси баш квант әдәди $n$ -илә тә'јин едилир.

Биринчи квант әдәди баш квант әдәди адланыр вә $n$ =1, 2, 3,... гијмәтләр алмагла електронун енержисини характеризә едир.

Икинчи квант әдәди орбитал квант әдәдидир ки, $l=0$, 1, 2,... $(n-1)$ гијмәтләр алмагла електронун орбитал моментини тә'јин едир.

Үчүнчү квант әдәди магнит квант әдәди адланыр. Магнит квант әдәди $m_Z$, $-l$, ..., $+l$ гәдәр $2l+1$ гијмәт алмагла һәрәкәт мигдары моментинин үстүн истигамәтдәки пројексијасыны характеризә едир.

Дөрдүнчү квант әдәди спин квант әдәди адланыр. Спин квант әдәди $m_s=\pm\frac{1}{2}$ гијмәтләр алмагла спин моментинин үстүн истигамәт үзрә пројексијасыны характеризә едир, үстүн истигамәт олараг адәтән Z-охунун истигамәти көрүлүр. Гејд едәк ки, үстүн истигамәт олараг Z-охунун көтүрүлмәси һеч дә мәчбури дејил. Әкәр мүәјјән һалда олан



атом електронунун спин моментинин $m_s^X$, $m_s^Y$, $m_S^Z$ пројексијаларындан һәр һансы бири мүәјјән гијмәтә маликдирсә һәмин истигамәт үстүн истигамәт көтүрүлә биләр.

Беләликлә, електронун һалы $n$, $l$, $m_Z$, $m_S$ дөрд квант әдәди илә биргијмәтли характеризә едилә биләр. Гејд едәк ки, електронун һалынын белә тәсвири јеканә тәсвир дејилдир. Бә'зән $j=l+S$ мүнасибәтиндән истифадә етмәклә електронун һалыны $n$, $l$, $j$, $m_s$ квант әдәдләри илә характеризә едирләр.

Атом електрону илә нүвә арасындакы гаршылыглы тә'сир әсасән електростатик характер дашыјыр. Лакин електрон һәрәкәтдә олдуғундан о нүвә илә әлавә гаршылыглы тә'сирдә спин-орбитал гаршылыглы тә'сирдә дә олур. спин-орбитал гаршылыглы тә'сири ајдан баша дүшмәк үчүн фәрз едәк ки. Електрон нүвә әтрафында даирәви орбит бојунча һәрәкәт едир. Електронла бағлы олан координат системинә кечәк. Белә системдә електрон сүкунәтдә олар, нүвә исә електрон әтрафында фырланмагла мүәјјән магнит саһәси јарадар. Бу магнит саһәси електронун спин магнит моменти илә гаршылыглы тә'сирдә олачаг ки, бу да спин орбитал гаршылыглы тә'сир адланыр. Бу нәрһи башга шәкилдә дә ифадә етмәк олар. Нүвә илә бағлы координат системи көтүрсәк онда нүвә сүкунәтдә, електрон исә даирәви һәрәкәтдә олчаг. Електронун белә һәрәкәти бир даирәви микрочәрәјана еквивалентдир; бу чәрәјанын јаратдығы магнит саһәси електронун спин моментинә тә'сир көстәрир ки, бу тә'сирә дә спин-орбитал гаршылыглы тә'сир дејирләр. Спин магнит моменти ја орбитал магнит моменти истигамәтиндә вә ја онун әксинә истигамәтләнә биләр. биринчи һалда електронла нүвә арасындакы потенсиал енержи азалар, икинчи һалда исә артар. Она көрә дә спин-орбитал гаршылыглы тә'сирин һесабына һәр бир енержи сәвијјәси ики сәвијјәјә парчаланачагдыр. Спин-орбитал гаршылыглы тә'сирин нәтичәсиндә енержи сәвијјәсинин парчаланмасына сәвијјәнин гурулушу дејирләр, парчаланманын сајы исә сәвијјәнин мултиплетлији адланыр. Гејд едәк ки, бир електронлу атомда вә ја ионда спин-орбитал гаршылыглы тә'сирин нәтичәсиндә S-сәвијјәсиндән башга бүтүн сәвиј-

јәләр дублетдирләр; јә'ни һәр һансы бир сәвијјә минимум ики сәвијјәјә ( $j = l \pm \frac{1}{2}$ ) парчаланыр.

Сәвијјәнин инчә гурулушу јалныз спин-орбитал гаршылыглы тә'сирлә әлагәдар дејилдир. Бор нәзәријјәсиндән мә'лумдур ки, ејни бир бөјүк оха малик олан бүтүн еллиптик орбитләр ејни енержијә маликдир. (Чырлашма). Әкәр күтләнин сүр'әтдән асылы олмасыны нәзәрә алсаг онда бу тип орбитләрин енержиләри дәјишәр, јә'ни чырлашма арадан чыхар. Бу һалда еллиптик орбитләрин енержиси ексентриситетдән асылы олур ки, бу да енержи сәвијјәсинин парчаланмасына кәтирир.

Беләликлә, јухарыда шәрһ едилән мүһакимәләри үмумиләшдирәрәк һөкм етмәк олар ки, сәвијјәнин инчә гурулушу спин-орбитал гаршылыглы тә'сирин вә күтләнин сүр'әтиндән асылы олмасы нәтичәсиндә јараныр. Бу ики сәбәб ејни тәртибдә олдуғундан һәр ики сәбәб ејни заманда нәзәрә алынмалыдыр.

**Релјативистик дүзәлиш:** Електронун күтләсинин сүр'әтдән асылылығы һесабына енержијә верилән әлавәни һесаблајаг. Хүсуси нисбилик нәзәријјәсинә көрә релјетивистик електронун кинетик енержиси

$$T = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} - m_0c^2$$

олдуғундан електронун һамилтон функсијасыны

$$H = T + U = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} - m_0c^2 + U$$

шәклиндә јаза биләрик.

$n$-чи орбитдә һәрәкәт едән електронун сүр'әти, $V_n = \frac{Ze^2}{n\hbar}$, олдуғундан $\frac{v}{c} << 1$ вә еләчә дә $\frac{p}{m_0c} << 1$ олур. Буна көрә һамилтон функсијасыны мүәјјән јахынлашмада



$$H = m_0c^2\sqrt{1 + \frac{p^2}{m_0^2c^2}} - m_0c^2 + u =$$

$$= m_0c^2\left(1 + \frac{p^2}{2m_0^2c^2} - \frac{p^4}{8m_0^4c^4}\right) - m_0c^2 + u =$$

$$= \frac{p^2}{2m_0} + u - \frac{p^4}{8m_0^3c^2}$$

шәклиндә јаза биләрик. Гејри-релјативистик јахынлашмада електронун там енержиси

$$E = \frac{p^2}{2m_0} + u$$

олдуғундан $p^2 = 2m_0(E - u)$ аларыг. $P^2$-нын бу ифадәсини (5.31) бәрабәрлијинин сонунчу топланында нәзәрә алсаг

$$H = \frac{p^2}{2m_0} + u - \frac{(E - u)^2}{2m_0c^2}$$

олар. Ујғунлуг принсипинә көрә квант механикасында операторлар арасындакы мүнасибәт классик физикада динамик кәмијјәтләр арасындакы мүнасибәтләр кими олдуғундан бахылан јахынлашмада електронун һамилтон оператору

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m_0} + U(r) - \frac{(\hat{E} - U)^2}{2m_0c^2}$$

шәклиндә вә ујғун Шрединкер тәнлији

$$\left(\frac{\hat{p}^2}{2m_0} + u(r) - \frac{(E-u)^2}{2m_0c^2}\right)\psi = E\psi$$

олар. Сонунчу бәрабәрлик релјативистик еффект нәзәрә алынмагла електрон үчүн јазылмыш Шрединкер тәнлијидир. Башга сөзлә десәк, електронун күтләсинин сүр'әтдән асылылығыны нәзәрә алмаг сон тәнлији һәлл етмәјә еквивалентдир. Бу тәнлији һәјәчанлашма методу илә һәлл едәчәјик.

Фәрз едәк ки, бизә

$$\hat{H}_0\psi^{(0)} = E^{(0)}\psi^{(0)}$$

тәнлијинин һәлли мә'лумдур вә

$$\left(\hat{H}_0 + \hat{V}\right)\psi = E\psi$$

тәнлијини һәлл етмәк тәләб олунур. Бурада $\hat{V}$-һәјәчанлашма оператору адланыр. $\hat{H}_0$ оператору (һәјәчанлашма нәзәрә алынмадыгда һамилтон оператору) ермит оператор олдуғундан онун мәхсуси функсијалары там систем тәшкил едирләр вә буна көрә ихтијари далға функсијасыны бу функсијалара көрә сыраја ајырмаг мүмкүндүр:

$$\psi = \sum_m C_m\psi_m^{(0)}$$

Бу ифадәни нәзәрә алсаг,

$$\left(\hat{H}_0 + \hat{V}\right)\sum C_m\psi_m^{(0)} = E\sum C_m\psi_m^{(0)}$$

јахуд

$$\sum C_m\left(E_m^{(0)}\psi_m^{(0)} + \hat{V}\psi_m^{(0)}\right) = E\sum C_m\psi_m^{(0)}$$



олур. Бу бәрабәрлији солдан $\psi_k^{(0)}$-ын комплекс гошмасына (јә'ни $\psi_k^{(0)*}$-а) вуруб, бүтүн фәза үзрә интегралласаг вә нәзәрә алсаг ки,

$$\int \psi_k^{(0)*}\psi_m^{(0)}d\pi = \delta_{km}$$

онда ашағыдакы бәрабәрлији алырыг:

$$C_k\left(E - E_k^{(0)}\right) = \sum V_{km}C_m$$

Бурада $V_{km} = \int \psi_k^{(0)*}\hat{V}\psi_m^{(0)}d\tau$ олуб, $\hat{V}$ операторунун матрис елементи адланыр.

$n$-чи квант һалында олан електронун енержисини һесаблајаг. Биринчи јахынлашмада

$$E_n = E_n^{(0)} + E_n^{(1)}$$

$$C_k = C_k^{(0)} + C_k^{(1)}$$

олдуғуну гәбул едә биләрик. Бу бәрабәрликләри нәзәрә алсаг:

$$\left(C_k^{(0)} + C_k^{(1)}\right)\left(E_n^{(0)} + E_k^{(0)}\right) = \sum V_{km}\left(C_m^{(0)} + C_m^{(1)}\right)$$

$n$-чи квант һалына бахдығымыздын $C_n^{(0)} = 1;\ C_k^{(0)} = 0\ (k \neq n$ исә) олур. Онда

$$E_n^{(1)} = \sum_m V_{nm}C_m^{(0)} = V_{nn} \text{ вә ја}$$

$$E_n^{(1)} = \int \psi_n^{(0)*}\hat{V}\psi_n d\tau$$

олдуғуну алырыг. Бу ифадә биринчи јахынлашмада енержијә верилән дүзәлиши көстәрир. Бу дустуру тәтбиг едәрәк атомунун енержисинә әлавә едилән релјативистик дүзәлиши һесаблајаг.

Һидрокен атомунда һәрәкәт едән електрон үчүн

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m} + u; \quad V = -\frac{(E-u)^2}{2m_0c^2}$$

шәклиндә ифадә олунур. $V$-нин бу ифадәсини $E_n^{(1)}$-дә јазсаг:

$$E_n^{(1)} = \int \psi_n^{(0)*}\left(-\frac{(E-u)^2}{2m_0c^2}\right)\psi_n d\tau$$

олур. бурада, һидрокенәбәнзәр атомлар үчүн $u = -\dfrac{Ze^2}{r}$ олдуғуну нәзәрә алсаг,

$$E_n^{(1)} = -\frac{1}{2m_0c^2}\int \psi_n^{(0)*}\left(E_n + \frac{ze^2}{r}\right)^2 \psi_n^{(0)} d\tau =$$

$$= -\frac{1}{2m_0c^2}\int\left[E_n^2\psi_n^{(0)*}\psi_n^{(0)} + 2E_n ze^2\frac{\psi_n^{(0)*}\psi_n^{(0)}}{r} + \right.$$

$$\left. + z^2e^4\frac{\psi_n^{(0)*}\psi_n^{(0)}}{r^2}\right]d\tau$$

Мә'лум олдуғу кими,

$$\psi^{(0)} = \psi(r,\theta,\varphi) = R_{n_l}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi)$$

шәклиндәдир. Бурада $Y_{lm}(\theta,\varphi)$ сферик функсија, $R_{nl}(r)$ исә радиал далға функсијасыдыр:



$$R_{nl} = N_{nl}\left(\frac{2zr}{n}\right)^l F\left(-n+l+1; 2l+1; \frac{2zr}{n}\right) l^{-\frac{zr}{n}}$$

Бурада $F$-һиперһәндәси функсија, $N$-исә $n$, $l$-квант әдәдләриндән асылы вуругдур. (5.32) бәрабәрлијиндән көрүнүр ки, релјативистик дүзәлиши һесабламаг үчүн $\dfrac{1}{r}$ вә $\dfrac{1}{r^2}$-нын орта гијмәтини һесабламаг лазым кәлир:

$$<\frac{1}{r^k}> = \int|\psi(r,\theta,\varphi)|^2\frac{1}{r^k}d\tau = \int\frac{R_{nl}^2\cdot r^2}{r^k}dr$$

һесабламалар көстәрир ки,

$$<\frac{1}{r}> = \frac{z}{a_0n^2}$$

$$<\frac{1}{r^2}> = \frac{z^2}{a_0^2n^3\left(l+\frac{1}{2}\right)}$$

бурада $a_0 = \dfrac{\hbar^2}{m_0c^2}$-биринчи Бор орбитинин радиусу; $n$, $l$-исә ујғун олараг баш вә орбитал квант әдәдләридир. Бу ифадәләри (5.32)-нәзәрә алсаг бир сыра һесабламалардан сонра енержијә верилән релјативистик дүзәлиш үчүн ашағыдакы ифадәни алырыг:

$$E_{рел} = E_0\cdot\frac{z^2\alpha^2}{n}\left(\frac{1}{l+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4n}\right); \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \qquad (5.33)$$

Бу бәрабәрлик електронун күтләсинин сүр'әтдән асылылығы һесабына һидрокенәбәнзәр атомларда енержинин дәјишмәсини ифадә едир. Енержи сәвијјәләрини ифадә едән Дирак дүстуруну әлдә етмәк үчүн (5.33)-ин үзәринә спин-орбитал гаршылыглы тә'сир һесабына електронун кәсб етдији енержини дә әлавә етмәк лазымдыр.

**Спин-орбитал гаршылыглы тә'сир һесабына енержијә верилән дүзәлиш:**

Јухарыда сөјләдијимиз кими електронун мәхсуси магнит моменти

$$\vec{\mu}_s = \frac{e}{m_0 c}\vec{s}$$

орбитал магнит моменти $\vec{\mu}_l = \dfrac{e}{2m_0 c}\vec{l}$ илә гаршылыглы тә'сирдә олур вә бунун нәтиҹәсиндә һидрокен атомунун енержи сәвијјәләри дәјишир. $\vec{\mu}_s$ вә $\vec{\mu}_l$-ин фәзада ориjентасијасындан асылы олараг, гаршылыглы тә'сир енержиси мүхтәлиф олур вә беләликлә спин-орбитал гаршылыглы тә'сир һесабына енержи сәвијјәләри парчаланараг инҹә гурулуна малик олур. Бир сыра атомларда спин-орбитал гаршылыглы тә'сир енержиси релјативистик дүзәлишдән бөјүкдүр. Дикәр атомларда исә һәр ики дүзәлиш тәгрибән ејнидир.

Үмуми мүһакимәләрә әсасланараг һидрокенәбәнзәр атомлар үчүн спин-орбитал гаршылыглы тә'сир енержиси

$$U = a(\vec{l}\vec{S})$$

шәклиндә јазмаг олар. $\vec{\mu}_s$ вә $\vec{\mu}_l$ магнит диполларынын гаршылыглы тә'сири әтрафлы шәкилдә Френкел вә Томас тәрәфиндән өјрәнилмиш вә $a$ вуруғу үчүн ашағыдакы ифадә әлдә едилмишдир:



$$a = \frac{ze^2}{2m_0^2c^2r^3}$$

Беләликлә, $U_{ls} = \dfrac{ze^2}{2m_0^2c^2r^3}\left(\vec{l}\vec{s}\right)$

олур. Ујғунлуг принсипинә көрә спин-орбитал гаршылыглы тә'сир оператору

$$U = \frac{ze^2}{4m_0^2c^2r^3}\left(\vec{j}^2 - \vec{l}^2 - \vec{s}^2\right); \; \vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$$

олар. Спин-орбитал гаршылыглы тә'сир енержиси, (бу енержи нәзәрә алынмадыгда), атомун малик олдуғу енержидән дәфәләрлә кичик олдуғуна көрә $U_{ls}$-ә һәјәҹанлашма кими бахмаг мүмкүндүр. $E_n^{(1)}$ ифадәсиндә $U$-ну нәзәрә алсаг спин-орбитал гаршылыглы тә'сир һесабына биринҹи јахынлашмада верилән дүзәлиш үчүн

$$E_{ls} = \frac{ze^2}{4m_0^2c^2}\int \psi_n^{(0)*}\cdot\frac{1}{r^3}\left(\vec{j}^2 - \vec{l}^2 - \vec{s}^2\right)\psi_n^{(0)}d^3r$$

ифадәсини әлдә едирик. $\psi_n^{(0)}$ функсијасы $\vec{j}^2, \vec{l}^2, \vec{s}^2$ операторларынын мәхсуси функсијасы олдуғу үчүн, јә'ни

$$\vec{j}^2\psi_n^{(0)} = j(j+1)\psi_n^{(0)}$$

$$\vec{l}^2\psi_n^{(0)} = l(l+1)\psi_n^{(0)}$$

$$\vec{s}^2\psi_n^{(0)} = s(s+1)\psi_n^{(0)}$$

олдуғундан

$$E_{ls} = \frac{ze^2}{4m_0^2c^2}\left[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)\right]\int\left|\psi_n^{(0)}\right|^2 \frac{d^3r}{r^3} \quad (5.34)$$

олур.

Сонунчу бәрабәрликдән көрүндүјү кими интеграл $<\frac{1}{r^3}>$ орта гијмәтини көстәрир. Һидрокенәбәнзәр атомлар үчүн далға функсијасынын $\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi)$ ифадәсини (5.34) - дә јеринә јазараг бир сыра һесабламалардан сонра

$$<\frac{1}{r^3}> = \frac{z^3}{a_0^3 n^2 l(l+1)(l+\frac{1}{2})}$$

әлдә едилир. Беләликлә,

$$E_{ls} = \frac{ze^2}{4m_0^2c^2}\left[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)\right]\frac{z^3}{a_0^3 n^3 l(l+1)(l+\frac{1}{2})}$$

јахуд

$$E_{ls} = -E_0 \cdot \frac{z^2\alpha^2}{n} \cdot \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2l(l+1)(l+\frac{1}{2})} \quad (5.35)$$

алырыг. Електронун атомда малик олдуғу там енержи

$$E = E_0 + E_{ls} + E_{рел.}$$

олдуғундан, (5.33) вә (5.35) дүстурларыны нәзәрә алараг електронун там енержисини јығчам шәкилдә јазаг.



Билдијимиз кими, електрон үчүн $s = \frac{1}{2}$, $j = l \pm \frac{1}{2}$-дир. Онда $s(s+1) = \frac{3}{4}$ олар. Сонунчу ифадәни $j = l + \frac{1}{2}$ вә $j = l - \frac{1}{2}$ үчүн һесаблајаг: $j = l + \frac{1}{2}$ олдугда

$$\frac{j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4}}{2l(l+1)(l+\frac{1}{2})} = \frac{1}{2(l+1)(l+\frac{1}{2})}$$

$j = l - \frac{1}{2}$ олдугда исә

$$\frac{j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4}}{2l(l+1)(l+\frac{1}{2})} = -\frac{1}{2(l+1)(l+\frac{1}{2})}$$

Онда

$$E_{ls} + E_{рел} = \frac{z^2\alpha^2}{n}\left(\frac{1}{l+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4n}\right)E_0 - \frac{z^2\alpha^2}{2n}\left(\frac{1}{\left(l+\frac{1}{2}\right)(l+1)} - \frac{1}{l\left(l+\frac{1}{2}\right)}\right)E_0 =$$

$$= E_0\frac{z^2\alpha^2}{n}\left(\frac{1}{j} - \frac{3}{4n} - \frac{1}{2j\left((j+\frac{1}{2}\right)}\right) = \frac{z^2\alpha^2}{n}E_0\left(\frac{1}{j+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4n}\right)$$

Беләликлә, там енержи:

$$E_{nj} = E_0\left[1+\frac{z^2\alpha^2}{n^2}\left(\frac{n}{j+\frac{1}{2}}-\frac{3}{4}\right)\right] \qquad (5.36)$$

олур. Бу бәрабәрлик, һидрокенәбәнзәр атомларын енержи сәвијјәләрини ифадә едән дирак дүстурудур. Бу дүстура көрә, $s$-сәвијјәләри мүстәсна олмагла, дикәр енержи сәвијјәләри ән азы дублет гурулуша маликдир. Көрүндүјү кими дахили квант әдәдләри $j_1 = l+\frac{1}{2}$ вә $j_2 = l-\frac{1}{2}$ олан алт сәвијјәләр арасындакы мәсафә

$$\Delta E_{j_1,j_2} = E_0\cdot\frac{\alpha^2 z^2}{n^2}\cdot\frac{1}{l(l+1)}$$

олур.

Беләликлә, инчә парчаланманын гијмәти нүвәнин јүкүнүн артмасы илә кәскин олараг $\sim z^4$ артыр, баш вә орбитал квант әдәләринин артмасы илә азалыр $\frac{1}{n^2}\cdot\frac{1}{l(l+1)}$;

бурада $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \sim \frac{1}{137}$ инчә гурулуш сабити адланыр.

## §5.16. Сечмә гајдалары

Нормал һалда олан атом мүәјјән мигдарда енержи удмагла даһа јухары енержи сәвијјәсинә кечә биләр; јухары енержи сәвијјәсиндән вә ја һәјәчанланмыш һалдан нормал һала кечмәк үчүн атом мүәјјән мигдарда енержи шүаландырмалыдыр. Беләликлә, атом бир һалдан дикәринә кечмәк үчүн ја шүа удмалыдыр вә ја да бурахылмалыдыр.



Садәлик үчүн фәрз едәк ки, удулма вә шүаланма просесиндә бир фотон иштирак едир (бу ән бөјүк еһтимала малик олан кечиддир). Инди белә просесдә һансы сәвијјәләр (вә ја термләр) арасында кечид мүмкүн олдуғуну тәһлил едәк.

Гәләви атомларын енержи спектринин тәчрүби тәһлили көстәрмишдир ки, ихтијари тремләр (сәвијјәләр) арасында кечид мүмкүн дејил. $s$-терми јалныз $p$-термилә $p$-терми $s$ вә $d$ термләри илә, $d$-терми $p$ вә $f$ термләри илә вә с. комбинасија едә биләр. Бу тәчрүби факт узун мүддәт изаһ едилә билмәмишдир; бу фактын изаһына кечмәздән әввәл кејфијјәт характери дашыјан ашағыдакы тәһлили билмәк јахшы олар: $s$-терми јалныз $p$-терми илә комбинасија едир, бу о демәкдир ки, кечид јалныз $l=0$-дан $l'=1$ вә әксинә ола биләр; $p$ -терминә кәлдикдә исә о јалныз $s$ вә $d$ термләри илә комбинасија етдијиндән кечид: $l=1$-дән $l'=0$ вә $l''=2$ һалларында ола биләр вә с. Бу кечидләрә нәзәр салсаг биринчи һалда ($s\to p$ кечиди) $l-l'=\Delta l=\pm 1$ алырыг, икинчи һалда исә $l-l'=\Delta l=\pm 1$ вә $l-l''=\Delta l=\pm 1$ алырыг.Белә кејфијјәт характери дашыјан садә тәһлил көстәрир ки, елә сәвијјәләр арасында кечид мөвчуд ола биләр ки, $\Delta l=\pm 1$ шәрти өдәнилсин: бу тип шәртләрә сечмә гајдасы дејирләр.

Јухарыда гејд етдик ки, тәчрүбәдә мүшаһидә олунун вә олунмајан кечидләрин изаһ едилмәси мәсәләси узун мүддәт өз әксини тапмады. Бу тәчрүби факт квант механикасы јарандыгдан сонра изаһ едилә билди. Квант механикасы көстәрди ки,һәр бир сечмә гајдасы дәгиг вә ја тәгриби сахланма ганунунун нәтичәсидир. Бу һөкмү әјани тәсәввүр етмәк үчүн там моментинин сахланма гануну шүаланан атома тәтбиг едәк. Шүаланмадан әввәл атомун там моментини $I$, шүаланмадан сонра исә $I'$-илә ишарә етсәк:

$$\vec{I} = \vec{I}'+\vec{j}_\Phi$$

јазмаг олар; бурада $\vec{j}_\Phi$ -шүаланан фотонун там моментидир. Бу ифадәни

$$\Delta\vec{I} = \vec{I} - \vec{I}' = \vec{j}_\Phi$$

јазыб $\left|\Delta\vec{I}\right| = \left|\vec{j}_{\Phi}\right|$ олдуғуну нәзәрә алаг вә унутмамалы ки, шүаланан фотонун там моменти онун јалныз спин моменти илә тә'јин едилир $\left(\left|\vec{j}_{\Phi}\right| = s_{\Phi} = +1\right)$, онда

$$\Delta I = +1$$

аларыг; әкәр шүа удулурса, онда $\Delta I = I' - I = -1$ олар, вә беләликлә,

$$\Delta I = \pm 1$$

јени сечмә гајдасыны аларыг. Бу сечмә гајдасындан $\Delta\ l = \pm 1$ сечмә гајдасы асанлыгла алыныр; доғрудан да

$$\vec{I} = \vec{L} + \vec{S}; \qquad \vec{I}' = \vec{L}' + S;$$

$$\Delta\vec{I} = \vec{I} - \vec{I}' = \vec{L} - \vec{L}' = \Sigma\vec{l}_i - \Sigma\vec{l}'_i = \Sigma\,\Delta\vec{l}_i$$

гәләви атомларда спектр валент електронунун кечиди илә әлагәдар олдуғундан, бу тип атомлара бир електронлу атом кими бахмаг олар вә $\Sigma\,\Delta\vec{l}_i \rightarrow \Delta l$ кими гәбул етмәк олар, онда

$$\vec{I} - \vec{I}' \Rightarrow \Delta\vec{l}, \quad \left|\Delta\vec{I}\right| = \left|\Delta\vec{l}\right| = +1$$

јә'ни $\Delta l = \pm 1$ сечмә гајдасыны аларыг.

Гејд едәк ки. Квант механикасында бә'зи хүсуси һалларда ($I=0$) там момент ($\vec{I}$ вектору) биргијмәтли тә'јин едилә билмир; Белә һалда $I^2 \rightarrow I(I+1) = 0$ олур;, јә'ни $\vec{I}$ - вектору вә онун пројексијалары мүәјјән гијмәтә малик олурлар. Онда $I=0$ квант һалындан дикәр $I'=0$ квант һалына кечид гәти гадаған олунур ки, бу нүвә физикасында $0 \leftrightarrow 0$ кечиди адланыр.



Гејд едәк ки, $\Delta\ l = \pm 1$ сечмә гајдасыны биз формал олараг там моментин сахлама ганунунун нәтичәси кими алдыг. Әслиндә исә бу белә дејил, она көрә ки, биз һеч бир сөз демәдән спин моменти векторунун ($\vec{s}$ вектору) дәјишмәдијини гәбул етдик. $\Delta\ l = \pm 1$ сечмә гајдасы чүтлүк ганунунун сахланмасынын нәтичәсидир.

Квант механикасы $\Delta\ I = \pm 1$ вә $\Delta\ l = \pm 1$ сечмә гајдалары илә јанашы там моментин вә һәрәкәт мигдары моментинин пројексијасыны характеризә едән $m_j$ вә $m_z$ квант әдәдләри үчүндә сечмә гајдаларыны верир.

$$\Delta\ m_j = 0,\ \pm 1; \quad \Delta\ m_z = 0,\ \pm 1;$$

Бир мәсәләни дә јадда сахламаг лазымдыр ки, јухарыда шәрһ едилән сечмә гајдаларына табе олан кечидләрин һамысы тәчрүбәдә мүшаһидә едилир. Бу кечидләрлә јанашы тәчрүбәдә сечмә гајдаларына табе олмајан кечидләр дә мүшаһидә олунур. Белә кечидләрә гадаған олунмуш кечидләр дејирләр. Гадаған олунмуш кечидләрин еһтималы сечмә гајдаларына табе олан кечидләрин еһтималындан чох-чох кичик олур; ејни илә ујғун спектрал хәтләрин интенсивлији чох-чох зәиф олур.

## §5.17.Гәләви атомларын спектри

Мүрәккәб атомларда енержи спектринин нәзәри чәһәтдән арашдырылмасы чохлу сајда електронларын кулон саһәсиндәки һәрәкәтинин өјрәнилмәсинә кәтирилир ки, бу да чох мүрәккәб бир мәсәләдир. Лакин бир груп чохелектронлу атомлар мөвчуддур ки, онларын спектрал хассәләрини һидрокен атомуна аналожи олараг өјрәнмәк олар. Бу груп атомлар -гәләви метал атомларыдыр. Бу елементләрин (*Li, Na, K, Rb, Cs*) спектрләри харичи көрүнүшү е'тибарилә һидрокен атомунун спектринә бәнзәјир. Тәчрүбәдә мүәјјән едилмишдир ки, гәләви атомларын спектрал хәтләринин арасындакы мәсафә ганунаујғун олараг дәјишир: серијанын сәрһәддинә јахынлашдыгча спектрал хәтләр сыхлашыр вә

хәтләрин интенсивликләри азалыр. Лакин һидрокен атомунун спектрал серијалары вә гәләви метал атомларынын спектрал серијалары арасында кәскин фәргләр дә мөвчудур. Мә'лумдур ки, һидрокен атомунда бүтүн серијалар ејни бир $T(n)$ терминин комбинасијалары кими көстәрилмәклә, Балмер дүстуру васитәсилә ифадә едилир:

$$\bar{\nu} = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

Бурада k верилмиш спектрал серија үчүн сабит кәмијјәтдир, $n$-исә дәјишир вә һәм дә $n>k$.

Ридбергин көстәрдији кими гәләви металларын спектрал серијалары ашағыдакы термин комбинасијасы кими верилә биләр:

$$T = \frac{R}{(n+\sigma)^2}$$

бурада σ-квант дефекти вә ја Ридберг дүзәлиши адланыр. Әкәр һидрокен атому үчүн спектрал серијаларын хәтләринин тезликләри јалныз бир үмумиләшмиш балмер дүстуру илә верилирдисә, гәләвиметал атомлары үчүн бир нечә термдән истифадә олунур. Һәм дә σ дүзәлиши јалныз бир серија һүдудунда сабит олуб, серијадан серијаја кечәркән дәјишир. Ридбергин көстәрдији кими гәләви метал атомларынын спектрал хәтләрини ашағыдакы кими көстәрмәк олар:

$$\bar{\nu} = R\left[\frac{1}{(k+\sigma_1)^2} - \frac{1}{(n+\sigma_2)^2}\right]$$

бурада $\sigma_1$ вә $\sigma_2$ сабитләрдир. Гәләви метал атомларынын спектрләриндәки бә'зи хүсусијјәтләрлә таныш олаг:

Менделејев чәдвәлиндә гәләви металлар тә'сирсиз газлардан сонра кәлир: һелиум-литиум, неон-натриум, аргон-калсиум, криптон-сезиум, ксенон-франсиум. Мә'лумдур



ки, тә'сирсиз газларын атомлары чох дајаныглыдыр, онлары ионлашдырмаг үчүн, бөјүк енержи вермәк лазымдыр (мәсәлән, һелиум атомунун ионлашма потенсиалы 24,6в-а бәрабәрдир). Гәләви металларын атомларыны исә ионлашдырмаг үчүн нисбәтән кичик енержи лазымдыр (мәсәлән, литиум атомунун ионлашма потенсиалы 5.4в-а бәрабәрдир). Гәләви металлар бирвалентлидир, һәр һансы гәләви атому електронларын сајыны $z$ илә ишарә етсәк, онда гәбул етмәк олар ки, бу гәләви метал атомунун $z$-$1$ електрону нүвә илә тә'сирсиз газда олдуғу кими дајаныглы бир систем тәшкил едир (мәсәлән, литиум, һелиума, неона вә с. охшајыр), валент електрону исә атомун галан һиссәси илә зәиф әлагәдә олур.

Үмумијјәтлә, јүкү $Ze$ олан нүвә вә онун әтрафында үмуми јүкү $(Z$-$1)e$ олан електронлар системинә атом ковдәси дејирләр. Ковдәнин там јүкү $Ze + \left[-(Z-1)e\right] = e$ олдуғундан гәләви атомун јеканә валент електрону бу ковдәнин саһәсиндә һәрәкәт едир. Белә модел һидрокен атомуну хатырладыр. Әслиндә исә гәләви метал атомлары илә һидрокен атому арасында кәскин фәргләр вардыр. бу фәргләр ашағыдакылардан ибарәтдир. Билдијимиз кими һидрокен атомунда јеканә електрон нүвәнин кулон саһәсиндә (мәркәзи саһә) һәрәкәт едир. гәләви метал атомунда исә валент електрону ковдә әтрафында һәрәкәт едәрәк мәнфи јүкләри итәләјиб, мүсбәт јүкләри чәзб етдијиндән ковдә деформасијаја уғрајыр, полјаризәләшир. Она көрә дә гәләви металларда ковдәнин кулон саһәсинә дипол, квадрупол, октупол вә с. саһәләр әлавә олунмалыдыр. Елә она көрә дә гәләви метал атомларында һидрокен атомундан фәргли олараг, бир нечә спектрал термләр мүшаһидә олунур. Һидрокен атомунда електронун потенсиал енержиси

$$U = -\frac{Ze^2}{r}$$

гәләви атомларда исә,

$$U = -\frac{Ze^2}{r}\left(1 + \frac{A}{r} + \frac{B}{r^2} + \ldots\right)$$

шәклиндә ахтарылыр. Бурада биринчи һәдд нөгтәви јүк, икинчи һәдд дипол, үчүнчү һәдд квадрупол вә с. саһәләрдәки потенсиал енержидир. Биз биринчи јахынлашмада ики һәдлә кифајәтләнәчәјик:

$$U = -\frac{Ze^2}{r}\left(1+\frac{A}{r}\right)$$

Бу һалда сферик координатларда Шрединкер тәнлијини јазыб кулон саһәсиндәки һәрәкәтин тәһлилиндә апардығымыз һесабаты тәкрар етсәк, онда (5.26) тәнлијинә ујғун олан ашағыдакы тәнлији аларыг:

$$\frac{d^2R}{dr^2}+\frac{2}{r}\cdot\frac{dR}{dr}+\frac{8\pi^2 m}{h^2}\left[E+\frac{Ze^2}{r}-\frac{h^2 l(l+1)}{8\pi^2 mr^2}+\frac{Aze^2}{r^2}\right]R(r)=0 \quad (5.37)$$

Бу тәнлијин (5.26) тәнлији илә үст-үстә дүшмәси үчүн ашағыдакы әвәзләмәни едәк:

$$l(l+1)-\frac{8\pi^2 mAZe^2}{h^2}=l_1(l_1+1)$$

Онда (5.37) тәнлији ашағыдакы шәклә дүшәр:

$$\frac{d^2R}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dR}{dr}+\frac{8\pi^2 m}{h^2}\left[E+\frac{ze^2}{r}-\frac{h^2 l_1(l_1+1)}{8\pi^2 mr^2}\right]R=0$$

Бу тәнлик (5.26) тәнлији илә үст-үстә дүшүр. Мә'лумдур ки, (бах §5.9) бу тәнлијин һәлли јалныз

$$E=-\frac{2\pi^2 mz^2e^4}{h^2(n_2+l_1+1)^2}=-\frac{2\pi^2 mz^2e^4}{h^2 n^{*2}}$$

шәрти дахилиндә мүмкүндүр. Инди $l_1$-дән бизә мә'лум олан $l$-ә кечәк, бунун үчүн



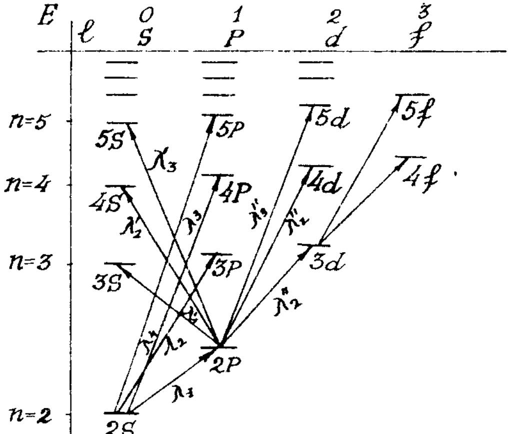
$$l_1(l_1+1)=l(l+1)-\frac{8\pi^2 mAze^2}{h^2}$$

тәнлијини $l_1$-ә көрә һәлл етмәлијик.

Бу тәнлији $l_1$-ә көрә һәлл едиб, ону $l$-васитәсилә ифадә етмәк олур, лакин $A$-сабитинин тапылмасы мүмкүн олмур. Гејд едәк ки, $A$-сабити квант әдәдләриндән чидди асылыдыр вә бу асылылыг бизә мә'лум дејил. Она көрә дә енержи спектри үчүн алдығымыз (5.36) дүстурундан истифадә едәчәјик.

$$E_{nj}=E_0\left[1+\frac{z^2\alpha^2}{n^2}\left(\frac{n}{j+\frac{1}{2}}-\frac{3}{4}\right)\right]$$

Дирак нәзәријјәсинә көрә һидрокенә бәнзәр атомларын тәдгиги бизи бу дүстура кәтирир. Дүстурдан көрсәнир ки, $n$-ин мүәјјән гијмәтиндә $l$-ин мүхтәлиф гијмәтләри үчүн енержинин гијмәтләри фәрғләнир. Бу фәрг һидрокен атомунда өзүнү көстәрмир, чүнки һидрокен атомунда $l$ -ә көрә чырлашма мөвчуддур. Инди $ns$, $np$ вә $nd$ сәвијјәләринин енержисини јазаг вә $Li$-атомунун енержи спектрини графики көстәрәк (шәкил 19)




**Шәкил 19**

$$E(ns) = -\frac{2\pi^2 mz^2 e^4}{h^2 n^2}\left[1 + \frac{z^2\alpha^2}{n^2}\left(2n - \frac{3}{4}\right)\right]$$

$$E(np) = -\frac{2\pi^2 mz^2 e^4}{h^2 n^2}\left[1 + \frac{z^2\alpha^2}{n^2}\left(\frac{2n}{3} - \frac{3}{4}\right)\right]$$

$$E(nd) = -\frac{2\pi^2 mz^2 e^4}{h^2 n^2}\left[1 + \frac{z^2\alpha^2}{n^2}\left(\frac{2n}{5} - \frac{3}{4}\right)\right]$$

у гијмәтләри мүгајисә етсәк *ns* сәвијјәсинин ән ашағыда, идан сонра *np* сәвијјәсининвә ондан јухарыда исә *nd* сәвиј-синин јерләшдијини корәрик. Борун тезлик гајдасындан стифадә етмәклә тәчрүбәдә мүшаһидә олунан серијаларын езликләрини һесабламаг олар:

Баш серија: $1s \to np$ кечидләриндә мүшаһидә олунур. кинчи көмәкчи серија $2p \to ns$ кечидиндә, биринчи көмәкчи ерија $2p \to nd$ кечидиндә фундаментал серија исә $3d \to nf$ ечидиндә мүшаһидә олунур. Гејд едәк ки, бу серијаларда $\Delta l = \pm 1$ сечмә гајдасы өдәнилир.

### §5.18.Елементләрин дөврү системи

Квант механикасынын ән парлаг нәтичәләриндән бири дә елементләрин дөврү системинин нәзәри олараг гурулмасы вә әсасландырылмасыдыр.

Гејд едәк ки, биз бурада елементләрин кимјәви вә физики хассәләрини тәһлил етмәјиб, онларын јалныз електрон конфигурасијасыны тәһлил едәчәјик. Әввәлчә атом електронунун мүмкүн ола билән һалларыны тә'јин едәк. Мә'лумдур ки, (§5.15) електронунун атомда һалы $n, l, m_z$ вә $m_s$ дөрд квант әдәди илә характеризә олунур. Әкәр $n, l$ вә $m_z$ квант әдәдләрини фиксә етсәк, онда $m_s = \pm\frac{1}{2}$ гијмәт алдығындан демәк олар ки, атомда $n, l$ вә $m_z$ мүәјјән олан ики електрон ола биләр. $n$ вә $l$-и фиксә етмиш олсаг $m_z$, $2l+1$ гијмәт алдығындан һөкм етмәк олар ки, $n$ вә $l$ мүәјјән гијмәтә малик олан електронларын сајы $2(2l+1)$ олар. Әкәр јалныз баш квант әдәди -и фиксә етмиш олсаг, онда



$$N = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2$$

аларыг. $n=1$ олан һала $K$-лајы дејирләр, $K$-лајында јалныз ики електрон ола биләр. $n=2$ олан һала $L$-лајы дејирләр ки, бу лајда 8-електрон ола биләр. $n=1$ олдугда $l=0$ олдуғундан $K$-лајы $1s$-тәбәгәсинә малик олур; $n=2$ оларса, $l=0$ вә $l=1$ гијмәтләрини алдығындан $L$ -лајы $2s$ вә $2p$ тәбәгәсиндән ибарәт олур. Тәбәгәдә јерләшән електронларын сајы $2(2l+1)$ илә тә'јин олундуғундан, $s$-тәбәгәсиндә $(l=0)$, 2-електрон, $P$-тәбәгәсиндә $(l=1)$ 6-електрон $d$-тәбәгәсиндә $(l=2)$ 10-електрон вә с. ола биләр. $n=3$, $M$ -лајы $(3s, 3p, 3d)$ тәбәгәләри, $n=4$, $N$-лајы $(4s, 4p, 4d, 4f)$ вә с. адланыр.

Инди лајларда олан електронларын максимум сајыны јазаг;

| | |
|---|---|
| $K$-лајы $n=1$, $1s^2$ | чәми 2 електрон, |
| $L$-лајы $n=2$, $2s^2 2p^6$ | чәми 2+6=8 електрон, |
| $M$-лајы $n=3$, $3s^2 3p^6 3d^{10}$ | чәми 2+6+10=18 електрон, |
| $N$-лајы $n=4$, $4s^2 4p^6 4d^{10} 4f^{14}$ | чәми 2+6+10+14=32 електрон |

ола биләр.

Инди биринчи 10-елементин ($H$-дән $Ne$-гәдәр) електрон конфигурасијасыны, термини вә валентлијини тә'јин едәк:

1.$H$. $n=1$, $l=0$, $m_z=0, m_s = +\frac{1}{2}$ олдуғундан, онун електрон конфигурасијасы $1s^1$, әсас терми исә $^2S_{1/2}$ олар.

Адәтән елементин валент голу (валентлији) спини копенсә едилмәмиш електронларын сајы илә тә'јин олунур. Һидрокен атомунда спини компенсә олмајан бир електрон олдуғундан, о бир валентли елементдир.

2.*He*. $n=1,\ l=0,\ m_l=0,\ m_s=\pm\frac{1}{2}$ гијмәтләрини алдығын[д]ан әсас електрон конфигурасијасы $1s^2$, терми ${}^1s_0$ валентлији [и]сә сыфырдыр (електронлар антипаралел јөнәлмишдир). [Һ]елиум атомунда *K*-лајы там долур, она көрә дә бу атом [т]ә'сирсиз атомдур.

3. *Li*. Литиумун биринчи ики електрону *He* атомунда [о]лдуғу кими јерләшир, јә'ни $n=1,\ l=0,\ m_l=0,\ m_s=\pm\frac{1}{2},\ 1s^2$ […]олур. Үчүнчү електрону исә *K*-лајы $(n=1)$ там долдуғундан *L* лајында $n=2$ јерләшмәлидир. *L*-лајы ики тәбәгәдән ($2s$ вә $2p$) ибарәт олдуғундан үчүнчү електронун һансы тәбәгәдә јерләшә билмәсини мүәјјәнләшдирмәлијик. Квант механикасында гејри-мәркәзи саһәдә һәрәкәт едән електрон мәсәләсинин һәлли енержинин *n* вә *l*-дән асылы олмасына кәтирир; белә ки, енержи *n+l*-дән асылы алмагла лајын вә ја тәбәгәнин долмасы *n+l* кичик гијмәтиндән башламалыдыр. *l*-и кичик олан һалын енержиси, *l*-бөјүк олан һалын енержисиндән кичик олур; тәбәгәнин долмасы *l*-ин кичик гијмәтләриндән башлајыр (*ns, np, nd* вә с.). Ола биләр ки, ики мүхтәлиф лајда $n_1+l_1=n_2+l_2$ мүнаһидә олунсун, белә һалда *l*-и бөјүк олан тәбәгә долмалыдыр. Бу мүһакимәни нәзәрә алсаг *L*-лајында $2s$ тәбәгәси $(n+l=2+0=2)$, $2p$ тәбәгәсиндән $(n+l=2+1=3)$ габаг долмалыдыр, јә'ни литиум атомунун үчүнчү електрону $n=2,\ l=0,\ m_l=0,\ m_s=+\frac{1}{2}$ тәбәгәсиндә јерләшмәлидир. Беләликлә литиум атомунун електрон конфигурасијасы $1s^22s^1$ терми $2s_{1/2}$, валентлији исә бирдир.

4. *Be*. Бериллиум атомунун биринчи үч електрону литиум атомунда олдуғу кими јерләшир. Дөрдүнчү електрон $2s$-тәбәгәсиндә бир бош јер олдуғундан һәмин јери $n=2,\ l=0,\ m_l=0,\ m_s=\pm\frac{1}{2}$ тутур. Беләликлә бериллиум атомунун електрон конфигурасијасы $1s^22s^2$, терми ${}^1s_0$, валентлији исә сыфыр олур. Кимјәви реаксијалар әксәр һалларда енержинин удулмасы илә баш верир. *L*-лајындакы $2s$ вә $2p$ тәбәгәләри арасындакы енержи фәрги $2,7eB$ олдуғундан кимјәви реак-



сијаларда удулан енержи бир електронлу $2s\rightarrow 2p$ кечидинә сәбәб ола биләр ки, бу да $|s^2 2s^2 \rightarrow |s^2 2s' 2p'$ конфигурасијасына кәтирәр. Белә конфигурасија бериллиум атомунун ики валтентли олмасыны көстәрир. Бурада спини компенсә олунмамыш електронун бири $2S$ -тәбәгәсиндә дикәри исә $2P$-тәбәгәсиндә јерләшир.

5. *B*. Бор атомунун биринчи дөрд електрону бериллиум атомунда олдуғу кими јерләшир, јә'ни: $n=1,\ l=0,\ m_l=0,$ $m_s=\pm\frac{1}{2},\ 1S^2\ n=2,\ l=0\ (n+l=2),\ m_l=0,\ m_s=\pm\frac{1}{2},\ 2S^2$ конфигурасијаја малик олур. Бешинчи електрон *L*-лајынын $2P$-тәбәгәсиндә јерләшмәлидир, доғрудан да $2P$ - тәбәгәсиндә, $n=2,\ l=1,\ n+l=3$, *M*-лајынын $3S$-тәбәгәсиндә исә $n=3,\ l=0,$ $n+l=3$ олмасына бахмајараг $2P$ -тәбәгәси әввәлчә долур, чүнки $2P$ тәбәгәсиндә *l*-ин гијмәти даһа бөјүкдүр. Беләликлә, бор атомунун әсас терми $2P_{1/2}$, електрон конфигурасијасы исә $1S^22S_22P^1$-дир ки. Бу һалда бор бир валентли, $2S\rightarrow 2P$ бирелектронлу кечидиндән сонра исә өзүнү үчвалентли апарыр.

6.*C*. Карбон атому 6-електрона маликдир, бу електронларын дүзүлүш гајдасы

$$n=1,\ l=0,\ m_l=0,\quad m_s=\pm\frac{1}{2},\qquad 1s^2$$

$$n=2,\ l=0,\ m_l=0,\quad m_s=\pm\frac{1}{2},\qquad 2s^2$$

$$n=2,\ l=1,\ m_l=\begin{cases}+1 & m_s=+\frac{1}{2}\\ 0\ , & \\ -1 & m_s=+\frac{1}{2}\end{cases}\qquad 2p^2$$

олур. $2P$-тәбәгәсиндә јерләшән електронларын спини, Һунд гајдасына көрә паралел олмалыдыр ки, бу карбон атомунун ики валентли олмасына кәтирир. $2S\rightarrow 2P$ бирелектронлу кечидиндә $2P$ тәбәгәсиндә үч електрон јерләшәр ки, Һунд гајдасына көрә онларын спини паралел олмалыдыр. Бу

алда карбон атому өзүнү дөрдвалентли апарыр вә әсас терми $^3P_0$-дыр.

7.*N*. Азот атому 7-електрона маликдир, бу електронларын дүзүлүш гајдасы беләдир.

$$n=1,\ l=0,\ m_z=0,\ \ m_s=\pm\frac{1}{2},\qquad 1s^2$$

$$n=2,\ l=0,\ \ m_z=0,\ \ m_s=\pm\frac{1}{2},\qquad 2s^2$$

$$n=2,\ l=0,\ m_z=\begin{cases}+1 & m_s=+\frac{1}{2}\\ 0\ , & m_s=\frac{1}{2}\\ -1 & m_s=\frac{1}{2}\end{cases}\qquad 2p^3$$

Азот атомунунун електрон конфигурасијасы $1S^22S^22P^3$, әсас терми $^4S_{3/2}$ валентлији исә үчдүр. Һунд гајдасына көрә $2P$ -тәбәгәсиндә олан үч електрон паралел спинә малик олмалыдыр. Азот атомунда $2S\rightarrow2P$ кечиди валентлији дәјишмир.

8. *O*. Оксикен атомунун 8-електрону ашағыдакы гајдада дүзүлмүшләр:

$$n=1,\ l=0,\ m_z=0,\ \ m_s=\pm\frac{1}{2},\qquad 1S^2$$

$$n=2,\ l=0,\ \ m_z=0,\ \ m_s=\pm\frac{1}{2},\qquad 2S^2$$

$$n=2,\ l=0,\ m_z=\begin{cases}+1 & m_s=+\frac{1}{2}\\ 0\ , & m_s=+\frac{1}{2}\\ -1 & m_s=+\frac{1}{2}\end{cases}\qquad 2P^4$$

Әсас електрон конфигурасијасы $1S^22P^22P^4$, терми $^3P_2$, валентлији исә икидир. $2S\rightarrow2P$ кечиди валентлији дәјишмир.

9.*F*. Фтор елементин 9-електрону, оксикендә олдуғу кими јерләшир. Әсас електрон конфигурасијасы $1S^22S^22P^5$ терми, $2P_{3/2}$ валентлији исә бирдир. $2S\rightarrow2P$ кечиди валентлији дәјишмир.

10.*Ne*. Неон атомунун 10 $1S^22S^22P^6$ електрону конфигурасијасыны тәшкил едир. Неон атомунда спини компенсә едилмәмиш електрон јохдур, она көрә дә неон атому тә'сирсиз атомдур. Гејд едәк ки, неон атомунда *L*-лајы там долур вә әсас терм $^1S_0$-олур.

11.Дикәр атомларын електрон конфигурасијасы, әсас терми вә валентлији бу шәкилдә тә'јин едилир. Лакин унутмамалы ки, *n*-ин бөјүк гијмәтләриндә бир електронлу кечидин сајы арта биләр; мәсәлән, $n=4$ олдугда $4S\rightarrow4P$, $4P\rightarrow4d$, $4d\rightarrow4f$ кечидләри ола биләр ки, бу да валентлијин дәјишмәсинә кәтирә биләр.

**Мәшғәлә**: *K, Ca, Sc, Ti вә V* елементләринин електрон конфигурасијасыны вә әсас термләрини тә'јин етмәли.

### §5.19. Аномал Зејеман еффекти

Зејеман еффектинин классик нәзәријјәси §3.11-дә шәрһ едилмишдир. §3.11-дә көстәрдик ки, харичи магнит саһәси спектрал хәттә тә'сир едәрәк ону үч хәттә парчалајыр ки, буна нормал Зејеман еффекти дејирләр (бах. §1.4). Тәчрүбәдә алынан чохлу сајда хәтләр (аномал Зејеман еффекти) классик физикада изаһ едилә билмир. Зејеман еффектинин там нәзәријјәси јалныз релјативистик квант механикасы (Дирак тәнлији) дахилиндә верилир. Биз бурада Зејеман еффектинин там нәзәријјәсини јох, тәчрүбәдә алынан нәтичәләри кејфијјәтчә изаһ етмәјә чалышачајыг.

Фәрз едәк ки, магнит моменти $\vec{\mu}$ олан атом сабит, бирчинсли харичи магнит саһәсинә дахил едилир. Бу һалда атомун харичи магнит саһәсиндә алдығы әлавә енержи:

$$\Delta E = -(\vec{\mu}\vec{H}) \quad \vec{\mu} = \vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s$$

бурада $H$-харичи магнит саһəсинин интенсивлијидир.

Əввəлчə Шрединкер тəнлијини јазаг:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0$$

вə харичи магнит саһəси илə електронун гаршылыглы тə'сир енержисини мүəјјəнлəшдирəк. Харичи саһəдə һəрəкəт едəн електрона Лоренс гүввəси тə'сир едир, лакин бу гүввə иш көрмəдијиндəн, о потенсиал енержијə һеч бир əлавə вермир. Атомун харичи магнит саһəси илə гаршылыглы тə'сир енержиси дедикдə, онун магнит моментинин харичи саһə илə гаршылыглы тə'сир енержиси баша дүшүлүр, јə'ни

$$U = -(\vec{\mu}\vec{H}) = -\mu H \cos\alpha$$

$\cos\alpha = \frac{m_z}{n_\varphi}$ вə $\mu = \mu_0 n_\varphi$ олдуғуну нəзəрə алсаг (бурада) $\mu_0$ - Бор магнетонудур:

$$U = -\mu_0 H m_z$$

Биз бурада јалныз орбитал магнит моментини нəзəрə алмышыг. Əкəр спин магнит моментини нəзəрə алсаг

$$U = -\mu_0 H m_z - \mu_0 H m_s = -\mu_0 H(m_z + m_s) = -\mu_0 H m_j$$

олар. Бу ифадəјə Ланде факторуну дахил етсəк

$$U = -\mu_0 H g_j m_j$$

олар. Бу ифадəни Шрединкер тəнлијиндə јеринə јазсаг



$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E(H=0) + \mu_0 H g_j m_j\right]\psi = 0$$

аларыг. Бу тəнликдəн көрүнүр ки, атом електронунун харичи магнит саһəсиндəки там енержиси

$$E(H \neq 0) = E(H = 0) + \mu_0 H g_j m_j$$

олар. Борун тезлик гајдасына көрə ики сəвијјə арасындакы кечиддə бурахылан шүанын тезлији

$$\omega = \frac{E'(H \neq 0) - E''(H \neq 0)}{\hbar} = \frac{E'(H = 0) - E''(H = 0)}{\hbar} +$$

$$+ \mu_0 H \frac{g_j' m_j' - g_j m_j}{\hbar}$$

тə'јин олунар. $\frac{E'(H=0) - E''(H=0)}{\hbar} = \omega_0$ илə ишарə етсəк:

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega(g'_j m_j' - g_j m_j) \qquad (5.38)$$

аларыг. Бурада $\Delta\omega = \frac{\mu_0 H}{\hbar} = \frac{eH}{2mc}$ Лармор тезлијидир. (5.38) дүстуру əсасында истəнилəн сəвијјəлəр арасындакы кечиддə Зејеман парчаланмасыны һесабламаг олар. Бу дүстур əсасында $Na$ атомунун баш серијасындакы сары хəтти тəһлил едəк; сары хəттин далға узунлуглары

$$\lambda_1 = 5896\,\text{Å}, \qquad \lambda_2 = 5890\,\text{Å}$$

Сары хəтт $^3P_{1/2} \to {}^3S_{1/2}$ вə $^3P_{3/2} \to {}^3S_{1/2}$ кечидлəриндə бурахылыр. Бу кечидлəрдə $L=1,\ 0;\ S=1/2,\ n=3$ гијмəтлəрини алыр. Ланде фактору §5.14-дə алынан

$$g = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2I(I+1)}$$

дүстуру васитәсилә һесабланыр.

$3S_{1/2}$ -сәвијјәси үчүн $g=2$, $3P_{1/2}$ -сәвијјәси үчүн $g = \frac{2}{3}$,

$3P_{3/2}$ -сәвијјәси үчүн исә $g = \frac{4}{3}$ алырыг. Үмумијјәтлә, бу кечидләрдә квант әдәдләринин алдығы гијмәтләр:

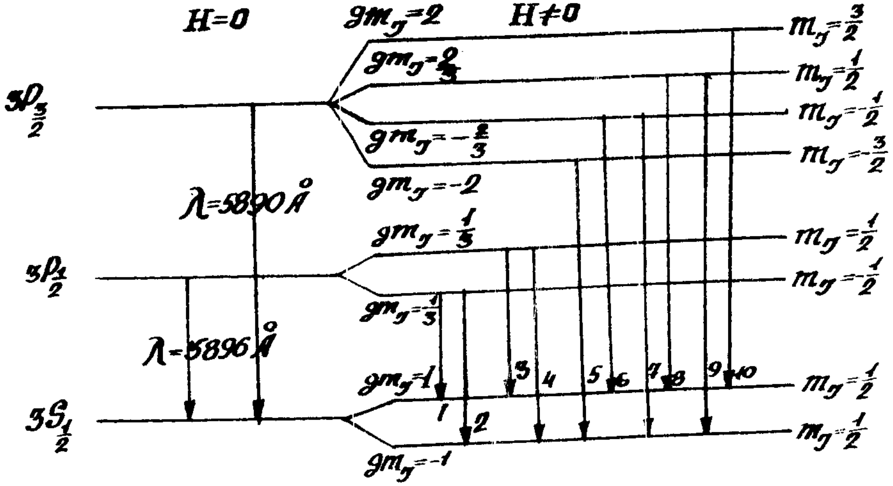
$3S_{1/2}$ -сәвијјәсиндә $L=0$, $S = \frac{1}{2}$, $I = \frac{1}{2}$, $m_j = \pm\frac{1}{2}$, $g = 2$, $gm_j = \pm 1$

$3P_{1/2}$ - сәвијјәсиндә $L=1$, $S = \frac{1}{2}$, $I = \frac{1}{2}$, $m_j = \pm\frac{1}{2}$, $g = \frac{2}{3}$, $gm_j = \pm\frac{1}{3}$

$3P_{3/2}$ - сәвијјәсиндә $L=1$,

$S = \frac{1}{2}$, $I = \frac{3}{2}$, $m_j = \pm\frac{1}{2}$, $\pm\frac{3}{2}$ $g = \frac{4}{3}$, $gm_j = \pm\frac{2}{3}$; $\pm 2$

Бу гијмәтләрә ујғун олан кечидләр шәкил 20-дә тәсвир олунмушдур.




**Шәкил 20**



Гејд едәк ки, бу кечидләрдә §5.16 верилән сечмә гајдалары өдәнмәлидир, јә'ни $\Delta l = \pm 1$, $\Delta m_j = 0, \ \pm 1$. Дәгиг ријази һесабламалар көстәрир ки, алынан бу нәтичәләр зәиф магнит саһәси үчүн доғрудур. Зәиф магнит саһәси дедикдә, елә саһәләр баша дүшүлүр ки, атомун там магнит моментинин харичи саһә илә гаршылыглы тә'сир енержиси, спин-орбитал гаршылыглы тә'сир енержисиндән кичик олсун. Әкәр там магнит моментин харичи саһә илә гаршылыглы тә'сир енержиси, спин-орбитал тә'сирин енержисиндән бөјүк оларса, онда харичи саһә спин-орбитал әлагәни гыра биләр. Бу һалда спин магнит моменти вә орбитал магнит моменти харичи саһә илә ајры-ајрылыгда гаршылыглы тә'сирдә олачагдыр. Белә гаршылыглы тә'сир бизи нормал Зејеман еффектинә (спектрал хәттин үч хәттә парчаланмасы) кәтирәр. Бу һадисә илк дәфә тәчрүбәдә Пашен-Бак тәрәфиндән мүшаһидә едилмишдир ки, бу да Пашен-Бак еффекти адланыр.

Пашен-Бак еффекти спин-орбитал гаршылыглы тә'сирин чох кичик олмасы илә әлагәдардыр ки, бу һалда $g_j' = g_j$ олур вә (5.38) дүстуру

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega g_j (m_j' - m_j) = \omega_0 + \Delta g_j \Delta m_j$$

шәклә дүшүр. $\Delta m_j = 0, \ \pm 1$ олдуғуну нәзәрә алсаг спектрал хәттин үч хәттә парчаланмасы мүшаһидә олунар ки, бу да нормал Зејеман еффектидир.

## §5.20.Штарк еффекти

1913-чү илдә штарк харичи електрик саһәсинин спектрал хәттә тә'сирини тәчрүбәдә тәдгиг етмишдир. Тәчрүбә көстәрмишдир ки, харичи електрик саһәси спектрал хәтти парчалајыр ки, бу Штарк еффекти адланыр. Штаркын апардығы тәчрүбәләрдә харичи електрик саһәсинин һидрокен атомуна вә дикәр атомлара көстәрдији тә'сирин ејни олмамасы ашкар олунмушдур. Тәчрүбә көстәрмишдир ки, хари-

чи саһәнин кичик гијмәтләриндә, һидрокен вә һидрокенә-
бәнзәр атомун спектрал хәттинин парчаланмасы саһәнин
биринчи дәрәчәси илә (хәтти Штарк еффекти), дикәр атом-
ларын спектрал хәттинин парчаланмасы исә саһәнин икин-
чи дәрәчәси илә ( квадратик Штарк еффекти) мүтәнасибдир.
Саһәнин бөјүк гијмәтләриндә исә һидрокен вә һидрокенә-
бәнзәр атомлар үчүн квадратик Штарк еффекти, дикәр
атомлар үчүн исә јүксәк дәрәчәли Штарк еффекти
мүшаһидә олунур. Саһәнин даһа бөјүк гијмәтләриндә исә
спектрал хәтт итир.

Инди бу һадисәни классик вә квант нәзәријјәсини
тәһлил едәк. Әввәлчә саһәнин «зәиф» вә «күчлү» гијмәтлә-
рини ајдынлашдыраг. Нүвәнин биринчи Бор орбити радиусу
мәсафәсиндә јаратдығы електрик саһәсинин интенсивлији

$$\varepsilon_{нүвә} = \frac{e}{a_0^2} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-10}}{(0{,}538 \cdot 10^{-8})^2} \cdot 300 \approx 5 \cdot 10^9 \, в/см$$

олар. Тәчрүбәдә һидрокен атому үчүн хәтти Штарк еффекти
$\varepsilon \sim 10^4 в/см$ гијмәтиндә мүшаһидә олунмушдур. $\varepsilon \ll \varepsilon_{нүвә}$ олду-
ғундан бу тәртиб саһәләри зәиф саһә адландыраҹағыг. Күч-
лү саһә дедикдә исә $\varepsilon \sim 10^6 в/см$ баша дүшәҹәјик, чүнки тәҹрү-
бәдә һидрокен атому үчүн квадратик Штарк еффекти саһә-
нин $10^5$-$10^6 в/см$ гијмәтиндә мүшаһидә олунмушдур. Саһәнин
$10^6 в/см$ гијмәтиндән бөјүк гијмәтләринә исә даһа күчлү саһә
дејәҹәјик.

Классик физикада Штарк еффектинин нәзәријјәси ха-
ричи електрик саһәсиндә рәгс едән електронун һәрәкәтинә
еквивалентдир. Доғрудан да орбит бојунча фырланан елект-
ронун һәрәкәтини бир-биринә перпендикулјар олан үч рәгси
һәрәкәтә ајырмаг олар. (бах §3.5); харичи саһәни бу рәгсләр-
дән һәр-һансы бири истигамәтдә јөнәлтсәк $(\varepsilon_y = \varepsilon_z = 0, \varepsilon_x = \varepsilon)$
онда електронун һәрәкәт тәнлији (§1.4)

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{e\varepsilon}{m} - \omega_0^2 x$$



$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\omega_0^2 y$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -\omega_0^2 z$$

олар. Бу систем тәнлик (1.16) тәнликләри илә үст-үстә дү-
шүр. §1.4 көстәрмишдик ки, бу тәнликләрин һәлли рәгсин
тезлијини дәјишмәјиб јалныз таразлыг нөгтәсини $\frac{e\varepsilon}{m\omega_0^2}$ гә-
дәр сүрүшдүрүр. Бу о демәкдир ки, классик физикаја көрә
харичи електрик саһәси, спектрал хәттин тезлијини дәјишә
билмәз, јә'ни Штарк еффекти классик физикаја әсасән изаһ
едилә билмәз.

Инди квант механикасы әсасында Штарк еффектини
кејфијјәтҹә тәһлил едәк. Фәрз едәк ки, електрон $x$ -оху
истигамәтдә ($\varepsilon_x = \varepsilon$ $\varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$) һәрәкәт едир. Бу һалда
електронун харичи саһә илә гаршылыглы тә'сир енержиси:

$$U = ex\varepsilon$$

олар; бу енержини Шрединкер тәнлијиндә нәзәрә алсаг:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(E - ex\varepsilon)\psi = 0$$

тәнлијини аларыг. Бу тәнлији һәлл етмәк о гәдәр дә чәтин
дејилдир, лакин биз тәнлији һәлл етмәјиб Балмер серијасы
$n=2$ үчүн енержинин квант механикасындан мә'лум олан
гијмәтләриндән истифадә едәк: квант механикасында апа-
рылан һесабат көстәрир ки, икинҹи сәвијјәјә верилән әлавә
енержи:

$$E_2^{(1)} = E_2(0) - 3e\varepsilon a_0$$

$$E_2^{(2)} = E_2(0) + 3e\varepsilon a_0$$

$$E_3^{(2)} = E_2(0)$$

тә'јин олунур; бурада $E_2(0) = -\frac{2\pi^2 me^4}{4h^2}$, $a_0$ - исә биринчи Бор орбитинин радиусудур. Сонунчу ифадәләри тезликләрә көрә јазсаг ($h$-а бөлмәклә)

$$\nu_2^{(1)} = \nu_2^{(0)} - \frac{3ea_0}{h} \cdot \varepsilon$$

$$\nu_2^{(2)} = \nu_2^{(0)} + \frac{3ea_0}{h} \cdot \varepsilon$$

$$\nu_2^{(2)} = \nu_2^{(0)}$$

аларыг. Бу ифадәләрдән көрсәнир ки, харичи електрик саһәси спектрал хәтти парчалајыр вә һидрокен атому үчүн бу парчаланма саһәнин биринчи дәрәчәси илә мүтәнасибдир (хәтти Штарк еффекти). Хәтти Штарк еффектини Шредингер тәнлијинә мурачиәт етмәдән дә кејфијјәтчә изаһ етмәк олар. Доғрудан да, харичи саһә илә електронун гаршылыглы тә'сир енержисини

$$U = ex\varepsilon \Rightarrow (\vec{P}\vec{\varepsilon}) = P\varepsilon \cos\alpha$$

шәклиндә дә јазмаг олар; бурада $P$-һидрокен атомунун електрик дипол моментидир. Онда атомун там енержиси ($n=2$ һалында)

$$E_2 = E_2^{(0)} + P\varepsilon \cos\alpha$$



олар; бу ифадәни тезликләрлә јазсаг:

$$\nu_2 = \nu_2^{(0)} + \frac{P\varepsilon}{h} \cos\alpha$$

аларыг.

$\nu_2$-тезлијини јухарыдакы тезликләрә мүгајисә етсәк $p=3ea_0$, $\alpha=0;\ \frac{\pi}{2};\ \pi$ гијмәтләрини алырыг.

Беләликлә иддиа етмәк олар ки, хәтти Штарк еффектинин јаранмасына сәбәб, һидрокен атомунун дипол моментинә малик олмасыдыр ки, бу дипол моменти дә фәзада үч истигамәтдә истигамәтләнир. Кичик саһәләр үчүн $10^4$ *в/см* квант механикасынын вердији нәтичәләр тәчрүби нәтичәләрлә үст-үстә дүшүр. Чох күчлү саһәләрдә спектрал хәттин итмәсини автоинлашма илә изаһ етмәк олур, јә'ни саһә чох күчлү олдуғда гаршылыглы тә'сирин нәтичәсиндә електрон атомдан гопур ки, буна да автоинлашма дејирләр.

## §5.21.Лемб сүрүшмәси

Дирак тәнлијинин гәләви атомлара тәтбиги бизи јени бир енержи спектринә кәтирди ки, бу спектр $n$ вә $j$ квант әдәдләриндән асылы олур. Енержи спектри үчүн алынан (5.35) дүстуруну һидрокен вә ја һидрокенәбәнзәр атома тәтбиг етсәк, $n$ вә $j$ ејни олан сәвијјәләрин енержиләринин үст-үстә дүшмәсини көрәрик. Буна инанмаг үчүн $2S$ вә $2P$ сәвијјәләринин енержисини һесаблајаг: $2S$ сәвијјәсиндә $n=2$, $l=0$, $j=\frac{1}{2}$ олдуғундан

$$E(2S_{1/2}) = -\frac{E_0}{2^2}\left[1 + \frac{\alpha^2 z^2}{2^2}\left(1 - \frac{3}{4}\right)\right]$$

$2P$ сәвијјәсиндә исә $n=2,\ l=1,\ j=1\pm\frac{1}{2}=\begin{cases}1/2\\3/2\end{cases}$ олдуғундан, бу сәвијјә $2P_{1/2}$ вә $2P_{3/2}$ дублет сәвијјәсиндән ибарәт олур; бу сәвијјәләрин енержиси

$$E(2P_{1/2})=-\frac{E_0}{2^2}\left[1+\frac{\alpha^2z^2}{2^2}\left(1-\frac{3}{4}\right)\right]$$

$$E(2P_{3/2})=-\frac{E_0}{2^2}\left[1+\frac{\alpha^2z^2}{2^2}\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)\right]$$

гијмәтләринә маликдир. $E(2S_{1/2})$ вә $E(2P_{1/2})$ гијмәтләрини
мүгајисә етсәк $E(2S_{1/2})=E(2P_{1/2})$ олдуғуну корәрик. Бу
сәвијјәләрин һәгигәтән үст-үстә дүшмәсини јалныз тәчрүби
фактлар әсасында һөкм етмәк олар. Она көрә дә тәчрүбәдә
оптик спектроскопија үсулундан истифадә етмәклә $n=3$
сәвијјәсиндән $n=2$ сәвијјәсинә кечиддә һидрокен атомунун
$H_\alpha$ -хәттинин инчә гурулушу тәдгиг едилирди; бә'зи нәти-
чәләр $2S_{1/2}$ вә $2P_{1/2}$ сәвијјәләринин үст-үстә дүшмәсини,
дикәр тәчрүби фактлар исә бу ики сәвијјәнин нәзәрән $0,03$
$см^{-1}$ гәдәр, тезликләр областына көрә $1000$ $hc$ гәдәр,
сүрүшмәсини иддиа едирдиләр. Мәсәләнин дәгиг һәлл
едилмәсини чәтинләшдирән, кифајәт гәдәр енә малик олан
спектрал хәтләрин бир-биринә чох јахын јерләшмәси иди.
Бә'зи тәчрүбәләрдә алынан $E(2S_{1/2})-E(2P_{1/2})\neq 0$ нәтичәси
тәчрүбәнин хәтасындан кичик олдуғундан бу факта о гәдәр
дә әһәмијјәт верилмирди. Мәсәләнин биргијмәтли һәллини
1947-чи илдә Лемб вә Ризерфорд көстәрди. Лемб вә Ри-
зерфордун тәдгигатлары әввәлки тәдгигатларын нәтичәлә-
ринә әсасланырда. Доғрудан да, бә'зи тәчрүби фактлара
көрә $2S_{1/2}$ вә $2P_{1/2}$ енержи сәвијјәләринин бир-биринә нәзә-
рән тезликләр областында сүрүш-мәси $1000$ $hc$ олдуғундан
тәбиидир ки, бу сүрүшмәни јалныз јүксәк тезликләр облас-
тында тәдгиг етмәк лазымдыр; она көрә дә радиоспектрос-
копија үсулундан истифадә етмәк зәруријјәти гаршыја чы-
хыр. Бу үсул $1$ $hc$ дәгигликлә тезлији өлчмәјә имкан верир.



Биз бурада Лемб вә Резерфорд тәчрүбәсини шәрһ етмәјиб, јалныз тәчрүбәдән алынан нәтичәләри тәһлил едәк.

Тәчрүбә көстәрди ки, $2S_{1/2}$ вә $2P_{1/2}$ сәвијјәләри бир-биринин үзәринә дүшмүр; бунлар арасындакы фәрг һидрокен атому үчүн $1057,91\pm0,01$-дир. Бу фәрг Лемб сүрүшмәси адланыр. Бу һадисә Шредингерин квант механикасында изаһ едилә билмир, буну илк дәфә Бете нәзәри олараг квант електродинамикасы әсасында һесаблајыб изаһ етмишдир. Бете һидрокен атому үчүн Лемб сүрүшмәсини һесабламыш вә ($1057,91\pm0,01$) $Mhc$ гијмәтини алмышдыр ки, бу да тәчрүби нәтичәләрлә үст-үстә дүшүр. Лемб сүрүшмәсин изаһ етмәк үчүн квант електродинамикасынын бә'зи анлајышлары илә таныш олаг.

Саһәләрин квант нәзәријјәсиндә "вакуум" дедикдә мүтләг бошлуг баша дүшүлмүр; ваккум мүхтәлиф физики хассәләрә малик олдуғундан, о мүхтәлиф физики һалларда ола биләр. Даһа дәгиг десәк зәррәчијин вә ја саһәнин нөвүндән асылы олараг мүхтәлиф физики вакуум анлајышы дахил едилир. Мәсәлән, мә'лумдур ки, електромагнит саһәси вә ја фотонлар саһәси енержини $h\nu$ гәдәр алыб верә биләр. Әкәр саһәдән һәр дәфә $h\nu$ гәдәр енержи алынарса, онда һәр дәфә $h\nu$ гәдәр енержинин алынмасы фотонлар сајынын бир ваһид азалмасына кәтирәр. Бу азалма о вахта гәдәр давам едәчәк ки, системдә мүшаһидә едилән - реал фотонларын сајы сыфыр олсун. Лакин классик тәсәввүрләрдән фәргли олараг, бурада електромагнит саһәси јох олмур, о енержиси ән кичик олан бир һала кечир ки, бу һалда саһәдән енержи гопармаг мүмкүн олмур ки, буна сыфырынчы енержи дејирләр. Електроманит саһәсинин ән кичик енержијә малик олмасы һалына, јә'ни бу һалда һеч бир реал фотонун олмамасы һалына електромагнит саһәсинин вакууму вә ја фотонлар вакууму дејирләр. Ејни гајда илә дикәр саһәләр-зәррәчикләр үчүн дә физики вакуум анлајышы дахил едирләр, бу вакуум да саһәнин енержисинин ән кичик гијмәтинә тәвафүг едир. (Електрон-позитрон вакууму, $\pi$ - мезонлар вакууму вә с.) Вакуум һалында олан саһәјә мүәјјән гәдәр енержи вериләрсә (верилән енержинин мигдары саһәсинин нөвүндән асылыдыр) онда саһә һәјәчанланар, јә'ни реал

зәррәҹик - саһәнин кванты јараныр. Мәсәлән, електрон-позитрон вакуумуна $E \geq 2m_0c^2$ енержиси вериләрсә, онда вакуумдан електрон-позитрон ҹүтү јаранар.

Мүасир тәсәввүрләрә көрә ики ејни зәррәҹик арасындакы гаршылыглы тә'сири дикәр бир зәррәҹик дашымалыдыр. Ики електрон (вә ја електрон-позитрон) арасындакы гаршылыглы тә'сирин дашыјыҹысы фотондур. Бу мәнзәрә белә тәсвир едилир: биринҹи електрон бир фотон бурахыр, икинҹи електрон һәмин фотону удур; икинҹи електрон дикәр бир фотон бурахыр, биринҹи електрон һәмин фотон удур вә с; бу просес узун мүддәт давам едир. Бу тип фотонлар мүшаһидә едилмәдијиндән, онлар виртурал фотонлар адланыр. Виртуал фотонларын «мөвҹуд» олмасы електромагнит саһәси вакуумунун һалыны дәјишдирир (вакуумун рәгси), јә'ни сфырынҹы енержи вәзијјәтини дәјишдирир (һәјәҹанлашдырыр) ки, бу да зәррәҹикләр арасындакы гаршылыглы тә'сирдә өзүнү бирузә верир. Лемб сүрүшмәси ашағыдакы ики сәбәбдән ирәли кәлир; биринҹи сәбәб атом електронларынын виртуал фотонлары удуб бурахмасындан. Икинҹи сәбәб исә вакуумун полјаризасијасындан, јә'ни вакуумда виртуал електрон-позитрон ҹүтүнүн јаранмасы вә аннигилјасијасындан ( маһв олмасы) ирәли кәлир.

Вакуумун полјаризасијасы (икинҹи сәбәб) нүвәнин кулон саһәсинин потенсиалыны, електронун комптон далға узунлуғу мәсафәсиндә $10^{-11}$ *см* тәһриф едир.

Бу мәсафә биринҹи Бор орбитинин радиусундан чох-чох кичик олдуғундан нүвәнин потенсиалынын тәһриф олунмасы енержи сәвијјәләрин һамысыны ејни тәртибдә сүрүшдүрүр. Вакуумун полјаризасијасынын һидрокен атомунда лемб сүрүшмәснә көстәрдији тә'сир 3%-дир. Инди биринҹи сәбәби-виртуал фотонлары удулуб-бурахылмасыны тәһлил едәк.

Садәлик үчүн $2S$ вә $2P$ електронларыны арашдыраг. Мә'лумдур ки, $2S$ електрону $2P$ електронуна нисбәтән нүвәјә даһа чох јахындыр. Она көрә дә $2S$ електрону $2P$ електронуна нисбәтән даһа күчлү вә гејри-бирҹинсли (икинҹи сәбәб) електрик саһәсиндә һәрәкәт едир. Классик дилдә десәк даирәви орбит өз формасына чилди дәјишир,



нүвәјә хаотик олараг каһ јахынлашыр, каһ да узаглашыр. $2P$- електронуна кәлдикдә исә нүвәнин електрик саһәси нисбәтән зәиф вә гејри-бирҹинслилик дәрәҹәси кичик олдуғундан, саһәсинин тә'сири нисбәтән зәиф олур. Бурадан ајдын олур ки, нүвәнин саһәсинин тәһриф олунмасы (виртуал фотонларын удулуб-бурахылмасы) санки електрону 'силкәләјир'. Бу 'силкәләнмә' $S$-електронлары үчүн даһа күчлү олдуғундан (нүвәнин әтрафы) потенсиал енержинин дәјишмәси дә бөјүк олур. Она көрә дә вакуум һесабына (биринҹи сәбәб) там енержијә верилән әлавә енержи $S$-електронлары үчүн даһа чох олар. Мәһз буна көрә дә $S$ вә $P$ електронларын енержиләри бир-бириндән фәргләнир (вакуумун полјаризасијасы нәзәрә алынмазса) вә $2S_{1/2}$ вә $2P_{1/2}$ ($n$ вә $j$ ејни) сәвијјәләр бир-биринә нәзәрән сүрүшүр; $2S_{1/2}$ верилән әлавә енержи бөјүк олдуғундан о, $2P_{1/2}$ сәвијјәсиндән јухарыда јерләшир.

Бу мүһакимәни классик физика нөгтеји-нәзәриндән ашағыдакы кими әсасландырмаг олар. Нүвәдән һәр һансы бир $r$-мәсафәсиндә потенсиал енержини $U_0 = \frac{Ze^2}{r}$ шәклиндә јазаг. $s$ -електронлары $P$-електронларына нәзәрән нүвәјә даһа «јахын» олдуғундан онун потенсиал енержиси

$$U = \frac{Ze^2}{r - \Delta r}$$

олар; потенсиал енержинин дәјишмәси

$$\Delta u = U - U_0 = Ze^2\left(\frac{1}{r - \Delta r} - \frac{1}{r}\right) = +\frac{Ze^2 \Delta r}{r(r - \Delta r)} \approx +\frac{Ze^2 \Delta r}{r^2}$$

$P$-електронлары үчүн исә

$$\Delta u = Ze^2\left(\frac{1}{r + \Delta r} - \frac{1}{r}\right) = -\frac{Ze^2 \Delta r}{r(r + \Delta r)} \approx -\frac{Ze^2 \Delta r}{r^2}$$

Бу ифадәләри нәзәрә алсаг, онда

$$\Delta E(2S) = E^K + \frac{Ze^2 \Delta r}{r^2}; \qquad \Delta E(2p) = E^K - \frac{Ze^2 \Delta r}{r^2}$$

бу әлавәләрин мүгајисәсиндән

$$\Delta E(2S_{1/2}) > \Delta E(2P_{1/2})$$

олдуғуну көрәрик ки, бу да $2S_{1/2}$ сәвијјәсинин $2P_{1/2}$ сәвијјәсинә нәзәрән «јухарыда» јерләшмәсини изаһ едир.

## §5.22. Һидрокен молекулу

Һидрокен молекулу ики һидрокен атомундан тәшкил олунмушдур. Нүвәнин күтләси електронун күтләсиндән чох-чох бөјүк олдуғундан нүвәләрин нисби һәрәкәтини нәзәрә алмамаг олар, јә'ни һидрокен молекулу мәсәләсинин һәллиндә нүвәләр арасындакы $R$-мәсафәсини сабит көтүрмәк олар. Биринчи нүвәни $a$, икинчи нүвәни исә $b$-илә ишарә етсәк, онда §5.10 апарылан һесабаты нәзәрә алмагла һидрокен молекулу үчүн Шрединкер тәнлији ашағыдакы шәкилдә јазылар:

$$-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\left(\Delta_1\psi + \Delta_2\psi\right) + e^2\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_{1a}} - \frac{1}{r_{2b}} - \frac{1}{r_{1b}} - \frac{1}{r_{2a}} + \frac{1}{r_{12}}\right)\psi = E\psi$$

Бу тип тәнлијин принсипал нөгтеји-нәзәрдән һәлли §5.10 шәрһ едилмишдир; она көрә дә һәмин мүһакимәни тәкрар етмәјиб, јалныз далға функсијасынын хүсусијјәтини кејфијјәтчә тәһлил едәк. Далға функсијасы фәза вә заман координатларындан башга спин координатындан да асылы олмалыдыр. Далға функсијасы елә гурулмалыдыр ки, о бүтөвлүкдә антисимметрик олсун (бах §5.11). Антисимметриклији координата көрә симметрик, спинә көрә антисимметрик вә ја координата көрә антисимметрик, спинә көрә исә симметрик сечмәклә тә'мин етмәк олар.

$$\psi_+ = N_+\left[\psi_a(1)\psi_b(2) + \psi_a(2)\psi_b(1)\right]$$

$$\psi_- = N_-\left[\psi_a(1)\psi_b(2) - \psi_a(2)\psi_b(1)\right]$$

бурадакы $N_+$ вә $N_-$ әмсаллары нормаллыг шәртиндән тә'јин едилир (§5.11).

$$N_+ = \frac{1}{\sqrt{2(1+S^2)}}; \qquad N_- = \frac{1}{\sqrt{2(1-S^2)}};$$

$$S = \int \psi_a(n)\psi_b(n)dV_n, \qquad n = 1,2$$

S-өртмә интегралы адланыр. Өртмә интегралы далға функсијаларынын бир-бирини өртмә дәрәчәсини характеризә едир. ајдындыр ки, әкәр өртмә интегралы сыфыр оларса, онда молекулун рабитә енержиси сыфыр олар, јә'ни молекул јаранмаз.

Изолә едилмиш һәр бир һидрокен атомунун енержисини $E_0$ илә ишарә етсәк, онда $\psi_+$ вә $\psi_-$ ујғун олан енержиләрин ифадәси ашағыдакы кими олар:

$$E_+ = 2E_0 + \frac{K+A}{1+S^2}; \quad E_- = 2E_0 + \frac{K-A}{1-S^2}$$

бурада

$$K = e^2\int \psi_a^2(1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{1b}} - \frac{1}{r_{2a}}\right)\psi_b^2(2)dV_1dV_2$$

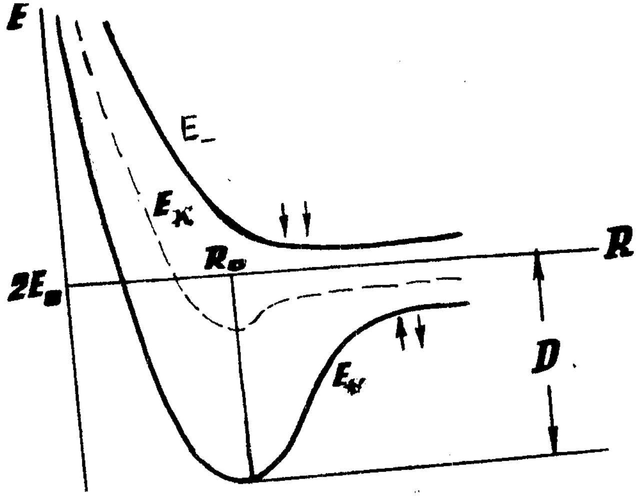
$$A = e^2 \int \psi_a(1)\psi_b(1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{1b}} - \frac{1}{r_{2a}}\right)\psi_a(2)\psi_b(2)dV_1dV_2$$

*K*-илә ишарә едилән интеграл системин кулон енержисини
ифадә едир. буна инанмаг үчүн биринчи һәдди һесабламаг
кифајәтдир. Нүвәләр арасындакы мәсафә *R*-сабит
олдуғундан:

$$e^2 \int \psi_a^2(1)\frac{1}{R}\psi_b^2(2)dV_1dV_2 = \frac{e^2}{R}\int \psi_a^2(1)dV_1 \int \psi_b^2(2)dV_2 = \frac{e^2}{R}$$

аларыг. Беләликлә, биринчи һәдд нувәләр арасындакы Ку-
лон гаршылыглы тә'сир енержисини, икинчи һәдд елект-
ронлар, үчүнчү һәдд биринчи електрона *B*-нүвәси, дөрдүнчү
һәдд исә икинчи електронла *a*-нүвәси арасындакы кулон
гаршылыглы тә'сир енержисини ифадә едир. *A*-интегралы
мүбадилә интегралы вә ја мүбадилә енержиси адланыр. Бу
интегралын классик аналогу јохдур, о јалныз квант меха-
никасында мејдана чыхыр ки, бу да паули принсипи
әсасында електрнларын сечилмәмәзлији һесабына јаранып.

Там енержинин *R*-дән асылылығы шәкил 21-дә көстә-
рилмишдир.




**Шәкил 21**



Шәкилдән көрүнүр ки, $E_+$ һалы (далға функсијасы координата көрә симметрик, спинә көрә исә антисимметрик) $R = R_0$ гијмәтиндә минимума маликдир ки, бу да молекулун дајаныглы һалыны тәсвир едир.

*K*, *A* вә *S* интегралларынын һесабланмасы $R_0$=0,87Å, чухурун (минимумун) дәринлији үчүн *D*=72,4 ккал/мол гијмәтләринә кәтирир. Тәчрүбә исә $R_0$=0,74Å, *D*=109 ккал/мол, гијмәтләрини верир. Бу гијмәтләрин мүгајисәсиндән көрүнүр ки, нәзәри вә тәчрүби гијмәтләр бир-биринә ујғун кәлмир. Белә нәтичә һеч дә квант механикасынын ачизлијини көстәрмир, она көрә ки нәзәри алынан нәтичәләр тәгриби үсулларын тәтбигинә әсасланмышдыр. Һесабланманын дәгиглијини артырмагла тәчрүби гијмәтләрә јахынлашмаг олур. $E_-$ -әјриси (далға функсијасынын координата көрә антисимметрик, спинә көрә исә симметрик) исә минимума малик дејилдир, јә'ни бу һал дајанагсыз һалдыр.

Беләликлә, һөкм етмәк олар ки, һидрокен молекулунун дајаныглы һалы електрон спинләринин антипаралел јөнәлмәсинә ујғундур. Бу һал синглет һал адланыр. Спинләри паралел олан һал исә $E_-$ триплет адланыр. $E_+$ вә $E_-$ ифадәләриндә *A* вә *S* интеграллары јалныз квант механикасында јаранып. Бурада классик физикаја кечмәк үчүн квант механикасына хас олан кәмијјәтләри атмалыјыг, јә'ни *A*=*S*=0 кәтүрмәлијик, бу һалда

$$E_+ = E_- = 2E_0 + K$$

олар. бу һал шәкил 64-дә пунктирлә көстәрилмишдир. Шәкилдән көрүнүр ки, классик физикада да минимум алыныр, лакин бу минимумун дәринлији о гәдәр кичикдир ки, белә һал дајаныглы молекула кәтирә билмәз.

Гејд едәк ки, һидрокен молекулу һомеополјар рабитәјә ән јахшы мисалдыр, һомеополјар рабитә дедикдә ејни нејтрал атомлардан тәшкил олмуш молекул баша дүшүлүр.

# ӘДӘБИЈЈАТ

1. Э.В.Шпольский. Атомная физика. Том I, М-1974 г.
2. С.Ә.Һачыјев, М.Ш.Мәммәдов. Атом физикасына кириш. АДУ, Бакы, 1986.
3. А.Астахов, Ю. Широков. Квантовая физика. М-1983г.
4. В.Левич, Ю.Вдовин, В.Мямлин. Курс теоритической физики. Том II, М-1962г.
5. Д.В.Сивухин. Общий курс физики. Атомная и ядерная физика. Часть I М-1986г.
6. Л.Л.Гольдин, Г.И.Новинкова, Введение в атомную физику. М-1969г.
7. А.Н.Матвеев. Квантовая механика и строение атома. М-1965.



**Нәшријјатын директору:** Балакиши Ағајев
**Баш редактор:** Мәммәд Әлизадә
**Мәтбәә үзрә директор муавини:** Әләс Гасымов
**Редаксија мүдири:** Мәрјәм Гәдимова
**Техники редактору:** Нәркиз Гулијева
**Компүтер тәртибчиси вә програмчысы:** Азадә Иманова

Јығылмаға верилмишдир: 28.02.2000.
Чапа имзаланмышдыр: 4.09.2000.
Кағыз форматы 60x84 1/16. Физики чап вәрәги 19,25.
Нәшр чап вәрәги 21,5. Тиражы 3000 Сифариш 105.
Гијмәти мүгавилә илә.

Бакы Университети нәшријјаты.
Бакы - 370148, З.Хәлилов күчәси, 23.
БДУ нәшријјатынын мәтбәәси.