

**SƏRBƏST İŞ ÜÇÜN
PRAKTİKİ MATERİALLAR
MÜQAVİMƏTİ
KURSU**

DƏRSLİK

(I...VIII fəsil)

**Azərbaycan Respublikası Təhsil
Nazirliyi tərəfindən təsdiq edilmişdir**

«Maarif» nəşriyyatı
BAKİ – 1998
**SƏRBƏST İŞ ÜÇÜN PRAKTİKİ
MATERİALLAR MÜQAVİMƏTİ KURSU**

(Ali texniki məktəblər üçün dərslik)

Kitab müəllifin vəsaiti hesabına nəşr olunur.

Redaktoru N.M.Əhmədova
Bədii redaktoru A.A.Ələkbərov
Texniki redaktoru B.Ə.Kərimova
Korrektoru T.T.Əsədova

Çapa imzalanmış 4.11.98. Nəşrin formatı 70x90 $\frac{1}{16}$. Ofset kağızı. Tayms qarnituru. Ofset çapı. Fiziki ç.v. 31,5. Şerti ç.v. 36,85. Şerti rəng-ottisk 37,27. Uçot-nəşr vərəqi 28,8. Tirajı 500. Sifariş №737. Qiyməti müqavilə ilə.

Azərbaycan Respublikası Mətbuat və İnformasiya Nazirliyinin «Maarif» nəşriyyatı, Bakı – 370111, A.Məhərrəmov küçəsi, 4.

Azərbaycan Respublikası Mətbuat və İnformasiya Nazirliyinin «Qızıl Şərq» icarə mətbəəsi, Bakı, H.Aslanov, 80.

30.121

B 20

İxtisas redaktoru:

M.İ.MUSTAFAYEV, fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dos.

Rəy verən:

Y.S.MUSAYEV, texnika elmləri namizədi, dos.

Bayramov Ə.R.

Sərbəst iş üçün praktiki materiallar müqaviməti kursu.
Ali texniki məktəblər üçün dərslik. – «Maarif» nəşriyyatı, 1998, 555 səh., 326 şəkilli

Dərslikdə materiallar müqaviməti kursuna dair nəzəri materialların məzmunu, xarakterik məsələlərin praktiki həlli yolları, özünüdərkətmə, sərbəst işləmək üçün məsələlər, özünüyoxlama sualları və mənimsənilən biliyə nəzarət edilmə üsulları verilmişdir.

Kitabda daxili qüvvələrin təyin olunma üsulu, dartılmada və sıxılmada, sürüşmədə, burulmada, əyilmədə və eləcə də mürəkkəb deformasiyada konstruksiya elementlərinin möhkəmliyə və sərtliyə hesablanması yolları göstərilmiş, millərin dayanıqlığa, nazikdivarlı və qalındıvarlı qabların möhkəmliyə hesablanması qaydası göstərilmişdir.

Dərslik ali texniki universitetlərin tələbələri üçün nəzərdə tutulmuşdur. Ondan istehsalatda çalışan mühəndis-texnik və mühəndis-texnoloqlar da istifadə edə bilərlər.

Müəllif dərsliyi «Azərbaycan dilində latın qrafikası ilə kütləvi nəşrlərin həyata keçirilməsi haqqında Azərbaycan Respublikası Prezidentinin 12.01.2004-cü il tarixli sərəncamı»nı rəhbər tutaraq latın qrafikasında tərtib etmiş, onun latın qrafikasında kütləvi nəşr olunmasını Azərbaycan Texnologiya Universitetinin elmi şurası zəruri hesab etmişdir (protokol №8, 30.04.2004-cü il).

B $\frac{2004030000-79}{M 652-98}$ Elansız

30.121

MÜNDƏRİCAT

Giriş	3
I FƏSİL. Əsas anlayışlar	5
Ə 1.1. Materiallar müqaviməti elminin tədqiqat üsulları və məqsədi. İnkişaf tarixi	5
Ə 1.2. Ümumi anlayışlar. Öyrənmə obyektləri və onların sxemləşdirilməsi	7
Ə 1.3. Materiallar müqavimətində bərk cisim haqqında qəbul edilən əsas təkliflər və fərziyyələr	12
Ə 1.4. Xarici və daxili qüvvələr haqqında anlayış	13
Ə 1.5. Yerdəyişmələr və deformasiyalar	16
Ə 1.6. Xarici amillərdə və yerdəyişmələrdə Huk qanunu	18
II FƏSİL. Daxili qüvvə amilləri və onların təyini	21
Ə 2.1. Daxili qüvvələr	21
Ə 2.2. Cismin kəsiyindəki daxili qüvvə amilləri	21
Ə 2.3. Dayaqlar və əlaqələr, onların göstərilməsi	24
Ə 2.4. Dartılma və sıxılmada daxili qüvvə amilləri	25
Ə 2.5. Burulmada daxili qüvvələrin təyini	29
Ə 2.6. Əyilmədə daxili qüvvə amilləri	33
Ə 2.7. Müstəvi çərçivələrdə daxili qüvvə amilləri	48
Ə 2.8. Müstəvi – fəza çərçivələrində daxili qüvvə amilləri ..	60
Ə 2.9. Sərbəst iş üçün tipik məsələlər	63
III FƏSİL. Dartılma, sıxılma	68
Ə 3.1. Dartılma və sıxılmada ən kəsiklərdə daxili qüvvə amilləri və gərginlik	68
Ə 3.2. Dartılmada, sıxılmada deformasiyalar	70
Ə 3.3. Plastik və kövrək materiallar, dartılma, sıxılma diaqramı – plastik materiallar üçün səciyyəvidir	71
Ə 3.4. Çuqunun gərginlik diaqramı kövrək materiallar üçün səciyyəvidir	76
Ə 3.5. Dartılmada, sıxılmada gərginliklə deformasiya arasında əlaqə	77
Ə 3.6. Dartılmada, sıxılmada möhkəmliyə və sərtliyə hesabat	78
Ə 3.7. Statiki həll olunan və həll olunmayan sistemlər	81
Ə 3.8. Temperaturun və hazırlanmada qeyri dəqiqliyin təsirinin nəzərə alınması	82
Ə 3.9. Gərgin halın növləri. İkiöxlü və üçöxlü gərgin hallarda deformasiya və gərginliklər arasında əlaqə	85
Ə 3.10. Məsələlərin praktiki üsullarla həllinə dair nümunələr	87
Ə 3.11. Sərbəst iş üçün tipik məsələlər	113
IV FƏSİL. Xalis sürüşmə	118

§ 4.1. Ümumi anlayışlar. Nazikdivarlı silindrik boruların burulmasında xalis sürüşmə deformasiyasının öyrənilməsi	118
§ 4.2. Toxunan gərginliyin qoşalığının xüsusiyyətləri	119
§ 4.3. Xalis sürüşmə halında borunun oxuna maili olan sahədə normal və toxunan gərginliklər	120
§ 4.4. Deformasiyalar, G və E arasında əlaqə və xalis sürüşmədə Huk qanunu	121
§ 4.5. Sürüşmə diaqramı və möhkəmliyə hesabat	123

V FƏSİL. Burulma 126

§ 5.1. Ümumi anlayışlar. Dairəvi en kəsikli brusların burulması	126
§ 5.2. En kəsiyi dairəvi olmayan brusların burulması	133
§ 5.3. Nazikdivarlı qapalı kəsikli valların burulması	136
§ 5.4. Açıq profilli nazikdivarlı brusların burulması	142
§ 5.5. Burulmada brusların möhkəmliyə və sərtliyə hesablanması	144
§ 5.6. Silindrik vintvarı yayların hesabı	145
§ 5.7. Burucu moment, dövrlər sayı və ötürülən güc arasında əlaqə	150
§ 5.8. Məsələlərin praktiki üsullarla həllinə dair nümunələr	150
§ 5.9. Sərbəst iş üçün tipik məsələlər	170

VI FƏSİL Müstəvi kəsiklərin həndəsi xarakteristikaları 174

§ 6.1. Kəsiyin momentləri haqqında anlayışlar	174
§ 6.2. Momentlərin əsas xüsusiyyətləri	175
§ 6.3. Paralel oxlara və bir nöqtədən keçən oxlara nəzərən ətalət momentləri arasındakı asılılıqlar	174
§ 6.4. Baş oxlar və baş ətalət momentləri	180
§ 6.5. Kəsiyin ətalət momentlərinin bir sıra xüsusiyyətləri	184
§ 6.6. Sadə həndəsi fiqurların ətalət momentləri	187
§ 6.7. Məsələlərin praktiki üsullarla həllinə dair nümunələr	196
§ 6.8. Sərbəst iş üçün tipik məsələlər	210

VII FƏSİL Əyilmə 214

§ 7.1. Milin en kəsiyində daxili qüvvə amilləri	214
§ 7.2. Yastı əyilmədə normal gərginliklər	217
§ 7.3. Yastı eninə əyilmədə gərginliklər	223
§ 7.4. Nazikdivarlı açıq profilli millərdə gərginliklər	231
§ 7.5. Nazikdivarlı açıq profilli millərin kəsiyində əyilmə mərkəzi	232
§ 7.6. Yastı əyilmədə möhkəmliyə hesabat	235
§ 7.7. Tirlərin əyilmədə deformasiyaları və yerdəyişmələr	238
§ 7.8. Çəp əyilmə	247
§ 7.9. Mərkəzdən xaric dartılma, sıxılma	251
§ 7.10. Böyük əyrilikli brusun əyilməsi	256
§ 7.11. Məsələlərin praktiki üsullarla həll olunmasına dair nümunələr	265
§ 7.12. Sərbəst iş üçün tipik məsələlər	284

VIII FƏSİL İxtiyari yüklənmədə milin elastiki sistemlərdə yerdəyişmələrinin enerji üsulu ilə təyini 290

§ 8.1. Deformasiyanın potensial enerjisi	290
§ 8.2. Deformasiyanın potensial enerjisinin daxili qüvvələrin baş vektoru və baş momentindən asılı olaraq göstərilməsi	292
§ 8.3. Kastilyano teoremi	296
§ 8.4. Elastiki sistemlərdə yerdəyişmələri təyin etmək üçün Mor düsturunun çıxarılması	297
§ 8.5. Mor inteqralının qrafoanalitik üsulla həlli	302
§ 8.6. Məsələlərin praktiki üsullarla həlli yolları	305
§ 8.7. Sərbəst iş üçün tipik məsələlər	322

IX FƏSİL. Statiki həll olunmayan sistemlər və onların qüvvələr üsulu ilə açılması 326

§ 9.1. «Artıq» əlaqələr, müstəvi sistemlər üçün onların sayının təyini	326
§ 9.2. Sistemlərin statik həllolunmazlıq dərəcəsi haqqında	328
§ 9.3. Statik həll olunmayan elastiki sistemlər və onların qüvvələr üsulu ilə həlli	330
§ 9.4. Qapalı yastı elastik sistemin «Qapalı konturun» statik həllolunmazlığı haqqında	337
§ 9.5. Simmetrik və çəp simmetrik «əyri-simmetrik» sistemlər haqqında anlayış	339
§ 9.6. Məsələlərin praktiki üsullarla həllinə dair nümunələr	340
§ 9.7. Sərbəst iş üçün tipik məsələlər	361

X FƏSİL. Elastiki cismin nöqtəsində gərgin hal nəzəriyyəsinin əsasları 366

§ 10.1. Nöqtədə gərgin hal. Gərginliyin komponentləri	366
§ 10.2. Səmtləşdirilmiş ixtiyari sahəciklərdə σ_v və τ_v gərginlikləri	368
§ 10.3. Baş gərginliklər və baş sahəciklər	371
§ 10.4. Toxunan gərginliklərin ekstremal qiymətlərinin sahəcikləri	374
§ 10.5. Gərgin halın növləri. Müstəvi və xətti gərgin hal	377
§ 10.6. Nöqtədə gərgin halın dairəvi diaqramı	380
§ 10.7. Məsələlərin praktiki üsullarla həllinə dair nümunələr	382
§ 10.8. Sərbəst iş üçün tipik məsələlər	390

XI FƏSİL. Möhkəmlik nəzəriyyələri və onların tətbiqi .. 392

§ 11.1. Ümumi anlayış. Möhkəmlik nəzəriyyələri	392
§ 11.2. Kövrək dağılma fərziyyələri	395
§ 11.3. Plastiklik fərziyyələri	397
§ 11.4. Həddi gərgin hal nəzəriyyəsi (Mor nəzəriyyəsi)	403
§ 11.5. Möhkəmlik kriterilərinin tətbiqi ilə məsələlərin praktiki yollarla həlli nümunələri	407

XII FƏSİL. Nazikdivarlı və qalındıvarlı qablar 419

È 12.1. Simmetrik yüklənən oxa simmetrik nazikdivarlı qabıqlar və onların hesabı	419
È 12.2. Nazikdivarlı qabların qabıqlarında gərginlik	422
È 12.3. Qalındıvarlı silindrik borular	427
È 12.4. Məsələlərin praktiki üsullarla həlli nümunələri	435

XIII FƏSİL. Materialların plastiklik xassələrini nəzərə almaqla mühəndis konstruksiyaları elementlərinin hesabı 441

È 13.1. Qorxulu vəziyyət haqqında anlayış	441
È 13.2. Dartılmada, sıxılmada həddi yükə görə hesabat ...	443
È 13.3. Dairəvi en kəsikli brusların burulmasında həddi yükə görə hesabat	448
È 13.4. Tirlərin həddi müvazinət üsuluna görə hesablanması	453

XIV FƏSİL. Millərin boyuna əyilməsi 459

È 14.1. Dayanıqlıq haqqında anlayış	459
È 14.2. Uzun nazik milin böhran qüvvəsinin təyini	460
È 14.3. Eylər düsturunun tətbiqi sərhədləri	464
È 14.4. Mütənasiblik həddindən kənarında millərin dayanıqlığı	465
È 14.5. Dayanıqlığa hesabat	466
È 14.6. Məsələlərin praktiki üsullarla həllinə dair nümunələr	469
È 14.7. Sərbəst iş üçün tipik məsələlər	476

XV FƏSİL. Vaxta görə dəyişən gərginliklər üzrə möhkəmliyə görə hesabat 479

È 15.1. Ümumi anlayışlar	479
È 15.2. Dəyişən gərginlik tsiklinin növləri	481
È 15.3. Düzümlülük həddi və onun təyini. Simmetrik tsikl üçün düzümlülük əyrisi	483
È 15.4. σ_m və σ_a koordinatlarında qeyri-simmetrik tsikllər üçün düzümlülük əyrisi	485
È 15.5. Düzümlülük diaqramının σ_m və σ_a koordinatlarında sxemləşdirilməsi	488
È 15.6. Nümunənin düzümlülüyə və axıcılığa görə möhkəmlik ehtiyatları (n_σ, n_{ax})	489
È 15.7. Xalis sürüşmə şəraitində işləyən nümunələrin düzümlülüyə görə möhkəmlik ehtiyatı	491
È 15.8. Konsentrasiya gərginliyi, texnoloji amillər və onların yorğunluq möhkəmliyinə təsiri	493
È 15.9. Gərginliyin simmetrik tsikl dəyişməsində düzümlülüyə görə möhkəmlik ehtiyatı	499
È 15.10. Gərginlik dəyişməsinin qeyri-simmetrik tsiklində detalların düzümlülüyə görə möhkəmlik ehtiyatı	500
È 15.11. Müstəvi gərgin halda düzümlülüyə görə möhkəmlik ehtiyatı	501
È 15.12. Məsələlərin praktiki üsullarla həllinə dair nümunələr	505
È 15.13. Sərbəst iş üçün tipik məsələlər	515

XVI FƏSİL. Ətalətli və zərbəli yükləmələrdə hesabatlar 517

Ə 16.1. Ümumi anlayışlar	517
Ə 16.2. Müxtəlif yüklənmə şəratində ətalet qüvvələri	518
Ə 16.3. Elastiki sistem üzrə zərbə	531
Ə 16.4. Məsələlərin praktiki üsullarla həllinə dair nümunələr	536

ƏLAVƏLƏR	544
-----------------------	------------

İSTİFADƏ OLUNAN ƏDƏBİYYATLAR	548
-------------------------------------------	------------

Bayramov Ənvər Rza oğlu

Ə. R. BAYRAMOV

G İ R İ Ş

Respublikamızın müstəqilliyə qədəm qoyması hazırki iqtisadiyyat sahəsində də yüksək ixtisaslı kadr hazırlığının təkmilləşdirilməsini tələb edir. Bunun üçün ali məktəblərdə tədris olunan bütün fənlərin, xüsusən fundamental, ümumi elmi və ümumi mühəndis fənlərinin, ilk növbədə möhkəmlik tsiklinə aid fənlərin daha dərinədən öyrənilməsi tələb olunur.

Ali məktəblərdəki iş təcrübəsi göstərir ki, mühəndis hazırlığının keyfiyyəti yalnız professor-müəllim heyətinin işindən deyil, həm də tələbələrin öyrəndikləri fənlərə dair sərbəst iş üçün ayırdıqları vaxtdan asılıdır. Bu onunla izah edilə bilər ki, tələbənin hər bir mövzunu yalnız müəllimin rəhbərliyi ilə öyrənməsi onun lazımi səviyyədə bilik almasına xələl gətirə bilər. Çünki, belə halda tələbədən materialı yaxşı öyrənməsi üçün dərin fikirləşməsi tələb edilmir. O, müəllimə arxayın olur. Elə bunun nəticəsində bəzən işin öhdəsindən gələ bilməyən, mühəndisi məsələlərin həllində bacarıqsız və cəsarətsiz olan kadrlar hazırlanır. Bu fikir istər ölkəmizdəki, istərsə də xarici ölkələrdəki ali məktəblərin iş təcrübəsində təsdiq olunur. Lazımi biliyə malik olmaq üçün sərbəstliyə imkan yaradılan yerdə keyfiyyətli kadr hazırlığına ümid

bəslənə bilər. Tələbələrin sərbəst vaxt ərzində fənn üzərində müstəqil çalışmaları onların biliyini dərinləşdirməklə yanaşı, həm də bir mühəndis kimi yetişmələrinə imkan verir. Bu məqsədlə ali məktəblərin son tədris planlarında da materialların müəyyən bir hissəsinin sərbəst öyrənilməsi tələbələrin özlərinə həvalə olunur.

Bunları nəzərə alaraq, müəllif ayrı-ayrı dərsləklərdə verilən öyrənmə elementlərini bir yerə toplamağa çalışmışdır.

Əsas nəzəri müddəalar şərh olunan dərslək, tipik və daha çox xarakterik olan məsələlərin həlli verilən dərslək vəsaiti, həmçinin məsələ kitabı burada kompleks şəkildə bir-birini tamamlayır. Hər fəslin sonunda verilən özünüyoxlama sualları möhkəmlək məsələlərinin sərbəst öyrənilib mənimsənilməsini möhkəmləndirir.

Müəllif dərsləyin quruluşunu, məzmunu və praktiki istiqamətini yaxşılaşdıran çox faydalı və tənqidi məsləhətlərinə görə fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor İ.A.Bəxtiya-rova, texnika elmləri doktorları, professor M.Y.Axund-zadəyə, V.A.Mirsəlimova, S.A.Rəcəbova, Ə.İ.İsayevə və texnika elmləri namizədi, dosent M.H.Cəfərova, fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent M.İ.Mustafayevə, texnika elmləri namizədi, dosent Y.S.Musayevə öz minnətdarlığını bildirir.

Dərslək haqqında öz fikrini və tənqidi qeydlərini göndərəcək oxuculara müəllif əvvəlcədən səmimi təşəkkür edir. Bakı, 370111, Ə.Tağızadə küç.№4.

I – F Ə S İ L

ƏSAS ANLAYIŞLAR

Ə1.1. Materiallar müqaviməti elminin tədqiqat üsulları və məqsədi. İnkişaf tarixi

Materiallar müqaviməti ali texniki məktəblərdə öyrənilən mühüm ümumi mühəndisi fəndir. Bu fənn nəzəri mexanikanın əsas nəticələrinə əsaslanaraq, riyazi apparatlardan istifadə etməklə, eyni zamanda nəzəri və təcrübi araşdırmalar aparmaqla mühəndisi konstruksiyalar, qurğular, maşın və mexanizmlər, tərtibatlar, həmçinin onların elementlərinin möhkəmlik, sərtlik, dayanıqlıq, dözümlülük, etibarlılıq, qənaətlilik və s. məsələlər də daxil olmaqla əsas fundamental məsələləri həll edir ki, bu da materiallar müqaviməti fənninin əsas məqsədidir.

Deformasiya olunan bərk cismin mexanikasının ayrılmaz bir hissəsi olan materiallar müqaviməti elmi elastiklik nəzəriyyəsinin geniş nəzəri tədqiqatlarına əsaslanır. Bu elm elastiki bircinsli mühitin xarici təsir altında ümumi xassələrini öyrənir.

Tarixdən məlumdur ki, astronomiya həyata riyaziyyatı, riyaziyyat isə mexanikanı bəxş etmişdir. Elmlər ayrılıqda inkişaf edərək, eləcə də biri digərini inkişaf etdirərək, ictimai həyatın inkişafı mərhələsində insanların həyat və məişət tələblərini ödəmişdir.

Əsasını mütləq bərk cisim təşkil edən klassik mexanikanın meydana gəlməsi müəyyən mərhələdə - maşınların yaradılmasında və inkişafında, inşaatda, iqtisadi effektlərdən istifadə olunmasında cismə deformasiya olunma xassəsini verilməsi lazım gəlmişdir. Sonra deformasiya olunan cisimlərin mexanikası haqqında elm meydana gəlmişdir. Lakin, bu halda da, bir neçə anlayış mücərrədləşdirilmiş, daha doğrusu, cisimlərin xassəsi ideallaşdırılmışdır. Materiallar müqaviməti elminin meydana gəlməsi mürəkkəbliyinə və xüsusiyyətlərinə görə müxtəlif növ tikinti və qurğuların yaradılması, habelə maşınqayırmanın geniş inkişafı ilə əlaqədar olmuşdur. Analitik üsulların dərin laboratoriya və zavod tədqiqatları ilə materialların xassələri və xüsusiyyətlərinin uyğun gəlməsi tələb edilirdi. Bu halda bir sıra mülahizələr, hipotezlər və fərziyyələr yaranmışdır ki, nəticədə də hesabatın dəqiqliyi azalmışdır. Digər tərəfdən məsul və nəhəng qurğuların dəqiq hesabatı tələb edilirdi. Belə məsələlər elastiklik nəzəriyyəsinin verdiyi üsullarla öyrənilirdi. Beləliklə, materiallar müqaviməti və elastiklik nəzəriyyəsinin paralel inkişafı başlandı, bunlar bir-birini tamamladı və qarşılıqlı təkmilləşmə imkanları yarandı.

Qurğuların və konstruksiyaların hazırlanması materialların mexaniki xassələri haqqında elmin yaranmasını tələb edirdi. Vaxtilə Arximed (287-212 b.e. qədər) materialların xassəsini öyrənmiş, lakin onun gördüyü işlərin yalnız bir hissəsi bizə gəlib çatmışdır.

Qədim Yunanıstanda, Misirdə, Romada nəhəng memarlıq tikintilərinin yaradılması materialların mexaniki xassələrinə diqqəti artırdı. Lakin, bu zaman möhkəmlik haqqında elm olmadığından, qurğular yalnız böyük memarların təcrübələri əsasında yaradılmış, nəsil-dən-nəsilə keçmişdir.

Möhkəmlik məsələlərini ilk dəfə Leonardo da Vinçi (1452-1519) öyrənmişdir. Lakin bu böyük alimin işlərinin az bir hissəsi bizim

dövrümüze gəlib çıxmışdır. Ona görə də, materiallar müqaviməti fənninin yaranması tarixi Qalileo Qalileyin (1638) adı ilə bağlıdır.

Hər iki alim cismi mütləq bərk hesab edərək, konsol tirdə yüklə deformasiya arasındakı əsas asılılığı müəyyən edə bilməmiş, lakin bir çox lazımi say nisbətlerini Qaliley düzgün anlamışdır. Ən vacib hesab olunan laboratoriyalarda materialların möhkəmliliyinin sınılanması məsələləri onun adı ilə bağlıdır.

Materiallar müqavimətinin sistemli inkişafında ingilis alimi Robert Hukun (1635-1703) da rolu olmuşdur. Huk təcrübə yolu ilə bu fənnin əsas qanununu kəşf etmişdir. Bu qanun Huk qanunu adlanır və cismə təsir edən qüvvə ilə onun yaratdığı deformasiya arasında əlaqə yaradır. R.Huk tərəfindən bu qanun belə ifadə olunmuşdur: yerdəyişmə necədirsə, qüvvə də elədir.

Sonralar, xüsusən, XVIII əsrin axırlarında, sənayenin, maşınqayırmanın, dəmir yolları çəkilişinin sürətli inkişafı möhkəmliyə aid elmlərin sürətli tərəqqisinə səbəb oldu.

Bu sahədə alimlərdən N.V.Lomonosov (1711-1765), Leonard Eyler (1707-1783), D.İ.Juravski (1821-1891), F.S.Yasinski (1856-1899), V.L.Kirpiçyev (1845-1891), A.V.Qadolin (1828-1892), İ.Q.Bubnov (1872-1919), N.E.Jukovski (1847-1921), S.P.Timoşenko (1848-1972) və b. böyük işlər görmüşlər. Fransada bu elmin inkişafına Navye (1785-1836), Koşi (1789-1857), Puasson (1781-1840), Sen-Venan (1797-1886), Lyame (1795-1875) və b. qiymətli incilər bəxş etmişlər.

Möhkəmlik elmlərinin sürətli inkişafı son yüzilliklə bağlıdır. Bu dövrdə görülən əsas işlərə B.Q.Qalerkinin (1871-1945) – təbəqələrin hesablanması, A.N.Krılov (1863-1945) və P.F.Papkoviçin (1887-1946) - gəmilərin inşaat mexanikası, L.S.Leybenzonun (1879-1951) – elastiklik nəzəriyyəsinin müxtəlif bölmələri, neftayırma işləri, V.Z.Vlasovun (1906-1958) – nazik divarlı lövhələrin nəzəri hesabı, N.M.Belyayevin (1890-1944) – plastiklik nəzəriyyələrinə dair işləri misal göstərmək olar.

Alimlərdən S.V.Serensen, A.N.Dinnik, N.N.Davidenkov, N.İ.Müsxelişvili, Y.N.Robotnov, X.A.Rəhmatulin səmərəli işlərə yərək, bir sıra elmi-tədqiqat işləri aparmışlar.

Möhkəmlik elmlərinin inkişafında A.A.İlyuşin, V.V.Sokolovski, L.A.Qalin, A.F.Smirnov, professorlardan M.M.Filonenko-Borodiç,

Q.Y.Camilidze, A.R.Janidsın, İ.Y.Ştayer-man, S.D.Panomaryov, Y.N.Tixomirov, S.S. Kryukovski və b. böyük rol oynamış və qiymətli elmi əsərlər yaratmışlar.

Möhkəmlik elminin tədrisinin təkmilləşdirilməsində və bu elmin inkişafında xüsusi rolu olan Q.S.Pisarenkonu, A.İ.Lebedevi, V.İ.Feodosyevi, V.V.Bolotini, N.N.Leontyevi, A.V.Aleksandrovu, N.N.Malinini, A.P.Filini və b. alimləri misal göstərmək olar.

Möhkəmlik elmlərinin zənginləşdirilməsində Azərbaycan alimlərindən Y.Ə.Əmənzadənin, M.Y.Axundzadənin, V.N.Mirsəlimovun, Ə.İ.İsayevin və b. əməyi böyükdür.

Son vaxtlar dünya alimləri yüksək təzyiq və temperatur, radiasiya və korroziya şəraitində işləyən konstruksiya elementlərinin möhkəmliyə hesablanmasına böyük diqqət yetirirlər.

Onlar materialların elastiki, plastiki vəziyyətində konstruksiyaların və tikintilərin möhkəmliyə hesablanması üsullarının əsasını yaradaraq inkişaf etdirmişlər. Bu üsullar mühəndis qurğularının materiallarına qənaət olunmasını təmin edir.

Materialların aqressiv mühitdə, radioaktiv şüalanma və aşağı temperatur şəraitində özlərini aparma qabiliyyətlərinin öyrənilməsi də möhkəmlik elmi qarşısında duran əsas məsələlərdəndir.

Ə 1.2. Ümumi anlayışlar, öyrənmə obyektləri və onların sxemləşdirilməsi

Materiallar müqaviməti cismin, ya da mexaniki sistemin deformasiya vəziyyətini öyrənməklə məşğul olur. Mexaniki sistem dedikdə bərk cisimlərin (elementlərin) bir-biri ilə qarşılıqlı asılılığının və əlaqəliliyinin məcmuyu nəzərdə tutulur.

Bərk cisimlərin əsas xüsusiyyətlərindən biri ona tətbiq olunan xarici qüvvələrə müqavimət göstərmə qabiliyyətinə malik olmasıdır. Bərk cisim öz forma və həcmi dəyişmədən xeyli yükə davam gətirə bilər. Lakin, inşaat materialı kimi tətbiq olunan bərk cisim zahirən belə görünür. Əslində təbiətdə mütləq bərk cisim yoxdur. İstənilən cisim mühəndis konstruksiyasının və qurğuların elementləri tətbiq olunan xarici qüvvələrin təsirindən hündəsi ölçülərini və formasını dəyişir.

Cismin xarici qüvvələr təsirindən həndəsi ölçülərini və formasını dəyişməsi hadisəsinə deformasiya deyilir.

Deformasiya qüvvə, temperatur və qarışıq deformasiyalara ayrılır.

Əgər sistemə yalnız xarici qüvvə tətbiq olunubsa, yaxud sistem yalnız temperatur təsiri altındadırsa, onda yaranan deformasiya uyğun olaraq **qüvvə və temperatur deformasiyası** adlanır.

Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, materiallar müqavimətində öyrənilən cisimlər nəzəri mexanikadakından fərqli olaraq mütləq bərk hesab edilmir. Onlar deformasiya olunma xassələrinə görə ayrılır. Cisimlər xarici qüvvələrlə yükləndikdə həndəsi ölçülərini və formalarını dəyişir. Bu, materialın hissəciklərinin qarşılıqlı yerdəyişmələri hesabına baş verir. Yüku götürdükdə materialın hissəciklərinin ilkin vəziyyəti bərpa olunur.

Yükü götürdükdən sonra materialın ilkin ölçülərə və formaya qayıtması xassəsi elastiklik xassəsi adlanır. Elastiklik xassəsi məlum materialların hamısına məxsusdur. Deformasiya *elastiki* və *plastiki* (qalıq) deformasiyalara bölünür. Deformasiya o vaxt elastiki deformasiya adlanır ki, yük götürüldükdə o tamamilə yox olur. Əgər yükü götürdükdə material ilkin həndəsi ölçülərinə qayıtmırsa, onda deformasiya plastiki olur.

Xarici qüvvənin qiymətini artırmaqla cismin elə bir halına çatmaq olar ki, onun bütöv bir cisim kimi qalması mümkün olmasın. Bu halda cisim dağılmağa başlayır. Ona görə də, hər bir mexaniki sistemin elementi həddindən artıq deformasiya olunmamalıdır. Cisim – inşaat materialı və maşın elementi kimi istifadə olunan material təyinatı və iş şəraitinə görə istismar tələblərini ödəməlidir. Sistemin bütün elementləri istismar tələblərini saxlamaqla yanaşı, *sərtliyə, möhkəmliyə və dayanıqlığa* malik olmalıdır.

Sərtlik dedikdə sistemin əvvəlcədən verilmiş qiymətlərindən artıq olmayan yerdəyişmə almaq qabiliyyəti başa düşülür. Məsələn, üzərindən qatar keçən körpülərdə δ şaquli yerdəyişməsi $\frac{1}{500}L$ -dən böyük olmamalıdır, yəni $\delta \leq \frac{1}{500}L$ olmalıdır: burada L -körpünün dayaqları arasındakı aşırımın uzunluğudur

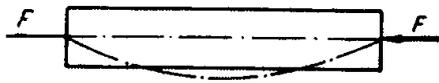
Möhkəmlik dedikdə qurğuların və onların elementlərinin xarici yüklər təsir etdikdə dağılmama qabiliyyəti başa düşülür.

Elementlərin möhkəmliyinin saxlanması texnoloji prosesləri təmin edərək hökmən onların vahid bütöv cisim kimi mövcud olmaları deməkdir.

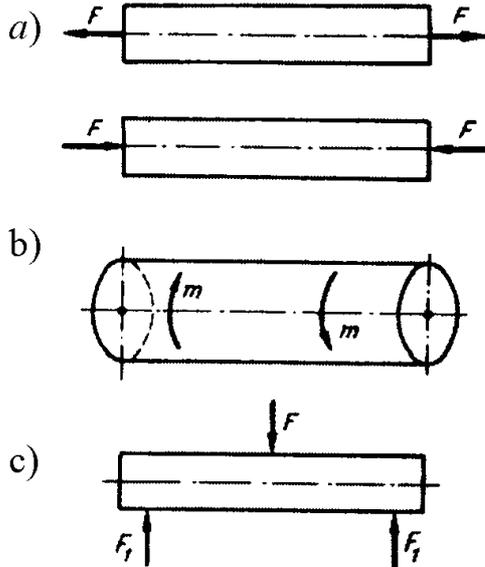
Möhkəmlik olmadan heç bir maşın, qurğu və yaxud hər hansı obyekt nə istifadə oluna bilər, nə istismar olunar, nə də öz vəzifəsini yerinə yetirə bilər.

Müəyyən hallarda xarici qüvvə elementlərin həndəsi oxuna paralel təsir etdikdə elə qiymət (böhran qiyməti) ala bilər ki, kiçik həyacanlandırma nəticəsində elementi əvvəlki vəziyyətindən kənara çıxarar. Belə halda «*element dayanıqlığını itirdi*» deyirlər.

Dayanıqlığın itməsini bir-birinə paralel və əks yönələn F_i qüvvələri ilə yüklənən elastiki plankada, məsələn, məktəbli xətkəşində (şəkil 1.1.) əyani göstərmək olar. Təcrübədən hamıya yaxşı məlumdur ki, sıxıcı qüvvələrin müəyyən qiymətində (böhran qiymətində) xətkəş düzxətli müvazinət forması əvəzinə, əyrixətli forma alır. Mühəndis konstruksiyası elementlərindən hətta biri dayanıqlığını itirsə, o istismar oluna bilməz, o dağılar və ağır nəticələr verir.



Şəkil 1.1



Şəkil 1.2

Möhkəmliyə, sərtliyə və dayanıqlığa hesabat ümumi bir adla birləşərək **möhkəmlik hesabları** adlanır. Möhkəmlik, sərtlik və dayanıqlıq deformasiyalardan asılıdır. Bu asılılıqlar üzərində ətraflı dayanacaq.

1. Qüvvə tətbiq edildikdən sonra cismin formasını müəyyən edən deformasiyanın xarakteri ən çox qüvvənin və cismin qarşılıqlı istiqamətindən asılıdır. Misal olaraq xarici qüvvələrlə yüklənmiş cismin üç növ deformasiyasını göstərək (şəkil 1.2): a) dartılma, sıxılma; b) burulma; c) əyilmə. Bu deformasiyalar aşağıdakı uyğun

bölmələrdə təfəsilatı ilə veriləcəkdir.

2. Deformasiyanın qiyməti: cismə tətbiq olunan xarici qüvvələrin qiymətlərinin qanu-nauyğunluqla dəyişməsindən, cismin formasından və ölçülərindən, nəhayət, cismin hazırlanmasına işlədilən materialın miqdarından düz mütənasib olaraq asılıdır.

İstənilən mühəndis konstruksiyalarına, qurğulara tək cəmə möhkəmlik, sərtlik və dayanıqlıq tələbləri qoyulmur. Onlar istismarda onlara qoyulan tələbləri bütünlüklə ödəməlidir.

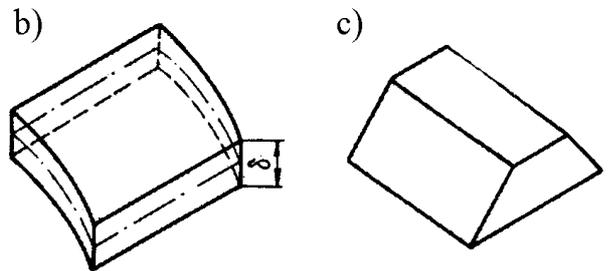
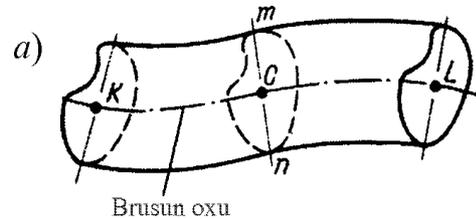
Konstruksiyaların və onların iş şəraitlərinin müxtəlif olmasını nəzərə almadan, tələbləri şərh etmək mümkün deyil. Lakin mühəndis konstruksiyalarına və qurğularına ümumi bir tələb vardır. Bu, imkan dairəsində ən aşağı keyfiyyətli materiallardan ən az miqdarda sərf etməyə çalışmaqdır. Beləliklə, ziddiyyət göz qabağındadır: bir tərəfdən möhkəmlik tələbi, digər tərəfdən konstruksiyanın hazırlanmasına sərf olunan materialın miqdarının az olması tələbi. Bu ziddiyyət materialların müqaviməti elminin meydana gəlməsinə təkan vermişdir.

Materialların müqaviməti – mühəndis konstruksiyaların hazırlanmasına ən az material sərf etməklə onların elementlərini möhkəmliyə, sərtliyə və dayanıqlığa hesablama üsullarının öyrədilməsi ilə məşğul olan elmdir.

Öyrənmə obyektini olan cisimlər aşağıdakı kimi ayrılır:

a) **Brus** (şəkil 1.3.a)

Brus (mil) elə bir cisimdir ki, onun ölçülərindən biri (uzunluğu) qalan iki ölçüsünə nisbətən çox böyükdür. Brus mühəndis konstruksiyasında və qurğularda ən geniş yayılmış elementdir. Bu, sabit, yaxud dəyişən kəsikli olub, düz xətti və ya əyri xətti ola bilər. mn – müstəvi fiqurunun C ağırlıq



Şəkil 1.3

mərkəzi ilə KL xətti boyunca hərəkət etsək, brusu alırıq. mn fiqurunu ağırlıq mərkəzin-də döndərmədən hərəkət etsək, ən kəsiyi sabit olan brus, döndərsək ən kəsiyi dəyişən kəsikli brus alırıq. **Kəsiyin ağırlıq mərkəzinin hərəkət etdiyi xəttə brusun**

(milin) händəsi oxu deyilir. Verilmiş nöqtədə brusun händəsi oxuna perpendikulyar olan kəsiyə *en kəsiyi* və yaxud *kəsik* deyilir.

Ox ilə bucaq əmələ gətirən kəsik *çəp kəsik* adlanır.

Brusun oxundan keçən, yaxud oxa paralel yerləşən kəsiklər *boyuna kəsiklər* qəbul edilir. Brusun oxuna paralel olan xətlər *lif* adlanır.

b) **Lövhə** (örtük) (şəkil 1.3,b)

Ölçülərindən biri (qalınlığı) qalan iki ölçüsündən daha kiçik olan cisimlərə lövhə deyilir. Əgər lövhənin səthinin bir nöqtəsində qalınlığı tən yarı bölüb, sonra bu nöqtələri birləşdirsək *orta səth* adlanan bir səth alırıq. Beləliklə, orta səth təbəqənin qalınlığının orta nöqtələrinin händəsi yeridir; təbəqənin qalınlığı isə orta səthə perpendikulyar istiqamətdə ölçülməlidir. Əgər təbəqə iki əyri xətlə birləşən səthdən əmələ gəlsə və hər bir nöqtədə onlar arasındakı məsafələr müxtəlif olarsa, onda təbəqənin qalınlığı da dəyişən olacaqdır. Əgər hər bir nöqtədə qalınlıq $\delta = \text{const}$ olarsa, təbəqə sabit qalınlıqlı hesab edilir. Nəhayət, əgər orta səth müstəvidirsə, onda təbəqə *lövhə* adlanır.

c) **Massiv cisimlər** (şəkil 1.3.c)

Əgər üç ölçünün hamısı eyni tərtibli olarsa, (elektrik ötürən dirəklərin dayaqları, dəmir yol (avtomobil) körpülərinin dayaqları və s.) onda cismi massiv adlandırmaq olar. Bruslar və lövhələr bütün konstruksiyalarda, maşınlarda və qurğularda həddindən artıq istifadə edilir. Materiallar müqaviməti məhz belə konstruksiya elementlərinin deformasiyasını öyrənir və onların hesabat üsullarını təklif edir. Massivlərin hesabatı son dərəcə dəqiq hesablamalar tələb edir və onların hesabatı elastiklik nəzəriyyəsində aparılır.

Mühəndis konstruksiyasının elementləri müxtəlif formaya, say, ölçülərə, materiallara, təyinatlara malikdir. Ona görə də, hesablama obyektlərinin sxematikləşdirilməsi aparılır. Nəzəriyyəyə, istismar təcrübəsinə, duyğuya və s. saysız-hesabsız xüsusiyyətlərə əsasən sxematikləşdirilmədə hansı xarici qüvvələrin zəruri olduğunu müəyyən ediblər. Onlardan mexaniki sistemin möhkəmliyinə nəzərə çarpacaq dərəcədə təsir etməyənini atırlar. Sxemlərin belə seçilməsi həmişə lazımdır. Əks təqdirdə, məsələlərin tam həllini almaq mümkün deyil.

Zəruri xüsusiyyətləri əks etdirilən və əhəmiyyətsizləri kənar edilən real obyekt *hesabat sxemi* adlanır.

Real obyektin məqsədindən və təyinatından asılı olaraq hər dəfə onun hesabat sxemini seçmək olar. Burada verilmiş konkret hal üçün hesabatın tələb olunan dəqiqliyi nəzərə alınmalı, yaxud zəruri hadisələr əks etdirilməlidir.

Real obyektin hesabat sxeminin seçilməsi həndəsi sadələşmədə şərh edildi. Materialların quruluşu və xassəsi nöqtəyi-nəzərdən sxematikləşdirilməsi sxem seçmək üçün ikinci addımdır və öyrənilməsi vacibdir. Molekulyar quruluşundan asılı olmayaraq bütün materiallar bütöv mühit kimi qəbul edilir.

Ə1.3. Materiallar müqavimətində bərk cisim haqqında qəbul edilən əsas təkliflər və fərziyyələr

Məlum olduğu kimi cisimlərin materialları müxtəlif xassələrə malikdir. Onların hamısı nəzərə alınsa, ya mürəkkəb analitik asılılıqlar alınar, ya da riyazi apparatdan istifadə etmək mümkün olmaz. Materialın möhkəmliyinə, sərtliyinə və dayanıqlığına təsir edən ikinci dərəcəli xüsusiyyətləri ataraq, onlardan başlıcalarının üzərində dayanırıq. Burada xüsusi qeyd etmək lazımdır ki, müxtəlif hallarda eyni xarakteristikalar başlıca, yaxud ikinci dərəcəli ola bilər.

Materiallar müqavimətində qəbul edilən fərziyyələr və hipotezlər aşağıdakılardır:

1. **Cisim mütləq elastiki hesab edilir.** Bu əsas hipotezlərdən biridir. Buradan belə çıxır ki, cisim yükləndikdə deformasiyanın axırncı qiyməti qüvvələr təsirinin ardıcılığından asılı deyildir. Real həqiqətdə həmişə müşahidə olunur ki, real cisimlər ideal elastiklikdən kənara çıxır, ancaq bu fərq çox kiçikdir və axır nəticəyə təsir etmir və nəzərə də alınmır.

2. **Cisim bircinsli qəbul edilir,** yəni cisim istənilən mikrohəcmdə eyni xassəyə malikdir.

3. Cisim izotrop hesab edilir, yəni cisim verilmiş həcm daxilində müxtəlif istiqamətlərdə eyni xassəyə malikdir. Metalların nizamsız yerləşən kristallardan ibarət olmasına baxmayaraq, onların xaotik düzülüşü metalların izotrop hesab edilməsinə əsas verir. Lakin bəzi hallarda materialların izotropluğu fərziyyəsi qəbul olunmur. Ağac materialını, armaturlaşdırılan hissələri izotrop material hesab etmək olmaz. Təcrübədən məlumdur ki, belə cisimlərin müxtəlif istiqamətlərdə bir hissəsini başqasından ayırmaq üçün eyni qüvvə və enerji tələb olunmur.

4. Cismin formanı tam doldurma xassəsinə malik olduğu hesab edilir. Başqa sözlə desək, cisimdə heç bir boşluq, çat, qovuş, aralıq olmamalıdır. Bu hipotezin qəbul olunması materialın, eləcə də mühitin kəsilməz hesab edilməsinə, bu da öz növbəsində riyazi analizin kəsilməz funksiya aparatından istifadə edilməsinə imkan verir.

5. Qeyd olunduğu kimi, cisim kifayət qədər bərk hesab edilir, yəni yaranan deformasiya onun həndəsi ölçülərindən çox kiçik olur. Bu qabaqcadan onlardan inşaat materialları kimi istifadə edilməsinə imkan verir. Belə cisimlər və sistemlər verilmiş **böyük sərtlikli cisim və sistemlər** adlanır. Şərh edilənlərə əsasən deformasiyanın kiçikliyi haqqında hipotezə tərif verə bilərik.

Hesab edilir ki, cisim və sistem onların həndəsi ölçüləri ilə müqayisədə çox kiçik deformasiyaya uğrayır. Bu hipotezdən istifadə edilməsi aşağıdakılara imkan verir:

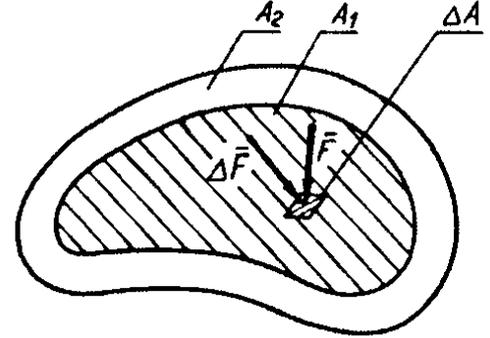
- cismin və sistemin ilkin vəziyyəti üçün deformasiya tənliliklərini tərtib edib həllin onların deformasiya olunmuş vəziyyətinə tətbiq edilməsi;

- deformasiyadan əvvəl olduğu kimi, deformasiyadan sonra da xətti elementlər arasındakı bucağın cisimlər üçün də, sistem üçün də bərabər qəbul edilməsinə.

Məsələlərin həllində bu hipotezin tətbiqini dəfələrlə nümayiş etdirəcəyik.

Ə1.4. Xarici və daxili qüvvələr haqqında anlayış

Məlumdur ki, qüvvə bir cismin digərinə təsiridir. Mühəndis qurğuları, konstruksiyaları və onların elementləri yüklənmə şəraitində istismar olunur. Əslində onlar qabaqcadan bu məqsədlə nəzərdə tutulmuşdur. Real cisimlərə tətbiq olunan xarici qüvvələrin xarakterik xüsusiyyətlərini də (tətbiq etmə üsulu, təsir xarakteri) nəzərə almaqla öyrənilməsi zəruri hesab edilir. Real obyektə tətbiq olunması üsuluna görə xarici qüvvələr: topa, səthi və həcmi qüvvələrə bölünür.



Şəkil 1.4

1. Topa qüvvələr. Topa qüvvələr elə qüvvələrə deyilir ki, ötürülmə sahəsi real obyektin toxunma səthinə nisbətən ikinci və üçüncü tərtibli kiçik kəmiyyət olsun, yəni sonsuz kiçik səth üzrə tətbiq edilən qüvvə topa qüvvədir.

Topa qüvvənin ölçü vahidi BS sistemində Nyutondur (N).

Topa qüvvənin tətbiq olunmasına dair saysız-hesabsız misallardan qatarın ağırlığının onun təkəri vasitəsilə dəmir yolu relsinə ötürülməsini misal göstərmək olar. Bu halda təkər və dəmir yolu relsi deformasiyaya uğradıqlarından qüvvə çox da böyük olmayan toxunma sahəsi ilə ötürülür. Avtomobilin körpü üzərində dayanmasını da misal göstərmək olar. Bu halda onun çəkisi kiçik işlək sahəsi ilə körpüyə ötürülən qüvvəyə bərabərdir.

2. Səthi qüvvələr. Səthi qüvvə müəyyən sahəyə (şəkil 1.4.) təsir edən yayılmış qüvvəyə deyilir. A_1 sahəsi son həddə qiymətce A_2 sahəsinə bərabərdir. Paraşütə olan təsir, təyyarəyə, avtomobile, teplovoza hava müqavimətinin təsiri, qarın binaların örtüklərinə təsiri, parçanın tikiş maşınının stoluna təsiri səthi qüvvələrə əyani misallardır.

BS sistemində ölçü vahidi $[F]=Pa$ (və ya N/m^2).

Səthi yük A_1 səthinin ixtiyari nöqtəsində p səth intensivliyi ilə verilir və aşağıdakı ifadə ilə təyin olunur:

$$\bar{p} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1.1)$$

burada: ΔA – səthin nöqtəsi ətrafındakı sahəcik; ΔF – sahəcikdə səthi qüvvələrin əvəzləyicisidir.

3. Həcmi qüvvələr. Qüvvələr bütün həcmdə hər bir nöqtədə paylanarsa, bu qüvvələr həcmi qüvvələr adlanır. Təcilli hərəkətdə olan cisimlərin ətalət qüvvələri, cəzbetmə qüvvələri, gravitasiya həcmi qüvvələrdir. Həcmi qüvvələr cismin həcmnin hər bir nöqtəsindəki \bar{m} həcm intensivliyi ilə xarakterizə olunur:

$$\bar{m} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta V} \quad (1.2.)$$

burada: ΔF – həcm boyunca yayılan həcmi qüvvələrin əvəzləyicisi, ΔV – cismin ixtiyari nöqtəsi ətrafında həcmdir. Ölçü vahidi

$$[m] = \text{N/m}^3$$

Mühəndis hesabatlarda konstruksiya elementlərinin nadir hallarda çəkili nəzərə alınır. Məsələn: qəfəsləri böyük dərinliklərdən qaldıran trosların, dərin quyuların qazılmasında işlədilən ştanqların, metallurjiya zavodlarında buxarıların hesabətında çəkini nəzərə almaq zəruridir. Lakin bəzi hallarda elementin çəkisi xarici qüvvələrə nisbətən kiçik olduğundan nəzərə alınmır, çünki o 1,0÷2,0%-i təşkil edir.

Bəzən səthi və həcmi qüvvələr istiqamətlənmiş xarakterə malik olur. Məsələn, yer səthinin relslər üzərində hərəkət edən qatarla yüklənməsi. Bu halda belə qüvvələrə **uzununa paylanan qüvvələr** deyilir.

Uzununa paylanan *intensivlik* adlanan səpələnmiş yükün intensivliyi \bar{q} aşağıdakı düsturla təyin edilir:

$$\bar{q} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{F}}{\Delta x} \quad (1.3.)$$

burada: $\Delta \bar{F}$ - uzunluğu Δx olan sahəyə təsir edən uzununa ölçülən qüvvələrin əvəzləyicisidir.

Cismə təsir edən xarici qüvvələr təsir xarakterinə görə *statik* və *dinamik* qüvvələrə ayrılır.

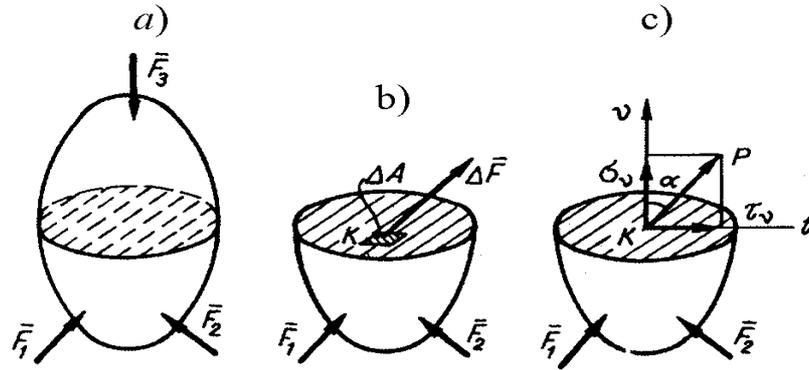
1. Statik qüvvələr. Nisbətən böyük vaxt müddətində qiyməti sıfırdan işçi qiymətə qədər artan qüvvələrə *statik qüvvələr* deyilir. Məsələn, qurulan binalarda bir neçə ay, yaxud illər ərzində bünövrə üzərində kərpiclər bir-birinin üzərinə qoyularkən yük çox

kiçik sürətlə artır. Buna görə də demək olar ki, dF/dt nisbəti sıfıra bərabər olur, ətalət qüvvəsi yaranmır və onların təsiri də nəzərə alınmır. Mühəndis konstruksiyasına statik yüklərin tətbiq edilməsi *statik yüklənmə* adlanır.

2. Dinamik qüvvələr. Əgər xarici qüvvə cismə bir anda (saniyənin onda, yüzdə və mində biri) tətbiq olunarsa, yaxud qüvvənin artma sürəti böyük olarsa, belə qüvvələr *dinamiki qüvvələr*, sistemin yüklənməsi isə *dinamik yüklənmə* adlanır. Əgər qüvvə kiçik bir müddətdə tətbiq edilərsə, onda ona *ani dinamik qüvvə* deyilir. Əgər qüvvə tətbiq olunan anda o mexaniki enerjiyə çevriləcək əhəmiyyətli dərəcədə kinetik enerjiyə malikdirsə, ona *zərbə qüvvəsi* deyilir.

Nəhayət, əgər yüklər vaxta görə fasiləsiz dövrü dəyişəndirsə, (lazımı tezliklə), onda onlara *təkrar-dəyişən*, yaxud *vaxta görə dəyişən yüklər* deyilir.

Statik və dinamik yüklənmələrdə hesabatın xarakteri, onlara yanaşma üsulları tamamilə müxtəlifdir.



Şəkil 1.5

Əgər cismi fikrən kəsəriksə (şəkil 1.5.a), yuxarı hissəni atırıqsa, onda kəsik sahəsinin aşağı hissəsində atılan yuxarı hissənin təsir nəticəsi kimi, daxili qüvvələr yaranır. Bu haqda ikinci bölmədə ətraflı dayanacağıq. ΔA – sahəciyə təsir edən daxili qüvvənin qiymətini $\Delta \bar{F}$ ilə işarə edək (şəkil 1,5,b). $\frac{\Delta \bar{F}}{\Delta A} = \bar{p}_{or}$ nisbətinə ΔA hissəciyində yaranan gərginlik deyilir. Əgər hipotezə görə brusun mühiti bütöv isə, son həddə keçə bilər, yəni

$$\bar{p} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{F}}{\Delta A} \quad (1,4)$$

Bu gərginlik K nöqtəsindəki *həqiqi* və yaxud *ümumi gərginlik* adlanır. Gərginliyin riyazi təhlilinin asan olması üçün ümumi gərginliyi (şəkil 1.5,c) iki gərginliyə: en kəsiyə perpendikulyar olan σ_v normal gərginliyinə və kəsik səthinə toxunan olan τ_v toxunan gərginliyinə ayırırıq. Ümumi gərginlik vektorunun kəsiyin K nöqtəsində v normalı ilə üst-üstə düşən toplananına *normal gərginlik*, t oxu ilə üst-üstə düşəninə isə *toxunan gərginlik* deyilir.

Ümumi gərginliklə onun toplananları arasındakı asılılığı görmək çətin deyildir:

$$p^2 = \alpha_v^2 + \tau_v^2 \quad (1.5)$$

yaxud

$$p = \sqrt{\alpha_v^2 + \tau_v^2} \quad (1.6)$$

Ümumi p gərginliyi ilə kəsiyin normalı v arasındakı bucağı α ilə işarə edərək, ümumi gərginlikdən asılı olaraq toplananları təyin edə bilərik:

$$\sigma_v = p \cdot \cos \alpha, \quad \tau_v = p \cdot \sin \alpha \quad (1.7)$$

Cismin hər hansı nöqtəsindəki gərginlik xarici qüvvələrin qiymət və istiqamətindən, cismin həndəsi ölçülərindən, həmin nöqtədən keçən və gərginliyi təyin olunan kəsiyin vəziyyətindən asılıdır.

Gərginliyin BS sistemində ölçü vahidi – Paskaldır (Pa).

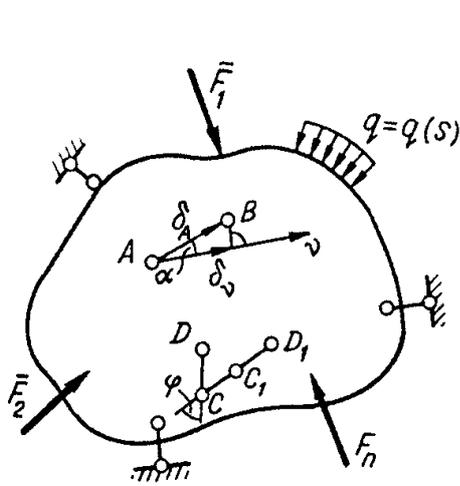
Ə1.5. Yerdəyişmələr və deformatsiyalar

Yuxarıda göstərdiyimiz kimi, təbiətdə mütləq bərk cisim yoxdur. Onlar xarici qüvvələrin təsirindən formasını və həndəsi ölçülərini dəyişir (deformatsiyaya uğrayır).

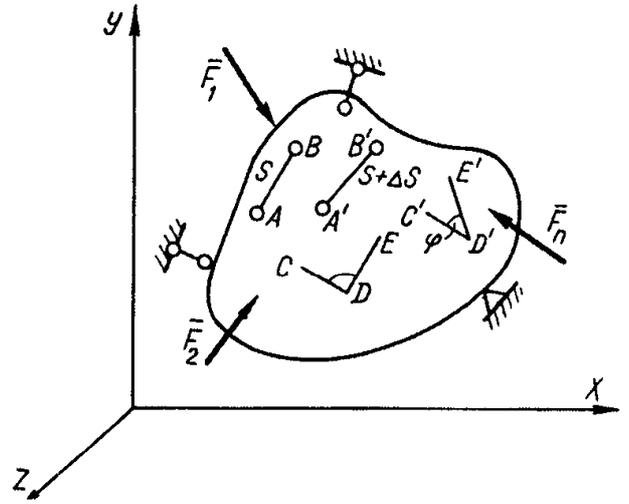
Tutaq ki, cisim (şəkil 1.6.) F_i xarici qüvvələri və $q=q(s)$ səpələnmiş yükü ilə yüklənmişdir. Ancaq o elə bərkidilmişdir ki, onun hər bir nöqtəsi yalnız cismin həndəsi ölçülərinin dəyişməsi hesabına hərəkət edə bilər. Cismə xarici qüvvə tətbiq edilməzdən əvvəl nöqtənin vəziyyətini A ilə, deformatsiyadan sonrakı vəziyyətini isə B ilə işarə edək. A və B nöqtələrini AB vektoru ilə birləşdirək. Başlanğıcı yüklənməmiş cismin nöqtəsində, sonu isə

deformasiya olunan cismin həmin nöqtəsində olan δ vektoruna *nöqtənin ümumi yerdəyişmə vektoru* deyilir. Onun x, y, z – koordinat oxlarındakı proyeksiyaları u, v, w yerdəyişmələri olacaqdır. Bu yerdəyişmələr xətti yerdəyişmələrdir.

Xətti yerdəyişmələrlə yanaşı bucaq yerdəyişmələri anlayışını da veririk. Deformasiya olunmayan vəziyyətdəki CD parçası xarici qüvvələr tətbiq olunandan sonra C_1D_1 vəziyyətini alacaqdır (şəkil 1.6). Şəkildən görünür ki, parça φ bucağı qədər dönmüşdür, Bu bucaq \overline{CD} parçasının ümumi bucaq yerdəyişməsidir.



Şəkil 1.6.



Şəkil 1.7

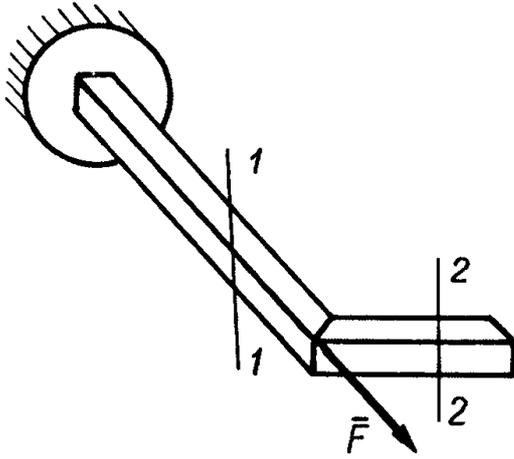
Deformasiya anlayışını daxil edək. Tutaq ki, deformasiya olunmayan vəziyyətdə (şəkil 1.7) AB parçasının uzunluğu s , iki tərəfli \hat{CDE} bucağı isə, məsələn, 90° olsun. Deformasiyadan sonra parça $A'B'$ vəziyyətini və Δs uzunluq artımını alır; iki tərəfli bucaq isə qiymət və vəziyyətini dəyişir ($\hat{C'D'E'}$). Δs artımının onun əvvəlki s uzunluğuna olan nisbətine ϵ_{or} *orta uzanma* deyilir.

$$\epsilon_{or} = \frac{\Delta s}{s} \quad (1.8.)$$

Əgər parçanı kiçiltsek (B nöqtəsini A nöqtəsinə yaxınlaşdırsaq), onda son həddə alarıq:

$$\epsilon_{AB} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{s} \quad (1.9)$$

ϵ_{AB} - AB istiqamətində A nöqtəsindəki *xətti deformasiya* adlanır. Deformasiyaya x, y, z koordinat oxları istiqamətində uyğun indekslər əlavə etsək, alarıq:



Şəkil 1.8

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$.

Cismin xarici qüvvələrlə yüklənməsi halında $90^\circ - \varphi$ bucağının artımı son həddə:

$$\gamma_{CDE} = \lim_{\substack{CD \rightarrow 0 \\ EC \rightarrow 0}} (C\hat{D}E - C'\hat{D}'E')$$

Deformasiyaya qədər və deformasiyaldan sonrakı bucaqların fərqinin limiti γ ilə işarə edilir və *bucaq deformasiyası* adlanır.

Koordinat müstəvilərində sürüşmə bucaqları $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ olacaqdır.

Deformasiyanı yerdəyişmədən fərqləndirməyi bilmək lazımdır. Məsələn, şəkil 1.8.-də I məntəqə deformasiya olunur, amma II məntəqə yalnız xətti və bucaq yerdəyişməsi alır.

Ə1.6. Xarici amillərdə və yerdəyişmələrdə

Huk qanunu

Materiallar müqavimətində ən çox istifadə olunan asılılıq xarici qüvvələrlə deformasiya arasındakı asılılıqdır. Sistemin istənilən nöqtələrində və istiqamətlərində xarici qüvvələrlə, bu qüvvələrin qiyməti müəyyən hədd daxilindədirsə, yerdəyişmələr arasında xətti asılılıq mövcuddur. Bu göstərilən asılılıq materiallar müqavimətində qüvvələr və yerdəyişmələrdə Huk qanunu kimi məlumdur. Şəkil 1.6-da A nöqtəsi δ_A ümumi yerdəyişməsini alır. Onun v istiqamətindəki yerdəyişməsi δ_v olacaqdır. Bu halda qüvvələrdə və yerdəyişmələrdə Huk qanunu belə yazılır:

$$\delta_v = \sum_{i=1}^k \delta_{vi} F_i \quad (1.10)$$

Əgər cismə və sistemə xarici qüvvələrdən başqa temperatur amili də təsir edərsə (cisim buraxılabilən hədd daxilində qızdırılırsa, yaxud soyudularsa), onda (1.10.) ifadəsi aşağıdakı kimi olar:

$$\delta_v = \sum_{i=1}^k \delta_{vi} F_i + \delta_{vt} \Delta T_A, \quad (1.11)$$

burada: ΔT – temperatur fərqi; δ_{vi} , δ_{vt} – xətti asılılıqları müəyyən edən əmsallardır. Onların qiymətləri materialın növündən, cismin həndəsi formasından, nöqtədə müəyyən olunmuş istiqamətindən, qüvvə və temperaturun dəyişmə qanunauyğunluqlarından asılıdır.

Bununla bərabər, δ_{vi} , δ_{vt} – lərin qiymətləri qüvvə və temperaturun qiymətindən asılı deyildir. Belə yazılışda (1.11) ifadəsi *xarici amillərdə və yerdəyişmələrdə Huk qanunu* adlanır.

Hazırda Huk qanununun xarici amillər və yerdəyişmələr arasındakı asılılığa nisbətən, xarici amillər və deformatsiyalar arasındakı asılılıq formasından daha geniş istifadə edilir.

(1.11) ifadəsinin zəruriliyi ondan ibarətdir ki, yerdəyişmələr və xarici amillər arasındakı asılılığa əməl edilməsi külli miqdarda möhkəmlik məsələlərinin həllində son dərəcədə əhəmiyyət kəsb edən xarici amillərin təsirindən asılı olmaması (superpozisiya) prinsipindən istifadə etməyə imkan verir. Bu prinsipin mahiyyəti aşağıdakılardan ibarətdir:

əgər xarici amillərlə yerdəyişmələr arasındakı asılılıq şərtinə əməl edilərsə, onda xarici amillərin təsirindən yaranan sonuncu effekt (məsələn, cismin nöqtəsinin verilmiş istiqamətdəki hərəkəti) ayrılıqda cismə tətbiq olunan xarici amillərin ardıcılığından asılı deyildir.

Xarici amillər effektinin ayrı-ayrı amillər effektlərinin cəbri cəminə bərabər olması, möhkəmlik haqqındakı elmlərin bölmələrində əhəmiyyətli yer tutur.

Özünüyoxlama sualları

1. Cismin deformatsiyası nədir?
2. Materiallar müqaviməti hansı cisimləri öyrənir?
3. Materiallar müqaviməti nəyə deyilir, bu elm qarşısında hansı vəzifələr durur?
4. Elastiklik və plastiklik nədir?
5. Möhkəmlik, sərtlik və dayanıqlıq nəyə deyilir?
6. Möhkəmlik hesabları nəyə deyilir?
7. Siz deformatsiyanın hansı əsas növlərini bilirsiniz?
8. Brus nəyə deyilir, onun oxu, en kəsiyi nədir?

9. Təbəqə nəyə deyilir, onun qalınlığı və orta səthi nəyə deyilir?

10. Massiv cisim nəyə deyilir və onların möhkəmliyini hansı elm öyrənir?

11. Hesabat sxemi nədir? Onu necə yaradırlar; hesabat sxemini necə tərtib etmək olar?

12. Materialın bircinsliyi, bütövlüyü, izotropluğu haqqında hipotezlərin mahiyyəti?

13. Deformasiyanın kiçikliyi haqqında hipotez və onun möhkəmlik məsələlərinin həllində rolu?

14. Hansı qüvvələr xarici, hansılar daxili qüvvələr adlanır?

15. Cisimlərin ağırlığı bütün hallarda nəzərə alınır mı, əgər alınarsa, hansı hallarda?

16. Topa, səthi və xətti paylanan, həcmi qüvvələrin ölçü vahidlərini deyiniz.

17. Hansı qüvvələrə statik, hansılara dinamik qüvvələr deyilir?

18. Gərginlik nəyə deyilir və o, nə ilə xarakterizə olunur?

19. Orta, tam, normal, toxunan gərginliklərə tərif verin. Normal gərginlik hansı kəsiyə təsir edir?

20. Həndəsi olaraq ümumi, normal və toxunan gərginliklər neçə əlaqələninir?

21. Gərginliklərin ölçü vahidlərini deyiniz.

22. Deformasiya, yerdəyişmə nəyə deyilir, onların fərqi, ölçü vahidləri?

23. Xətti və bucaq yerdəyişmələri, xətti və bucaq deformasiyası arasındakı fərq nədən ibarətdir?

24. Huk qanununu xarici amillərə və yerdəyişmələrə görə yazıb tərifini deyiniz.

II – F Ə S İ L

DAXİLİ QÜVVƏ AMİLLƏRİ VƏ ONLARIN TƏYİNİ

Ə2.1. Daxili qüvvələr

Molekulyar nəzəriyyəyə əsasən ideal-elastiki fiziki bərk cisim hissəciklərdən (kristallardan, molekulardan, atomlardan və b.) ibarətdir.

Cisim F_i xarici qüvvələri ilə yükləndikdə kristall qəfəsdə atomlar arasındakı məsafə dəyişir: dartılma deformasiyasında atomlar bir-birindən uzaqlaşır, sıxılmada yaxınlaşır. Xarici qüvvələr hesabına atomlar arasındakı məsafənin dəyişməsi əlavə qüvvələrin yaranmasına səbəb olur. **Xarici qüvvələrin tətbiq olunması nəticəsində hissəciklər arasında yaranan əlavə qarşılıqlı təsir qüvvəsinə elastiklik qüvvəsi, yaxud da daxili qüvvələr deyilir.**

Əgər deformasiya elastikdirsə, atomlararası məsafənin dəyişməsi kiçik olur. Ona görə də, xarici təsirdən azad olunduqdan sonra yerini dəyişmiş atomlar əvvəlki vəziyyətlərinə qaydır.

Cismin dağılması o vaxt baş verir ki, heç olmasa nöqtələrdən birində elatstiklik qüvvəsi həddi qiymət alsın.

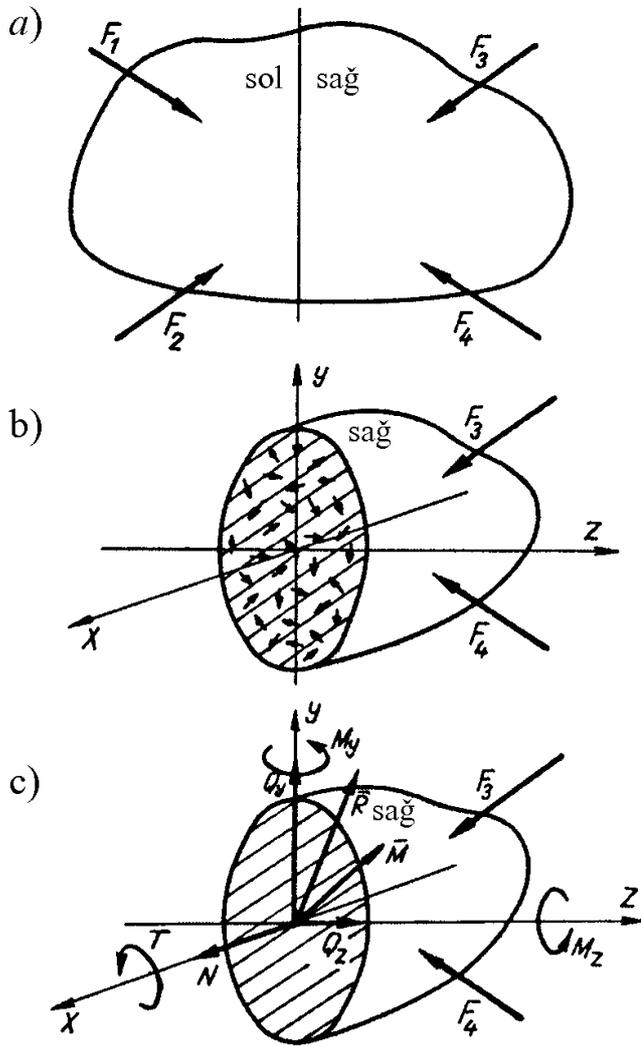
İstənilən mühəndis konstruksiyasının möhkəmlik məsələlərini o vaxt həll etmək olar ki, daxili qüvvələrin qiyməti və onların paylanma qanunu məlum olsun. Ona görə də, cisimlərdə daxili elastiki qüvvələrin təyini konstruksiyaların, tikintilərin və onların ayrı-ayrı elementlərinin möhkəmlik məsələləri tədqiqatında çox vacib məsələdir.

Materialın bütövlüyü fərziyyəsinə əsasən qəbul edilir ki, cismin kəsiyindəki (şəkil 2.1, *b*) daxili qüvvələr fasiləsiz paylanan qüvvələr sistemini təşkil edir. Daxili qüvvələrin qiyməti, onların istiqamətləndirilməsi, cismin hər bir nöqtəsində ixtiyaridir. Onlar xarici qüvvələrdən və onların tətbiq olunma xarakterindən, cismin hündəsi ölçülərindən, nəhayət kəsiklərin istiqamətlərindən asılıdır.

Kəsikdəki elastiki qüvvələr sistemini həmişə \bar{R} baş qüvvə vektoruna və \bar{M} baş momentinə gətirmək olar. Gətirmə nöqtəsi cismin ağırlıq mərkəzi hesab edilir.

Ə2.2. Cismin kəsiyindəki daxili qüvvə amilləri

Kəsmə üsulu adlanan mücərrəd yoldan istifadə edərək, baş vektorun və baş momentin qiymət və istiqamətlərini təyin etmək olar. Bu üsul dörd ardıcıl əməliyyatdan ibarətdir:



Şəkil 2.1

vektoru x, y, z oxlarına uyğun olaraq N, Q_y, Q_z şəklində proyeksiyalanır.

Daxili qüvvələrin baş vektorunun x oxuna proyeksiyasına (kəsiyə normal) *normal qüvvə* deyilir və N ilə işarə edilir. Normal qüvvələr en kəsiklərin x oxu istiqamətindəki yerdəyişmələrinə maneçilik edir.

\bar{R} -in y və z oxlarındakı (kəşik səthində) proyeksiyaları Q_y və Q_z ilə işarə edilir. Onlara uyğun olaraq y və z oxları boyunca *enine (kəsici) qüvvələr* deyilir. Kəsici qüvvələr cismin səth müstəvisində hissələrin bir-birinə nisbətən sürüşməsinə maneçilik törədir.

Daxili qüvvələrin \bar{M} baş momenti x, y, z oxlarına uyğun olaraq T, M_y, M_z şəklində proyeksiyalanır. Hər proyeksiyanın öz adı var: $T-$

1. Bizi maraqlandıran kəsikdə cismi kəsmək (fikrən) (şəkil 2.1,a).

2. Hissələrdən birini, məsələn, solu(şəkil 2.1,b) atmaq və sağı öyrənmək.

3. Atılmış sol hissənin saxlanılan sağ hissəyə təsirini daxili qüvvələr sistemi ilə əvəz etmək. Qeyd olunduğu kimi, Bu qüvvələrin qiyməti və istiqaməti kəsiyin istənilən nöqtəsində ixtiyaridir. Ona görə də, daxili qüvvələr sistemini kəsikdə baş vektor \bar{R} və baş moment \bar{M} halına gətiririk.

\bar{R} və \bar{M} vektorlarını uyğun olaraq üç qüvvə komponentinə və üç cüt qüvvəyə ayırırıq (şəkil 2.1,c).

Daxili qüvvələrin \bar{R} baş

burucu moment, onun cütü yz-oxları səthinə təsir edir, vektoru isə kəşik səthinə perpendikulyardır, yəni x oxu boyunca yönəlib. Burucu moment kəşiyin cismin kəşiyinə normal olan oxa nisbətən dönməsinə maneçilik törədir. M_y və M_z uyğun olaraq y və z oxlarına nisbətən əyici momentlərdir. Əyici momentlər en kəsikdə yerləşən oxların dönməsinə maneçilik törədir. \bar{R} və \bar{M} -in tərkib hissəsi olan N , Q_y , Q_z , T , M_y və M_z -lərə *daxili qüvvə amilləri* deyilir.

1. Cismin saxlanılmış hissəsini müvazinətləşdirmək üçün fəza sistemi üçün müvazinət şərtlərini yazmaq:

$$\begin{aligned} 1) \sum X = 0, & \quad 4) \sum M_x = 0 \\ 2) \sum Y = 0, & \quad 5) \sum M_y = 0 \\ 3) \sum Z = 0, & \quad 6) \sum M_z = 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Birinci üç tənliyin birindən istifadə edərək \bar{R} baş vektorunun bir toplananını təyin edirik (şəkil 2.1,c). Məsələn,

$$\sum X = 0, \quad N = F_{3x} + F_{4x} = \sum_{ix}^{sağ} F_{ix},$$

tənliyini götürək. Cismin atılmış sol hissəsinin saxlanılan sağ hissəyə təsiri, sağ hissənin sol hissəyə olan təsirinə bərabər olduğu üçün \bar{R} -in x oxu boyunca toplananı bərabərdir:

$$N = \sum_{ix}^{sol} F_{ix} = \sum_{ix}^{sağ} F_{ix} \quad (2.2)$$

Daxili qüvvələrin baş vektorunun komponentləri ədədi qiymətcə kəsikdən bir tərəfdə, qalan xarici qüvvələrin ox üzərindəki proyeksiyalarının cəbri cəminə bərabərdir.

Daxili qüvvələrin baş momentinin toplananları (2.1) ifadəsinin axırını üç tənliyindən təyin oluna bilər. Məsələn:

$$\sum M_x = 0, \quad M_x = mom_x F_3 + mom_x F_4 = \sum_{ix}^{sağ} m_{ix},$$

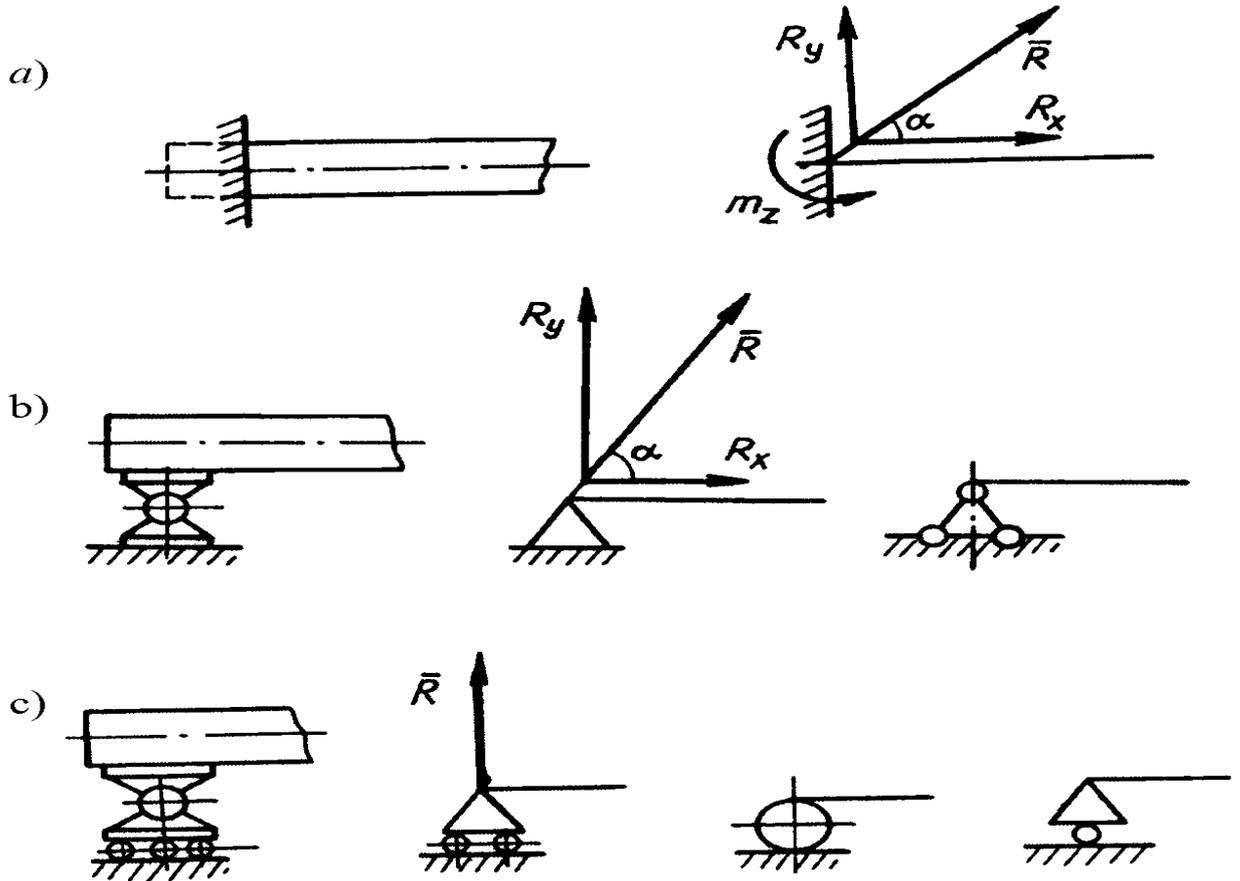
yaxud, təsir və əks təsirin bərabərliyi şərtindən bütövlüklə yazırıq:

$$M_x = \sum_{ix}^{sol} m_{ix} = \sum_{ix}^{sağ} m_{ix} \quad (2.3.)$$

Daxili qüvvələrin baş momentinin komponentləri kəsikdən bir tərəfdə qalan qüvvələrin oxa nəzərən momentlərinin cəbri cəminə bərabərdir.

Ə2.3. Dayaqlar və əlaqələr, onların göstərilməsi

Cismə təsir edən xarici qüvvələrin müvazinətləşməsi dayaq qurğularından (dayaqlardan) istifadə etməklə həyata keçirilir. Onlar aşağıdakı növlərə ayrılır (şəkil 2.2.).



Şəkil 2.2

1. Bərkidilmiş dayaq (sancılmış, bir ucu bərkidilmiş) (şəkil 2.2,a). Bu dayaq xətti və bucaq yerdəyişmələrinə mane olur, buna görə də üç rabitə verir. Burada R -reaktiv qüvvəsi və m momenti yaranır. R -reaktiv qüvvəsini x, y oxlarına görə proyeksiyalasaq, R_x və R_y -i alarıq.

Beləliklə, reaksiyalar R_x, R_y və m olacaqdır.

2. Oynaqlı-tərpənməz (oynaqlı) dayaq (şəkil 2.2,c). Dayaq kəsiyin dönməsinə imkan verir və kəsiyin oxuna perpendikulyar ox istiqamətində yerdəyişməyə mane olur. Beləliklə, oynaqlı dayaq cisim üzərinə *iki rabitə* qoyur.

3. Oynaqlı tərpənən (diyircəkli) dayaq (şəkil 2.2,c). Dayaq kəsiyin dönməsinə və cismin oxu istiqamətində yerdəyişməyə

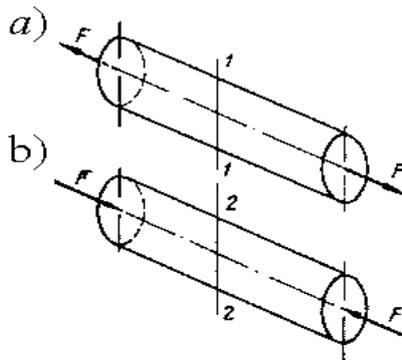
imkan verir; lakin oxa perpendikulyar istiqamətdə yerdəyişməyə mane olur, yeni dayaq cisim üzərinə *bir rabitə* qoyur.

Dayaq reaksiyaları xarici qüvvələr sırasına daxildir və cismin müvazinətliyinə baxdıqda nəzərə alınmalıdır.

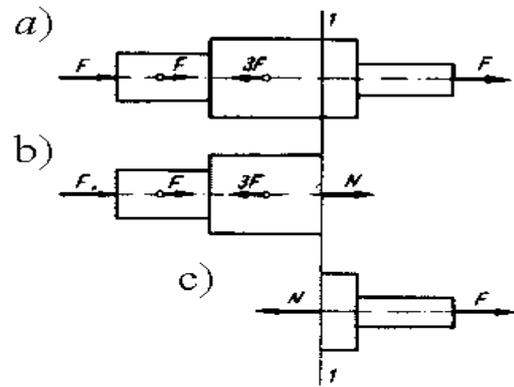
Şəkil 2.2-də dayaqların quruluşu ilə bərabər sxemləri və təsviri göstərilmişdir.

Ə2.4. Dartılma və sıxılmada daxili qüvvə amilləri

Şəkil 2.3a,b-də brusun dartılma və sıxılma deformasiyası, həmçinin brusun oxuna perpendikulyar olan I-I və II-II kəsikləri göstərilmişdir.



Şəkil 2.3.



Şəkil 2.4.

Başqa brusa baxaq (şəkil 2.4). Brusun I-I kəsiyində N normal qüvvəsinin qiymətini təyin edək. (2.1) ifadəsinə müraciət edərək $\sum X=0$ və brusun sol və sağ hissələrinə baxaraq, kəsmə üsuluna əsasən alırıq:

$$N = 3F - F - F = F, \quad N=F.$$

Alınan qiymətləri ümumiləşdirərək, təyin edirik:

$$N = \sum_{sol} F_i = \sum_{sağ} F_i$$

Normal qüvvə kəsikdə təsir edən elementar normal qüvvələrin əvəzləyicisi olub, kəsikdən bir tərəfdə qalan qüvvələrin cəbri cəminə bərabərdir.

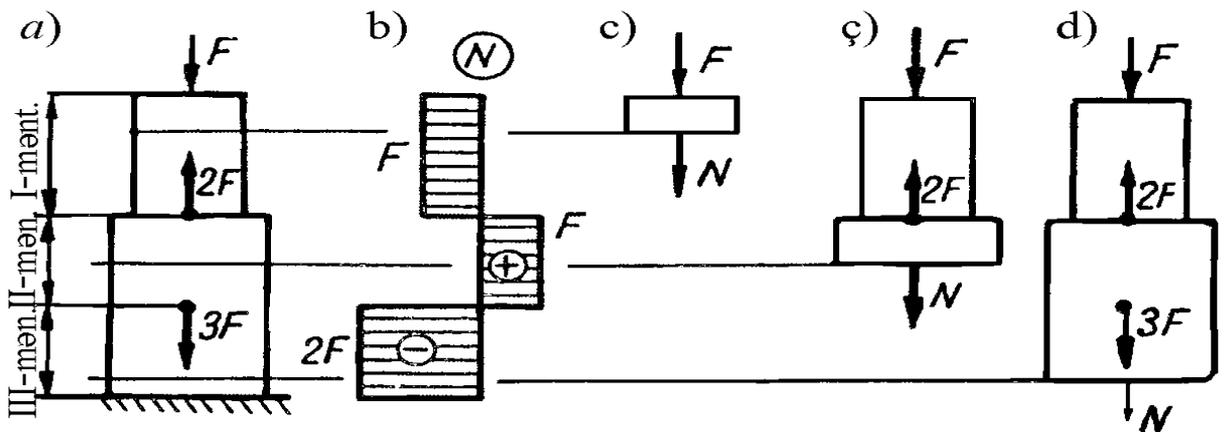
Şəkil 2.4a-dan görünür ki, F_i -qüvvələri brusun oxu boyunca yönəlmişdir. Burada dartılma, sıxılma deformasiyalarına tərif

vermək olar: **xalis dartılma (sıxılma) deformasiyası ox boyunca yönələn qüvvələrdən, yaxud əvəzləyiciləri oxla üst-üstə düşən qüvvələrdən brusda yaranan deformasiyaya deyilir.**

Yenə də şəkil 2.4b,c-yə müraciət edək. I-I kəsiyinə dartıcı normal qüvvələr tətbiq olunmuşdur. Onlar kəsikdən xarici normal tərəfə yönəlir. Dartıcı normal qüvvələr, şərti olaraq, müsbət, sıxıcı normal qüvvələr isə mənfi hesab edilir. Buna görə də, kəsikdə normal qüvvələr təyin olunanda, əvvəlcə o müsbət tərəfə yönəldilir (kəsikdən yönələn) və istər qiymətçə, istərsə də işarəcə cavab düzgün alınır.

Nəhayət, epür anlayışına tərif verək. **Bu və ya digər kəmiyyətin dəyişməsinə göstərən qrafikə epür deyilir.** Məsələn, dartılma, sıxılmaya işləyən brusda normal qüvvə epürü kəsiklərin vəziyyətindən asılı olan N normal qüvvəsinin x absisindən asılı funksiya qrafikidir.

Məsələ 2.1. F_i topa qüvvələri ilə yüklənən brus üçün (şəkil 2.5)



Şəkil 2.5

normal qüvvə epürünü qurmalı.

Həlli. 1. Brusu qüvvəli mənəqələrə ayırırıq. Əgər mənəqə hüdudunda daxili qüvvə amili eyni analitik ifadələrlə təsvir olunarsa, belə mənəqələr qüvvəli mənəqələr adlanır.

Şəkil 2.5a-da qüvvəli mənəqələr göstərilir, onlar üçdür.

2. Kəsmə üsulundan istifadə edərək brusun aşağı hissəsini atırıq və yuxarı hissəsinə baxırıq. Hər dəfə N normal qüvvəsinə müsbət veririk, kəsikdən istiqamətləndirilmiş (xarici normala tərəf) kimi.

I mənəqə (şəkil 2.5,c)

$\sum X=0, \quad N+F=0, \quad N=-F$ (brus bu mənəqədə sıxılma şəraitində işləyir)

II mənəqə (şəkil 2.5,ç)

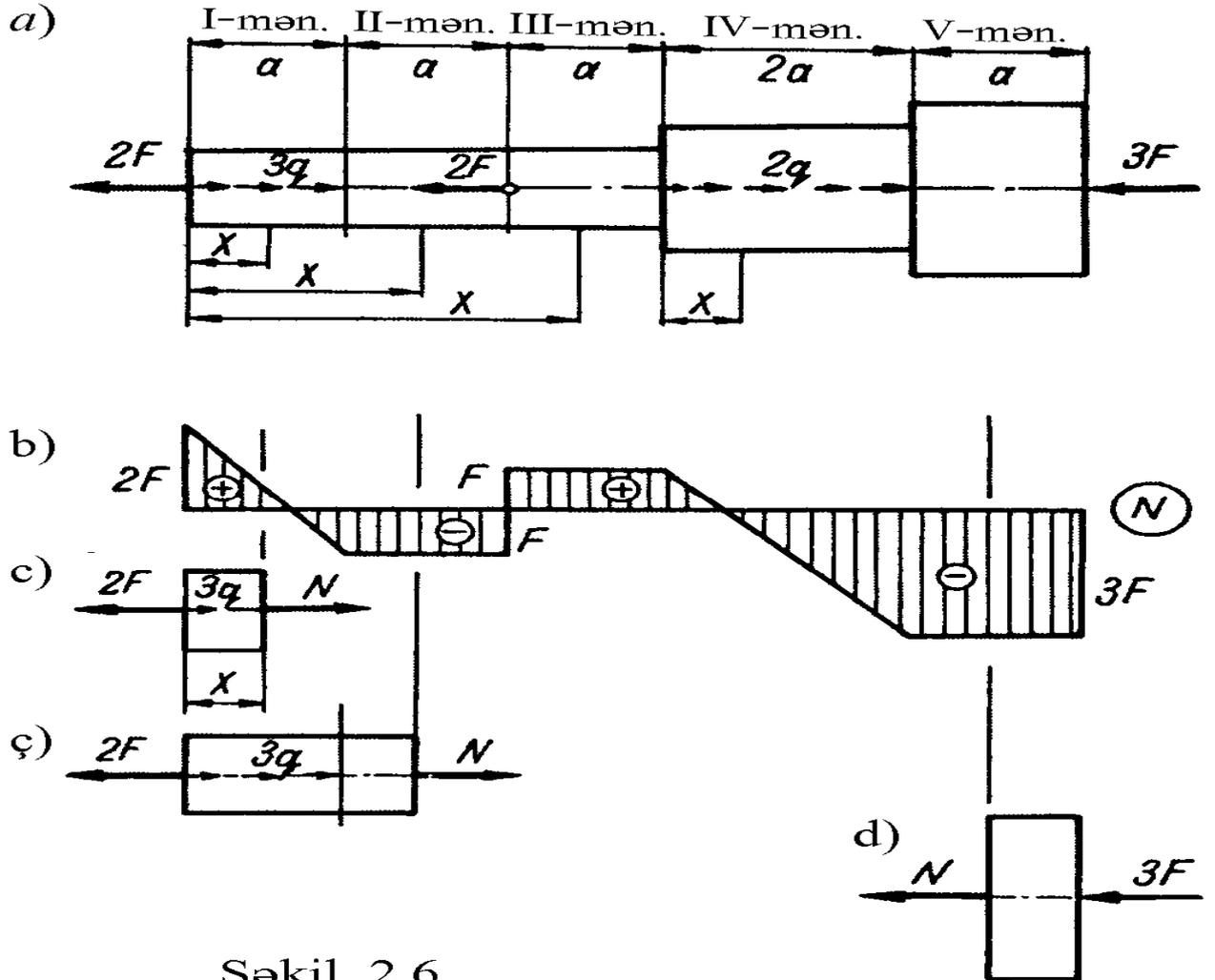
$\sum X=0, \quad H=-F+2F=F$ (II mənəqə dartılır)

III mənəqə (şəkil 2.5,d)

$\sum X=0, \quad N=-F+2F-3F=-2F$ (brus bu mənəqədə sıxılır).

Brusun mənəqələrində N -in analitik ifadəsi qrafiki olaraq bazis xətlərinə paralel olan düz xətlərlə təsvir edilir. Bu epür işarə nəzərə alınmaqla şəkil 2.5,b-də göstərilmişdir. Epürün cizgiləri həmişə bazis xəttinə perpendikulyar çəkilir.

Məsələ 2.2. F_i topa qüvvəsi və uzunluğa görə müntəzəm yayılmış q_i intensivlikli yük ilə yüklənən brus üçün (şəkil 2.6,a) normal qüvvə epürünü qurmalı. Uzunluğu a ilə işarə edərək $F=qa$ qəbul edirik.



Şəkil 2.6

Həlli. 1. Brusu qüvvəli mənəqələrə ayırırıq. Onlar beşdir.

2. Kəsmə üsulundan istifadə etməklə brusun en kəsiklərində ayrılıqda hər məntəqədə yaranan normal qüvvələri təyin edirik.

I məntəqə (şəkil 2.6,c)

$$\sum X = 0, \quad N = 2F - 3qx, \quad 0 \leq x \leq a$$

Tənliyə əsasən epür bazis xəttinə maili olan düz xətlərlə əhatə olunur. Məntəqə sərhədlərindəki ordinatları təyin edək:

$$x=0, \quad N=2F, \quad x=a, \quad N=2F-3qa=2F-3F=-F$$

II məntəqə (şəkil 2.6,ç)

$$\sum X = 0, \quad N = 2F - 3qa = -F$$

epür bazis xəttinə paralel düz xətdir (şəkil 2.6,b)

III məntəqə. Burada və bundan sonra brusun baxılacaq hissəsinin şəklini çəkmədən fikrimizdə nəzərdə tutub normal qüvvəni təyin edəcəyik. Bu halda *həmişə normal qüvvənin istiqamətini müsbət qəbul edəcəyik.* Beləliklə, brusu üçüncü məntəqədə kəsirik, sağ tərəfi tullayıb, sol tərəfin müvazinət halına baxırıq:

$$\sum X = 0, \quad N = 2F - 3qa + 2F = F$$

Sıfır dərəcəli tənlik alırıq: deməli, normal qüvvə epürü bazis xəttinə paralel düz xətdir (şəkil 2.6,b).

IV məntəqə. x məsafəsindəki kəsikdəki normal qüvvə (şəkil 2.6,b):

$$N = 2F - 3qa + 2F - 2qx, \quad 0 \leq x \leq 2a$$

$$x=0 \text{ olanda, } N=F;$$

$$x=2a \text{ olanda, } N=-3F$$

Epür şəkil 2.6,b-də təsvir edilir.

V məntəqə. Brusun sağ tərəfini araşdırmaq (şəkil 2.6,d) daha səmərəlidir. Bu halda $N=-3F$ olması şübhəsizdir.

Məsələ 2.3. Maksimum intensivliyi $2q$ olan üçbucaq formada təsir edən yayılmış yükü və $F_1 = \frac{2}{3}qa$ topa qüvvə təsir edən brus üçün normal qüvvə epürünü qurmalı (şəkil 2.7,a).

Həlli: 1. Brusu məntəqələrə ayırırıq. Onlar ikidir.

2. Kəsikdə R_A reaksiyasını təyin edək:

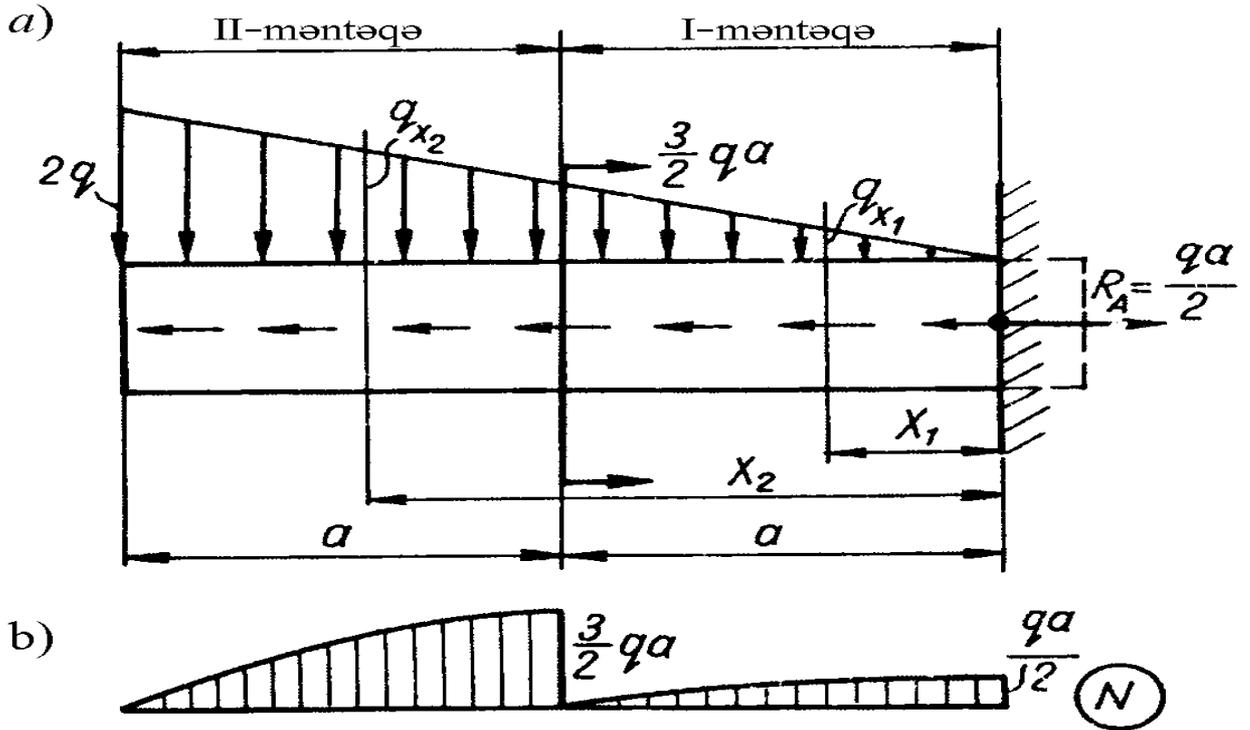
$$R_A = \frac{1}{2}2a \cdot 2q - F_1 = \frac{1}{2}qa$$

3. Sağ tərəfdən x məsafədə olan ixtiyari məntəqə üçün normal qüvvənin tənliyini yazırıq:

$$N = \frac{qa}{2} - \frac{q_x \cdot x}{2} = \frac{q}{2a}(a^2 - x^2), \quad (0 \leq x \leq a).$$

İki üçbucağın oxşarlığından təyin edirik:

$$q_x = \frac{q}{a}x$$



Şəkil 2.7

$$x = 0 \quad \text{olduqda, } N = \frac{qa}{2};$$

$$x = a \quad \text{olduqda, } N = 0$$

Normal qüvvənin epürü ikinci tərtibli paraboladır (şəkil 2.7,b).

4. x məsafəsindəki II məntəqənin ixtiyari kəsiyindəki normal qüvvəni təyin edirik:

$$N = \frac{qa}{2} + \frac{3}{2}qa - \frac{q_x X}{2} = 2qa - \frac{q}{2a}x^2 = \frac{2q}{a} \left[a^2 - \frac{x^2}{4} \right] \quad (a \leq x \leq 2a)$$

N -in qiymətlərini təyin edirik:

$$x = a, \quad N = \frac{3}{2}qa$$

$$x = 2a, \quad N = 0$$

II məntəqədə də normal qüvvənin epürü ikinci tərtibli əyridir.

Ə2.5. Burulmada daxili qüvvələrin təyini

Şəkil 2.8,a-da təsvir olunan düz oxlu brus bəzi hallarda *burucu cütlər* adlanan xarici m_1 momentləri ilə yüklənmişdir. Bu halda yaranan deformasiyaya *burulma* deformasiyası deyilir. Kəsmə üsulundan istifadə edərək sağ tərəfi atıb, sol tərəfə baxırıq (şəkil 2.8,b). Tutaq ki, elementar dA sahəciyinə Q toxunan qüvvəsi təsir edir. Onda, τdA - elementar qüvvə $\tau dA \cdot h$ isə x oxuna nisbətən elementar toxunan qüvvələrin momenti olacaqdır. Bu momentləri kəşik üzrə cəmləməklə burucu momenti təyin edirik:

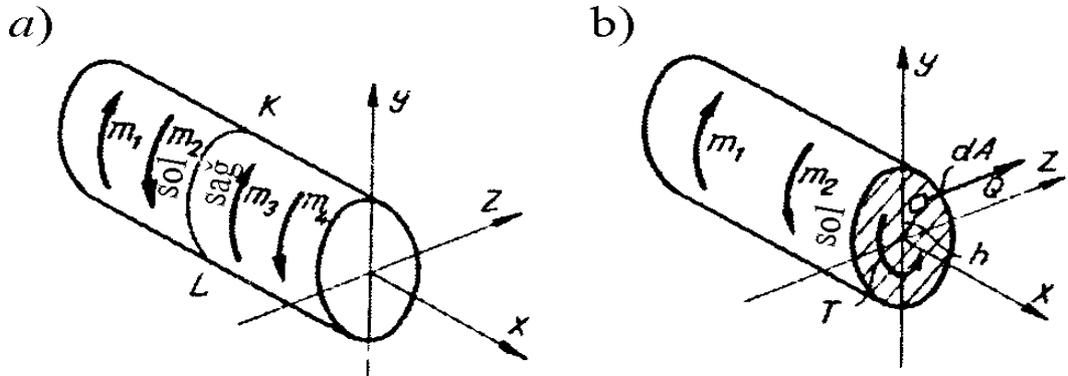
$$T = \int_A \tau dA \cdot h$$

Baxılan hissə üçün $\sum M_x = 0$ müvazinət şərtindən istifadə edərək, alırıq:

$$T = m_1 - m_2,$$

yaxud

$$T = \sum_{sol} m_i = \sum_{sağ} m_i \quad (2.5)$$



Şəkil 2.8

Burucu moment daxili elastiki toxunan qüvvələrin x oxuna görə momentidir və kəsikdən bir tərəfdə qalan momentlərin cəbri cəminə bərabər olur.

Burucu momenti şərti olaraq o vaxt müsbət qəbul edirik ki, xarici tərəfdən kəsiyə normal istiqamətdə baxanda burucu moment saat əqrəbi hərəkətinin əksinə yönəlmiş olsun (şəkil 2.8,b).

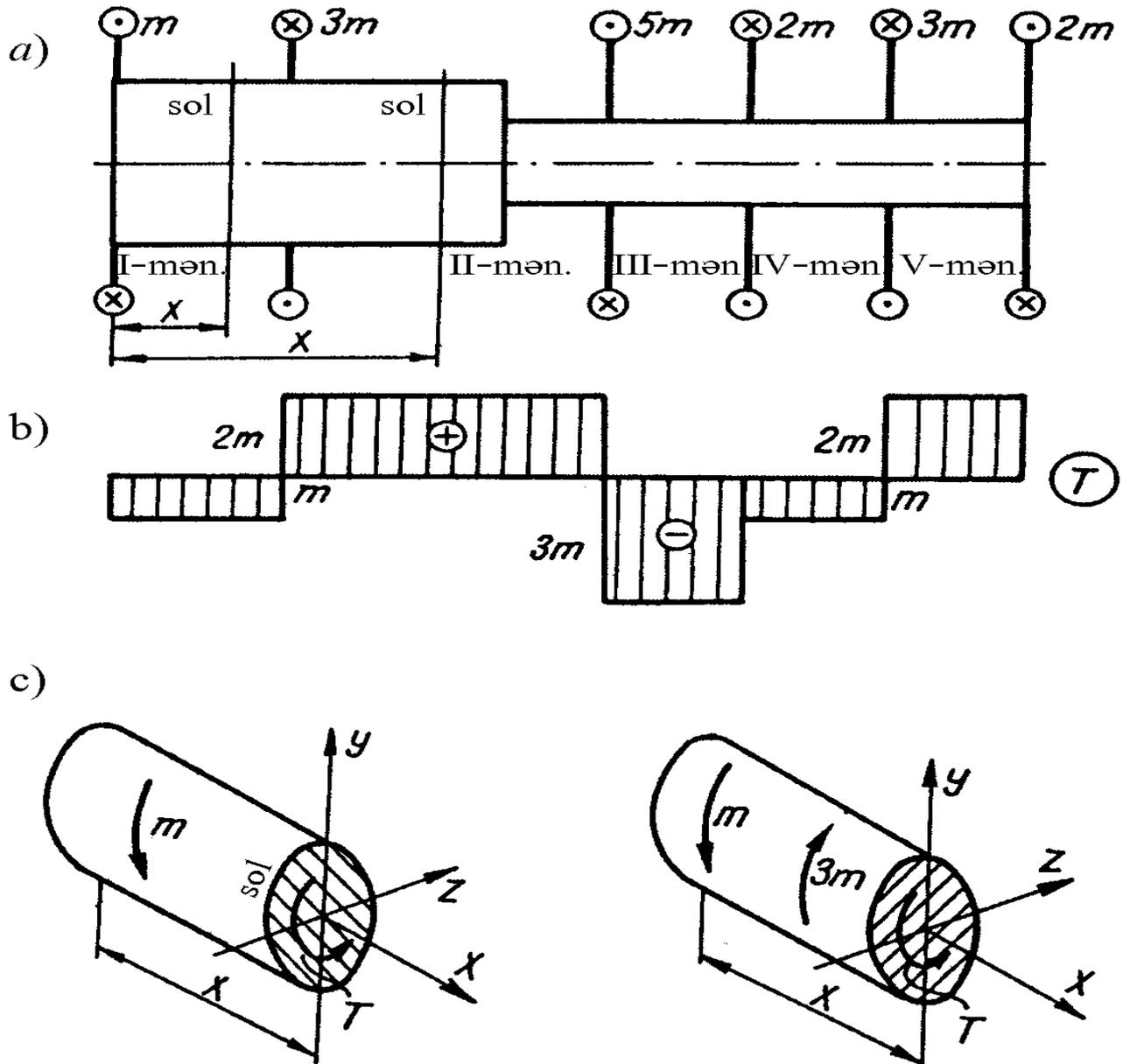
Məsələ 2.4. Momentləri m_i olan xarici cütlərlə yüklənən düz oxlu brus üçün (şəkil 2.9,a) burucu moment epürünü qurmalı.

Həlli. Burucu I, II, ..., V qüvvəli məntəqələrə ayırırıq. Dartılmaya və sıxılmaya işləyən bruslardakına uyğun burulmada qüvvəli məntəqə

o hissə olacaqdır ki, həmin sərhədlərdə burucu moment eyni analitik ifadə ilə təsvir olunsun.

T burucu momentinin hər dəfə qiymətini təyin etdikdə, kəsmə üsulundan istifadə edirik.

I məntəqə. Brusu sol tərəfdən x məsafəsində kəsirik (şəkil 2.9,c) və en kəsiyə T müsbət işarəli burucu momenti tətbiq edirik. Statika tənliklərindən istifadə edirik:



Şəkil 2.9

$$T = \sum^{sol} m_i \quad T = m - 0, \quad T = -m$$

I məntəqə sərhədlərində burucu moment sabitdir. Onun qiymətini bazis xəttindən aşağıdakı ordinat üzrə qeyd edirik və

paralel xətt keçiririk (şəkil 2.9,b). Epürü bazis xəttinə perpendikulyar xətlərlə cizgiləyirik.

Bəzən T epüründə belə ştrixləməni vintvari xətlə də əvəz edirlər.

II məntəqə. Birinci məntəqədəkinə uyğun işi davam etdiririk. Brusun sol tərəfdən II məntəqə daxilində x məsafəsində kəsib (şəkil 2.9,ç), onun müvazinət halına baxırıq:

$$T = -m + 3m = 2m$$

II məntəqə sərhəddində epür bazis xəttindən aşağıda qurulur. Qeyd etmək lazımdır ki, sonrakı hər bir məntəqə üçün məntəqələri qrafiki təsvir etməyə ehtiyac qalmır. Qalan məntəqələr üçün hesabat aşağıdakı qaydada davam etdirilir:

<i>III məntəqə</i>	$T = -m + 3m - 5m = -3m;$
<i>IV məntəqə</i>	$T = -m + 3m - 5m + 2m = -m;$
<i>V məntəqə</i>	$T = 2m$

Bu qiymətlər uyğun məntəqələrdə bazis xəttinə perpendikulyar qeyd edilib tam brus üçün T burucu moment epürü qürülür (şəkil 2.9,b)

Məsələ 2.5. Brus topa m momenti ilə və müxtəlif intensivlikli m_1, m_2 yayılmış momentlərlə yüklənmişdir (şəkil 2.10,a). Əgər I məntəqəyə intensivliyi $m_1 = 3m/a = const$ olan yayılmış moment, III və IV məntəqələrə ən böyük intensivliyi $m_2 = 4m/a$ olan üçbucaq formada yayılmış yük təsir edərsə, brus üçün burucu moment T epürünü qurmalı.

Həlli. Hər bir məntəqədə kəsmə üsulundan istifadə edirik. Brusun sol hissəsi üçün müvazinət halına baxılır.

I məntəqə. Sol tərəfdə x məsafəsində olan ixtiyari kəsikdəki burucu moment (şəkil 2.10,a)

$$T = m - m_{or}x = m - 3mx/a, \quad (0 \leq x \leq a)$$

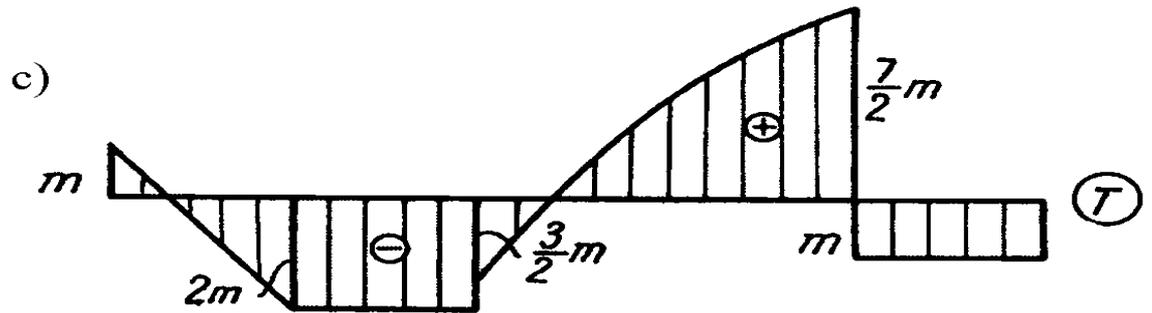
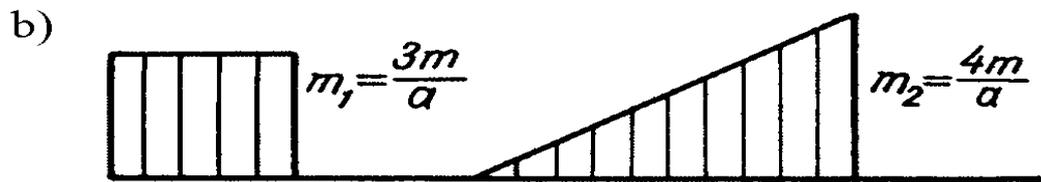
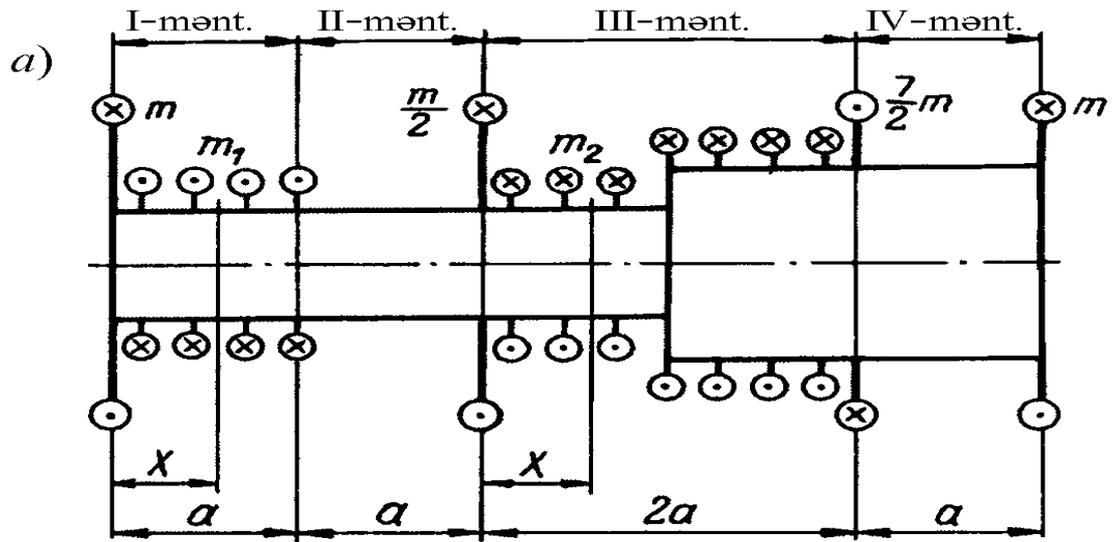
$$x = 0 \quad T = m$$

$$x = a \quad T = -2m$$

epür məntəqədə bazis xəttinə doğru mailidir.

II məntəqə

$$T = m - m_i \cdot a = m - \frac{3m}{a}a = -2m$$



Şəkil 2.10

II məntəqə daxilində epür bazis xəttinə paralel düz xətlərlə əhatə olunmuşdur.

III məntəqə. x absisini II və III məntəqələrin sərhəd kəsiklərinə görə götürürük:

$$T = m - m_1 \cdot a + \frac{m}{2} + \frac{m_{2x} \cdot x}{2} = \frac{3m}{2} + \frac{mx^2}{a^2} = -\frac{m}{2a^2} [3a^2 - 2x^2] \quad 0 \leq x \leq 2a$$

$$x = 0; T = -\frac{3}{2}m; \quad x = 2a, \quad T = \frac{5}{2}m$$

epür bu məntəqədə kvadrat paraboladır.

IV məntəqə

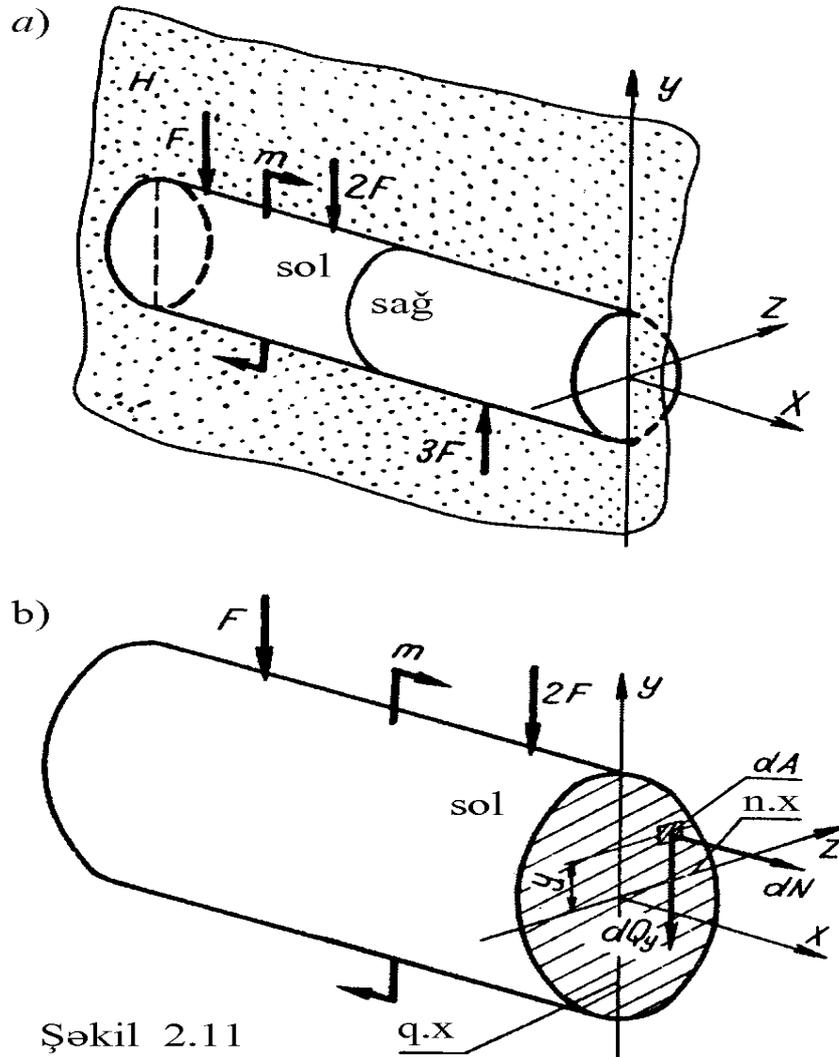
$$T = m - 3m + \frac{m}{2} + 4m - \frac{7}{2}m = -m$$

T – epürü şəkil 2.1,c-də göstərilir.

Ə2.6. Əyilmədə daxili qüvvə amilləri

1-Ümumi anlayışlar

Başlıca olaraq əyilməyə işləyən bruslara tir deyilir.



Şəkil 2.11

Şəkil 2.11,a-da tirin x oxu və kəsiyin y simmetriya oxu ilə üst-üstə düşən H müstəvisinə təsir edən xarici qüvvələr və momentlər göstərilmişdir. Bu müstəvi baş müstəvidir. Belə yükləmədə tirin deformasiyası bu müstəvi ilə üst-üstə düşür, hər hansı bir kəsiyin yerdəyişməsi tirin oxuna perpendikulyar olur (boyuna

yerdəyişmələr nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik olur). Kəsmə üsulundan istifadə edərək, tirin sol tərəfinə baxaq (şəkil 2.11,b). En kəsiklə qüvvələr müstəvisinin kəsişmə xəttini *qüvvələr xətti* (o,y oxu ilə üst-üstə düşür), ona perpendikulyar olan xətti isə (z oxu ilə üst-üstə düşür) *neytral xətt* adlandıraraq. Onları çertyojda şərti olaraq $Q.X.$ və $H.X.$ işarə edirik. Neytral xəttin dəqiq tərifini gələcəkdə verəcəyik.

Kəsikdəki dA sahəciyində elementar dN normal qüvvəsi və dQ_y eninə qüvvəsi yaranır. Tir müvazinətdədir; ona görə onun baxılan hissəsi də müvazinətdə olacaqdır, yəni:

$$\Sigma Y = 0, \quad - \int_A dQ_y - 2F - F = 0$$

$$Q_y = \sum^{sol} F_i = \sum^{sağ} F_i \quad (2.6.)$$

$$\Sigma M_z = 0, \quad - \int dN \cdot y + mom_z \cdot 2F - m + mom_z F = 0$$

$$\Sigma M_z = \sum^{sol} mom_z F_i = \sum^{sağ} mom_x F_i \quad (2.7.)$$

(2.6) ifadəsinə əsasən demək olar ki, **kəsici qüvvə ixtiyari kəsikdə elastik toxunan qüvvələrin əvəzləyicisi olub, ədədi qiymətcə kəsikdən solda və ya sağda qalan xarici qüvvələrin qüvvələr oxuna proyeksiyalarının cəbri cəminə bərabərdir.**

(2.7) ifadəsinə əsasən kəsikdə əyici moment həmin kəsikdə elastik cüt qüvvələrin əvəzləyicisi olub, ədədi qiymətcə kəsikdən bir tərəfdə qalan xarici qüvvələrin neytral xəttə nəzərən momentlərinin cəbri cəminə bərabərdir.

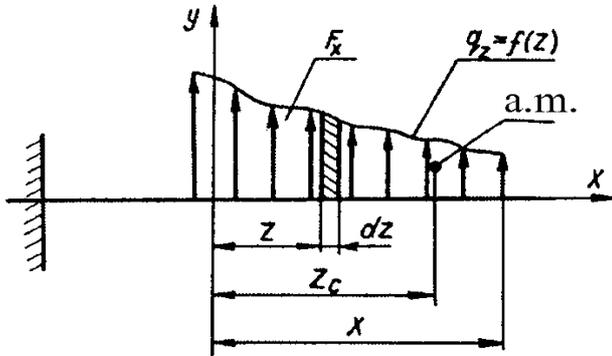
Əgər əyilmədə tirin en kəsiyində daxili qüvvələrdən həm kəsici qüvvə, həm də əyici moment yaranırsa, *əyilmə eninə əyilmə* adlanır.

Daxili qüvvələr yalnız əyici moment verərsə (kəsici qüvvə yoxdur) belə əyilmə *xəls əyilmə* adlanır.

Nəzərdə tutulur ki, (2.7) ifadəsində M_z əyici momentinin qiymətinə həm topa momentlərin, həm də topa qüvvədən və yayılmış yükədən yaranan momentlərin qiymətləri daxildir.

(2.6) ifadəsindəki Q_y kəsici qüvvəsinin qiymətində (həmin baxılan məntəqədə varsa) yayılmış yükün təsiri də nəzərə alınır. Şəkil 2.12-də sol tərəfi sərt bərkidilən konsol tirə $q_z=f(z)$ dəyişən intensivlikli yayılmış yükün təsiri göstərilir. Belə yayılmış yükün

təsirindən tirin en kəsiklərində yaranan M_z əyici momentini iə Q_y kəsici qüvvəsini təyin edək. q intensivliyi ilə əhatə olunan sahəyə *yük sahəsi* deyilir. $0, x$ məsafəsində olan kəsici qüvvənin qiymətini verir:



Şəkil 2.12

$$Q_z = \int_0^x f(z) dz = A_x \quad (2.8)$$

A_x – kəsikdən sağ tərəfdəki yük sahəsidir.

Kəsikdə sabit, yaxud dəyişən intensivlikli yayılmış yükədən yaranan *kəsici qüvvə* kəsiyin bir tərəfində qalan *yük sahəsi* kimi təyin olunur.

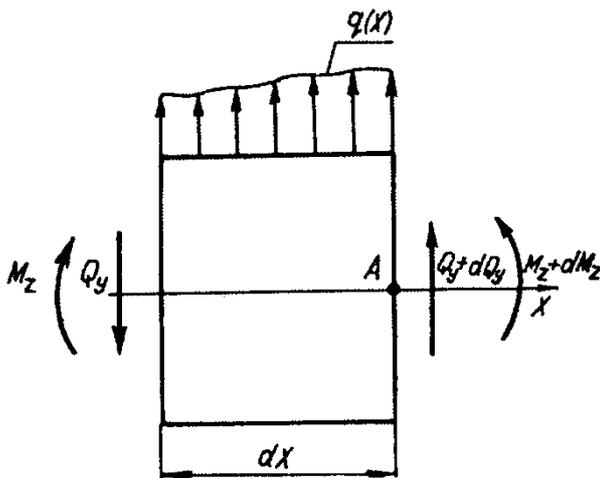
Kəsikdə yayılmış yükədən əyici moment:

$$M_z = \int_0^x f(z) dz \cdot z. \quad (2.9)$$

Bu şəkildə olan inteqral kəsiyin y oxuna nəzərən *statik momenti* adlanır və S_y ilə işarə edilir:

$$M_z = S_y = A_x \cdot x_c, \quad (2.10)$$

burada: x_c – yük sahəsinin ağırlıq mərkəzindən baxılan oxa qədər olan məsafədir.



Şəkil 2.13

Sabit, yaxud dəyişən intensivlikli yayılmış yükədən kəsikdə yaranan əyici moment kəsikdən bir tərəfdəki qüvvə sahəsinin onun ağırlıq mərkəzinin absisinin hasilinə deyilir.

Əyici moment, kəsici qüvvə və səpələnmiş yük intensivliyi arasındakı dife-rensial – inteqral asılılıqları müəyyən edək.

Səpələnmiş yükün intensivliyi – q ilə verilir. Şəkil 2.13-də uzunluğu dx olan sonsuz kiçik element verilir. O, $q(x)$ ilə yüklənmişdir. Tutaq

ki, sol kəsikdə daxili qüvvələr Q_y kəsici qüvvəsinə və M_z əyici momentinə bərabərdir; sağ tərəfdə isə onlar artım alaraq Q_y+dQ_y , M_z+dM_z qiymətlərini alacaqdır. Belə elementar element üçün uyğun müvazinət tənliklərini yazırıq:

$$\Sigma Y = 0, Q_y + qdx - (Q_y + dQ_y) = 0,$$

buradan:

$$q = \frac{dQ_y}{dx} \quad (2.11)$$

Burada tirin sonsuz kiçik uzunluğunda yayılmış yük sabit götürülür və q ilə işarə edilir.

Elementə tətbiq olunan qüvvələrin A nöqtəsinə nəzərən momentlərinin cəmi:

$$\Sigma mom_z \cdot F_i = 0, M_z + Q_y \cdot dx + q \frac{dx^2}{2} - (M_z + dM_z) = 0,$$

buradan isə

$$Q_y = \frac{dM_z}{dx} \quad (2.12)$$

$q \frac{dx^2}{2}$ toplananı yüksək tərtibli kiçik kəmiyyət olduğundan nəzərə alınmır. (2.11) ifadəsindən q -nün qiymətini (2.12) ifadəsində nəzərə almaqla təyin edək:

$$q = \frac{d^2 M_z}{dx^2} \quad (2.13)$$

(2.11) və (2.13) ifadələrinə əsasən yayılmış yükün intensivliyi kəsikdə yaranan kəsici qüvvədən absisə görə alınan birinci tərtibli törəməyə, əyici momentdən alınan ikinci tərtibli törəməyə bərabərdir.

(2.12) ifadəsinə görə kəsikdə yaranan kəsici qüvvə əyici momentdən alınan birinci tərtibli törəməyə bərabərdir. (2.11) və (2.12) ifadələrindən:

$$Q_y = \int_0^x q(x) \cdot dx + C, \quad (2.14)$$

$$M_z = \int_0^x Q_y \cdot dx + C. \quad (2.15)$$

(2.11), (2.15) ifadələrindən kəsici qüvvə və əyici moment epürlərini qurduqda istifadə edirlər.

2. Tirlərdə kəsici qüvvə və əyici moment epürlərinin qurulması

Epürləri qurmaq üçün əyilmədə işarə qaydasını bilmək vacibdir. Kəsici qüvvənin vektoru məntəqəni kəsiyə nisbətən saat əqrəbi istiqamətində apararsa, onun işarəsi müsbət, əks halda mənfi qəbul edilir. Əyici moment kəsikdə o zaman müsbət götürülür ki, onun təsirindən neytral oxdan yuxarıdakı liflər sıxılsın, əks halda mənfidir.

Məsələ 2.6. Verilmiş tir üçün (şəkil 2.14) Q_y kəsici qüvvə və M_z əyici moment epürlərini qurmalı.

Epürlərin qurulması qaydalarını öyrənməyi asanlaşdırmaq, yorucu riyazi hesablamaları sadələşdirmək məqsədilə F topa qüvvə, m topa moment, q intensivliyi olan səpələnmiş yük və a uzunluğu arasında aşağıdakı əlaqələri qəbul edirik:

$$F = qa, \quad m = Fa = qa^2$$

Həlli. *I məntəqə.* Sol tərəfdən x məsafəsində olan kəsikdəki Q_y və M_z qiymətlərini təyin edək (şəkil 2.14,ç).

1) $Q_y = F$

2) $\sum M_z = 0, \quad M_z = F \cdot x, \quad (0 \leq x \leq a)$

Q_y epürü bazis xəttinə paralel düz xətdir (şəkil 2.14,b). M_z epürü bazis xəttinə maili düz xətdir. Onları quramaq üçün iki nöqtədə ordinatları təyin etmək kifayətdir. Beləliklə:

$x = 0, \quad M_z = 0; \quad x = a, \quad M_z = m$ (şəkil 2.14,c)

hər iki halda $Q_y = F$ (şəkil 2.14,b)

II məntəqə. Birinci məntəqədə olduğu kimi alırıq:

1) $\sum y = 0,$ (2.8) ifadəsini nəzərə almaqla $Q_y = F - 2q(x-a)$ düz xətt tənliyidir.

$(0 \leq x \leq 2a), x = a, Q_y = F - 2qa = F - 2F = -F$

2) $M_z=0$, (2.9) ifadəsini nəzərə almaqla

$M_z = F \cdot x - 2q \frac{(x-a)^2}{2} = Fx - q(x-a)^2$ paraboladır (ikinci tərtibli

tənlikdir). Əyri xətti çəkmək üçün ən azı üç nöqtə tapmaq lazımdır:

$$x = 0, \quad M_z = m; \quad x = 2a, \quad M_z = F2a - qa^2 = m$$

Axırınıc kəsiklərdəki ordinatların bərabər qiymətə malik olması göstərir ki, ara kəsikdə əyici moment ekstremum qiymət almalıdır. (2.12) diferensial asılılığına əsasən ekstremum qiymət aşağıdakı ardıcılıqla təyin edilir:

a) Q_y üçün analitik ifadə yazılır. $Q_y = F - 2q(x-a)$;

b) Q_y sıfıra bərabər edilib x təyin edilir:

$$Q_y = F - 2q(x-a) = 0, \quad F - 2qx + 2qa = 0$$

(1.16) ifadəsini nəzərə almaqla, yazırıq:

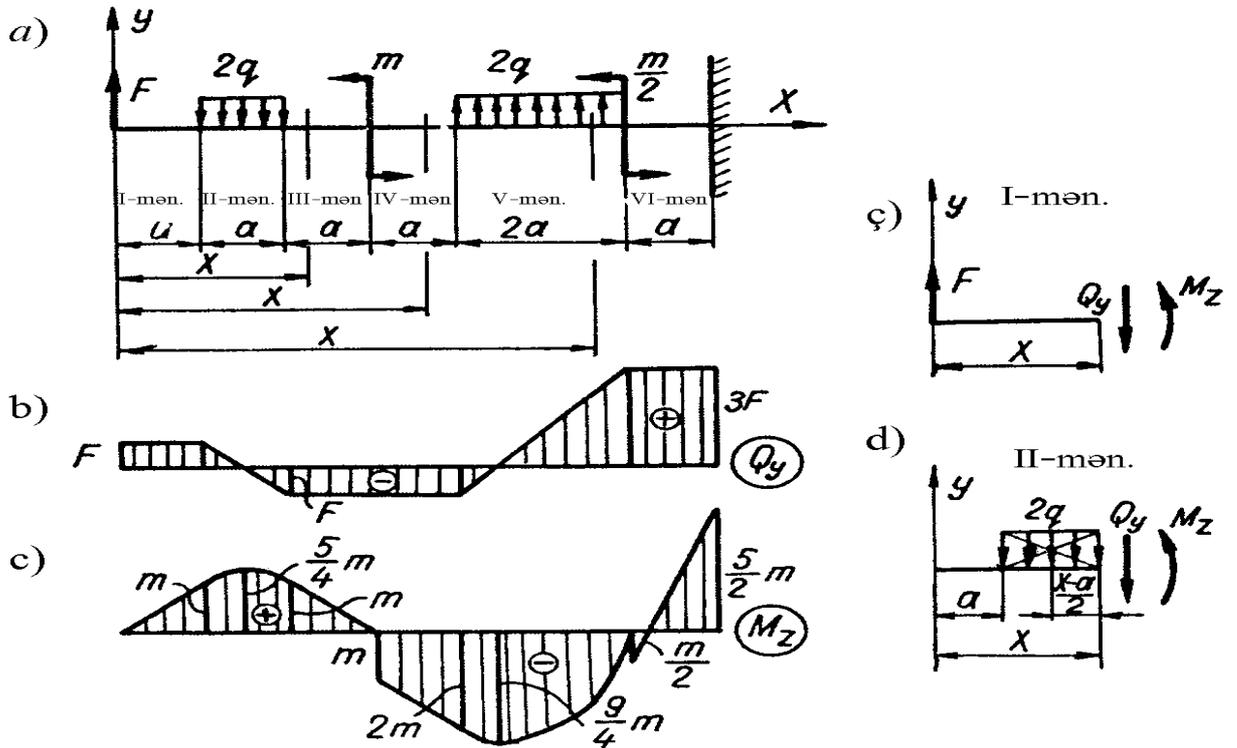
$$x = \frac{3}{2}a$$

c) x -in qiyməti M_z -in analitik ifadəsində yazılaraq momentin maksimal qiyməti təyin edilir:

$$M_z = F \frac{3}{2}a - q \left(\frac{3}{2}a - a \right)^2 = \frac{5}{4}m$$

II məntəqədə intensivliyi $2q$ olan bərabər yayılmış yükdən yaranan əyici momentin yazılması qaydasını aydınlaşdıraq. (2.9) ifadəsinə əsasən yayılmış yükdən yaranan moment $2q(x-a)$ yüklü sahəciyin həmin yüklü sahənin ağırlıq mərkəzindən baxılan kəsiyə qədər məsafənin hasilinə bərabərdir. Bu məsafə $x_c = (x-a)/2$ olduğundan, moment $2q(x-a)^2/2$ olur. Buna oxşar məsələlərin həllində izahat vermədən bu qaydaya əməl edəcəyik. Hər dəfə kəsmə üsulundan istifadə edərək şəkil 2.14, ç, d-dəki kimi, ayrı-ayrı məntəqələri göstərməyə ehtiyac yoxdur. Verilmiş sxemdə koordinat başlanğıcından x məsafəsində kəsik verib hissələrin müvazinət halına baxmaq lazımdır. Bizim qəbul etdiyimiz hallarda kəsik həmişə sol tərəfdən verilir və xarici qüvvə hesab edilən dayaq reaksiyaları da nəzərə alınır.

III məntəqə. Tirin sol tərəfindən x məsafəsində olan sol kəsiyə baxaq (şəkil 2.14,a).



Şəkil 2.14

$$\Sigma Y = 0, Q_y = F - 2qa = -F,$$

$$M_z = Fx - 2qa\left(x - \frac{3}{2}a\right), \quad 2a \leq x \leq 3a$$

(2.9) ifadəsini nəzərə almaqla, tənlik düz xətt tənliyidir. Epürü qurmaq üçün kənar kəsiklərə uyğun iki ordinatın qiymətini təyin etmək kifayətdir. Beləliklə:

$$x = 2a, \quad M_z = m; \quad x = 3a, \quad M_z = 0$$

IV məntəqə. Tirin sol tərəfindən x məsafədə olan hissənin sol kəsiyinin müvazinət halına baxırıq (şəkil 2.14,a):

$$1) \Sigma Y = 0, Q_y = -F$$

$$2) \Sigma M_z = 0, M_z = Fx - 2qa\left(x - \frac{3}{2}a\right) - m \quad 3a \leq x \leq 4a$$

M_z – bazis xəttinə maili düz xətt tənliyidir.

$$x = 3a, \quad M_z = -m; \quad x = 4a, \quad M_z = -2m$$

V məntəqə. x məsafədə olan hissənin sol kəsiyində müvazinət tənliyinə görə (şəkil 2.14,a):

$$1) \quad \Sigma Y = 0, \quad Q_y = F - 2qa + 2q(x - 4a) = -F + 2q(x - 4a);$$

$$x = 4a, \quad Q_y = -F$$

$$x = 6a, \quad Q_y = -F + 2q \cdot 2a = 3F$$

2) $M_z = 0$, (2.9) ifadəsini nəzərə alsaq:

$$M_z = F \cdot x - 2qa\left(x - \frac{3}{2}a\right) - m + 2q \frac{(x - 4a)^2}{2}, \quad 4a \leq x \leq 6a$$

M_z ikinci tərtibli tənlikdir (parabola). Ən azı tirin üç kəsiyində əyici momentin qiymətini təyin etmək lazımdır. Beşinci qüvvəli məntəqənin kənar kəsiklərində M_z əyici momentin qiymətləri:

$$x = 4a, \quad M_z = -2m;$$

$$x = 6a, \quad M_z = 0 \text{ olacaqdır.}$$

Bu məntəqə üçün Q_y epüründə qiymət mənfiyə keçir. Ona görə də, $Q_y = 0$ olan kəsikdə M_z əyici momenti ekstremum M_z^e qiymət alır (Bu minimum qiymət də ola bilər).

M_z epürünün üçüncü ordinatını $Q_y = 0$ olan kəsikdə tapırıq. İkinci məntəqədəki uyğun əyici momentin M_z^e ekstremum qiymətini təyin etdiyimiz kimi, burada da alırıq:

$$1) \quad Q_y = -F + 2q(x - 4a) = 0, \quad x = \frac{9}{2}a$$

$$2) \quad M_z = -F \cdot x + 2q\left(x - \frac{3}{2}a\right) - m + q(x - 4a)^2;$$

$$3) \quad M_z \Big|_{x = \frac{9}{2}a} = M_z^e = -\frac{9}{4}m;$$

VI məntəqə. Brusun bu məntəqəsinin sərhədləri daxilində hissənin sol kəsiyində müvazinət tənliklərindən alırıq:

$$1) \quad \Sigma Y = 0, \quad Q_y = F - 2qa + 2q \cdot 2a = 3F;$$

$$2) \quad \Sigma M_z = 0, \quad M_z = F \cdot x - 2qa\left(x - \frac{3}{2}a\right) - m + 2q \cdot 2a(x - 5a) - \frac{m}{2}; \quad 6a \leq x \leq 7a;$$

M tənliyi birinci dərəcəlidir. M_z epürü məntəqədə bazis xəttinə maili düz xətdir. Düz xəttin ordinatları

$$x = 6a, \quad M_z = -\frac{m}{2};$$

$$x = 7a, \quad M_z = \frac{5}{2}m;$$

Kəsici qüvvə və əyici moment epürləri şəkil 2.14,b və c-də təsvir edilir.

Şəkil 2.14,b,c-də qurulmuş Q_y və M_y epürlərinin bir sıra xüsusiyyətlərinə diqqət yetirək:

Q_y epürünə aid aşağıdakıları qeyd etmək olar:

1.hansı kəsikdə topa qüvvə tətbiq olunubsa, epürdə onun təsir istiqamətində həmin qüvvənin qiymətinə bərabər sıçrayış alınır (epürün qurulması tirin sol tərəfindən başlanır, ancaq bu hökm deyil, sağ tərəfdən də başlamaq olar);

2.yayılmış yük tətbiq olunmayan məntəqələrdə epür bazis xəttinə paralel düz xətlərlə əhatə olunur;

3.hansı məntəqəyə müntəzəm yayılmış yük tətbiq olunubsa, həmin məntəqədə epür bazis xəttinə maili düz xətt olur. Üçbucaq, trapesiya və s. şəklində yük tətbiq olunarsa, epür iki və daha çox tərtibli parabola kimi təsvir olunur;

4.əgər epür x oxunun müsbət istiqamətində qurularsa, yəni koordinat başlanğıcı sol tərəfdə götürülüb, y oxu yuxarıya, x oxu isə sağ tərəfə yönəldilərsə, tirin kəsiyinə topa qüvvə tətbiq olunanda epürdə onun istiqamətində qiymətcə bərabər sıçrayış alınır. Əgər Q_y epürü mənfi istiqamətdə qurularsa, onda sıçrayışı əks tərəfə göstərmək lazımdır;

5.(2.11) diferensial asılılığına görə q yayılmış yükün intensivliyi kəsici qüvvə epürünə toxunan xəttin əmələ gətirdiyi bucağın tangensinə bərabərdir;

6.hansı məntəqədə əyici moment sabitdirsə, həmin məntəqədə kəsici qüvvə sifira bərabərdir.

M_z epürünə dair aşağıdakı xüsusiyyətləri göstərmək olar:

1.hansı məntəqədə yayılmış yük yoxdursa, o məntəqədə epür düz xətt olur (bazis xəttinə ya paralel, ya da maili);

2. mənəqəyə müntəzəm yayılmış yük tətbiq olunmuşsa, epür ikinci tərtibli əyri (parabola) ilə əhatə olunur və əyrinin qabarıqlığı yükün istiqamətinə qarşı olur. Əgər yük qeyri-müntəzəm yayılmış olarsa, onda əyri daha böyük tərtibli olur;

3. əgər tirə topa moment tətbiq olunmuşsa, epürdə onun qiyməti qədər sıçrayış olur və istiqaməti də momentin işarəsinə uyğun gəlir;

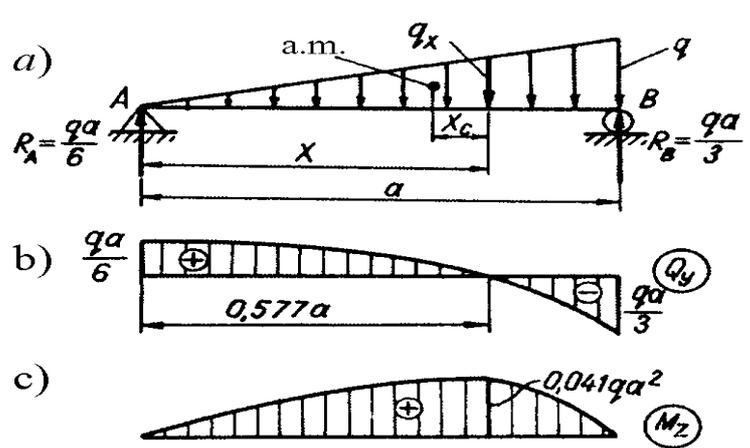
4. kəsiyə xarici topa qüvvə tətbiq edildikdə, M_z epürünün həmin kəsiyə uyğun gələn yerində sınma olur;

5. (2.12) diferensial asılılığına əsasən, M_z əyici moment epürünə çəkilən toxunanın absislə əmələ gətirdiyi bucağın tan- gensi qiymətə kəsici qüvvəyə bərabərdir. Xüsusi halda $Q_y = \frac{dM_z}{dx} = 0$

olanda, əyici moment ekstremal qiymət alır. Bu halda epürdə işarə «müsbətdən» «mənfiyə» keçəndə, kəsiklərdə əyici momentin qiymətləri artaraq maksimuma çatır (əgər epür müsbət istiqamətdə qurularsa), mənfi tərəfdə isə absis artdıqca, əyici momentin qiyməti azalır.

Məsələ 2.7. Uzunluğu a olan tirin ən böyük qiyməti q olan üçbucaqşəkilli yayılmış yüklə yüklənmişdir (şəkil 2.15,a). Q və M_z epürlərini qurmali.

Həlli. 1) A və B dayaqlarında reaksiyaları təyin edək. Dayaq reaksiyalarını R_A və R_B ilə işarə edərək, müvazinət tənliklərinə əsasən, onların qiymətlərini təyin edək.



Şəkil 2.15

a)
$$\sum M_A = 0, R_B \cdot a - qa \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} a = 0, R_B = \frac{qa}{3}$$

b)
$$\sum M_B = 0, R_A \cdot a - qa \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} a = 0, R_A = \frac{qa}{6}$$

İşarələrin müsbət alınması onu göstərir ki, reaksiyaların istiqaməti əvvəlcədən düzgün seçilmişdir;

c) reaksiyaların düzgün təyin olunmasını statikanın üçüncü tənliyinə əsasən yoxlayırıq:

$$\Sigma Y = -qa \frac{1}{2} + \frac{qa}{6} + \frac{qa}{3} = 0$$

Qüvvələrin y oxuna proyeksiyalarının cəminin sifra bərabər olması reaksiyaların doğru təyin olunduğunu sübut edir.

2) Kəsici qüvvə epürünü quraq. Tirin sol tərəfindən x məsafədə olan kəsikdəki Q_y kəsici qüvvəni xarici qüvvələrin şaquli oxa proyeksiyalarını toplamaqla təyin edirik:

$$Q_y = \frac{qa}{6} - \frac{1}{2} q_x \cdot x.$$

Burada q_x – fasiləsiz yayılmış yükün dəyişkən intensivliyidir. Üçbucaqların oxşarlığından təyin edirik:

$$q_x = q \frac{x}{a}$$

q_x -in qiymətini Q_y ifadəsində yazaraq, alırıq:

$$Q_y = \frac{1}{6} qa - q \frac{x^2}{2a}, \quad (0 \leq x \leq a)$$

Kəsici qüvvə kvadrat parabola qanunu ilə dəyişir. Q_y -in qrafikini qurmaq üçün onun ən azı üç qiymətini təyin etmək lazımdır. x -ə sərhad qiymətləri verək:

$$x = 0, \quad Q_y = \frac{1}{6} qa, \quad x = a, \quad Q_y = -\frac{1}{3} qa$$

Parabolanın üçüncü nöqtəsini kəsici qüvvənin işarəsinin «müsbətdən» «mənfiyə» dəyişməsinə əsasən təyin edirik.

Parabolanın bazis xətti ilə kəsişdiyi nöqtəyə qədər olan absisin qiymətini kəsici qüvvəni sifra bərabər götürməklə təyin edirik:

$$Q_y = \frac{1}{6} qa - q \frac{x^2}{2a} = 0, x = \frac{a}{\sqrt{3}} = 0,577 \cdot a$$

Parabolanın işarəcə dəyişmə xarakterini absisə görə ikinci tərtibli törəmədən təyin edirik:

$$\frac{d^2 Q_y}{dx^2} = \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{1}{6} qa - \frac{qx^2}{2a} \right) = -\frac{q}{a}$$

İkinci törəmə mənfidir, ona görə də parabola əyrisi fasiləsiz yükə qarşı qabarıq istiqamətlənir. Q_y epürü üç qiymətə görə şəkil 2.15,b-də göstərilmişdir.

3) **Əyici moment epürünün qurulması.** Sol tərəfdən x məsafədə olan kəsikdə əyici moment bərabərdir:

$$M_z = \frac{qa}{6}x - \frac{1}{2}q_x \cdot x \cdot \frac{x}{3} = \frac{qa}{6} \cdot x - \frac{q}{6a} \cdot x^3.$$

İfadədəki $\frac{x}{3}$ vuruğu yayılmış yükün ağırlıq mərkəzindən M_z təyin olunan kəsiyə qədər olan məsafədir. Görünür ki, əvvəldə olduğu kimi, əyici momentin qiyməti kub parabola qanunu ilə dəyişir, ona görə də parabolanın üç ordinatının təyin olunması zəruridir. Üç xarakterik kəsikdə – iki kənar və $Q_y=0$ (M_z ekstremum qiymət alır) olan kəsiklərdə ordinatları təyin edək:

$$x = 0, M_z=0; \quad x = 0,577a, M_z = 0,041qa^2; \quad x = a, M_z=0$$

Absisə görə əyici momentin ikinci tərtib törəməsinin işarəsini təyin edək:

$$\frac{d^2 M_z}{dx^2} = \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{qa}{6}x - \frac{q}{6a}x^3 \right) = -q \frac{x}{a}$$

İşarə mənfidir, əyici moment epürü kub parabola əyrisi ilə əhatə olunmuşdur və qabarıqlığı yayılmış yükə tərəfdir (şəkil 2.15,c).

3. Xarakterik kəsiklərdəki qiymətlərə görə kəsici qüvvə və əyici moment epürlərinin qurulması

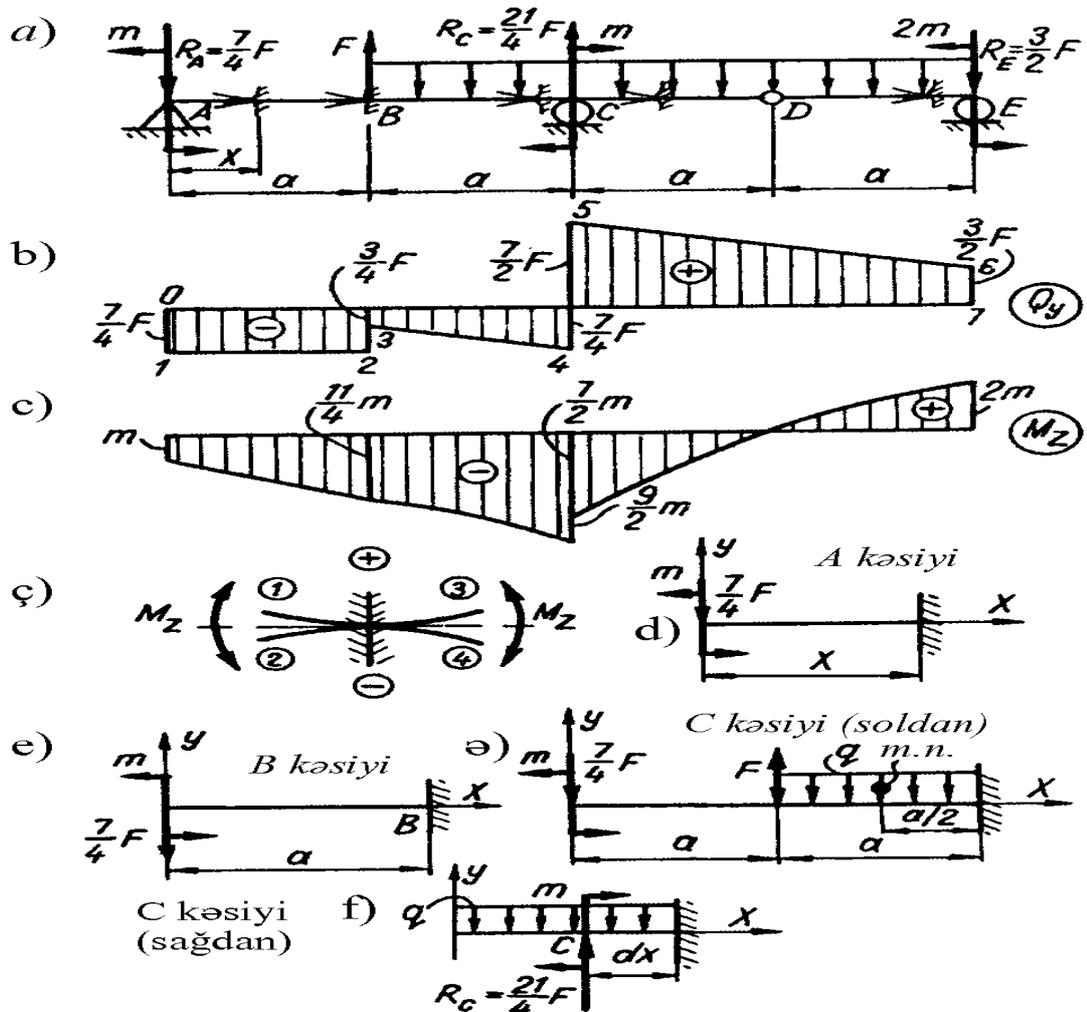
İndiyə qədər Q_y, M_z epürlərini qurmaq üçün kəsmə üsulundan istifadə edirdik və tirin koordinat başlanğıcından müəyyən məsafələrdə olan ayrı-ayrı hissələrini araşdırırdıq. Baxılan məntəqələr üçün analitik ifadələr yazıb, bir neçə ordinat üzrə epürləri qururduq. Bu halda epürlərin xüsusiyyətləindən istifadə

olunmurdu. Epürlərin xüsusiyyətlərindən istifadə etməklə xarakterik kəsiklər üzrə onları qurduqda hesablamalara əmək sərfi azalır. Xarakterik kəsik o kəsiyə deyilir ki, oraya topa qüvvə (ya da moment) tətbiq edilsin, yaxud kəsik yayılmış yükün (momentin) sərhədləri olsun. Bu yolla məsələlərin həll edilməsini göstərək.

Məsələ 2.8. Tir üçün (şəkil 2.16) kəsici qüvvə və əyici moment epürlərini qurmalı. Yuxarıda olduğu kimi, aşağıdakı əlaqələr saxlanılır:

$$F = qa; \quad m = Fa = qa^2$$

Həlli. 1) A, C və E dayaq reaksiyalarını təyin edirik. Ümumiyyətlə, tiri sol dayaq iki, orta və sağ dayaq isə bir əlaqə ilə bağlayırlar. Cəmi dörd rabitə (əlaqə) var. Müstəvi məsələlər üçün statika tənlikləri üçdür, bir tənlik çatışmır. Amma sistemdə bir



Şəkil 2.16

taxma oynaq (D -kəsiyi) var və bununla həllə aşağıdakı tənlik əlavə edilir:

$$\overset{\text{sol}}{\Sigma} \text{mom}_A F_i = \overset{\text{sağ}}{\Sigma} \text{mom}_A F_i$$

Beləliklə, axırncı müvazinət tənliyinə əsasən

$$a) \Sigma \text{mom}_A F_i = 0, R_E a - 2m + q \frac{a^2}{2} = 0, R_E = \frac{3}{2} F;$$

$$\text{yaxud } R_E = \frac{1}{a} \left[2m - q \frac{a^2}{2} \right] = \frac{3}{2} F.$$

$$b) \Sigma \text{mom}_A F_i = 0, R_C = \frac{1}{2a} \left[-2m + \frac{3}{2} F \cdot 4a + q \cdot 3a \frac{5}{2} a + m - Fa - m \right] = \\ = \frac{Fa}{2a} \left[-2 + \frac{3}{2} 4 + 3 \frac{5}{2} + 1 - 1 - 1 \right] = \frac{21}{4} F.$$

$$c) \Sigma \text{mom}_C = 0, R_A = \frac{Fa}{2a} \left[-1 + 1 + \frac{3}{2} + 1 - \frac{3 \cdot 2}{2} - 2 \right] = \frac{-7}{4} F$$

Təyin olunmuş dayaq reaksiyalarının doğruluğunu dördüncü müvazinət tənliyindən istifadə etməklə yoxlayaq:

$$\zeta) \Sigma Y = 0, \quad -\frac{7}{4} F + F - q3a + \frac{21}{4} F - \frac{3}{2} F = 0, \\ 0 = 0$$

Tənliyin sol tərəfinin sıfıra bərabər olmasını tapırıq. Ona görə də, A, C və E dayaqlarında reaksiyaların həm qiymətləri, həm də əvvəlcədən seçilmiş istiqamətləri doğrudur. Dayaq reaksiyasının əvvəlcədən seçilmiş istiqaməti doğru olmazsa («mənfi» işarə alınarsa), onda istiqaməti dəyişib qüvvə vektoru üzərinə iki cizgi çəkmək lazımdır.

2) **Q_y epürü.** Qurmanı x oxunun müsbət istiqamətində yerinə yetiririk, yəni tirin sol tərəfindən y oxunu yuxarıya yönəldirik. A kəsiyində (Q_y epürünün xüsusiyyətləri haqqında I bəndə əsasən) qüvvə istiqamətində onun qiymətinə bərabər 0-l sıçrayışı olacaqdır.

AB məntəqəsində yayılmış yük yoxdur, ona görə də (ikinci bəndə əsasən) epür bazis xəttinə paralel 1-2 düz xətti olacaqdır.

B kəsiyinə F topa qüvvə tətbiq olunmuşdur. Bu qüvvə istiqamətində onun qiymətinə bərabər 2-3 sıçrayışı olacaqdır. Bu kəsikdən intensivliyi q olan yayılmış yük başlanır. BC məntəqəsində onun əvəzləyicisi qa yüklü sahəyə bərabərdir. Tirin

uzunluğu BC olan hissəsində kəsici qüvvənin qiyməti qa qədər azalacaqdır. C kəsiyində

$$Q_y = -\frac{3}{4}F - qa = -\frac{7}{4}F \quad (\text{nöqtə 4}).$$

Bu kəsiyə topa qüvvə tətbiq edilmişdir, ona görə də qiyməti $\frac{21}{4}F$ (nöqtə 5) olan sıçrayış verir.

CE məntəqəsində kəsici qüvvə $q \cdot 2a$ yüklü sahənin qiyməti qədər azalır. E kəsiyində $Q_y = \frac{3}{2}F$ (nöqtə 7) olan sıçrayış alınır. Bu halda bazis xəttinə çatırıq ki, o da epürün doğru qurulduğunu xarakterizə edir.

3) M_z epürü. Əvvəlcə bir daha əyici momentin qiymətinin və işarəsinin təyin olunması üsulunda diqqət yetirək. Düz oxlu mil (şəkil 2.16, ç) momentlərlə əyilir: sol, yaxud sağ sərbəst uclar yuxarıya, yaxud aşağıya əyilir. Əgər uclar yuxarı tərəfə qalxırsa, sıxılan liflər (1-3) (şəkil 2.16, ç) həndəsi oxdan yuxarıda olacaqdır. Bu halda M_z əyici momenti mənfi qəbul edilir.

Mexaniki olaraq M_z əyici momentinin işarəsini tapmaq üçün yaxşı olar ki, məntəqə milini kəsikdə dayaq ilə bağlanan kimi (şəkil 2.16, ç) qəbul edək və hər dəfə onun sol və sağ tərəfinə baxaq. Bu halda əgər baxılan məntəqədə dayaq varsa o atılır və uyğun qüvvələrlə əvəz edilir. Dediklərimizi baxılan məsələdə nümayiş etdirək:

A kəsiyi. Əyici moment epürünün xüsusiyyətlərinə (bənd 3) əsasən M_z -in işarəsinə uyğun kəsikdə m qədər sıçrayış olacaqdır. Sıçrayışın istiqamətini təyin etmək üçün A dayaqından x məsafədə olan kəsiyə baxaq (şəkil 2.16, d). m xarici momenti tiri 2-ci variantda (şəkil 2.16, ç) uyğun deformasiyaya uğradır, ona görə də M_z bazis xəttindən aşağıya çəkilir.

B kəsiyi. Tirin hissəsinin sağ tərəfini bərkidib, B kəsiyinin sol tərəfi üçün yazırıq:

$$m_z = -m - \frac{7}{4}Fa = -\frac{11}{4}m$$

M_z ifadəsində $\frac{7}{4}F$ qüvvəsindən olan moment 2-ci variantda (şəkil 2.16, ç) uyğun gəlir.

C kəsiyi. Kəsikdə topa m momenti tətbiq edilmişdir. 3-cü bəndə əsasən M_z epüründə m -in qiyməti qədər sıçrayış olacaqdır, yəni kəsikdə tapılması vacib olan iki koordinat var.

Belə şəraitdə C kəsiyinin sonundakı hissənin müvazinət halına baxılır (şəkil 2.16,a):

$$M_z = -m - \frac{7}{4}F \cdot 2 \cdot a + Fa - \frac{q \cdot a \cdot a}{2} = -\frac{9}{2}m$$

Sonra C dayağından sağ tərəfə tirin dx uzunluğu olan hissəsində element möhkəm bərkidilir (şəkil 2.16,e) m momenti tətbiq edilir və şəkil 2.16,ç ilə müqayisə edilərək ordinatın hansı tərəfə qoyulması müəyyən edilir. C kəsiyində m xarici moment (+) işarəli əyici moment verir, ona görə də, epürdə M_z müsbət işarəli sıçrayış götürülür (yuxarıya). Beləliklə, C kəsiyində əyici momentin ikinci qiyməti

$$M_z = -\frac{9}{2}m + m = -\frac{7}{2}m$$

i kəsiyi. E kəsiyində dx məsafədə olan tir hissəsinin kəsiyinin ardıcıl olaraq sağ və sol hissələrinə baxaq (şəkil 2.16,a). Əyici momentin işarəsini yazdıqda hər dəfə tirin deformasiya olunan hissəsini şəkil 2.16,ç ilə müqayisə edəcəyik. M_z -in qiymətini təyin etdikdə dx qiymətini nəzərə almayıb, sıfır qəbul edirik. Beləliklə:

$$\overset{sol}{\sum} M_z = 0, M_z = -m - \frac{7}{4}Fa + F \cdot 3a - q \cdot 3a \frac{3}{2}a + m + \frac{21}{4}F \cdot 2a = 2m$$

$$\overset{sağ}{\sum} M_z = 0, M_z = 2m$$

Əyici moment epürü 2.16,c şəklində qurulmuşdur.

Ə2.7. Müstəvi çərçivələrdə daxili qüvvə amilləri

Millərin müstəvisi ilə üst-üstə düşən bir müstəvidə xarici qüvvələrlə yüklənən, öz aralarında bir neçə mildən möhkəm bərkidilmiş sistemə **müstəvi çərçivə** deyilir. Müstəvi çərçivələr üçün çox vaxt yalnız əyici moment epürü qurulur, adətən, kəsici qüvvənin və normal qüvvənin təsiri böyük deyildir. Lakin dəqiq

hesablamalarda və bəzi millər üçün, məsələn, nazikdivarlı açıq profillər üçün Q_y və N epürlərinin də qürülması tələb edilir.

Məsələ 2.9. Şəkil 2.17,*a*-da təsvir edilən çərçivə üçün M_z əyici moment Q_y kəsici qüvvə və N normal qüvvə epürlərini qurmalı.

Həlli. 1)Dayaqları A və L , xarakterik kəsikləri isə B , C , D ilə işarə edək.

2) Statika tənliklərdən istifadə edərək dayaq reaksiyalarını təyin edək:

$$a) \sum M_A = 0$$

$$R_L = \frac{1}{2a} \left[2F \cdot 3a + 2Fa + 2q \cdot 3a \frac{3}{2}a - 2m - F \cdot 3a + \frac{F}{2a} + \frac{m}{2} - 2q \frac{a}{2}a - 4m \right] = 4F$$

İşarənin (+) olması reaksiyanın istiqamətinin əvvəlcədən doğru götürüldüyünü göstərir:

$$b) \sum Y = 0, R_A^s = -\frac{F}{2} + 2qa \cdot 3a - 4F + 2F + 2qa = \frac{11}{2}F;$$

$$c) \sum X = 0, R_A^u = -F + 2F = F;$$

$\sum M_L$ tənliyinə əsasən reaksiyaların doğru təyin olunmasını yoxlayırıq:

$$\frac{11}{2}F \cdot 2a + F \cdot 2a - 4m - Fa + \frac{F}{2}3a + \frac{m}{2} - 2q \cdot 3a \frac{a}{2} - 2m - 2Fa - 2qa \frac{5}{2}a = 0$$

$$0 = 0$$

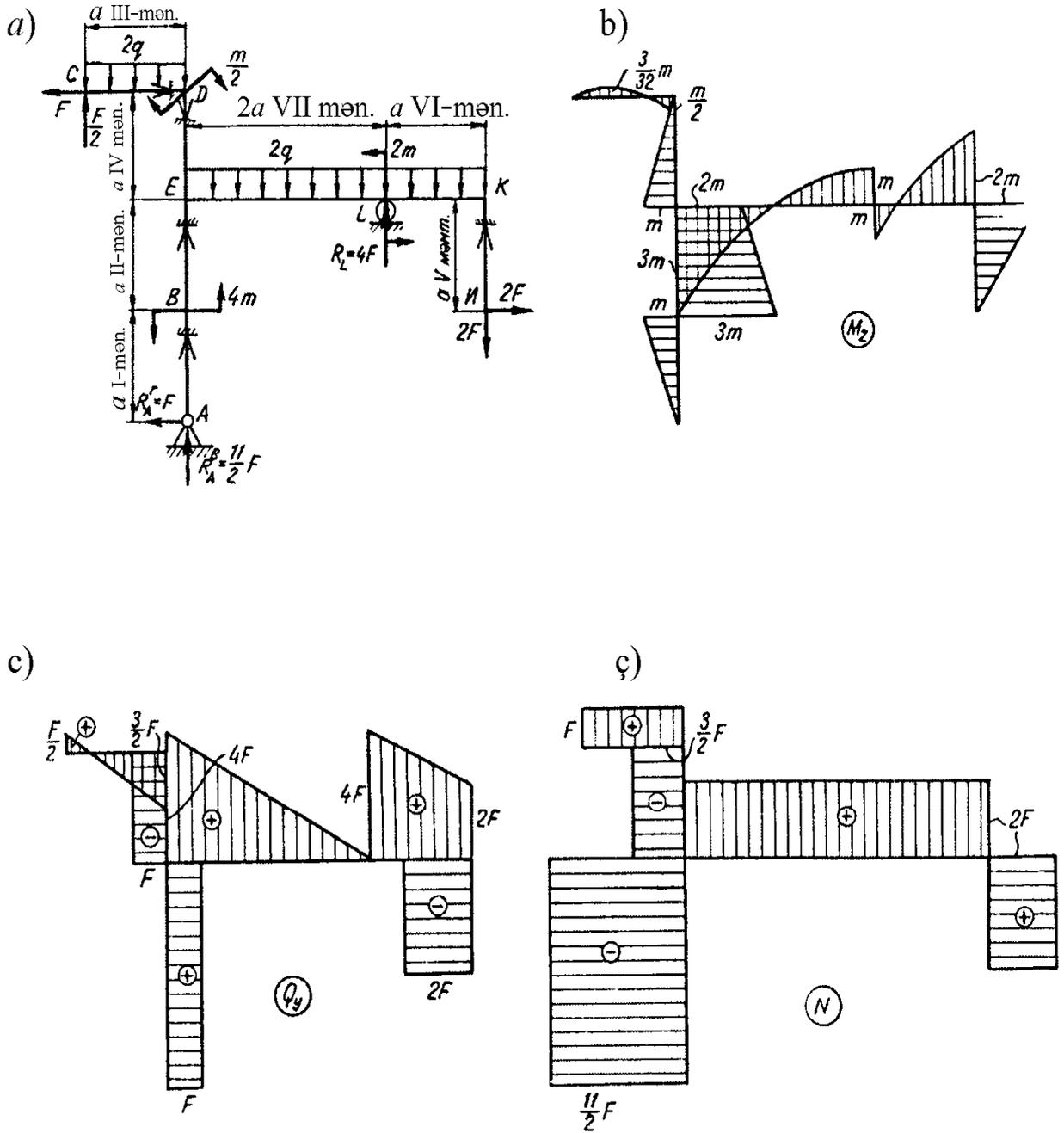
Reaksiyalar doğru təyin olunub.

3)Tirlərdə olduğu kimi, burada da uyğun olaraq M_z epürünü xarakterik kəsiklərə görə qururuq (şəkil 2.17,*b*). Ancaq nəzərə almaq lazımdır ki, qüvvəli məntəqələrin sərhədləri yalnız xarici qüvvələr (momentlər) tətbiq olunan kəsiklər yox, həm də çərçivənin millərinin istiqamət vəziyyəti dəyişən yerlər (kəsiklər) olacaqdır (məsələn, bir mil üfiqi vəziyyətdə, onunla möhkəm bərkidilən başqası şaquli yerləşdirilir).

A kəsiyi. (şəkil 2.17,*a*) Əyici moment sıfıra bərabərdir. Ona görə ki, hər iki R_A və R_B qüvvələri bu kəsikdən keçir (hər iki qüvvənin qolu sıfıra bərabərdir).

B kəsiyi. Bu kəsiyə $4m$ topa momenti tətbiq olunur, epürdə iki ordinat olacaqdır. Əvvəlcə M_z -in qiymətini $4m$ momenti tətbiq edilən yerə qədərki kəsiklərdə təyin edirik. Əvvəllər olduğu kimi

kəsik fikrən bərkidilir, dayaqlar atılır, sistemin deformasiyasına baxılır. M_z -in işarəsi epürün sıxılan liflərdə qurulması yolu ilə nəzərə alınır.



Şəkil 2.17 a,b,c,ç

$M_z^B = Fa = m$ sıxılan lif sol tərəfdədir. m momentini sol tərəfə qeyd edirik.

B kəsiyində yenə bir ordinatı təyin etmək üçün B qovşağını kəsib ayrıca göstərək (şəkil 2.17,ç).

Qovşağa $4m$ topa momenti, yenicə təyin olunan m momenti tətbiq olunmuşdur. Bütün sistem kimi, B qovşağı müvazinətdədir, onda $\Sigma M_B = 0$, buradan axtarılan

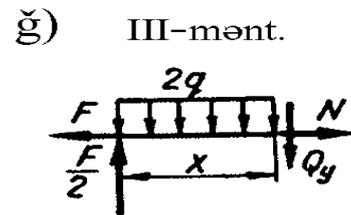
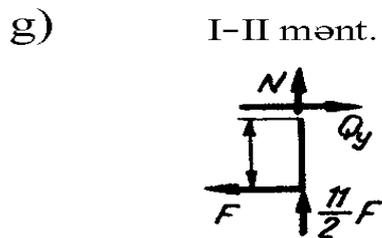
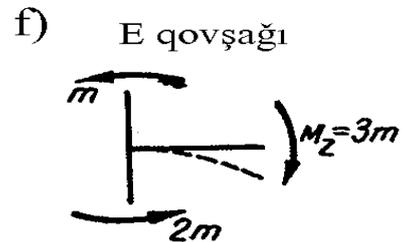
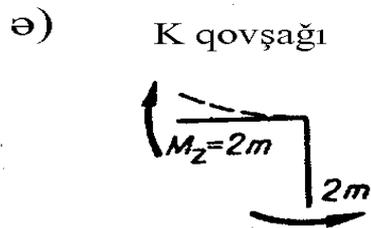
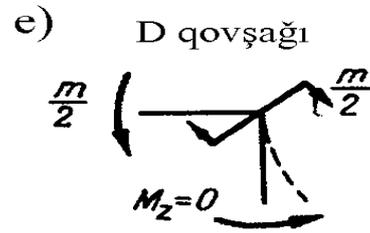
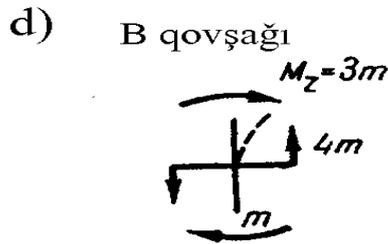
$$M_z = 4m - m = 3m$$

M_z – təsirindən sıxılan lif sağ tərəfdədir (milin bu hissəsi qırıq xətlə göstərilir (şəkil 2.17,d)). Ona görə də, momentin ordinatı sağ tərəfə qeyd olunur.

E kəsiyi (II məntəqə). Kəsiyi bərkidib, çərçivənin aşağı hissəsinə baxırıq.

Beləliklə, yuxarıdakı qayda ilə

$$M_z^B = F \cdot 2a - 4m = 2m$$



Şəkil 2.17 d,e,ə,f,g,ğ

epürdə ordinat sağ tərəfə qoyulur, çünki F qüvvəsindən mil sol tərəfə deformasiya olunur. Lakin $4m$ topa momentindən sıxılan lif sağdadır – modul üzrə $4m > 2Fa$ nəticədə lif sağ tərəfdən sıxılır.

C kəsiyində qüvvələrin momenti sifıra bərabərdir.

D kəsiyi (III məntəqə)(şəkil 2.17,a)

$$M_z^D = \frac{F}{2}a - 2qa\frac{a}{2} = -\frac{m}{2}$$
 III məntəqəyə aid olan *D* kəsiyində aşağı

trəf sıxılıb. Ona görə də bazis xəttindən aşağıya qeyd olunur.

III məntəqəyə yayılmış yük tətbiq olunduğundan, əyici moment epürünün xüsusiyyətlərinə görə M_z epürü ikinci dərəcəli parabola ilə təsvir olunur.

Üçüncü nöqtəni $Q_y = \frac{dM_z}{dx} = 0$ nəzərə almaqla təyin edirik. Milin sol tərəfindən x məsafədə olan ixtiyari kəsikdə əyici moment tənliyi

$$M_z = \frac{F}{2}x - 2q\frac{x^2}{2} = \frac{qa}{2}x - qx^2\frac{1}{2}$$

yaxud

$$\frac{dM_z}{dx} = \frac{qa}{2} - 2qx = 0, x = \frac{a}{4}$$

$x = \frac{a}{4}$ qiymətini M_z ifadəsində yerinə yazıb, tapırıq:

$$M_z^{\max} = \frac{3qa^2}{32}$$

D kəsiyi (IV məntəqə). *D* qovşağını kəsib ayıraq (şəkil 2.17,e) və momentini tətbiq edək, bilavasitə qovşağa topa moment və $m/2$ axtarılan M_z momenti tətbiq edilir. Müvazinət tənliyinə əsasən alırıq:

$$M_z = 0$$

E kəsiyi. (IV məntəqə) (şəkil 2.17,a). Çərçivənin III və IV məntəqələr daxil olan hissəsinin deformasiyasına baxaq. Əgər milin kənara çıxma istiqaməti (bərkidilmiş *E* kəsiyinin yaxınlığında) sol tərəfdədirsə, onun işarəsini müsbət, sağ tərəfdədirsə, mənfi qəbul edirik:

$$M_z^E = Fa - \frac{F}{2}a + 2qa\frac{a}{2} - \frac{m}{2} = m$$

E kəsiyində ordinatı sol tərəfə qoyuruq və onu D kəsiyinin ordinatı ilə düz xətlə birləşdiririk, çünki bu məntəqədə yayılmış yük yoxdur.

M_z epürünün xüsusiyyətlərinə görə düz xətt bazis xəttinə mailidir.

I kəsiyi (V məntəqə). Qüvvələr milin kəsiyinin mərkəzindən keçir. Buna görə

$$M_z^I = 0.$$

K kəsiyi (V məntəqə) (şəkil 2.17,ə). Yuxarı kəsikdən bərkidilmiş milə baxaq. O sağ tərəfə deformasiya olunur. Sıxılan lif sağ tərəfdə-

dir, ordinatı sağ tərəfə $M_z^K = 2Fa = 2m$ qiymətdə qeyd edirik.

K qovşağı (şəkil 2.17,ə). Biz təyin etdik ki, $M_z^K = 2m$. Bunu şəkildə göstərək. Qovşaq müvazinətdədir, ona görə də onu axtarılan $M_z = 2m$ momenti ilə tamamlamaq və elə istiqamətləndirmək lazımdır ki, sistem müvazinətləşsin. Ordinatu yuxarı, ya da sıxılan lif tərəfə qeyd edirik.

L kəsiyi (VI məntəqə). L dayağının sağ tərəfinə baxırıq. Şaquli istiqamətdə əyilməni (bərkidilmə ətrafında) müsbət hesab edirik:

$$M_z^L = 2Fa - 2Fa - 2qa \frac{a}{2} = -qa^2 = -m$$

L kəsiyində ordinatı aşağı ayırırıq. Mil yayılmış yüklə yüklənmişdir. Ona görə də, epür VI məntəqədə II tərtibli parabola olacaqdır və onun qabarıqlığı yükə qarşı alınacaqdır.

İndi isə L dayağının solundakı kəsiyə (VII məntəqə) baxaq. Bu kəsikdə moment

$$M_z^L = 2Fa - 2Fa - 2qa \frac{a}{2} + 2m = m$$

Buna görə də kəsikdə $2m$ topa momentin qiyməti qədər sıçrayış olacaqdır.

E kəsiyi (VII məntəqə). E qovşağında əyici momentlərin qiymətləri II və IV məntəqələrə aid kəsiklərdə təyin olunmuşdur. M_z -in qiymətini VII məntəqəyə aid kəsiklərdə təyin edək. Bunun ən asan yolu qovşağı kəsib (şəkil 2.17, f) müvazinət halına baxmaqdır.

$$M_z^E = m + 2m = 3m$$

M_z mili qovşaq ətrafında (VII məntəqə) 2.17,f şəkildə göstərildiyi kimi əyir. Ordinat $3m$ qiymətində aşağı tərəfə qoyulur. Epür yükə qarşı parabola ilə əhatə olunmuşdur.

4) Q_y kəsici qüvvə. (şəkil 2.17,c) və N normal qüvvə (şəkil 2.17,ç) epürlərinin qurulmasını çərçivənin ayrı-ayrı hissələrinin müvazinət şərtlərinə baxılması əsasında yerinə yetiririk.

Q_y və N -in axtarılan qiymətlərini $\sum X=0$ və $\sum Y=0$ tənliklərinə əsasən təyin edəcəyik. x və y oxları şəkildə göstərilmişdir, ancaq nəzərdə tutulur: x oxu həmişə milin oxu istiqamətində, y oxu isə milin oxuna perpendikulyardır.

I və II məntəqələr (şəkil 2.17, g). $\sum Y=0$, $Q_y=F$, $\sum X=0$, $N=-\frac{11}{2}F$.

Kəsici qüvvə və normal qüvvə x -dən asılı deyildir; onların epürləri bazis xətlərinə paralel düz xətlərdir.

Q E Y D . N normal qüvvəsinin işarəsi haqqında. Əvvəllər göstərildiyi kimi, kəsiklərdə normal qüvvənin istiqaməti həmişə müsbət qəbul edilir, yəni xarici normal tərəfə yönəldilir (kəsikdən). Onda normal qüvvə həm işarəcə, həm də qiymətcə doğru alınır.

Q_y kəsici qüvvəsinin işarəsi haqqında.

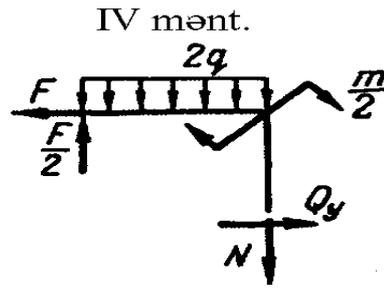
Kəsici qüvvənin işarəsini millərin istənilən vəziyyətində aşağıdakı qayda ilə təyin etmək təklif olunur. **Verilmiş kəsikdə moment epürünə çəkilən toxunanı milin oxu ilə üst-üstə düşmək üçün saat əqrəbi hərəkəti istiqamətində döndərmək lazımdırsa Q_y -in işarəsi müsbət götürülür, saat əqrəbi hərəkətinin əksinə istiqamətdə döndərmək lazımdırsa mənfəət götürülür, yaxud qüvvə baxılan hissəni saat əqrəbi istiqamətində fırladarsa kəsici qüvvə müsbət, əks halda mənfidir.**

III məntəqə (2.17,h)

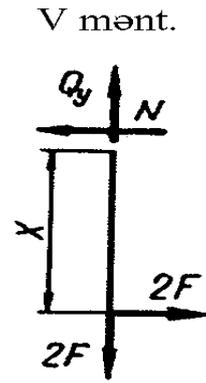
$$\sum Y=0, \quad Q_y = \frac{F}{2} - 2qx, \quad (0 \leq x \leq a)$$

Q_y epürü bazis xəttinə maili olan düz xətdir. Qüvvənin iki qiymətinin təyin olunması kifayətdir.

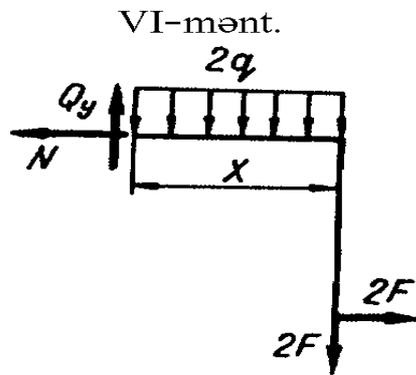
h)



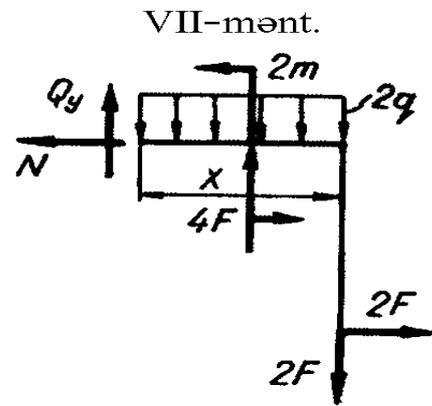
x)



1)



i)

Şəkil 2.17 h, x, l, i

$$x = 0, \quad Q_y = \frac{F}{2}, \quad x = a, \quad Q_y = -\frac{3}{2}F$$

$\sum X=0$, $N=F$ məntəqədə normal qüvvə sabitdir.

IV məntəqə (şəkil 2.17,ğ)

$\sum Y=0$, $Q_y=F$. Kəsici qüvvənin işarəsini təyin edək. Bu məntəqədə əyici moment epürü düz xətdir (şəkil 2.17,b). Onu milin oxu ilə üst-üstə gətirmək üçün (kiçik bucaq vasitəsilə) saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətində çevirmək lazımdır.

Deməli, kəsici qüvvə bu məntəqədə mənfidir.

$$N\text{-i təyin edək: } \sum X=0, \quad N = \frac{F}{2} - 2qa = -\frac{3}{2}F$$

Məntəqədə normal qüvvə sıxıcıdır və onun qiyməti bu məntəqədə sabitdir.

V məntəqə. (şəkil 2.17,x)

$\Sigma Y = 0, Q_y = 2F$. Bu məntəqədə M_z -in düz xəttini milin oxu ilə üst-üstə düşmək üçün saat əqrəbinin əksi istiqamətdə döndərmək lazımdır. Ona görə də, Q_y -kəsici qüvvə mənfi götürülür.

$\Sigma X = 0, N = 2F$ – qüvvə dartıcıdır.

VI məntəqə (şəkil 2.17, l) $\Sigma Y = 0, Q_y = 2F + 2qx, (0 \leq x \leq a)$. Q_y -epürü bazis xəttinə maili olan düz xətdir, məntəqə sərhədlərində o bərabərdir:

$$x = 0, \quad Q_y = 2F, \quad x = a, \quad Q_y = 4F$$

M_z epüründən təyin edirik ki, bu kəsici qüvvə müsbətdir.

$\Sigma X = 0, N = 2F$ – qüvvə dartıcıdır.

VII məntəqə (şəkil 2.17, i)

$\Sigma Y = 0, Q_y = 2F + 2qx - 4F = -2F + 2qx, (a \leq x \leq 3a)$

$$x = a, \quad Q_y = 0, \quad x = 3a, \quad Q_y = 4F$$

Q_y -epürü bazis xəttinə maili olan düz xətdir, kəsici qüvvənin işarəsi müsbətdir.

$\Sigma X = 0, N = 2F$ – qüvvə dartıcıdır (müsbət işarəlidir).

Məsələ 2.10. Xarici qüvvələrlə – m momenti və F qüvvəsi ilə yüklənən qapalı kontur üçün (şəkil 2.18, a) əyici moment epürünü qurmalı. Çərçivədə üç ədəd taxma oynaq var. A, C, B oynaqlarında momentlər yaranmadığı üçün onlardan hər biri bir ədəd əlavə tənlik verir. $\sum_{sol} M_k = \sum_{sağ} M_k$. Bu qayda ilə çərçivənin istənilən kəsiyindəki

daxili qüvvə amillərini təyin etmək üçün lazım olan statiki tənliklərini alırıq.

Həlli. 1) C oynağında bir mildən başqa bir milə olan dayaq reaksiyasının X və Y toplananlarını təyin edək. Bu məqsədlə kəsmə üsulundan istifadə edək: fikrən C oynağında qapalı konturu kəsək, X və Y qüvvələrini tətbiq edək (şəkil 2.18, b). Müvazinət tənliklərindən istifadə edək.

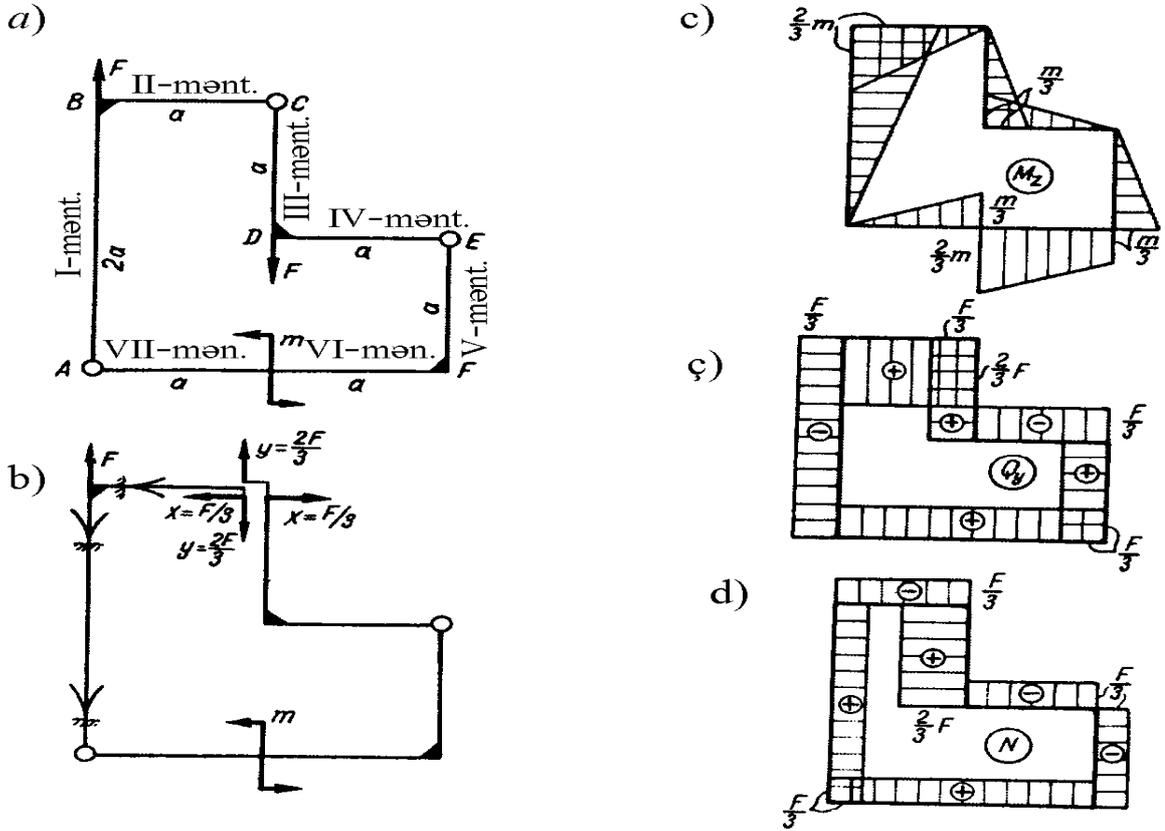
A və E oynaqlarında çərçivənin CBA hissəsində A nöqtəsinə nisbətən CDE hissəsində E nöqtəsinə nisbətən qüvvələrdən yaranan moment sıfır bərabərdir:

$$\sum_{sab} M_A = 0, X \cdot 2a - Y \cdot a = 0, \quad 2X = Y$$

$$\overset{sol}{\sum} M_E = 0, X \cdot 2a + Y \cdot a = F \cdot a, X + Y = F$$

Tənlikləri bir yerdə həll edib

$$X = \frac{F}{3}; Y = \frac{2}{3}F \text{ alırıq.}$$



Şəkil 2.18 a,b,c,ç,d

2) M_z, Q_y, N epürlərinin qurulması

I məntəqə (şəkil 2.18, e). Daxili qüvvə amilləri tənliklərini x məsafəsində olan kəsik üçün yazaq:

$$a) \sum M_z = 0, M_z = \frac{2}{3}F + \frac{F}{3}x - \text{liflər sağ tərəfdən sıxılır.}$$

$(0 \leq x \leq 2a)$, M_z -epürü düz xətdir.

$$x=0, M_z = -\frac{2m}{3}; x = 2a, M_z = 0$$

Ordinatları I məntəqənin A və B kəsiklərində qeyd edirik (şəkil 2.18,b).

$$b) \sum Y = 0, Q_y = \frac{F}{3} \text{ (epür bazis xəttinə paralel olan düz xətdir).}$$

Kəsici qüvvənin işarəsini təyin edək.

M_z -epürünə müraciət edək. M_z -epürünü əhatə edən düz xətti bazis xətti ilə üst-üstə düşmək üçün ən kiçik bucaqla saat əqrəbi hərəkətinin əksinə döndərmək lazımdır. Deməli, $Q_y = -\frac{F}{3}$, o mənfidir (şəkil 2.18,ç).

c) $\Sigma X = 0$, $N = F - \frac{3}{2}F = \frac{F}{2}$ (epür bazis xəttinə paralel olan düz xətdir) (şəkil 2.18,d).

II məntəqə (şəkil 2.18,c) C qovşağından x məsafədə olan kəsikdə

a) $\Sigma M_z = 0$, $M_z = -\frac{2}{3}F \cdot x$ - liflər aşağı tərəfdə sıxılır.

$$(0 \leq x \leq a), \quad x=0, \quad M_z=0$$

$$x = a, \quad M_z = -\frac{2}{3}m$$

məntəqədə M_z epürünü qururuq.

b) $\Sigma Y = 0$, $Q_y = \frac{2}{3}F$, Q_y -işarəsini I məntəqədəkinə uyğun təyin edirik. Düz xətti bazis xətləri ilə üst-üstə düşmək üçün saat əqrəbi hərəkəti istiqamətində çeviririk (Q_y müsbətdir).

c) $\Sigma N = 0$, $N = -\frac{F}{3}$, F -epürü düz xətdir (mildə sıxılma gedir).

III məntəqə (şəkil 2.18,f). C qovşağından x məsafədə olan kəsikdə

a) $\Sigma M_z = 0$, $M_z = -\frac{F}{3}x$ - sıxılan liflər sağ tərəfdədir.

$$(0 \leq x \leq a), \quad x=0, \quad M_z^C = 0;$$

$x = a$, $M_z^D = \frac{m}{3}$; epür maili düz xətdir.

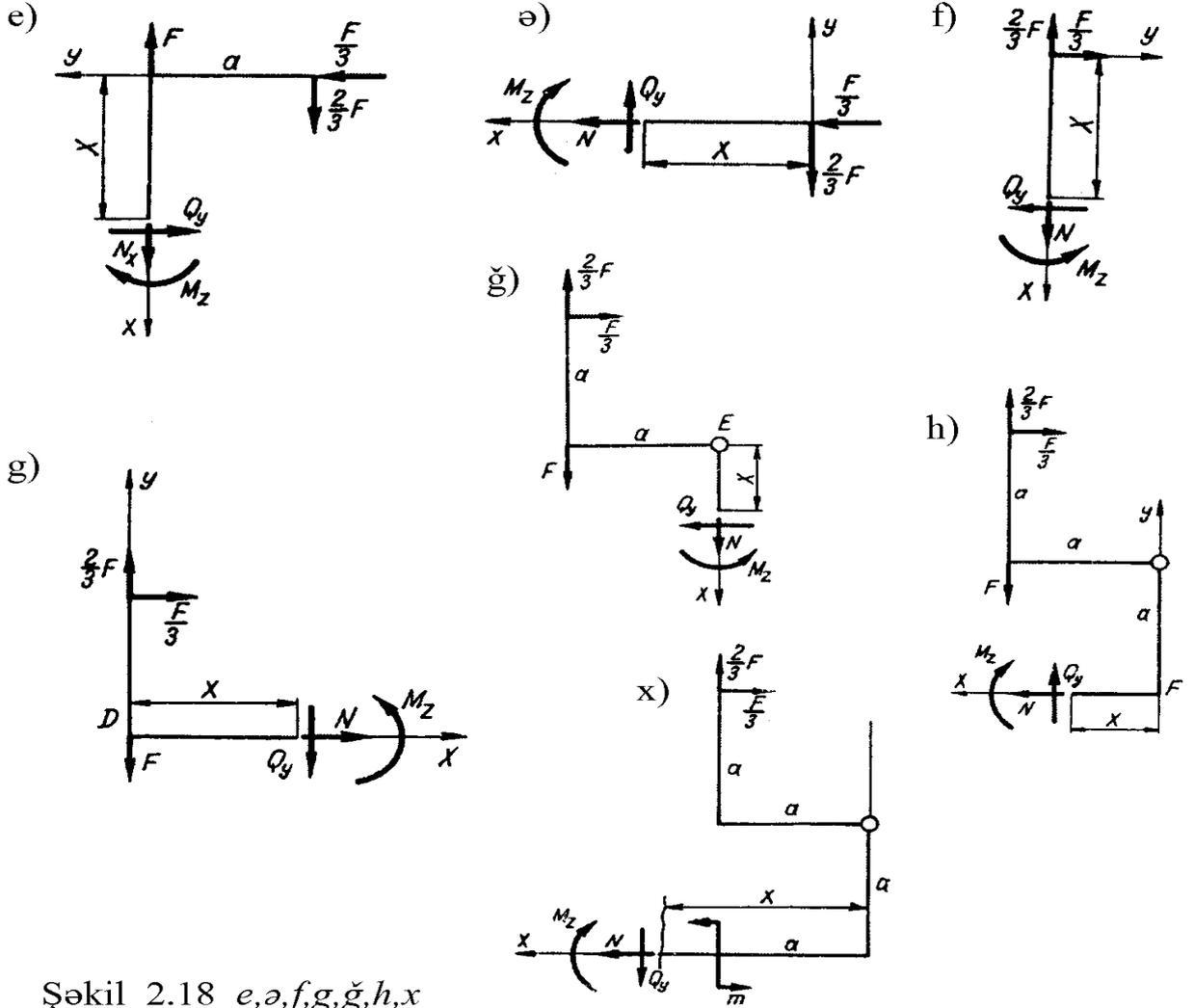
b) $\Sigma Y = 0$, $Q_y = \frac{F}{3}$, kəsici qüvvə mənfidir.

c) $\Sigma X = 0$, $N = -\frac{F}{3}$, DB mili sıxılır.

Q_y və N epürləri məntəqədə bazis xəttinə paralel olan düz xətlərdir.

V məntəqə (şəkil 2.18,g). D qovşağından x məsafədə olan kəsikdə

$$a) \sum M_z = 0, \quad M_z = \frac{2}{3}Fx + \frac{F}{3}a - F \cdot x, \quad (0 \leq x \leq a)$$



Şəkil 2.18 e,ə,f,g,ğ,h,x

Bazis xəttinə maili olan düz xətt tənliyidir, liflər yuxarı tərəfdə sıxılır.

$$x = 0, \quad M_z^E = 0; \quad x = a, \quad M_z = \frac{m}{3}$$

$$x = 0, \quad M_z^D = -\frac{m}{3}; \quad x = a, \quad M_z^E = 0$$

$$b) \sum Y = 0, \quad Q_y = \frac{2}{3}F - F = -\frac{F}{3} - \text{kəsici qüvvə mənfidir.}$$

$$c) \sum X = 0, \quad N = -\frac{F}{3}, \text{ DB mili sıxılır.}$$

Q_y və N epürləri məntəqədə bazis xəttinə paralel olan düz xətlərdir.

V məntəqə (şəkil 2.18,ğ). E qovşağından x məsafədə olan kəsikdə:

$$\text{a) } \Sigma M_z = 0, M_z = \frac{2}{3}Fa + \frac{F}{3}(a+x) - Fx, \quad (0 \leq x \leq a);$$

$$x = 0, \quad M_z^E = 0; \quad x = a, \quad M_z = \frac{m}{3}$$

Sıxılan liflər sağ tərəfdədir.

$$\text{b) } \Sigma Y = 0, \quad Q_y = \frac{1}{3}F$$

Epür milin EF oxuna paralel olan düz xətdir.

Q_y -in işarəsi müsbətdir.

$$\text{c) } \Sigma X = 0, \quad N = \frac{2}{3}F - F = -\frac{F}{3}, \text{ epür düz xətdir, EF mili sıxılır.}$$

VI məntəqə (şəkil 2.18,h). F qovşağından x məsafədə olan kəsikdə

$$\text{a) } \Sigma M_z = 0, M_z = -\frac{F}{3}2a - \frac{2F}{3}(a-x) + F(a-x) = -\frac{1}{3}Fa - \frac{Fx}{3}$$

$$(0 \leq x \leq a)$$

$$x = 0, \quad M_z^F = -\frac{m}{3}; \quad x = a, \quad M_z^K = -\frac{2m}{3}$$

M_z – mənfidir, sıxılmış liflər aşağı tərəfdədir. M_z epürü də V məntəqədə oxdan aşağıdadır.

$$\text{b) } \Sigma Y = 0, \quad Q_y = \frac{2}{3}F + F = \frac{F}{3}$$

kəsici qüvvənin işarəsi müsbətdir.

$$\text{c) } \Sigma X = 0, \quad N = \frac{F}{3}, \text{ mil FK məntəqəsində dartılır.}$$

Q_y və N epürləri məntəqədə düz xətdir.

VII məntəqə (şəkil 2.18, x)

a) Bu məntəqə üçün alırıq:

$$M_z = \frac{2F}{3}(x-a) - \frac{F}{3}2a - F(x-a) + m = \frac{2}{3}Fa - \frac{F}{3}x$$

$$x = a, \quad M_z = \frac{m}{3}; \quad x = 2a, \quad M_z = 0$$

M_z epürü düz xətdir, sıxılan liflər yuxarı tərəfdədir.

b) $\Sigma Y = 0, \quad Q_y = \frac{2F}{3} - F = -\frac{F}{3}$ kəsici qüvvənin tənliyi ordinatı $\frac{F}{3}$

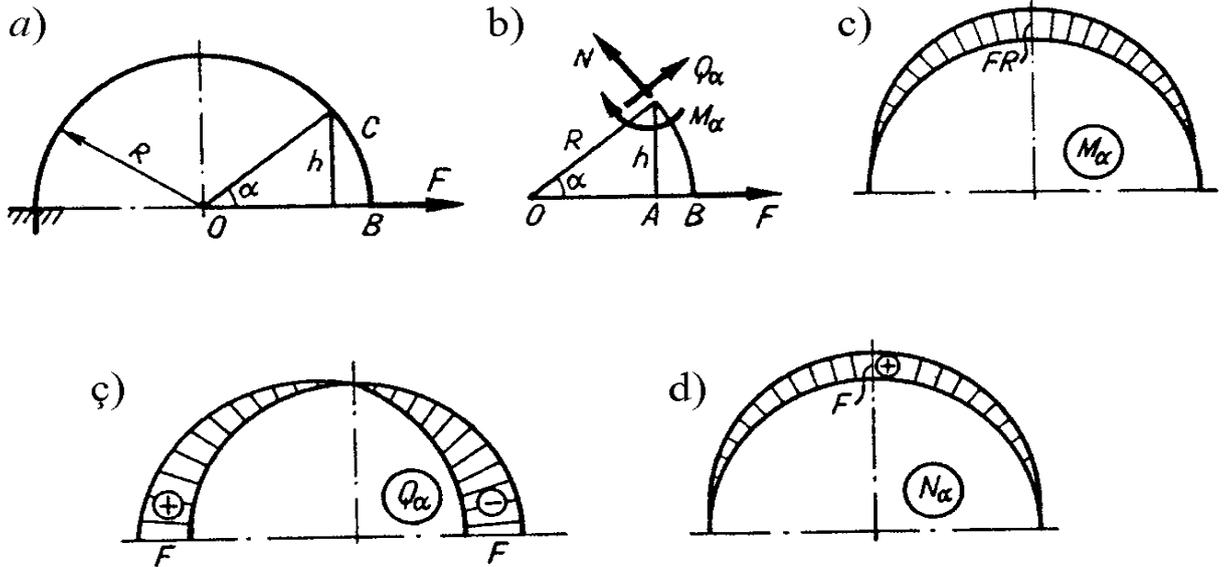
qiymətinə bərabər düz xətt tənliyidir; kəsici qüvvənin işarəsi müsbətdir (KA məntəqəsində M_z epürünün xəttini milin oxu ilə üst-üstə düşmək üçün saat əqrəbi istiqamətində çevirmək lazımdır).

b) $\Sigma X = 0, \quad N = \frac{F}{3}$ normal qüvvə epürü düz xətdir, məntəqədə

dartılma deformasiyası yaranır.

M_z, Q_y və N epürləri 2.18 b,c,ç şəklində göstərilmişdir.

Məsələ 2.11. F topa yükü ilə yüklənən yarım dairəvi müstəvi əyri brusun (şəkil 2.19,a) en kəsiklərindəki M_z, Q_y və N -i təyin edib, onların epürlərini qurmalı.



Şəkil 2.19

Həlli: Qütbi koordinat sistemində aşağıdakıları qəbul edirik: qütb – O nöqtəsində, ox OB , bucaq α , C kəsiyini keçiririk; α bucağını qeyd edirik; sol hissəni tullayıb, saxlanılan sağ hissənin müvazinətinə baxırıq (şəkil 2.19,b). Qeyd olunmuş kəsikdə qüvvə amilləri bərabərdir:

$$\begin{cases} M_\alpha = F \cdot h = F \cdot R \cdot \sin \alpha \\ Q_\alpha = -F \cdot \cos \alpha, \\ N_\alpha = F \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad 0 \leq \alpha \leq \pi$$

$M_\alpha, Q_\alpha, N_\alpha$ epürlərini qururuq (işarə qaydası əvvəlki kimidir):

a) əyici moment epürünü (şəkil 2.19,c)

$$\alpha = 0, M_\alpha = 0; \quad \alpha = \frac{\pi}{2}, M_\alpha = FR; \quad \alpha = \pi, M_\alpha = 0$$

b) kəsici qüvvə epürünü (şəkil 2.19, ç)

$$\alpha = 0, Q_\alpha = -F; \quad \alpha = \frac{\pi}{2}, Q_\alpha = 0; \quad \alpha = \pi, Q_\alpha = F$$

c) normal qüvvə epürünü (şəkil 2.19,d)

$$\alpha = 0, N_\alpha = 0; \quad \alpha = \frac{\pi}{2}, N_\alpha = F; \quad \alpha = \pi, N_\alpha = 0$$

Epürlər qəbul olunmuş miqyasda qurulur, daxili qüvvə amillərinin qiymətləri yarım dairəvi formada olan bazis xəttindən radiuslar istiqamətində yönəldilir.

Ə2.8. Müstəvi – fəza çərçivələrində daxili qüvvə amilləri

Bir-birilə düzbucaq altında möhkəm bərkidilmiş millərdən təşkil olunan çərçivələrə müstəvi – fəza çərçivələri (sınıq oxlu fəza brusları) deyilir.

Sındırılmış bruslar üçün yalnız T burucu momentin və M_y və M_z əyici momentlərin epürləri qurulur. Normal və kəsici qüvvələr əhəmiyyətli dərəcədə olmur və çərçivənin möhkəmliyinə təsir etmədiyinə görə nəzərə alınmır.

1) Cari x, y, z koordinat sisteminin seçilməsi haqqında. Epürləri qurarkən fəza çərçivələrində cari koordinat sistemini seçirlər (şəkil 2.20,a):

a) Koordinat sistemini çərçivənin sərbəst ucu tərəfdən seçirlər. Bu halda x oxunu sərbəst üç tərəfə yönəldirlər. y və z oxlarını isə kəsik müstəvisində yerləşdirirlər;

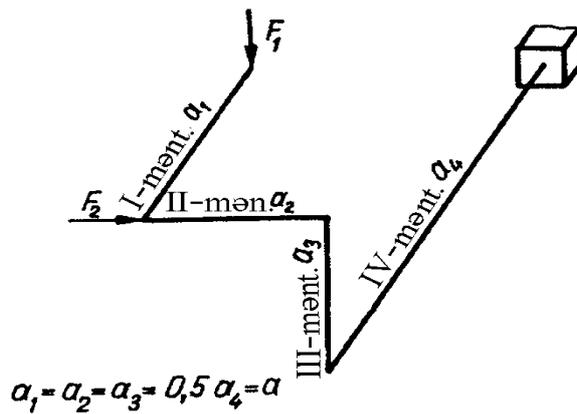
b) Sonrakı məntəqəyə keçdikdə əvvəlki məntəqənin koordinat sistemini çərçivənin yanaşı məntəqələrindən yaranan müstəviyə perpendikulyar olan oxa nisbətən çevirmək lazımdır. Əvvəlki sistemi elə bucağa çevirirlər ki, bu halda x oxu sonrakı məntəqədə brusun oxu ilə üst-üstə düşsün və sərbəst uca tərəf yönəlmiş olsun. Məsələn, birinci məntəqədən ikinci məntəqəyə keçdikdə

koordinat sisteminin çevrilməsi birinci məntəqədə, birinci və ikinci məntəqədə əmələ gələn müstəviyə perpendikulyar olan y oxuna nisbətən aparılır. Ona görə də, ikinci məntəqədə y oxu birinci vəziyyətini saxlayır, x oxu isə sərbəst uca tərəf yönəldilir. Üçüncü z oxu öz istiqamətini bizə tərəf alır.

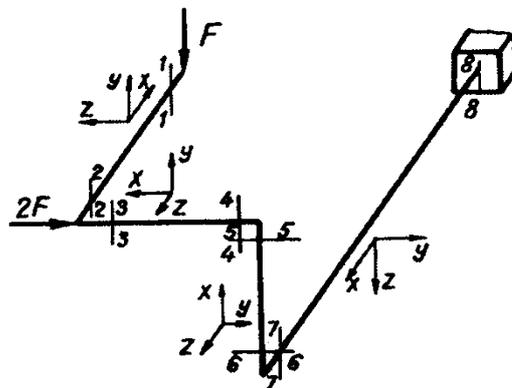
2) Sındırılmış fəza bruslarında T burucu momenti və M_y və M_z əyici moment epürlərini qurulmasına dair məsələlər.

Məsələ 2.12. Şəkil 2.20-də təsvir olunan çərçivə üçün T , M_y və M_z epürlərini qurmalı. $F_1=F$, $F_2=2F$, $a_1=a_2=a_3=a$, $a_4=2a$.

Həlli: Daxili qüvvə amillərinin qiymətlərini sındırılan brusun hər bir məntəqəsində xarakterik kəsiklərdə təyin edəcəyik. Bu halda hər dəfə cari koordinat sistemini əvvəlcə birinci məntəqənin xarakterik kəsiyində, sonra ikincidə və s. sərbəst ucdan məntəqənin bərki-dilmiş kəsiyinə kimi hərəkət etdirəcəyik.



a)



Şəkil 2.20 a

T , M_y və M_z epürlərini, əvvəlcə çərçivəyə yalnız F_1 qüvvəsinin, sonra yalnız F_2 qüvvəsinin tətbiq olunduğunu fərz etməklə qururuq. Daxili qüvvə amillərinin ümumi epürünü F_1 və F_2 qüvvələrindən alınan epürləri cəmləməklə qururuq.

a) **Brusa F_1 qüvvəsi təsir etdikdə (şəkil 2.20,b) epürün qurulması.**

I məntəqə. y oxu F_1 qüvvəsinə paraleldir, x oxu isə bu qüvvənin təsir xəttini kəsir. Ona görə də məntəqədə əyici M_y momenti və burucu T momenti yoxdur. I-I xarakterik kəsiyində koordinat sistemini başlanğıcda yerləşdirdikdə F_1 qüvvəsinin ona nisbətən qolu sıfır olur; ona görə də başlanğıcda

F_1 qüvvəsinin ona nisbətən qolu sıfır olur; ona görə də başlanğıcda

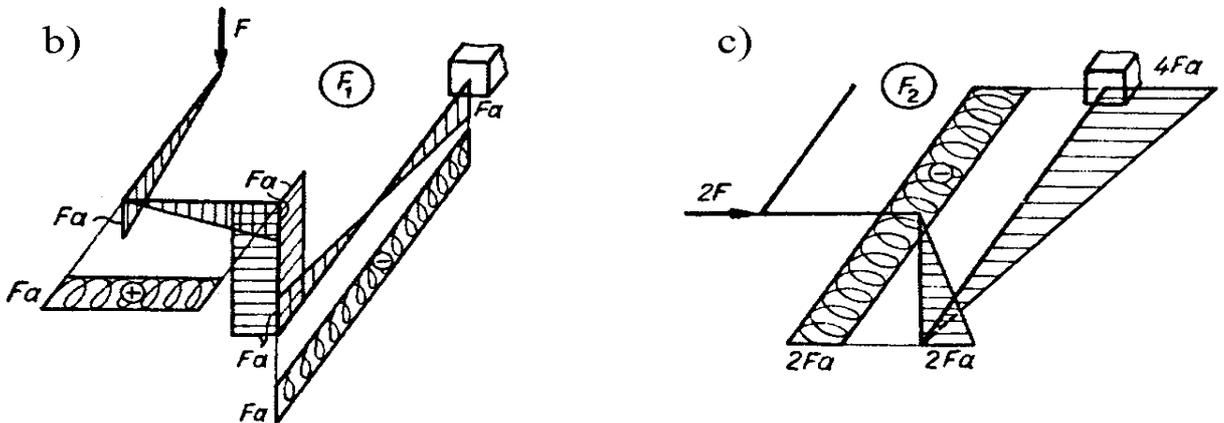
$M_z=0$. Koordinat sistemini 2-2 xarakterik kəsiyində yerləşdirdikdə görünür ki, $M_z=F_1\ddot{e}a_1=F_1\ddot{e}a$.

Əyici momentin təsir müstəvisi x,y -dir, liflər aşağıdan sıxılır. Bunu nəzərə alaraq, M_z epürü x,y oxları müstəvisində bazis xəttindən aşağı tərəfdə qurulur.

II məntəqə. Koordinat sisteminin başlanğıcını xarakterik 3-3 məntəqəsində yerləşdirək; z oxu F qüvvəsinin təsir xəttini kəsir və burada $M_z=0$. Məntəqənin bütün sərhədləində y oxuna nisbətən qüvvələrin momenti sifıra bərabərdir (ox qüvvəyə paraleldir). Burucu moment $T=F\ddot{e}a_1=F\ddot{e}a$ (məntəqənin bütün yerlərində). Koordinat sisteminin başlanğıcını xarakterik 4-4 kəsiyində yerləşdirək. Görünür ki, x,y oxları müstəvisində təsir edən əyici moment $M_z=F\ddot{e}a_2=F\ddot{e}a$.

Brusun sıxılan lifləri aşağıdadır, $M_z=F\ddot{e}a$ ordinatını x oxuna perpendikulyar y oxu istiqamətində qeyd edərək, II məntəqədə əyici moment epürünü qururuq.

III məntəqə. x oxu F qüvvəsinə paraleldir, ona görə də məntəqə daxilində $T=0$. Əyici moment $M_z=F\ddot{e}a_1=F\ddot{e}a$ (sıxılan liflər yuxarı tərəfdədir), moment $M_y=F\ddot{e}a_1=F\ddot{e}a$ (sıxılan liflər şəkilə perpendikulyar müstəvidədir).



Şəkil 2.20 b,c

M_y və M_z momentlərinin qiymətləri məntəqə daxilində sabitdir.

IV məntəqə. z oxu F qüvvəsinə paraleldir; ona görə də, $M_z=0$, əyici moment $M_y=F\ddot{e}a_1=F\ddot{e}a$ (sıxılan liflər yuxarı tərəfdədir). Cari koordinat sisteminin başlanğıcını məntəqənin ikinci 8-8 xarakterik kəsiyində yerləşdirək. Onda $M_y=F(a_4-a_1)=F(2a-a)=F\ddot{e}a$. Kəsikdə sıxılan liflər aşağı tərəfdədir.

Burucu moment $T=F\ddot{e}a_2=F\ddot{e}a$ m\text{\`{e}nt\`{e}q\`{e}nin b\`{u}t\`{u}n uzunluğunda saat \`{e}qr\`{e}bi h\`{e}r\`{e}k\`{e}tinin \`{e}ksin\`{e} y\`{o}n\`{e}lir (y\`{e}ni, m\`{u}sb\`{e}tdir) v\`{e} sabitdir.

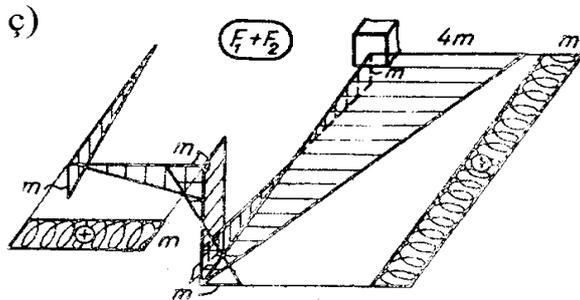
b) F_2 q\`{u}vv\`{e}sinin t\`{e}sirind\`{e}n ep\`{u}r\`{u}n qurulması (ş\`{e}kil 2.20,c)

I v\`{e} II m\`{e}nt\`{e}q\`{e}lərd\`{e} \`{e}yici v\`{e} burucu momentlər yoxdur. Buna inanmaq \`{u}ç\`{u}n k\`{e}sm\`{e} \`{u}sulundan istifad\`{e} edib, brusun s\`{e}rb\`{e}st ucundan ayrı-ayrı hiss\`{e}lərinin m\`{u}vazin\`{e}t halına baxmaq lazımdır.

III m\`{e}nt\`{e}q\`{e}. Koordinat sisteminin bařlanğıcını xarakterik 5-5 k\`{e}siyində yerləşdir\`{e}r\`{e}k g\`{o}r\`{u}r\`{u}k ki, $2F$ q\`{u}vv\`{e}sinin t\`{e}sir x\`{e}tti y oxu ilə \`{u}st-\`{u}st\`{e} d\`{u}ř\`{u}r v\`{e} x v\`{e} y oxlarını k\`{e}sir. Bu halda $T=M_y=M_z=0$. \`{E}g\`{e}r koordinat sisteminin bařlanğıcını 6-6 k\`{e}siyində yerləşdirs\`{e}k, onda $T=M_y=0$, $M_z=2F1a_3=2F\ddot{e}a$ olar.

Ep\`{u}r\`{u} s\`{i}xılan liflər\`{e} g\`{o}r\`{e}, y\`{e}ni bazis x\`{e}ttind\`{e}n sağ t\`{e}r\`{e}fd\`{e} x,y oxları m\`{u}st\`{e}visində qururuq.

IV m\`{e}nt\`{e}q\`{e}. Koordinat sisteminin bařlanğıcını 7-7 xarakterik k\`{e}siyində g\`{o}t\`{u}r\`{u}l\`{u}r. y oxu $2F$ q\`{u}vv\`{e}sine paraleldir v\`{e} $M_y=0$, z oxu $2F$ q\`{u}vv\`{e}sinin t\`{e}sir x\`{e}ttini k\`{e}sir: ona g\`{o}r\`{e} d\`{e} $M_z=0$. N\`{e}hay\`{e}t, $T=-2Fa_3=-2F\ddot{e}a$, m\`{e}nfi iřar\`{e}si g\`{o}st\`{e}rir ki, burucu moment saat \`{e}qr\`{e}bi istiqam\`{e}tindədir, h\`{e}qiq\`{e}t\`{e}n x oxu istiqam\`{e}tind\`{e}n baxsaq, buna \`{e}min olarıq.



Ş\`{e}kil 2.20 ç

Cari koordinat sisteminin bařlanğıcını xarakterik 8-8 k\`{e}siyində yerləşdiririk. Ç\`{e}rçiv\`{e}nin hiss\`{e}sinin m\`{u}vazin\`{e}t halına baxılmasından t\`{e}yin edirik:

$$\sum M_z = 0, \quad = -2Fa_3 = -2Fa,$$

$$M_y = Fa_4 \cdot 2 = 2F \cdot 2a = 4Fa$$

Ş\`{e}kil 2.20,c-d\`{e} III v\`{e} IV

m\`{e}nt\`{e}q\`{e}lər \`{u}ç\`{u}n $F_2=2F$ q\`{u}vv\`{e}sind\`{e}n T v\`{e} M_y ep\`{u}rl\`{e}ri quruluur. (I v\`{e} II m\`{e}nt\`{e}q\`{e}lər \`{u}ç\`{u}n $T=0$, $M_y=0$).

a) F_1 v\`{e} F_2 q\`{u}vv\`{e}lərinin brusa birg\`{e} t\`{e}sirind\`{e}n ep\`{u}rl\`{e}rin qurulması (ş\`{e}kil 2.20,ç).

F_1 v\`{e} F_2 q\`{u}vv\`{e}lərinin brusa birg\`{e} t\`{e}sirind\`{e}n \`{e}yici v\`{e} burucu moment ep\`{u}rl\`{e}rini ařağıdaki qaydada qururuq:

a) \`{e}yici momenti bir m\`{u}st\`{e}vid\`{e} yerleş\`{e}n \`{e}yici moment ep\`{u}rl\`{e}rini h\`{e}nd\`{e}si toplamaq yolu ilə. M\`{e}s\`{e}l\`{e}n, III m\`{e}nt\`{e}q\`{e}d\`{e} xy m\`{u}st\`{e}visində Fa_2 v\`{e} $2Fa_3$ \`{e}yici momentləri yerleşir; 5-5 v\`{e} 6-6 k\`{e}siklərindəki

epürlərin ordinat-larını toplayaraq, alırıq: $M_z = Fa$. Bu halda birinci epürdə sıxılan liflər solda, ikincidə isə bazis xəttindən sağdadır. Ona görə də, epür bazis xəttini ortadan kəsən düz xətlə əhatə olunmuşdur;

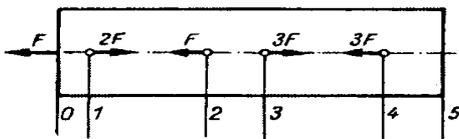
b) burucu momenti məntəqələr daxilində burucu momentlərin qiymətlərini cəbri toplamaq yolu ilə. Məsələn, IV məntəqədə F_1 qüvvəsindən burucu moment $T = F\ddot{a}$, F_2 qüvvəsindən isə $T = -2F\ddot{a}$. Yekun moment cəbri cəmdən təyin edilir: $T = -F\ddot{a}$.

F_1 və F_2 qüvvələrinin birgə təsirindən yaranan yekun momentlərin epürü şəkil 2.20,ç-də təsvir edilir (burada $F\ddot{a} = m$ qəbul olunmuşdur).

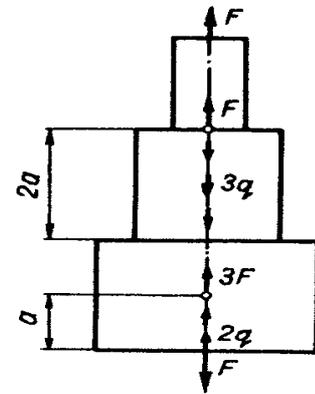
Ə2.9. Sərbəst iş üçün tipik məsələlər.

Q e y d: Topa moment m , topa qüvvə F , sabit intensivlikli yayılmış yük q və uzunluq a arasında aşağıdakı münasibət qəbul olunur: $m = F\ddot{a} = qa^2$

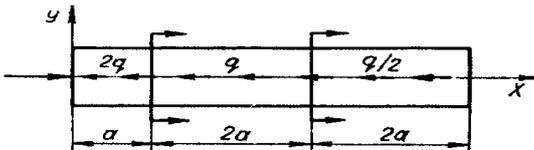
Məsələ 1. Normal qüvvə $N = 0$ olan qüvvəli məntəqələri (şəkil 2.21) təyin etməli.



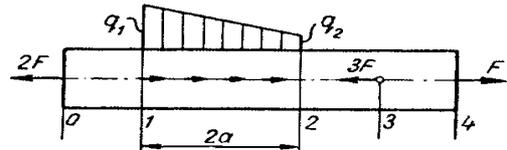
Şəkil 2.21



Şəkil 2.22



Şəkil 2.23



Şəkil 2.24

Cavab: II, III, IV, V məntəqələri.

Məsələ 2. Brus topa F_i qüvvəsi və sabit intensivlikli yayılmış yüklə q_i yüklənmişdir (şəkil 2.22). Normal qüvvənin ən böyük qiymətini təyin etməli.

Cavab: $4F$

Məsələ 3. Brusda normal qüvvənin ekstremum qiymətlərə çatdığı kəsiklərin x_1 absislərini və normal qüvvənin sıfıra bərabər olduğu kəsiklərin x_2 absislərini təyin etməli (şəkil 2.23).

Cavab: $x_1=0, a, 3a. x_2 = \frac{a}{2}, 2a, 5a$

Məsələ 4. Brus (şəkil 2.24) F_1 topa qüvvələri ilə və trapesiya qanunu ilə dəyişən yayılmış yüklə yüklənmişdir. Yayılmış yükün böyük və kiçik intensivlikləri uyğun olaraq $q_1 = \frac{3F}{a}$ və $q_2 = \frac{F}{a}$.

Brusun normal qüvvə modulca ən böyük olan məntəqəsini və qüvvə sıfır olan kəsiyin x absisini təyin etməli.

Cavab: $0-1, 2-3$

Məsələ 5. Hansı variantda (şəkil 2.25) əyici moment M_z və kəsici qüvvə Q_y ən böyük qiymətə çatır? Onlar nəyə bərabərdir?

Cavab: $Q_y^{\max} = F; M_z^{\max} = 3,5Fa$

Məsələ 6. Tirlər üçün (şəkil 2.26) Q_y və M_z epürlərini qurmalı və əyici momentin maksimum qiymətini təyin etməli.

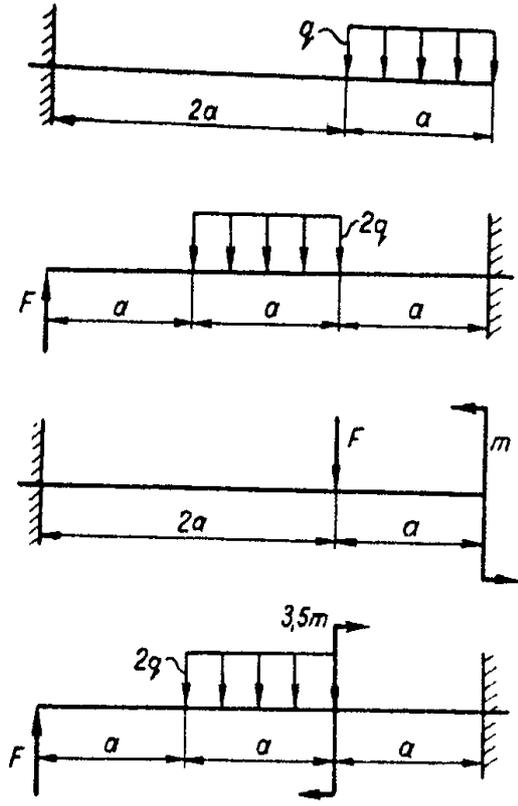
Cavab: $M_z^{\max} = \frac{7}{3}m$

Məsələ 7. Hansı variantda (şəkil 2.27) kəsici qüvvənin və əyici momentin modulca ən böyük qiymətə çatdığını təyin etməli.

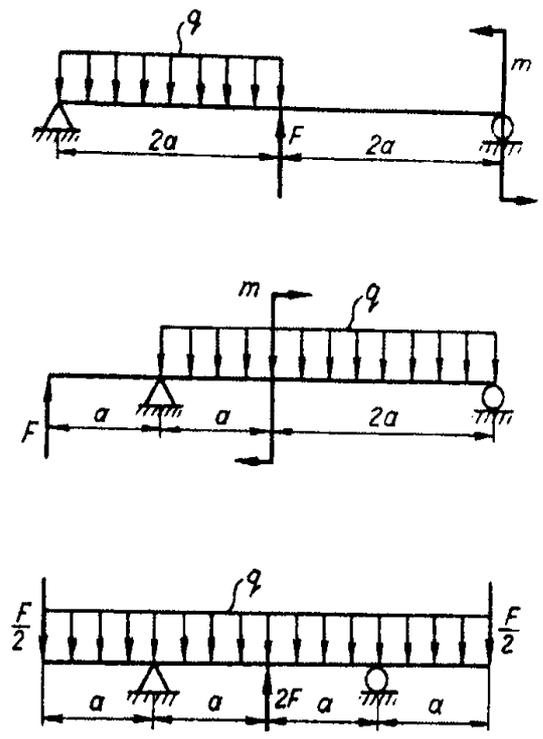
Cavab: $Q_y^{\max} = qa; M_z^{\max} = \frac{1}{3}qa^2$

Məsələ 8. Müstəvi çərçivədə (şəkil 2.28) əyici moment maksimum qiymət alan kəsiyi təyin etməli. O, nəyə bərabərdir?

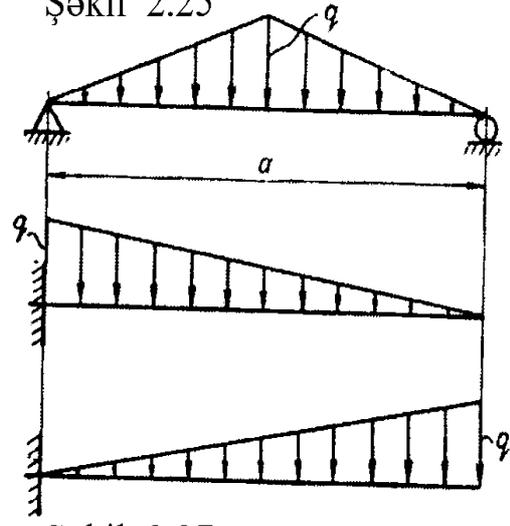
Cavab: $M_z^{\max} = Fa$



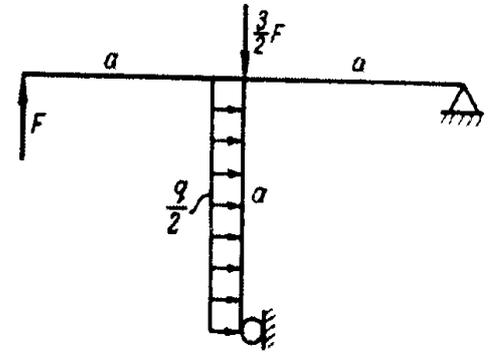
Şekil 2.25



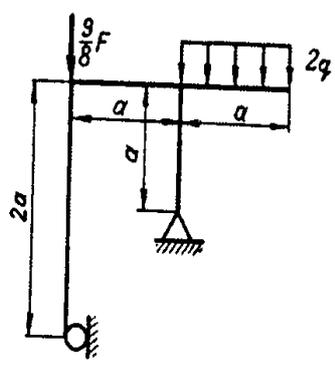
Şekil 2.26



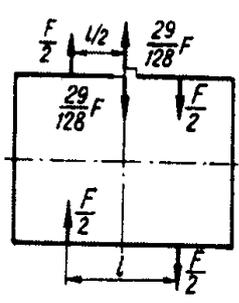
Şekil 2.27



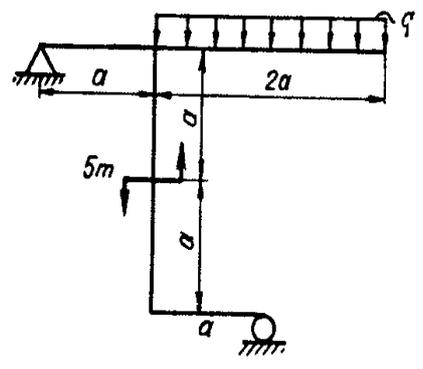
Şekil 2.28



Şekil 2.29



Şekil 2.30



Şekil 2.31

Məsələ 9. İntensivliyi q olan yayılmış yüklə yüklənən çərçivədə (şəkil 2.29) əyici momentin maksimum qiyməti nəyə bərabərdir?

Cavab: $M_z^{\max} = \frac{7}{8}Fa$

Məsələ 10. Çərçivə üçün (şəkil 2.30) əyici moment epürünü qurmali və onun ən böyük qiymətini təyin etməli.

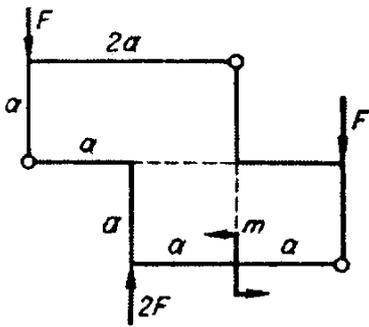
Cavab: $\frac{29}{256}F \cdot l$

Məsələ 11. Müstəvi çərçivə üçün (şəkil 2.31) əyici moment, kəsici qüvvə və normal qüvvə epürlərini qurmali. M_z^{\max} qiymətini təyin etməli.

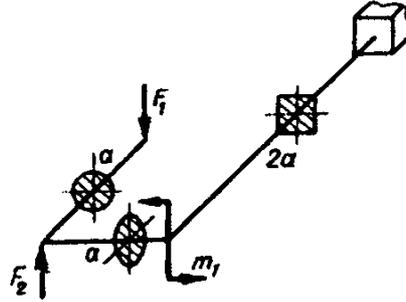
Cavab: $4,5m$

Məsələ 12. Qapalı müstəvi kontur üçün (şəkil 2.32) əyici moment epürünü qurmali və ən böyük qiymətini təyin etməli.

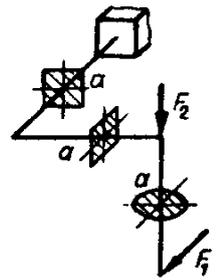
Cavab: $M_z^{\max} = 2Fa$



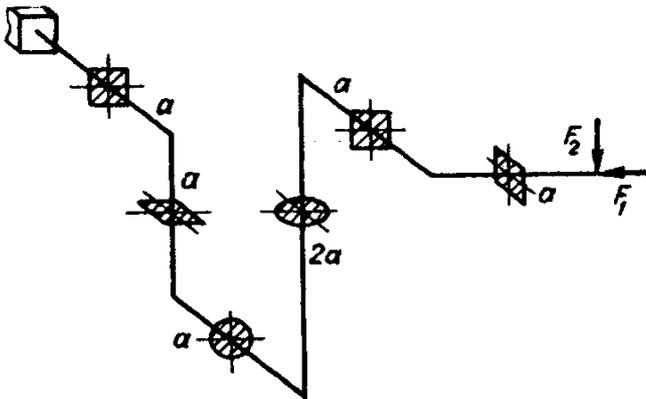
Şəkil 2.32



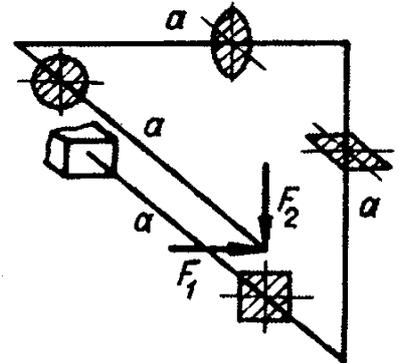
Şəkil 2.33



Şəkil 2.34



Şəkil 2.35



Şəkil 2.35

Məsələ 13. Müstəvi fəza çərçivələr üçün (şəkil 2.33, 2.34, 2.35, 2.36) burucu və əyici momentlər epürlərini qurmali: əvvəlcə

F_1 və F_2 qüvvələrindən, sonra cəm epürü. Bu halda qəbul etməli:
 $F_1=F_2=F$; $M=Fa$.

Özünüyoxlama sualları:

1. Daxili qüvvələr (elastik qüvvələr) nədir və onların xarici qüvvələrdən fərqi?
2. Daxili qüvvələrin baş vektoru və baş momenti nəyə deyilir?
3. Kəsmə üsulunun mahiyyəti nədir?
4. Hansı daxili qüvvə amillərini bilirsiniz?
5. Daxili qüvvələrin baş vektorunun və baş momentinin komponentləri hansılardır?
6. Dayaqların hansı növlərini bilirsiniz, onlara qoyulan əlaqələrin sayını deyin.
7. Normal qüvvə nəyə deyilir, nəyə bərabərdir? Qüvvələrə hansı işarələr qoyulur?
8. Burucu moment nəyə deyilir, o nəyə bərabərdir, onun hansı istiqaməti müsbət, hansı mənfi götürülür?
9. Epürlərə tərif verin.
10. Kəsici qüvvə nədir, nəyə bərabərdir və işarə qaydası necədir?
11. Əyici moment nədir, nəyə bərabərdir və onun üçün işarə qaydası necədir?
12. Müstəvi çərçivə nəyə deyilir, əyici moment epürü hansı lif üzərində (dartılan, yaxud sıxılan) qurulur?
13. Əyici moment epürünə əsasən müstəvi çərçivələrin kəsiklərində kəsici qüvvənin işarəsi necə təyin edilir?
14. Tirlərdə kəsici qüvvə və əyici moment epürlərinin xüsusiyyətlərini deyin.
15. Müxtəlif deformasiyalarda hansı daxili qüvvə amilləri yaranır: brusun dartılmasında (sıxılmasında), burulmasında, tirlərin xalis və eninə əyilməsində, müstəvi və müstəvi fəza çərçivələrində?
16. Müstəvi fəza çərçivəsi nəyə deyilir?

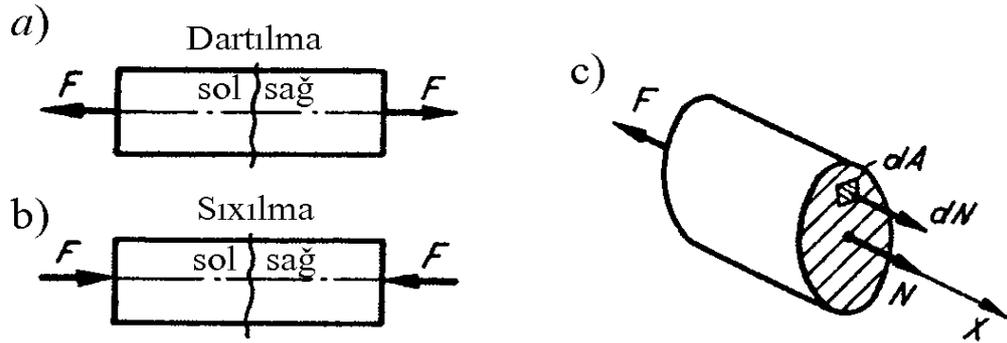
III – F Ə S İ L

DARTILMA, SIXILMA

Ə3.1. Dartılma və sıxılmada en kəsiklərdə daxili qüvvə amilləri və gərginlik

Brus (şəkil 3.1) oxu üzrə qiymətçə bərabər və istiqamətçə əks olan F qüvvəsi ilə yüklənmişdir. (a) sxemində brus dartılır, (b) sxemində sıxılır, Bu halda deyilir ki, brus dartılmaya, sıxılmaya işləyir. Kəsmə üsulundan istifadə etməklə elastik qüvvələr hesabına yaranan daxili qüvvə amillərini təyin edirik (şəkil 3.1,c). Sol tərəfin müvazinət şərtindən təyin edirik:

$$\sum X=0, \quad N-F=0, \quad N=F.$$



Şəkil 3.1

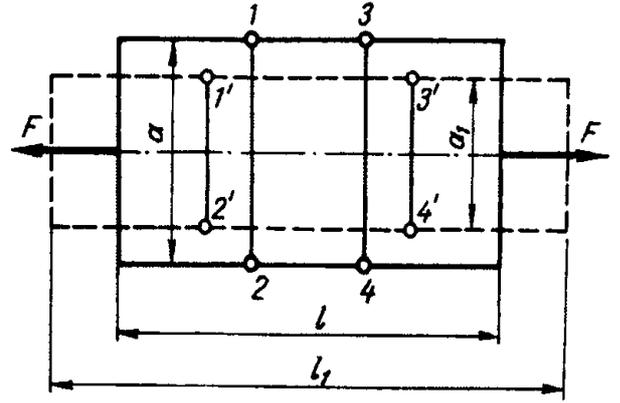
Brusu oxu boyunca istənilən sayda qüvvə ilə yükləmək olar; Bu halda normal qüvvənin ifadəsini aşağıdakı şəkildə göstərmək olar:

$$N = \sum^{sol} F_i = \sum^{sağ} F_i \quad (3.1)$$

Dartılmada (sıxılmada) kəsikdəki normal qüvvə ədədi qiymətçə kəsikdən bir tərəfdəki xarici qüvvələrin cəbri cəminə bərabərdir.

Şərtləşirik ki, normal qüvvənin işarəsini o vaxt müsbət qəbul edək ki, o xarici normal istiqamətində (kəsikdən) yönəlmiş olsun, o vaxt mənfi qəbul edirik ki, o daxili normal istiqamətində, yəni kəsiyə tərəf yönəlsin. Birinci halda brus dartılır, ikinci halda isə sıxılır.

Dartılmada (sıxılmada) xarici qüvvələr kəsikdə yerləşən y və z oxlarına görə proyeksiya vermir. Bu oxlara nəzərən momentlər də olmur. Ona görə də, dartılmada (sıxılmada) elastiki qüvvələr kəsiyin ağırlıq mərkəzindən keçən N normal qüvvəyə gətirilir.



Şəkil 3.2

Tutaq ki, N kəsik ölçüsü a , əvvəlki uzunluğu l olan brusa F qüvvəsi tətbiq olunur (şəkil 3.2). Xarici qüvvə tətbiq olunana qədər brusun üzərinə oxuna perpendikulyar olan 1-2 və 3-4 xətlərini çəkək. Yükləmə prosesində bu xətlər özlərinə paralel olaraq yerlərini dəyişdirərək brusun oxuna perpendikulyar qalacaqlar ($1'-2'$ və $3'-4'$). Buna əsasən Bernulli demişdir ki, dartılmada (sıxılmada) **deformasiyadan əvvəl olduğu kimi, deformasiyadan sonra da kəsik yastı qalır və brusun oxuna perpendikulyar olur.**

Bu fikir *Bernulli fərziyyəsi* və yaxud *yastı kəsiklər fərziyyəsi* adını almışdır. Həmin fərziyyəyə əsaslanaraq, görürük ki, 1-2 və 3-4 kəsikləri arasındakı liflər eyni məsafəyə deformasiya olunur. Bunun üçün də qiyməti dN -ə bərabər olan qüvvə lazımdır (şəkil 3.1,ç). Kəsik üzrə elementar normal qüvvələri cəmləyərək, alırıq:

$$N = \int_A dN \quad (3.2)$$

Normal qüvvə kəsikdə təsir edən normal elastiki qüvvələrin əvəzləyicisidir.

Bernulli fərziyyəsinə əsasən eninə və boyuna kəsiklərlə üst-üstə düşən qarşılıqlı perpendikulyar tərəfli elementlər deformasiyadan sonra da beləcə qalır. Bu onu göstərir ki, eninə və boyuna kəsiklərdə toxunan gərginlik yaranmır.

Dartılan (sıxılan) bruslar üçün *liflərin təzyiq göstərməməsi* fərziyyəsi də istifadə edilir. Bu fərziyyəyə görə boyuna liflər (brusun oxuna paralel) bir-birinə təzyiq göstərmir. Ona görə də gərginliklər oxa paralel kəsiklərdə yox, perpendikulyar kəsiklərdə yaranır.

Deyildi ki kimi, dartılmada (sıxılmada) liflər eyni məsafəyə uzanır (qısalır), ona görə də normal gərginlik en kəsikdə bərabər paylanır. Deyilənləri ümumiləşdirsək, yazarıq:

$$N = \int_A \sigma \cdot dA = \sigma \int_A dA = \sigma A.$$

Dartılma (sıxılma) şəraitində en kəsikdə yaranan normal gərginlik normal qüvvənin en kəsiyi sahəsinə olan nisbətində bərabərdir, yəni

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (3.3)$$

Ə3.2. Dartılmada, sıxılmada deformasiyalar

Brus F qüvvəsi ilə yükləndikdə (şəkil 3.2) onun boyuna və eninə ölçüləri dəyişir; əvvəlki l uzunluğu l_1 -ə qədər artır. Brus uzanma alır:

$$\Delta l = l_1 - l$$

Brusun deformasiyadan sonrakı və əvvəlki uzunluqları fərqi Δl ilə işarə edilir və boyuna *mütləq uzanma (qısalma)* adlanır. Brusun eninə ölçüsünün dəyişməsi $\Delta a = a_1 - a$ olur.

Brusun deformasiyadan sonrakı və əvvəlki eninə ölçüləri arasındakı fərqə *eninə mütləq uzanma (qısalma)* deyilir. Çox vaxt təcrübədə boyuna və eninə uzanmaların (qısalmanın) nisbi qiymətindən istifadə edirlər.

Mütləq deformasiyanın deformasiyadan əvvəlki uzunluğa olan nisbətində nisbi deformasiya deyilir.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \text{ - boyuna nisbi uzanmadır (qısalmadır);}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta a}{a} \text{ - eninə nisbi uzanmadır (qısalmadır).}$$

Eninə nisbi deformasiyanın boyuna (uzununa) nisbi deformasiyaya olan nisbətinin mütləq qiymətinə Poasson əmsalı deyilir.

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \right|$$

ε və ε_0 –in işarələri bir-birinə əksdir, ona görə də:

$$\varepsilon_0 = -\varepsilon \mu \quad (3.4)$$

Hər bir material üçün Puasson əmsalı sabitdir. Təcrübi tədqiqatlar göstərir ki, bütün materiallar üçün onun qiyməti 0 və 0,5 arasında dəyişir. Bir neçə material üçün onun qiyməti 3.1 cədvəlində verilir:

Cədvəl 3.1.

No	Materialların adları	μ -Puasson əmsalı
1.	Şüşə	0,25
2.	Polad	0,27
3.	Mis	0,33
4.	Kauçuk	0,47
5.	Parafin	0,50

Ə3.3. Plastik və kövrək materiallar. Dartılma, sıxılma diaqramı – plastik materiallar üçün səciyyəvidir

Materialları şərti olaraq plastik və kövrək materiallara bölmək olar. Plastik o materiallar hesab edilir ki, onlar nisbətən böyük deformasiya olunma qabiliyyətinə malik olsun. Bunlara azkarbonlu polad, mis, bürünc, qurğuşun və s. daxildir.

Kövrək materiallar (çuqun, tablanmış polad, daş, şüşə və s.) bir qayda olaraq dartılmaya, sıxılmaya eyni müqavimət göstərmir və ona görə də onların tətbiq sahəsini qabaqcadan müəyyən etmək olur. Onlar çox az deformasiya olunurlar və çox vaxt birdən dağılır (çuqun, tablanmış polad, daş, şüşə və s.). Kövrək materiallar plastik materiallara nisbətən zərbə yükünə qarşı davamsızdır. Kiçik deformasiya hesabına onlarda qüvvələrin təsiri mütənasib olaraq artır və plastik materiallarla müqayisədə bir neçə dəfə çox qiymətə çatır. Məsələn, azkarbonlu polad dartılmada əvvəlki uzunluğun 20-25%-i qədər uzanır, tipik kövrək material olan çuqun isə cəmi 0,5-0,6% uzanır, yəni polada nisbətən 50-60 dəfə az uzanır.

Plastiklik ölçüsü olaraq mexaniki sınaq üçün hazırlanan xüsusi nümunələrin dağılmada δ nisbi qalıq uzanması qəbul edilir.

Plastiklik dərəcəsini xarakterizə edən ikinci kəmiyyət dağılmada nümunənin en kəsiyi ölçülərinin dəyişməsinə müəyyən edən ψ nisbi daralmasıdır. Aşağıda δ və ψ haqqında ayrıca danışılacaqdır.

Materialların maşınqayırmada, inşaatda istifadə edilməsi o vaxt mümkündür ki, onların mexaniki xassələri məlum olsun. Bu xassələr xüsusi sınaq maşınlarında uyğun materiallardan hazırlanan nümunələri mexaniki sınaq yolu ilə təyin edilir.

Nümunələr dartılmaya, sıxılmaya, burulmaya, əyilməyə və bərkliyə sınıxılır. Daha geniş yayılmış sınaq növü olan dartılma və sıxılma üzərində dayanacaq.

Sınaq zamanı silindrik və prizmatik nümunələrdən istifadə edilir (ən çox silindrik nümunələrdən). Şəkil 3.3.-də belə nümunələr göstərilir. Onun l_0 hesabət uzunluğu və d_0 diametri arasında nisbət $l_0=10\ddot{e}d_0$ olmalıdır. Əsasən nümunələrin diametri $d_0=10\text{ mm}$, hesabət uzunluğu $l_0=10\ddot{e}d_0$ olur.



Şəkil 3.3.

Çox az istifadə olunan kövrək nümunələrdə $l_0=5\ddot{e}d_0$ götürülür. Nümunələr dartılmaya xüsusi sınaq maşınlarında (qırıcı maşınlarda) sınıxılır. Belə maşınların quruluşu və iş prinsipi laboratoriya praktiku-munda və dərs vəsaitlərində verilir. Nümunəyə (şəkil 3.3) oxuna paralel, qiymətçə bərabər, istiqamətçə əks olan və vaxta görə dəyişməsi bir cür olan iki qüvvə tətbiq edilir. Bu halda xüsusi diaqram aparatlarının köməkliyi ilə vizual, yaxud avtomatik olaraq nümunəyə tətbiq olunan qüvvə və onun təsirindən yaranan deformasiya qeyd olunur (yazılır). Alınan nəticələrə görə qurulmuş diaqram təcrübi diaqram olur. Nümunəni darta F qüvvəsi uyğun miqyasla ordinatda, mütləq uzanma Δl isə absis oxu üzərində qeyd edilir.

Şəkil 3.4-də plastik materiallara xas olan azkarbonlu polad üçün dartılma, sıxılma diaqramını təsvir edilmişdir. Diaqramın bir neçə xarakterik nöqtələrinə diqqət yetirək:

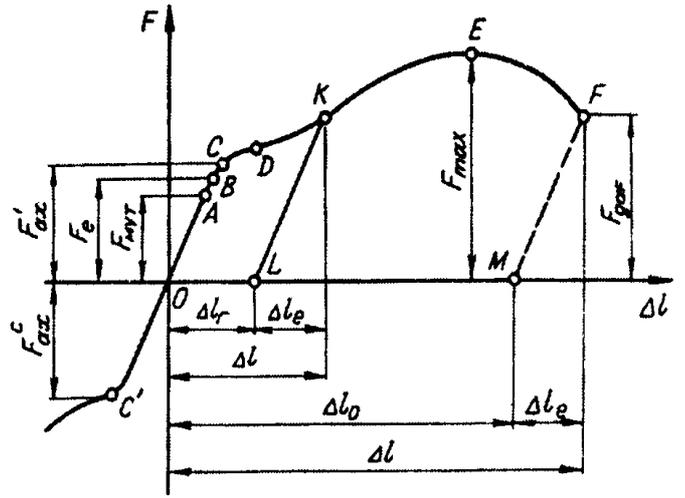
1) $F \leq F_{müt}$ -qüvvə və mütləq uzanma (qısalma) arasında xətti asılılıq müşahidə olunur (A nöqtəsi);

2) $F_{müt} \leq F \leq F_{el}$ - xətti asılılıq müşahidə olunmur, qrafik əyri xətlidir; deformasiya elastik olur. Deformasiya olunan nümunə sınaq maşınından çıxarılanda mütləq uzanma (qısalma) yox olur (B nöqtəsi);

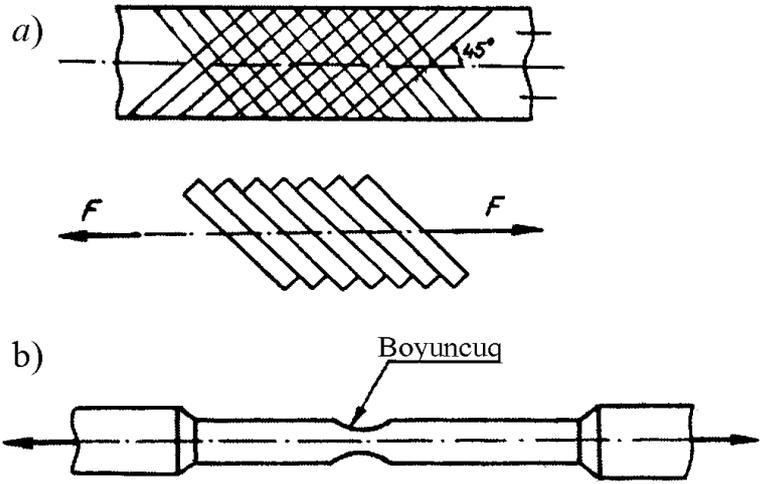
3) $F_{el} \leq F \leq F_{ax}$ -qrafik əyri xətliliyini saxlayır, nümunə qalıcı deformasiyası alır (C nöqtəsi);

4) $F = F_{ax}$ -qrafik üfqi vəziyyət alır, axma halı baş verir, dartıcı (sıxıcı) qüvvəni artırmaq tələb olunmadan əvvəlkinə nisbətən deformasiyanın qiyməti bir neçə dəfə çox artır. Üfqi oxla paralel olan CD ($C'D'$) məntəqəsi axma sahəsi adını daşıyır. Bu halda nümunənin səthində onun həndəsi oxu ilə təxminən 45° bucaq təşkil edən xətlər əmələ gəlir; bunlar *Lyuders-Çernov xətləri* adlanır. Ən böyük toxunan gərginliklər müstəvisində xətlər kristallik sürüşmə nəticəsində mikroskop hamarsızlıqları əks etdirir;

5) $F_{ax} \leq F \leq F_{max}$ (DE məntəqəsi) – materialda yenidən xarici qüvvəyə müqavimət göstərmə qabiliyyəti yaranır. Əyrinin bu məntəqəsi *möhkəmlənmə məntəqəsi* adlanır və onun axırncı E nöqtəsi nümunəyə tətbiq olunan qüvvənin maksimum qiymətinə (F_{max}) uyğun gəlir;



Şəkil 3.4



Şəkil 3.5

6) $F=F_{max}$ – bu halda nümunədə (şəkil 3.5,b) kiçik bir uzunluqda yerli daralma gedir - boyuncuq əmə-lə gəlir. Pardaqlanmış səthin doğuranları əyilir, en kəsiyi sahəsi birdən kiçilir, nümunə dağılır (diaqramın F nöqtəsi). **Diaqramın F nöqtəsinə uyğun gələn qüvvəyə dağıdıcı qüvvə deyilir və $F_{daü}$ ilə işarə edilir.**

Nümunə $F=F_{el}$ qüvvəsi ilə yüklən-dikdə və sonra yükü götürdükdə, yükden azad olunma prosesi praktiki olaraq yüklənmə prosesindəki kimi (diaqramın OB xətti) gedir və nümunədəki deformasiya yox olur. $F>F_{ax}$ olan halda (məsələn, diaqramın K nöqtəsi) nümunənin yükden azad olunması əyri xətlə yox, düz xətt qanunu ilə gedəcəkdir (diaqramda KL xətti).

Nümunənin mütləq uzanması Δl , elastik Δl_{el} və qalıq (plastik) Δl_q uzanmaların cəmindən ibarət olur, yəni

$$\Delta l = \Delta l_{el} + \Delta l_q \quad (3.5)$$

Nümunənin təkrar yüklənməsində diaqramın LK xətti təkrar olunacaqdır. Beləliklə, düz mütənasiblik artır ($KL>DA$), materialda qalıq deformasiya azalır və daha kövərək olur. Sonra dartıcı qüvvəni böyütdükdə diaqramın əyrisi KEF -lə üst-üstə düşür. Beləliklə, axıcılıq sahəsindən sonra materialın bəzi mexaniki xassələri dəyişir. Belə hadisə *özünə təsir* (naklyop) adlanır. Bəzi hallarda ondan işin müsbət halı üçün istifadə edilir: bəzi hallarda isə zərərliidir.

Nümunələrin sıxılmaya sınıanması göstərir ki, əksər bircinsli materiallar üçün bu hadisə dartılmadakına uyğun olaraq baş verir. Bu, əsasən, axma sahəsi müşahidə olunan azkarbonlu polada aiddir. Adətən, sıxılma diaqramı (şəkil 3.4) hündürlüyü en kəsiyi ölçüsündən üç dəfədən çox olmayan nümunənin sıxılmasından alınır ($\frac{l}{d_{min}}=3$). Bununla birlikdə sıxılmada nümunələrin hissələrə

ayrılması müşahidə olunmur. Nümunə əvvəlcə çəlləyə oxşar forma alır və sonra diske çevrilir. Nümunənin bu şəkllə düşməsinə səbəb odur ki, nümunənin dəzgahların tutqacları ilə toxunan səthində sürtünmə qüvvəsi yaranır və onun sərbəst yayılmasına maneçilik törədir. Buna uyğun olaraq gərgin hal biroxlı gərgin hal olmayacaqdır. Bu halda en kəsiyi sahəsi böyüyür, müqavimət artır. Belə sınaq aparma çətin olduğundan, plastik materiallar, adətən,

dartılmaya sınıdır və alınan nəticələr sıxılmaya aid edilir. Nümunə dağılanda (şəkil 3.4) dağılmanın nisbi uzanması δ təyin edilir:

$$\delta = \frac{\Delta l}{l} 100\% \quad (3.6)$$

Dağılmadan sonra nisbi daralma

$$\psi = \frac{\Delta A}{A_0} 100\% \quad (3.7)$$

burada δ və ψ - materialın xarakteristikaları; Δl – yükdən azad edilmədə qalıq mütləq uzanma; l - dağılmadan sonra nümunənin uzunluğu (onu nümunənin sınımış hissələrini birləşdirərək ölçürlər); A_0 - nümunənin deformasiyadan qabaqki en kəsiyi sahəsi; ΔA - nümunənin deformasiyadan qabaqki en kəsiyi sahəsi ilə boyuncuğun en kəsiyi sahəsinin fərqidir. Qiymətləndirmək və materialların müqayisəli mexaniki xarakteristikalarını almaq üçün gərginlik diaqramı qurulur. Onun koordinatları aşağıdakılardır:

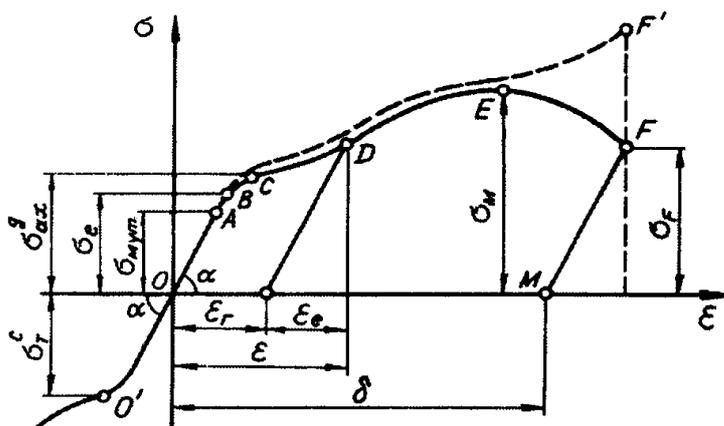
$$\sigma = \frac{F}{A_0}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Burada F və Δl -in qiymətləri dartılma, sıxılma diaqramlarından götürülür (şəkil 3.4). Bu yolla qurulan gərginlik diaqramı şərti diaqram adlanır: σ -ın ifadəsində nümunənin en kəsiyi sahəsi deformasiyadan əvvəlkidir, nümunə yükləndikdə nümunənin en kəsiyi sahəsinin qiyməti dəyişir (dartılmada kiçilir, sıxılmada böyüyür), ε -nın təyində də uyğunsuzluq (xəta) var. Belə də olsa, yenə gərginlik diaqramı qurulur. Şəkil 3.6-da plastik materiallara xas olan gərginlik diaqramı göstərilir. O, formaca dartılma diaqramını (şəkil 3.4) xatırladır, lakin onun miqyası başqadır.

Diaqramda (şəkil 3.6):

$\sigma_{müt} = \frac{F_{müt}}{A_0}$ mütənasiblik həddi – gərginliyin elə qiymətidir ki,

gərginliklə deformasiya arasında düz mütənasib asılılıq saxlanılır.



Şəkil 3.6

$\sigma_{el} = \frac{F_{ax}}{A_0}$ axıcılıq həddi – elə gərginlikdir ki, axma baş verir.

$\sigma_{möh} = \frac{F_{max}}{A_0}$ möhkəmlik həddi (müvəqqəti müqavimət) – nümunəyə

verilən ən böyük yükün nümunənin deformasiyadan əvvəlki en kəsiyi sahəsinə olan nisbətində deyilir.

Gərginlik diaqramından görünür ki, OA hissəsində $tg\alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E$, yaxud dartılmada, sıxılmada boyuna elastiklik modulu qiymətcə OA düz xəttinin absis oxu ilə əmələ gətirdiyi bucağın tangensinə bərabərdir.

Alınan $\sigma_{mut}, \sigma_{möh}, \sigma_{el}, \sigma_{ax}, E, \delta, \psi$ ən vacib mexaniki xarakteristikalarıdır, bunlar hər bir material üçün məlumat kitablarında verilir.

Qeyd edildiyi kimi materialların xarakteristikalarını müqayisə etməyə imkan verdiyinə və geniş istifadə olunmasına baxmayaraq gərginlik diaqramı şərti xarakter daşıyır. Həqiqi gərginlik diaqramlarında ordinat oxu üzərində mövcud haldakı uyğun gərginliklərin qiymətləri qeyd edilir.

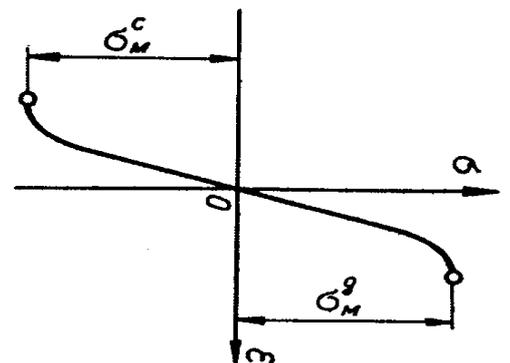
Burada $\sigma = \frac{F}{A_{haqiqi}}$ götürülməlidir. F – ölçmə anına uyğun yük;

A_{haqiqi} - həmin ana uyğun gələn en kəsiyi sahəsidir.

Həqiqi gərginlik diaqramı şəkil 3.6-da sınıq xətlərlə göstərilmişdir. Diaqramlardan görüldüyü kimi, həqiqi və şərti diaqramlarda kəskin fərq gərginlik möhkəmlik həddinə bərabər olanda alınır. Məhz $\sigma = \sigma_{möh}$ olanda nümunədə boyuncuq yaranır, ona görə də σ kəskin artır. Həqiqi diaqramdan, əsasən nəzəri tədqiqatlarda istifadə edilir.

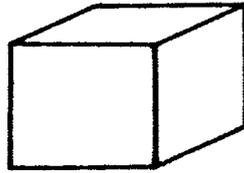
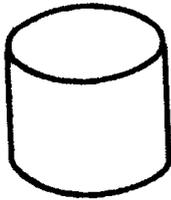
Ə3.4. Çuqunun gərginlik diaqramını kövrək materiallar üçün səciyyəvidir

Kövrək materiallar sıxılmaya nəzərə çarpacaq dərəcədə daha yaxşı

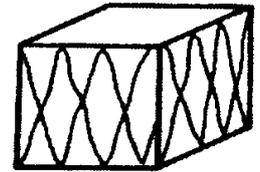
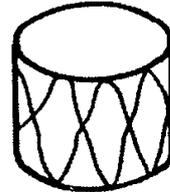


Şəkil 3.7

müqavimət göstərir, nəinki dartılmaya. Çuqun üçün gərginlik diaqramı şəkil 3.7-də göstərilir. Kövrək materialların diaqramlarında düz xətlə ifadə olunan məntəqə olmur, çox böyük olmayan əyrilik olur. Bu göstərir ki, σ gərginliyi ilə ε nisbi deformasiyası arasında düz mütənasib asılılıq yoxdur. Buna baxmayaraq, əyrilik kiçik olmasını nəzərə alaraq, diaqramın əvvəlindəki əyri yeri düz xətlə əvəz edirlər; çünki təcrübi məqsədlərdə buna icazə verilir. Buna görə də E boyuna elastiklik modulu sabit hesab edilir. Diaqramdan (şəkil 3.7) görünür ki, əyridə axıcılıq həddi yoxdur, dartılmada möhkəmlik həddi σ_{moh}^d , sıxılmada möhkəmlik həddi σ_{moh}^s var, özü də $\sigma_{moh}^s > \sigma_{moh}^d$. Ona görə də kövrək materiallardan, əsasən, elə qurğulardan istifadə edilir ki, material sıxılmaya işləsin (daş, beton, kərpic, çuqun və s.).



Şəkil 3.8



Şəkil 3.9

Kövrək materiallar sıxılmaya silindr və kub şəklində nümunələr hazırlanaraq sınıxılır (şəkil 3.8). Silindr şəkilli nümunələr hündür olmur, hündürlüyün diametrə nisbətən $\frac{1}{d} = 3$ olur. Belə nümunələr silindrik şəklini saxlayaraq dağılır. Dağılma oxla təxminən 45° təşkil edən xətlər boyunca gedir (şəkil 3.9).

Bəzi hallarda dəqiq tədqiqatlar aparmaq lazım gəldikdə nümunələrin uc hissələrini konus şəklində hazırlayırlar, onda nümunələrin bütün nöqtələrində biroxlu gərgin hal yaranır. Belə nümunələrin hazırlanması çox zəhmət tələb edir və buna görə az tətbiq olunur.

Ə3.5. Dartılmada, sıxılmada gərginliklə deformasiya arasında əlaqə

Gərginlik diaqramına nəzər salmaq (şəkil 3.6):

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.7)$$

şəklində yazılan OA düz xəttinin tənliyi gərginliklə deformatsiya arasındakı asılılığı göstərir. Bu asılılıq biroxlı dartılmada, sıxılmada Huk qanunu adını almışdır. (3.7) ifadəsindən görünür ki, mütənasiblik həddi daxilində gərginliklə deformatsiya arasında xətti asılılıq mövcuddur.

Huk qanununu başqa cür də ifadə etmək olar. (3.7) ifadəsində belə əvəzetmə aparsaq:

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad \text{alırıq: } \frac{N}{F} = E \frac{\Delta l}{l}, \text{ yaxud}$$

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} = \frac{Nl}{C} \quad (3.8)$$

(3.8) düsturundan

$$C = EA \quad (3.9)$$

burada: C – dartılmada brusun en kəsiyinin sərtliyidir.

(3.8) düsturu brusun mütləq uzanmasını və qısalmasını təyin etməyə imkan verir və ondan geniş istifadə edilir. Boyuna elastiklik modulu: müxtəlif növ konstruksiya poladları üçün $E=(2,2 \div 2,2) \cdot 10^5$ MPa, mis üçün $E=(0,8 \div 1,3) \cdot 10^5$ MPa, çuqun üçün $E=(1,15 \div 1,6) \cdot 10^5$ MPa qəbul edilir.

Ə3.6. Dartılmada, sıxılmada möhkəmliyə və sərtliyə hesabat

Mühəndis konstruksiyalarının elementləri, qurğular, onların möhkəmliyi və sərtliyi təmin olunmuş şəraitdə istismar oluna bilər.

İki əsas hesabat növü mövcuddur: buraxılabilən gərginliyə görə və yükdaşıma qabiliyyətinə görə. Birinci hesabat növü üzərində dayanırıq, ikinci hesabat növü XIII fəsildə veriləcəkdir.

Maşınqayıramada tətbiq olunan buraxılabilən gərginliyə görə hesabat layihə və yoxlama hesabatları ola bilər.

Layihə hesabatı növü. Bu hesabat növündən qurğuları, maşın konstruksiyalarını və onların komponentlərini layihələndirdikdə daha çox istifadə edilir. Belə halda hesabat sxeminin, sistemə təsir edən qüvvənin qiyməti və təsir xarakterinin, konstruksiya

materialının və bir neçə həndəsi ölçülərin məlum olduğu qəbul edilir.

Sistem o vaxt möhkəm hesab edilir ki, onun heç bir nöqtəsində qorxulu hal yaranmasın, yəni o dağılmasın (kövrək materiallarda çatlar əmələ gəlib brusun bir hissəsi o birindən aralanmasın, plastiki materiallarda isə qalıq deformasiya yaranmasın).

Təhlükəli halın yaranmasına uyğun gələn gərginliyə həddi gərginlik deyilir. Onu $\sigma_{\text{црџ}}$ ilə işarə edirik.

Kövrək materiallarda axma sahəsi olmur, ona görə də, materialların dağılmaya başlaması halı qorxulu hal hesab edilir. **Kövrək materiallar üçün möhkəmlik həddi (müvəqqəti müqavimət)** həddi gərginlik hesab edilir, yəni $\sigma_{\text{црџ}} \cong \sigma_{\text{мюи}}$.

Plastik materiallar üçün plastik deformasiya baş verə bilər; lakin maşınqayırmada və digər mühəndis konstruksiyalarının istismarında buna yol verilmir. Plastik materiallar üçün həddi gərginlik dartılmada, sıxılmada *axıcılıq həddi* qəbul edilir, yəni $\sigma_{\text{had}} = \sigma_{\text{ax}}$.

Layihə hesabətında çatışmayan həndəsi ölçüləri *layihə hesabətının şərti* adlanan tənlik əsasında təyin edirlər.

Buraxılabilən normal gərginlik belə hesablanır:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{црџ}}}{[n]} \quad (3.10)$$

Burada $[n] > 1$ – normativ möhkəmlik ehtiyatıdır, onun qiyməti konstruksiya elementlərinin iş şəraitindən asılı olaraq təyin olunur. Ümumiyyətlə, maşınqayırmada onun qiyməti $1,5 \div 2,5$ götürülür. $[n]$ möhkəmliyin *normativ ehtiyat əmsalı* da adlanır.

Layihə hesabətının möhkəmlik şərti belə olacaqdır:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{N}{A} \leq [\sigma], \quad [\sigma] = \frac{\sigma_{\text{ax}}}{[n]}; \quad (3.13)$$

kövrək materiallar üçün

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{N}{A} \leq [\sigma], \quad [\sigma] = \frac{\sigma_{\text{möh}}}{[n]}; \quad (3.14)$$

(3.11) və (3.12) ifadələri əsasında konstruksiya elementlərinin həqiqi həndəsi ölçüləri təyin edilir.

Bu hesabat şərtləri konstruksiya elementlərinin dartılmasına aiddir. Əgər elementlər sıxılırsa (3.11) və (3.12) ifadələrində sağ tərəfdə σ_{ax} və σ_{MIOU} əvəzinə sıxılmada axıcılıq həddi $\sigma_{ax.c}$ və möhkəmlik həddi $\sigma_{\text{MIOU}\phi}$ başa düşülür; birincisi plastik, ikincisi kövrək materiallara aid olur. Möhkəmlik şərtinin sol tərəfində sıxıcı gərginliyin mütləq qiymətə maksimum qiyməti qəbul edilir.

Praktiki olaraq konstruksiyaların, qurğuların və onların elementlərinin müxtəlif iş şəraitinin hamısını almaq mümkün deyildir. Ona görə də, həddi gərginliyin qiymətinin azaldılması vacibdir. Möhkəmlik ehtiyatı ayrı-ayrı sənaye sahələrində müxtəlif olub, konstruksiyanın istismarında praktiki hesabat əsasən müəyyən edilir. Hər bir maşınqayırma sahəsi üçün möhkəmlik ehtiyatının qiyməti tarixi olaraq hazırlanıb yaradılmışdır. Onlar hərdənbir qəbul edilməsi lazım gəldikdə çox böyük qiymət ala bilər. Məsələn, adamları daşıyan qaldırıcı şaxta kabinələri trosunun möhkəmlik ehtiyatı 10 və daha çox qəbul edilir.

Möhkəmlik ehtiyatı əmsalı maşınqayırma və digər sənaye müəssisələri tərəfindən işlənib hazırlanır və müəyyənləşdirilir.

Yoxlama hesabatı. Layihə hesabatı həmişə lazımdır, lakin çox vaxt mümkün olmur. Qurğuların, maşınların konstruksiya edilməsində, yaxud tikintilərin layihələndirilməsində layihə hesabatı daha məsul detallar, elementlər və qovşaqlar üçün aparılır. Onlarla bağlı başqa elementlərin ölçüləri konstruksiyaların, yaxud layihəçilərin intuisiyasına görə qoyulur. Belə detallar üçün *yoxlama* hesabatı aparılır.

Deyilənlərə əsasən, belə bir hesabatın mahiyyətini izah edək: verilən hesabat sxeminə, xarici qüvvələrin təsir xarakterinə və qiymətinə, materiala və bütün hündəsi ölçülərə görə konstruksiyanın qorxulu haldan nə dərəcədə uzaq olmasının müəyyən edilməsi tələb olunur. Hesabatdan əsas məqsəd n möhkəmlik ehtiyatının təyini və $[n]$ buraxıla bilən möhkəmlik ehtiyatı əmsalı ilə müqayisəsidir.

Yoxlama hesabatının şərti aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$n = \frac{\sigma_{\text{щяд}}}{\sigma_{\text{max}}} \geq n \quad (3.13)$$

Layihə hesabatında olduğu kimi, gərginliklərin həddi qiymətləri aşağıdakı kimi götürülür:

$\sigma_{\text{цр}\partial} = \sigma_{ax}$ - plastik materiallar üçün;

$\sigma_{\text{цр}\partial} = \sigma_{m\partial h}$ - kövrək materiallar üçün;

σ_{max} - konstruksiya elementində mütləq qiymətcə ən böyük dartıcı və ən böyük sıxıcı gərginlikdir (əgər material dartılmaya, sıxılmaya eyni müqavimət göstərsə).

Əgər materialın dartılmaya, sıxılmaya müqavimət göstərmə qabiliyyəti müxtəlifdirsə, onda dartılmaya ayrıca möhkəmlik ehtiyatını n_D və sıxılma möhkəmlik ehtiyatını n_s təyin etmək lazımdır. Sistemin möhkəmlik ehtiyatı kimi onlardan böyük olanı qəbul edilir.

Beləliklə,

$$n_D = \frac{\sigma_{\text{цр}\partial}^d}{\sigma_{\text{max}}}, \quad n_s = \frac{\sigma_{\text{цр}\partial}^c}{|\sigma_{\text{min}}|} \quad (3.14)$$

(3.14) ifadəsində σ_{max} , σ_{min} sistemdə uyğun olaraq qiymətcə ən böyük dartıcı və ən böyük (mütləq qiymətcə) sıxıcı gərginliklərdir.

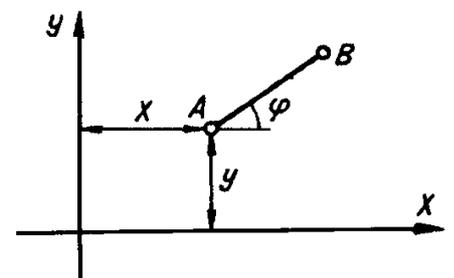
Lazım olan hallarda möhkəmlik hesabları sərtliyə yoxlamaqla tamamlanır. Məsələn, dartılmaya (sıxılmaya) uğrayan brusun deformasiyasına uyğun gələn sərtlik şərti $\delta_{\text{max}} \geq [\delta]$ olacaqdır; burada δ_{max} brusun, milin kəsiyinin (qovşağının) ən böyük mütləq yerdəyişməsidir, yaxud verilmiş kəsiyin (qovşağın) yerdəyişməsidir.

$[\delta]$ - istismar, yaxud başqa xarakterli tələblərə görə təsdiq olunan buraxılabilən yerdəyişmədir.

Ə3.7. Statiki həll olunan və həll olunmayan sistemlər

Vaxta görə bir-birindən asılı olmayaraq dəyişən həndəsi parametrlərin sayını *cismın sərbəstlik dərəcəsi* adlandırırıq. Müstəvidə hərəkət edən nöqtənin vəziyyəti həmin müstəvidə yerləşən ixtiyari koordinat sisteminə nisbətən asılı olmayan x və y koordinatları ilə xarakterizə olunur.

Müstəvidə müstəvi fiqurun vəziyyəti, məsələn AB düz xətti (şəkil 3.10) üç asılı olmayan koordinatlarla – x və y (AB xəttinin hər hansı bir nöqtəsinin



Şəkil 3.10

koordinatları) və maillik bucağı φ ilə təyin edilir.

Cismin və yaxud cisimlər sistemi-nin sərbəstlik dərəcəsini hər hansı bir yolla məhdudlaşdırılıb, asılı olmayan dəyişən koordinatları azaltmaq olar. Bir sərbəstlik dərəcəsini yox edən tərtibat *kinematik əlaqə*, yaxud sadəcə olaraq *əlaqə* adını almışdır. Bir neçə sərbəstlik dərəcəsini yox edən tərtibata, uyğun olaraq əlaqələrin sayı kimi baxılır. İkinci fəsilə belə tərtibatlara baxılmışdır.

Şəkil 2.2,c-də tirin şaquli istiqamətdə hərəkətinə maneçilik törədən diyircəkli dayaq, şəkil 2.2,b-də tirə iki əlaqə qoyan və iki sərbəstlik dərəcəsini yox edən oynaqlı tərpanməz dayaq, nəhayət, şəkil 2.2,a-da çertyoj müstəvisində tirin üfiqi, şaquli və bucaq deformasiyasına imkan verməyən sərt bərkidilmiş dayaq göstərilmişdir. Sonuncu dayaq üç sərbəstlik dərəcəsini yox edir (tirə üç əlaqə qoyur).

Düz oxlu millərdən təşkil olunan və millərin eninə kəsişməsində qovşaqları yüklənən sistemə *ferma* deyilir. Belə üsulla yüklənən sistemlərdə yalnız normal qüvvə N yaranır və millər dartılmaya-sıxılmaya məruz qalır. Bu halda kəsici qüvvə və əyici moment yaranmır. Elastiki sistem o vaxt həndəsi dəyişməyən olacaqdır ki, ona qoyulan əlaqələrin sayı sərbəstlik dərəcəsinin sayına bərabər olsun. Əgər sistem müstəvi elastiki sistemdirsə, onda ona üç əlaqə qoyulmalıdır. Bu əlaqələrlə qüvvələr yaranır, onları üç statika tənliyinin vasitəsilə təyin etmək olar.

Bütün elementlərindəki qüvvələri yalnız statika tənlikləri ilə təyin olunan sistemlərə *statiki həll olunan sistemlər* deyilir.

Əgər elastiki sistemin istənilən kəsiyində daxili qüvvələrin əvəzləyicisini yalnız statika tənlikləri ilə təyin etmək mümkün deyilsə, əlavə tənliklər tələb olunarsa, belə sistemlərə *statiki həll olunmayan sistemlər* deyilir.

Məchul qüvvələrin sayı ilə sistem üçün yazılması mümkün olan müvazinət tənliklərinin sayının fərqi *statiki həll olunmazlıq dərəcəsi* deyilir. Statiki həll olunmazlıq dərəcəsi asılı olaraq bir dəfə, iki dəfə və s. statiki həll olunmayan sistemlər olur. Çatışmayan tənliklərin sayı sistemin statiki həll olunmazlıq dərəcəsinə bərabər olur. Sistemin statiki həll olunmamasının açılması və həlli aşağıdakı ardıcılıqla yerinə yetirilir:

1) Statiki həll olunmazlıq dərəcəsi K təyin edilir. Bunun üçün kəsmə üsulundan istifadə edilir – sistemin bir hissəsi kəsilir (xəyalən); oraya kinematik əlaqələrə görə məchul qüvvələr daxil edilir; onun müvazinət halına baxılır; asılı olmayan statika tənliklərinin sayı təyin edilir; alınan tənliklər istifadə edilir (IX fəsildə sistemlərin statiki həll olunmazlıq dərəcəsinin təyin olunması yolu veriləcəkdir). Şərhlənən bənddə ifadə olunan araşdırmaya məsələnin *statiki xüsusiyyətliliyi* deyilir.

2) Sistemə deformasiya olunmuş halda baxılır, sistemin elementlərindəki mütləq boyuna uzanmalar (qısalmalar) arasındakı analitik asılılıqlar tərtib edilir. Bu asılılıqlara *deformasiyanın (yerdəyişmənin) birgəlik tənlikləri* deyilir.

Belə tənliklərin sayı məsələnin statiki həll olunmazlıq dərəcəsinə (K) bərabər olmalıdır. Bu ikinci bəndə görə şərhlənənə sistemə hündəsi xüsusiyyəti deyilir.

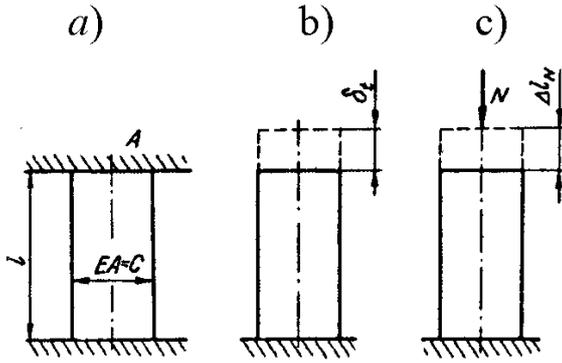
3) Deformasiyanın birgəlik tənlikləri Huk qanununa əsasən qüvvələrdən, uzunluqdan və en kəsiyin sərtliyindən asılı olaraq yazılır. Belə tənliklərə *fiziki formada olan tənliklər* deyilir.

4) 1 və 3 bəndlərdəki tənlikləri birgə həll edərək sistemin millərindəki qüvvələri, dayaq reaksiyalarını təyin edir, möhkəmlik, yaxud yoxlama hesabətini aparırlar. Bu sintez adlanır.

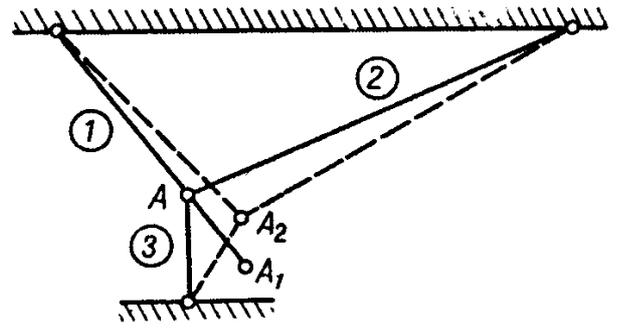
Bu fəsildə sonralar statiki həll olunmayan sistemin statiki həll olunan sistem halına gətirilməsi (həlli) yolları veriləcəkdir.

Ə3.8. Temperaturun və hazırlanmada qeyri-dəqiqliyin təsirinin nəzərə alınması

Tutaq ki, uzunluğu l , en kəşik sahəsi A olan polad mil (şəkil 3.11) hərəkətsiz A və B dayaqları arasında hər iki ucundan sərt bərkidilmişdir. İstismar şəraitində milin temperaturu Δt qədər artır. Kəsiyin sərtliyini $C=EA$ qəbul edərək, mildə yaranan normal qüvvəni və normal gərginliyi təyin edək. Burada E boyuna elastiklik moduludur. Milin materialı üçün xətti genişlənmə əmsalı α -dır.



Şəkil 3.11



Şəkil 3.12

Həll etmək üçün fərz edirik ki, milin aşağı ucu B dayağına söykənir, A ucu isə sərbəstdir. Bu halda mil qızdırıldıqda yuxarıdakı A kəsiyi δ_t qiyməti qədər yerini dəyişəcəkdir (şəkil 3.11,b). Məsələnin şərtinə əsasən yuxarı kəsikdə dayaq var, A kəsiyi yerdəyişmə almır, ona görə də, milə elə N qüvvəsi tətbiq etmək lazımdır ki, mil Δl_N boyuna qısalma alsın (şəkil 3.11,c), yəni

$$\Delta l_N = \delta_A \quad (a)$$

Huk qanununa əsasən və milin A kəsiyinin yerdəyişməsi $\delta_a = \delta_t = \alpha \Delta t l$ olduğunu nəzərə alaraq, yazarıq:

$$\frac{Nl}{C} = \alpha \cdot \Delta t \cdot l,$$

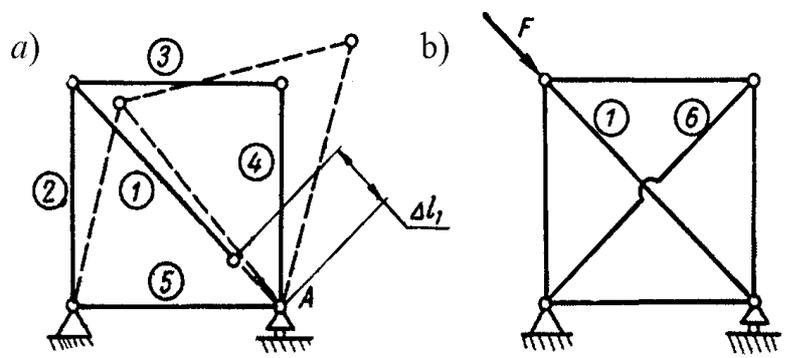
Yaxud temperatur dəyişməsindən yaranan qüvvə $N = \text{const}$.

$C = EA$ olduğunu nəzərə alaraq, temperatur təsirindən yaranan maksimum gərginliyi təyin edək:

$$\sigma = \frac{N}{A} = E\alpha \cdot \Delta t \quad (3.15)$$

Göstərek ki, millərdən təşkil olunan statiki həll olunmayan sistemdə (şəkil 3.12) millərdən birini (ikisini, yaxud hamısını) qızdırdıqda, temperatur qüvvəsi, eləcə də uyğun olaraq gərginlik əmələ gəlir. Fərz edək ki, 1,2 və 3 milləri A qovşağında birləşdirilib, onlar əvvəlcə qızdırılmayıb, onlarda qüvvə yoxdur. Sonra qızdıraq və məsələn, birinci mili açaq. Bu mil $\Delta l_t = \alpha \Delta t l$ temperatur uzanması alacaq, birinci milin A kəsiyi A_1 vəziyyətini alacaq.

Millərin hamısı sıxıldıqda birinci milin A_1 nöqtəsi A qovşağı ilə üst-üstə düşər. Bunun nəticəsində millərdə qüvvələr yaranar. Beləliklə, statiki həll olunmayan sistemlərdə temperaturun təsiri sistemin elementlərində temperatur qüvvəsi və gərginliyi yaradır.



Şəkil 3.13

Ayrı-ayrı elementlərin hazırlanmasında həqiqi ölçülərin hesabat ölçülərindən fərqli olması halları mümkündür.

Statiki həll olunan və olunmayan millər sistemində elementlərin dəqiq hazırlan-mamasının necə təsir etdiyini misalla izah edək. Şəkil 3.13,a-da bütöv xətlərlə statiki həll olunmayan sistemin vəziyyəti göstərilir, 2,3,4 və 5 elementlərinin uzunluqları hesabat uzunluğuna uyğun gəlir. Birinci milin uzunluğu Δl_1 qədər qısa hazırlanmışdır. Onu A qovşağında birləşdirmək üçün sistem çətinlik olmadan yeni vəziyyət alacaq (şəkildə qırıq xətlərlə göstərilir) və paraleloqrama çevriləcəkdir. Bu halda millərdə qüvvə yaranmır. Əgər bu əməliyyatı statiki həll olunmayan sistemdə (şəkil 3.13,b) təkrar etsək, tamamilə görünür ki, birinci mili A qovşağına yaxınlaşdırmaq üçün sistemə F qüvvəsini tətbiq etmək tələb edilir.

1-ci mili A qovşağı ilə birləşdirdikdən sonra fermanı F qüvvəsindən azad etsək, 1 və 6 çəp millərdə dartıcı, qalanlarında isə sıxıcı qüvvələr yaranır. Bu halda konstruksiya elementlərində «quraşdırma (yerli) gərginliyi yaranır» deyilir.

Statiki həll olunmayan sistemlərə xas olan xüsusiyyətləri qeyd edək; bu xüsusiyyətlər statiki həll olunan sistemlərdə olmur:

1. Əvvəlki hala nisbətən temperatur dəyişdikdə elementlərdə dartıcı, yaxud sıxıcı qüvvə yaranır (temperatur gərginliyi yaranır);

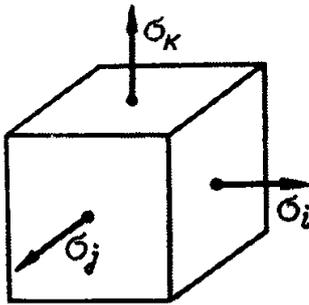
2. Elementlərin ölçüləri hesabat ölçülərindən kənara çıxdıqda xarici qüvvələrin təsiri olmadan statiki həll olunmayan sistemin elementlərində dartıcı (sıxıcı) ox qüvvəsi yaranır. Bu quraşdırma gərginliyini yaradır;

3. Statiki həll olunmayan sistemin elementlərində yaranan qüvvə en kəsiyin sərtliyinin qiymətindən və konstruksiyanın ayrı-ayrı elementlərinin sərtliklərinin nisbətindən aslı olur;

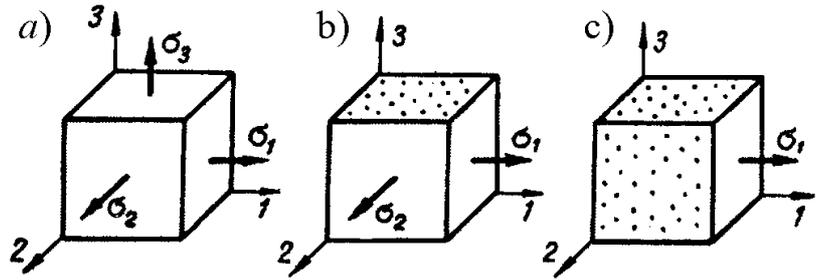
4. Statiki həll olunmayan sistemlər təkə statika tənlikləri vasitəsilə həll olunmur, yerdəyişmənin (deformasiyanın) *birgəlik tənlikləri* adlanan əlavə tənliklər də yazılmalıdır və statika tənlikləri ilə yerdəyişmə tənlikləri birlikdə həll olunmalıdır.

Ə3.9. Gərgin halın növləri. İkioxlu və üçoxlu gərgin hallarda deformasiya və gərginliklər arasında əlaqə

Brusdan kəsilib çıxarılan elementin (şəkil 3.14) üz tərəflərində $\sigma_i, \sigma_j, \sigma_k$ normal gərginlikləri təsir edir. Toxunan gərginliklər sıfıra bərabərdir. Bu normal gərginliklər yaranan sahələrə *baş sahələr*, gərginliklərə *baş normal gərginliklər* deyilir. Normal gərginliklər $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ilə işarə olunur (şəkil



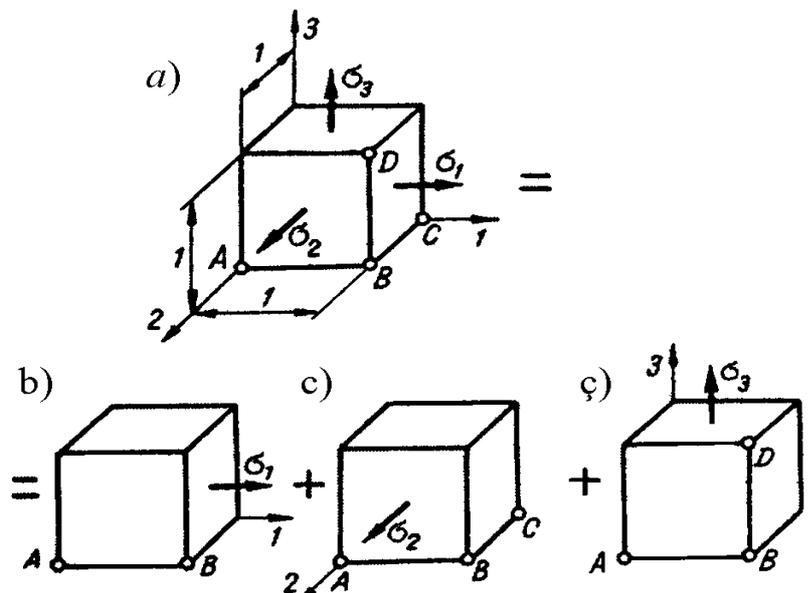
Şəkil 3.14



Şəkil 3.15

3.15,a) və cəbri mənada $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ bərabərsizliyi ilə əlaqələndirilir; məsələn, $100 > -200 > -500$. Gərgin hal üçoxlu (həcmi) (şəkil

3.15,a), ikioxlu (müstəvi) (şəkil 3.15,b) və birqoxlu (xətti) (şəkil 3.15,c) gərgin hallara ayrılır. Həcmi gərgin halda gərginliklə deformasiya arasında əlaqə yaradaq. Üz tərəflərində $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ baş gərginlikləri təsir



Şəkil 3.16

edən elementi (şəkil 3.16,a) biroxlu gərgin halda olan üç element kimi təqdim edək (şəkil 3.16,b, c,ç). Tillərin uzunluğunu vahid qəbul edirik. AB tilinin $\varepsilon_{AB} = \varepsilon$ nisbi uzanması $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ gərginlikləri eyni vaxtda təsir etdikdə, qüvvələr təsirinin asılı olmaması prinsipinə görə 1 mil istiqamətində elementlərinin deformasiyasının cəbri cəminə bərabərdir, yəni:

$$\varepsilon_{AB} = \varepsilon'_{AB} + \varepsilon''_{AB} + \varepsilon'''_{AB}.$$

Nəzərə alsaq ki, AB tilinin başlanğıc uzunluğu $l_{AB}=1$.

$$\varepsilon_{AB} = \frac{\Delta l_{AB}}{l_{AB}} = \Delta l_{AB}.$$

AB tilinin uzanmasını təyin edək. (3.7) Huk qanununa əsasən biroxlu gərgin hal üçün $\varepsilon'_{AB} = \frac{\sigma_1}{E}$. Puasson əmsalını nəzərə almaqla

$$\varepsilon''_{AB} = -\mu \cdot \varepsilon''_{BC} = -\mu \frac{\sigma_2}{E},$$

$$\varepsilon'''_{AB} = -\mu \cdot \varepsilon'''_{BD} = -\mu \frac{\sigma_3}{E}.$$

İkinci və üçüncü sxemlərdə yükləmə işarəsi «mənfi» olacaq, ona görə ki, AB tili eninə olur və ölçüsü azalır.

Uyğun olaraq 2-ci və 3-cü baş gərginliklərə görə deformasiyaları cəmləyib alırıq:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)),$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)), \quad (3.16)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}(\sigma_3 - \mu(\sigma_2 + \sigma_1)).$$

Bu ifadə üçoxlu gərgin halda *Huk qanunu*, yaxud ümumiləşmiş *Huk qanunu* adlanır. Bu halda $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ -lər əgər onlar dartıcıdırsa müsbət, sıxıcıdırsa mənfi işarəsi qoyulur.

Ümumiləşmiş Huk qanunu gərginliklə deformasiya arasında əlaqə yaradır və belə ifadə edilir: **mütənasiblik həddi daxilində gərginlik və deformasiyalar arasında xətti asılılıq mövcuddur.**

(3.16) ifadəsindən xüsusi halda ikioxlu yükləmədə Huk qanununu alırıq ($\sigma_3=0$):

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_2),$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \mu\sigma_1),$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}[-\mu(\sigma_1 + \sigma_2)].$$

və bixoxlu gərgin halda ($\sigma_2 = \sigma_3 = 0$) Huk qanunu belə olur:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}.$$

Ə3.10. Məsələlərin praktiki üsullarla həllinə dair nümunələr

Məsələ 3.1. F_i qüvvələri ilə yüklənən polad brusun (şəkil 3.17) en kəsiyi sahələrinin ölçülərini seçməli: $F=600$ kN, brusun məntəqələrinin uzunluğu $a=1$ m, axma həddi $\sigma_{ax} = \sigma_{ax.c} = 300$ MPa, normativ möhkəmlik ehtiyatı $[n] = 2$. L kəsiyinin yerdəyişməsi brusun iş şəraitinə uyğun tələbi ödəməlidir.

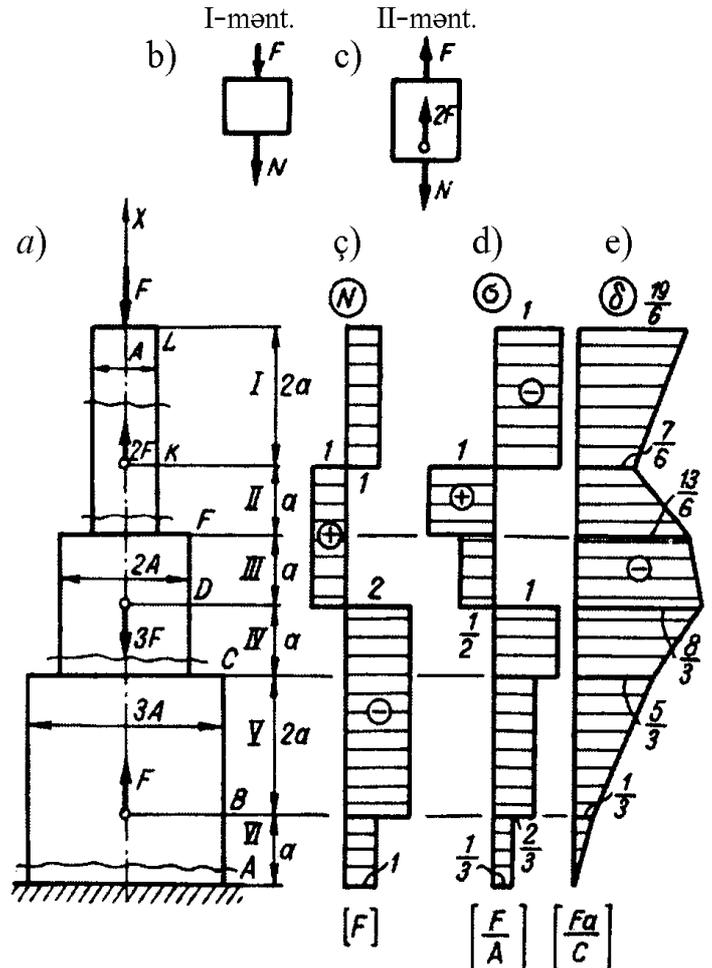
Həlli. 1. (3.11) ifadəsinə əsasən

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_{ax}}{[n]} \quad (a)$$

Buradan görünür ki, axtarılan en kəsiyin sahəsini təyin etmək üçün brusun en kəsiyindəki maksimum gərginliyi təyin etmək lazımdır.

2. Kəsmə üsulundan istifadə edərək N qüvvə epürünü qururuq. Brusu I, II, ..., VI məntəqələrə ayırırıq.

I məntəqə. Məntəqə daxilində brusu kəşib aşağı hissəni atırıq, kəsiyə kəsikdən yönələn (xarici



Şəkil 3.17

normala tərəf) müsbət normal qüvvə tətbiq edirik, müvazinətləşdiririk (şəkil 3.17,b) alırıq: $N=-F$. İşarəni mexaniki olaraq alırıq. Bu onu göstərir ki, məntəqə daxilində qüvvə sıxıcıdır, normal qüvvə epürünü qururuq (şəkil 3.17,c).

II, III məntəqələr. Brusun yuxarı hissəsini (şəkil 3.17,ç) müvazinətləşdiririk. Təyin edirik: $N=-F+2F=F$ qüvvə dartıcıdır.

IV, V məntəqələr. Əvvəlkilərə uyğun kəsmə üsulundan istifadə edirik. Ancaq bu halda kəsiyi brusun uyğun məntəqələrində aparırıq (şəkil 3.17,a) və hər dəfə brusun hissəsinə sərbəst ucu tərəfdən baxırıq:

$$N = -F + 2F - 3F = -2F.$$

VI məntəqə. $N = -F + 2F - 3F + F = -F$. Epür bazis xəttinə paralel olan xətlərlə təsvir olunur.

3. Normal gərginlik epürünü quraraq ən böyük gərginliyi təyin edirik.

(3.3) ifadəsinə əsasən $\sigma = \frac{N}{A}$ məntəqələrdəki normal gərginliklərin qiymətlərini təyin edirik:

$$\begin{aligned} \sigma_I &= \frac{N_I}{A_I} = -\frac{F}{A}; & \sigma_{II} &= \frac{F}{A}; \\ \sigma_{III} &= \frac{F}{2A}; & \sigma_{IV} &= -\frac{F}{A}; \\ \sigma_V &= -\frac{2F}{3A}; & \sigma_{VI} &= -\frac{F}{3A}. \end{aligned}$$

Normal gərginliyin epürü təsvir olunur (şəkil 3.14, e).

Nəzərə alsaq ki, $\sigma_{ax} = \sigma_{ax,c}$ ən böyük normal gərginlik birinci və ikinci məntəqə daxilində olacaqdır.

4. (a) ifadəsindən istifadə edirik:

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{N}{A} \leq \frac{\sigma_{ax}}{n} \\ F &\geq \frac{F \cdot n}{\sigma_{ax}} = \frac{6 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^4}{300 \cdot 10^6} = 40 \text{cm}^2. \end{aligned}$$

5. Yerdəyişmə (δ) epürünü qururuq. Brusun oxu istiqamətində en kəsiklərin dəyişmə vəziyyətini göstərən qrafikə *yardəyişmə epürü* deyilir.

A k ə s i y i. 3.17,a şəklindən görünür ki, sərt bərkidildiği üçün A kəsiyi yerini dəyişmir, ona görə də $\delta_A=0$ qiyməti qədər

yerdəyişmə alır. Burada δ_A , $\delta_{B/A}$ – A kəsiyinin əvvəlki yerdəyişməsidir.

B k ə s i y i. B kəsiyi şaquli istiqamətdə $\delta_B = \delta_A + \delta_{B/A}$. B kəsiyinin A kəsiyinə nisbətən yerləyişməsidir. Görünür ki, onun qiyməti brusun məntəqəsinin B və A kəsikləri arasındakı mütləq eninə uzanmanın (qısalmanın) qiymətinə bərabərdir:

$$\delta_B = \delta_A + \delta_{B/A} = 0 + \Delta l_{VI} = -\frac{F \cdot a}{3C}.$$

Yerdəyişmə ordinatlarının qiymətini brusun A və B kəsiklərinə uyğun qeyd edirik. Bu halda yerdəyişmənin işarə qaydasını belə şərtləşdiririk: brusun oxunun istiqaməti seçilir (bizim halda x oxu yuxarıya yönəlib); kəsiyin yerdəyişməsinin istiqaməti x oxunun istiqaməti ilə müqayisə edilir. Əgər yerdəyişmə oxun istiqaməti ilə üst-üstə düşürsə, onun işarəsi müsbət hesab edilir və əksinə mənfi.

VI məntəqədə normal qüvvə mənfidir, yəni məntəqə sıxılma deformasiyasına məruz qalır; Bu isə o halda müşahidə olunur ki, B kəsiyi aşağıya tərəf yerini dəyişsin (x oxunun əksi istiqamətdə).

$\delta_B = -\frac{F \cdot a}{3C}$ ordinatı bazis xəttinə perpendikulyar qoyulur (şəkil 3.17,ə).

Brusun başqa kəsiklərinin yerdəyişmələri də izah olunan qaydada təyin edilir:

$$\text{C k ə s i y i: } \delta_C = \delta_B + \delta_{C/B} = \delta_B + \Delta l_V = -\frac{F \cdot a}{3C} + \frac{-2F \cdot 2a}{3C} = -\frac{5Fa}{3C},$$

$$\text{D k ə s i y i: } \delta_D = \delta_C + \delta_{D/C} = \delta_C + \Delta l_{IV} = -\frac{5F \cdot a}{3C} + \frac{-2F \cdot a}{2C} = -\frac{8Fa}{3C},$$

$$\text{F k ə s i y i: } \delta_F = -\frac{8F \cdot a}{3C} + \frac{F \cdot a}{2C} = \frac{13Fa}{6C},$$

$$\text{K k ə s i y i: } \delta_K = -\frac{13Fa}{6C} + \frac{F \cdot a}{C} = -\frac{7Fa}{6C},$$

$$\text{L k ə s i y i: } \delta_L = -7F \frac{a}{6C} + \frac{-F \cdot a}{C} = -\frac{19Fa}{6C}.$$

6. $\delta_L < 0,25$ sm şərtinə əməl olunmasını yoxlayaq:

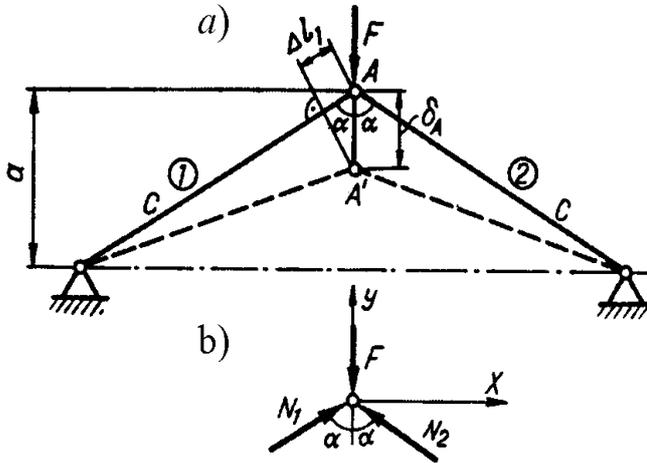
$$\delta_L = \frac{19Fa}{6C} = \frac{19 \cdot 600 \cdot 10^3 \cdot 10^2 \cdot 10^4}{6 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 40} = \frac{19}{80} \approx 0,24 \text{ cm}.$$

Şərt ödənilir: L kəsiyinin yerdəyişməsi $\delta_L=0,24\text{sm}$ buraxıla bilən yerdəyişmədən kiçikdir. Brus hər iki şərti: möhkəmlik və sərtlik şərtlərini ödəyir.

Məsələ 3.2. Millərdən təşkil olunan sistemin A qovşağının (şəkil 3.18) şaquli istiqamətindəki δ_A yerdəyişməsini təyin etməli.

$F=120\text{kN}$, $a=2\text{m}$, $\alpha=60^\circ$,
 $A=5\text{sm}^2$, materialı polad 3
 $(E=2\cdot 10^5\text{MPa})$.

Həlli. Kəsmə üsulundan istifadə edək: A qovşağını kəsib ayıraq (şəkil 3.18,b), millər istiqamətində N_1 və N_2 qüvvələrini tətbiq edək. Müvazinət tənliklərinə əsasən



Şəkil 3.18

$$\sum X = 0; N_1 \cdot \sin \alpha - N_2 \cdot \sin \alpha = 0; N_1 = N_2.$$

$$\sum Y = 0; 2N_1 \cdot \cos \alpha - F = 0; N_1 = N_2 = \frac{F}{2 \cdot \cos \alpha}.$$

2. A qovşağının şaquli yer-dəyişməsini aşağıdakı ifadələrdən təyin edirik:

$$\delta_A = \frac{\Delta l_1}{\cos \alpha}, \Delta l_1 = \frac{N_1 a_1}{C_1} = \frac{F a}{2 \cos^2 \alpha \cdot EA},$$

yaxud

$$\delta_A = \frac{F \cdot a}{2EA \cos^3 \alpha} = \frac{120 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot (0,5)^3} \approx 0,96\text{mm}$$

Deformasiyanın həndəsi ölçülərə nisbətən kiçik olması fərziyyəsinə əsasən α bucağı deformasiyadan əvvəl və sonra eyni qəbul edilir, Δl isə təqribi təyin edilir; A nöqtəindən 1-ci milə perpendikulyar çəkilir.

Məsələ 3.3. Deformasiya olunmayan ($C=\infty$) 1 brusu sərtliyi $C=EA$ olan 2 maili milə bərkidilir. Brusa tətbiq olunan F yükü şaquli istiqamətdə yerini dəyişir. Qüvvənin vəziyyətini müəyyən edən x absisinin hansı qiymətində milə N qüvvəsinin maksimum qiymət alacağını təyin etməli.

Həlli. Kəsmə üsuluna əsasən (şəkil 3.19,b)

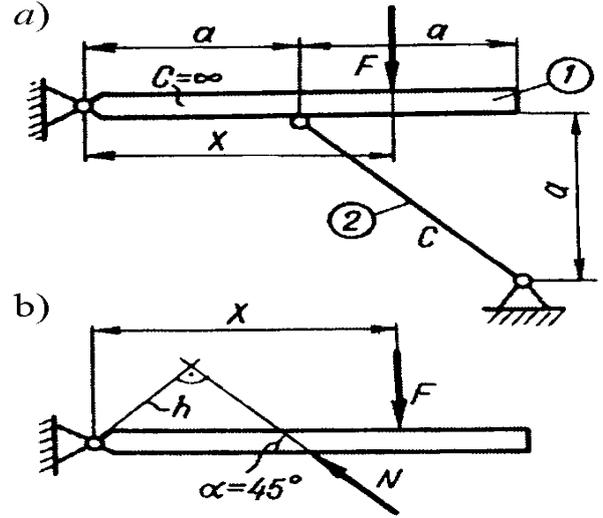
$$\sum M_A = 0; N \cdot h - F \cdot x = 0;$$

$$N \frac{a}{\sqrt{2}} - F \cdot x = 0.$$

yaxud

$$N = \frac{\sqrt{2} \cdot F}{a} x.$$

Normal qüvvə x-dən asılıdır, ona görə də:



Şəkil 3.19

$$N|_{x=2a} = N_{\max}; N_{\max} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot F.$$

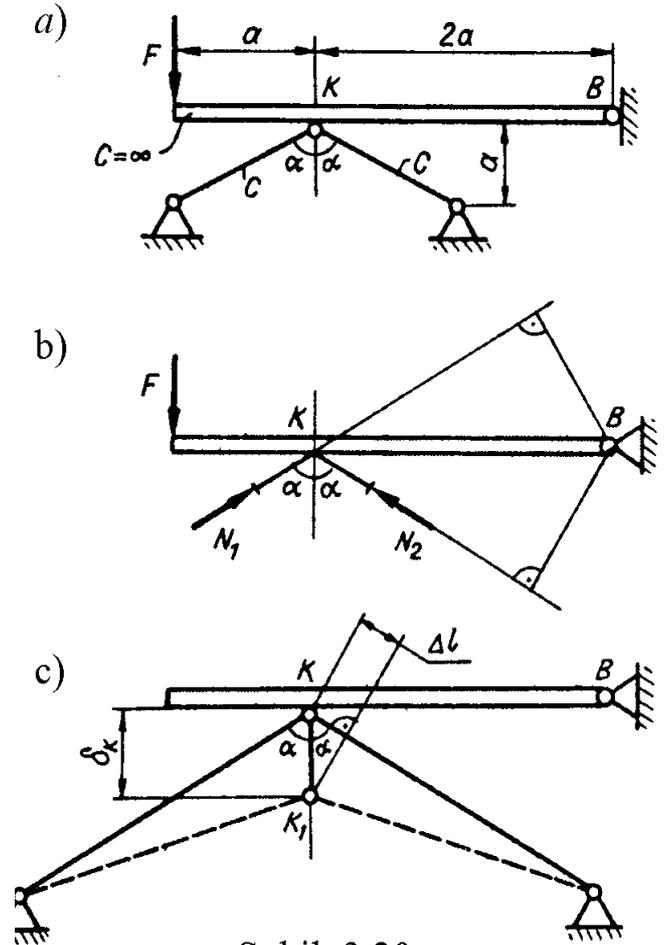
Məsələ 3.4. $F=120\text{kN}$ qüvvəsi ilə yüklənən tiri (şəkil 3.20, a) saxlayan 1 və 2 polad millərinin n möhkəmlik ehtiyatını və K qovşağının şaquli yerdəyişməsini təyin etməli.

$\alpha=30^\circ$, millərin en kəsiyi sahələri $F_1=F_2=F=7,5\text{sm}^2$, $a=1,2\text{m}$, axma həddi $\sigma_{ax}=320\text{MPa}$, poladın boyna elastiklik modulu $E=2,105\text{MPa}$.

Həlli. 1. Qüvvə sxemini yaradırıq. 1 və 2 millərini kəsirik, atılmış hissələrin təsirini $N_1=N_2=N$ (qüvvələr simmetrik olduğundan onlar bərabərdir) qüvvələri ilə əvəz edirik, müvazinət tənliklərindən istifadə edirik:

$$\sum M_B = 0;$$

$$2N \cdot \cos \alpha \cdot 2a - F \cdot 3a = 0,$$



Şəkil 3.20

$$N = \frac{3F}{4 \cos \alpha} = \frac{3 \cdot 120 \cdot 10^3}{4 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}} = 106 \text{ kN}.$$

2. Möhkəmlik ehtiyatı

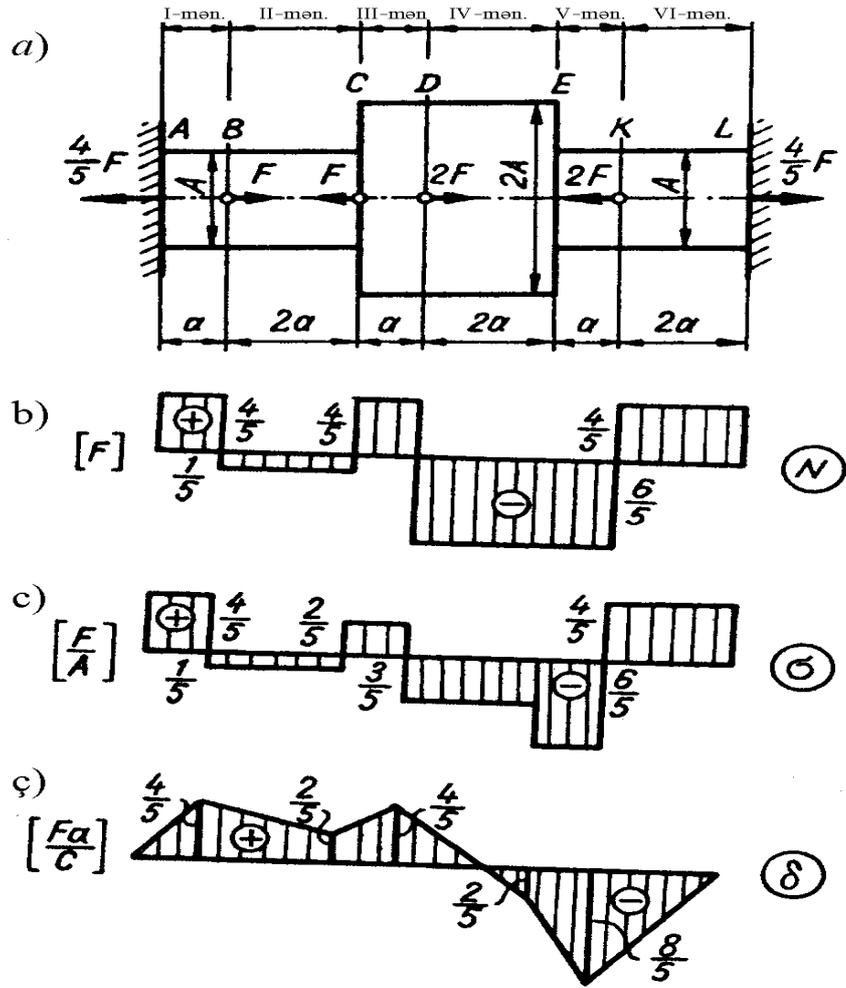
$$n = \frac{\sigma_{ax}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{ax}}{\frac{N}{A}} = \frac{4\sigma_{ax}F \cos \alpha}{3F} =$$

$$= \frac{4 \cdot 320 \cdot 10^6 \cdot 7,5 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot 120 \cdot 10^3 \cdot 2} = 2,3.$$

3. K qovşağı şaquli istiqamətdə yerini dəyişir (şəkil 3.20, c).

$$\delta_K = \frac{\Delta l}{\cos \alpha} = \frac{Nl}{EA \cdot \cos \alpha} = \frac{3Fa}{4EA \cdot \cos^2 \alpha} = \frac{3 \cdot 120 \cdot 10^3 \cdot 1,2 \cdot 2^3 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 7,5 \cdot 10^{-4} \cdot (\sqrt{3})^3} = 4,6 \text{ mm} = 0,46 \text{ sm}.$$

Məsələ 3.5 Hər iki ucu sərt bərkidilən və $F=250 \text{ kN}$ qüvvəsi ilə yüklənən bürünc brusun (şəkil 3.21) en kəsiyinin A sahəsini təyin etməli, həmçinin B və K kəsiklərinin qarşılıqlı ferdəyişməsini təyin etməli. Bürüncün mexaniki xassələri $\sigma_{ax,d} = \sigma_{ax,c} = 150 \text{ MPa}$ $E = 1 \cdot 10^5$, möhkəmlik ehtiyatı $n=2$, uzunluğu $a=1 \text{ m}$ -dir.



Şəkil 3.21

Həlli. 1. Sistemin statiki həll olunmazlıq dərəcəsini təyin edirik. A və L dayaqlarında xarici qüvvələrin təsirindən R_A və R_L reaksiyaları yaranır. Onların təxmini seçilmiş istiqamətləri (şəkil 3.31,a) göstərilmişdir.

Brus müvazinətdədir. Ona görə də $\sum X = 0, R_A = R_L$ (xarici qüvvələr qarşılıqlı yox olur).

Başqa müvazinət tənliklərindən istifadə oluna bilməz, çünki bir düz xətti boyunca yönələn qüvvələr sistemi üçün bir müvazinət tənliyi var; məchulların sayı ikidir, statika tənliyi isə bir – sistem bir dəfə statiki həll olunmayandır.

2. Sistemin statiki həllolunmamazlığını aradan qaldırırıq, yeni yerdəyişmənin birgəlik şərtini tərtib edirik.

L kəsiyinin yerdəyişməsi

$$\delta_{A/L} = 0.$$

Elə bu, əlavə tənlikdir.

Kəsiyin yerdəyişməsi bərabərdir:

$$\delta_{A/L} = \sum_I^{VI} \Delta l_i = 0.$$

Mütləq boyuna uzanmanı (qısalmanı) təyin etmək üçün Huk qanunundan istifadə edirik:

$$\frac{R_A \cdot a}{C} + \frac{(R_A - F)2a}{C} + \frac{R_A \cdot a}{2C} + \frac{(R_A - 2F)2a}{2C} + \frac{R_A \cdot 2a}{C} = 0.$$

Buradan $R_A = R_L = \frac{4}{5}F$. İşarənin (+) olması göstərir ki, reaksiyaların istiqaməti düzgün seçilmişdir.

3. N normal qüvvə epürünü qururuq. Sol ucdan başlayaraq məntəqələrdə qüvvələri kəsmə üsulu ilə təyin edirik. I məntəqə $N = \frac{4}{5}F$; II məntəqə $N = \frac{4}{5}F - F = -\frac{F}{5}$; III məntəqə $N = \frac{4}{5}F - F + F = \frac{4}{5}F$; IV və V məntəqələr $N = \frac{4}{5}F - 2F = -\frac{6}{5}F$; VI məntəqə $N = -\frac{6}{5}F + 2F = \frac{4}{5}F$. N – epürü şəkil 3.21, b-də təsvir edilir.

4. Normal gərginlik epürünü (şəkil 3.21, c) qururuq.

Aşağıdakı ifadələrdən istifadə etməklə məntəqələrdə gərginliklərin qiymətlərini təyin edirik:

$$\sigma = \frac{N}{A}; \quad \sigma_I = \frac{4F}{5A}; \quad \sigma_{II} = -\frac{F}{5A}; \quad \sigma_{III} = \frac{2F}{5A};$$

$$\sigma_{IV} = -\frac{3F}{5A}; \quad \sigma_V = \frac{-6F}{5A}; \quad \sigma_{VI} = \frac{4F}{5A}.$$

Təhlükəli məntəqə V məntəqə olacaqdır.

5. Layihə hesabı şərtindən istifadə edərək brusun axtarılan en kəsiyinin qiymətini təyin edirik:

$$\sigma_{\max} = \frac{6F}{5A} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_{ax}}{n},$$

$$A = \frac{6F \cdot n}{5 \cdot \sigma_{ax}} = \frac{6 \cdot 250 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^4}{5 \cdot 150 \cdot 10^6} \cong 42 \text{ cm}^2.$$

6. δ yerdəyişmələri epürünə əsasən brusun B və K kəsiyinin qarşılıqlı yerdəyişməsini təyin edirik.

Kəsiyin yerdəyişmələri:

$$\delta_A = 0;$$

$$\delta_B = \delta_A + \delta_{B/A} = 0 + \Delta l_I = \frac{N_I l_I}{EA} = \frac{4Fa}{5C};$$

$$\delta_C = \delta_B + \delta_{C/B} = \delta_B + \Delta l_{II} = \frac{4Fa}{5C} - \frac{F \cdot 2a}{5C} = \frac{2Fa}{5C};$$

$$\delta_D = \frac{2Fa}{5C} = \frac{4Fa}{5 \cdot 2C} = \frac{4Fa}{5C};$$

$$\delta_E = \frac{4Fa}{5C} - \frac{6F \cdot 2a}{5C} = -\frac{2Fa}{5C};$$

$$\delta_K = -\frac{2Fa}{5C} - \frac{6Fa}{5C} = -\frac{8Fa}{5C};$$

$$\delta_L = \frac{8Fa}{5C} + \frac{4F \cdot 2a}{5C} = 0.$$

δ - epürü şəkil 3.21,ç-də göstərilmişdir.

B kəsiyinin K kəsiyinə nisbətən qarşılıqlı yerdəyişməsini yerləyişmələrin ordinat fərqi kimi təyin edirik:

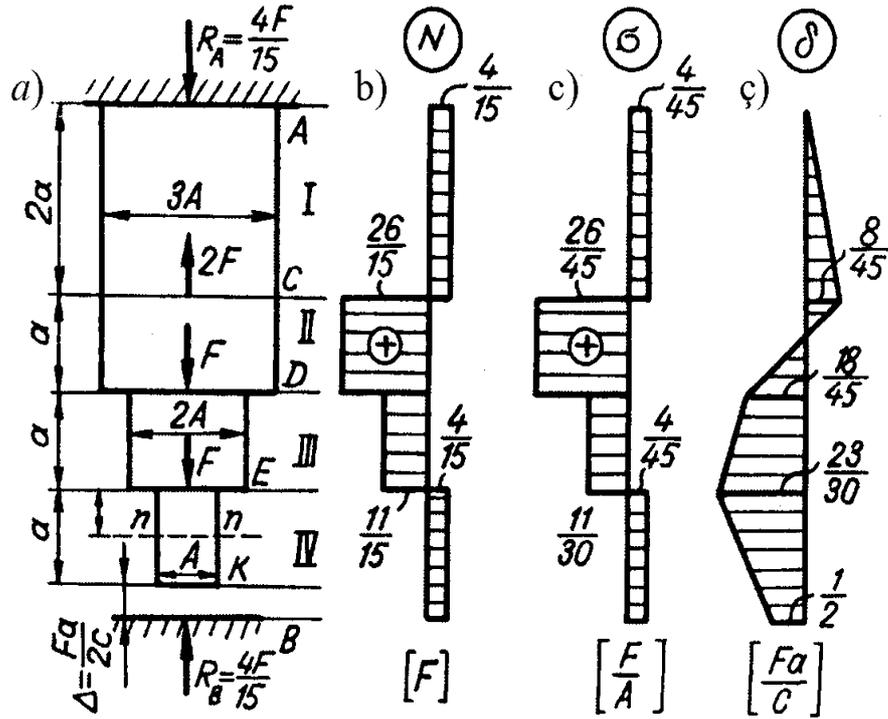
$$\delta_{B/K} = \frac{4Fa}{5C} - \frac{8Fa}{5C} = \frac{12Fa}{5C} = \frac{12 \cdot 250 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{5 \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 42 \cdot 10^{-4}} \cong 1,4mm;$$

Məsələ 3.6. Məntəqəsinin uzunluğu $a=1,6m$ olan brus yuxarı ucundan bərkidilmişdir. Aşağı ucu ilə dayaq müstəvisi arasında

$\Delta = \frac{Fa}{2C}$ boşluğu var, ona tətbiq edilən boyuna qüvvə $F=150kN$ (şəyil

3.22,a). Polad brusun möhkəmlik ehtiyatını təyin etməli.

Materialın axma həddi $\sigma_{ax.d} = \sigma_{ax.c} = 320MPa$; boyuna elastiklik modulu $E=2 \cdot 10^5 MPa$; en kəsiyi sahəsi A , brusun kəsiyinin sərtliyi EA ; kəsiklərin yerdəyişmələrini təyin etməli.



Şəkil 3.22

Həlli. Məsələnin xarakterini müəyyən etmək üçün B dayağını atıb, brusun C kəsiyinin yerdəyişməsinin qiymətini və istiqamətini təyin edək.

$$\delta_C = \sum \Delta l_i = \frac{N_I \cdot l_I}{C_I} + \dots + \frac{N_{IV} \cdot l_{IV}}{C_{IV}} = \frac{a \cdot 2a}{3C} + \frac{2 \cdot Fa}{3C} + \frac{Fa}{2C} = \frac{7Fa}{6C}.$$

Beləliklə, $\delta_C > \Delta$, ($\frac{7Fa}{6C} > \frac{Fa}{2C}$), yəni brusla aşağı dayaq arasındakı boşluq bağlanır, brusun aşağı dayağında reaksiya əmələ gəlir. Məsələ statiki həll olunmayıdır.

2. Müvazinət tənlikləri

$$\sum X = 0; R_A - R_B = 0; R_A = R_B.$$

3. Deformasiyanın birgəlik tənlikləri

$$\delta_B = \Delta, \quad \delta_B = \sum_I^{IV} \Delta l_i = \Delta.$$

3.5. məsələsindəkinə uyğun olaraq yerdəyişmə tənlikləri fiziki formada

$$-\frac{R_A \cdot 2a}{3C} + \frac{(-R_A + 2F)a}{3C} + \frac{(-R_A + F)a}{2C} + \frac{-R_A \cdot a}{C} = \frac{Fa}{2C} \text{ olacaq və buradan}$$

$$R_A = \frac{4F}{15}; R_B = \frac{4F}{15}.$$

4. Şəkil 3.22-yə müraciət etməklə, kəsmə üsulundan istifadə edib normal qüvvə və normal gərginlik epürlərini quraq. I məntəqə $-N = \frac{-4F}{15}$, $\sigma = -\frac{4F}{45A}$; II məntəqə $N = \frac{26F}{15}$, $\sigma = \frac{26F}{45A}$; III məntəqə $N = \frac{11F}{15}$, $\sigma = \frac{11F}{30A}$; IV məntəqə $N = \frac{4F}{15}$, $\sigma = \frac{4F}{15}$.

Ən böyük normal gərginlik $\sigma_{\max} = \frac{26F}{45A}$.

N və σ epürləri şəkil 3.19 b,c-də verilmişdir.

5. Brusun möhkəmlik ehtiyatını təyin edək:

$$n = \frac{\sigma_{ax}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{ax} \cdot 45A}{26F}$$

6. Yerdəyişmələr epürünü qurmaqla $n-n$ kəsiyinin yerdəyişməsini tapmaq:

$$\delta_A = 0; \quad \delta_C = \delta_A + \delta_{C/A} = \Delta l_I = \frac{N_I \cdot l_I}{C_I} = -\frac{4F \cdot 2a}{15 \cdot 3C} = -\frac{8Fa}{45C};$$

$$\delta_D = \delta_C + \delta_{D/C} = \delta_C + \Delta l_{II} = -\frac{8Fa}{45C} + \frac{26Fa}{15 \cdot 3C} = \frac{18Fa}{45C};$$

$$\delta_E = \delta_D + \delta_{E/D} = \delta_D + \Delta l_{III} = \frac{18Fa}{45C} + \frac{11Fa}{15 \cdot 2C} = \frac{23Fa}{30C};$$

$$\delta_K = \delta_E + \delta_{K/E} = \delta_E + \Delta l_{IV} = \frac{23Fa}{30C} - \frac{4Fa}{15C} = \frac{Fa}{2C}.$$

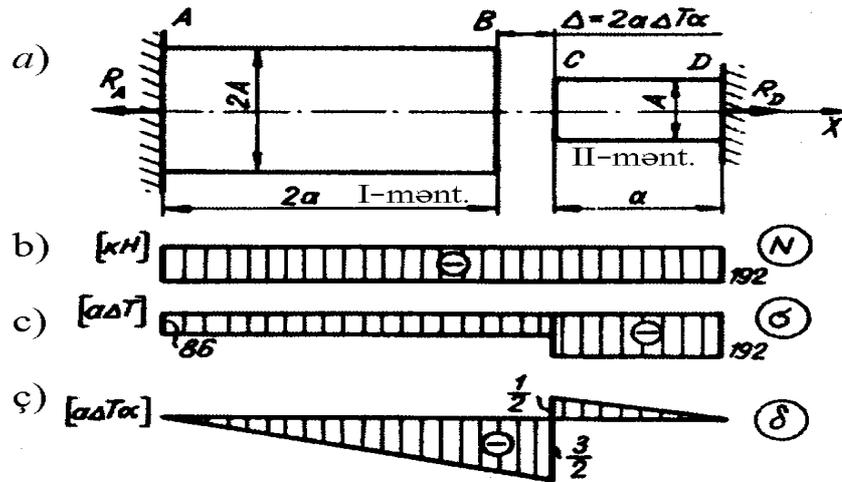
Yerdəyişmə epürü şəkil 3.22,ç-də göstərilir. $n-n$ kəsiyinin yerdəyişməsini qrafiki olaraq δ epüründən tapmaq olar. Bunun üçün yerdə- yişmə epürü şəkil 3.22,ç-də göstərilir. $n-n$ kəsiyinin yerdəyişməsini qrafiki olaraq δ epüründən tapmaq olar. Bunun üçün epür miqyasla qurulur, sonra $n-n$ kəsiyində ordinatı ölçülür və miqyas nəzərə alınmaqla δ_{n-n} təyin edilir.

$n-n$ kəsiyinin yerdəyişməsini analitik üsulla təyin edək:

$$\delta_{n-n} = \delta_E + \delta_{n-n/E} = \frac{23Fa}{30C} - \frac{4Fa}{15 \cdot 2C} = \frac{19Fa}{30C}.$$

Məsələ 3.7. Aralıq boşluğu $\Delta = 2a \Delta T a$ -ya bərabər olan polad bruslar üçün layihə hesabatını aparmalı. Brus $\Delta T = 80^\circ S$ qızdırılır, boyuna elastiklik modulu $E = 2 \cdot 10^5 MPa$, axıcılıq həddi $\sigma_{ax\delta} = 320 MPa$ möhkəmlik ehtiyatı $[n] = 2$, poladın xətti genişlənmə əmsali

$\alpha = 1,25 \cdot 10^{-5}$ -dir; uzunluğu $a = 1,6m$, en kəsik sahəsi $A = 10sm^2$ (şəkil 3.23).



Şəkil 3.23

Həlli. Brus qızdırıldıqda B və C kəsikləri bir-birinə qarşı hərəkət edir. Burada aşağıdakı hallar ola bilər:

a) əgər B kəsiyinin C-yə nisbətən yerdəyişməsi $\delta_{B/C} \leq \Delta$ olarsa, onda qüvvə və gərginlik yaranmır;

b) əgər $\delta_{B/C} > \Delta$ olarsa, onda Δ boşluğu bağlanır və brusda temperaturdan qüvvə və gərginlik yaranır.

Brusların aralı olduğunu və bir-birinə toxunmadıqlarını nəzərdə tutaraq temperatur təsirindən B və C kəsiklərinin qarşılıqlı yerdəyişməsi üçün alırıq:

$$\delta_B + \delta_C = (l_1 + l_2) \cdot \Delta T \alpha = 3a \cdot \alpha \cdot \Delta T.$$

B və C kəsiklərinin yerdəyişməsi qarşı-qarşıyadır, yəni bir-birinə əks yönəlmişdir; buna görə bruslar arasındakı boşluq $\Delta = \alpha a \Delta T$

dolur, daha doğrusu:

$$\delta_B + \delta_C = 3a\alpha\Delta T > \Delta = a\alpha\Delta T.$$

Beləliklə, brusun ikisi də qızdırıldıqda kəsiklər bir-birinə toxunur və təzyiq göstərir, temperaturdan qüvvə və gərginlik yaranır.

2. Statika tənliyini yazaq (şəkil 3.23, a)

$$\sum X = 0; R_A - R_D = 0; R_A = R_D.$$

3. Deformasiyanın birgəlik tənliyini tərtib edirik:

$$\Delta l_t + \Delta l_N = \Delta.$$

burada: Δl_t – brusun temperaturdan deformasiyası; Δl_N – temperatur təsirindən yaranan normal qüvvənin yaratdığı deformasiyadır.

$$\text{Yaxud: } 3a\alpha\Delta T + \frac{N_I \cdot l_I}{C_I} + \frac{N_{II} \cdot l_{II}}{C_{II}} = \Delta.$$

Brusun kəsiklərinin sərtliklərini $C_{II}=EA=C$, $C_I=2EA=2C$ qəbul edək. Kəsmə üsuluna əsasən məntəqələrdə yaranan normal qüvvələri təyin edək:

$$N_I + N_{II} = N = R_A.$$

Onda, alarıq:

$$\begin{aligned} 3a\Delta T \cdot \alpha + \frac{2Na}{2C} + \frac{Na}{C} &= 2a\alpha\Delta T; \text{ yaxud } N = -\frac{\alpha\Delta T \cdot C}{2} = \\ &= \frac{-\alpha \cdot \Delta T \cdot EA}{2} = \frac{80 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10}{2 \cdot 10^4} = -192 \text{ kN}. \end{aligned}$$

Mənfi işarəsi göstərir ki, bruslarda qüvvə şəkil 3.20,a-da göstərilənin əksinədir – sıxıcıdır.

4. Bruslarda normal qüvvə epürlərini qururuq (şəkil 3.23,b)

5. Məntəqələrdə normal gərginlikləri təyin edərək epürü qururuq (şəkil 3.23,c)

$$\begin{aligned} \sigma_I &= \frac{N}{2A} = -\frac{192 \cdot 10^3 \cdot 10^4}{2 \cdot 10 \cdot 10^6} = -86 \text{ MPa}, \\ \sigma_{II} &= \frac{N}{A} = -\frac{192 \cdot 10^3 \cdot 10^4}{10 \cdot 10^6} = -192 \text{ MPa}. \end{aligned}$$

6. Möhkəmlik ehtiyatını təyin edək:

$$n = \frac{\sigma_{ax}}{\sigma_{max}} = 1,14.$$

7. Yerdəyişmə epürünü qururuq:

$$\delta_A = 0;$$

$$\begin{aligned} \delta_B &= \delta_A + \delta_{B/A} = \Delta l_I = \Delta l_t + \Delta l_N = 2a\alpha \cdot \Delta T - \frac{N \cdot 2a}{2C} = \\ &= 2a\Delta T \cdot \alpha - \frac{a \cdot \Delta T \cdot \alpha \cdot C}{2C} = \frac{3}{2} a \cdot \Delta T \cdot \alpha; \end{aligned}$$

$$\delta_C = \delta_B + \delta_{C/B} = \frac{3}{2} a \cdot \Delta T \cdot \alpha - \Delta = \frac{3}{2} a \cdot \Delta T \cdot \alpha - 2a\Delta T \cdot \alpha = -\frac{1}{2} a \cdot \Delta T \cdot \alpha;$$

$$\delta_D = \delta_C + \delta_{D/C} = -\frac{1}{2} a \cdot \Delta T \cdot \alpha + \frac{N \cdot a}{C} = -\frac{1}{2} a \cdot \Delta T \cdot \alpha + \frac{\alpha \cdot \Delta T \cdot \alpha \cdot C}{2C} = 0.$$

Məsələ 3.8. Millərdən tərtib olunan sistem $2F$ qüvvəsi ilə yüklənmişdir (şəkil 3.24). Millərin en kəşik sahəsinin A ölçülərini təyin etməli. Burada $F=80\text{kN}$, $a=1\text{m}$, $\alpha=30^\circ$, poladın boyuna elastiklik modulu $E=2\cdot 10^5\text{MPa}$, birinci və ikinci millərin kəsiyinin sərtliyi $C=EA$, üçüncününki isə $-2C$, axıcılıq həddi $\sigma_{ax.d} = \sigma_{ax.c} = \sigma_{ax} = 320\text{MPa}$, möhkəmlik ehtiyatı $[n]=2$ -dir. $2F$ yükü tətbiq olunan K kəsiyinin yerdəyişməsini təyin etməli.

Həlli. 1. Kəsmə üsulundan istifadə edirik. B və K qovşaqlarını kəsib ayırır (əşəkil 3.24,*b*) və müvazinət tənliklərini tərtib edirik:

B qovşağı

$$\sum X = 0, N_1 = N_2; \quad \sum Y = 0, N_1 \cos \alpha + N_2 \cos \alpha = N_3^I, 2N_1 \cdot \cos \alpha = N_3^I, \quad (\text{a})$$

K qovşağı

$$\sum Y = 0, N_3^I + N_3^{II} = 2F. \quad (\text{b})$$

Üçüncü $\sum M = 0$ tənliyindən istifadə etmək mümkün deyil, çünki qüvvələr sistemi bir nöşqətə kəşir və bir düz xətt üzrədir. Ona görə də, üç məchul qüvvəni iki tənlikdə təyin etmək mümkün olmur və sistem bir dəfə statiki həll olunmayan olur.

2. Əlavə tənlik – deformasiyanın birgəlik tənliyini tərtib edirik (şəkil 3.24,*ç*-də yerləşmə mənzərəsindən istifadə etməklə).

Millər sisteminə tətbiq edilən $2F$ qüvvəsinin təsirindən sistem deformasiyaya uğrayır: B qovşağı B_1 vəziyyətini alır. Yerdəyişmə δ_B olur; üçüncü milin K kəsiyi isə δ_K qədər yerini dəyişir. Görünür ki, əlavə tənlik belə olacaq:

$$\delta_K - \delta_B = \Delta l_3^I.$$

burada: Δl_3^I - I məntəqədə üçüncü milin uzanmasıdır. δ_K və δ_B yerdəyişmələrini millərin deformasiyası ilə bağlı ifadə etmək (şəkil 3.24,*ç*).

$$\delta_K = \Delta l_3^I, \quad \delta_B = \frac{\Delta l_I}{\cos \alpha}. \quad (\text{ç})$$

3. (ç) ifadəsini (c)-də nəzərə alıb fiziki formada deformasiyanın birgəlik tənliyini tərtib edirik:

$$\frac{N_3^{II} \cdot l_3^{II}}{C_3^{II}} - \frac{N_1 l_1}{C_1 \cdot \cos \alpha} = \frac{N_3^I \cdot l_3^I}{C_3^I},$$

yaxud

$$\frac{N_3^{II} \cdot a}{2C} - \frac{N_1 a}{C \cdot \cos^2 \alpha} = \frac{N_3^I \cdot a}{C},$$

yaxud

$$N_3^{II} \cos^2 \alpha - 2N_1 = 2N_3^I \cos^2 \alpha.$$

(e)

4. (a) və (e) tənliklərini yazaq:

$$\begin{cases} 2N_1 \cos \alpha = N_3^I \\ N_3^I = 2F - N_3^{II} \\ N_3^{II} \cos^2 \alpha - 2N_1 = 2N_3^I \cos^2 \alpha \end{cases}$$

və sistem tənlikləri həll edək.

Birinci və üçüncü tənlikdən

$$N_3^{II} \cos^2 \alpha - \frac{N_3^I}{\cos \alpha} = 2N_3^I \cos^2 \alpha,$$

yaxud

$$N_3^{II} \cos^3 \alpha = N_3^I (1 + 2 \cos^3 \alpha).$$

İkinci tənlikdən buraya N_3^I -in qiymətini yazıb, N_3^{II} -yə görə həll edərək alırıq:

$$N_3^{II} = \frac{2F(1 + 2 \cos^3 \alpha)}{1 + 3 \cos^3 \alpha} = 1,56F.$$

(b) və (a) ifadələrinə əsasən

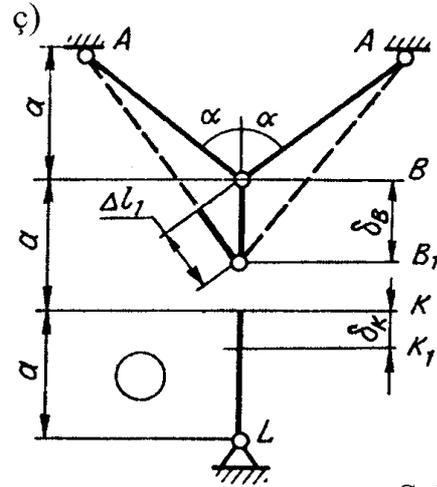
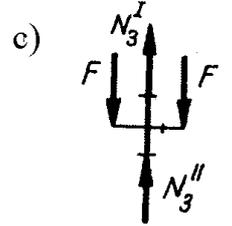
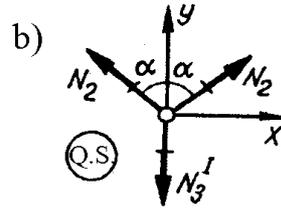
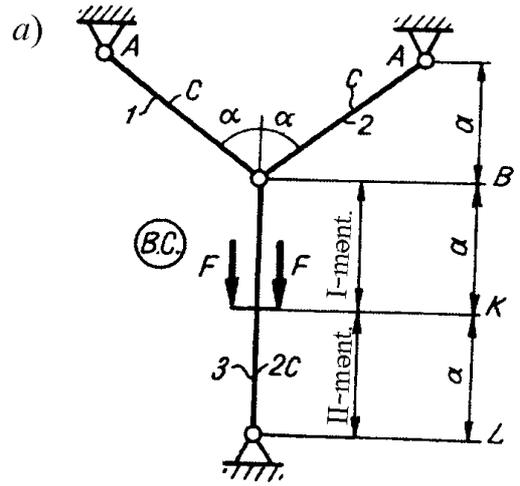
$$N_3^I = 2F - N_3^{II} = 0,44F,$$

$$N_1 = N_2 = \frac{N_3^I}{2 \cos \alpha} = \frac{0,44F}{2 \cdot \sqrt{y_2}} = 0,26F.$$

5. Layihə hesabatının şərtinə əsasən millərin en kəşik sahələrinin ölçülərini təyin edək:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_{ax}}{n}.$$

Əvvəlcə millərdəki gərginlikləri təyin edirik:



Şəkil 3.24

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{0,26F}{A}, \quad \sigma_3^I = \frac{0,44F}{2A} = \frac{0,22F}{A}, \quad \sigma_3^{II} = \frac{1,56F}{2A} = \frac{0,78F}{A} = \sigma_{\max}.$$

Axtarılan en kəsik sahəsi belə tapılır:

$$\sigma_{\max} = \frac{0,78F}{A} = \frac{\sigma_{ax}}{n},$$

$$A = \frac{0,78F \cdot n}{\sigma_{ax}} = \frac{0,78 \cdot 80 \cdot 10^3 \cdot 10^4 \cdot 2}{320 \cdot 10^6} = 3,9 \text{ sm}^2.$$

Beləliklə, sahələr

$$A_1 = A_2 = 3,9 \text{ sm}^2, \quad A_3^I = A_3^{II} = 2 \cdot 3,9 = 7,8 \text{ sm}^2.$$

6. K kəsiyinin yerdəyişməsini tapaq. Şəkil 3.24,ç-dən görünür ki, kəsik KL məntəqəsində milin mütləq qısalmasına bərabər qiymətdə yerini dəyişir, yəni:

$$\delta_K = \Delta l_3^{II} = \frac{N_3^{II} \cdot l_3^{II}}{C_3^{II}} = \frac{1,56 \cdot Fa}{2EA} = -\frac{1,56 \cdot 80 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{2,2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 7,8 \cdot 10^{-4}} = -0,5 \text{ mm}.$$

K kəsiyinin yerdəyişməsi mənfi istiqamətdə y oxunun əksinədir, yəni o aşağıya tərəf yönəlmişdir.

Məsələ 3.9. Sərtliyi $C = \infty$ olan CD brusu (şəkil 3.25) F yükü ilə yüklənib, 1 və 2 milləri ilə saxlanır. 1-ci mil polad, 2-ci mis materialından hazırlanmış olarsa, qüvvənin buraxılabilən qiymətini $[F]$ təyin etməli.

$$\sigma_{ax.n} = 320 \text{ MPa}, E_n = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}, A_n = 5 \text{ sm}^2,$$

$$[\sigma]_n = 160 \text{ MPa}, \quad \sigma_{ax.m} = 140 \text{ MPa}, E_m = 1 \cdot 10^5 \text{ MPa},$$

$$A_m = 15 \text{ sm}^2, \quad [\sigma]_m = 70 \text{ MPa}, a = 1,6.$$

Normativ möhkəmlik ehtiyatı $[n] = 2$, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$.

Həlli. 1. Sistemin statiki həll olunmazlıq dərəcəsini təkyin edək. Kəsmə üsulundan istifadə etməklə 1 və 2-ci milləri kəsib qüvvə sxemi yaradırıq (şəkil 3.25,b). Yerdəyişmə mənzərəsinə uyğun olaraq 1-ci mildə qüvvə dartıcı, 2-ci mildə isə sıxıcıdır (şəkil 3,25,c).

Müvazinət tənliklərinə əsasən

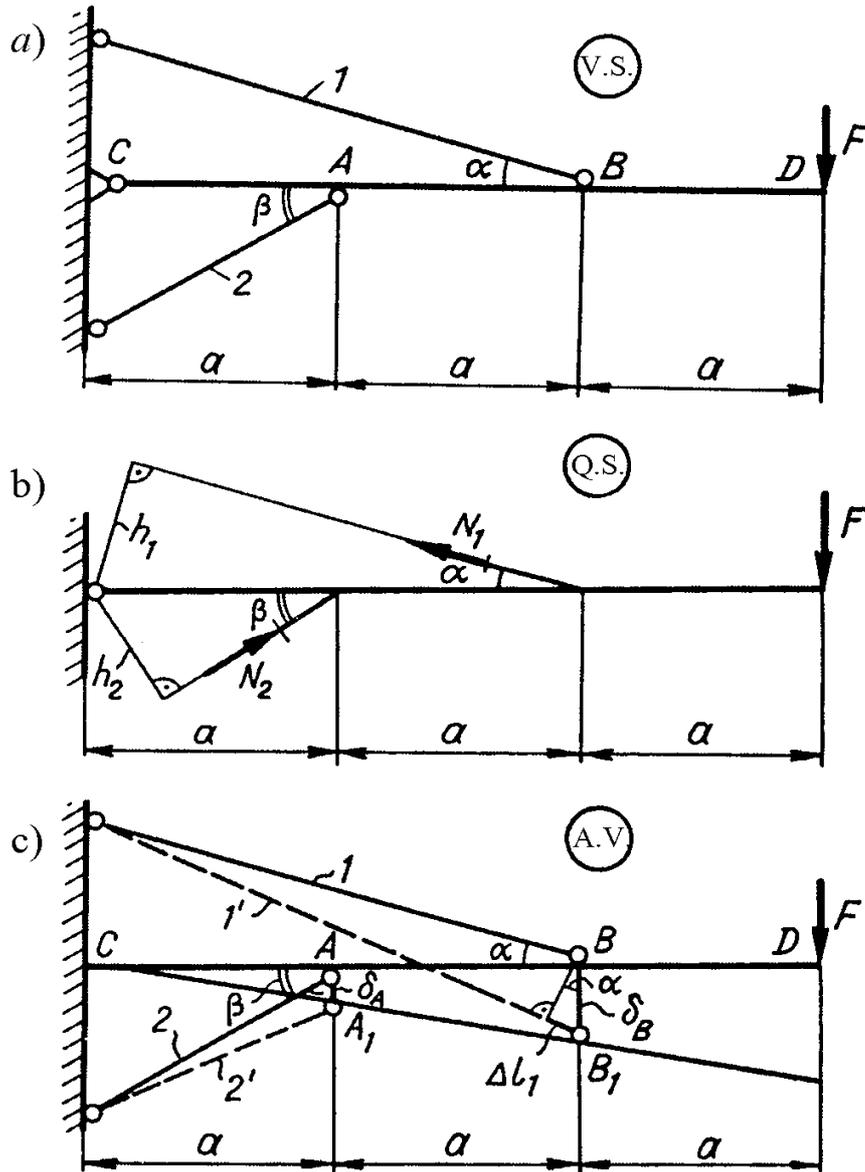
$$\sum M_C = 0, N_1 h_1 + N_2 h_2 = F \cdot 3a,$$

$$N_1 \cdot 2a \cdot \sin \alpha + N_2 \cdot \sin \beta \cdot a = F \cdot 3a$$

$$N_1 \cdot 2 \frac{1}{2} + N_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 3F, \quad (a)$$

$$2N_1 + 1,41 \cdot N_2 = 6F.$$

(a) tənliyində iki məchul (N_1 və N_2) var, amma istifadəsi mümkün olan müvazinət tənliyi birdir. Ona görə də, məsələ bir dəfə statiki həll olunmayıdır.



Şəkil 3.25

2. Həndəsi formada deformasiyanın birgəlik tənliyini tərtib edirik. Ona görə də deformasiyadan sonrakı sistemə nəzər salırıq (şəkil 3.25,c). Deformasiyanın kiçik olması nəzərə alınıb qəbul edilir ki, A və B qovşaqları şaquli istiqamətdə aşağı düşərək A_1 və

B_1 vəziyyətini alırlar. Qovşaqların (düyünlərin) yerdəyişmələri δ_A və δ_B

olacaqdır: 1 və 2 milləri yeni vəziyyət – 1' və 2' alacaqdır (şəkildə sınıq xətlərlə göstərilir).

B nöqtəsindən perpendikulyar endirib Δl_1 , eləcə də Δl_2 mütləq deformasiyalarını alırıq.

Həndəsi formada yerdəyişmənin birgəlik tənliyi

$$\frac{\delta_B}{\delta_A} = \frac{2a}{a} = 2.$$

Tənlikdə

$$\delta_B = \frac{\Delta l_1}{\sin \alpha}, \quad \delta_A = \frac{\Delta l_2}{\sin \beta} \quad \text{yaxud} \quad \frac{\Delta l_1}{\sin \alpha} = 2 \frac{\Delta l_2}{\sin \beta}.$$

3. (b) tənliyini fiziki formada göstərib Huk qanundan istifadə edirik:

$$\frac{N_1 \cdot l_1}{C_n \cdot \sin \alpha} = 2 \frac{N_2 \cdot l_2}{C_m \cdot \sin \beta}.$$

İşarə edirik:

$$C_p = E_p A_p = 2 \cdot 10^5 \cdot 5 = C,$$

$$C_m = E_m A_m = 1 \cdot 10^5 \cdot 10^5 = 1,5C.$$

$$\frac{N_1 \cdot 2a}{C \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{2N_2 \cdot a}{1,5 \cdot C \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta}; \quad \frac{N_1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2N_2}{3 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2},$$

$$N_1 = \frac{N_2}{1,71}.$$

4. (a) və (ç) tənliklərini birlikdə həll edirik:

$$\begin{cases} 2N_1 + 1,41 \cdot N_2 = 6F \\ 1,71 \cdot N_1 = N_2 \end{cases} \quad \begin{matrix} N \\ m = N_2 = 2,3F, \\ n = N_1 = 1,41F. \end{matrix}$$

5. Buraxılabilən yükü – [F]-i təyin edək. Bu məqsədlə:

a) millərdəki gərginlikləri təyin edək:

$$\sigma_1 = \sigma_n = \frac{N_n}{A_n} = \frac{1,4 \cdot [F]}{A_n},$$

$$\sigma_1 = \sigma_m = \frac{N_m}{A_m} = \frac{2,3 \cdot [F]}{A_m}.$$

b) layihə hesabının şərtindən istifadə edərək buraxılabilən qüvvənin $[F]$ qiymətini təyin edirik:

$$1 - \text{ci mill} \quad \sigma_n = \frac{1,4 \cdot [F]}{A_n} \leq [\sigma]_n = \frac{\sigma_{ax}^n}{[n]}, \text{ buradan}$$

$$[F] = \frac{\sigma_{ax}^n \cdot A_n}{1,4 \cdot n} = \frac{320 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{1,4 \cdot 2} = 57 \text{ kN}.$$

$$2 - \text{ci mill} \quad \sigma_m = \frac{2,3 \cdot [F]}{A_m} \leq [\sigma]_m = \frac{\sigma_{ax}^m}{[n]}, \text{ yaxud}$$

$$[F] = \frac{\sigma_{ax}^m \cdot A_m}{1,4 \cdot n} = \frac{140 \cdot 10^6 \cdot 15 \cdot 10^{-4}}{2,3 \cdot 2} = 45,6 \text{ kN}.$$

c) alınan nəticələrin müqayisəsindən müəyyən edirik ki, sistem üçün buraxılabilən yük, onların kiçik qiymətə bərabər olanıdır, yəni $[F] = 45,6 \text{ kN}$.

Məsələ 3.10. Sərtliyi $C = \infty$ olan brus (şəkil 3.26) 1,2,3 milləri ilə saxlanılır. Oynaqlı dayaq brusun üfiqi istiqamətdə yerdəyişməsinə maneçilik törədir. Brus F yükü ilə yüklənmişdir. Millər eyni materiallardan hazırlanır, onların sərtliyi $C = EA$, milin uzunluğu a -dır. Millərin möhkəm ola bilməsi reallaşdıqda brusun oxu boyunca yerdəyişmədə qüvvənin vəziyyətini müəyyən etməli.

a) ən səmərəli yolla; b) ən çox səmərəsiz yolla.

Həlli. Statiki həll olunmazlıq dərəcəsini müəyyən edirik. Hər bir mildə qüvvə yaranır və brus üfiqi istiqamətdə hərəkət edə bilmir. Buna oynaqlı dayaq (A) mane olur, bu dayaqda bir əlaqə yaranır. Beləliklə, brusa dörd əlaqə qoyulur: müstəvi məsələlər üçün isə müvazinət tənlikləri üçdür. Deməli, sistem bir dəfə statiki həll olunmayıdır.

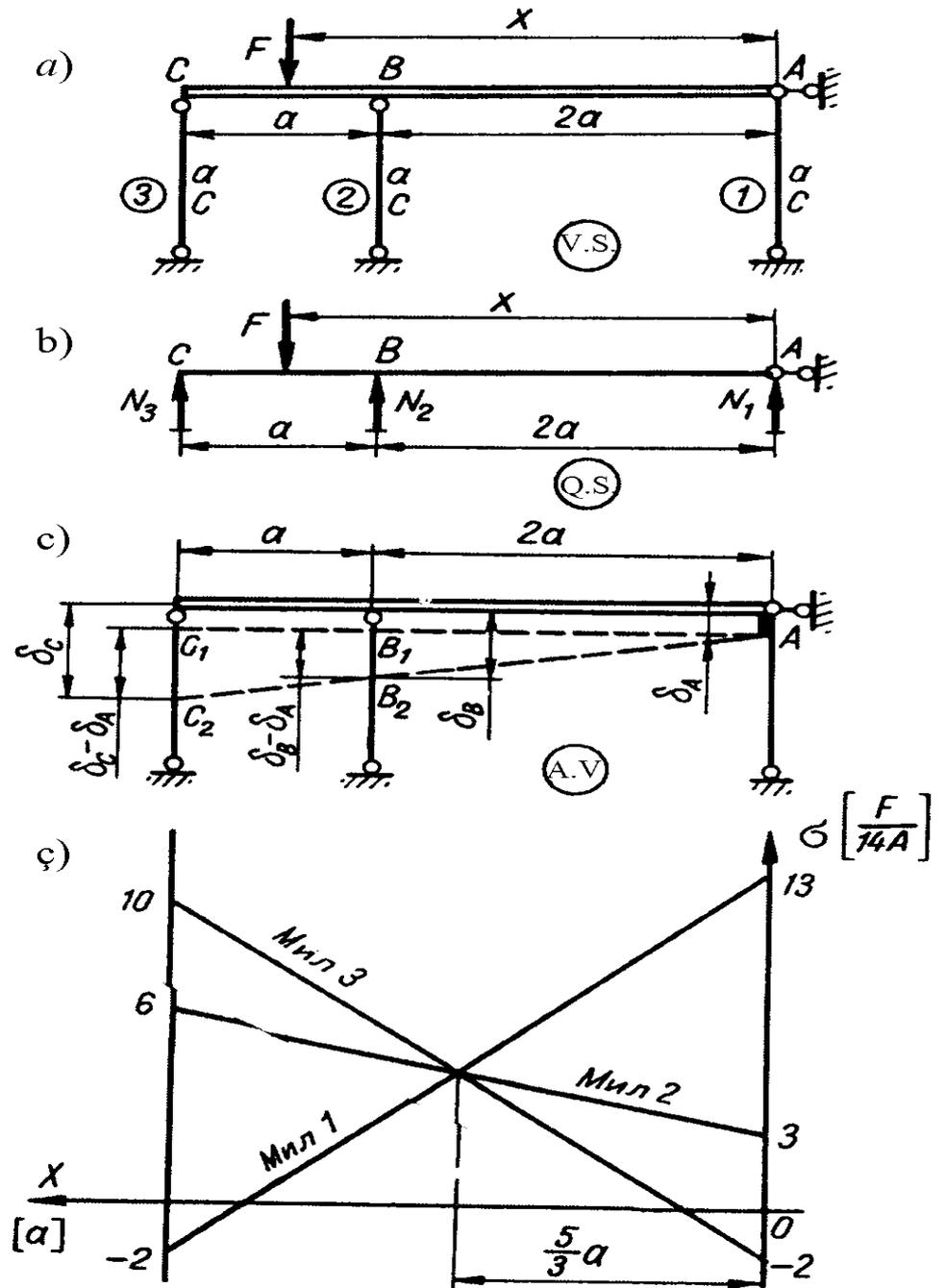
2. Statika tənliklərindən istifadə edirik (şəkil 3.26,b).

$$\sum M_A = 0, F \cdot x - N_3 \cdot 3a - N_2 \cdot 2a = 0; \quad (a)$$

$$\sum Y = 0, \quad N_1 + N_2 + N_3 - F = 0. \quad (b)$$

Yerdəyişmənin həndəsi formada birgəlik tənliyini tərtib edirik. Yerdəyişmə mənzərəsinə (şəkil 3.26,c) nəzər salaraq, $A_1C_2C_1$ və $A_1B_2B_1$ üçbucaqlarının oxşarlığından alırıq:

$$\frac{\delta_C - \delta_A}{\delta_B - \delta_A} = \frac{3a}{2a} = \frac{3}{2}, \quad \delta_A - 3\delta_B + 2\delta_C = 0. \quad (c)$$



Şəkil 3.26

(c) ifadəsində B və C qovşaqlarının yerdəyişmələrini millərin deformasiyasından asılı olaraq təyin edək (şəkil 3.26,c):

$$\delta_C = \Delta l_3, \quad \delta_B = \Delta l_2 \quad \text{və} \quad \delta_A = \Delta l_1.$$

Beləliklə,

$$\Delta l_1 - 3\Delta l_2 + \Delta l_3 = 0. \quad (\zeta)$$

Yerdəyişmənin birgəlik tənliyini fiziki formada ifadə edək:

$$\frac{N_1 \cdot a}{C} - \frac{3N_2 a}{C} + \frac{2N_3 a}{C} = 0,$$

yaxud

$$N_1 - 3N_2 + 2N_3 = 0. \quad (\text{e})$$

5. (c) və (e) tənliklərini birgə həll edək:

$$\begin{cases} N_1 - 3N_2 + 2N_3 = 0 \\ N_1 + N_2 + N_3 - F = 0 \\ N_3 = 4N_2 - F. \end{cases} \quad (\text{ə})$$

N_3 -ün qiymətini (a) ifadəsində yerinə yazırıq:

$$F - x - 3a(4N_2 - F) - N_2 = 2a = 0,$$

$$N_2 = \frac{3F}{14} + \frac{F}{14a}x; \quad (\text{f})$$

$$N_3 = 4\left[\frac{3F}{14} + \frac{F}{14a}x\right] - F = -\frac{2F}{14} + \frac{4F}{14a}x. \quad (\text{g})$$

(ə) və (g) ifadələrini (c)-də yerinə yazıb, N_1 qüvvəsini təyin edirik:

$$N_1 = F - N_2 - N_3 = \frac{13}{14}F - \frac{5F}{14a}x. \quad (\text{ğ})$$

6. Millərdəki normal gərginliklərin x koordinatından asılı olan funksiya kimi dəyişməsi qrafikini quraq. Məildə qüvvə x absisinə görə düz xətt qanunu ilə dəyişir. Ona görə də millərdə normal gərginlik düz xətt qanunu ilə dəyişəcəkdir.

$x=0$ və $x=3a$ qiymətlərində məildə yaranan qüvvələrin qiymətlərini, sonra da gərginlikləri təyin edib, onların qrafiklərini qururuq (şəkil 3.26,ç).

1,2 və 3-cü millərdə qüvvələr

$$x=0, N_1 = \frac{13}{14}F, NH \quad N_2 = \frac{3}{14}F, NH \quad N_3 = \frac{2}{14}F;$$

$$x=3a, N_1 = -\frac{2}{14}F, NH \quad N_2 = \frac{6}{14}F, NH \quad N_3 = \frac{10}{14}F.$$

Millərdəki gərginlik x absisindən asılı funksiya kimi bərabərdir:

$$x=0, \quad \sigma_1 = \frac{13F}{14A}, \quad \sigma_2 = \frac{3F}{14A}, \quad \sigma_3 = -\frac{2F}{14A};$$

$$x=3a, \quad \sigma_1 = -\frac{2F}{14A}, \quad \sigma_2 = \frac{6F}{14A}, \quad \sigma_3 = \frac{10F}{14A}.$$

Gərginlik epürünü qururuq (şəkil 3.26, ç).

7. F qüvvəsi AC brusunun oxu boyunca yerini dəyişərkən milin materialından ən səmərəli istifadə etmək halına uyğun gələn qiymətini təyin edək.

$\sigma_i = \sigma_i(x)$ qrafikinə nəzər salaraq. 2 mili başqalarına nisbətən az yükləndiyindən, millərin möhkəmlik imkanlarından ən yaxşı istifadə $\sigma_1 = \sigma_3$ halında olur. Belə şəraitdə F qüvvəsinin vəziyyətinə uyğun koordinatları təyin edək. 1 və 3 millərində gərginlik

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{1}{A} \left(\frac{13}{14} F - \frac{5F}{14a} x \right),$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A} = \frac{1}{A} \left[4 \left(\frac{3}{14} F + \frac{F}{14a} x \right) - F \right].$$

İfadələrin sağ tərəflərini bərabərləşdirib tənliyi x absisinə görə həll edirik:

$$\frac{13}{14} F - \frac{5F}{14a} x = \frac{12F}{14} + \frac{4F}{14a} x - F,$$

$$x = \frac{5}{3} a.$$

Belə vəziyyətdə material sərfi millərin ən kəsiyi sahələrinin qiymətini təyin etməklə tapılır:

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_c; \quad \sigma_c = \frac{1}{A_c} \left[\frac{13}{14} F - \frac{5F}{14a} \cdot \frac{5}{3} a \right] = \frac{1}{A_c} \cdot \frac{F}{3} \leq [\sigma],$$

buradan

$$A_c = \frac{F}{3[\sigma]}. \quad (h)$$

8. Material sərfi ən çox olan hal üçün AC brusu üzərində F qüvvəsinin vəziyyətini tapırıq. Şəkil 3.26,ç-dən görünür ki, bu hal $x=0$ halında olur. Bu halda birinci mildə gərginlik ən böyük qiymət alır. Qüvvənin belə vəziyyətində, yəni $x=0$ olanda, milin ən kəsiyi sahəsini təyin edək:

$$\sigma_1|_{x=0} = \sigma, \quad \sigma = \frac{N_1}{A} = \frac{1}{A} \left[\frac{13}{14} F - \frac{5F}{14a} x \right] \Big|_{x=0} = \frac{13}{14a} F \leq [\sigma],$$

buradan

$$F = \frac{13F}{14[\sigma]}. \quad (x)$$

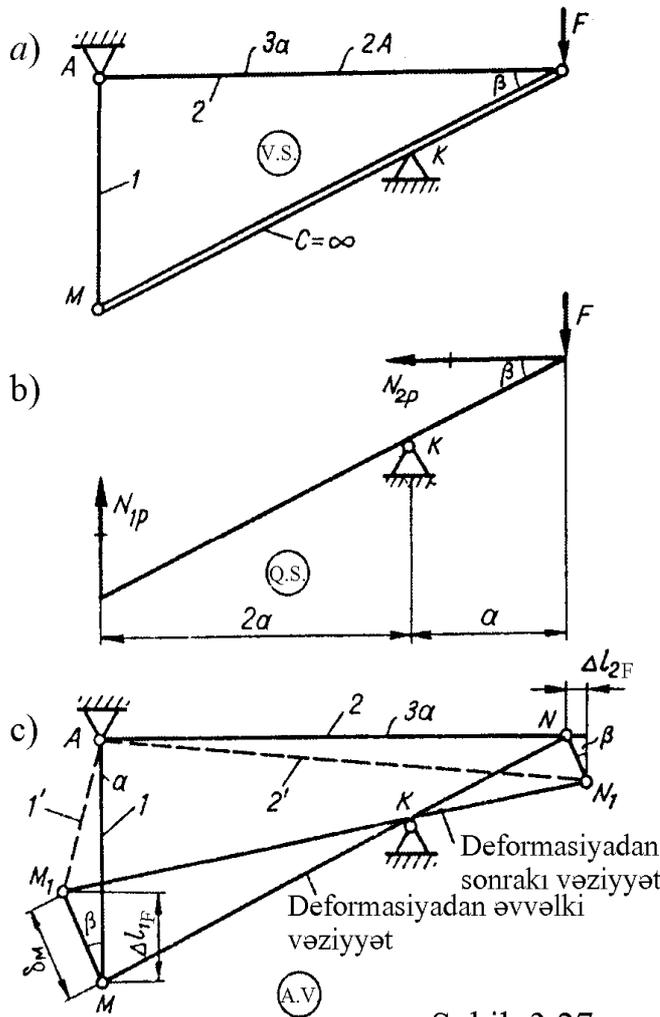
(h) və (x) ifadələrini müqayisə etməklə və $A_1 = A_2 = A_3$ olduğunu nəzərə almaqla görürük ki, $A_c < A$.

9. $x = \frac{5}{3}a$ olanda, tir üzərindəki F qüvvəsinin təsirindən qənaətlilik dərəcəsinə təyin edək:

$$\frac{A - A_c}{A_c} \cdot 100\% = \left[\left(\frac{13}{14}F - \frac{F}{3} \right) : \frac{F}{3} \right] \cdot 100 = 1,8.$$

Məsələ 3.11. MN mütləq sərt mili (şəkil 3.27) F yükü ilə yüklənib 1 və 2 polad milləri ilə saxlanır.

İstismar şəraitinə əsasən 1-mil dövrü olaraq qızdırılır ($\Delta T = 150K$). Milin möhkəmlik ehtiyatının aşağıdakı hallar üçün təyin olunması tələb olunur:



Şəkil 3.27

a) brus yalnız F qüvvəsi ilə yükləndikdə, b) qüvvə götürülüb, 2-ci mil qızdırılır və nəhayət c) brus F qüvvəsi ilə yüklənmişdir və 2-mil qızdırılır (ΔT). İlk verilənlər: $F = 90kN$, en kəsiyi sahəsi $A_1 = A_2 = A = 2,5sm^2$, uzunluq $a = 1m$, bucaq $\beta = 30^0$, xətti genişlənmə əmsali $\alpha = 1,25 \cdot 10^{-5} 1/K$, milin materialının axıcılıq həddi $\sigma_{ax.d} = \sigma_{ax.s} = \sigma_{ax} = 320MPa$, $E = 2 \cdot 10^5 MPa$.

Həlli. Sistemin statiki həll olunmazlıq dərəcəsinə təyin edək. Kəsmə üsuluna əsasən 1-ci və 2-ci milləri kəsirik; qüvvələr mənzərəsini (şəkil 3.27,b) göstəririk, müvazinət tənliklərini yazırıq.

$$\Sigma M_K = 0, N \quad 1F \cdot 2a - N_{2F} \cdot a \cdot \operatorname{tg}\beta + Fa = 0;$$

$$2N_{1F} - \frac{1}{\sqrt{3}}N_{2F} + F = 0,$$

$$3,4N_{1F} - 0,6N_{2F} = -1,7F. \quad (a)$$

İki məchul var, amma müvazinət tənliyi birdir. Statiki həll olunmazlıq dərəcəsi də birə bərabər-dir, yəni sistem bir dəfə statiki həll olunmayandır.

2. Yalnız F qüvvəsi təsir etdikdə millərin n_1 möhkəmlik ehtiyatını təyin edək:

a) 1-ci və 2-ci millərdə qüvvələr (qüvvə-lər mənzərəsinə bax – şəkil 3.27,b) (a) nisbəti ilə bağlanır;

b) həndəsi formada yerdəyişmənin birgəlik tənliyini tərtib edirik. Deformasiyadan sonrakı sxemdən (şəkil 3.27,c) yaza bilərik:

$$\frac{\delta_{\phi}^M}{\delta_{\phi}^H} = \frac{2a / \cos \beta}{a / \cos \beta} = 2,$$

yaxud

$$\delta_F^M = 2\delta_F^H \quad (b)$$

$\delta_{\phi}^M = MM_1$ burada M qovşağının (düyününün), $\delta^{FN} = NN_1$ isə N qovşağının yerdəyişməsidir. Yerdəyişmələri millərin deformasiyası ilə əvəz etsək:

$$\frac{\Delta l_{1F}}{\cos \beta} = \frac{2\Delta l_{2F}}{\sin \beta}. \quad (c)$$

c) (c) ifadəsində $\Delta l_{1\phi}$ -i normal qüvvə ilə əvəz edərək tənliyi fiziki formada verirək. Belə halda **deformasiyadan sonrakı sxemi qüvvələr mənzərəsi ilə müqayisə etmək lazımdır. Onlar arasında uyğunluq olmalıdır, yəni əgər qüvvələr mənzərəsində mildə qüvvə dartıcı (sıxıcı) göstərilirsə, onda deformasiyalı sxemdə mildə uzanma (qısalma) olmalıdır.** Əgər belə uyğunluq yoxdursa, onda bu halda **qüvvə ilə ifadə olunan mütləq boyuna uzanmanı mənfi götürmək lazımdır.**

Qüvvələr mənzərəsində (şəkil 3.27,b) 1-ci mildə N_{1F} , ikinci mildə N_{2F} qüvvələri dartıcı qəbul edilir. Deformasiyalanan sxemdə (şəkil 3.27,c) 1-ci mil qısalır, 2-ci mil uzanır.

Beləliklə, Huk qanununa əsasən $\Delta l_{u\phi}$ qüvvəsini N_{1F} qüvvəsi ilə ifadə edib mənzərəyə uyğun gəlirsə, işarəni müsbət, uyğun gəlmirsə mənfi götürürük. Baxdığımız halda, 1-ci mildə uyğunluq yoxdur, ona görə də, $\Delta l_{1\phi} = \ominus \frac{N_{1F} \cdot l_1}{C_1}$; 2-ci mildə qüvvə dartıcıdır –

mil uzanır. Ona görə də, $\Delta l_{2F} = + \frac{N_{2F} \cdot l_2}{C_2}$;

(c) ifadəsindən istifadə edərək deformasiyanın birgəlik tənliyini fiziki formada alırıq:

$$\frac{-N_{1F} \cdot a}{C \cdot \cos \beta} = \frac{N_{2F} \cdot 3a}{C \cdot \sin \beta}, N_{1F} + 5,2N_{2F} = 0. \quad (\zeta)$$

Qüvvələr mənzərəsi ilə deformasiya olunan sxemin müvafiq olmasına xüsusi fikir veririk. Əgər uyğunluq yoxdursa, məsələnin həlli doğru olmur;

c) sistem yalnız F qüvvəsi ilə yükləndikdə millərdəki qüvvələri təyin edək. (a) və (ç) tənliklərindən istifadə edirik:

$$\begin{cases} 3,4N_{1F} - 0,6 \cdot N_{2F} = -1,7F \\ N_{1F} + 5,2 \cdot N_{2F} = 0 \end{cases}$$

Tənlikləri həll edərək, tapırıq:

$$N_{1F} = -0,48F = -0,48 \cdot 9 \cdot 10^4 N,$$

$$N_{2F} = 0,09F = 0,09 \cdot 9 \cdot 10^4 N.$$

ç) Millərin möhkəmlik ehtiyatını təyin edirik. 1-ci və 2 millərində gərginlik:

$$\sigma_{1F} = \frac{N_{1F}}{A_1} = \frac{-0,48 \cdot 9 \cdot 10^4 \cdot 10^4}{2,5 \cdot 10^6} = -172 MPa,$$

$$\sigma_{2F} = \frac{N_{2F}}{A_2} = \frac{0,09 \cdot 9 \cdot 10^4 \cdot 10^4}{2,5 \cdot 10^6} = 32,4 MPa.$$

Millərdəki gərginlikləri (mütləq qiymətə) müqayisə edərək, təyin edirik:

$$\sigma_{\max}^F = \sigma_{1F} = 172 MPa.$$

Buradan yalnız F qüvvəsi təsir etdikdə möhkəmlik ehtiyatı

$$n_F = \frac{\sigma_{ax}}{\sigma_{\max}^F} = \frac{320}{172} \cong 1,86.$$

(-) işarəsi nəzərə alınmır, çünki $\sigma_{ax.d} = \sigma_{ax.s} = \sigma_{ax}$.

3. Brus F yükündən azad edilib 1 mili $\Delta T = 150K$ qızdırılıb, sistemin möhkəmlik ehtiyatını təyin edirik:

a) millərdə temperatur təsirindən yaranan qüvvələri əlaqələndirən, asılı olmayan statika tənliklərini tərtib edirik (şəkil 3.28,a).

$$\sum M_K = 0, N_{1T} \cdot 2a - N_{2T} \cdot a \cdot \operatorname{tg} \beta + Fa = 0;$$

$$3,4N_{1T} - 0,6N_{2T} = 0 \quad (a_1)$$

T indeksi göstərir ki, sistemə temperatur dəyişməsindən yaranan qüvvə təsir edir.

(a) və (a₁) tənliklərini müqayisə edərək (a) tənliyində $F=0$ qəbul edərək (a₁) ifadə-sini alırıq.

(a₁) tənliyində iki məchul var, yalnız bir ədəd asılı olmayan statika tənliyi yazmaq mümkündür, ona görə də məsələ bir dəfə statiki həll olunmayıdır;

b) həndəsi formada defor-masiyanın birgəlik tənliyi belə olacaqdır (bax: şəkil 3,28,c):

$$\frac{\delta_M}{\delta_N} = \frac{2a / \cos \beta}{a / \cos \beta} = 2,$$

$$\text{yaxud} \quad \delta_M = 2\delta_N \quad (b_1)$$

$$\text{burada} \quad \delta_M = \overline{MM_1}; \quad \delta_N = \overline{NN_1}.$$

Yerdəyişməni deformasiya ilə ifadə edək:

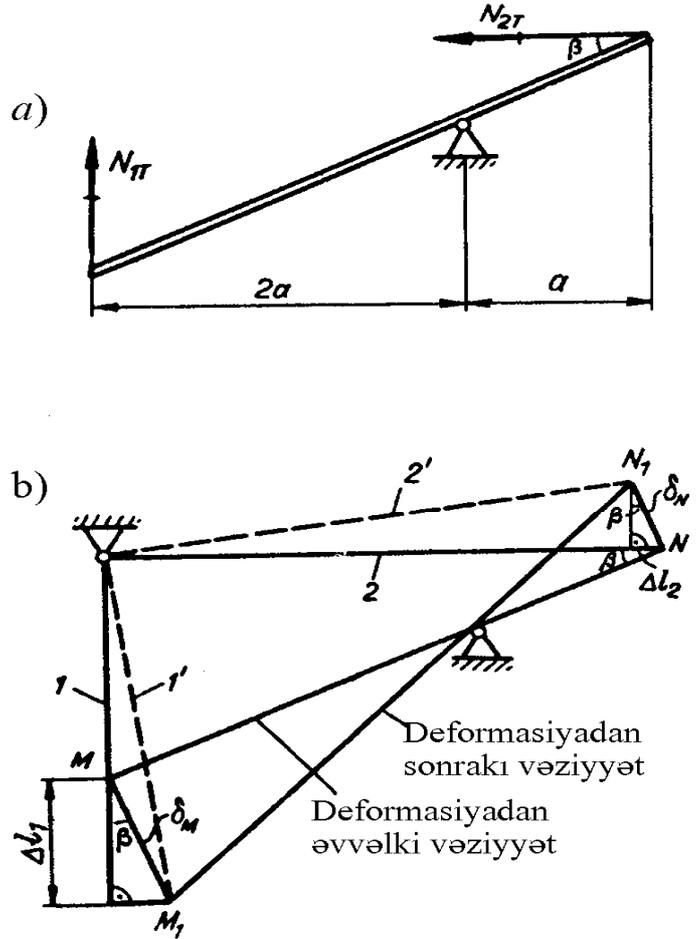
$$\frac{\Delta l_1}{\cos \beta} = \frac{2 \cdot \Delta l_2}{\sin \beta}, \quad \Delta l_1 \operatorname{tg} \beta = 2\Delta l_2,$$

$$\Delta l_1 = 3,48\Delta l_2. \quad (c_1)$$

Birinci mil temperatur və qüvvə təsirindən deformasiyaya uğrayır, qyvvelər mənzərəsi və deformasiyalanan sxem müvafiq olur. Ona görə də, Δl_1 müsbət olacaqdır:

$$\Delta l_1 = \Delta l_N + \Delta l_T = \frac{N_{1T} \cdot l_1}{C_1} + \alpha l_1 \cdot \Delta T,$$

$$\Delta l_1 = \frac{N_{1T} \cdot a}{C} + a \cdot \alpha \cdot \Delta T. \quad (ç_1)$$



Şəkil 3.28

İkinci milə temperatur təsir etmir, o, yalnız qüvvədən deformasiyaya uğrayır. Nə qədər ki, qüvvələr mənzərəsi və deformasiyalı sxem üst-üstə düşmür, N_{2T} dartıcıdır (şəkil 3.28,b), deformasiya isə (şəkil 3.28,c) sıxıcıdır. Δl_2 mənfi işarəli qəbul edilir.

$$\Delta l_2 = -\frac{N_{2T} \cdot 3a}{C}. \quad (d_1)$$

(c) deformasiyanın birgəlik tənliyi fiziki formada

$$\frac{N_{1T}}{C} + \alpha \cdot \Delta T = -\frac{3N_{2T}}{C}, N_{1T} + 3N_{2T} = -\alpha \Delta TC. \quad (e_1)$$

(a₁) və (ə₁) tənlikləri sistem təşkil edir:

$$\begin{cases} 3,4N_{1T} - 0,6 \cdot N_{2T} = 0, \\ N_{1T} + 3 \cdot N_{2T} = -\alpha \Delta TC. \end{cases}$$

ç) sistem tənliyi həll edərək, alırıq:

$$\begin{aligned} N_{1T} &= -\frac{\alpha \Delta TC}{18,1} \cong -0,06 + \alpha \Delta TEA = \\ &= -0,06 \cdot 1,25 \cdot 10^{-5} \cdot 150 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} \approx -5,6 \cdot 10^3 N. \\ N_{2T} &= -0,31 \alpha \Delta TC = -0,31 \alpha \Delta TEA = \\ &= -0,31 \cdot 1,25 \cdot 10^{-5} \cdot 150 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2,5 \approx -2,9 \cdot 10^3 N. \end{aligned}$$

(-) işarəsi göstərir ki, millərdə sıxıcı gərginlik yaranır;

e) temperatur təsirindən millərdə yaranan gərginlikləri təyin edirik:

$$\begin{aligned} \sigma_{1T} &= \frac{N_{1T}}{A} = -\frac{5,6 \cdot 10^3 \cdot 10^4}{2,5 \cdot 10^6} \approx 22,4 MPa, \\ \sigma_{2T} &= \frac{N_{2T}}{A} = -\frac{2,9 \cdot 10^3 \cdot 10^4}{2,5 \cdot 10^6} \approx 11,6 MPa. \end{aligned}$$

ə) qəbul edirik ki, F qüvvəsi götürülüb, amma 1 mili qızdırılır, onda möhkəmlik ehtiyatı

$$n_T = \frac{\sigma_{ax}}{\sigma_{max}^T} = \frac{320}{116} = 2,8.$$

4. Sistemə F qüvvəsi təsir edir. 1 mili isə qiyməti ΔT olan temperaturda qızdırılır. Sistemin möhkəmlik ehtiyatını təyin edək. Burada xarici amillər təsirinin asılı olmaması prinsipini tətbiq edirik. Ona görə də millərdə yaranan qüvvələr F qüvvəsindən və

temperatur təsirindən yaranan qüvvələrin cəbri cəminə bərabərdir, yəni:

$$N_1 = N_{1F} + N_{1T} = (-0,48 \cdot 9 - 0,56) \cdot 10^4 = -4,88 \cdot 10^4 \text{ N},$$

$$N_2 = N_{2F} + N_{2T} = (0,09 \cdot 9 - 2,9) \cdot 10^4 = -2,09 \cdot 10^4 \text{ N}.$$

Dartılmada, sıxılmada axıcılıq hədləri $\sigma_{ax.d} = \sigma_{ax.s} = \sigma_{ax}$ 1 və 2 millərinin en kəsiyi sahələri ($A_1 = A_2 = A$) bərabər olduğundan, qüvvənin mütləq qiymətə ən böyük olanını götürmək lazımdır, yəni

$$N_{max} = N_1.$$

Sistemdə ən böyük normal gərginlik

$$\sigma_{max} = \frac{N_1}{A_1} = \frac{4,88 \cdot 10^4 \cdot 10^4}{2,5 \cdot 10^6} = 195,2 \text{ MPa}.$$

Möhkəmlik ehtiyatı:

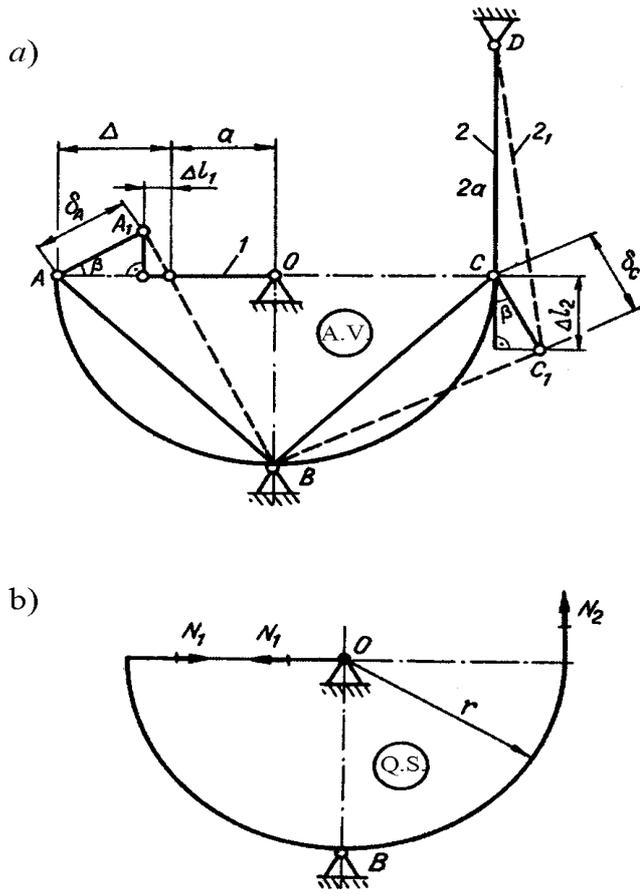
$$n = \frac{\sigma_{ax}}{\sigma_{max}} = \frac{320}{195,6} \cong 1,6.$$

2 milinin yoxlama hesabatına əsasən alınan möhkəmlik ehtiyatlarını təhlil edək. Yalnız F qüvvəsi təsir etdikdə (n_F), yalnız temperatur təsir etdikdə (n_T) və onların birlikdə təsirində (n) möhkəmlik ehtiyatları

$$n_F = 1,86; n_T = 2,8n = 1,6.$$

Qüvvə və temperatur birlikdə təsir etdikdə xarici amillərin ayrılıqda təsirinə nisbətən konstruksiya daha möhkəmdir ($n_T > n_F > n$). Səbəbi ondan ibarətdir ki, hesablanan 2 milində F qüvvəsinin təsirindən dartıcı, temperatur təsirindən isə sıxıcı qüvvə yaranır və $2,8 > 1,86 > 1,6$ olur.

Məsələ 3.12. Əyri brus (şəkil 3.29) O dayağına 1 mili vasitəsilə bağlanmışdır. Bu mil dəqiq hazırlanmadığına görə lazım olan uzunluqdan $\Delta = 0,001 \text{ m}$ qısadır. 1 milini Δ qədər dartaraq A qovşağına birləşdiririk. Sonra 2 mili qızdırılır, temperatur artımı $\Delta T = 120 \text{ 1/K}$. Millərin materialı polad 30, axıcılıq həddi $\sigma_{ax.d} = \sigma_{ax.c} = \sigma_{ax} = 320 \text{ MPa}$, en kəsiyi sahəsi $A = 5 \text{ sm}^2$, boyuna elastiklik modulu $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, xətti genişlənmə əmsalı $\alpha = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$, 1 milinin en kəsiyi sahəsi A, 2 milinin en kəsiyi sahəsi 2A, $a = 1 \text{ m}$. Tələb edilir: a) möhkəmlik ehtiyatını; b) C qovşağının yerdəyişməsini təyin etməli.



Şəkil 3.29

Həlli. 1. Statiki həll olunmazlıq dərəcəsini təyin edirik. Qüvvələr mənzərəsinə (şəkil 3.29,b) nəzər salıb, asılı olmayan müvazinət tənliklərindən istifadə edirik:

$$M_B = 0,$$

$$\sum N_1 \cdot r - N_2 \cdot r = 0, \quad (a)$$

$$N_1 = N_2$$

Müvazinət tənliyi bir, məchulların sayı ikidir. Ona görə də bu məsələ bir dəfə statiki həll olunmayandır.

2. Yerdəyişmənin birgəlik tənliyini həndəsi formada tərtib edirik. İşarə edək: $AA_1 = \delta_A$, $CC_1 = \delta_C$, onda $\delta_A = \delta_C$.

$$\delta_A = \frac{\Delta - \Delta l_1}{\cos \beta}, \quad \delta_C = \frac{\Delta l_2}{\cos \beta},$$

$$\Delta - \Delta l_1 = \Delta l_2.$$

Δ boşluğu dolandan sonra 2 mili qızdırılır. Ona görə də deformasiya qarışıq olacaqdır: qüvvədən yaranan deformasiya və temperaturdan yaranan deformasiya.

$$\Delta - \Delta l_{1N} = \Delta l_{2N} + \Delta l_{2T}. \quad (a)$$

3. Birgəlik tənliyini fiziki formada göstəririk:

$$\Delta - \frac{N_1 l_1}{C_1} = \frac{N_2 l_2}{C_2} + \alpha \Delta T l_2,$$

yaxud

$$\frac{N_1 a}{C} + \frac{N_2 2a}{2C} = \Delta - \alpha \Delta T \cdot 2a. \quad (b)$$

(a) və (b) tənlikləri sistem təşkil edir.

$$N_1 = N_2,$$

$$N_1 + N_2 = \frac{C \cdot \Delta}{a} - 2\alpha \Delta T \cdot C.$$

4. Millərdəki qüvvələri təyin edək:

$$N_1 = N_2 = \frac{1}{2}(EA\Delta/a - \alpha\Delta TEA \cdot 2) =$$

$$= 6 \cdot 10^{-4} \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0,001 - 1,25 \cdot 10^{-5} \cdot 120 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 20 \cdot 1}{2 \cdot 1} = -1,2 \cdot 10^5 N.$$

5. Birinci mildə gərginlik

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-4}} = 200 MPa.$$

6. Möhkəmlik ehtiyatı:

$$n = \frac{\sigma_{\text{uzad}}}{\sigma_{\text{max}}} = \frac{\sigma_{ax}}{\sigma_1} = \frac{320}{200} = 1,6.$$

7. Boşluq bağlananda və 2-ci mil qızdırılında C qovşağının yerdəyişməsini təyin edirik.

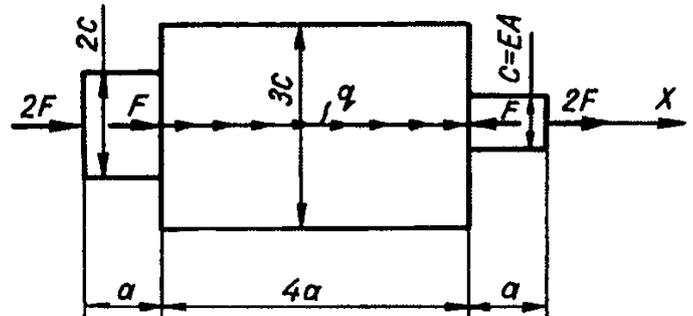
Ə3.11 Sərbəst iş üçün tipik məsələlər

Məsələ 1. Brus (şəkil 3.30) topa F qüvvəsi və 4a uzunluğunda intensivliyi $q = \frac{F}{a}$ olan

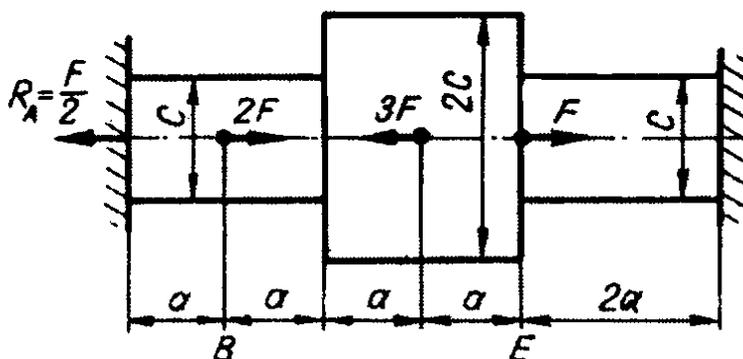
müntəzəm yayılmış yüklə yüklənmişdir.

1) normal gərginlik $\sigma = \sigma_{\text{max}}$ olan qüvvəli məntəqəni və gərginliyin qiymətini təyin etməli; 2) modulca yerdəyişməsi ən

böyük olan ($\delta = \delta_{\text{max}}$) kəsiyin absisini tapmalı; 3) δ_{max} qiymətini təyin etməli. Həll edilmədə qəbul edilir: $C=EA$; yerdəyişmə epürünü brusun sol tərəfindən başlamalı (yəni $\delta_A = 0$).



Şəkil 3.30



Şəkil 3.31

Cavab: 1) Qüvvəli məntəqə – III; 2) $x=4a$; 3)

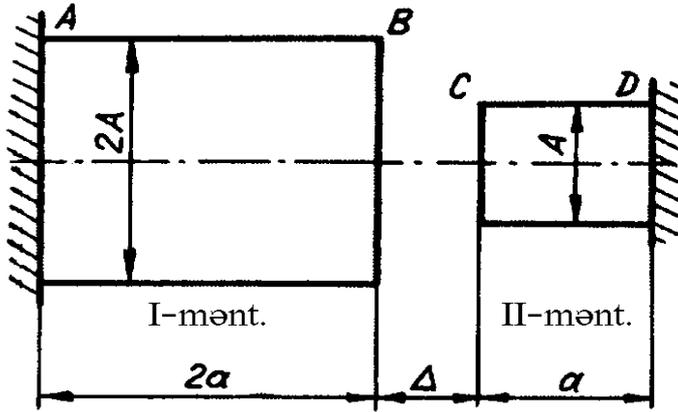
$$\delta_{\text{max}} = \frac{5Fl}{2C}$$

Məsələ 2. Polad brusa (şəkil 3.31) F qüvvəsi

tətbiq edilmişdir. Brusun en kəsiyi sahəsini, B və E kəsiklərinin qarşılıqlı yerdəyişməsini ($\delta_{B/E}$) təyin etməli. $F=200\text{kN}$, dartılmada axıcılıq həddi $\sigma_{ax.d}=360\text{MPa}$, sıxılmada $\sigma_{ax.c}=380\text{MPa}$, möhkəmlik ehtiyatı $[n]=2$; kəsiyin sərtliyi $C=EA$ -dır.

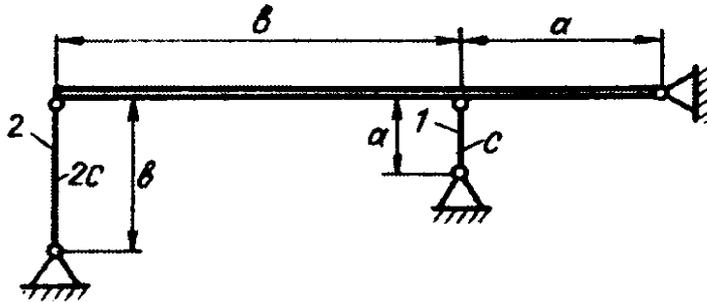
Cavab: $A=8,3\text{sm}^2$; $\delta_{B/E}=\frac{Fa}{C}$.

Məsələ 3. AB və CD bruları (şəkil 3.32) uyğun olaraq sağ və sol uclarından sərt bərkidilmişdir. Bruslar arasında Δ boşluğu var.



Şəkil 3.32

Onları $2\Delta T$ qədər qızdırdıqda boşluq tutulur. C və B kəsiklərinin qarşılıqlı yerdəyişməsini, bruları $2\Delta T$ qədər qızdırdıqda B və C kəsiklərinin qarşılıqlı yerdəyişmələrini təyin etməli. $\sigma = \sigma_{\max}$ olan məntəqəni və gərginliklərin qiymətlərini təyin etməli.



Şəkil 3.33

Cavab: $\delta_{C/B}=\Delta$; $\delta_B=\frac{5}{6}\Delta$; $\delta_C=\frac{1}{6}\Delta$;

II məntəqə: $\sigma_{\max}=\frac{E\delta}{2l}$.

Məsələ 4. Mütləq sərt brus (şəkil 3.33) oynaqlı dayaqla birləşdirilmişdir, 1 və 2 milləri ilə saxlanır. İstismar prosesində 2 mil dövrü olaraq qızdırılır. Temperatur artımını ΔT ilə işarə edirik. Millərdə gərginlik buraxıla bilən gərginlikdən böyük olmayan hal üçün maksimum temperatur artımını təyin etməli. Verilir: ölçülər şəkildəki kimidir (şəkil 3.33), millərin kəsiyinin sərtliyi $C_1=0,5C$, $C_2=C=EA$, yaxud $C_1=C$; $C_2=2C$; xətti genişlənmə əmsalı α ; dartılmada, çsıxılmada axıcılıq həddi $\sigma_{ax.d}=\sigma_{ax.s}=\sigma_{ax}$; möhkəmlik ehtiyatı $[n]$ -dir.

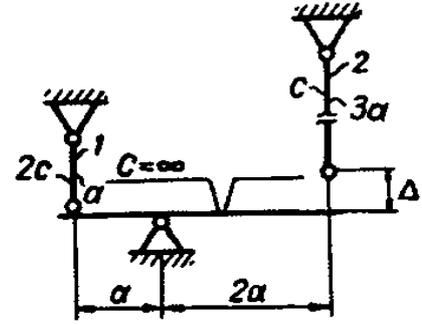
Cavab:
$$\Delta T_{\max} = \frac{\sigma_{ax} \cdot F(2+a)}{2 \cdot [n] \alpha \cdot b \cdot c \cdot (a+b)}$$

Məsələ 5. kəsiyinin sərtliyi $C=\infty$ olan brus 1 və 2 milləri ilə saxlanır (şəkil 3.34). Hazırlanma prosesində 3 milinin hesabət uzunluğu $\Delta=10^{-3}a$ qədər kiçik hazırlanmışdır. Quraşdırma zamanı 2 milini həmin uzunluq qədər dartaraq brusa birləşdirirlər. Hansı mildə daha böyük gərginliyin yarandığını və onun qiymətini təyin etməli. Hesabatda qəbul olunur: 1 milinin uzunluğu a , kəsiyin sərtliyi $C_1=E\ddot{e}2A$; 2 mili uyğun olaraq $3a$, $C_2=C$. Hər iki milin boyuna elastiklik modulu $E=2\ddot{e}10^5\text{MPa}$.

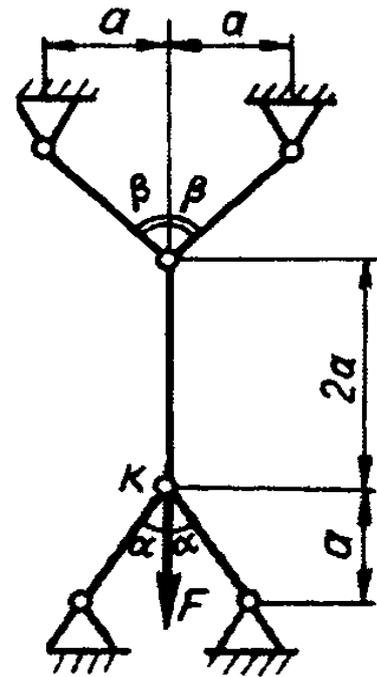
Cavab: Gərginlik hər iki mildə eynidir, $\sigma=40\text{MPa}$.

Məsələ 6. $F=300\text{kN}$ yüklə yüklənən stsem (şəkil 3.35) beş polad mildən ibarətdir. Onların en kəsik sahələrini təyin etməli. Verilir: $A_1=A_2=A_4=A_5=A$, 3 mili üçün $A_3=2A$, uzunluq $a=1\text{m}$, millər arasındakı bucaqlar $\alpha=30^\circ$, $\beta=1,5\alpha$, axıcılıq həddi $\sigma_{ax.d}=\sigma_{ax.s}=\sigma_{ax}=320\text{MPa}$, axmaya görə möhkəmlik ehtiyatı $[n]=2$, K qovşağının δ_K şaquli yerdəyişməsini təyin etməli.

Cavab. $F=6,6\text{sm}^2$; $\delta_K=0,189\text{sm}$.



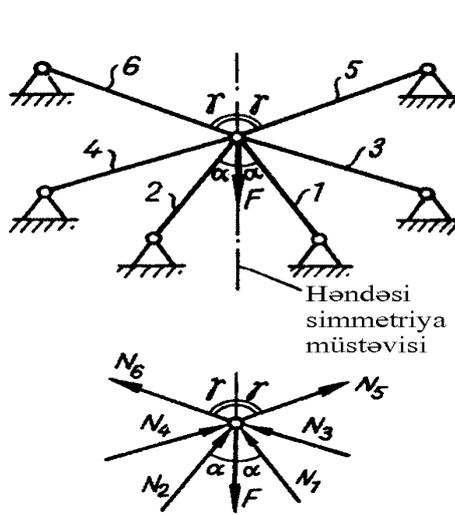
Şəkil 3.34



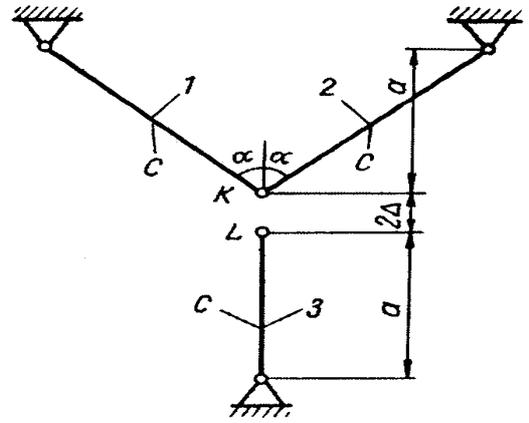
Şəkil 3.35

Məsələlərin həllinə göstəriş

Millərdən təşkil olunan simmetrik statik həll olunmayan sistemlər simmetrik yüklə yüklənəndə, simmetrik oxlu millərdə yaranan qüvvələr və deformasiyalar eyni olur. Məsələn, şəkil 3.36-da təsvir olunan sistemdəki sərtliyi və uzunluqları eyni olan millərdə qüvvələr bərabərdir, yəni $N_1=N_2$; $N_3=N_1$ və i.a. Bu halda məsələnin həllinə lazım olan tənliklərin sayı uyğun olaraq azalır.



Şəkil 3.36



Şəkil 3.37

Məsələ 7. Sistem materialı və en kəsiyi sahəsi eyni A olan millərdən təşkil olunur (şəkil 3.37), 3 milinin uzunluğu hesabat uzunluğundan 2Δ qədər kiçik hazırlanır. Sistemi quraşdırmaq üçün 3 milini 2Δ qədər dartıb, K və L qovşaqlarını üst-üstə qoymaq lazımdır. Millərdən hansında ən böyük gərginlik yarandığını təyin etməli, eləcə də K və L qovşaqlarının yerdəyişməsini (δ_K və δ_L) tapmalı. Millərin sərtliyi $C=EA$, boyuna elastiklik modulu E -dir.

Cavab: $\sigma_{\max} = \frac{4\Delta E \cos^3 \alpha}{a(1 + 2\cos^3 \alpha)}$; III mil; $\delta_L = \frac{4\Delta \cos^3 \alpha}{1 + 2\cos^3 \alpha}$; $\delta_K = \frac{2\Delta}{1 + 2\cos^3 \alpha}$.

Özünüyoxlama sualları

1. Dartılma, sıxılma deformasiyası nəyə deyilir?
2. Bernulli hipotezinin mahiyyəti nədir?
3. Hansı uzanmaya mütləq boyuna uzanma, hansına eninə uzanma (qısalma) deyilir? Onların ölçü vahidləri.
4. Nisbi boyuna (eninə) uzanma (qısalma) nəyə deyilir?
5. Onların ölçü vahidləri.
6. Hansı materiallar plastik, hansılar kövrək adlanır?
7. Biroxlu, ikioxlu və üçoxlu gərgin hallarda Huk qanunları?
8. Hansı qanunauyğunluqlar xarakteristikaları bir-birilə bağlayır?
9. Boyuna elastiklik modulu, onun fiziki mənası və ölçü vahidi.
10. Dartılmada (sıxılmada) kəsiyin sərtliyi nəyə deyilir və o milin (brusun) sərtliyindən nə ilə fərqlənir?
11. Puasson əmsalı nəyə deyilir, onun ölçü vahidi?
12. Dartılma (sıxılma) diaqramlarının hansı xarakterik xüsusiyyətləri var?
13. Mütənasiblik, elastiklik, axıcılıq, möhkəmlik hədləri və dağıdıcı gərginlik nəyə deyilir?
14. Hansı deformasiyaya elastiki, hansı deformasiyalara plastiki deformasiyalar deyilir. Onları gərginlik diaqramından necə təyin etmək olar?
15. Lyuders-Çernov xətləri nəyə deyilir və onlar nə vaxt yaranır?
16. Boyuncuq nəyə deyilir, nə vaxt yaranır və nə üçün dağılma, möhkəmlik həddindən kiçik olan gərginlik təsirindən baş verir?
17. Hansı xarakteristika ilə materialın plastikliyi müəyyən edilir?
18. Sonradan özünü təsir elastikliyin aqibəti, materialın döyənəyi haqqında fikrinizi söyləyin.
19. Statik həll olunan və həll olunmayan sistemlər nəyə deyilir?
20. Zəruri və «artıq» əlaqələr nədir?
21. Statik həll olunmayan sistemlər hansı səciyyəvi xüsusiyyətlərə malikdir?
22. Simmetrik yüklənən simmetrik müstəvi sistemlərin həll olunma xüsusiyyətlərini göstərin.

IV F Ə S İ L
XALIS SÜRÜŞMƏ

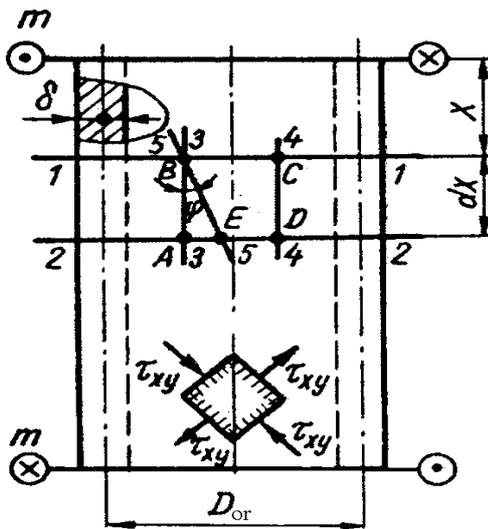
Ə4.1. Ümumi anlayışlar. Nazik divarlı silindrik boruların burulmasında xalis sürüşmə deformasiyasının öyrənilməsi

Xalis sürüşmə deformasiyası elementin qarşılıqlı perpendikulyar üzlerində yalnız toxunan gərginlik yarandığı halda baş verən deformasiyaya deyilir.

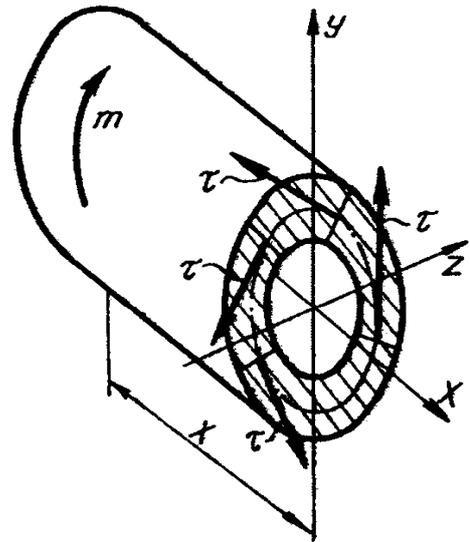
Hər iki ucuna momenti m olan cüt qüvvələr tətbiq olunan nazikdivarlı silindrik borunun deformasiyasına baxaq (şəkil 4.1).

Borunun orta diametri D_{or} , divarının qalınlığı δ -dir. $D_{or}/\delta \geq 10$ olarsa, boru nazikdivarlı hesab edilir.

Borunun en kəsiyində yalnız toxunan gərginliyin yarandığını göstəririk. Kəsmə üsulundan istifadə edərək borunun yuxarı hissəsini (şəkil 4.1) atırıq. Onun aşağı hissəsinə (şəkil 4.2) baxırıq.



Şəkil 4.1.



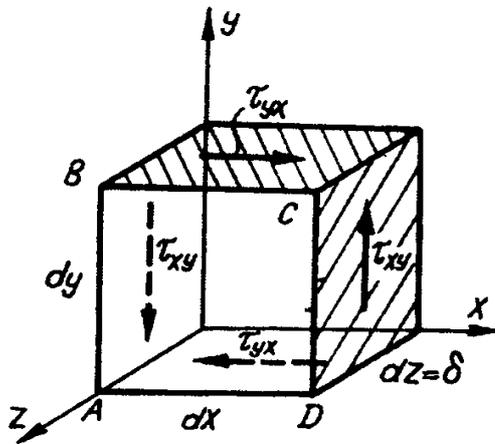
Şəkil 4.2.

Boru bir-birinə bərabər və əks yönələn burucu cütlərlə yüklənmişdir, ona görə də müvazinətdə olur. Onun istənilən hissəsi, o cümlədən yuxarı hissəsi müvazinətdədir. Lakin bu o vaxt mümkündür ki, onun en kəsiyində yalnız toxunan qüvvələr yaransın (şəkil 4.2).

Belə halda normal qüvvələr yarana bilməz, çünki onları müvazinətləşdirəcək xarici qüvvələr yoxdur.

Ə4.2. Toxunan gərginliyin qoşalığının xüsusiyyətləri

Şəkil 4.1-ə müraciət edək. $ABCD$ elementini (şəkil 4.3) nazik divarlı silindrik borunun oxuna normal olan iki 1-1 və 2-2 kəsikləri ilə və oxa paralel olan iki 3-3 və 4-4 kəsikləri ilə kəsməklə alırıq. İşarələri belə qəbul edirik: oxa perpendikulyar olan sahəciyə həmin oxun adını veririk. Məsələn, $ABCD$ sahəciyi z oxuna perpendikulyardır və onu z sahəciyi adlandırırıq və s . Toxunan gərginliyə iki indeks verilir: nk , burada n -sahəciyin adını, k -sahəyə paralel olan oxun adını göstərir; Bu ox toxunan gərginliyin vektoruna paralel olur. Məsələn, τ_{xy} gərginliyi x sahəciyində təsir



Şəkil 4.3.

edir. O y oxuna paraleldir.

Beləliklə, y sahəciyi nazik divarlı silindrik borunun en kəsikləri ilə üst-üstə düşür və onlarda şəkil 4.3-də göstərilən kimi τ_{yx} toxunan gərginliyi yaranır. x sahəciklərində olan gərginlikləri τ_{xy} ilə işarə edirik.

Boru müvazinətdədir, təbiidir ki, onun hər bir elementi də müvazinətdə olacaqdır. Müvazinət tənliyindən istifadə edək: $\sum M_z = 0$. z

oxundan dx məsafədə olan x üzündə $\tau_{xy} \cdot dy \cdot dz$ toxunan qüvvəsi y üzündə isə $\tau_{yx} \cdot dx \cdot dz$ qüvvəsi təsir edir. Hər bir toxunan qüvvəni öz qoluna vuraraq, alırıq:

$$\tau_{xy} \cdot dy \cdot dz \cdot dx - \tau_{yx} \cdot dx \cdot dz \cdot dy = 0.$$

Buradan

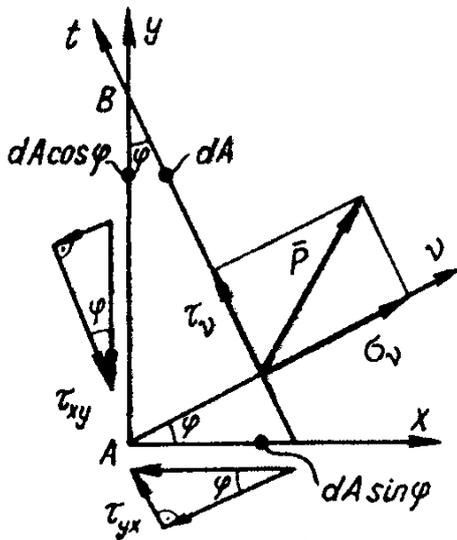
$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad (4.1)$$

(4.1) ifadəsi *toxunan gərginliyin qoşalığı qanunu* adlanır: **qarşılıqlı perpendikulyar sahəciklərdə sahəciklərin kəsişmə xəttinə doğru və ya əks tərəfə yönələn qiymətçə bərabər toxunan gərginliklər təsir edir.**

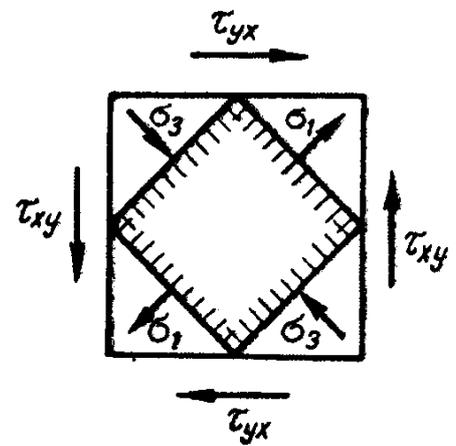
4.3. Xalis sürüşmə halında borunun oxuna maili olan sahədə normal

və toxunan gərginliklər

B nöqtəsindən φ bucağı altında 5-5 düz xəttini keçirək və ayrıca ABE elementini (bax:şəkil 4.1) göstərək. Əvvəllər göstərildiyi kimi, üfiqi və şaquli sahəciklərdə intensivliyi τ_{xy} və τ_{yx} toxunan gərginlikləri olan toxunan qüvvələr yaranır. Intensivliyi p olan tam qüvvə yaranan maili müstəvi v normalını çəkirik (şəkil 4.4). Qiymətləri τ_v və σ_v -lərdən asılı təyin etmək daha əlverişlidir. Maili müstəvinin sahəsini dA , sahəcikləri isə $x=dA\cos\varphi$ və $y=dA\sin\varphi$ qəbul edərək, ABE elementinin müvazinət halına baxaq:



Şəkil 4.4.



Şəkil 4.5.

$$a) \Sigma v = 0, \sigma_v \cdot dA = \tau_{xy} \cdot dA \cdot \cos\varphi \cdot \sin\varphi + \tau_{yx} \cdot dA \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi.$$

Toxunan gərginliyin qoşalığı qanununa əsasən ($\tau_{xy} = \tau_{yx}$).

$$\tau_v = \tau_{xy} \cdot \sin 2\varphi. \quad (4.2)$$

$$b) \Sigma t = 0, \tau_v \cdot dA = \tau_{xy} \cdot dA \cdot \cos\varphi \cdot \cos\varphi - \tau_{yx} \cdot dA \cdot \sin\varphi \cdot \sin\varphi,$$

yaxud,

$$\tau_v = \tau_{xy} \cdot \cos 2\varphi. \quad (4.3)$$

$\varphi_1=45^\circ$ və $\varphi_2=135^\circ$ qiymətlərini (4.3) ifadəsində yazaraq $\tau_v=0$ alırıq, **yəni borucuğun həndəsi oxu ilə 45° təşkil edən maili müstəvilərdə toxunan gərginliklər sıfıra bərabərdir.**

Deməli, bu sahələrdə yaranan normal gərginliklər baş normal gərginliklər, sahələr isə baş sahələr olur.

(4.2) ifadəsindən istifadə edərək xalis sürüşmədə borucuğun həndəsi oxu ilə 45^0 bucaq təşkil edən sahəciklərdə baş normal gərginlikləri təyin edək:

$$\begin{aligned} \varphi = 45^0, \quad \sigma_v = +\tau_{xy}; \quad \varphi = 135^0, \quad \sigma_v = -\tau_{xy}; \\ \varphi = 225^0, \quad \sigma_v = +\tau_{xy}; \quad \varphi = 315^0, \quad \sigma_v = -\tau_{xy}. \end{aligned}$$

Gərginliklərin sahələrdəki istiqaməti şəkil 4.5-də göstərilir; cəbri mənada baş normal gərginliklər $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ bərabərsizliyi ilə əlaqələndiyindən, $\sigma_1 = \tau_{xy}$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\tau_{xy}$. Şəkildən görünür ki, **xalis sürüşmə elə deformasiyadır ki, onda baş gərginliklər qiymətcə bərabər, istiqamətcə (işarəcə) əks olur.**

Ə4.4. Deformasiyalar, G və E arasında əlaqə və xalis sürüşmədə Hük qanunu

Xalis sürüşmə şəraitində olan elementin deformasiyasına baxaq. Xalis sürüşmədə gərginlik və deformasiyalar arasındakı analitik asılılıqları müəyyən edək.

Şəkil 4.7-dən görünür ki, sürüşmə bucağı

$$\gamma_{xy} = \frac{\Delta s}{a} \quad (tg \gamma_{xy} \approx \gamma_{xy}). \quad (a)$$

AC diaqonalının mütləq uzanması isə (şəkil 4.6)

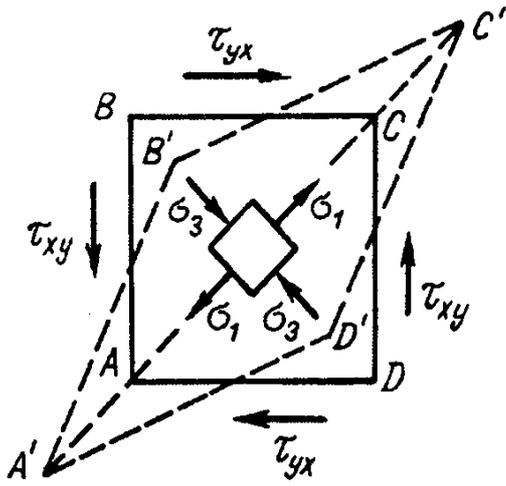
$$\Delta l_{AB} = \Delta l = \frac{\Delta S}{\sqrt{2}}. \quad (b)$$

(b) ifadəsindən Δs -nin qiymətini (a) ifadəsində yazaraq alırıq:

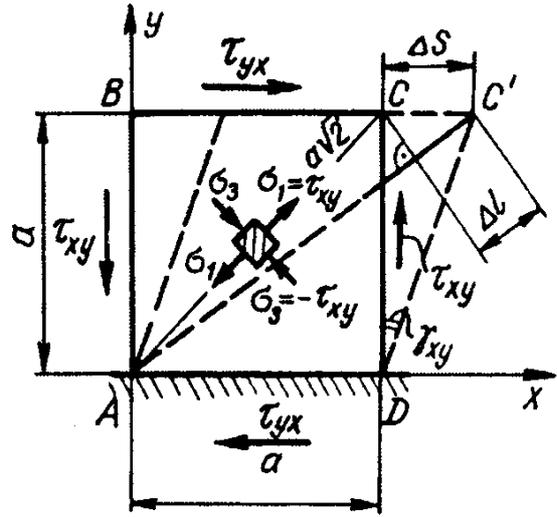
$$\gamma_{xy} = \frac{\sqrt{2} \cdot \Delta l}{a}. \quad (c)$$

Əvvəlki kubikə nisbətən 45^0 çevrilmiş elementi (şəkildə ştrixlənilib) göstərək. Bu element üçün $\sigma_1 = \tau_{xy}$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\tau_{xy}$ və müstəvi gərgin hal şəraitində işləyir. AC diaqonalının mütləq uzanması bərabərdir: $\Delta l = \varepsilon_{AC} \cdot L_{AC} = \varepsilon_{AC} \cdot a\sqrt{2}$.

Ümumiləşmiş Hük qanununa (3.15) əsasən AC diaqonalının nisbi uzanması



Şəkil 4.6.



Şəkil 4.7.

$$\varepsilon_{AC} = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)) = \frac{1}{E}(\tau_{xy} + \mu \cdot \tau_{xy}) = \frac{1+\mu}{E} \tau_{xy}. \quad (c)$$

ε_{AC} -nin qiymətini Δl ifadəsində yerinə yazıb, sonra da (c) ifadəsini nəzərə alaraq, yazırıq:

$$\gamma_{xy} = \frac{2 \cdot (1 + \mu)}{E} \tau_{xy},$$

yaxud

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy}, \quad (4.4)$$

hansı ki,

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}. \quad (4.5)$$

G sürüşmə modulu, yaxud ikinci növ elastiklik modulu adlanır.

(4.4) ifadəsi **sürüşmədə Huk qanununu** ifadə edir və belə oxunur: **mütənasiblik həddi daxilində toxunan gərginliklərlə bucaq deformasiyaları arasında xətti asılılıq mövcuddur.**

(4.5) ifadəsi boyuna elastiklik modulu E , sürüşmə modulu G və Poasson əmsalı μ arasında əlaqə yaradır. Poladlar üçün $\mu=0,25 \div 0,33$; $E=2 \cdot 10^5 \text{MPa}$. Bu halda poladın sürüşmə modulu

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} = (0,375 \div 0,40)E \cong 8 \cdot 10^4 \text{MPa}.$$

Çuqun üçün

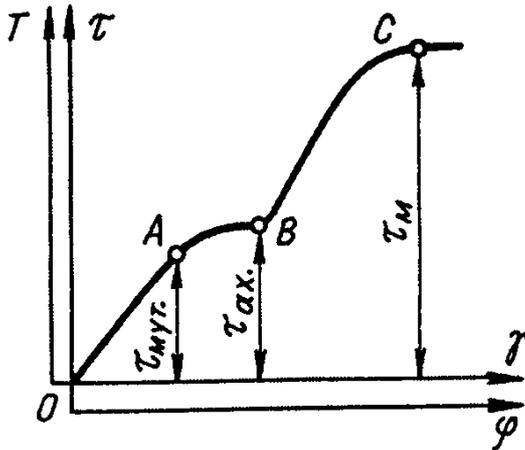
$$G = 4,5 \cdot 10^4 \text{MPa}.$$

Mütləq sürüşmə Δs üçün Huk qanunu $\Delta s = \gamma \cdot a$ ifadəsində, nisbi sürüşmənin $\gamma = \frac{\tau}{G}$ qiymətini, toxunan gərginliyi kəsici qüvvədən G və en kəsiyi sahəsindən $A (\tau = \frac{Q}{A})$ asılı olaraq təyin edərək, alırıq:

$$\Delta s = \gamma \cdot a = \frac{\tau}{G} a = \frac{Q \cdot a}{G \cdot A} \quad (4.6)$$

Ə4.5 Sürüşmə diaqramı və möhkəmliyə hesabat

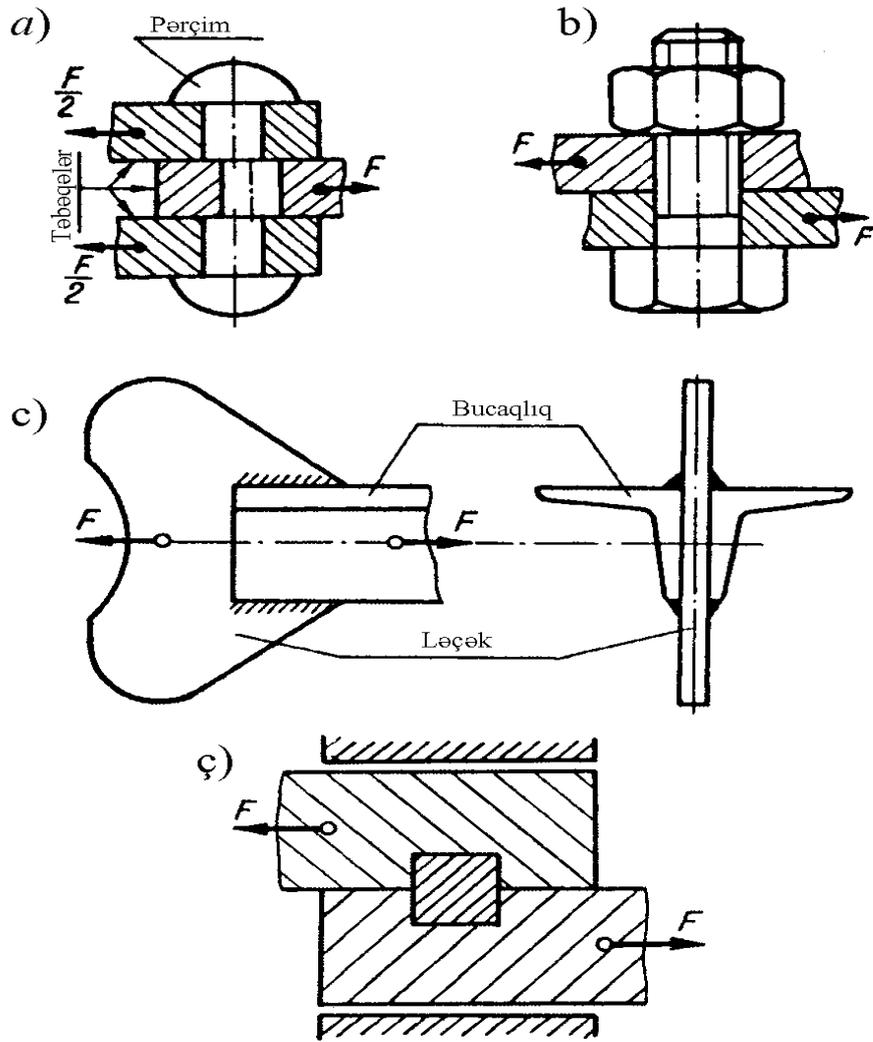
γ və τ koordinatları ilə ifadə olunan qrafik (şəkil 4.8) *sürüşmə diaqramı* adlanır. Bu diaqram nazikdivarlı silindrik boru burulanda alınan təcrübi nəticələr əsasında qurulur. Plastik materiallar üçün sürüşmə diaqramı dartılma diaqramına uyğundur. Sürüşmə diaqramında da dartılma diaqramındakı kimi xarakterik nöqtələri aşkar edib materialın bir neçə xarakteristikasını təyin etmək olar. Belə nöqtələr sürüşmədə mütənasiblik həddinə τ_{MYT} , axıcılıq həddinə τ_{ax} və möhkəmlik həddinə τ_{MOU} uyğun gələn A, B, C nöqtələridir.



Şəkil 4.8.

Maşınqayırmada və inşaatda çox rast gəlin xalis sürüşmə deformasiyası, adətən, əvvəlcə plastik kəsmə deformasiyası ilə başlanır. Belə ki, sürüşmə və kəsilmə deformasiyası metal təbəqələrin kəsilməsində, mexaniki qayçılarda işində, mühəndis konstruksiyalı birləşdirmələrində və s. müşahidə olunur.

Pərçimlər, boltlar, qaynaq tikişləri və işkillər (şəkil 4.9), adətən, sürüşmə və kəsilməyə işləyir. Kəsilmə, sürüşmə və əzilmə şəraitində konkret birləşmələrdə istifadə olunan elementlərin möhkəmliyə hesablanması maşın hissələri fənnində öyrədilir. Ona görə də bunların üzərində dayanmayacağıq. Qeyd etmək lazımdır ki, layihə hesabatının möhkəmlik şərti aşağıdakı ifadə ilə göstərilir:



Şəkil 4.9

$$\tau_{\max} \leq [\tau], \quad (4.7)$$

burada: τ_{\max} - konstruksiya elementində ən böyük gərginlik, $[\tau]$ - buraxıla bilən toxunan gərginlikdir (bu $[\sigma]$ -nın müəyyən hissəsini təşkil edir).

Möhkəmlik nəzəriyyəsinə əsasən

$$[\tau] \cong 0,6[\sigma].$$

Xalis sürüşmədə möhkəmliyin ehtiyat əmsalı

$$n = \frac{\tau_{\text{црэд}}}{\tau_{\max}} > 1. \quad (4.8)$$

Plastik materiallar üçün $\tau_{\text{црэд}}$ əvəzinə, sürüşmədə axıcılıq həddi - τ_{ax} , kövrək materiallar üçün isə sürüşmədə möhkəmlik həddi $\tau_{\text{мюц}}$ götürülür. τ_{\max} ən böyük toxunan gərginlikdir.

Özünüyoxlama sualları

1. Müstəvi gərgin halın hansı vəziyyətinə xalis sürüşmə deyilir?
2. Xalis sürüşmə sahəsi sürüşmə sahəsindən nə ilə fərqlənir?
3. Xalis sürüşmədə bir-birinə perpendikulyar sahədə yaranan normal gərginliklər arasında hansı asılılıq var?
4. Mütləq sürüşmə, nisbi sürüşmə və sürüşmə bucağı nəyə deyilir?
5. Xalis sürüşmədə Huk qanunları necə ifadə edilir?
6. Eninə və boyuna elastiklik modulları, həm də Puasson əmsalı arasındakı asılılıq necə ifadə edilir və onun əhəmiyyəti?
7. Xalis sürüşmədə möhkəmlik şərti necə ifadə edilir və onu yazın?
8. Toxunan gərginliyin buraxıla bilən qiyməti necə təyin edilir?

V F Ə S İ L

BURULMA

Ə 5.1. Ümumi anlayışlar. Dairəvi en kəsikli brusların burulması

Brusun oxuna perpendikulyar müstəvidə cütlərlə yüklənən düzoxlu brusun deformasiyasına **burulma** deyilir (şəkil 5.1) Praktiki olaraq bütün maşınların, avadanlıqların, mexanizmlərin ayrı-ayrı detalları burulma deformasiyası şəraitində işləyir. Məsələn, burulma deformasiyasına uğrayan vallar dəzgahların, hərəktə olan qurğuların – avtomobillərin, təyyarələrin, gəmilərin, elektrovoz və teplovozların və s. ayrılmaz hissəsidir.

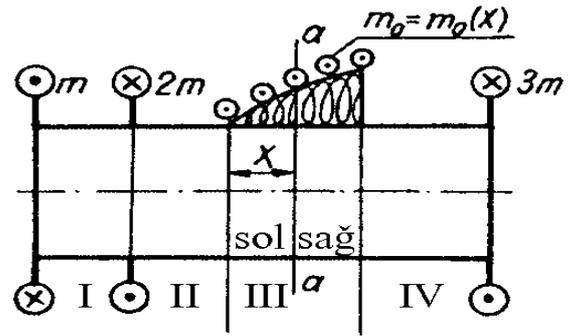
Brusa (şəkil 5.1) topa m_i cütləri, moment intensivliyi $m_0=m_0(x)$ olan uzununa yayılmış moment yükü tətbiq edilmişdir.

Bundan sonra xarici momentləri *burucu cütlər* adlandıracağıq.

Burulmada kəsiklərdə yaranan daxili qüvvə amillərini təyin edək.

Bunun üçün kəsmə üsulundan

istifadə edirik və brusun sol tərəfinə baxırıq (şəkil 5.1). Aydın ki, xarici qüvvə amilləri x, y və z oxlarına proyeksiyalar, y və z oxlarına nisbətən momentlər vermir. Onlar brusun oxu ilə üst-üstə düşən x oxuna nəzərən moment verir. Ona görə də daxili qüvvələr kəsikdə - brusun kəsik müstəvisində yerləşən cütlərə gətirilir. Bu cütləri *burucu moment* adlandırırıq və T ilə işarə edirik. Brusun sol tərəfini $\Sigma M_x = 0$ müvazinət şərtindən istifadə etməklə III mənəqədə burucu momentin qiymətini təyin edirik:



Şəkil 5.1.

$$T''' = -m + 2m - \int_0^x m_0 \cdot dx \quad (5.1)$$

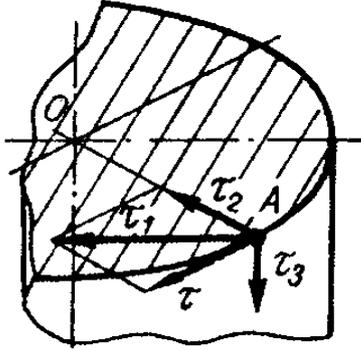
burada: $\int_0^x m_0 \cdot dx$ - kəsikdən soldakı momentlə yüklü sahədir.

Təsirin əks təsirə bərabər olması qanunundan istifadə edərək, son nəticədə alırıq:

$$T = \sum_{\text{soldan}} m_i = \sum_{\text{sağdan}} m_i \quad (5.2)$$

Kəsilmiş hissənin müvazinəti şərtindən belə çıxır ki, **kəsikdə burucu moment kəsikdən solda, yaxud sağda olan xarici cütlərin momentlərinin cəbri cəminə bərabərdir.**

Beləliklə, (5.2) ifadəsi əsasında kəsiklərdə burucu momentləri təyin edib, T burucu moment epürünü quraraq, brusun möhkəmlik və sərtlik məsələlərini həll etmək olar.



Daxili qüvvələr en kəsikdə əvəz-ləyici cütə gətirilir. Brusun dairəvi en kəsiyinin konturundakı nöqtələrdə (şəkil 5.2) toxunan gərginliyin istiqamətini təyin edək. Fərz edək ki, kəsik konturunun A nöqtəsində τ_i toxunan gərginliyi yaranır. Onu toplananlara ayırırıq: normal üzrə - τ_2 və doğuran istiqamətdə yan səthdə τ_3 .

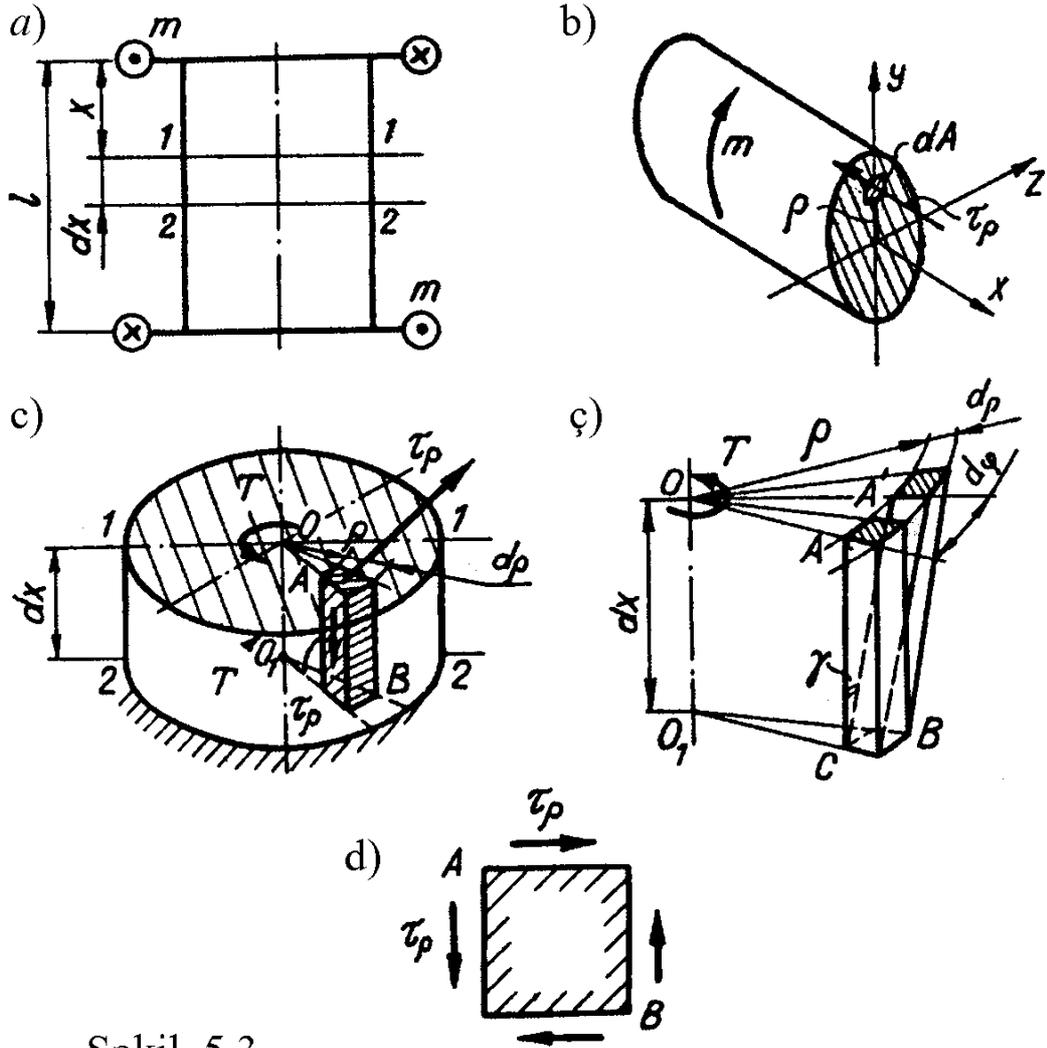
Şəkil 5.2. Brusu buran qüvvələr yan səthə perpendikulyar olan en kəsiklərə tətbiq edilir. Ona görə də bu səthlərdə (brusun oxu istiqamətində) boyuna qüvvələr olmur; buna görə də $\tau_3=0$. Toxunan gərginliyin qoşalığı qanununa əsasən τ_2 də sıfıra bərabər olacaq. Yalnız τ_1 qalır. **Kəsik konturunun nöqtəsində toxunan gərginlik həmişə kontura toxunan olur.**

Brusların burulmasına dair məsələlər həll edildikdə toxunan gərginliyi və bucaq yerdəyişmələrini brusun en kəsiyinin formasından və görünüşündən asılı olaraq təyin etmək lazım gəlir.

Dairəvi kəsikli bruslarda gərginlik haqqında məsələləri həll etməyə diqqət yetirək. Belə bruslar üçün analitik asılılıqlar təcrübələrlə və elastiklik nəzəriyyəsinin üsulları ilə təsdiq olunan bir sıra hipotezlərə əsasən alınmışdır. Onlardan aşağıdakılar əsas hesab edilir:

Bernulli hipotezi – deformasiyadan əvvəl brusun həndəsi oxuna normal və yastı olan kəsik, deformasiyadan sonra da yastı qalır və brusun oxuna normal olur; brusun hər bir en kəsik sahəsi xarici momentlər tətbiq edildikdə öz müstəvisində bütöv sərt qalaraq müəyyən bucaq qədər dönür, buna görə də, en kəsiklər arasındakı məsafələr dəyişmir, brusun oxu düzxətli qalır.

Formanı saxlama hipotezinə əsasən deformasiyaya qədər düzxətli olan radiuslar deformasiyadan sonra da öz düzxətliliklərini saxlayır.



Şəkil 5.3.

Kənar uclarından xarici m momentlərilə yüklənən brus (şəkil 5.3,a) götürək. Kəsmə üsulundan istifadə edərək onun yuxarı hissəsinə baxaq (şəkil 5.3,b). Yuxarıda göstərilədiyi kimi, brusun en kəsiyində yalnız toxunan gərginlik yaranır, məsələn, mərkəzdən ρ məsafədə dA sahəciyində τ_ρ . Onda, $\tau_\rho \cdot dA$ – elementar elastiklik qüvvəsinin qiyməti, $\tau_\rho \cdot dA \cdot \rho$ isə bu qüvvənin O nöqtəsinə nəzərən momenti olacaq. Kəsik üzrə elementar toxunan elastiklik qüvvələrinin momentlərini toplayaraq, burucu momentin qiymətini təyin edirik:

$$T = \int_A \rho \cdot \tau_\rho \cdot dA. \quad (5.3)$$

yaxud burucu moment, kəsikdə toxunan elastik qüvvələri cütünün əvəzləyicidir.

Uzunluğu dx olan elementar brusa və onun deformasiyasına baxaq (şəkil 5.3,c). Bunun üçün oxa perpendikulyar iki müstəvi ilə və radiusları ρ və $\rho + d\rho$ olan səthlərlə AB elementini ayıraq. Fikrən AB elementinin aşağı hissəsini bağlayaq və brusu yükləyək. Yuxarı kəsik (şəkil 5.3,ç) aşağıya nisbətən müəyyən γ bucağı qədər yerini dəyişəcəkdir. Brus elementi nin üst və alt en kəsikləri ilə üst-üstə düşən AB elementinin tillərində toxunan gərginliklər yaranır. Toxunan gərginliyin qoşalığı qanununu nəzərə alsaq, AB elementinin boyuna səthlərində də şəkil 5.3,e-də göstərilirdiyi kimi qiymətə bərabər, istiqamətə əks olan toxunan gərginlik yaranır. Buradan görünür ki, en kəsiyi dairəvi olan brus burulanda onun hər bir elementi xalis sürüşməyə uğrayır və $(CA, \wedge CA_1) = \gamma$ bucağı nisbi sürüşmə bucağı kimi qalır. Şəkil 5.3,ç-dən görünür ki, (AA_1) -i iki cür təyin edirik):

$$\begin{aligned} AA_1 &= \rho \ddot{d}\varphi, \\ AA_1 &= \gamma \ddot{d}x. \end{aligned}$$

Buradan

$$\gamma = \rho \frac{d\varphi}{dx}. \quad (a)$$

$\theta = \frac{d\varphi}{dx}$ işarə edirik. Bu, uzunluğu vahidə bərabər olan brusun burulma bucağı, yaxud nisbi burulma bucağıdır. Sürüşmədə $\tau = G \cdot \gamma$ Huk qanunundan istifadə edərək, alırıq:

$$\tau = G \cdot \theta \cdot \rho. \quad (5.4)$$

(5.3) ifadəsinə τ -nün qiymətini qoyuruq və G , θ sabitlərini inteqral xaricinə çıxarıırıq:

$$T = G \cdot \theta \int_A \rho^2 dA. \quad (b)$$

İnteqralı J_p ilə işarə edək, yəni:

$$J_p = \int_A \rho^2 \cdot dA. \quad (5.5)$$

Bu inteqral *qütüb ətalət momenti* adlanır (burulmada kəsik sərtliyinin həndəsi xarakteristikası) və (b) ifadəsi aşağıdakı kimi olur:

$$T = G \cdot J_p \cdot \theta.$$

Buradan,

$$\theta = \frac{T}{GJ_p} = \frac{T}{C}. \quad (5.6)$$

(5.6) ifadəsində $C=GJ_p$ -dairəvi en kəsikli brusun burulmasında kəsiyin sərtliyidir.

Nisbi burulma bucağı $\theta = \frac{d\varphi}{dx}$ olduğuna görə, burulma bucağı φ üçün (5.6)-nı nəzərə almaqla yazarıq:

$$\varphi = \theta \int_0^l dx = \frac{T \cdot l}{C}. \quad (5.7)$$

(5.7) düsturu uzunluğu l olan brusun kəsiklərinin qarşılıqlı burulma bucaqlarını təyin etməyə imkan verir.

(5.6) ifadəsindən θ -nın qiymətini (5.4) ifadəsinə yazmaqla dairəvi en kəsikli brusun burulmasından yaranan toxunan gərginliyi təyin etməyə imkan verən düsturu alırıq:

$$\tau = \frac{T}{J_p} \rho. \quad (5.8)$$

(5.8) ifadəsi τ gərginliyi ilə gərginliyi təyin olunacaq nöqtəyə qədər olan ρ məsafəsi arasındakı asılılığı müəyyən edir. Bu asılılıq xəttidir (şəkil 5.4).

(5.8) ifadəsindən görünür ki, toxunan gərginlik o vaxt maksimum olacaqdır ki, $\rho = \rho_{\max}$ olsun, yəni:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{J_p} \rho_{\max} = \frac{T}{W_p}, \quad (5.9)$$

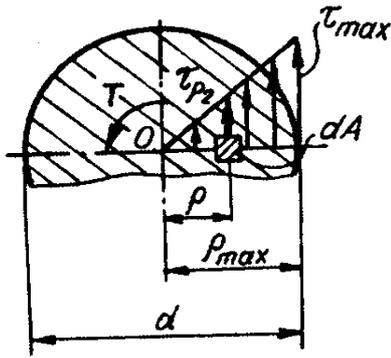
burada: W_p – brusun en kəsiyinin qütb müqavimət momentidir. O bərabərdir:

$$W_p = \frac{J_p}{\rho_{\max}}. \quad (5.10)$$

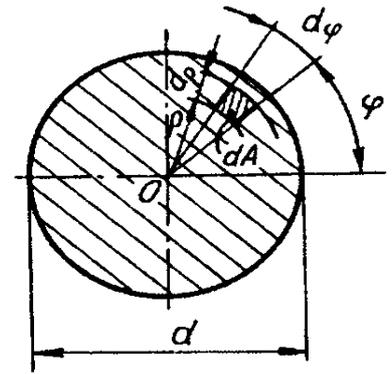
Dairə üçün (şəkil 5.5) J_p və W_p ifadələrini təyin edək.

(5.5) ifadəsinə əsasən

$$J_p = \int_A \rho^2 \cdot dA, \quad dA = \rho \, \ddot{e} d\varphi \, \ddot{e} d\rho.$$



Şəkil 5.4.



Şəkil 5.5.

$$J_p = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{d/2} \rho^3 \cdot d\rho = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4. \quad (5.11)$$

(5.10) ifadəsinə əsasən

$$W_p = \frac{J_p}{d/2} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = 0,2 \cdot d^3. \quad (5.12)$$

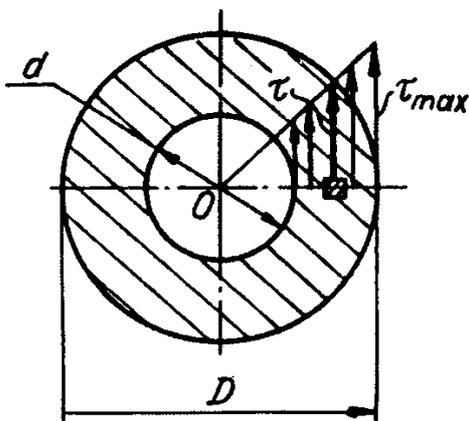
Praktikada J_p və W_p -in əsasən təqribi qiymətlərindən istifadə edilir, yəni:

$$J_p = 0,1\text{ë}d^4, \quad W_p = 0,2\text{ë}d^3. \quad (5.13)$$

Ölçü vahidləri J_p [m^4], W_p [m^3].

Halqavari en kəsikli bruslar üçün də Bernulli hipotezi və yaxud yastı kəsiklər fərziyyəsi qüvvəsini saxlayır. Ona görə də burada da (5.7), (5.8) və (5.9) düsturları tətbiq edilə bilər. En kəsiyi halqa

olan bruslar üçün qütbi ətalət momentinin J_p və müqavimət momentinin W_p qiymətlərini təyin edək. Şəkil 5.6-ya və (5.5) ifadəsinə əsasən



Şəkil 5.6.

$$\begin{aligned} J_p &= \int_A \rho^2 \cdot dA = \int_{A_1} \rho^2 \cdot dA - \int_{A_2} \rho^2 \cdot dA = \\ &= \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi d^4}{32} (1 - k^4) \end{aligned} \quad (5.14)$$

Burada A_1 və A_2 uyğun olaraq diametrləri D və d olan dairələrin

sahələri; $k = \frac{d}{D}$ diametrlərin nisbə-tidir.

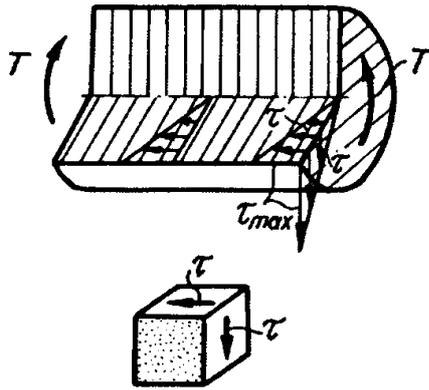
Müqavimət momenti (5.10) halqa kəsik üçün belə olacaq:

$$W_p = \frac{J_p}{D/2} = \frac{\pi \cdot D^3}{16} (1 - k^4) \quad (5.15)$$

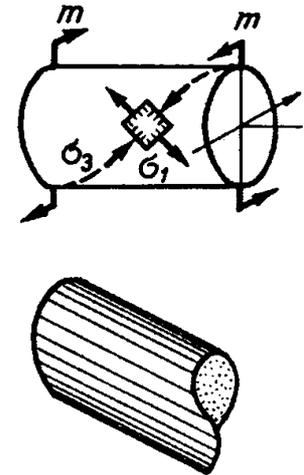
Deməli, en kəsiyi halqa olan brus üçün J_p və W_p -in qiymətləri:

$$J_p \cong 0,1 \cdot D^4 (1 - k^4); \quad (5.16)$$

$$W_p \cong 0,2 \cdot D^3 (1 - k^4).$$



Şəkil 5.7.



Şəkil 5.8.

En kəsiyin radius boyunca nöqtələrində toxunan gərginliklər həmişə radiusa perpendikulyar olur (şəkil 5.6). Təbii olaraq deməliyə ki, boyuna kəsiklərdə də (şəkil 5.7, a) qiymətçə belə toxunan gərginliklər yaranır. Eninə və boyuna kəsiklərlə ayrılan element şəkil 5.7, b-dən göründüyü kimi, xalis sürüşmə şəraitində işləyir. Belə halda kəsiyin bütün nöqtələrində gərgin halın xarakteri dəyişməyəcək, dəyişən yalnız brusun oxuna qədər olan məsafədən asılı olaraq təyin olunan toxunan gərginliyin qiyməti olacaq. Məhz bu səbəbə görə xalis sürüşmə hər yerdə eyni olmayacaq.

(4.2) ifadəsindən və (şəkil 4.5) görünür ki, dairəvi en kəsikli bruslarda baş normal gərginliklər baş sürüşmə sahəsi ilə 45° bucaq təşkil edən sahələrdə yaranır. Şəkil 5.8, a-da baş sahəciklər, σ_1 və σ_3 baş gərginlikləri, şəkil 5.8, b-də isə kövrək materialın (çuqun) burulmada dağılma xarakteri göstərilmişdir. Belə materiallar tez-tez maksimal dartıcı gərginliklər təsir edən müstəvilərdən dağılır. Burada dağılma vintvari xətt istiqamətində mürəkkəb müstəvi üzrə baş vermişdir.

Ə 5.2. En kəsiyi dairəvi olmayan brusların burulması

Maşınqayırmada və nəqliyyatda bəzən en kəsiyi dairəvi olmayan – dördbucaqlı, kvadrat (az halda elliptik, üçbucaq və s.) kəsikli bruslardan istifadə edilir. Belə brusların gərginliklərinin və deformasiyalarının təyini xeyli çətinləşir, onlar elastiklik nəzəriyyəsinin materiallar müqavimətində öyrənilməyən üsulları ilə tapılırlar. Çətinliyin səbəbi en kəsiyi dairəvi olmayan millərin xüsusiyyətləridir: onlar üçün – yastı kəsiklər və radiusların deformasiya olunmadan düzxətliliyi fərziyyələri qəbul olunmur. En kəsiyi dairəvi olmayan millərin burulmasında yastı eninə kəsiklər əyrixətli müstəvilərə çevrilir (şəkil 5.9). Belə millərin en kəsiklərinin başqa forma alması göstərir ki, burulma deformasiyasında hissəciklər müxtəlif qiymətlərdə və istiqamətlərdə yerdəyişməyə uğrayır. Hissəciklərin boyuna yerdəyişmələri maneəsiz baş verir, ya da çox çətin olur. Bu halda milin en kəsiklərində normal gərginliklər və toxunan gərginliklər əmələ gəlir və belə burulmaya *məhdudlaşdırılan (sərbəst olmayan) burulma* deyilir. Nazik divarlı millərin məhdudlaşdırılan burulma nəzəriyyəsi V.Z.Vlasovun əsərlərində öz əksini tapmışdır. Belə burulma bu kursun çərçivəsindən kənara çıxır və burada verilmir.

Qeyd etmək lazımdır ki, en kəsiyi dairəvi olmayan millərin burulmasında toxunan gərginliklər həmişə kəsiyin konturuna toxunan istiqamətləndirilir. Ən böyük toxunan gərginlik və burulma bucaqları aşağıdakı düsturlarla təyin olunur:

$$\theta = \frac{T}{C}, \quad (5.17)$$

$$\varphi = \frac{Tl}{C}, \quad (5.18)$$

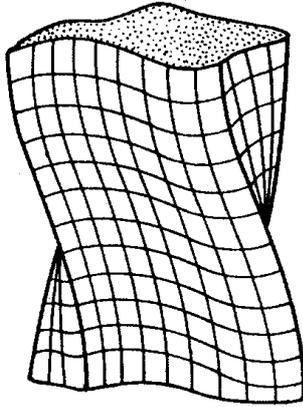
$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_{\delta}} \quad (5.19)$$

bu ifadələrdə $C=G\delta J_{\delta}$ - verilən kəsiyin burulmada sərtliyi; J_{δ} - burulmada kəsiyin ətalet momenti; W_{δ} - burulmada müqavimət momentidir.

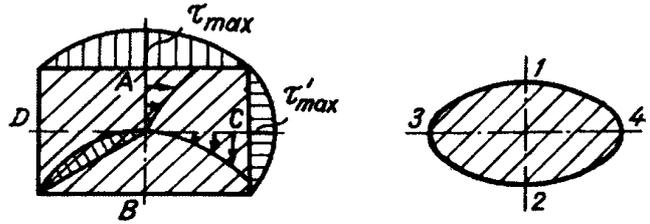
(5.17), (5.18) və (5.19) ifadələri en kəsikləri dairəvi olan millərin burulmasındakı (5.6), (5.7) və (5.9) ifadələrinə uyğundur.

En kəsiyi dördbucaqlı olan brusun burulmasına diqqət yetirək. Toxunan gərginliklər en kəsikdə müxtəlif istiqamətlərdə müxtəlif qiymətlərə malikdir. Simmetriya oxlarına və kəsiyin konturuna görə

gərginliklər epürü şəkil 5.10,a-da göstərilmişdir. Şəkildən görüldüyü kimi, maksimum toxunan gərginliklər dördbucaqlının uzun tərəflərinin ortasında A və B nöqtələrində yaranır. Başqa toxunan gərginliklər isə dördbucaqlının kiçik tərəflərinin ortasında C və D nöqtələrində yaranır.



Şəkil 5.9.



Şəkil 5.10.

Maksimum toxunan gərginliyin qiymətini (τ_{max}) A və B nöqtələrində (5.19) ifadəsi əsasında təyin etmək olar. Bu halda müqavimət momenti

$$W_{\delta} = \alpha b^2 h. \quad (5.20)$$

Kiçik tərəflərin ortasında (C və D nöqtələrində) toxunan gərginlik τ'_{max} aşağıdakı düsturla təyin olunur:

$$\tau'_{max} = \tau_{max} \cdot \gamma. \quad (5.21)$$

Milin Θ nisbi burulma bucuğunu və mütləq burulma bucağını (5.17) və (5.18) ifadələri əsasında təyin edirlər. Bu halda burulmada kəsiyin J_{δ} ətalet momentinin qiyməti

$$J_{\delta} = \beta \epsilon b^3 \epsilon h. \quad (5.22)$$

(5.20, 5.21, 5.22) düsturlarında α , β və γ əmsallardır, bunlar dördbucaqlının böyük h tərəfinin kiçik tərəfinə olan nisbətindən asılıdır. α , β və γ -ın qiymətləri 5.1 cədvəlində verilir.

Bütünlükdə

$$\tau_{max} = \frac{T}{\alpha b^2 h}, \quad (5.23)$$

$$\tau_{max} = \frac{T}{\alpha b^2 h} \cdot \gamma, \quad (5.24)$$

$$\theta = \frac{T}{G \cdot \beta \cdot b \cdot h}, \quad (5.25)$$

$$\varphi = \frac{Tl}{G \cdot \beta \cdot b^3 \cdot h} \quad (5.26)$$

Cədvəl 5.1

H/B	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0	∞
α	0,208	0,231	0,246	0,258	0,267	0,282	0,299	0,307	0,312	0,333 1/3
β	0,141	0,196	0,229	0,249	0,263	0,281	0,299	0,307	0,312	0,333 1/3
γ	1,000	0,859	0,795	0,766	0,753	0,745	0,743	0,742	0,742	0,742

En kəsiyi ellips şəklində olan brusda (şəkil 5.10,b) ən böyük toxunan gərginlik τ_{\max} kiçik yarımoxun uclarında, 1 və 2 nöqtələrində yaranır:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_{\delta}} = \frac{T}{\pi \cdot a \frac{b^2}{2}}. \quad (5.27)$$

Böyük oxların ucları üzrə (3 və 4 nöqtələri) gərginlik bu düsturla təyin edilir, lakin $W_{\delta} = \frac{\pi \cdot a^2 b}{2}$.

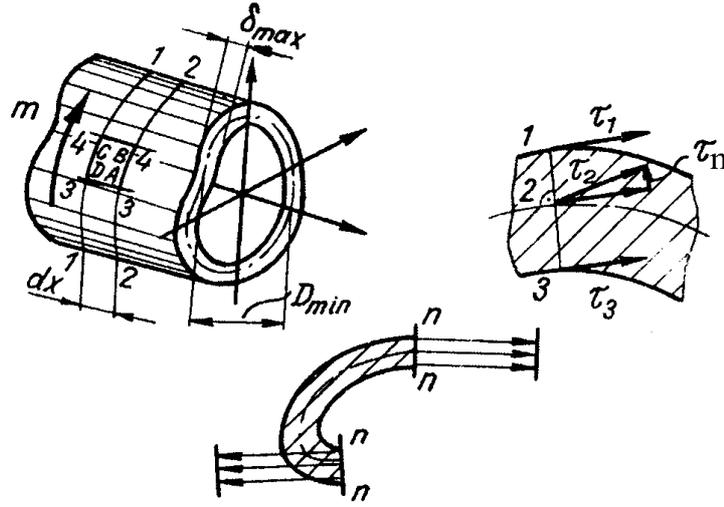
En kəsiyi ellips şəklində olan brusda mütləq burulma bucağı aşağıdakı ifadə ilə təyin edilir:

$$\varphi = \frac{Tl}{(G \cdot \pi \cdot b^3 \cdot a^3 / (a^2 + b^2))}. \quad (5.28)$$

Elastiklik nəzəriyyəsi başqa formalı kəsiklər üçün də τ_{\max} və φ -lərin qiymətlərini verir və onlar məlumat kitablarında göstərilir.

Ə5.3. Nazikdivarlı qapalı kəsikli valların burulması

Əgər en kəsiyinin minimum ölçüsünün maksimum qalınlığa olan nisbəti 10-dan böyük və bərabər olarsa, $D_{min}/\delta_{max} \geq 10$, ona *nazikdivarlı kəsik* (şəkil 5.11,a) deyilir. *Profil* adlanan nazikdivarlı kəsiyi bəzən yalnız orta xətlə təsvir edirlər; ona görə də ölçüləri bu xətti nəzərə almaqla göstərilir. **Milin divarının qalınlığının ortalarının həndəsi yerinə orta xətt deyilir.** Profillərin qalınlığı orta xəttə normal üzrə ölçülür.



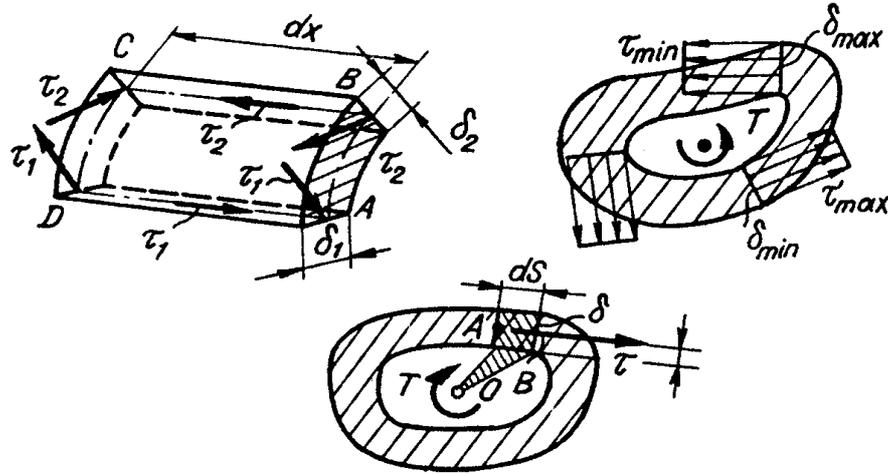
Şəkil 5.11

Orta xətlər qapalı (şəkil 5.11,a) və açıq olur. Buna uyğun olaraq profilləri qapalı və açıq profillər adlandırılır.

Nazikdivarlı qapalı kəsikli milin divarının qalınlığı üzrə toxunan gərginliyin paylanması qanununu təyin edək. 1-1 normal kəsiyini keçirək (şəkil 5.11,a).

Təcrübənin göstərdiyi kimi, bu kəsikdə yalnız toxunan qüvvələr və toxunan gərginliklər yaranır. Şəkil 5.11,b-də en kəsiyinin bir hissəsini təsvir edək və 2 nöqtəsində τ_2 gərginliyinin ixtiyari vektorunu keçirək. 1 və 3 nöqtələrində toxunan gərginliklər kəsik konturuna toxunan istiqamətləndirilmişdir. τ_2 vektorunu toplananlara ayıraq: τ - orta xəttə toxunan üzrə və τ_n - normal üzrə. Kəsiyinin nazikdivarlılığı artırılanda τ_1 və τ_2 qiymət və istiqamət cə yaxınlaşmağa başlayacaqdır, bu halda τ_n kiçiləcək və sıfıra yaxınlaşacaq.

Beləliklə, nazikdivarlı qapalı kəsikdə qalınlıq üzrə toxunan gərginliyin paylanması müntəzəmdir (şəkil 5.11,c).



Şəkil 5.12

Nazikdivarlı milin oxuna perpendikulyar iki 1-1 və 2-2 kəsikləri və boyuna oxdan keçən iki 3-3 və 4-4 müstəviləri ilə $ABCD$ elementini kəsib ayıraq, onu ayrıca göstərək (şəkil 5.12,a). Milin divarının qalınlığı δ_1 olan yerdə A nöqtəsinə τ_1 toxunan gərginliyi, δ_2 olan yerdə B nöqtəsinə τ_2 toxunan gərginliyi təsir edir. Eninə kəsiklərin A və B nöqtələrində toxunan gərginliklər olduğundan, qoşalıq qanununun qüvvədə olmasına əsasən milin oxuna paralel kəsiklərdə də həmin gərginliklərə bərabər toxunan gərginliklər yaranır. Həm də onlar qalınlığa görə olduğu kimi, kəsik üzrə də bərabər paylanır.

Mil müvazinət halında olur, ona görə də onun hər bir elementi, məsələn, $ABCD$ elementi də müvazinətdə olur. Elementə təsir edən qüvvələri x oxuna proyeksiyalayaq. $\sum X = 0$ müvazinət tənliyindən istifadə edirik. En kəsikdəki toxunan qüvvələr oxa proyeksiyalar vermədiyinə görə (oxa paralel kəsiklərdəki toxunan qüvvələr proyeksiya verir):

$$\sum X = \tau_1 \cdot \delta_1 \cdot dx - \tau_2 \cdot \delta_2 \cdot dx = 0,$$

yaxud

$$\tau_1 \cdot \delta_1 = \tau_2 \cdot \delta_2 \dots = \tau \delta = const. \quad (5.29)$$

Toxunan gərginliyin nazikdivarlı milin divarının qalınlığına hasili orta xəttin istənilən nöqtəsində sabitdir.

En kəsiyi qapalı olan nazikdivarlı mildə yaranan toxunan gərginliyi təyin etmək üçün düsturu çıxaraq. Elə bir en kəsik

göstərək ki, daxili toxunan qüvvələr T burucu momentinə gətirilmiş olsun (şəkil 5.12,c). δds sahəciyində $\tau \delta ds$ elementar toxunan qüvvələrdən yaranan moment $h \tau \delta ds$ olacaqdır. Burada τ və δ uyğun olaraq toxunan gərginlik və milin divarının qalınlığıdır, h məsafəsi B nöqtəsindən τ istiqamətinə endirilən perpendikulyardır. Kəsikdə burucu moment

$$T = \int_A h \tau \delta ds = \tau \delta \int_A h ds. \quad (a)$$

(a) ifadəsində $\tau \delta$ hasili (5.29)-a əsasən sabitdir və inteqral xaricinə çıxır.

A və B nöqtələrini O nöqtəsi ilə birləşdirək. ΔOAB -nin sahəsi (a) inteqralaltı ifadəsinin yarısına bərabərdir, yəni

$$2\alpha A_{or} = h ds, \quad (b)$$

burada: αA_{or} - ştrixlənmiş OAB üçbucağının sahəsidir.

(a) inteqralı kəsik konturunun orta xətti üzrə götürülür.

$$\int h ds = 2A_{or}. \quad (c)$$

(c) ifadəsini (a)-da nəzərə alaraq nazikdivarlı milin en kəsiyində yaranan toxunan gərginliyin qiymətini təyin edirik:

$$\tau = \frac{T}{2A_{or}\delta}. \quad (5.30)$$

(5.30) ifadəsini nəzərə almaqla orta xətt üzərindəki nöqtədə ($\delta = \delta_{\min}$) maksimum toxunan gərginlik

$$\tau_{\max} = \frac{T}{2A_{or}\delta_{\min}} = \frac{T}{W_{\delta}}. \quad (5.31)$$

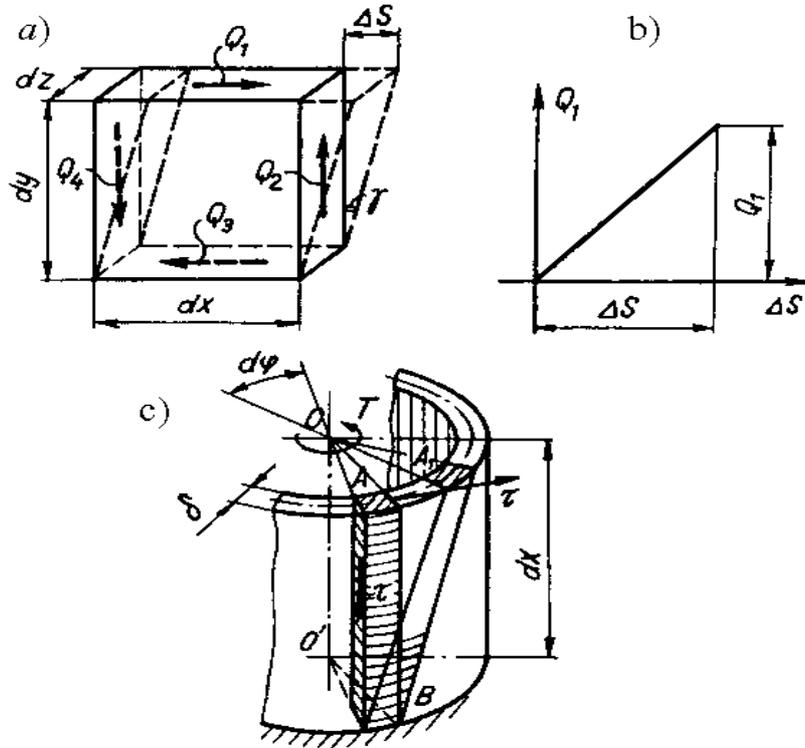
Burada nazikdivarlı qapalı kəsiyi olan milin burulmada müqavimət momenti

$$W_{\delta} = 2A_{or} \cdot \delta_{\min}, \quad (5.32)$$

A_{or} – orta xətt üzrə en kəsiyin sahəsidir.

Millərin sərtliyə hesablanmasını energetik məlumatlara əsasən axtarıyıq. Şəkil 5.13,a-da xalis sürüşmə şəraitində işləyən (üzlərdə yalnız Q_1, Q_2, Q_3 və Q_4 toxunan qüvvələri təsir edir) dx, dy, dz ölçülü element göstərilmişdir. Əgər aşağı üz tərəfi fikrən bağlasaq, onda üst tərəf, xalis sürüşmə nəzəriyyəsindən məlum olduğu kimi, mütləq sürüşmənin ds qiyməti qədər üfiqi vəziyyətdə yerini dəyişəcəkdir. Q_i xarici qüvvələri öz xətti yerdəyişmələrində A^* işini görür. Bir halda ki, element deformasiyaya uğrayır, materialın

hissəcikləri arasındakı məsafə və qüvvələrin qarşılıqlı təsiri dəyişir – deformasiyanın potensial enerjisi U toplanır. **Deformasiyanın potensial enerjisi dedikdə tətbiq olunan xarici qüvvələr hesabına elastiki sistemdə toplanan enerji başa düşülür.**



Şəkil 5.13.

Əgər çox böyük olmayan istilik və b. itkiləri nəzərə almasaq, enerjinin saxlanması qanununa əsasən demək olar ki, deformasiyanın potensial enerjisi qiymətəcə xarici qüvvələrin işinə bərabərdir:

$$U = A^* \quad (5.33)$$

Xarici qüvvələrin elementdə yaratdığı işi təyin edək (şəkil 5.13,a). Üzlərdə yerdəyişmə istiqamətinə perpendikulyar olan Q_2 və Q_3 qüvvələri iş görmür. Q_3 qüvvəsindən də yaranan iş sıfıra bərabərdir. Buna görə Q_1 qüvvəsi öz Δs yerdəyişməsindən iş görür:

$$A^* = \frac{Q_1 \Delta s}{2} \quad (5.34)$$

Fərz edək ki, Q_1 xarici qüvvəsi elementə statik tətbiq olunur, yəni sıfırdan başlayaraq Q_1 işçi qiymətə qədər düz xətt qanunu ilə artır (şəkil 5.13,b).

(5.34) ifadəsinə qüvvənin $Q_1 = \tau dx \delta dz$ və mütləq sürüşmənin $\Delta s = \gamma \delta dy$ qiymətlərini qoyaraq alırıq:

$$A^* = \frac{\tau \gamma}{2} dx \cdot dy \cdot dz.$$

(4.4) Huk qanununa əsasən nisbi sürüşmə $\gamma = \frac{\tau}{G}$. Onun qiymətini işin ifadəsində yerinə yazıb, (5.33) ifadəsini də nəzərə alsaq, yazarıq:

$$U = A^* = \frac{\tau^2}{2G} dx \cdot dy \cdot dz \quad (5.35)$$

Deformasiyanın xüsusi potensial enerjisi – cismin vahid həcmində toplanan enerji, aşağıdakı ifadədən təyin olunur:

$$W = \frac{U}{V} = \frac{\tau^2}{2G} \quad (5.36)$$

I-I və II-II kəsikləri arasında uzunluğu dx olan elementə (şəkil 4.1) baxaq; bundan istifadə edərək m – xarici momenti ilə yüklənən nazikdivarlı silindrik milin (şəkil 5.13,c) deformasiyadan toplanan potensial enerjisini təyin edək. Sonra enerjinin saxlanması prinsipindən istifadə edək, yəni elementin yuxarı kəsiyində $T = m$ burucu momentindən görülən işin tamamilə deformasiyanın potensial enerjiyə çevrilməsindən istifadə edək. Cütün işi T burucu momentinin uzunluğu dx olan mil elementinin burulma bucağına hasili ilə təyin olunur, yəni

$$A^* = \frac{T \phi}{2}. \quad (5.36)$$

AB elementinin (şəkil 5.13,c) potensial enerjisi (5.35) ifadəsinə əsasən $dU = W \delta dv$ (şəkil 5.13,a –da təsvir edilənə uyğun şəraitdə işləyən). Burada $W = \frac{\tau}{2G}$ və $dV = dx \delta \delta ds$ qiymətlərini yerinə yazaraq, alırıq:

$$dU = \frac{dx}{2G} \tau^2 \delta \cdot ds.$$

Uzunluğu dx olan elementin deformasiyasından yaranan potensial enerji kontur üzrə inteqrallaqla təyin olunur:

$$U = \frac{dx}{2G} \tau^2 \delta \cdot ds.$$

Burada $\tau = \frac{T}{2A_{or}\delta}$ qiymətini yazaraq, alırıq:

$$U = \frac{T^2 \cdot dx}{2G4A_{or}^2} \int \frac{ds}{\delta}, \quad (5.37)$$

Yaxud (5.33), (5.36) və (5.37) ifadələrini nəzərə almaqla

$$\theta = \frac{d\varphi}{dx} = \frac{T}{G4A_{or}^2} \int \frac{ds}{\delta}, \quad (5.38)$$

Bütün uzunluğa düşən burulma bucağı

$$\theta = \frac{T}{C}, \quad (5.39)$$

burada

$$C = \frac{G4A_{or}^2}{\int \frac{ds}{\delta}}. \quad (5.40)$$

C - qapalı en kəsiyi olan nazikdivarlı milin burulmada sərtliyidir. Burulmada nazikdivarlı qapalı silindrik milin kəsiyinin burulma bucağı

$$\varphi = \frac{T \cdot l}{C}.$$

Əgər milin divarının qalınlığı sabit olarsa (yəni $\delta = \text{const}$), onda (5.40) ifadəsi aşağıdakı şəkildə olacaq:

$$C = \frac{4G \cdot A_{or}^2 \cdot \delta}{s}, \quad (5.41)$$

burada: s – orta xəttin uzunluğudur.

Nəhayət, əgər kəsiyin divarının qalınlığı məntəqə daxilində sabitdirsə, amma müxtəlif məntəqələrdə eyni deyilsə, onda:

$$C = \frac{4G \cdot A_{or}^2}{\sum_{i=1}^n \frac{s_n}{\delta_n}}, \quad (5.42)$$

(5.40) ifadəsindən yaza bilərik:

$$C = G \cdot J_{\delta} = G \frac{4A_{or}^2}{\int \frac{ds}{\delta}};$$

burada

$$J_{\delta} = \frac{4A_{or}^2}{\oint \frac{ds}{\delta}}. \quad (5.43)$$

J_{δ} -nazikdivarlı milin en kəsiyinin həndəsi xarakteristikasıdır.

Ə5.4. Açıq profilli nazikdivarlı brusların burulması

Şəkil 5.14,a-da göstərilən kəsiyə oxşar kəsiklərə *açıq*, yaxud *açılmış kəsiklər* deyilir. Böyük tərəfinin kiçik tərəfinə olan nisbəti $\frac{h}{b} \geq 10$ olan sabit qalınlıqlı açılmış nazikdivarlı kəsiyin sərtliyini aşağıdakı düsturla təyin etmək olar:

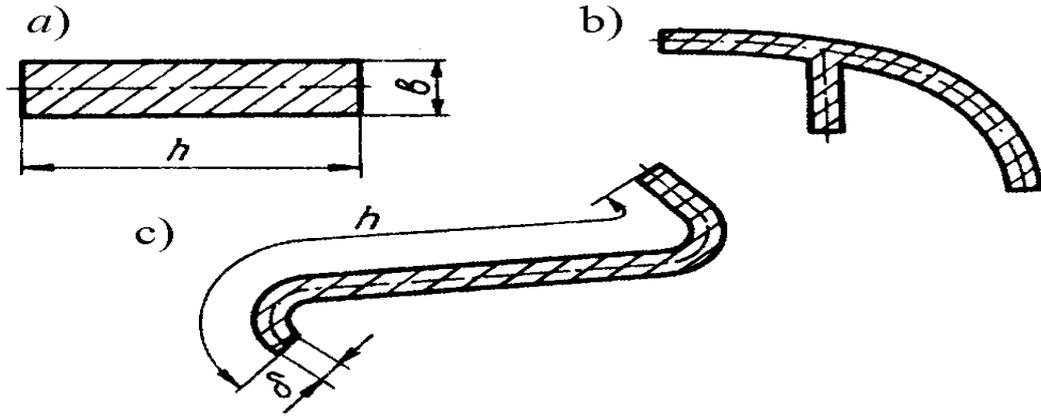
$$C = GJ_{\delta} = G\beta \cdot b^3 h \cong Gb^3 h \quad (5.44)$$

Cədvəl 5.1-də dördbucaqlının tərəflərinin nisbəti $\frac{h}{b} \geq 10$ olanda $\beta = \frac{1}{3}$ verilmişdir. Belə millərin burulmasında müqavimət momenti (bax: 4.20) bərabərdir:

$$W = \frac{1}{3} b^2 h \quad (5.45)$$

Yenə də 5.1 cədvəlindən $\frac{h}{b} \geq 10$ olanda $\alpha \cong \frac{1}{3}$ olduğunu təyin edirik.

Dördbucaqlının böyük tərəfinin kiçik tərəfinə nisbəti $\frac{h}{b} \geq 10$ olarsa, onda müxtəlif qalınlıqlı zolaqlardan təşkil olunan kəsiyi bu zolaqlardan quraşdırılan (şəkil 5.14,b) hesab etmək olar. Uzunluq ölçüsünə görə burulma bucaqlarını θ_i -yə bərabər götürərək (yəni $\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_i = \theta$), tapırıq: ən böyük toxunan gər-ginlik dördbucaqlı zolağın qalınlığı böyük olan yerində uzun tərəfin ortasında yaranır. Onu aşağıdakı ifadədən təyin edirik:



Şəkil 5.14

$$\tau_{\max} = \frac{T}{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^K \delta_i^3 h_i} \delta_{\max}, \quad (5.46)$$

uyğun olaraq nisbi burulma bucağı:

$$\theta = \frac{T}{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^K \delta_i^3 h_i}. \quad (5.47)$$

(5.46) və (5.47) ifadələrində δ_i və h_i quraşdırılmış en kəsiyin ayrı-ayrı zolaqlarında dördbucaqlının qalınlığı və hündürlüyüdür.

Əgər kəsik nazikdivarlı açılmış kəsikdirsə və onun orta xətti eyridirsə, belə kəsiklərin C sərtliyi və müqavimət momenti (5.44) və (5.45) düsturları ilə aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$W_{\delta} = \frac{1}{3} \delta^3 \alpha. \quad (5.48)$$

$$C = G \cdot J_{\delta} = \frac{1}{3} G \cdot \delta^3 \alpha. \quad (5.49)$$

Müxtəlif formalı kəsiklər üçün W_{δ} müqavimət momentlərinin $C = G \cdot J_{\delta}$ və sərtliyinin (yaxud $C = G J_{\delta}$) təyin olunması üçün düsturar 5.2 cədvəlində verilmişdir.

Cədvəl 5.2

K							
Ə							
S							
K-							
LƏ							

R C, W _δ							
W _δ	0,2d ³	0,2D ³ ë (1-c ⁴)	2A _{or} ë _{δ_m} in	ab ² h	$\frac{1}{3}\delta^2s$	$\frac{1}{3}\delta^2h$	$\frac{1}{3}\sum_{\mu=1}^K \delta_K^3 c_K / \delta_{\mu H}$
C	Gë0,1 d ⁴	Gë0.1 ë ëD ⁴ (1-c ⁴)	$G \frac{4A_{or}}{\int \frac{\partial c}{\partial \delta}}$	Gβb ³ h	$G\frac{1}{3}\delta^3h$	$G\frac{1}{3}\delta^3s$	$G \frac{1}{3}\sum_{\mu=1}^K \delta_K^3 c_K / \delta_{\mu H}$

§5.5 Burulmada brusların möhkəmliyə və sərtliyə hesablanması

Adətən, təcrübədə iki hesabat növündən istifadə edilir: yoxlama və layihə hesabatlarından. Layihə hesabatına hesabat sxemi, yükün xarakteri, brusun materialı, bir neçə həndəsi ölçü (məsələn, brusun uzunluğu, kəsiyin forması və b.) verilir və tələb edilir ki, brusun kəsiyinin sahəsi təyin olunsun. Bu halda burulmada aşağıdakı layihə hesabatı şərtindən istifadə edilir:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_{\delta}} \leq [\tau] \quad (5.50)$$

Buradan

$$W_{\delta} \geq \frac{T}{[\tau]}$$

Kəsiyin çatışmayan ölçüləri (formadan asılı olaraq) (5.13), (5.16), (5.20), (5.29), (5.45), (5.48) düsturlarından təyin olunur.

Buraxılabilən toxunan gərginliyi aşağıdakı ifadədən təyin etmək olar:

$$[\tau] = \frac{\tau_{ax}}{n},$$

burada $\tau_{ax} \cong 0,6\sigma_{ax}$ - burulmada axıcılıq həddi, σ_{ax} - dartılmada, sıxılmada brusun hazırlandığı materialın axıcılıq həddidir.

Adi möhkəmlik hesabatı sərtliyə hesabatla aşağıdakı düstur əsasında tamamlanır:

$$\theta = \frac{T}{C} \leq [\theta]. \quad (5.51)$$

Burada C – burulmada brusun kəsiyinin sərtliyidir. C sərtliyi (5.13), (5.16), (5.20), (5.30), (5.40), (5.41), (5.42), (5.44), (5.49) düsturları ilə (en kəsiyin formasından, möhkəmlik hesabatı nəticəsində alınan ölçülərdən asılı olaraq) təyin edilir.

Uzunluq ölçüsünə düşən buraxılabilən burulma bucağı $[\theta]$ -nın qiymətləri belədir (dərəcə): statiki yükləmədə $-0,30$, dəyişən yükləmədə $-0,25$, zərbəli yükləmədə $-0,15$.

Bir sıra hallarda konstruksiya elementinin sərtliyi birinci dərəcəli hesab edilir. Onda, əvvəlcə milləri sərtliyə hesablayır, sonra isə möhkəmliyə hesabatla tamamlayırlar.

Mühəndis qurğularının layihələndirilməsində, maşınların, mexanizmin və s. konstruksiya edilməsində layihə hesabatı bütövlükdə konstruksiyanın işləmə qabiliyyətini müəyyən edən ən məsul məmullatlar üçün aparılır. Qalan elementlər, detallar, qovşaqlar və s. ölçüləri konstruktorun duyumu ilə, konstruksiya işinin xüsusiyyəti, uzun ömürlülüüyü nəzərə alınmaqla onun təcrübəsi və ixtisasından asılı olaraq təyin edilir.

Hesabatın sonunda bir neçə detalın möhkəmliyə yoxlanması tələb edilir, onlar üçün möhkəmlik ehtiyatı n təyin edilir, sonra məlum olan və məlumat kitablarında verilən buraxılabilən möhkəmlik ehtiyatı $[n]$ ilə müqayisə olunur.

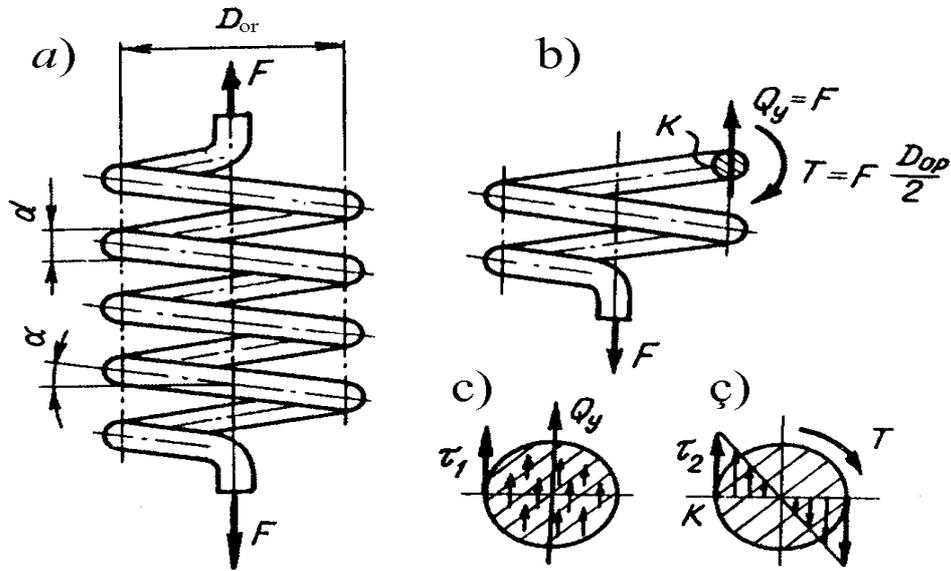
Yoxlama hesabatında əvvəlcə detalın (elementin) təhlükəli nöqtələrində yaranan ən böyük toxunan gərginliklər təyin olunur, sonra həddi gərginlikdən istifadə edilərək möhkəmlik ehtiyatı n tapılır və nəhayət o, buraxılabilən möhkəmlik ehtiyatı $[n]$ ilə müqayisə olunur:

$$n = \frac{\tau_{\text{цяр\ddot{d}d\ddot{u}}}}{\tau_{\text{max}}} \geq [n] \quad (5.52)$$

$\tau_{\text{цяр\ddot{d}d\ddot{u}}}$ - həddi toxunan gərginlikdir; plastik materiallar üçün $\tau_{\text{цяр\ddot{d}d\ddot{u}}}$, kövrək materiallar üçün $\tau_{\text{цяр\ddot{d}d\ddot{u}}}$ qəbul edilir.

Ә5.6. Silindrik vintvari yayların hesabatı

Sarğılarının mailliyi az olan (15^0 -dən çox olmayan) (şəkil 5.15,a) yayları nəzərdən keçirək. Belə hallarda sarğıların mailliyi nəzərə alınmır.



Şəkil 5.15

Yaylar, adətən, ox boyu yüklənir və onlar dartılmaya, yaxud sıxılmaya uğrayır. Əgər yaylar sıxılmaya işləyirsə, sarğıların addımları elə götürülür ki, yay çökdükdə sarğılar bir-birinə dəyməsin.

Yay hazırlanan məftil əsasən burulmaya işləyir. Kəsmə üsulundan istifadə edirik, yuxarı hissəni atıb aşağı hissənin (şəkil 5.15,b) müvazinət halına baxırıq.

Yaylarda maillik kiçik olduqda, ümumiyyətlə dörd daxili qüvvə amili yaranır: burucu moment T , kəsici qüvvə Q_y , əyici moment M_z və normal qüvvə N . Lakin sarğıların mailliyi nəzərə alınmayaraq, müəyyən dəqiqliklə qəbul edilir ki, yay hazırlanan məftilin en kəsiyində yalnız T və Q_y yaranır.

Yayın aşağı hissəsinin müvazinət halına baxaq və müvazinət şərtlərindən istifadə edərək, burucu momenti, kəsici qüvvəni təyin edək:

$$\begin{aligned} \sum Y = 0, Q & \quad y = F; \\ \sum M_0 = 0, T & \quad = F \frac{D_{or}}{2}. \end{aligned}$$

burada: D_{or} - yayın orta diametridir.

Bu qüvvələrlə uyğun olaraq kiçik addımlı yaylar burulmaya və kəsilməyə işləyir. Şəkil 5.15,c-də Q_y təsirindən yaranan τ_1 toxunan gərginliyin kəsik üzrə paylanması, şəkil 5.15,ç-də isə T təsirindən yaranan τ_2 -nin paylanması göstərilmişdir. Şəkildən görünür ki, K nöqtəsində (sarğılarda daxil müstəvisində) toxunan gərginliklər istiqamətcə eynidir və onun ən böyük qiyməti bərabərdir:

$$\tau_{\max} = \tau_1 + \tau_2.$$

Gərginliklərin qiymətini təyin edək:

$$\tau_1 = \frac{Q_y}{A} = \frac{F}{\pi d^2 / 4},$$

$$\tau_2 = \frac{T}{W_\delta} = \frac{F \cdot D_{or}}{2\pi^3 / 16} = \frac{8F \cdot D_{or}}{\pi d^3} \left[1 + \frac{d}{2 \cdot D_{or}} \right]. \quad (5.53)$$

(5.53) ifadəsindən çox vaxt dəqiq hesablar apardıqda istifadə olunur. Bir çox yaylarda $\frac{d}{2 \cdot D_{or}}$ nisbətinin qiyməti çox kiçik olur (təqribən vahidin 1/12 hissəsi qədər). Ona görə də çox vaxt hesablamalarda kəsici qüvvənin təsirindən yaranan toxunan gərginlik nəzərə alınmır və aşağıdakı hesabat düsturundan istifadə edilir:

$$\tau_{\max} = \frac{8F \cdot D_{or}}{\pi d^3}. \quad (5.54)$$

Yaylar yüksək mexaniki xassəli xüsusi tablanmış poladlardan hazırlanır. Bu poladlar üçün

$$\tau_{ax} \cong (1,2 \div 1,8) \cdot 10^3 \text{ MPa}$$

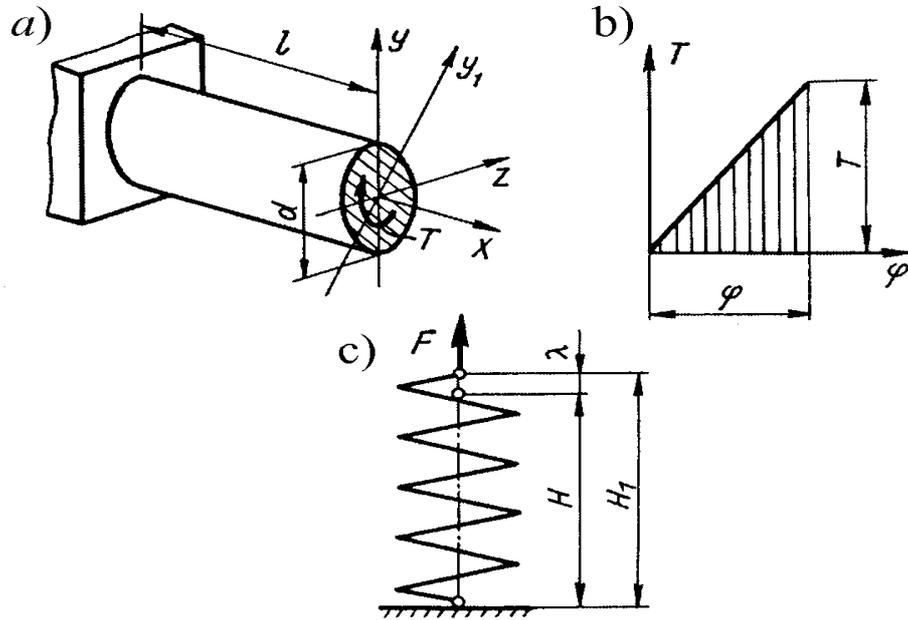
və daha çox qəbul edilir. Bu halda buraxılabilən toxunan gərginlik $[\tau]$ yükün növündən, yayın tətbiq yerindən, istismar cavabdehliyindən, eləcə də yay hazırlanan məftilin diametrindən asılı olaraq təyin edilir. Statik yüklənmədə çox vaxt tablanmış yay poladları üçün aşağıdakı qiymətlər qəbul edilir:

$$[\tau] = 350 \text{ MPa } (d = 12\text{mm}); \quad [\tau] = 400 \text{ MPa } (d = 8\text{mm});$$

$$[\tau] = 500 \text{ MPa } (d = 6\text{mm});$$

Ərintili poladlardan, xüsusilə xrom-nikelli və b. poladlardan istifadə etdikdə, buraxılabilən gərginliyin qiyməti daha böyük olur $[\tau] = (650 \div 760) \text{ MPa}$.

Yayın mühüm xarakteristikası yayın çökməsidir – yüklənəndə uzunluğunun dəyişməsidir. Çökmə, adətən, λ ilə işarə edilir. λ -nın qiymətini tapmaqda məqsəd onu buraxılabilən qiyməti ilə müqayisə etməklə, yayın normal istismar şəraitini təmin etməkdir.



Şəkil 5.16.

Çökmənin düsturu enerji mülahizələri əsasında çıxarılır. Uzunluğu, yayın açılmış məftilinin uzunluğuna bərabər olan milin (şəkil 5.16,a) potensial enerjisinə baxaq. Fikrən milin sol tərəfini sərt bərkidək. Sağ tərəf T burucu momentinin təsirindən müəyyən φ bucağı qədər burulur. Elastiki mərhələdə statiki yüklənmə zamanı (şəkil 5.16, b) burulmada milin potensial enerjisi belə olacaqdır:

$$U = \frac{T\varphi}{2}. \quad (a)$$

(5.7) ifadəsinə əsasən burulma bucağı

$$\varphi = \frac{Tl}{C}. \quad (b)$$

(b)-ni (a) ifadəsində yazaraq alırıq:

$$U = \frac{T^2 l}{2C}. \quad (c)$$

F qüvvəsinin λ yerdəyişməsində gördüyü iş:

$$A^* = \frac{F \cdot \lambda}{2},$$

burada

$$\lambda = H_1 - H \quad (\text{şəkil 5.16,c}).$$

İtkiləri nəzərə almadan enerjinin saxlanması qanununa əsasən qəbul edirik ki, deformasiya zamanı yayda toplanan potensial enerji qiymətə xarici qüvvənin gördüyü işə bərabərdir, yəni $U = A^*$, yaxud

$$\frac{T^2 l}{C} = F \lambda. \quad (\zeta)$$

Yayın sarğılarının sayını i ilə işarə edək. Yayın sarındığı məftilin uzunluğu $l = \pi \cdot D_{or} \cdot i$ olacaq. (5.6) və (5.11) ifadələrini nəzərə almaqla yay məftilinin en kəsiyinin sərtliyi $C = GJ_p = G\pi d^4 / 32$ olacaq. l və C -nin qiymətlərini (ζ) ifadəsində yazmaqla silindrik yayın çökməsinin qiymətini təyin edirik:

$$\lambda = \frac{8F \cdot D_{or}^3 \cdot i}{Gd^4}. \quad (5.55)$$

Məsələ həlli üçün bu düsturu daha sadə şəkildə göstərmək olar:

$$\lambda = \frac{F}{K}, \quad (5.56)$$

burada $K = \frac{G \cdot d^4}{8D_{or}^3 \cdot i}$ - yayın sərtliyi adlanır.

(5.56) ifadəsindən görünür ki, **yayın sərtliyi, vahidə bərabər yerdəyişmə (çökmə) yaratmaq üçün tələb olunan qüvvədir.**

Nəticədə qeyd edirik ki, əgər yayın sarğılarının mailliyi $\alpha \geq 15^\circ$ olarsa, onda dəqiq hesabat aparmaq üçün əyici momenti və normal qüvvəni nəzərə almaq lazımdır. Belə hallarda xüsusi ədəbiyyatlara müraciət etmək lazımdır.

Kəsiyi sabit olan silindrik yaylara çox rast gəlmək olur. Sənayedə konusvarı, çəllək və s. şəkildə milinin en kəsiyi dairəvi, kvadrat, dördbucaqlı olan prizmatik yaylar da hazırlanır.

Ə5.7. Burucu moment, dövrlər sayı və ötürülən güc arasında əlaqə

Əgər mil burulmaya işləyirsə, o, val adlanır. Vallar elektrik mühərrikindən, daxili yanma mühərrikindən və s. güc ötürür. Val geniş tətbiq olunur və o istənilən maşının, dəzgahın, tərtibatların ayrılmaz hissəsidir.

Burucu moment – T , valın dövrlər sayı n və valın ötürəcəyi güc – N arasındakı əlaqəni təyin edək.

Nəzəri mexanika kursundan məlumdur ki, fırlanan valın W gücü fırladıcı burucu momentin bucaq sürətinə hasilinə bərabərdir:

$$W = T \cdot \omega = \frac{T \cdot \pi \cdot n}{30}, \quad (a)$$

$$\omega = \frac{\pi n}{30}.$$

Digər tərəfdən fırladıcı momentin gücü ötürülən gücə bərabərdir, yəni

$$W \cong 974 \text{ } \ddot{\text{e}} \text{ } N. \quad (b)$$

(a) və (b) ifadələrinin sol tərəfləri bərabər olduğundan, sağ tərəflərini bərabərləşdirib, bütünlükdə alırıq:

$$T = \frac{30 \cdot 974}{\pi} \cdot \frac{N}{n} \approx 9740 \frac{N}{n}. \quad (5.57)$$

Ölçü vahidləri:

$$T [H \cdot m], N \quad [kVt], n \quad [\text{дворп} / \text{дяз}].$$

Ә 5.8. Məsələlərin praktiki üsullarla həllinə dair nümunələr

Məsələ 5.1. Diametri $d = 1,2m$ olan dairəvi en kəsikli brus (şəkil 5.17) burucu cutlərlə m_δ ($m = 5 \ddot{\text{e}} 10^4$ Nəm) və intensivliyi $m_o = m'_o = m/a$ olan müntəzəm yayılmış momentlə yüklənmişdir. Əgər brusun materialının axıcılıq həddi $\sigma_{axd} = \sigma_{axc} = 480$ MPa, möhkəmlik ehtiyatı $n = 2$ olarsa, layihə hesabatını (en kəsiyin ölçülərini təyin etməli) aparmalı. Brusun burulma bucağının epürünü qurmalı.

Həlli: 1. Burucu moment epürünün qurulması. I, \dots, IV kəsiklərini xarakterizə edən sərhədləri A, B, C, D, E ilə işarə edək (şəkil 5.17, a),

burucu moment epürünü quraq. Hər dəfə kəsmə üsulundan istifadə edirik:

I məntəqə (şəkil 5.17,b). Sol tərəfdən başlayaraq koordinat başlanğıcından x məsafədə olan yerdə brusu fikrən kəsirik, sağ tərəfi tullayıb onun sol tərəfə təsirini qüvvələr sistemi (onlar toxunan elastiklik qüvvələri olacaq) ilə əvəz edirik, saxlanılan hissəni müvazinətləşdiririk. En kəsikdə elastiklik qüvvəsi əvəzedici T cütünə gətirilir. Bu halda, **burucu moment o vaxt müsbət hesab edilir ki, o saat əqrəbi hərəkətinin əksinə yönəlsin.**

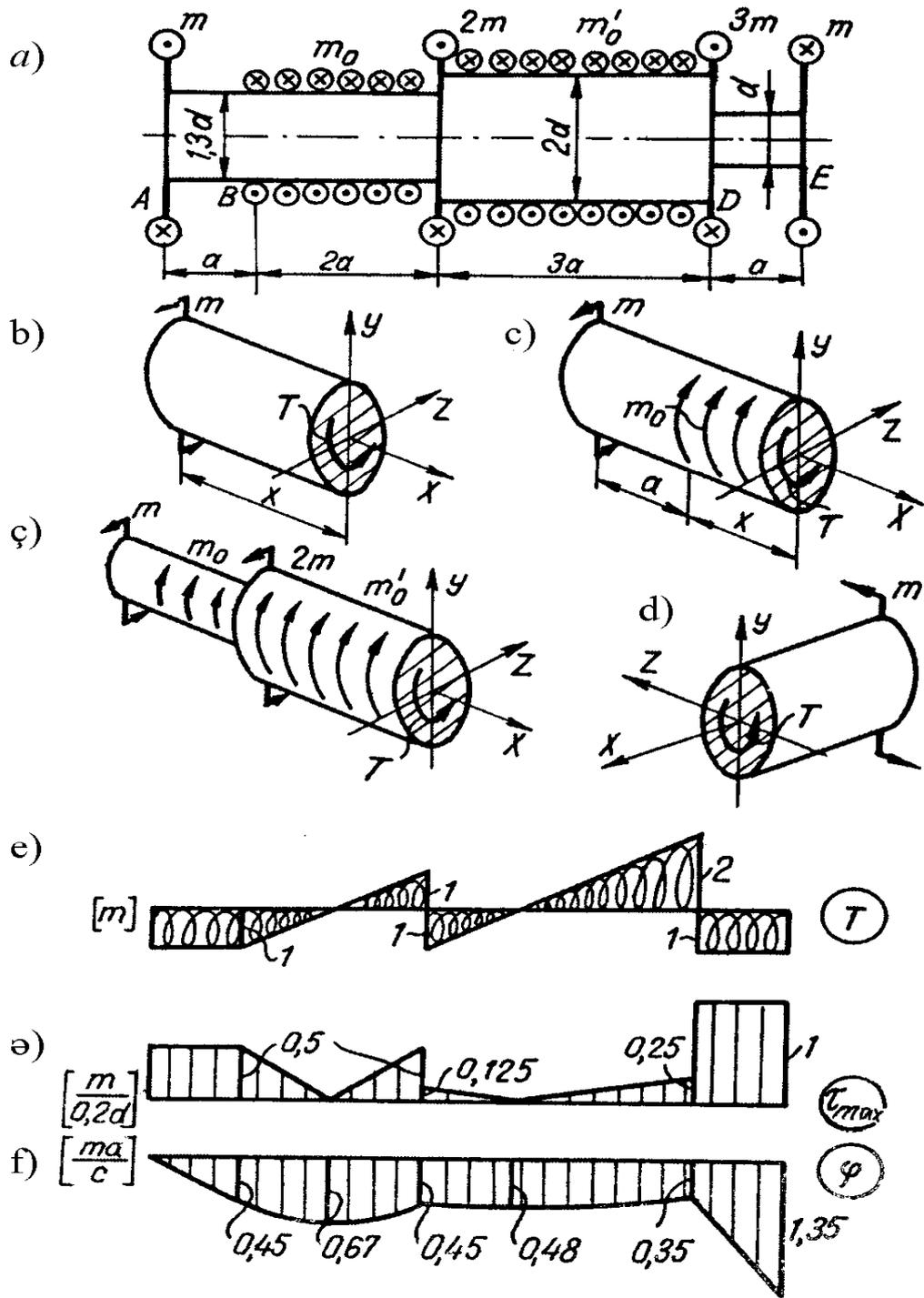
Adətən, **məsələlərin həllində burucu momenti saat əqrəbi hərəkətinin əksinə yönəltmək lazımdır**, yəni ona müsbət istiqamət verilməlidir. **Belə halda, cavab qiymət və işarəcə doğru alınır.**

$$\sum M_x = 0, T + m = 0, T = -m.$$

Birinci məntəqədə istənilən en kəsikdə burucu moment m -ə bərabərdir və işarə (-) olduğu üçün saat əqrəbinin əksi istiqamətində yönəldilməlidir. T epürü düz xətdir, bazis xəttinə paraleldir (şəkil 5.17, ə)

II məntəqə (şəkil 5.17,c).

$$\sum M_x = 0, T = -m + m_0 x_2 = -m + m/a \cdot x_2. \quad (0 \leq x_2 \leq 2a).$$



Şəkil 5.17

T epürü bazis xəttinə maili olan düz xətdir. Bu məntəqədə epürü qurmaq üçün məntəqənin sərhədlərində momentlərin qiymətlərini tapmaq kifayətdir. $x_2 = 0$, $T = m \cdot x_2 = 2a$, $T = m$.

III məntəqə (şəkil 5.17,ç)

$$\sum M_x = 0, T = -m + m_0 \cdot 2a - 2m + m_0 \cdot x_3 = -m + m/a \cdot x_3. (0 \leq x_3 \leq 3a)$$

Burucu moment epürü düz xətdir, bazis xəttinə mailidir:

$$x_3 = 0, T = -m; x_3 = 3a, T = 2m.$$

IV məntəqə (şəkil 5.17,e). Brusun sağ tərəfinə baxaraq tapırıq: $T = -m$. Epür yenə də düz xətdir, ancaq bazis xəttinə paraleldir.

2. Ən böyük toxunan gərginlik - τ_{\max} epürünün qurulması. (5.9) ifadəsinə əsasən

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_p}.$$

Burulmada müqavimət momenti I və II məntəqələrdə bərabərdir:

$$W_p = 0,2(1,3d)^3 = 0,2 \cdot 2,2d^3 = 0,44d^3.$$

I və II məntəqələrin A, B, və C kəsiklərində ən böyük toxunan gərginlik

$$\tau_{\max} = \frac{m}{0,2(1,3d)^3} \cong \frac{0,5m}{0,2d^3}.$$

τ_{\max} - işarəsinin qiymətə təsiri olmadığından, epür bazis xəttinin bir tərəfində qurulur (şəkil 5.17, h).

Üçüncü məntəqənin C və D kənar kəsiklərində gərginliklərin qiymətləri uyğun olaraq bərabər olacaq:

$$\tau_{\max}^C = \frac{m}{0,2(2d)^3} = \frac{0,125 \cdot m}{0,2 \cdot d^3}; \quad \tau_{\max}^D = \frac{0,25 \cdot m}{0,2 \cdot d^3}.$$

Aydın ki, $T = 0$ olan kəsiklərdə toxunan gərginlik sıfır bərabərdir.

IV məntəqədə ən kəsiklərdəki maksimum toxunan gərginlik belə olacaq:

$$\tau_{\max}^D = \frac{m}{0,2 \cdot d^3}.$$

Epür bazis xəttinə paralel düz xətlə əhatə olunmuşdur.

3. Brusun en kəsiyinin diametrinin təyini

τ_{\max} epüründən görünür ki, brusun dördüncü məntəqəsində təhlükəli vəziyyət var. Layihələndirmə hesabatı şərtindən istifadə edirik:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_p} \leq [\tau], \quad [\tau] = \frac{\tau_{ax}}{n}, \quad \tau_{ax} \cong 0,6 \cdot \sigma_{ax}$$

$$\tau_{\max} = \frac{m}{0,2 \cdot d^3} \leq \frac{\tau_{ax}}{n},$$

buradan

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{m \cdot n}{0,2 \cdot \tau_{ax}}} = \sqrt[3]{\frac{m \cdot n}{0,2 \cdot 0,6 \cdot \sigma_{ax}}} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 0,6 \cdot 480 \cdot 10^6}} \approx 12 \text{ sm}.$$

4. Burulma bucağının epürünün qurulması (şəkil 5.17,i). İxtiyari n kəsiyinin φ_n yerdəyişməsi və onların qarşılıqlı yerdəyişməsi:

$$\varphi_n = \varphi_k + \varphi_{n/k}. \quad (5.58)$$

Yerdəyişmələri təyin etməyə başlamazdan əvvəl brusun ayrı-ayrı məntəqələrinin kəsiklərinin sərtliyini təyin edək:

$$C_I = C_{II} = GJ_p = G \cdot 0,1(1,3 \cdot d)^4 \approx 2,85 \cdot G \cdot 0,1 \cdot d^4 = 2,85 \cdot C,$$

$$C_{III} = G \cdot 0,1(2 \cdot d)^4 = 16 \cdot G \cdot 0,1 \cdot d^4 = 16 \cdot C,$$

$$C_{IV} = G \cdot 0,1 \cdot d^4 = C.$$

Hər hansı bir kəsiyi, məsələn, A kəsiyini tərpənməz qəbul edək. Onda B kəsiyinin burulma bucağı

$$\varphi_B = \varphi_A + \varphi_{B/A} = 0 + \frac{T^I \cdot l^I}{C^I} = -\frac{m \cdot a}{2,85 \cdot C}.$$

II və III məntəqələrdə burucu moment qiymətə dəyişəndir. Ona görə φ burulma bucağı məlum olan və əvvəlki kəsikdən x_2 məsafədə olan burulma bucağı aşağıdakı düsturla təyin olunacaq:

$$\varphi_n = \varphi_\delta + \frac{1}{C} \int_0^x T dx_1 \quad (5.59)$$

II məntəqənin sərhədləri daxilində burulma bucağı

$$\varphi_{x_2} = \varphi_B + \frac{1}{C} \int_0^{x_2} (-m + m_0 x) dx = -\frac{m \cdot a}{2,2C} + \frac{1}{2,2C} \int_0^{x_2} (-m + \frac{m}{a} x) dx =$$

$$= -\frac{m \cdot a}{2,2C} - x_2 + \frac{x_2^2}{2a} = \frac{m}{2,2C} \left[-a - x_2 + \frac{x_2^2}{2a} \right].$$

$$0 \leq x \leq 2a$$

$$x = 0, \quad \varphi_B = -\frac{0,45 \cdot m \cdot a}{C};$$

$$x = a, \quad \varphi_{x=a} = -\frac{0,67 \cdot m \cdot a}{C};$$

$$x = 2a, \quad \varphi_C = -\frac{0,45 \cdot m \cdot a}{C}.$$

Uyğun olaraq III məntəqə üçün analitik ifadəni təyin edirik. (5.59) ifadəsinə müraciət edərək:

$$\begin{aligned} \varphi_{x_3} &= \varphi_b + \varphi_{x_3k} = -\frac{0,45 \cdot m \cdot a}{C} + \frac{1}{C_{III}} \int T^{III} dx_3 = \\ &= -\frac{0,45}{C} + \frac{1}{16C_0} \int_0^x (-m + m_0 \cdot 2a - 2m + m'_0 \cdot x_3) \cdot dx_3 = -\frac{0,45}{C} + \frac{m}{16C} \left[-x + \frac{x^2}{2a} \right]. \end{aligned}$$

$$x_3 = 0, \quad \varphi_c = -\frac{0,45 \cdot m \cdot a}{C};$$

$$x_3 = a, \quad \varphi_{x_3=a} = -\frac{0,48 \cdot m \cdot a}{C};$$

$$x_3 = 3a, \quad \varphi_d = -\frac{0,35 \cdot m \cdot a}{C}.$$

E kəsiyinin dönmə bucağı

$$\varphi_E = \varphi_D + \varphi_{E/D} = -\frac{0,35 \cdot m \cdot a}{C} - \frac{m \cdot a}{C} = -\frac{1,35 \cdot ma}{C}$$

φ - epürü şəkil 5,17,i-də qurulmuşdur.

Məsələ 5.2. Poladdan quraşdırılan brusun hər iki tərəfi sərt bərkidilmişdir (şəkil 5.18). Onun ayrı-ayrı məntəqələrdə en kəsiyinin forması müxtəlifdir: I – də diametri d olan daire; II – də dördbucaqlı ($h = 2d$, $b = d$), III – də qapalı nazikdivarlı ($\delta = \frac{1}{20}d = const$); IV – də nazikdivarlı quraşdırılan açıq profilli

(radius $R = d$, qalınlıq - $\delta_1 = \frac{1}{10}d$, $\delta_2 = \frac{1}{5}d$, $\delta_3 = \frac{1}{4}d$).

Brus m_i xarici momentlərlə ($m = 5$ ə 10 kNəm) yüklənir; $d=1,0$ m, sürüşmədə axıcılıq həddi $\tau_{ax}=240$ MPa; möhkəmlik ehtiyatı $n=2$; uzununa ölçüsünə düşən buraxılabilən burulma bucağı $[\Theta] = 2\delta_{\text{яp}}/m$.

Möhkəmlik və sərtlik şərtlərindən brusun en kəsiyi sahələrinin ölçülərinin seçilməsi tələb olunur. Qarışıq məntəqələrin birləşməsinin sərtliyi təmin olunmuşdur.

Həlli: 1. Sistemin statik həllolunmazlığını açıyıq. A və E dayaqlarındakı m_A və m_E momentlərini təyin edirik.

a) müvazinət tənliyindən istifadə edirik (şəkil 5.18,a).

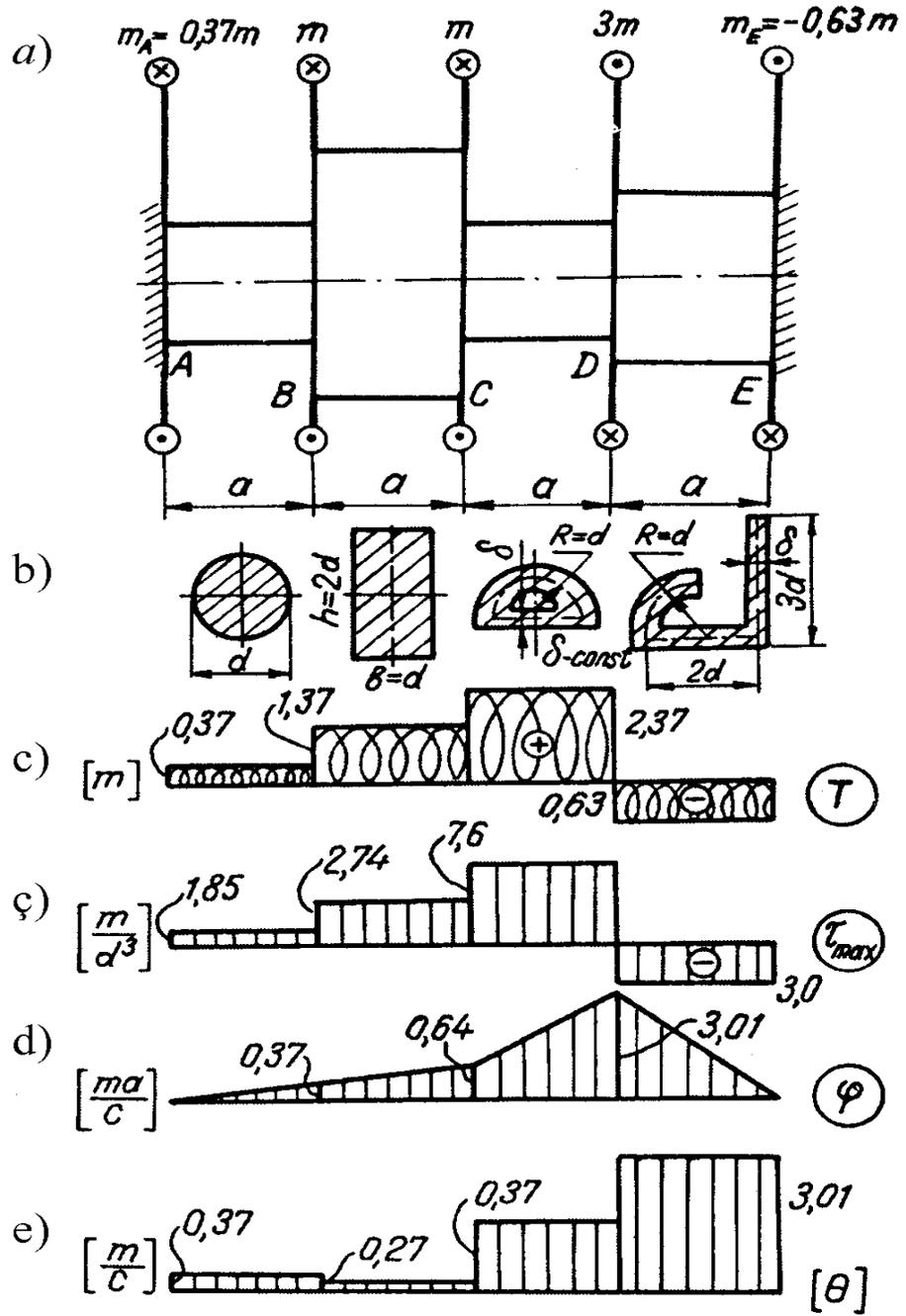
$$\sum M_x = 0, m_A - m_E = m. \quad (a)$$

(a) ifadəsindən görünür ki, məchul momentlər (m_A və m_E) ikidir, müvazinət tənliyi isə birdir. Əlavə bir tənlik də lazımdır. Məlum

olduğu kimi, belə sistem statiki həll olunmayan sistem adlanır. Bu məsələdə sistem bir dəfə statiki həll olunmayandır;

b) deformasiyanın birgəlik tənliyini (yerdəyişmə tənliyini) tərtib edirik.

Brus kənarlarından bərkidilir. A və E kəsikləri tərpənməzdir. A kəsiyini fikrən azad edirik, şəkil 5.18,a-da göstərildiyi kimi, reaktiv momentini tətbiq edirik. Şəkildən görünür ki, brusun A uc kəsiyinin tərpənməz E kəsiyinə nisbətən qarşılıqlı dönmə bucağı sıfıra bərabərdir, yəni:



Şəkil 5.18

$$\varphi_{A/E} = 0. \quad (b)$$

Kəsiklərin qarşılıqlı dönme bucağı bərabərdir:

$$\varphi_{A/E} = \sum_I^{IV} \Delta\varphi_i = 0, \quad (c)$$

burada: φ_i - hər bir məntəqədə uc kəsiklərin (5.7) ifadəsindən təyin olunan qarşılıqlı dönme bucağıdır:

$$\varphi = \frac{Tl}{C}.$$

$C = GJ_{\delta}$ -ni brusun müxtəlif kəsikləri üçün təyin edək. I məntəqədə en kəsik dairəvidir. (5.11) düsturuna əsasən

$$C_{II} = G \cdot J_{\delta} = G \cdot 0,1 \cdot \delta^4 = B.$$

II məntəqədə en kəsiyi dördbucaqlıdır, (4.22)-dən istifadə edərək tapırıq:

$$C_{II} = G \cdot J_{\delta} = G \cdot \beta \cdot b^3 \cdot h.$$

Tərəflərin nisbəti $\frac{h}{b} = 2$. 5.1 cədvəlindən β -ni təyin edirik:
 $\beta = 0,229$

$$C_{II} = G \cdot 0,229 \cdot d^3 \cdot 2d \approx G \cdot 0,5 \cdot d^4 = 5C.$$

III məntəqədə kəsiyin sərtliyini (5.43) ifadəsi əsasında təyin edirik:

$$C_{III} = G \cdot J_{\delta} = G \frac{4A_{or}^2}{\phi \frac{ds}{\delta}}. \quad (\zeta)$$

Orta xətt üzrə en kəsiyin sahəsi $A_{or} = \frac{\pi d^2}{2}$, $\delta = const$ olduğundan, kontur üzrə inteqral bərabərdir $\frac{(\pi d + 2d)}{\delta}$.

Beləliklə,

$$C_{III} = G \frac{4(\pi d^2)^2}{4(\pi d + 2d)/\delta} = \frac{G \cdot \pi^2 \cdot d^4}{20(\pi + 2)} \cong G \cdot 0,1 \cdot d^4 \approx C.$$

Nəhayət, IV məntəqədə brusun kəsiyinin sərtliyini tapırıq. En kəsiyi sahəsi (şəkil 5.18,b) iki dördbucaqlıdan və əyri bir hissədən ibarətdir. Ona görə də C_{II} sərtliyini təyin etdikdə (5.44) və (5.49) ifadələrini nəzərə almaq lazımdır, yəni

$$C_{IV} = G[J_{\delta} + J_{\delta} + J_{\delta}] = \frac{1}{3} G[\delta_1^3 h_1 + \delta_2^3 h_2 + \delta_3^3 h_3] =$$

$$\frac{1}{3} G \left[\left(\frac{d}{10} \right)^3 \frac{\pi d}{2} + \left(\frac{d}{5} \right)^3 \cdot 2d + \left(\frac{d}{4} \right)^3 \cdot 3d \right] = G \cdot 0,021d^4 = 0,21 \cdot C.$$

C_i -nin qiymətlərini (c) ifadəsində yazırıq. Brusun ayrı-ayrı kəsiklərində burucu momentlərin qiymətlərini 5.1 məsələsinə uyğun kəsmə üsulundan istifadə etməklə təyin edirik və (c) tənliyindən alırıq:

$$\frac{m_A \cdot a}{C} + \frac{(m_A + m)a}{5C} + \frac{(m_A + 2m)a}{C} + \frac{(m_A - m)a}{0,21C} = 0,$$

buradan

$$m_A = 0,37m.$$

İşarənin «müsbət» alınması onu göstərir ki, m_A burucu momentinin istiqaməti düzgün seçilmişdir.

m_A -nın qiymətini (a) bərabərliyində yazıb, tapırıq: $m_E = -63m$. «Mənfi» işarəsi şəkil 5.18, a-da m_E -nin istiqamətinin əksinə olduğunu göstərir. Beləliklə, məsələnin statik həll olunmamazlığı açılır.

2. Layihə hesabatını yerinə yetirək, yəni brusun en kəsiyinin ölçülərini seçək.

a) kəsmə üsulundan istifadə edərək soldan sağa tərəf hərəkət etməklə burucu moment epürünü quraq:

$$\begin{array}{ll} I \text{ m\text{e}nt\text{e}q\text{e}, } T^I = M_A = 0,37m, & III \text{ m\text{e}nt\text{e}q\text{e}, } T^{III} = 2,37m, \\ II \text{ m\text{e}nt\text{e}q\text{e}, } T^{II} = 1,37m, & IV \text{ m\text{e}nt\text{e}q\text{e}, } T^{IV} = -0,63m. \end{array}$$

Məntəqələrdə burucu moment epürü bazis xəttinə paralel olan düz xətlərlə əhatə olunur (şəkil 5.18,c).

b) brusda maksimum toxunan gərginlikləri təyin edərək τ_{\max} epürünü qururuq.

Gərginliyi (5.19) düsturundan təyin edirik:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_{\delta}}. \quad (e)$$

(e) ifadəsində hər bir məntəqə üçün müqavimət momentinin qiyməti 5.2 cədvəlindən götürülür.

I m\text{e}nt\text{e}q\text{e}. Kəsik dairəvidir: $W_{\delta} = W_p = 0,2d^3$

II m\text{e}nt\text{e}q\text{e}. Kəsik dördbucaqlıdır:

$$W_{\delta} = \alpha b^2 h = 2 \alpha d^3 = 2 \cdot 0,246 \cdot d^3 \approx 0,2d^3.$$

III m\text{e}nt\text{e}q\text{e}. Nazikdivarlı qapalıdır. $W_{\delta} = 3F_{or} \cdot \delta_{\min} \cdot \delta = \text{const}$ olduğundan,

$$W_{\delta} = 2F_{or} \cdot \delta = \frac{2\pi d^2}{2} \cdot d/10 = 0,31 \cdot d^3.$$

IV m\text{e}nt\text{e}q\text{e}. Kəsik nazikdivarlı açıqdır:

$$\begin{aligned} W_{\delta} &= \frac{1}{3} \sum \delta_i \cdot s_k / \delta_{\min} = \frac{1}{3} \left[\delta_1^3 h_1 + \delta_2^3 h_2 + \delta_3^3 h_3 \right] \frac{1}{\delta_1} = \\ &= \frac{1}{3} \left[\left(\frac{d}{10} \right)^3 \frac{\pi d}{2} + \left(\frac{d}{5} \right)^3 \cdot 2d + \left(\frac{d}{4} \right)^3 \cdot 3d \right] \frac{10}{d} \approx 0,21 \cdot d^3. \end{aligned}$$

T və W_{δ} - nun alınmış qiymətlərini (e) bərabərliyində yerinə yazaq

$$\tau_{\max}^I = \frac{m \cdot 0,37}{0,2 \cdot d^3} = \frac{1,85 \cdot m}{d^3}; \quad \tau_{\max}^{III} = \frac{m \cdot 2,37}{0,31 \cdot d^3} = \frac{7,6 \cdot m}{d^3};$$

$$\tau_{\max}^{II} = \frac{m \cdot 1,37}{0,5 \cdot d^3} = \frac{2,74 \cdot m}{d^3}; \quad \tau_{\max}^{IV} = \frac{m \cdot 0,63}{0,21 \cdot d^3} = \frac{3 \cdot m}{d^3}.$$

c) layihə hesabatı tənliyindən istifadə edərək ən kəsiyin ölçülərini seçək:

$$\tau_{\max} = \tau_{\max}^{III} = \frac{7,6 \cdot m}{d^3} \leq [\tau],$$

$$[\tau] = \frac{\tau_{ax}}{n}, d = \sqrt[3]{\frac{m \cdot n \cdot 7,6}{\tau_{ax}}} = \sqrt[3]{\frac{7,6 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 2}{240 \cdot 10^6}} \cong 11 \text{ sm}.$$

Buradan brusun başqa məntəqələrində ən kəsiyin ölçülərini təyin etmək olar, xüsusi halda δ_i ölçüsü

$$\delta_I = \frac{1}{10} d = 1,1 \text{ sm}; \quad \delta_2 = \frac{1}{5} d = 2,2 \text{ sm}; \quad \delta_3 = \frac{1}{4} d = 2,7 \text{ sm}.$$

ç) kəsiyin burulma bucağının epürünü qururuq (bax: məsələ 5.1)

$$\varphi_{A=0}, \quad \varphi_B = \varphi_A + \varphi_{B/A} = 0 + \frac{T^I l^I}{C^I} = \frac{0,37 \cdot ma}{C};$$

$$\varphi_C = \varphi_B + \varphi_{C/B} = \varphi_B + \frac{T^{II} l^{II}}{C^{II}} = \frac{0,37 \cdot ma}{C} + \frac{1,37 \cdot ma}{5C} = \frac{0,64 \cdot ma}{C};$$

$$\varphi_D = \varphi_C + \varphi_{D/C} = \varphi_C + \frac{T^{III} l^{III}}{C^{III}} = \frac{0,64 \cdot ma}{C} + \frac{2,37 \cdot ma}{C} = \frac{3,01 \cdot ma}{C};$$

$$\varphi_E = \varphi_D + \varphi_{E/D} = \frac{3,01 \cdot ma}{C} + \frac{-0,63 \cdot ma}{0,21C} \cong 0.$$

e) nisbi burulma bucağının epürünü qururuq. (5.6) ifadəsinə əsasən $\theta = \frac{T}{C} = \frac{T}{GJ_\delta}$. Lakin φ epüründən istifadə etməklə $\theta = \frac{\varphi_k - \varphi_{k-1}}{l_k}$

düstürü əsasında θ_i -ni təyin edirik. Burada φ_k - K kəsiyinin burulma bucağıdır, φ_{k-1} həmçinin əvvəlki $K-1$ kəsiyinin burulma bucağıdır. l_k – baxılan məntəqənin uzunluğudur. Beləliklə, alırıq:

$$\theta_1 = \frac{\varphi_B - \varphi_A}{l_I} = \frac{0,37 \cdot ma}{G \cdot 0,1 \cdot d^4 \cdot a} = \frac{0,37 \cdot 5 \cdot 10^4}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,11^4} =$$

$$= 0,0015 \text{ rad/m} = 0,086 \text{ dər/m},$$

$$\theta_2 = \frac{\varphi_C - \varphi_B}{l_{II}} = \frac{0,27 \cdot ma}{G \cdot 0,1 \cdot d^4} = 0,0011 \text{ rad/m} = 0,06 \text{ dər/m},$$

$$\theta_3 = 0,0095 \text{ rad/m} = 0,540 \text{ dər/m},$$

$$\theta_4 = 0,012 \text{ rad/m} = 0,68 \text{ dər/m}.$$

θ_i -nisbi burulma bucaqlarını buraxılabilən $[\theta]=2\text{rad/m}$ -lə müqayisə edərək görürük ki, brusun sərtliyi təmin edilmişdir.

Əgər brusun sərtliyi ödənilmərsə, onda sərtliyə hesabat aşağıdakı şertə əsasən aparılır:

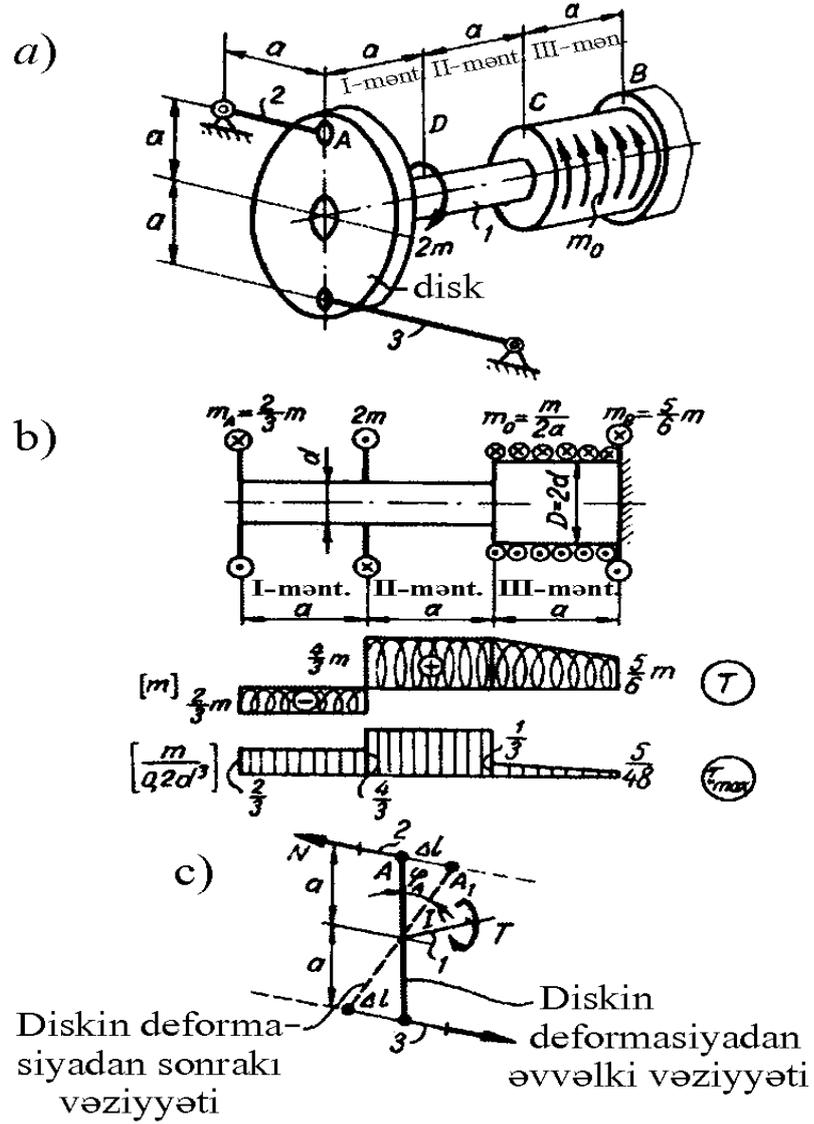
$$\theta = \frac{T}{G \cdot J_\delta} \leq [\theta].$$

Bərabərsizlikdən J_δ təyin olunur, sonra isə d və δ tapılır.

Məsələ 5.3. Pirləli polad mil (şəkil 5.19) sağ tərəfdə sərt bərkidilir. Sol tərəf isə kəsiyi və uzunluğu eyni olan elastik millərlə (2 və 3) bərkidilmişdir. AB milinə xarici topa $2m$ momenti və intensivliyi $m_0 = \frac{m}{2a}$ olan yayılmış moment tətbiq olunur. Buraxılabilən momentin $[m]$ qiymətini təyin etməli.

AB milinin diametri $d=10\text{sm}$, 2 və 3 millərinin kəsiyinin diametri 2sm , uzunluğu $a=1\text{m}$.

Hesabatda $[\tau]=0,6[\sigma]$, $G=0,4E$ qəbul etməli.



Şəkil 5.19

Həlli: 1) 2 və 3 millərində qüvvələrdən yaranan yekun (cəmlənmiş) momenti m_A , sağ dayaqdakı momenti m_B ilə işarə edib, pilləli milin müvazinət halına baxaq (şəkil 5.19,b):

$$m_A + m_B = 2m - m_0 \cdot a = 2m - \frac{m}{2a}a = \frac{3m}{2}. \quad (a)$$

(a) ifadəsində iki məchul (m_A və m_B) var. Başqa müvazinət tənliyi yazı bilmərik. Deməli, sistem bir dəfə statiki həll olunmayıdır.

2) sistemin statik həllolunmaması açaq. Bunun üçün yerdəyişmə tənliyini tərtib edək (şəkil 5.19,c).

Tutaq ki, AB milinin sol ucu xarici momentlərin təsirindən saat əqrəbi istiqamətində φ_A bucağı qədər dönür. Bu halda 2 və 3 milləri Δl qədər mütləq uzanma alır. Millərin xətti Δl deformatsiyası və A kəsiyinin bucaq yerdəyişməsi φ_A arasında əlaqə mövcuddur:

$$\varphi_A = \frac{\Delta l}{a}, \quad (\operatorname{tg} \varphi_A \approx \varphi_A). \quad (\text{b})$$

Bu ifadə axtarılan əlavə yerdəyişmə tənliyidir (deformasiyanın birləşik tənliyi).

(b) ifadəsində φ_A bucağını pilləli milin burulmasında bucaqların cəmi kimi təyin edirik, yəni:

$$\varphi_A = \sum_{i=1}^{III} \varphi_i.$$

$\varphi = \frac{T_A}{C}$ olduğunu bilərək φ_A -ni təyin edək, ancaq əvvəlcə ayrı-ayrı məntəqələrdə burulmada kəsiklərin C_i sərtliyini tapaq:

$$C_I = C_{II} = G \cdot 0,1 \cdot D^4 = C; \quad C_{III} = G \cdot 0,1 \cdot (2D)^4 = 16 \cdot C.$$

Beləliklə,

$$\begin{aligned} \varphi_A &= -\frac{m_A \cdot 2a}{C} - \frac{m_A \cdot a}{16 \cdot C} + \frac{2m \cdot a}{C} + \frac{2ma}{16 \cdot C} - \frac{1}{2} \cdot \frac{ma}{2a \cdot 16 \cdot C} = \\ &= \frac{(135m - 132m_A) \cdot a}{64 \cdot C} \end{aligned} \quad (\text{c})$$

Mütləq uzanmanı - Δl -i Huk qanununun ifadəsindən təyin edirik:

$$\Delta l = \frac{N_i \cdot l_i}{C_i}. \quad (\text{ç})$$

AB milinin burulmasından 2 və 3 millərində dartıcı N normal qüvvəsi yaranır. Ona görə də şəkildən $m_A = N \cdot 2a$, yaxud $N = \frac{m}{2a}$.

(ç) ifadəsinə $N_i = \frac{m_A}{2a}$, $l_i = 3a$, dartılmada, sıxılmada kəsiyin sərtliyi $C = EA$ qiymətlərini yerinə yazıb, tapırıq:

$$\Delta l = -\frac{m_A \cdot 3a}{2a \cdot EA} = \frac{3m_A}{2EA}, \quad \varphi_A = \frac{\Delta l}{a} = \frac{3m_A}{2EA \cdot a}. \quad (\text{e})$$

(c) və (e) ifadələrinin sol tərəfləri eynidir, ona görə də

$$\frac{3m_A}{2EA \cdot a} = \frac{(135 \cdot m - 132m_A) \cdot a}{64 \cdot G \cdot J_p}.$$

$G = 0,4E$ olduğundan,

$$m_A = \frac{135EAa^2 \cdot m}{96 \cdot G \cdot J_p + 132EA \cdot a^2} = \frac{135A \cdot a^2 \cdot m}{96 \cdot 0,4 \cdot J_p + 132 \cdot A \cdot a^2} =$$

$$= \frac{135 \cdot 3,14 \cdot 1^2 \cdot 100^2}{96 \cdot 0,4 \cdot 0,1 \cdot 2^4 + 132 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 100^2} \cdot m \approx \frac{2}{3} m.$$

(a) ifadəsindən

$$m_B = \frac{3m}{2} - \frac{2m}{3} = \frac{5}{6} m.$$

2) AB mili üçün burucu moment epürünü (şəkil 5.19, b) qururuq.

Hər dəfə sol hissəyə baxırıq: I-məntəqə – $T = -\frac{2}{3}m$; II məntəqə –

$$T = \frac{4}{3}m. \text{ B kəsiyində moment – } T = -\frac{2}{3}M + 2M - M_o \cdot a = \frac{4m}{3} - \frac{M}{2a} \cdot a = \frac{5}{6}m.$$

3) AB mili üçün ən böyük toxunan gərginlik epürünü qururuq:

$$\text{I məntəqə, } \tau_{\max} = \frac{T}{W_\delta} = \frac{2m}{3 \cdot 0,2 \cdot d^3}; \text{ II məntəqə, } \tau_{\max} = \frac{4m}{3 \cdot 0,2 \cdot d^3};$$

$$\text{III məntəqə, } \tau_{\max}^C = \frac{4m}{3 \cdot 0,2 \cdot (2d)^3} = \frac{m}{3 \cdot 0,2 \cdot 2d^3} = \frac{m}{6 \cdot 0,2 \cdot d^3};$$

$$\tau_{\max}^B = \frac{5m}{6 \cdot 0,2 \cdot (2d)^3} = \frac{5m}{48 \cdot 0,2 \cdot d^3}.$$

Ən böyük toxunan gərginlik AB milinin ikinci məntəqəsində olacaq

$$\tau_{\max} = \frac{4m}{3 \cdot 0,2 \cdot d^3}.$$

4) layihələndirmə hesabatı şərtindən istifadə edərək xarici m momentinin buraxılabilən qiymətini tapırıq:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_\delta} \leq [\tau]; \quad \tau_{\max} = \frac{4m}{3 \cdot 0,2 \cdot d^3} \leq [\tau].$$

Məsələnin $[\tau] = 0,6[\sigma]$, dartılmada, sıxılmada buraxılabilən gərginlik $[\sigma] = \frac{\sigma_{ax}}{n}$ şərtlərini nəzərə alaraq, bütövlükdə təyin edirik:

$$[m] = \frac{0,09 \cdot \sigma_{ax} \cdot d^3}{n} = \frac{0,09 \cdot 480 \cdot 10^6}{3} = 14,4 kN.m.$$

5) 2 və 3 millərinin möhkəmlik şərtindən buraxılabilən momentin qiymətini təyin edək:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} = \frac{m_A}{2aA} = \frac{2[m]}{3 \cdot 2a \cdot A} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_{ax}}{n};$$

yaxud

$$[m] = \frac{3a \cdot \sigma_{ax} \cdot A}{n} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 480 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 0,01^2}{3} = 150 \text{ kN.m.}$$

Momentin tapılmış iki qiymətindən kiçiyini qəbul edirik, yeni $[m] = 14,4 \text{ kN.m.}$

Məsələ 5.4. En kəsiyi halqa olan 1 borusu və kvadarat en kəsikli 2 valı (şəkil 5.20,a) sol tərəfdən sərt bərkidilmişdir. Onların hər ikisi sağ tərəfdə 3 diski ilə öz aralarında bərkidilmişdir. Boruya $m = 80 \text{ kN.m}$ xarici momenti tətbiq edilir. Valın və borunun en kəsiyi ölçülərinin təyin olunması tələb edilir. Valın materialı poladdır - $\sigma_{ax,d}^n = 300 \text{ MPa}$, borunun materialı misdir, $\sigma_{ax,d}^m = \sigma_{ax,c}^m = 480 \text{ MPa}$, möhkəmlik ehtiyatı $n = 3$, $d = 0,8D$, $b = \frac{d}{2}$, sürüşmə modulu – polad üçün $G_P = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, mis üçün $G_M = 4 \cdot 10^4 \text{ MPa}$.

Həlli. 1) sistemi diskdən solda B kəsiyində kəsək (şəkil 5.20,b), burucu momentlər tətbiq edək; boruya - m_B^b , vala m_B^g .

Müvazinət tənliyindən təyin edirik:

$$\sum M_x = 0; \quad m_B^b = m_B^g.$$

Aydındır ki, B kəsiyində borudakı və valdakı burucu momentlər bərabərdir.

2) boru və valın deformasiyasının birgəlik tənliyini tərtib edirik:

$$\varphi_{B/A}^b = \varphi_{B/A}^g. \quad (a)$$

yaxud

$$\frac{m_B^b \cdot a}{C_B} + \frac{(m_B^b - m) \cdot a}{C_B} = -\frac{m_B^g \cdot 2a}{C_B}. \quad (b)$$

3) polad valın və mis borunun kəsiyinin sərtliyini təyin edirik:

$$C_{II} = G_{II} \cdot J_p = G \cdot \beta \cdot b^4 = G \cdot 0,141 \left(\frac{d}{2} \right)^4 = \frac{1}{16} \cdot 0,141 \cdot G_\pi \cdot d^4 \cong 0,008G \cdot d^4 = C.$$

burada β -nın qiyməti 4.1 cədvəlindən götürülür.

$$\begin{aligned} C_{\delta} &= G_M \cdot J_{\delta} = G_M \cdot 0,1 \cdot D^4 (1 - k^4) = 0,5 \cdot G_\pi \cdot 0,1 \cdot D^4 [1 - 0,8^4] = \\ &= 0,03 \cdot G_M \cdot D^4 = 0,03G(1,25 \cdot d)^4 = 0,066 \cdot G \cdot d^4 \cong 8C. \end{aligned}$$

4) sərtliklərin qiymətlərini (b) bərabərliyində yazıb, burucu momentlərini təyin edirik:

$$\frac{m_B^b \cdot a}{8C} + \frac{(m_B^b - m) \cdot a}{8C} = -\frac{m_B^g \cdot 2a}{C},$$

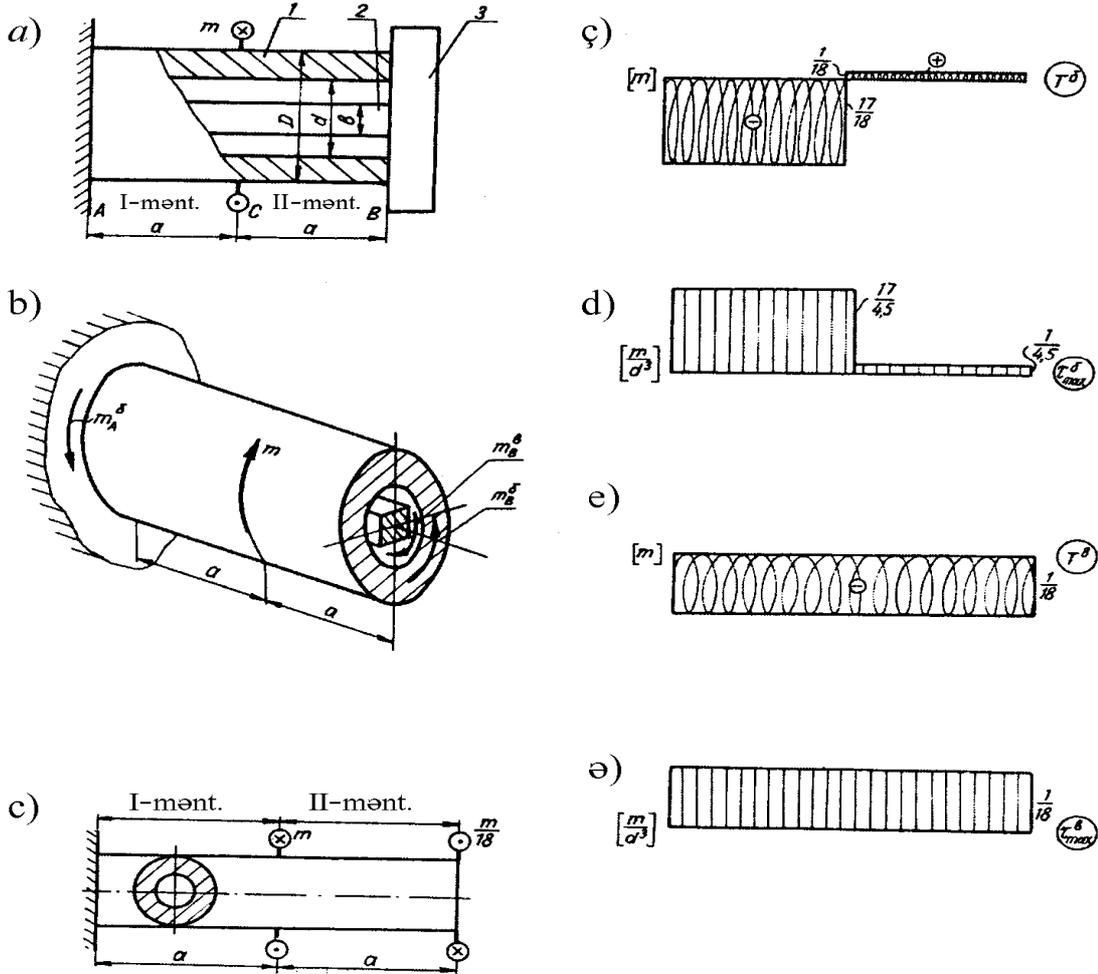
yaxud

$$2m_B^b + 16 m_B^e = m.$$

(a) ifadəsini nəzərə almaqla

$$m_B^b = \frac{m}{18}; \quad m_B^e = \frac{m}{18}.$$

5) burucu moment və ən böyük toxunan gərginlik epürlərin quraq (şəkil 5.20). Boru üçün (şəkil 5.20,c,ç,e) – I məntəqə:



Şəkil 5.20

$$m^b = \frac{m}{18}; \quad \tau_{\max}^b = \frac{m^b}{W_p^b} = \frac{m}{18 \cdot 0,2 \cdot D^3 (1 - k^4)} =$$

$$= \frac{m}{18 \cdot 0,2 \cdot (1,25)^3 \cdot d^3 \cdot (1 - 0,8^4)} = \frac{m}{4,5 \cdot d^3}.$$

II məntəqə: $m^b = -m + \frac{m}{18} = -\frac{17}{18}m$; $\tau_{\max}^b = -\frac{17m}{4,5 \cdot d^3}$. Val üçün (şəkil

5.20,ə,h)

I, II məntəqələr:

$$m^6 = -\frac{m}{18}; \quad \tau_{\max}^6 = \frac{m^6}{W_p^6} = \frac{m}{18 \cdot \alpha \cdot b^3} = \frac{m}{18 \cdot 0,208 \cdot b^3}.$$

$\alpha = 0,208$ qiyməti 5.1 cədvəlindən götürülür.

6) En kəsiyi ölçülərini seçirik:

a) borunun $\tau_{\max}^b = \frac{17m}{4,5 \cdot d^3} \leq [\tau], \quad [\tau] = \frac{\tau_{ax}^m}{n}; \quad \tau_{ax}^m \cong 0,6 \cdot \sigma_{ax}^m,$

yaxud

$$d = \sqrt[3]{\frac{17 \cdot m \cdot n}{4,5 \cdot 0,6 \cdot \sigma_{ax}^m}} = \sqrt[3]{\frac{17 \cdot 80 \cdot 10^9 \cdot 3}{4,5 \cdot 0,6 \cdot 300 \cdot 10^6}} \cong 17 \text{ sm};$$

$$D = 1,25 \text{ ed} = 1,25 \cdot 17 = 21,5 \text{ sm}.$$

b) Valın en kəsiyi ölçüləri:

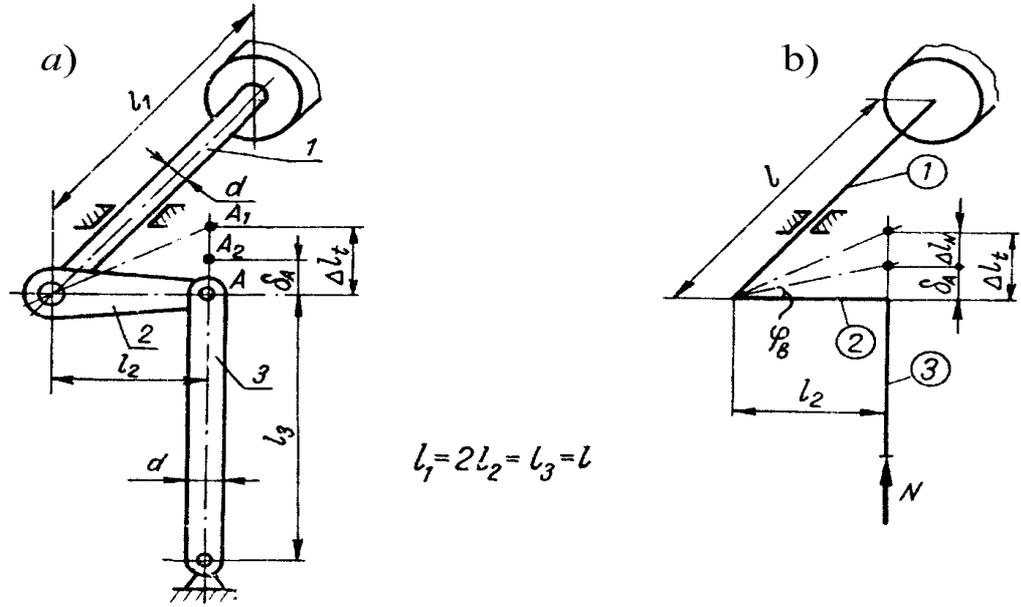
$$\tau_{\max}^6 = \frac{m}{18 \cdot b^3} \leq [\tau], \quad [\tau] = \frac{\tau_{ax}^n}{n}; \quad \tau_{ax}^n \cong 0,6 \cdot \sigma_{ax}^n$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{m \cdot n}{18 \cdot 0,6 \cdot \sigma_{ax}^n}} = \sqrt[3]{\frac{80 \cdot 10^9 \cdot 3}{18 \cdot 0,6 \cdot 480 \cdot 10^6}} \cong 3,6 \text{ sm}.$$

Məsələnin şərtinə görə $b = \frac{d}{2} = \frac{n}{2} = 8,5 \text{ sm}$ olmalıdır, (möhkəmliyə hesabata görə $b = 3,6 \text{ sm}$ kifayətdir). Ona görə də $b = 8,5 \text{ sm}$ qəbul edirik.

Məsələ 5.5 Mil (3) temperaturun Δt təsirindən uzandığına görə ling 2 valın 1 oxu ətrafında dönür və o, vala sərt birləşdiyindən val burulmaya işləyir (şəkil 5.21, a). Valın möhkəmlik ehtiyatını təyin etməli (yoxlama hesabata aparmalı). $d = 100 \text{ mm}$; $\tau_{\max} = 800 \text{ MPa}$; buraxıla bilən möhkəmlik ehtiyatı $[n] = 1,5$; uzunluğu $l = 1,4 \text{ m}$ olan 3 mili 20°S –dən 100°S temperaturadək qızdırılır; $G = \cong 0,4E$ temperaturadan genişlənmə əmsalı $\alpha = 125 \cdot 10^{-7} \text{ 1/dər}$.

Həlli: Şəkil 5.21, b –də sistemin deformasiyalanan sxemi təsvir edilir. 2 lingi olmasaydı 3 mili $\Delta l_i = \alpha \cdot l_i \cdot \Delta t$ qədər mütləq uzanma alardı; A oynağı isə A_1 vəziyyətini alardı. Lakin ling vardır. O, N normal qüvvəsinin hesabına mili Δl_N qiyməti qədər sıxır. Nəhayət, A oynağı A_2 vəziyyətini alır. Buna görə də alırıq:



Şəkil 5.21

$$\delta_A = \Delta l_t - \Delta l_N = \alpha \cdot \Delta t \cdot l_3 - \frac{N \cdot l_3}{C_3}. \quad (a)$$

Digər tərəfdən

$$\frac{\delta_A}{l_2} = \varphi_B = \frac{T^1 \cdot l_1}{C_1}, \quad (tg \varphi_B \approx \varphi_B), \quad (b)$$

$$\text{yaxud} \quad \delta_A = \frac{T^1 \cdot l_1 \cdot l_2}{C_1} = \frac{N \cdot l_1 \cdot l_2^2}{C_1}. \quad (c)$$

(şəkildən $T^1 = N \cdot l_2$ olduğunu nəzərə aldıq).

(a) düsturunu və $\frac{N \cdot l}{4 \cdot G \cdot J_p} = \alpha \cdot \Delta t - \frac{N}{EA_3}$ ifadəsini nəzərə almaqla təyin edirik (şəkildə $l_1 = 2l_2 = l_3 = l$ olduğu verilir):

$$N = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{\frac{l^2}{4 \cdot 0,4 \cdot E \cdot J_p} + \frac{1}{EA_3}} = \frac{125 \cdot 10^{-7} \cdot 80}{\frac{1,4^2 \cdot 10^4}{1,6 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1 \cdot 10^4} + \frac{1}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4} \cdot 3,14}} \cong 14,4 \text{ kN}.$$

Valın möhkəmlik ehtiyatını təyin edirik:

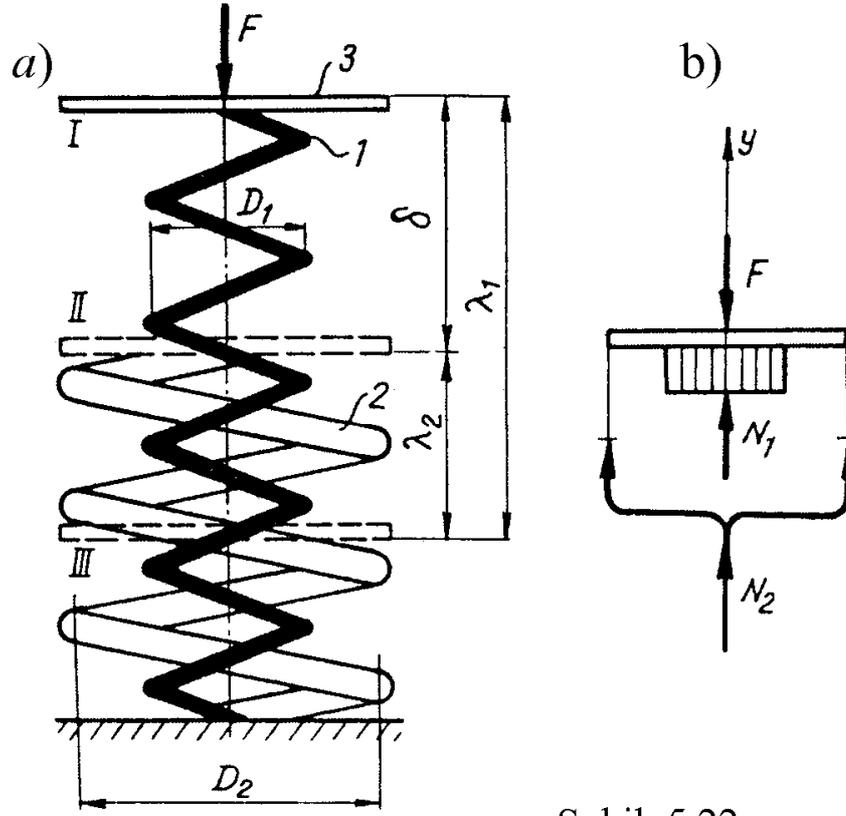
$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_\delta} = \frac{N \cdot l_2}{0,2 \cdot d^3} = \frac{14,4 \cdot 10^3 \cdot 70 \cdot 10^5}{0,2 \cdot 10^3} = 504 \text{ MPa};$$

$$n = \frac{\tau_{ax}}{\tau_{\max}} = \frac{800}{504} \cong 1,6$$

Buraxılabilən möhkəmlik ehtiyatı $[n] = 1,5$ -dir. Deməli, $n \geq [n]$, möhkəmlik şərti ödənilir.

Məsələ 5.6. Diametri $D_1 = 0,06 \text{ m}$ olan 1 yayı (şəkil 5.22) diametri $D_2 = 0,1 \text{ m}$ olan 2 yayının içərisinə qoyulmuşdur. Yayların sarğılarının

sayı $i_1=i_2=12$. Yaylar hazırlanan məftillərin diametri $d_1=10\text{mm}$, $d_2=15\text{mm}$. İlk vəziyyətdə birinci yayın ikinci yaydan artıq uzunluğu $\delta=10\text{mm}$ -dir.



Şəkil 5.22

Hər bir yay üçün yoxlama hesabının aparılması tələb edilir. 3 boşqabına tətbiq edilən xarici yük $F=2\text{kN}$, hər iki yayın materialı üçün $\tau_{ax}=300\text{MPa}$, buraxıla bilən möhkəmlik ehtiyatı $[n]=2$ -dir.

Həlli: 1) yüklənmədə yalnız kiçik diametrlə yayın xarici qüvvəni qəbul etdiyini fərz edərək, boşqabın δ_1 yerdəyişməsini təyin edək:

$$\delta_1 = \lambda'_1 = \frac{8 \cdot F \cdot D_1^3 \cdot i_1}{G \cdot d_1^4} = \frac{8 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0,06^3 \cdot 12 \cdot 10^2}{9 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,01^4} = 26\text{mm} = 0,026\text{m}.$$

2) boşqabın həddi vəziyyətini müəyyən edək. 1 və 2 yaylarının hündürlük fərqi $\delta=10\text{mm}$, $\delta_1=26\text{mm}$. Deməli, $\delta_1 > \delta$. Buradan belə nəticəyə gəlirik ki, 3 boşqabı yükləndikdə (şəkil 5.22,a) əvvəl 1 yayı yüklənəcək, sonra isə boşqab II vəziyyəti alanda 2 yayı da yüklənəcəkdir. Qüvvənin qiyməti işçi qiymətə çatanda (III vəziyyət) boşqab həddi vəziyyəti alacaq.

3) kəsmə üsulundan istifadə edərək yaylar sisteminin (şəkil 5.22,b) yuxarı hissəsinin müvazinət halına baxaq:

$$\Sigma Y = 0, N_1 + N_2 = F \quad (a)$$

Məchullar ikidir və statikanın başqa tənliklərindən istifadə etmək mümkün deyildir. Ona görə də məsələ bir dəfə statiki həll olunmayıdır.

4) yerdəyişmələrin birgəlik tənliyini tərtib edirik:

$$\lambda_1 = \lambda_2 + \delta. \quad (b)$$

Burada λ_1 birinci yayın yerdəyişməsi (çökməsi); λ_2 ikinci yayın çökməsidir. λ_1 və λ_2 çökmələrinin (5.55) ifadəsinə əsasən təyin edək:

$$\lambda_1 = \frac{8 \cdot N_1 \cdot D_1^3 \cdot i_1}{G \cdot d_1^4} = \frac{8 \cdot N_1 \cdot 0,06^3 \cdot 12 \cdot 10^2}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,01^4} = 0,0026 \cdot N_1 \quad [sm];$$
$$\lambda_2 = \frac{8 \cdot N_2 \cdot D_2^3 \cdot i_2}{G \cdot d_2^4} = \frac{8 \cdot N_2 \cdot 0,1^3 \cdot 12 \cdot 10^2}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,0015^4} = 0,0024 \cdot N_2 \quad [sm].$$

λ_1 və λ_2 qiymətlərini (b) ifadəsində yerinə yazaraq:

$$0,0026 \cdot N_1 = 0,0024 \cdot N_2 + 1. \quad (c)$$

(a) və (b) tənliklərini birlikdə həll edərək, tapırıq:

$$N_1 = 1160 \text{ N}; \quad N_2 = 840 \text{ N}.$$

5) (5.54) ifadəsindən istifadə edərək yaylardakı ən böyük gərginlikləri təyin edirik:

$$\tau_1 = \frac{8 \cdot N_1 \cdot D_1}{\pi \cdot d_1^3} = \frac{8 \cdot 1160 \cdot 0,06}{3,14 \cdot 0,01^3} = 146 \text{ MPa},$$
$$\tau_2 = \frac{8 \cdot N_2 \cdot D_2}{\pi \cdot d_2^3} = \frac{8 \cdot 840 \cdot 0,1}{3,14 \cdot 0,0115^3} = 20,8 \text{ MPa},$$

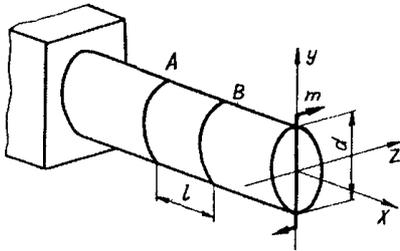
$$\tau_{max} = \tau_1 = 146 \text{ MPa}.$$

6) Yoxlama şərtindən istifadə edərək yoxlama hesabətını yerinə yetiririk:

$$n = \frac{\tau_{ax}}{\tau_{max}} \geq [n],$$
$$n = \frac{320}{146} = 2,2.$$

Alınan cavab buraxıla bilən möhkəmlik ehtiyatından $[n]=2$ olduğundan, möhkəmlik ödənilir.

Ə5.9. Sərbəst iş üçün tipik məsələlər

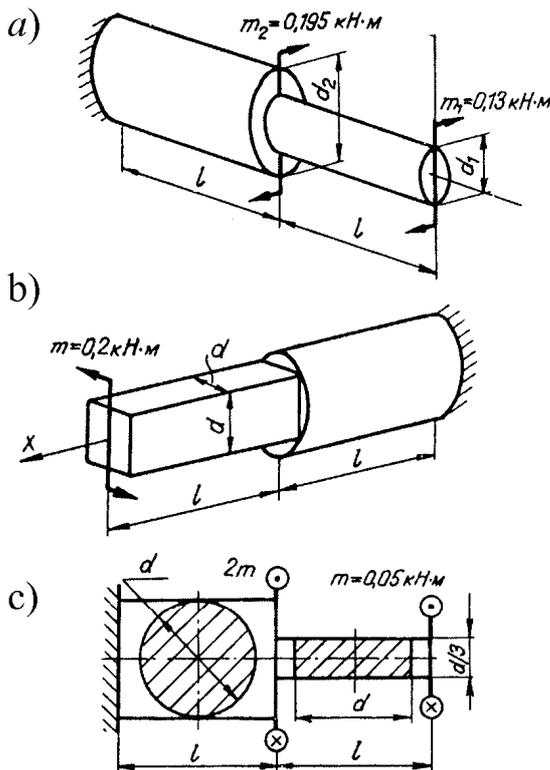


Şəkil 5.23

Məsələ 1. Diametri $d=0,1\text{m}$, en kəsiyi dairəvi olan polad brus sol tərəfdən bərkidilərək xarici m momenti ilə yüklənmişdir (şəkil 5.23). Əgər $\varphi = 0^\circ 45'$ A və B kəsikləri arasındakı məsafə $l = 10\text{sm}$ olarsa, ən böyük toxunan gərginliyi təyin etməli.

Cavab: $\tau_{\max}=52,5\text{ MPa}$

Məsələ 2. Bruslar a, b və c sxemlərində (şəkil 5.24) burucu momentlərlə yüklənmişdir. Tələb olunur ki, onlar üçün möhkəmlik və sərtlik şərtlərindən layihələndirmə hesabatı aparılsın. $[\tau]=50\text{MPa}$, buraxılabilən nisbi burulma bucağı $[\theta]=2\text{ dər/m}$ -dir.

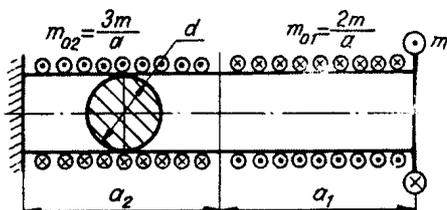


Şəkil 5.24

Cavab: Sxemlərdə – a) $d_1=0,047\text{m}$, $d_2=0,037\text{m}$;
b) $d=0,042\text{m}$, c) $d=0,052\text{m}$.

Məsələ 3. Dairəvi en kəsikli brus (şəkil 5.25) bir tərəfdən sərt bərkidilmiş və m topa momenti ilə və yayılmış momentlərlə: a_1 uzunluğunda $-m_{01}=\frac{2m}{a}$, a_2 uzunluğunda $-m_{02}=\frac{3m}{a}$ momentləri ilə yüklənmişdir. $a_1=a_2=a=2\text{m}$ buraxılabilən toxunan gərginlik $[\tau]=50\text{ MPa}$, buraxılabilən nisbi burulma bucağı $[\theta]=0,5\text{dər/m}$, $m=0,2\text{kNm}$, $m_{01}=\frac{2m}{a}$, $m_{02}=\frac{3m}{a}$ qəbul edərək valın diametrini təyin etməli.

Cavab: $d = 0,05\text{m}$



Şəkil 5.25

Məsələ 4. I valının ucuna 2 lingi bərkidilir və lingə qolu $r=50\text{sm}$ olan $F=0,84\text{kN}$ qüvvəsi tətbiq olunur (şəkil 5.26). $a=2\text{m}$ qəbul edərək valın və lingin φ dönmə

1. Burulma nəyə deyilir?
2. Dairəvi en kəsiyi olan brusun burulmasında elastiklik qüvvələri hansı daxili qüvvə amillərinə gətirilir. Burucu moment nəyə bərabərdir?
3. Dairəvi, halqa, dördbucaqlı, nazikdivarlı qapalı və açıq profillərdə, nazikdivarlı quraşdırılan profillərdə hansı gərginliklər yaranır?
4. Burulma bucağı haqqında anlayış, en kəsiyi dairəvi, halqavari, dördbucaqlı, nazikdivarlı qapalı və açıq olan kəsiklərdə onun qiymətlərinin təyini.
5. En kəsiyi dairəvi və halqavari olan bruslarda qütbi ətalət moenti, burulmada müqavimət momenti nəyə deyilir?
6. Burulmada kəsiyin sərtliyi nəyə deyilir? Dairəvi, halqavari, dördbucaqlı, nazikdivarlı qapalı və açıq kəsiklər üçün o nəyə bərabərdir?
7. Dairəvi, halqavari, dördbucaqlı, nazikdivarlı qapalı və açıq olan bruslarda burucu momentin, toxunan gərginliyin, qütbi ətalət momentinin, burulmaya müqavimət momentinin ölçü vahidlərini yazın.
8. Dairəvi en kəsikli brusda hansı fərziyyədən istifadə edilir?
9. Dairəvi en kəsikdə toxunan gərginliyin paylanmasını göstərin.
10. Burucu moment (T) vala düşən gücdən və valın dövrlər sayından asılı olaraq hansı düsturla təyin edilir?
11. İçi boş valların üstünlüyü nədədədir?
12. Statik həll olunmazlıq dərəcəsi nəyə deyilir?
13. Hesabatın təyinatı və növləri. Layihələndirmə və yoxlama hesabatlarının şərtləri hansılardır?
14. Əgər brusun en kəsiyi dördbucaqlı olarsa, toxunan gərginlik maksimum qiymətləri hansı nöqtələrdə alacaq?
15. Hansı yaylar kiçik addımlı hesab edilir?
16. Kiçik addımlı yaylarda hansı daxili qüvvə amilləri yaranır, onlardan hansı nəzərə alınmır və niyə?
17. Yaylarda maksimum toxunan gərginliyi və çökməni təyin etmək üçün lazım olan düsturları yazın.
18. Yayın hesablanma qaydasını göstərin.

VI FƏSİL

MÜSTƏVİ KƏSİKLƏRİN HƏNDƏSİ XARAKTERİSTİKALARI

Ə. 6.1. Kəsiyin momentləri haqqında anlayışlar

Tutaq ki, ixtiyari profilli yastı kəsik (şəkil 6.1) verilmişdir. Kəsik sahəsi A -dır. Elementar dA sahəsinin koordinatları isə z, y -dir. Sahənin momenti, ümumiyyətlə, z oxuna nisbətən m tərtibli y oxuna nisbətən isə n tərtibli olmaqla belə yazıla bilər:

$$\iint_A z^m y^n dz dy. \quad (6.1)$$

İntegrallama A sahəsi üzrə aparılır. m və n -ə $0, 1, 2, 3, \dots$ qiymətlərini verərək sıfırıncı, birinci, ikinci və s. tərtibli momentləri alırıq.

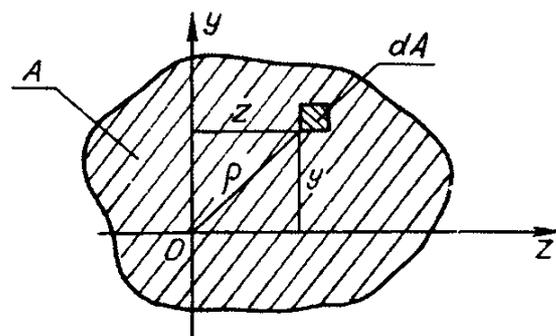
Xüsusi hallara baxaq:

1) $m=n=0$.

$$\iint_A z^0 y^0 dz dy = \iint_A dz dy = \int_A dA = A.$$

Deməli, sıfır tərtibli moment yastı kəsiyin sahəsi deməkdir.

2) $m=0, n=1, (m=2, n=0)$.



Şəkil 6.1

$$\left. \begin{aligned} s_z &= \iint_A y dz \cdot dy = \int_A y dA \\ s_y &= \iint_A z dz \cdot dy = \int_A z dA \end{aligned} \right\} \quad (6.2)$$

Birinci tərtibli (6.2) integrallarına *kəsik sahəsinin uyğun oxlara görə statik momentləri* deyilir.

3) $m=0, n=2$ ($m=2, n=0$)

m və n -in qiymətlərini ardıcıl olaraq (6.1) düsturunda yerinə yazıb alırıq:

$$\left. \begin{aligned} J_z &= \iint_A y^2 dz \cdot dy = \int_A y^2 dA \\ J_y &= \iint_A z^2 dz \cdot dy = \int_A z^2 dA \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

Bu halda aldığımız ikinci tərtibli momentl r  – (6.3) integrallarına *yastı kəsiyin ox ətalət momentləri* deyilir.

4) $m=1, n=1$

$$J_{zy} = \iint_A z y dz \cdot dy = \int_A z y dA. \quad (6.4)$$

(6.4) integralına yastı kəsiyin qarşılıqlı perpendikulyar z və y oxlarına nəzərən *mərkəzdənqaçma ətalət momenti* deyilir. Q tb adlanan O nöqtəsinə nisbətən (şəkil 6.1) ikinci tərtibli momentini təyin etmək olar:

$$J_p = \iint_A \rho^3 d\alpha d\rho = \int_A \rho^2 dA. \quad (6.5)$$

(6.5) integralına *yastı kəsiyin qütb ətalət momenti* deyilir.

Materiallar müqavimətində sahənin və ya kəsiyin sıfırncı, birinci və ikinci tərtibli momentləri öyrənilir. Onların üzərində dayanacağımız. Ox – J_z, J_y və q tbi – J_p ətalət momentləri h mish  müsbətdir v  sıfırdan fərqlidir. Mərkəzdənqaçma ətalət momenti J_{zy} v  statik momentlər S_z, S_y müsbət, mənfi və sıfır ola bilər.  lç  vahidləri belədir: $J_z, J_y, J_{zy} - sm^4, S_z - sm^3$

 6.2. Momentlərin əsas x susiy tl ri

Q tbi v  ox ətalət momentləri arasında əlaqə. Kəsiyin ağırlıq mərkəzi.

Tutaq ki, kəsiyin A sahəsi (şəkil 6.2) ixtiyari I, II, III fiqurlara ayrılmışdır. Onların sahələri uyğun olaraq A_1, A_2, A_3 – d r. z oxuna

nəzərən ətalət momentini təyin edək. (6.3) ifadəsinə əsasən inteqralın xassəsini nəzərə almaqla ox ətalət momenti

$$J_{z_1} = \int_A y^2 dA = \int_{A_1} y^2 dA + \int_{A_2} y^2 dA + \int_{A_3} y^2 dA = J_Z^I + J_Z^{II} + J_Z^{III}. \quad (6.6)$$

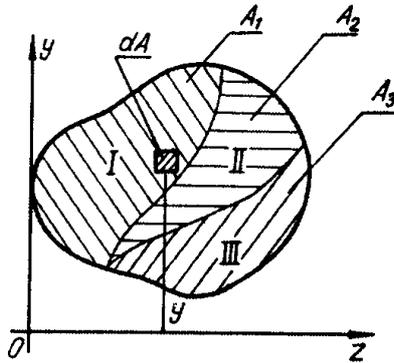
Buradan beələ nəticə çıxarmaq olar: **kəsiyin oxa (oxlara) nəzərən ətalət momenti həmin kəsiyin üzərində ayrılmış fiqurların bu oxa (oxlara) nəzərən ətalət momentlərinin cəmiyyəsinə bərabərdir.**

Qütbi ətalət momenti J_p və ox ətalət momentləri J_z , J_y arasında əlaqə yaradaq:

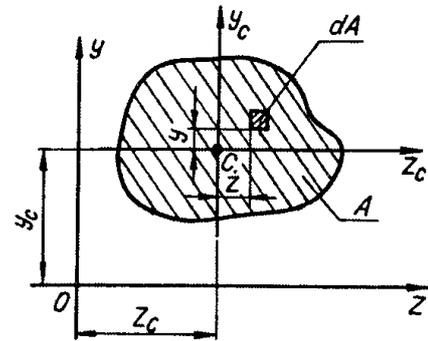
$\rho^2 = y^2 + z^2$ olduğundan, (şəkil 6.1) qütbi ətalət momenti

$$J_p = \int_A \rho^2 dA = \int_A (y^2 + z^2) dA = \int_A y^2 dA + \int_A z^2 dA = J_z + J_y \quad (6.7)$$

İxtiyari seçilmiş nöqtəyə nəzərən kəsiyin qütbi ətalət momenti bu nöqtədən keçən və bir-birinə perpendikulyar olan istənilən oxlara nəzərən ox ətalət momentlərinin cəmiyyəsinə bərabərdir.



Şəkil 6.2



Şəkil 6.3

Kəsiyin ağırlıq mərkəzi (şəkil 6.3) elə nöqtəyə deyilir ki, onun koordinatları zoy koordinat sistemində aşağıdakı ifadələrlə təyin olunsun:

$$z_c = \frac{S_y}{A}; \quad y_c = \frac{S_z}{A} \quad (6.8)$$

Əgər yastı kəsik mürəkkəb konfigurasiyaya malik olarsa, onun üzərində ayrılmış fiqurların sahələri və həmin sahələrin ağırlıq mərkəzləri məlumdursa, onda ümumi kəsiyin ağırlıq mərkəzinin koordinatları aşağıda ifadələrlə təyin edilir:

$$z_c = \frac{\sum_{i=1}^k A_i y_i}{\sum_{i=1}^k A_i}; \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^k A_i z_i}{\sum_{i=1}^k A_i}. \quad (6.9)$$

Kəsiyin statik momentlərini (6.8) ifadəsinə əsasən belə təyin etmək olar:

$$S_z = A \cdot y_c; \quad S_y = A \cdot z_c.$$

Deməli, **kəsiyin oxa nəzərən statik momenti, kəsiyin sahəsinin onun ağırlıq mərkəzindən oxa qədər olan məsafəyə hasilinə bərabərdir.**

Əgər z və y oxları kəsiyin ağırlıq mərkəzindən keçərsə (şəkil 6.3), onda z_c və y_c sıfıra bərabər olacaq. Ona görə də statik momentlər $S_z = 0$, $S_y = 0$ olar, yəni **mərkəzi oxlara nəzərən kəsik sahəsinin statik momentləri sıfıra bərabərdir.**

Ə6.3. Paralel oxlara və bir nöqtədən keçən oxlara nəzərən ətalet momentləri arasında asılılıqlar

z oxuna nəzərən ətalet momenti (şəkil 6.3):

$$J_z = \int_A (y + y_c)^2 dA = \int_A y^2 \cdot dA + 2y_c \int_A y \cdot dA + y_c^2 \int_A dA = J_{z_c} + y_c^2 \cdot A \quad (6.10)$$

düsturu ilə təyin edilir.

İkinci toplananda $\int_A \check{y} \cdot dA = C_{3_b} = 0$ (statiki momentin xassəsinə əsasən mərkəzi oxa nəzərən statik moment sıfıra bərabərdir),

Uyğun olaraq y oxuna nəzərən ətalet momentini yazırıq:

$$J_y = J_{y_c} + z_c^2 \cdot A.$$

Beləliklə, **sahənin ixtiyari paralel oxa nəzərən ox ətalet momenti həmin sahənin ağırlıq mərkəzindən keçən oxa nəzərən ətalet momenti ilə kəsik sahəsinin oxlar arasındakı məsafə kvadratı hasilinin cəminə bərabərdir.**

Şəkil 6.3-dən görünür ki, z və y oxlarına nəzərən mərkəzdən qaçma ətalet momenti

$$J_{zy} = \int_A (z + z_c)(y + y_c) \cdot dA = \int_A z \cdot y \cdot dA + z_c \int_A y \cdot dA + y_c \int_A z \cdot dA + z_c y_c \int_A dA = J_{z_c y_c} + A \cdot z_c \cdot y_c,$$

burada

$$J_{z_c y_c} = \int_A z \cdot y \cdot dA, \quad \int_A y \cdot dA = S_z = 0, \quad \int_A z \cdot dA = S_{y_c} = 0.$$

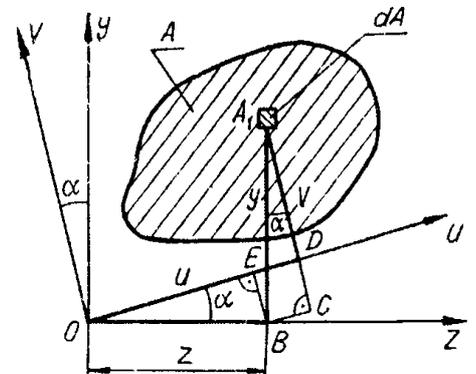
Beləliklə:

$$J_{zy} = J_{z_c y_c} + A \cdot z_c \cdot y_c. \quad (6.11)$$

Kəşik sahəsinin iki qarşılıqlı perpendikulyar oxa nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momenti, bu oxlara paralel olan oxlara nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momenti ilə kəşik sahəsinin oxlar arasındakı məsafəyə hasillərinin cəminə bərabərdir.

Müəyyən bucaq qədər dönmüş oxlara nəzərən ətalət momentlərini təyin edək. Qəbul edək ki, verilən z və y oxları ixtiyari α bucağı qədər döndərilmişdir (şəkil 6.4). J_z, J_y ox ətalət momentləri və eləcə də J_{zy} mərkəzdənqaçma ətalət momenti verilmişdir.

Əvvəlki koordinat sistemini saat əqrəbi hərəkətinin əksinə α bucağı qədər döndərdikdə, alınan yeni oxları u və v , ətalət momentlərini J_u, J_v ilə işarə edək. Əvvəlki sistemdə koordinatları z, y olan dA sahəciyi ayıraq, yeni sistemdə koordinatlar u və v olacaq. Yeni koordinatları z, y – ə və α bucağından asılı olaraq ifadə edək. Bunun üçün belə bir qurmanı yerinə yetirək (şəkil 6.4). AD parçasını BC xəttinə perpendikulyar istiqamətdə davam etdirək, B nöqtəsindən isə u oxuna perpendikulyar endirək. Şəkildən aşağıdakıları yaza bilərik:



Şəkil 6.4

$$OD = OE + ED = OE + BC, \quad (a)$$

$$AD = AC - DC = AC - BE.$$

6.4. şəkildən

$$OE = z \cdot \cos \alpha, \quad BC = y \cdot \sin \alpha, \quad AB = y \cdot \cos \alpha \quad \vee \quad BE = z \cdot \sin \alpha. \quad (b)$$

(a) və (b) ifadələrinə əsasən yeni və əvvəlki koordinatlar arasında aşağıdakı asılılıqları alırıq:

$$u = z \cdot \cos \alpha + y \cdot \sin \alpha, \quad (\text{c})$$

$$v = y \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha. \quad (\text{ç})$$

(6.3), (6.4), (c) və (ç) ifadələrini nəzərə almaqla çevrilmiş oxlara nəzərən ətalet momentləri bərabərdir:

$$\begin{aligned} &= \cos^2 \alpha \int_A y^2 dA + \sin^2 \alpha \int_A z^2 dA - 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \int_A zy dA = \\ &= J_z \cdot \cos^2 \alpha + J_y \cdot \sin^2 \alpha - J_{zy} \cdot \sin 2\alpha; \end{aligned}$$

$$J_u = \int_A u^2 dA = \int_A (y \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha)^2 \cdot dA = \quad (\text{e})$$

$$\begin{aligned} J_u &= \int_A u^2 dA = \int_A (z \cdot \cos \alpha + y \cdot \sin \alpha)^2 \cdot dA = \cos^2 \alpha \int_A z^2 dA + \\ &+ \sin^2 \alpha \int_A y^2 dA + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \int_A zy dA = \\ &= J_z \cdot \cos^2 \alpha + J_y \cdot \sin^2 \alpha + J_{zy} \cdot \sin 2\alpha; \end{aligned} \quad (\text{ə})$$

$$\begin{aligned} J_{uv} &= \int_A (z \cdot \cos \alpha + y \cdot \sin \alpha)(y \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha) \cdot dA = \\ &= \cos^2 \alpha \int_A zy \cdot dA - \sin^2 \alpha \int_A zy \cdot dA + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \int_A y^2 \cdot dA - \\ &- \sin \alpha \cdot \cos \alpha \int_A z^2 \cdot dA = J_{zy} \cdot \cos 2\alpha + \frac{J_z - J_y}{2} \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (\text{f})$$

(e), (ə) və (f) ifadələrində

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; $2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin 2\alpha$, $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$ olduğu nəzərə alınmışdır.

Beləliklə, çevrilmiş oxlara nəzərən ətalet momentləri arasında aşağıdakı asılılıqları alırıq:

$$J_u = J_z \cdot \cos^2 \alpha + J_y \cdot \sin^2 \alpha - J_{zy} \cdot \sin 2\alpha, \quad (6.12)$$

$$J_v = J_z \cdot \sin^2 \alpha + J_y \cdot \cos^2 \alpha + J_{zy} \cdot \sin 2\alpha, \quad (6.13)$$

$$J_{uv} = \frac{J_z - J_y}{2} \cdot \sin 2\alpha + J_{zy} \cdot \cos 2\alpha. \quad (6.14)$$

Əgər $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$ - η $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$ ilə əvəz etsək,

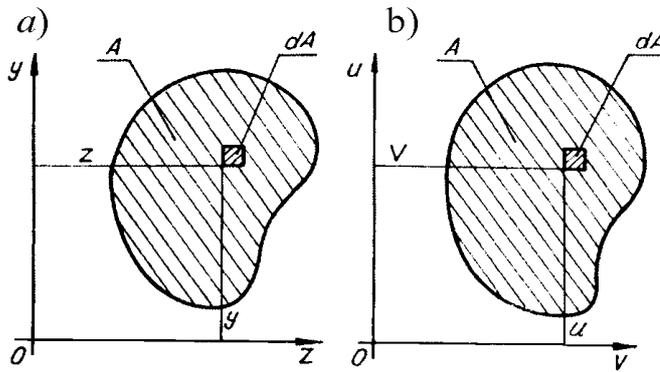
yuxarıdakı düsturları başqa şəkildə alırıq:

$$J_u = \frac{J_z + J_y}{2} + \frac{J_z - J_y}{2} \cdot \cos 2\alpha - J_{zy} \cdot \sin 2\alpha, \quad (6.15)$$

$$J_v = \frac{J_z + J_y}{2} + \frac{J_z - J_y}{2} \cdot \cos 2\alpha + J_{zy} \cdot \sin 2\alpha. \quad (6.16)$$

Ə6.4. Baş oxlar və baş ətalət momentləri

Kəşik üçün (şəkil 6.5,a) zy sisteminə görə mərkəzdənqaçma ətalət momenti (6.14) düsturu ilə təyin edilir. Kəşiyin vəziyyətini olduğu kimi saxlayaraq əvvəlki koordinat sistemini saat əqrəbi hərəkətinin əksinə 90° çevirək və bu hal üçün J_{uv} mərkəzdənqaçma ətalət momentini təyin edək:



Şəkil 6.5

$$J_{uv} = \int_A uv dA.$$

(a)

Elementar sahəciyin yeni koordinatları u və v əvvəlkilərdən asılı olacaqdır: $u=y$, $v=-z$. Bunları (a) ifadəsində yazırıq:

$$J_{uv} = -\int zy da = -J_{zy} \quad (6.17)$$

Koordinat sistemini 90° döndərdikdə mərkəzdənqaçma ətalət momenti öz işarəsini müsbətdən mənfiyə dəyişirdi. Buna görə də aydındır ki, eyni vəziyyət olacaqdır ki, mərkəzdənqaçma ətalət momenti sıfıra bərabər olacaqdır.

Mərkəzdənqaçma ətalət momenti sıfıra bərabər olan oxlara *baş ətalət oxları* deyilir. Bu halda əgər koordinat oxları kəşiyin ağırlıq mərkəzindən keçirsə (koordinat başlanğıcı ağırlıq mərkəzi ilə üst-üstə düşərsə), onda baş oxlara *mərkəzi baş ətalət oxları* deyilir.

Kəşiyin baş ətalət oxlarının vəziyyətini təyin edək. Əvvəlki koordinat sisteminə nəzərən J_z , J_y , J_{zy} ətalət momentlərini məlum hesab edirik. u və v oxları ilə z və y oxları arasındakı bucağı α ilə işarə edək. Tərifə görə oxlar o vaxt baş ətalət oxları olur ki,

onlara nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momenti sıfıra bərabər olsun.

Kəsiyin mərkəzdənqaçma ətalət momentini sıfır qəbul edərək, bucağın elə α_0 qiymətini təyin edək ki, əvvəlki z və y oxları baş ətalət u və v oxlarına çevrilsin:

$$J_{uv} = \frac{J_z - J_y}{2} \cdot \sin 2\alpha_0 + J_{zy} \cdot \cos 2\alpha_0 = 0,$$

buradan

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2J_{zy}}{J_y - J_z}. \quad (6.18)$$

J_z , J_y , J_{zy} ətalət momentlərinin qiymətlərini (6.18) ifadəsində yerinə yazaraq tapa bilərik:

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2J_{zy}}{J_y - J_z}.$$

Kəsiyin baş ətalət oxlarına nəzərən ətalət momentlərinə baş ətalət momentləri, baş mərkəzi oxlarına nəzərən ətalət momentlərinə isə kəsiyin baş mərkəzi ətalət momentləri deyilir.

Baş ətalət momentlərinin qiymətlərini (6.12) və (6.13) ifadələrinə əsasən α_0 bucağının qiymətini yazmaqla təyin etmək olar:

$$J_u = J_z \cdot \cos^2 \alpha + J_y \cdot \sin^2 \alpha - J_{zy} \cdot \sin 2\alpha, \quad (6.19)$$

$$J_v = J_z \cdot \sin^2 \alpha + J_y \cdot \cos^2 \alpha + J_{zy} \cdot \sin 2\alpha. \quad (6.20)$$

Triqonometrik funksiyaları kənar etməklə baş ətalət momentlərini aşağıdakı ifadədən təyin edirlər:

$$J_{uv} = \frac{J_z + J_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_z - J_y)^2 + 4 \cdot J_{zy}^2}. \quad (6.21)$$

Bu halda $J_u > J_v$.

Göstərək ki, baş oxlara nəzərən ox ətalət momentləri ekstremum qiymətlər alır – bir oxa nəzərən maksimum, o biri oxa nəzərən minimum. Momentin ekstremum qiymətini təyin etmək üçün, məsələn, J_u – nu tapmaq üçün, (6.12) ifadəsinin α bucağına görə birinci törəməsini sıfıra bərabər etmək lazımdır, yəni

$$\frac{dJ_u}{d\alpha} = -2J_z \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + 2J_y \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - 2 \cdot J_{zy} \cdot \cos 2\alpha = 0,$$

$$\text{yaxud } (J_y - J_z) \cdot \sin 2\alpha = 2 \cdot J_{zy} \cdot \cos 2\alpha.$$

$$\text{Buradan } \operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2J_{zy}}{J_y - J_z}.$$

Alınmış bu ifadəni (6.18) ifadəsi ilə müqayisə etdikdə görürük ki, onların sağ tərəfləri bərabərdir. Ona görə də sol tərəfəri də bərabər olmalıdır. $\alpha = \alpha_0$ olması onu göstərir ki, yalnız bir cüt ox var ki, bu oxlara nəzərən ətalet momentləri ekstremumdur.

Buna görə də kəsiyin u və v baş ətalet oxlarına nəzərən ətalet momentləri ekstremum qiymətlər alır. Bu halda J_u baş ətalet momenti verilmiş nöqtədən keçən oxlara nəzərən ətalet momentlərindən ən böyük qiymətə malik olanıdır, baş ətalet momenti J_v isə ən kiçik qiymətə malik olanıdır ($J_{u/v} = J_{\max/\min}$).

Kəsiyin baş ətalet oxlarının vəziyyətini (6.18) ifadəsinə əsasən təyin etmək olar. Lakin α_0 bucağı daxil olmayan (6.21) düsturundan istifadə etsək, baş ətalet oxlarının istiqaməti daha da əlverişli olan düsturdan təyin edilə bilər. Bu düsturu çıxaraq. Triqonometriyadan məlumdur ki,

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{2\operatorname{tg} \alpha_0}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha_0}.$$

Bu ifadə ilə (6.18) ifadəsinin sağ tərəfini bərabərləşdirib alırıq:

$$\frac{2J_{zy}}{J_y - J_z} = \frac{2\operatorname{tg} \alpha_0}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha_0}. \quad (\text{a})$$

(a) tənliyini dəyişdirək:

$$\operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{J_z - J_y}{J_{zy}} \operatorname{tg} \alpha_0 - 1 = 0, \quad (\text{b})$$

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{\frac{1}{2} \left[J_z - J_y \pm \sqrt{(J_z - J_y)^2 + 4J_{zy}^2} \right]}{J_{zy}}. \quad (\text{c})$$

(c) ifadəsini başqa cür yazaq. Bu halda α_0 bucağı bir neçə qiymət ala bilər, belə ki,

$$\alpha_{bau} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2J_{zy}}{J_y - J_z} + \frac{n\pi}{2}.$$

z və u oxları arasındakı bucağı α_u , z və v oxları arasındakı bucağı α_v ilə işarə edək (şəkil 6.6). α_u bucağı α_v bucağından 90° fərqlidir. Belə qəbul edirik ki, $\alpha_u > 0$, $\alpha_v > 0$. Beləliklə:

$$\operatorname{tg} \alpha_{u,v} = \frac{J_z - \frac{1}{2} \left[J_z + J_y \pm \sqrt{(J_z - J_y)^2 + 4J_{zy}^2} \right]}{J_{zy}}.$$

(ç) ifadəsinin surətindəki ikinci toplanan (6.21) ifadəsinə bərabərdir:

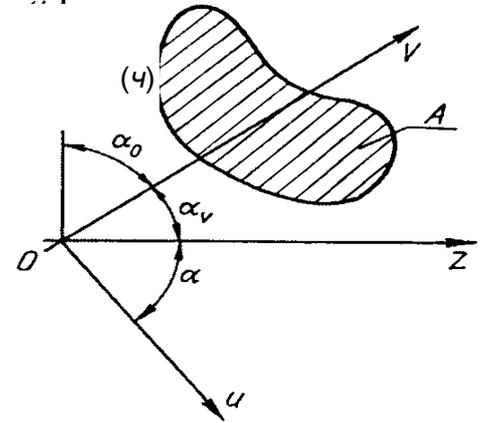
$$J_{uv} = \frac{J_z + J_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_z - J_y)^2 + 4J_{zy}^2}.$$

Onda z oxundan başlayaraq u və v baş ətalet oxlarının vəziyyətini təyin etməyə lazım olan düsturlar aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$\operatorname{tg} \alpha_u = \frac{J_z - J_u}{J_{zy}},$$

$$\operatorname{tg} \alpha_v = \frac{J_z - J_v}{J_{zy}}.$$

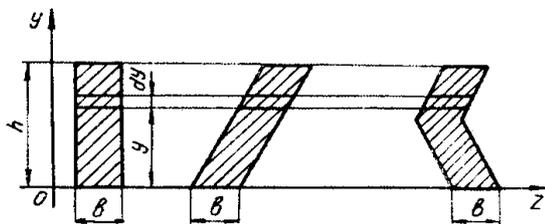
(6.22) ifadəsindən məsələlərin həllində baş ətalet oxlarının vəziyyətini təyin etdikdə istifadə edəcəyik.



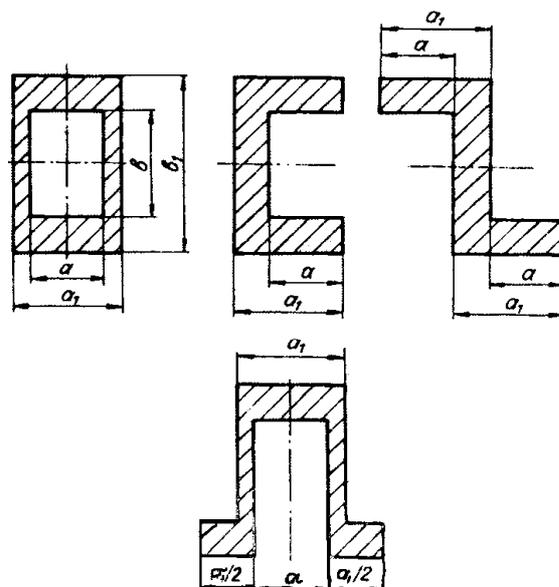
Şəkil 6.6

Ə 6.5. Kəsiyin ətalet momentlərinin bir sıra xüsusiyyətləri

1. z oxuna nəzərən kəsiyin ox ətalet momenti (şəkil 6.7) (6.3) düsturu ilə təyin olunur, yəni



Şəkil 6.7



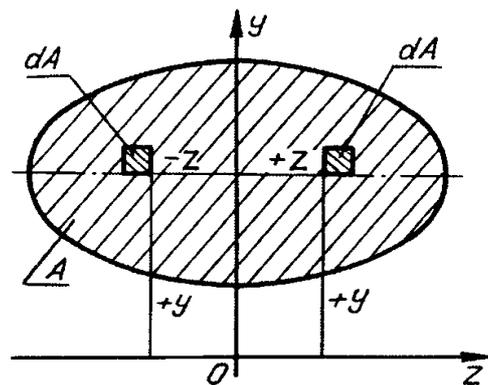
Şəkil 6.8

$$J_z = \int_A y^2 dA.$$

Kəsiyin üçü (şəkil 6.7) üçün də elementar sahəcik $dA = b \cdot dy$ və inteqralaltı ifadə kəsiklər üçün eyni olacaqdır. Buna görə də $J_z^I = \dots = J_z^{II} = const.$ Buradan görünür ki, **kəsiyin hissələri oxa paralel olaraq yerlərini dəyişdikdə bu oxa nəzərən ətalet momentinin qiyməti dəyişmir.**

İfadə olunan bu fikir çox asanlıqla z oxuna nəzərən ox ətalet momentinin təyin olunması ilə izah edilir (şəkil 6.8). Ayrı-ayrı hissələri z oxuna paralel hərəkət etdirərək bütün kəsikləri soldakı kəsik halına gətirmək olar.

2. Şəkil 6.9-da y oxu, sahəsi A olan kəsiyin simmetriya oxudur, z oxu isə ona perpendikulyar oxdur. (6.4) ifadəsinə əsasən z və y oxlarına nəzərən mərkəzdənqaçma ətalet momenti



Şəkil 6.9

$$J_{zy} = \int_A zy \cdot dA.$$

Simmetriya oxu kəsiyi oxa nəzərən bərabər hissələrə bölür. Kəsiyin sol tərəfində olan hər bir elementar dA sahəciyinə uyğun sağ tərəfdə də sahəcik var. Elementar sahəciyin uyğun absisə hasili qiymətçə bərabər, istiqamətçə əks olacaq. Ona görə də

$$J_{zy} = \int_A zy \cdot dA = 0.$$

Deməli, **simmetriya oxu və ona perpendikulyar olan istənilən ox kəsiyin baş oxlarıdır.**

3. (6.12) və (6.13) ifadələrini tərəf-tərəfə toplayırıq:

$$J_u + J_v = J_z(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) + J_y(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = J_z + J_y,$$

yəni

$$J_u + J_v = J_z + J_y = \text{const} . \quad (6.23)$$

(6.23) bərabərliyi ətalet momentlərinin cəminin xassəsini ifadə edir və belə ifadə olunur: **kəsiyin qarşılıqlı perpendikulyar olan və bir-biri ilə ixtiyari α bucağı təşkil edən cüt oxlara nəzərən ətalet momentlərinin cəmi sabit kəmiyyətdir.**

Buna görə demək olar ki, əgər hər hansı oxa nəzərən ətalet momenti maksimum qiymətə malikdirsə, ona perpendikulyar oxa nəzərən minimum qiymətə malik olacaq, yəni:

$$J_{max} + J_{min} = J_z + J_y.$$

4. Şəkil 6.10-da düzgün fiqurlar göstərilir. Onlar üçün mərkəzdənqaçma ətalet momenti $J_{zy} = 0$, ox ətalet momentləri isə öz aralarında həmişə bərabərdir. Bunu bərabərtərəfli üçbucaq üçün göstərək; çünki dördbucaqlı üçün bu aşkar görünür və buna ehtiyac yoxdur. Kəsik simmetrik oxlara nəzərən eyni cür yerləşdirilir.

Beləliklə, əvvəlki z oxunu saat əqrəbi hərəkətinin əksinə α_0 bucağı qədər döndərsək, bu ox u vəziyyətini alacaq. z simmetriya oxu və bərabəryanlı üçbucağın ağırlıq mərkəzindən keçən, z oxuna perpendikulyar olan y oxu baş mərkəzi oxlar olacaqdır; $-J_{zy} = 0$. Keçid düsturları (6.12) və (6.13)-dən görünür ki,

$$J_u = J_z \cdot \cos^2 \alpha + J_y \cdot \sin^2 \alpha . \quad (a)$$

Şəkil 6.10,b-dən görünür ki, $J_z = J_u$, onda (a) bərabərliyi

$$J_z \cdot (1 - \cos^2 \alpha) = J_y \cdot \sin^2 \alpha . \quad (b)$$

Buradan: $J_y = J_z$.

Deməli, $J_z = J_y = J_u$.

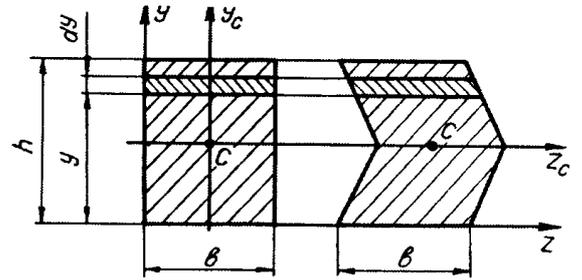
Düzgün fiqurların istənilən qarşılıqlı perpendikulyar oxları baş mərkəzi oxlar olur və bu oxlara nəzərən ətalet momentləri öz aralarında bərabərdir.

$$J_{y_c} = \frac{hb^3}{12}. \quad (6.28)$$

Qeyd edək ki, (6.26) və (6.28) düsturları şəkil 6.11,b-də göstərilən fiqur üçün tətbiq oluna bilməz.

Asan yadda saxlamaq məqsədilə (6.25)-(6.28) düsturlarının quruluşuna fikir vermək kifayətdir: kəsiyin

həndəsi ölçüsü üçüncü (ikinci) dərəcəli isə koordinat oxu bu ölçüyə perpendikulyar, birinci dərəcəli isə paraleldir.



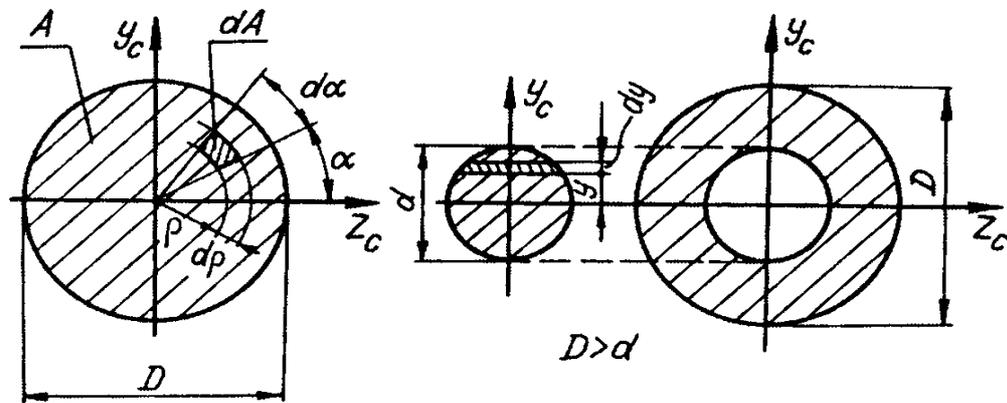
Şəkil 6.11

həndəsi ölçüsü üçüncü (ikinci) dərəcəli isə koordinat oxu bu ölçüyə perpendikulyar, birinci dərəcəli isə paraleldir.

Kvadrat kəsik üçün ölçüləri a ilə işarə edərək, alırıq: $h=b=a$ və

$$J_z = J_y = \frac{a^4}{3}, \quad J_{z_c} = J_{y_c} = \frac{a^4}{12}. \quad (6.29)$$

2. **Dairə (halqa)** (şəkil 6.12). Dairəvi kəsiklər üçün qütbi ətalət momentini (6.5) ifadəsinə əsasən təyin etmək olar:



Şəkil 6.12

$$J_p = \int_A \rho^2 \cdot dA.$$

Elementar sahəciyin $dA = \rho$ ə $d\alpha$ ə $d\rho$ qiymətini inteqral altında yazaraq, alırıq:

$$J_p = \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{D/2} \rho^3 \cdot d\rho = \frac{4\pi D^4}{32}. \quad (6.30)$$

(6.7) ifadəsinə əsasən və dairə üçün ox ətalet momentlərinin bərabərliyinə ($J_z = J_y$) əsasən alırıq

$$J_p = 2 \cdot J_{z_c} = 2 \cdot J_{y_c},$$

$$J_{z_c} = \frac{J_p}{2} = \frac{\pi D^4}{64} \approx 0,05 \cdot D^4.$$

Ətalet momentinin ifadəsində həm ox ətalet momentinin dəqiq qiyməti, həm də mühəndis hesablamalarında istifadə olunan təxmini qiymət verilmişdir.

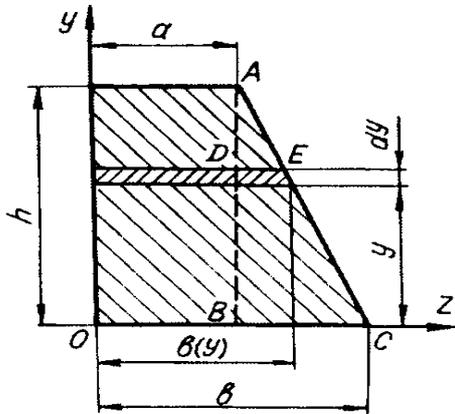
Momentlərin əsas xassələrinə müraciət edərək onları halqa kəsik üçün də təyin edək (şəkil 6.12).

$$J_{z_c} = J_{z_c}^D - J_{z_c}^d = \frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi D^4}{64} (1 - k^4) \approx 0,05 \cdot D^4 (1 - k). \quad (6.31)$$

burada

$$k = \frac{d}{D}.$$

3. **Trapesiya** (şəkil (6.13)). Trapesiyanın oturacağı ilə üst-üstə düşən z oxuna nəzərən ətalet momentinin $J_z = \int_A y^2 \cdot dA$ qiymətini



təyin edək. Eni $b(y)$ və qalınlığı dy olan elementar zolağı ayırıq. Elementar sahə $dA = b(y) \cdot dy$, $b(y)$ -i təyin edək. ABC və ADE üçbucaqlarının oxşarlığından tapırıq:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{h-y}{h},$$

buradan

$$DE = BC \frac{h-y}{h} = \frac{(b-a)(h-y)}{h},$$

Şəkil 6.13
(6.13) şəkildən

$$\begin{aligned} b(y) &= DE + a = \frac{(b-a)(h-y) + ah}{h} = \\ &= b - \frac{y}{h}(b-a). \end{aligned}$$

İnteqralaltı ifadəyə elementar sahəciyin $dA = b(y) \cdot dy = (b - \frac{y}{h}(b-a))dy$ qiymətini yazıb, O -dan h -dək iteqrallayaraq alırıq:

$$J_z = \int_0^h y^2 \cdot \left(b - \frac{y}{h}(b-a) \right) dy = b \int_0^h y^2 \cdot dy - \frac{b-a}{h} \int_0^h y^3 \cdot dy = \frac{bh^3}{3} - \frac{b-a}{h} \cdot \frac{h^4}{4} = \frac{h^3}{12}(b+3a) . \quad (6.32)$$

4. **Üçbucaq** (şəkil 6.14). Üçbucaq formada olan kəsik səthinin üçbucağın oturacağı ilə üst-üstə düşən z oxuna nəzərən J_z ətalət momentini, oturacağına paralel olan mərkəzi z_c oxuna nəzərən J_{z_c} ətalət momentini, üçbucağın təpəsindən keçən z_1 oxuna nəzərən J_{z_1} ətalət momentini təyin edək. Üçbucağın oturacağı b , hündürlüyü isə h -dir.

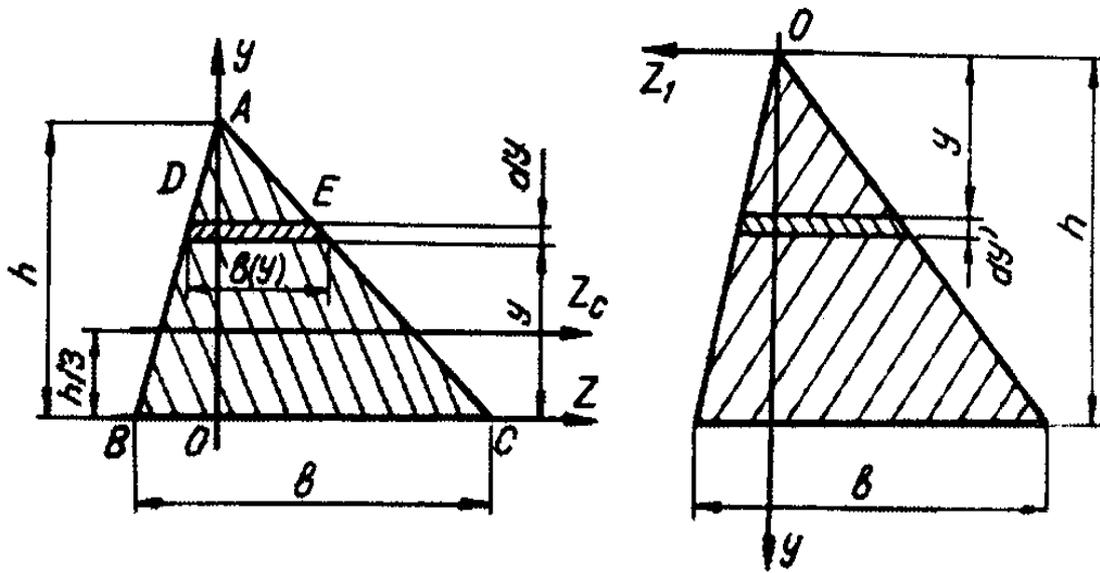
ABC və ADE üçbucaqlarının oxşarlığından $b(y)$ -i təyin edək:

$$\frac{b(y)}{h-y} = \frac{b}{h} \quad \text{yaxud} \quad b(y) = \frac{(h-y) \cdot b}{h};$$

onda alırıq:

$$dA = \frac{(h-y) \cdot b}{h} \cdot dy .$$

(6.3) ifadəsinə əsasən alırıq:



Şəkil 6.14

$$J_z = \int_A y^2 \cdot dA = \int_0^h y^2 \cdot b \frac{h-y}{h} \cdot dy = \frac{b}{h} \int_0^h y^2 \cdot (h-y) \cdot dy = \frac{b}{h} \int_0^h y^2 \cdot dy - \frac{b}{h} \int_0^h y^3 \cdot dy = \frac{bh^3}{3} - \frac{bh^4}{4h} = \frac{bh^3}{12} . \quad (6.33)$$

(6.10) ifadəsindən istifadə etməklə üçbucağın oturacağına paralel olan z mərkəzi oxuna nəzərən J_{z_c} ətalət momentini təyin edirik:

$$J_{z_c} = J_z - y_c^2 \cdot A. \quad (a)$$

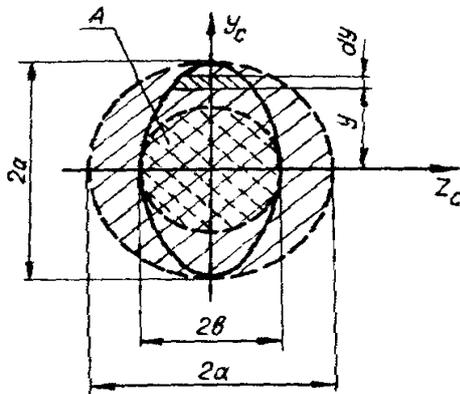
Üçbucaq üçün $y_c = \frac{h}{3}$, $A = \frac{bh}{2}$. Bu qiymətləri (a) ifadəsində yerinə yazaraq:

$$J_{z_c} = \frac{bh^3}{12} - \left(\frac{h}{3}\right)^2 \cdot \frac{bh}{2} = \frac{bh^3}{36}. \quad (6.34)$$

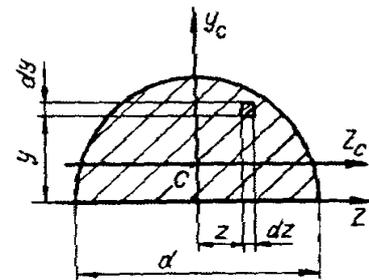
Üçbucağın təpəsindən keçən oxuna nəzərən (şəkil 6.14) ətalət momentini paralel oxlara nəzərən ətalət momentləri düsturlarından istifadə edib yazırıq:

$$J_{z_1} = J_{z_c} + A \cdot y_c^2 = \frac{bh^3}{36} + \frac{bh}{2} \left(\frac{3}{2}h\right)^2 = \frac{bh^3}{4} \quad (6.35)$$

5. **Ellips** (şəkil 6.15). Yarımxları a və b olan ellipsin z_c və y_c mərkəzi oxlara nəzərən ətalət momentlərini (6.3) ifadəsindən istifadə etməklə təyin edirik.



Şəkil 6.15



Şəkil 6.16.

Mərkəzi z_c oxundan y məsafədə olmaqla eni $b(y)$, hündürlüyü dy olan elementar zolaq ayıraq. Şəkil 6.15-dən görünür ki, $b(y) = 2b \cdot \sin \alpha$; $y = a \cdot \cos \alpha$. Buradan $dy = -a \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha$. Buna görə də

$$J_{z_c} = \int_A y^2 dA = 2a^3 \cdot b \int_{\alpha=\pi}^0 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha \cdot d\alpha = \frac{-2a^3 b}{8} \left(\alpha - \frac{\sin 4\alpha}{4} \right) \Big|_{\alpha=\pi}^{\alpha=0} = \frac{\pi a^3 b}{4}. \quad (6.36)$$

6. **Yarımdairə** (şəkil 6.16).

Momentlərin xasssələrinə əsasən (bax:6.6) yazmaq olar ki, z mərkəzi oxuna nəzərən dairəvi kəsiyin ətalet momenti J_z^0 -yəni dairənin həmin oxa nəzərən iki yarım dairənin ətalet momentinin (J_z) cəminə bərabərdir, yəni:

$$J_z^0 = 2 J_z, \text{ yaxud } J_z^0 = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \text{ olduğundan, onda:}$$

$$J_z = \frac{\pi \cdot d^4}{128} \approx 0,025d^4 \quad (6.37)$$

Əgər kəsiyin ağırlıq mərkəzinin vəziyyəti məlum olarsa, mərkəzi oxa nəzərən yarım dairə sahəsinin ətalet momentini təyin etmək olar. (6.8) tənliyindən istifadə edək: $y_c = \frac{S_z}{A}$, burada S_z – z oxuna nəzərən sahənin statiki momenti, A – yarım dairənin sahəsidir. S_z və A -ı təyin edək:

$$S_z = \iint_A y dA = 2 \int_0^r dz \int_0^{\sqrt{r^2-z^2}} y dy = \frac{2}{3} R^3 = \frac{d^3}{12};$$

$$A = \frac{\pi d^2}{8}, \quad y_c = \frac{S_z}{A} = \frac{d^3/12}{\pi d^2/8} = \frac{2d}{3\pi} \approx 0,021d.$$

(6.10) düsturundan istifadə etməklə alırıq:

$$J_{z_c} = J_z - y_c^2 A = \frac{\pi d^4}{128} - \left(\frac{2d}{3\pi}\right)^2 \frac{\pi d^2}{8} = \frac{\pi d^4}{128} - \frac{d^4}{18\pi} = \frac{\pi d^4}{128} \left(1 - \frac{64}{9\pi^2}\right) \quad (6.38)$$

(6.38) bərabərliyi J_{z_c} -in dəqiq qiymətini verir. z_c oxuna nəzərən yarım dairənin ətalet momentinin praktiki qiyməti bərabərdir:

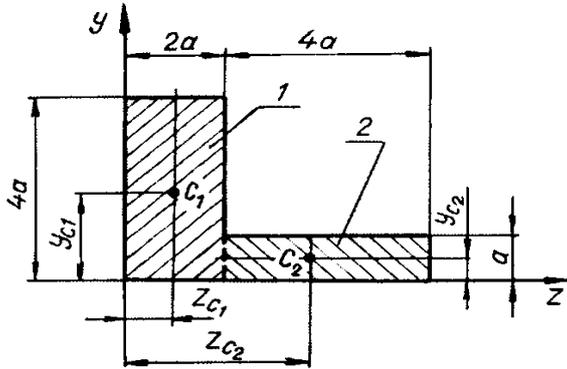
$$J_{z_c} \approx 0,11r^4 \approx 0,007d^4 \quad (6.39)$$

Kəsiyin alınan həndəsi xarakteristikaları və bir sıra başqa məlumatlar 6.1 cədvəlində verilmişdir.

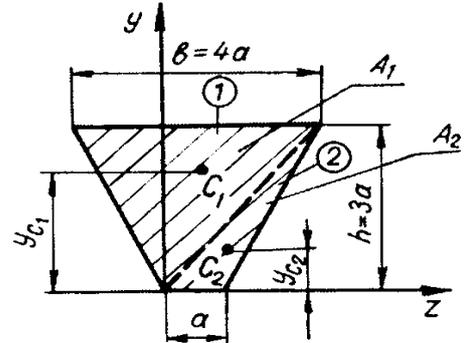
6.7. Məsələlərin praktiki üsullarla həllinə dair nümunələr

Məsələ 6.1. Sahəsi A olan kəsiyin (şəkil 6.17) z və y oxlarına nəzərən statik momentlərini təyin etməli (şəkil 6.17).

- Həlli:** 1. Kəsiyi iki fiqura ayırırıq: 1 və 2.
2. Statik momentlərin əsas xassələrinə əsasən



Şəkil 6.17



Şəkil 6.18

$$S_z = S_z^{(1)} + S_z^{(2)} = A_1 y_{c1} + A_2 y_{c2} = a^3 (2 \cdot 4 \cdot 2 + 4 \cdot 1 \cdot 0,5) = 18a^3$$

$$S_y = a^3 (4 \cdot 2 \cdot 1 + 1 \cdot 4 \cdot 4) = 24a^3.$$

Məsələ 6.2. Trapesiya şəklində olan kəsinin oturacağından keçən z oxuna nəzərən ağırlıq mərkəzinin vəziyyətini (şəkil 6.18) təyin etməli.

Həlli. 1. Qırıq xətlərlə trapesiyanı iki üçbucağa ayıraq: 1 və 2. Onların ağırlıq mərkəzlərinin vəziyyəti və sahələri məlumdur.

2. Statik momentlərin əsas xassələrini nəzərə almaqla

$$S_z = S_z^{(1)} + S_z^{(2)} = A_1 y_{c1} + A_2 y_{c2} = a^3 ((4 \cdot 3 \cdot 0,5 \cdot 2) + (1 \cdot 9 \cdot 0,5 \cdot 1)) = 13,5a^3.$$

3. Trapesiyanın sahəsi $A = A_1 + A_2$, yaxud

$$A = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{1+4}{2} \cdot 3a^2 = 7,5a^2.$$

4. (6.8) ifadəsini nəzərə almaqla axtardığımız qiymət

$$y_c = \frac{\sum S_z}{\sum A} = \frac{13,5a^3}{7,5a^2} = 1,8a.$$

Məsələ 6.3. Kəsik yayma profili 20Nəli şveller və 36Nəli ikitavrdan ibarətdir (şəkil 6.19). z və y oxlarına nəzərən kəsinin statik momentlərini təyin etməli.

Həlli. 1. Sortiment cədvəlinə (əlavəyə bax) müraciət edək və onların lazımi ölçülərini yazaq. Bu halda onların cədvəldə və şəkil

6.19-da müxtəlif cür işarə olunmasını nəzərə alsaq (şəkil 6.19,b,c) alarıq:

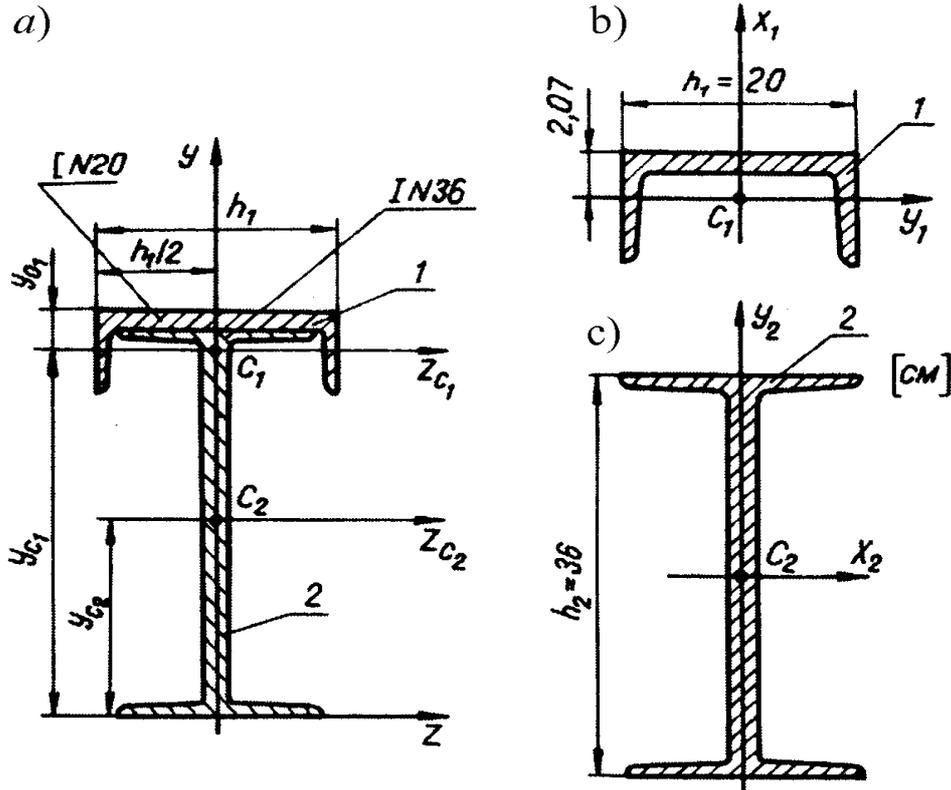
1) şveller №20, fiqur 1. En kəsiyi sahəsi $A_1=23,4\text{sm}^2$.

$$y_0 = 2,07 \text{ sm},$$

$$y_c = y_0.$$

2) ikitavr №36, fiqur 2. En kəsiyi sahəsi $A_2= 61,9\text{sm}^2$

$$y_{c_2} = \frac{h_2}{2} = 18,0\text{sm}.$$



Şəkil 6.19

2. Momentlərin əsas xassələrinə əsasən

$$S_z = S_z^{(1)} + S_z^{(2)} = A_1 y_{c_1} + A_2 y_{c_2} = 23,4(36 - (2,07 - 0,52)) + 61,9 \cdot 18 = 13406 \text{ sm}^3.$$

3. Quraşdırılmış kəsiyin y oxuna nəzərən statik momenti $S_y=0$. y oxu quraşdırılmış kəsiyin hər iki profilinin simmetriya oxudur. Ona

$$\text{görə də } S_y = S_y^{(1)} + S_y^{(2)} = A_1 \cdot 0 + A_2 \cdot 0 = 0$$

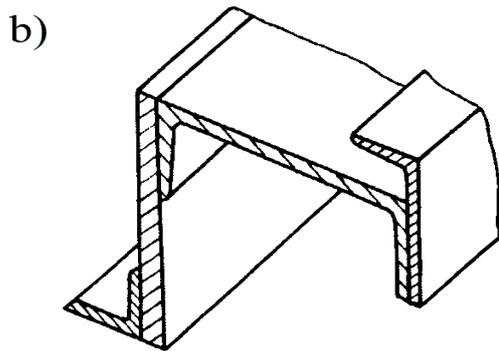
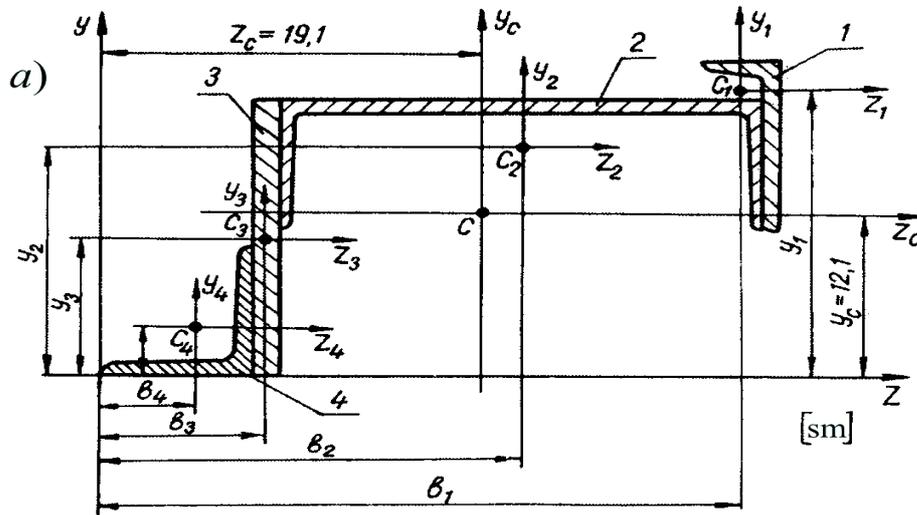
Məsələ 6.4. İki bucaqlıdan, şvellerdən və en kəsiyi dördbucaqlı olan zolaqdan təşkil olunan kəsiyin (şəkil 6.20) mərkəzi baş ətalət u , v oxlarının vəziyyətini, baş ətalət momentlərinin qiymətlərini təyin etməli.

Profili təşkil edən elementlərin ölçüləri [mm]: 1-müxtəlifyanlı bucaqlıq 125x80x10; 2-şveller №24b; 3-en kəsiyi 180x12 olan zolaq; 4-bərabəryanlı bucaqlıq, 100x100x12.

Həlli. 1. Əlverişli olmaqdan ötrü ixtiyari z, y koordinat sistemini elə seçirik ki, bütün kəsiklər birinci rübdə qalsın.

2. Kəsik sahələrinin z və y oxlarına nəzərən statik momentlərini təyin edirik. Bunun üçün əvvəlcə ayrı-ayrı kəsiklərin ağırlıq mərkəzlərinin (b_i, y_i) koordinatlarını təyin edirik. Bu rəqəmlər 6.20 şəklində göstərilir.

Sortiment cədvəlindən şveller, müxtəlifyanlı, bərabəryanlı bucaqlar üçün sahələrin qiymətləri götürülüb, şəkil 6.20-dəki cədvələ yazılıb. Zolağın en kəsiyi sahəsi isə hesablanmışdır:



Fi-qur	A_i [sm ²]	h_i [sm]	b_i [sm]
1	19,7	18,4	34,3
2	39,0	16,0	23,2
3	21,6	9,0	10,6
4	22,8	2,9	7,1

Şəkil 6.20

$$S_y = \sum_{i=1}^4 S_y^{(i)} = S_y^{(1)} + S_y^{(2)} + S_y^{(3)} + S_y^{(4)} = A_1 b_1 + A_2 b_2 + A_3 b_3 + A_4 b_4 =$$

$$= 19,7 \cdot 34,3 + 39,0 \cdot 23,2 + 21,6 \cdot 10,6 + 22,8 \cdot 7,1 = 1972 \text{ sm}^3,$$

$$S_z = \sum_{i=1}^4 S_z^{(i)} = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4 =$$

$$= 19,7 \cdot 18,4 + 39,0 \cdot 16 \cdot 0 + 21,6 \cdot 9,0 + 22,8 \cdot 2,9 = 1246 \text{ sm}^3.$$

3. (6.8) düsturundan istifadə edərək kəsiyin ağırlıq mərkəzinin koordinatlarını təyin edirik:

$$z_c = \frac{\sum_{i=1}^4 S_y^{(i)}}{\sum_{i=1}^4 A_i} = \frac{1972}{103,1} = 19,1 \text{ sm}; \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^4 S_z^{(i)}}{\sum_{i=1}^4 A_i} = \frac{1246}{103,1} = 12,1 \text{ sm}.$$

4. Şəkil 6.20-də göstərildiyi kimi kəsiyin ağırlıq mərkəzini göstərib z_c, y_c oxlarını keçiririk.

5. Mərkəzi z_c, y_c oxlarına nəzərən tam yastı kəsiyin J_{z_c} və J_{y_c} ox ətalət momentlərini, $J_{z_c y_c}$ mərkəzdənqaçma ətalət momentini

təyin edirik. Mürəkkəb kəsiyin oxa (oxlara) nəzərən ətalət momenti, kəsiyin ayrı-ayrı hissələrinin həmin oxa (oxlara) nəzərən ətalət momentlərinin cəminə bərabər olduğundan (6.6), (6.10) və (6.11) ifadələrini nəzərə almaqla yazırıq:

$$J_{z_c} = \sum_{i=1}^4 J_{z_c}^{(i)} = J_{z_c}^{(1)} + J_{z_c}^{(2)} + J_{z_c}^{(3)} + J_{z_c}^{(4)} = (J_{z_1}^{(1)} + A_1 y_{c1}^2) +$$

$$+ (J_{z_2}^{(2)} + A_2 y_{c2}^2) + (J_{z_3}^{(3)} + A_3 y_{c3}^2) + (J_{z_4}^{(4)} + A_4 y_{c4}^2),$$

$$J_{z_c} = (312 + 19,7 \cdot 6,32^2) + (194 + 39,0 \cdot 3,9^2) +$$

$$+ (583 + 21,6 \cdot 3,1^2) + (209 + 22,8(-9,2)^2) = 5038 \text{ sm}^4.$$

(a) ifadəsində kəsiyi təşkil edən fiqurların ağırlıq mərkəzlərinin koordinatları məlum rəqəmlərə görə hesablanır.

Şveller və bucaqlıqlar üçün z_c, y_c oxlarına nəzərən ətalət momentlərinin qiymətləri uyğun cədvəllərdən götürülür. Zolağın (fiqur 3) ətalət momentini hesablayırıq. (6.27) və (6.28) düsturlarına əsasən zolağın (fiqur 3) mərkəzi z_3, y_3 oxlarına nəzərən ətalət momentləri bərabərdir:

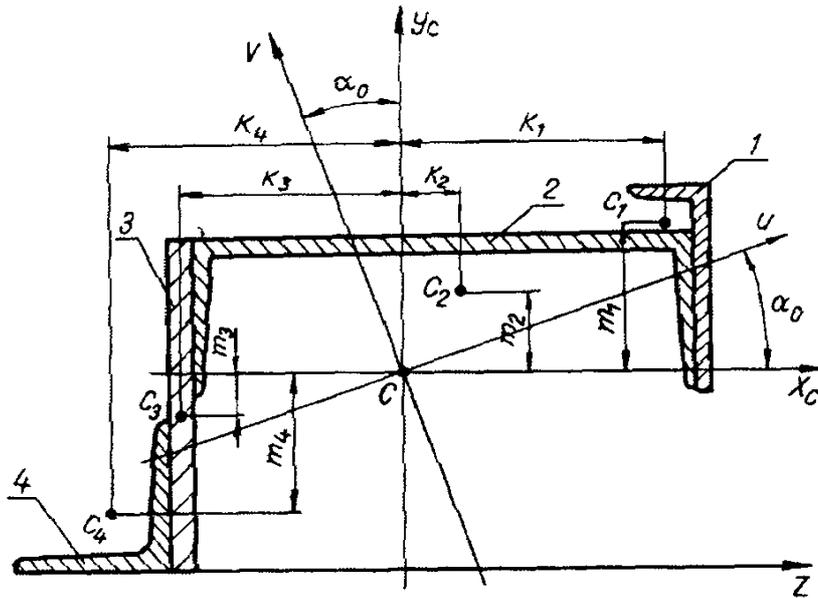
$$J_z^{(3)} = \frac{bh^3}{12} = \frac{1,2 \cdot 18^3}{12} = 583 \text{ sm}^4;$$

$$J_{y_3}^{(3)} = \frac{h \cdot b^3}{12} = \frac{18 \cdot 1,2^3}{12} = 3 \text{ sm}^4.$$

Uyğun olaraq y_c oxuna nəzərən ətalət momenti:

$$\begin{aligned}
J_{y_c} &= \sum_{i=1}^4 J_{y_c}^{(i)} = J_{y_c}^{(1)} + J_{y_c}^{(2)} + J_{y_c}^{(3)} + J_{y_c}^{(4)} = (J_{y_1}^{(1)} + A_1 z_{c_1}^2) \\
&+ (J_{y_2}^{(2)} + A_2 z_{c_2}^2) + (J_{y_3}^{(3)} + A_3 z_{c_3}^2) + (J_{y_4}^{(4)} + A_4 z_{c_4}^2) = \\
&= (100 + 19,7 \cdot 15,3^2) + (3283 + 39,0 \cdot 4,1^2) + \\
&+ (3 + 21,6 \cdot (-8,5^2)) + (209 + 22,8 \cdot (-12,0)^2) = 13648 \text{ sm}^4.
\end{aligned}$$

Tam kəsiyin mərkəzdənqaçma ətalət momentini təyin etməkdən ötrü əvvəlcə onu təşkil edən fiqurların öz mərkəzi oxlarına nəzərən $J_{z_i y_i}$ mərkəzdənqaçma ətalət momentlərini təyin edək. Şvellerin və zolağın öz mərkəzi oxlarına nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momentləri sıfıra bərabərdir, yəni $J_{z_2 y_2}^{(2)} = 0$, $J_{z_3 y_3}^{(3)} = 0$. Onların z_i və y_i mərkəzi oxlarına nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momentləri məlum deyil. Onları tapmaq lazımdır. Şəkil 6.21, a – da müxtəlifyanlı bucaqlıq təsvir olunmuşdur. Onun ox ətalət momentləri $J_{z_i} = 312 \text{ sm}^4$, $J_{y_i} = 100 \text{ sm}^4$.



Şəkil 6.21

Sortimentdə minimal ətalət momenti də verilmişdir.

$$J_{\min} = J_{y_1} = 59,3 \text{ sm}^4$$

(6.23) ifadəsinə görə qarşılıqlı perpendikulyar oxlara nəzərən ətalət momentlərinin cəminin invariantlarına əsasən müxtəlifyanlı bucaqlığın ox ətalət momentinin maksimum qiymətini tapmaq:

$$J_{u_1} + J_{v_1} = J_{z_1} = J_{y_1},$$

yaxud

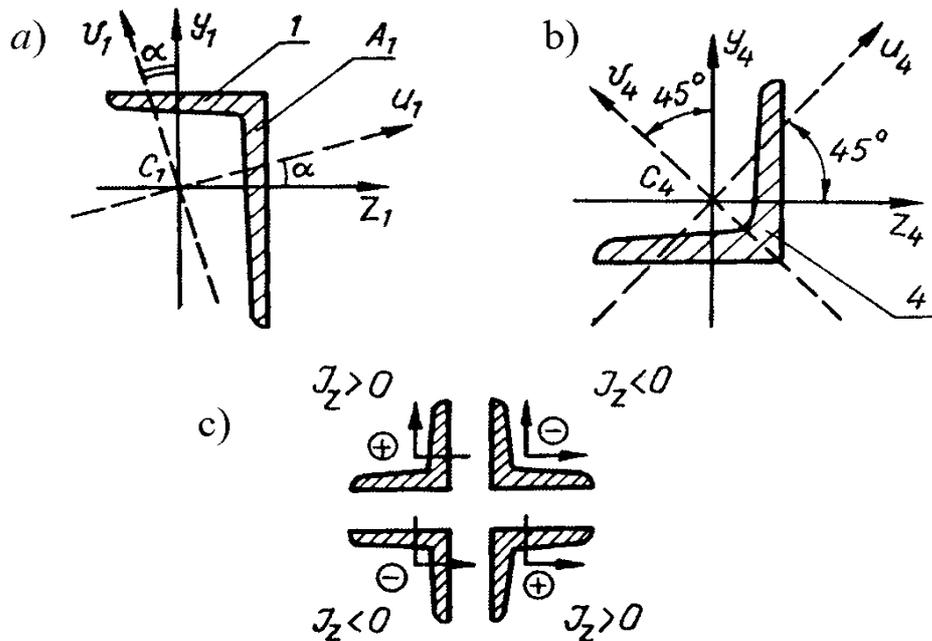
$$J_{Max} = J_{u_1} = J_{z_1} + J_{y_1} - J_{v_1} = 312 + 100 - 59,3 = 352,7 \text{ sm}^4.$$

Sortimentdə $\text{tg}\alpha_u = 0,404$ verildiyindən, u_1 baş mərkəzi oxunun vəziyyətini hesablamaq olar. Burada α bucağı z_1 oxu ilə u_1 baş mərkəzi ətalet oxu arasındakı bucaqdır.

Axtarılan mərkəzdənqaçma ətalet momenti (bax: şəkil 6.22,a) bərabərdir:

$$J_{z_1 y_1} = \frac{J_{z_1} - J_{u_1}}{\text{tg}\alpha_u} = \frac{312 - 352,7}{0,404} = -100 \text{ sm}^4$$

Bucaqların sahələrinin rəflərə paralel olan oxlara nəzərən mərkəzdənqaçma ətalet momentinin işarəsini şəkil 6.22,c – də göstərildiyi qayadaya əsasən təyin etmək olar.



Şəkil 6.22

Hesablamanı bu qaydada davam etdirərək, bərabəryanlı bucaqlığın (şəkil 6.22,b) z_4 və y_4 oxlarına nəzərən mərkəzdənqaçma ətalet momentini təyin edirik:

$$J_{z_4 y_4} = \frac{J_{u_4} - J_{v_4}}{2} \cdot \sin 2\alpha = \frac{331 - 86,9}{2} \cdot \sin 2 \cdot 45^\circ \approx 122 \text{ sm}^4.$$

Tam kəsiyin z_s və y_s mərkəzi oxlarına nəzərən mərkəzdənqaçma ətalet momentini (6.11) düsturuna əsasən təyin edirik. Baxdığımız konkret hal üçün:

$$J_{z_c y_c} = \sum_{i=1}^4 J_{z_c y_c}^{(i)} = (J_{z_1 y_1} + A_1 \cdot y_{c_1} z_{c_1}) + (J_{z_2 y_2} + A_2 \cdot y_{c_2} z_{c_2}) + \\ + \dots + = (-100 + 19,7 \cdot 6,3 \cdot (-8,5)) + (0 + 39,0 \cdot 4,1) + \\ + (0 + 21,6 \cdot 3,1 \cdot (-8,5)) + (122 + 22,8 \cdot 9,2 \cdot (-12,0)) \approx 5622 \text{ sm}^4.$$

6. (6.21) düsturundan istifadə etməklə baş mərkəzi ətalet momentlərinin J_u , J_v qiymətlərini təyin edirik:

$$J_{u,v} = \frac{J_{z_c} + J_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_{z_c} - J_{y_c})^2 + 4J_{z_c y_c}^2} = \\ = \frac{5038 + 13648}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{8610^2 + 4 \cdot 5622^2} = 9343 \pm 7047 \text{ sm}^4.$$

Buradan

$$J_u = J_{\max} = 16390 \text{ sm}^4, \\ J_v = J_{\min} = 2296 \text{ sm}^4.$$

7. Baş ətalet oxlarının vəziyyətini təyin edirik, yəni α_0 bucağını tapırıq. (6.18) ifadəsindən istifadə edirik. Belə ki,

$$\text{tg } \alpha_0 = \frac{2J_{z_c y_c}}{J_{y_c} - J_{z_c}} = \frac{2 \cdot 5622}{13648 - 5038} \approx 1,30, \\ \alpha_0 = \frac{1}{2} \text{arctg } 1,30 = 26^{\circ}18'.$$

Baş mərkəzi oxları almaq üçün z_s və y_s oxlarını saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətində $\alpha_0 = 26^{\circ}18'$ qədər döndərmək lazımdır.

Məsələ 6.5. Şəkil 6.23-də təsvir olunan kəsik üçün baş mərkəzi oxların vəziyyətini və baş mərkəzi ətalet momentlərini təyin etməli.

Həlli. 1. Əsas zoy koordinat sistemini seçirik (şəkil 6.23,a); belə olduqda y oxu bir neçə fiqurun (yarım dairənin, üçbucağın və s.) simmetriya oxu olduğu üçün hesabət yüngülləşəcəkdir.

2. Kəsiyi sadə fiqurlara ayırırıq və işarə edirik:

1) ABC yarım dairəsi;

2) $EFLK$ sahəsini əlavə etmək yolu ilə alınan $ACDE$ trapesiyasının sahəsini 2 ilə işarə edirik;

3) üçüncü fiqur üçbucaq;

4) dördüncü fiqur dairə;

5) beşinci fiqur paraleloqram;

3. Fiqurların ağırlıq mərkəzlərini onların nömrələrinə uyğun C hərfi ilə işarə edək (məsələn, C_1 - birinci fiqurun ağırlıq mərkəzidir) və bu nöqtələrdən z_1y_1 ; z_2y_2 və s. oxlarını keçiririk.

4. Adi həndəsi məlumatlarına və hesablamalara əsasən fiqurların A_i sahələrini və zy sistemində ağırlıq mərkəzlərinin koordinatlarını təyin edirik.

1) **1-ci fiqur (yarımdairəvi).**

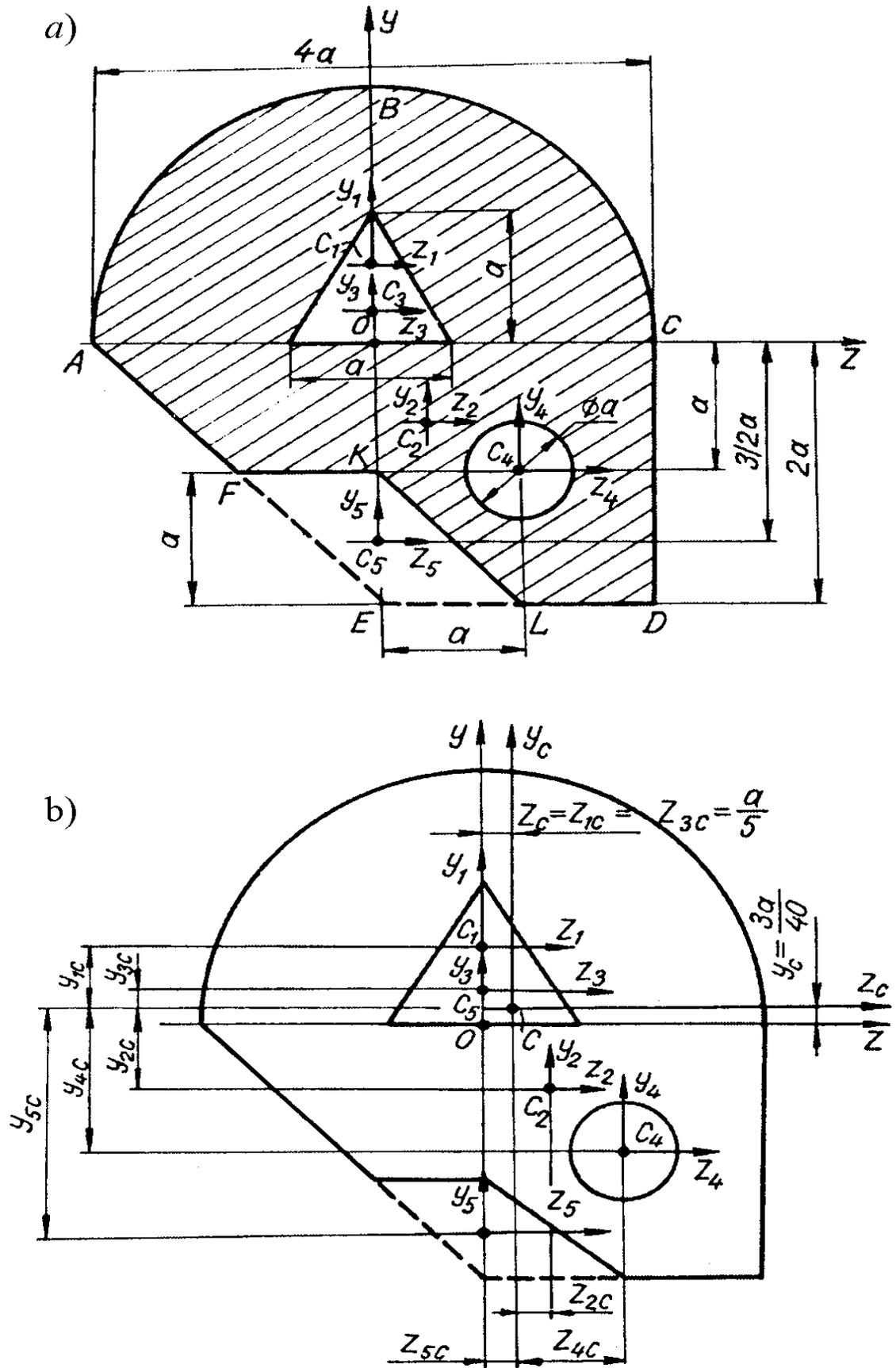
Sahəsi $A_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{8} = \frac{\pi(4a)^2}{8} = 2\pi a^2$; yarımdairənin diametri

$d = 4a$; mərkəzinin koordinatları $z_1=0$.

y_1 ordinatı məlum deyil, onu hesablayaq. 6.1. cədvəlinə əsasən yarımdairə üçün

$$y_1 = \frac{4R}{3\pi} = \frac{2d}{3\pi} = \frac{2 \cdot 4a}{3\pi} = \frac{8a}{3\pi}$$

Beləliklə:



Şekil 6.23

$$z_1\left(0; \frac{8a}{3\pi}\right).$$

İlkin zy sistemində ayrı-ayrı fiqurların ağırlıq mərkəzlərinin koordinatlarını uyğun sütunlara (qrafalara) köçürək: cədvəl 6.2; z_i - lər sütun 4, y_i - lər sütun 5.

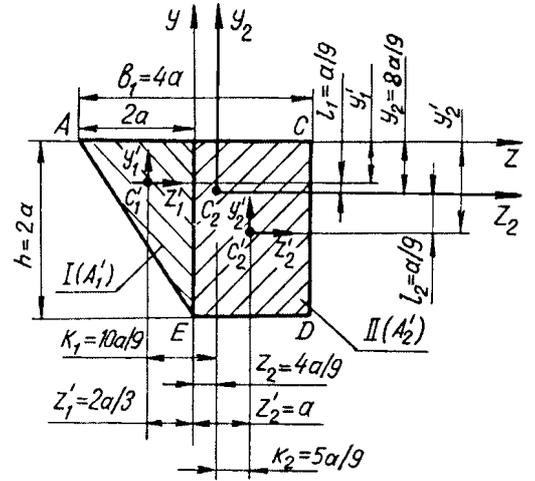
2) 2-ci fiqur (trapesiya)

Ağırlıq mərkəzinin koordinatları məlum deyil. Şəkil 6.24-ə müraciət edək və fiqurun A_2 sahəsini, eləcə də z_2y_2 koordinatlarını təyin edək:

Sahəsi

$$A_2 = \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot h = \frac{4a + 2a}{2} \cdot 2a = 6a^2.$$

Cədvəl 6.1-ə, (6.82) ifadəsinə əsasən



Şəkil 6.24

$$y_2 = \frac{S_{z_2}}{A_2} = \frac{h}{3} \cdot \frac{b_1 + 2b_2}{b_1 + b_2} = \frac{2a}{3} \cdot \frac{4a + 2 \cdot 2a}{4a + 2a} = -\frac{8}{9}a.$$

z_2 koordinatını təyin etmək üçün trapesiyanın sahəsini bir üçbucağa və dördbucaqlıya ayırmaq məqsədəuyğundur (şəkil 6.24). Onda

$$z_2 = \frac{\sum S_y}{\sum A} = \frac{A'_1 z'_1 + A'_2 z'_2}{A'_1 + A'_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a + \frac{4}{3} \cdot a + 2a \cdot 2a \cdot a}{2a^2 + 4a^2} = \frac{4}{9}a.$$

burada: A'_1, A'_2 - uyğun ola-raq üçbucaqlı və dördbucaqlının sahələri; z'_1, y'_1, z'_2, y'_2 - 1 və 2 fiqurlarının zy sistemində cari koordinatlarıdır;

3) 3-cü fiqur (üçbucaq)

$$A_3 = \frac{a^2}{2}. C_3 \text{ ağırlıq mərkəzinin koordinatları } z_3=0, y_3 = \frac{a}{3}.$$

4) 4-cü fiqur (dairə).

$$\text{Sahəsi } A_4 = \frac{\pi a^2}{4}.$$

C_4 ağırlıq mərkəzinin koordinatları $z_4=a, y_4=-a$.

5) 5 - ci fiqur (paraleloqram)

$$\text{Sahəsi } A_5 = a^2$$

C_5 ağırlıq mərkəzinin koordinatları $z_5=0$, $y_5 = -\frac{3}{2}a$.

A_i, z_i, y_i –lərin qiymətlərini 6.2 cədvəlinə köçürürük.

5. Ayrı-ayrı fiqurların əsas z, y oxlarına paralel olan z_i, y_i mərkəzi oxlarına nəzərən ox $J_{z_i}^{(i)}, J_{y_i}^{(i)}$ və mərkəzdənqaçma ətalet momentlərini $J_{z_i y_i}^{(i)}$ hesablayaq.

$$1) \text{ 1 – c i f i q u r. } J'_{z_1} = J'_{y_1} = \frac{\pi \cdot d^4}{2 \cdot 64} = \frac{\pi(4a)^4}{128} = 2\pi a^4.$$

(bax:cədvəl 6.1). $J'_{z_1 y_1} = 0$, çünki y_1 fiqurun simmetriya oxudur və buna görə baş mərkəzi ox olacaq.

2) 2 – c i f i q u r. Momentlərin xassəsinə (6.6) və (6.10), (6.11) düsturlarına əsasən $J_{z_2}^{(2)}, J_{y_2}^{(2)}, J_{z_2 y_2}^{(2)}$ -ləri təyin edirik (şəkil 6.24):

$$J_{z_2}^{(2)} = (J_{z_2})^I + (J_{z_2})^{II} = (J'_{z_1} + A'_1 \cdot l_1^2) + (J'_{z_2} + A'_2 \cdot l_2^2) =$$

$$= \left(\frac{2a \cdot (2a)^3}{36} + 2a^2 \left(\frac{a}{9} \right)^2 \right) + \left(\frac{2a \cdot (2a)^3}{12} + 4a^2 \left(-\frac{a}{9} \right)^2 \right) = \frac{52}{27} a^4;$$

$$J_{y_2}^{(2)} = (J_{y_2})^I + (J_{y_2})^{II} = (J'_{y_1} + A'_1 \cdot k_1^2) + (J'_{y_2} + A'_2 \cdot k_2^2) =$$

$$= \left(\frac{2a \cdot (2a)^3}{36} + 2a^2 \left(-\frac{10}{9} a \right)^2 \right) + \left(\frac{2a \cdot (2a)^3}{12} + 4a^2 \left(\frac{5}{9} a \right)^2 \right) = \frac{148}{27} a^4;$$

$$J_{z_2 y_2}^{(2)} = (J_{z_2 y_2})^I + (J_{z_2 y_2})^{II} = (A'_1 l_1 \cdot k_1) + (A'_2 l_2 \cdot k_2) =$$

$$= \left(2a^2 \left(-\frac{10a}{9} \right) \cdot \frac{2}{9} a \right) + \left(+4a^2 \frac{5}{9} \cdot a \left(-\frac{a}{9} \right)^2 \right) = -\frac{20}{27} \cdot a^4.$$

3) 3 – c ü f i q u r (bax: cədvəl 6.1)

$$J_{z_3}^{(3)} = \frac{bh^3}{36} = \frac{a^4}{36};$$

$$J_{y_3}^{(3)} = \frac{hb^3}{48} = \frac{a \cdot a^3}{48} = \frac{a^4}{48}.$$

Mərkəzdənqaçma ətalet momenti $J_{z_3 y_3}^{(3)} = 0$; çünki y_3 üçbucağın simmetriya oxudur.

4) 4-cü fiqur (bax: cədvəl 6.2).

$$J_{z_4}^{(4)} = J_{y_4}^{(4)} = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi a^4}{64};$$

$$J_{z_4 y_4}^{(4)} = 0$$

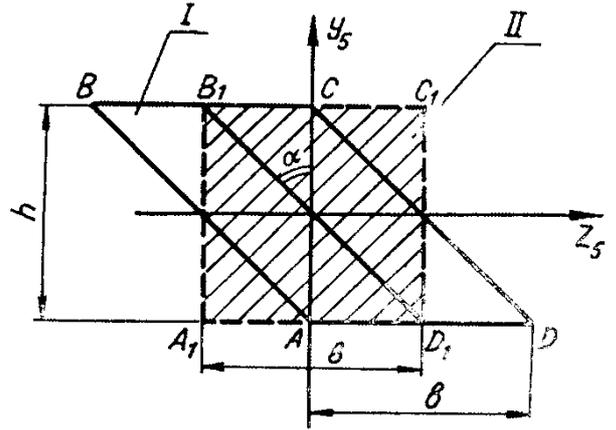
(z_4, y_4) oxları dairənin simmetriya oxlarıdır.

5) 5-ci fiqur (şəkil 6.25, cədvəl 6.1).

Yastı kəsiyin oxa paralel olaraq yerdəyişməsi xassəsinə əsasən J_z ətalət momentini aşağıdakı kimi təyin etmək olar:

$$J_z^{(5)} = \frac{bh^3}{12} = \frac{a \cdot a^3}{12} = \frac{a^4}{12}.$$

y oxuna nəzərən J_y ətalət momentini aşağıdakı düsturla təyin etmək olar (şəkil 6.25):



Şəkil 6.25

$$\left(J_y^{(5)}\right)^I = \left(J_y^{(5)}\right)^{II} + \left(J_z^{(5)}\right)^{II} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha,$$

burada: $\left(J_y^{(5)}\right)^I$ - paraleloq-ramın y oxuna nəzərən ətalət momenti; $\left(J_y^{(5)}\right)^{II}$ və $\left(J_z^{(5)}\right)^{II}$ başqa şəkildə olan II fiqurun y və z oxlarına nəzərən ətalət momentləri; α kəsiyin z oxuna paralel yerdəyişmə bucağıdır. Bizim hal üçün $\alpha = 45^\circ$.

Beləliklə,

$$J_y^{(5)} = \frac{hb^3}{12} + \frac{bh^3}{12} \cdot \operatorname{tg}^2 45^\circ = \frac{a^4}{12} + \frac{a^4}{12} = \frac{a^4}{6}.$$

z_5, y_5 oxlarına nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momentini də kəsiyi formasının dəyişməsinə əsasən aşağıdakı düsturla təyin edirik:

$$\left(J_{z_5 y_5}^{(5)}\right)^I = \left(J_{z_5 y_5}^{(5)}\right)^{II} + \left(J_z^{(5)}\right)^{II} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \left(J_z^{(5)}\right)^{II} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{bh^3}{12} \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{a^4}{12}.$$

Kəsiklərin fiqurlarının ətalət momentlərinin qiymətlərini 6.2. cədvəlinə göçürürük.

6. Kəsiyin özünün z_c, y_c mərkəzi oxlarına nəzərən J_{z_c} və J_{y_c} ox ətalət momentlərini və $J_{z_c y_c}$ mərkəzdənqaçma ətalət momentini təyin edirik.

(6.10) və (6.11) düsturlarına - paralel köçürmə düsturlarına və ətalət momentlərinin xassəsinə əsasən

$$\begin{aligned}
 a) J_{z_c} &= \sum_{i=1}^5 J_{z_c}^{(i)} = (J_{z_1}^{(1)} + A_1 y_{1c}^2) + (J_{z_2}^{(2)} + A_2 y_{2c}^2) + \dots = \\
 &= \left(2\pi a^4 + 2\pi a^2 \left(\frac{3}{40} a \right)^2 \right) + \left(\frac{52}{27} a^4 + 6a^2 \cdot \left(-\frac{9}{10} a \right)^2 \right) - \\
 &- \left(\frac{a^4}{36} + \frac{a^2}{8} \cdot \left(\frac{a}{4} \right)^2 \right) - \left(\frac{\pi a^4}{64} + \frac{\pi a^2}{4} \left(-\frac{43}{40} a \right)^2 \right) - \\
 &- \left(\frac{a^4}{12} + a^2 \left(\frac{63}{40} a \right)^2 \right) = 4,37 a^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) J_{y_c} &= \sum_{i=1}^5 J_{y_c}^{(i)} = (J_{y_1}^{(1)} + A_1 z_{1c}^2) + (J_{y_2}^{(2)} + A_2 z_{2c}^2) + \dots = \\
 &= \left(2\pi a^4 + 2\pi a^2 \left(\frac{a}{5} \right)^2 \right) + \left(\frac{148}{27} a^4 + 6a^2 \cdot \left(\frac{a}{4} \right)^2 \right) - \left(\frac{a^4}{48} + \frac{a^2}{2} \cdot \left(-\frac{a}{5} \right)^2 \right) - \\
 &- \left(\frac{\pi a^4}{64} + \frac{\pi a^2}{4} \left(\frac{4}{5} a \right)^2 \right) - \left(\frac{1}{6} a^4 + a^2 \left(-\frac{63}{40} a \right)^2 \right) \approx 11,47 a^4.
 \end{aligned}$$

c) mərkəzdənqaçma ətalət momenti - $J_{z_c y_c}$;

$$\begin{aligned}
 J_{z_c y_c} &= \sum_{i=1}^5 J_{z_c y_c}^{(i)} = (J_{z_1 y_1}^{(1)} + A_1 z_{1c} \cdot y_{1c}) + (J_{z_2 y_2}^{(2)} + A_2 z_{2c} \cdot y_{2c}) + \dots = \\
 &= \left(0 + 2\pi a^2 \left(-\frac{a}{5} \right) \frac{3}{40} a \right) + \left(-\frac{20}{27} a^4 + 6a^2 \cdot \frac{a}{4} \left(-\frac{9}{10} a \right) \right) - \\
 &- \left(0 + \frac{a^2}{2} \cdot \left(-\frac{a}{5} \right) \cdot \frac{a}{4} \right) - \left(0 + \frac{\pi a^2}{4} \cdot \frac{4}{5} a \left(-\frac{43}{40} a \right) \right) - \\
 &- \left(-\frac{a^4}{18} + a^2 \cdot \left(-\frac{a}{5} \right) \cdot \left(-\frac{63}{40} a \right) \right) \approx -1,11 a^4.
 \end{aligned}$$

7. Kəsiyin baş ətalət momentlərini təyin edirik:

$$J_{\min}^{\max} = \frac{J_{z_c} + J_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_{z_c} - J_{y_c})^2 + 4J_{z_c y_c}^2} =$$

$$= \left(\frac{4,37 + 11,47}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(4,37 - 11,47)^2 + 4(-1,11)^2} \right) \cdot a^4 = (7,92 \pm 3,7) \cdot a^4;$$

$$J_{\max} = J_u = 11,62a^4; \quad J_{\min} = J_v = 4,22a^4$$

8. Kəsiyin baş mərkəzi ətalət oxlarının vəziyyətini tapmaq (şəkil 6.23,b):

$$\operatorname{tg} 2\alpha_o = \frac{2J_{z_c y_c}}{J_{y_c} - J_{z_c}} = \frac{2 \cdot (-1,11) \cdot a^4}{(11,47 - 4,37)a^4} = -0,31.$$

$$\alpha_o = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} (-0,31) = -17^{\circ}12'.$$

Deməli, baş mərkəzi oxları almaq üçün z_c, y_c mərkəzi oxları saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində $\alpha_o = -17^{\circ}12'$ döndərmək lazımdır.

9. u və v oxlarını α_o bucağı altında çəkirik.

Ə6.8. Sərbəst iş üçün tipik məsələlər

Məsələ 1. Kəsiyin ştrixlənmiş sahəsinin (şəkil 6.26) z və y oxlarına nəzərən ağırlıq mərkəzinin vəziyyətini təyin etməli.

Cavab: *fiqur* a) $z_c = 0$ $y_c = 1,41a$

b) $z_c = 2a$ $y_c = 3,85a$

c) $z_c = 0$ $y_c = -0,06a$.

Məsələ 2. Şəkil 6.27-də təsvir olunan kəsiyin həndəsi x ölçüsünü təyin etməli; bu halda z oxun mərkəzi oxa çevrildiyini qəbul etməli.

Cavab: $x = 8a$

Məsələ 3. 18a Nəli şvellerdən, 125x125x10 ölçülü bərabəryanlı bucaqlıqdan və 240x20mm ölçülü zolaqdan quraşdırılmış kəsiyin (şəkil 6.28), ilkin z və y oxlarını çevrilmiş qəbul edib, ağırlıq mərkəzinin vəziyyətini tapmalı.

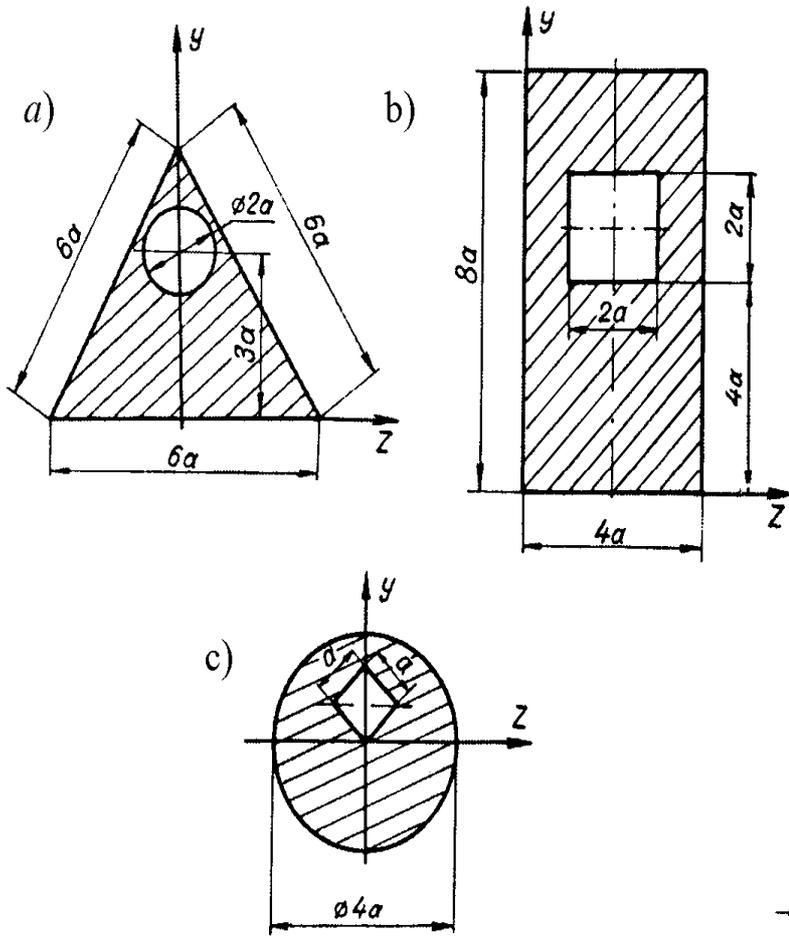
Cavab: $z_c = 1,9$ sm; $y_c = 2,4$ sm.

Məsələ 4. Kəsiyin (şəkil 6.29) ağırlıq mərkəzini təxminən göstərin və oradan u və v baş ətalət oxlarını keçirin. Onlardan hansına nəzərən baş ətalət momenti maksimum olacaq?

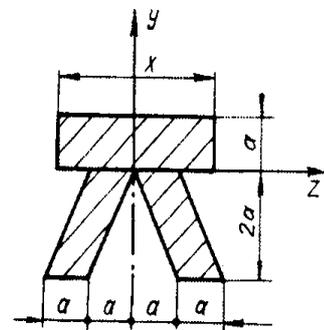
Məsələ 5. Şəkil 6.30-da təsvir olunan kəsiyin baş mərkəzi ətalət momentlərini təyin edin.

Cavab: $J_z \approx 8,38a^4$; $J_y \approx 15,27a^4$;

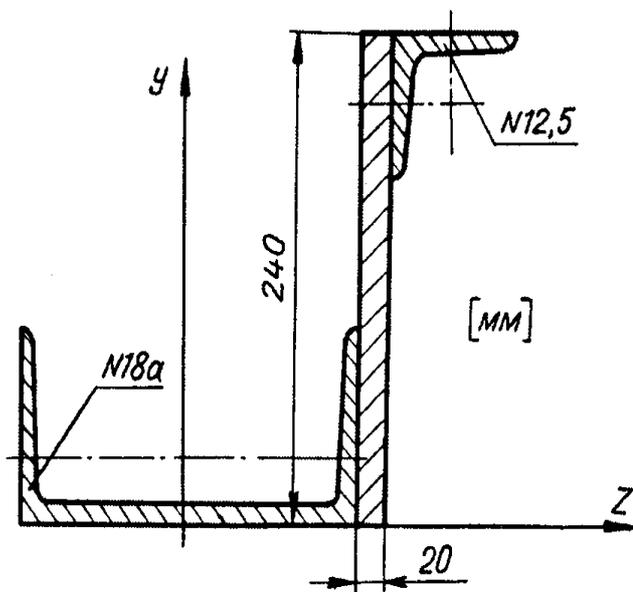
Məsələ 6. Əvvəlcədən hansı oxa nəzərən ən böyük qiymətə malik olacağını söyləyib, şəkil 6.31-də göstərilən kəsiyin baş mərkəzi ətalət momentlərini təyin etməli.



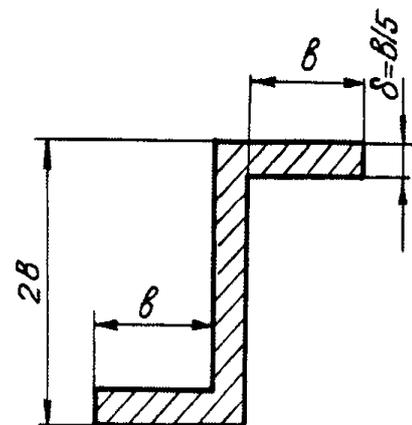
Şəkil 6.26



Şəkil 6.27

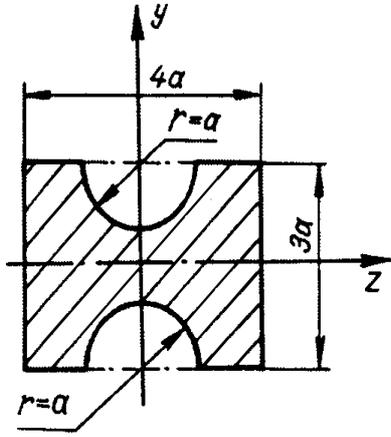


Şəkil 6.28

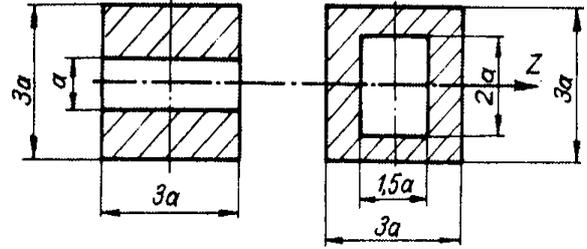


Şəkil 6.29

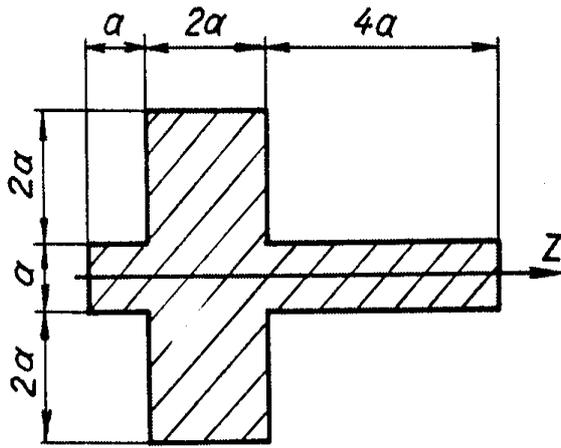
Məsələ 7. Şəkil 6.32-də en kəsiyi sahələri bərabər olan iki fiqur verilmişdir. Həmin sahələr, bunlarda açılan eyni sahəli yuvaların hesabına zəifləmişdir. Hər bir fiqurun hansı oxa nəzərən ətalet momenti böyük olacaqdır? Hansı fiqurda (a , yoxsa b), ətalet momenti kiçik qiymətə malik olacaq?



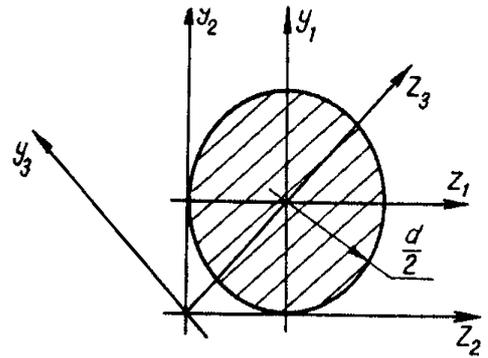
Şəkil 6.30



Şəkil 6.31



Şəkil 6.32



Şəkil 6.33

Məsələ 8. Dairəvi kəsik üçün tələb edilir (şəkil 6.33):

1) oxların fiqura görə yerləşməsini öyrənməklə hesabat aparmadan fikir söyləyin: hansı ardıcılıqla ətalet momentlərinin qiymətləri artacaq?

2) hansı oxlara nəzərən dairənin ətalet momentləri bərabər olacaq?

3) hər bir cüt qarşılıqlı – perpendikulyar oxlar üçün mərkəzdənqaçma ətalet momentləri nəyə bərabər olacaq?

4) uyğun hesablamaları yerinə yetirin və birinci bənddəki suala cavab verin.

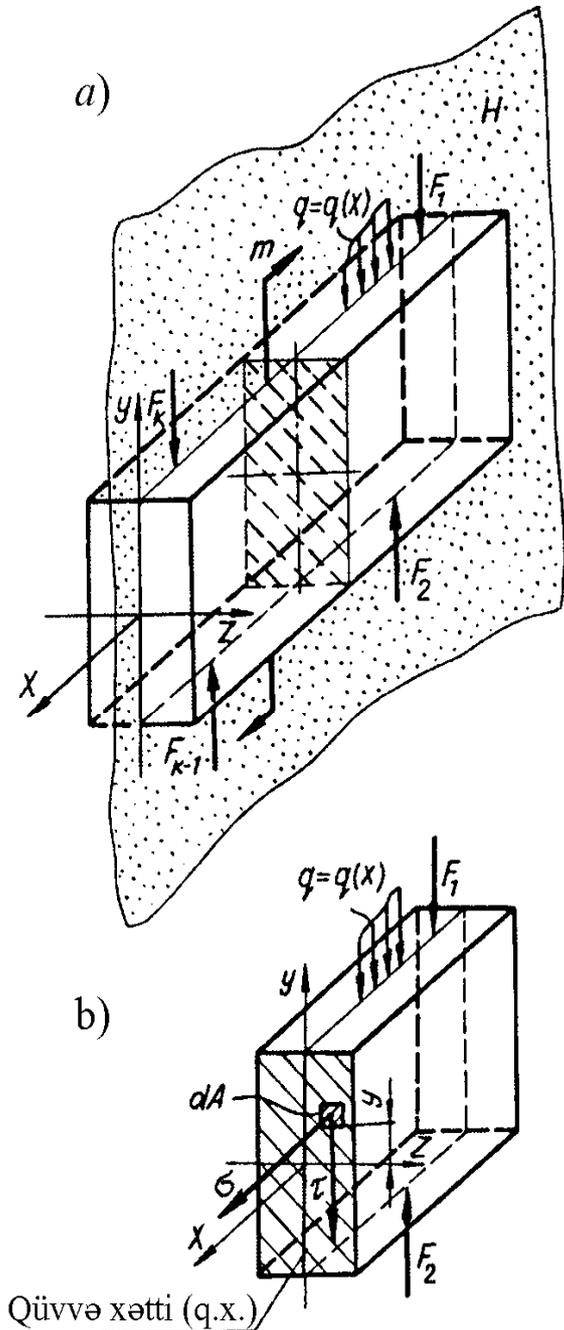
Özünüyoxlama sualları

1. Fiqurun sahəsinin statik momenti, ox, qütbi və mərkəzdənqaçma ətalət momentləri nəyə deyilir?
2. Qütbi ətalət momenti ilə ox ətalət momentləri arasındakı əlaqəni göstərin.
3. Fiqurun ağırlıq mərkəzi nəyə deyilir, onun koordinatları necə təyin olunur? Mərkəzi oxlara nəzərən sahənin statiki momenti nəyə bərabərdir?
4. Statiki momenti, ox, qütbi və mərkəzdənqaçma ətalət momentlərinin ölçü vahidlərini göstərin.
5. Qarşılıqlı – perpendikulyar oxlara nəzərən ox ətalət momentləri ilə mərkəzdənqaçma ətalət momenti arasındakı əlaqəni göstərin.
6. Kəsiyin baş oxları və baş ətalət momentləri nəyə deyilir?
7. Baş mərkəzi ətalət oxlarının vəziyyəti necə təyin edilir?
8. Hansı ətalət momentləri həmişə müsbətdir? Bəs hansılar müsbət, mənfi, hətta sıfır da ola bilər?
9. Dairəvi və halqaşəkilli kəsiklərin öz mərkəzi oxlarına nəzərən ox, qütbi və mərkəzdənqaçma ətalət momentləri nəyə bərabərdir?
10. Dördbucaqlı və kvadrat kəsiklər üçün onların tərəflərinə paralel mərkəzi oxlara, tərəfləri ilə üst-üstə düşən oxlara nəzərən ox və mərkəzdənqaçma ətalət momentlərini yazın.
11. Qarşılıqlı perpendikulyar oxları 90° döndərsək, fiqurun mərkəzdənqaçma ətalət momenti necə dəyişir?
12. Fiqurun ağırlıq mərkəzini təyin etdikdə simmetriya oxunun rolunu qeyd edin.
13. Baş ətalət oxlarının və baş mərkəzi ətalət momentlərinin təyin olunması ardıcılığını söyləyin.
14. Baş ətalət oxları nə üçün təyin edilir?
15. Baş ətalət oxlarının hansı xassələri var?

VII FƏSİL

ƏYİLMƏ

Ə 7.1. Milin en kəsiyində daxili qüvvə amilləri



Yuxarıda milin əyilməsi haqqında anlayış verilmişdir. Burada əyilmə deformasiyası haqqında məlumat genişləndirilmişdir. Şəkil 7.1, a-da xarici qüvvələr sistemi, momentlər və yayılmış yüklərlə yüklənən düz xətti oxu olan mil (tir) göstərilmişdir. Burada onlar bir müstəvidə tətbiq olunmuş, qüvvələr isə boyuna oxu perpendikulyardır. **Xarici qüvvələrin yerləşdiyi müstəviyə qüvvələr müstəvisi, bu müstəvinin milin en kəsiyi ilə kəsişdiyi xətt isə qüvvəli xətt (q.x.), bəzən də qüvvəli ox (q.o.) deyilir** (şəkil 7.1, b).

Kəsmə üsulundan istifadə etməklə milin sol hissəsini tullayıb (şəkil 7.1, a), saxlanılan sağ hissənin müvazinət halına baxaq (şəkil 7.1, b). Ümumi halda xarici amillər şaquli y oxuna proyeksiyalar və z oxuna nəzərən qüvvələrin momentləri-

Şəkil 7.1

nin cəmini verir. Bu belə olduqda kəsikdə dA sahəciyi üzrə aşağıdakı gərginlik komponent-ləri yaranır: kəsiyə normal üzrə normal gərginlik σ və şaquli y oxu boyunca toxunan gərginlik τ .

A kəsiyi üzrə ümumi gərginliyin təşkiledicilərini toplayaraq, tapırıq:

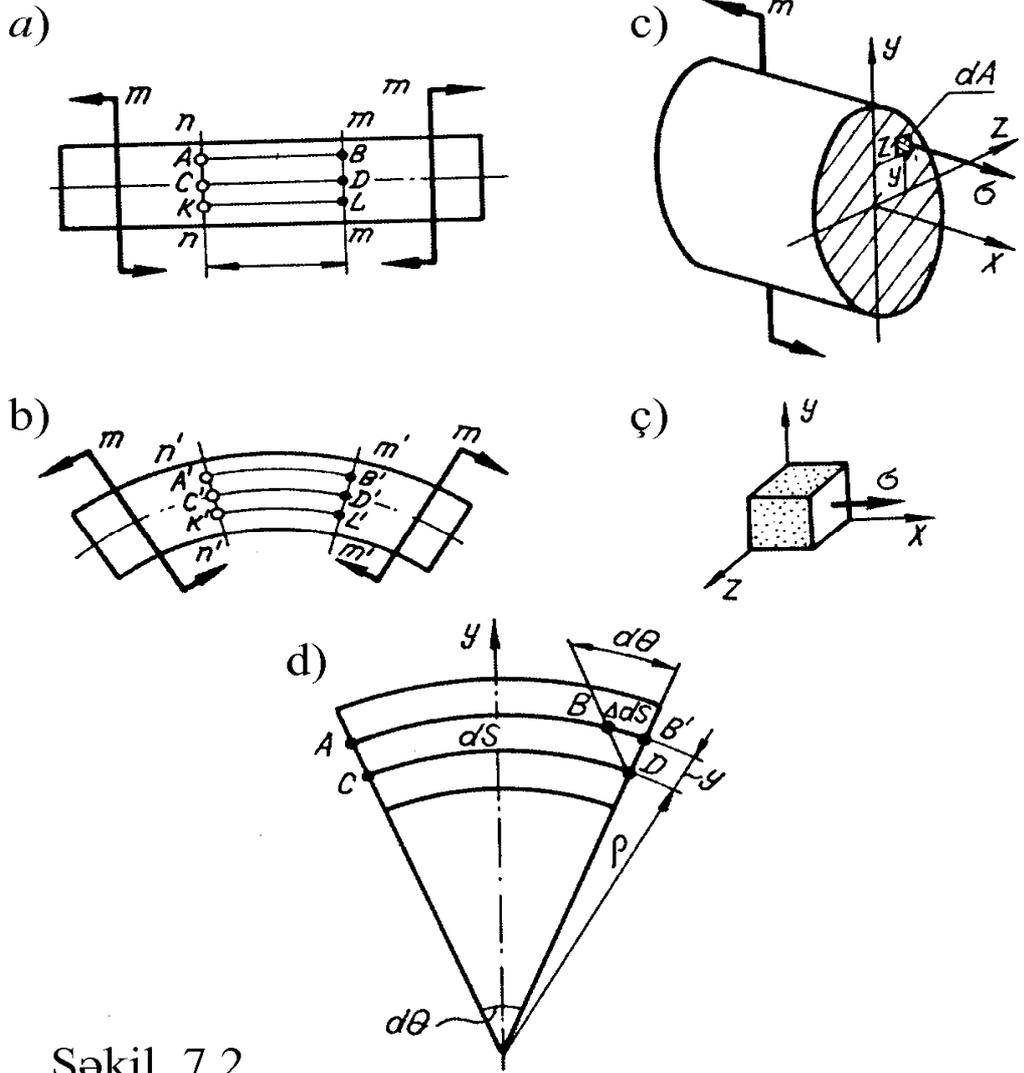
$$Q_y = \int_A \tau \cdot dA, \quad M_z = \int_A \sigma \cdot dA \cdot y,$$

yəni ümumi halda kəsikdə eyni zamanda kəsici qüvvə və əyici moment yaranır.

Əgər milin en kəsiyində eyni vaxtda kəsici qüvvə və əyici moment yaranarsa, milin əyilməsinə eninə əyilmə deyilir.

Xüsusi hallar da ola bilər ki, milin en kəsiklərində elastiki qüvvələri yalnız əyici moment yaratmış olsun. **Milin en kəsiyində yalnız əyici moment yaranarsa, onda milin əyilməsinə xalis əyilmə deyilir.**

Əyilməyə işləyən millərə *tir* deyilir. Əyilmə düz və çəp ola bilər. Bu, qüvvələr müstəvisinin en kəsiyə nisbətən vəziyyətindən asılıdır. Əgər qüvvəli ox kəsiyin baş ətalet oxu ilə üst-üstə düşürsə (şəkil 7.1,a) əyilmə *yastı* əyilmə, düşürsə *çəp əyilmə* adlanır. Çəp əyilmə haqqında ayrıca danışacağıq.



Şəkil 7.2

Yüksək elastikli materialdan, məsələn, kauçukdan hazırlanan düzxətli milə (şəkil 7.2) baxaq. Brusun oxuna perpendikulyar olan nn və mm xətlərini səthdə bir-birinə paralel çəkək. Milə momenti m olan qiymətçə bərabər, istiqamətçə əks cüt qüvvələri tətbiq edək. Mil deformasiyaya uğrayacaq. $n-n$ və $m-m$ xətləri yeni vəziyyət $n'-n'$ və $m'-m'$ alacaqdır (şəkil 7.2,b). Milin oxundan yuxarıda olan liflər böyüyür, yəni $A'B' > AB$. Oxdan aşağıda olan liflər isə kiçilir, yəni $K'L' < KL$. Əgər belə mənərə təsəvvür edilərsə, deməli, brusda elə bir qat var ki, deformasiya zamanı onun uzunluğu dəyişilmir. CD qatı əyri forma alsa da, onun uzunluğu dəyişmir, yəni $C'D' = CD$.

Brusun en kəsiyində əsasən əyilmə nəzəriyyəsində istifadə olunan vacib anlayışı əldə edək, - məhz *neytral xətt* (n.x.) haqqında anlayışı. Bəzən neytral xəttə (n.x.) *neytral ox* (n.o.) da

deyilir. **Neytral qatın və en kəsiyin kəsişməsi xəttinə neytral xətt deyilir.** $n-n$ və $m-m$ düz xətləri deformasiyadan əvvəl olduğu kimi, deformasiyadan sonra da brusun oxuna perpendikulyar olaraq qalır. Nəzərə alsaq ki, bunu brusun bütün səthləri üçün demək olar, onda Bernulli fərziyyəsinin (yastı kəsiklər fərziyyəsinin) xalis əyilməyə uğrayan millərə tətbiqinin doğruluğu sübut olunur: **milin kəsiyi yüklənməzdən əvvəl yastıdır və onun oxuna perpendikulyardır, yüklənmədən sonra da yastı qalır və milin oxuna normal olur.** Bu halda kəsik yastı qalıb, sanki neytral xəttə nisbətən qarşılıqlı dönür.

İkitilli düzbucaqlı (ştrixlənmiş) elementi (şəkil 7.2,c) göstərək. Tədqiqatlar göstərir ki, düzbucaqlar deformasiyadan əvvəl olduğu kimi deformasiyadan sonra da düz qalır. Buradan belə nəticəyə gəlirik ki, boyuna və eninə kəsiklərdə toxunan gərginlik yaranmır. Doğrudan da, bucaqların deformasiyadan əvvəl və sonra qiymətə dəyişməməsi göstərir ki, sürüşmə bucağı sıfıra bərabərdir və (4.4) ifadəsinə əsasən $\tau=G\epsilon$. Beləliklə, **milin boyuna və eninə kəsiklərində toxunan gərginlik sıfıra bərabərdir.**

AB və KL xətləri arasındakı məsafələri deformasiyadan əvvəl və sonra ölçərək görürük ki, doğrudan da deformasiyadan sonra bu ölçü dəyişmir. Bu göstərir ki, liflər bir-birinə təzyiq göstərmir. Beləliklə, **xalis əyilmədə liflər bir-birinə təzyiq göstərmir.** Bu şəraitdə hər bir lif üçün Huk qanununu bir oxlu dartılma, sıxılmadakı kimi qəbul edirik. Buna görə də, belə mülahizələrə görə alınan nəticələr praktiki olaraq o vaxt istifadə olunur ki, tirdə yaranan gərginliyin maksimum qiyməti onun materialının mütənasiblik həddindən böyük olmasın.

Ə 7.2. Yastı əyilmədə normal gərginliklər

Uzunluğu ds olan elementin (şəkil 7.2,a) deformasiyasına baxaq. Şəkil 7.2,b və e-yə nəzər salsaq görürük ki, AB lifi

deformasiyadan sonra ΔdS qədər uzanır. Bu lifin nisbi uzanmasını təyin edirik:

$$\varepsilon_{AB} = \frac{A'B' - AB}{AB} = \frac{\Delta dS}{ds}. \quad (a)$$

AB lifinin uzanmasını təyin edək: $\Delta ds = y \cdot d\theta$ $AB = CD = ds$ olduğundan, $ds = \rho \cdot d\theta$ (ρ - tirin əyilmiş oxunun əyriliyidir).

$d\theta$ bucağı nn və mm kəsiklərinin qarşılıqlı dönməsidir. Δds və ds -in qiymətlərini (a) ifadəsində yazsaq, alırıq:

$$\varepsilon_{AB} = \frac{y}{\rho} \quad (7.1)$$

Boyuna nisbi deformasiyanın neytral oxdan lifə qədər olan məsafəyə mütənasib olması kəsiyin yastı kəsiklər fərziyyəsinin doğruluğunu sübut edir. (7.1) ifadəsini dartılma-sıxılmadakı (3.7) Huk qanunda yerinə yazıb alırıq:

$$\sigma = E \frac{y}{\rho}. \quad (7.2)$$

(7.2) bərabərliyinin iki məchul kəmiyyəti var: birinci – neytral oxun əyrilik radiusu ρ , ikinci – neytral oxun vəziyyəti, çünki σ -nın qiyməti neytral oxdan lifə qədər olan y məsafəsindən asılıdır. Məchulları təyin etmək üçün statika şərtlərindən istifadə edək və tirin (şəkil 7.2,c) düz xalis əyilməyə uğrayan kəsiyinin müvazinət halına baxaq.

Tir müvazinətdə olduğu üçün onun istənilən hissəsi də müvazinətdədir. Ona görə də statikanın aşağıdakı tənliklərindən istifadə etmək olar:

$$\begin{aligned} 1) \Sigma x = 0, & \quad 3) \Sigma z = 0, & \quad 5) \Sigma M_y = 0, \\ 2) \Sigma y = 0, & \quad 4) \Sigma M_x = 0, & \quad 6) \Sigma M_z = 0. \end{aligned}$$

Koordinatları z, y olan dA sahəciyindəki normal gərginliyi σ ilə işarə edirik. Tirin baxılan hissəsinin müvazinət şərtindən:

$$\Sigma x = 0, \quad \int_A \sigma dA = 0.$$

(7.2) ifadəsindən normal gərginliyin qiymətini inteqral altına yazıb, sabit kəmiyyətləri inteqral altından çıxarıb alırıq:

$$\frac{E}{\rho} \int_A y \cdot dA = 0. \quad (a)$$

(a) ifadəsində $E/\rho \neq 0$; çünki tirin əyriliyi ρ sıfırdan fərqlidir. Ona görə də $\int_A y \cdot dA = 0$. (6.2) ifadəsindən görünür ki, $\int_A y \cdot dA = S_z = 0$,

yəni neytral oxla üst-üstə düşən z oxuna nisbətən kiçik sahənin statik momenti sıfıra bərabərdir. Sahənin statik momentinin əsas xassəsini xarakterizə edən (6.8) düsturuna əsasən qeyd etmək olar ki, **neytral ox tirin kəsiklərinin ağırlıq mərkəzindən keçir, yəni mərkəzi ox olur.**

2. $\sum y = 0$, $\sum z = 0$, $\sum M_x = 0$ tənliklərindən istifadə etmək olmur; çünki en kəsikdə toxunan gərginlik yoxdur və kəsici qüvvələr $\Gamma_{\bar{u}} = \int_A \tau \cdot dA$, $Q_z = \int_A \tau dA$ və burucu moment $T = \int_A \rho \tau dA$ sıfıra bərabərdir. Bu tənliklər eyniliyə çevrilir.

$$3. \sum M_y = 0, \quad \int_A z \cdot \sigma \cdot dA = 0. \quad (b)$$

(7.2) ifadəsindən σ -nın qiymətini yazsaq, alarıq:

$$\frac{E}{\rho} \int_A z \cdot y \cdot dA = \frac{E}{\rho} J_{zy} = 0, \quad \frac{E}{\rho} \neq 0, \quad J_{zy} = 0.$$

Tirin kəsiyinin mərkəzdənqaçma ətalət momentinin z oxuna (z oxu neytral xətlə üst-üstə düşür) nəzərən sıfıra bərabər olması J_{zy} -in xassəsinə əsasən tədqiq etməyə imkan verir: **qüvvəli və neytral xətlər düz xalis əyilmədə tirin en kəsiyinin baş mərkəzi ətalət oxlarıdır.**

$$4. \sum M_y = 0, \text{ yaxud } M_z - \int_A y \cdot \sigma \cdot dA = 0.$$

Buradan

$$M_z = \int_A y \sigma dA.$$

Neytral xətdən y məsafədə olan dA sahəciyinə təsir edən normal gərginliyin qiymətini bu ifadədə yazarıq:

$$M_z = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 \cdot dA = \frac{E}{\rho} J_z. \quad (c)$$

(c) ifadəsində $J_z = \int_A y^2 \cdot dA$, yəni bu inteqral kəsiyin neytral xəttə nisbətən ox ətalət momentini xarakterizə edir.

(c) ifadəsini başqa şəkildə yazaraq alırıq:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{EJ_z}. \quad (7.3)$$

Bu, **əyilmə nəzəriyyəsinin əsas tənliyi** adlanır. (7.3) ifadəsində EJ_z **əyilmədə tirin kəsiyinin z oxuna nisbətən sərtliyi** adlanır.

Bu bərabərlikdən $EI\rho$ qiymətini tapıb, (7.2) ifadəsində yerinə yazsaq, alırıq:

$$\sigma = \frac{M_z}{J_z} \cdot y. \quad (7.4)$$

(7.4) ifadəsilə yastı əyilmədə z neytral oxundan y məsafədə lifdə yaranan σ normal gərginliyinin M_z əyici momentindən və J_z ox ətalət momentindən asılılığı ifadə edilir. (7.4) tənliyi gərginliyin qüvvə oxu istiqamətində (baxılan halda şəkil 7.2,c – y oxudur) dəyişməsi qanununu göstərir.

(7.4) bərabərliyi göstərir ki, gərginlik kəsiyin bütün nöqtələrində bir y səviyyəsində eynidir və z koordinatlarından asılı deyildir.

Əgər qüvvəli ox z oxu olarsa, onda normal gərginlik aşağıdakı düsturla təyin edilir:

$$\sigma = \frac{M_y}{J_y} \cdot z.$$

y qüvvəli oxu istiqamətində normal gərginliyin dəyişməsi qanununu öyrənək. (7.4) düsturundan görünür ki, normal gərginliyin qiyməti (şəkil 7.3,a) z neytral xəttindən nöqtələrə qədər olan məsafələrlə düz mütənasibdir; ona görə də oxdan ən uzaqdakı nöqtələrdə maksimum qiymətə malik olur.

Neytral xəttən ən uzaqda olan A və B nöqtələrinin y_A və y_B koordinatlarını (7.4) bərabərliyində yerinə yazıb, uyğun olaraq alırıq:

$$\sigma_A = \frac{M_z}{J_z} \cdot y_A; \quad \sigma_B = \frac{-M_z}{J_z} \cdot y_B. \quad (\zeta)$$

(ζ) ifadəsində işarənin müsbət, mənfi olması göstərir ki, əyici moment M_z tirə şəkildə göstərildiyi kimi tətbiq edilir; ona görə də neytral oxdan yuxarıdakı liflər dartılır – gərginlik müsbət işarəli olur, aşağıdakı liflər sıxılır – gərginlik mənfi işarəli olur.

Gərginliyin maksimum ($\sigma_A = \sigma_{\max}$) və minimum ($\sigma_B = \sigma_{\min}$) qiymətlərini bilərək, layihə hesabatında möhkəmlik şərtini yazmaq olar:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{J_z} \cdot y_A \leq [\sigma]_{\text{dart}},$$

$$\sigma_{\min} = \frac{M_z}{J_z} \cdot y_B \leq [\sigma]_{\text{six}}. \quad (7.5)$$

Material dartılmaya, sıxılmaya eyni müqavimət göstərən halda, yəni $\sigma_{ax.d} = \sigma_{ax.s.}$ olanda (7.5) ifadəsində mütləq qiymətçə σ -nın maksimum qiyməti qoyulur. Bu halda

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_z} \leq [\sigma], \quad (7.6)$$

burada W_z - kəsiyin müqavimət momentidir (ölçü vahidi- sm^3):

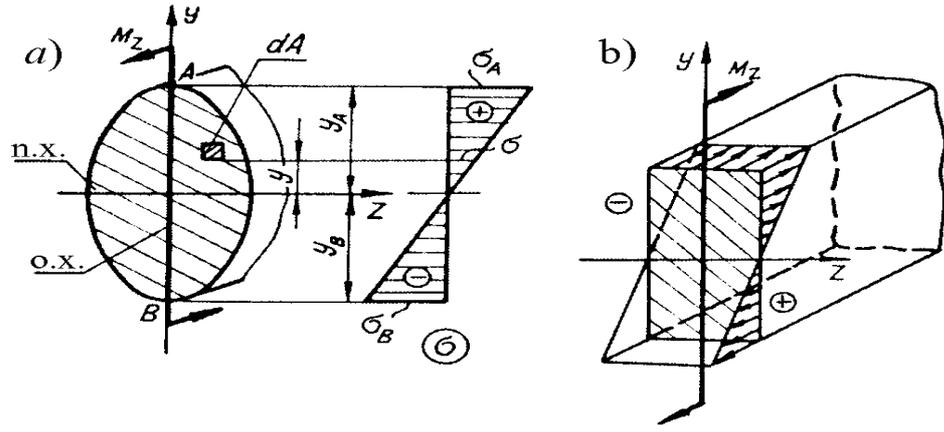
$$W_z = \frac{J_z}{y_{\max}}. \quad (7.7)$$

Bəzən *müqavimət modulu* adlanan, əyilmədə kəsiyin müqavimət momenti tirin əyici momentə qarşı durmaq qabiliyyətini xarakterizə edir; əgər tirlərin materialları eynidirsə, kəsiklər formaca müxtəlifdirsə, onda onların müqavimət momentlərinin nisbəti belədir:

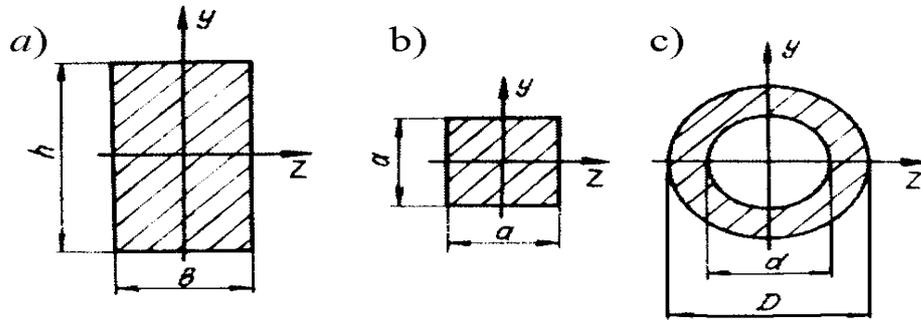
$$\frac{M_z^I}{M_z^{II}} = \frac{W_z^I}{W_z^{II}}. \quad (7.8)$$

Mühəndis təcrübəsində ən çox rast gələn bir neçə sadə fiqurların sahələrinin müqavimət momentlərini tapaq.

1. Dördbucaqlı (paralelepiped – şəkil 7.4).



Şəkil 7.3



Şəkil 7.4

Burada və bundan sonra (7.7) düsturuna müraciət edəcəyik:

$$W_z = \frac{J_z}{y_{\max}}$$

(6.27) və (6.28) düsturlarına əsasən dördbucaqlının mərkəzi z və y oxlarına nəzərən ətalet momentləri uyğun olaraq

$$J_z = \frac{bh^3}{12}, \quad J_y = \frac{hb^3}{12}.$$

Fərz etsək ki, neytral ox əvvəlcə z oxu, sonra da y oxu olacaq (şəkil 7.4,a). Onda əyilmədə kəsiyin müqavimət momentləri

$$W_z = \frac{J_z}{y_{\max}} = \frac{bh^3}{12 \cdot h/2} = \frac{bh^2}{6}; \quad (7.9)$$

(7.9) düsturunun fiziki mənasını öyrənmək lazım gəlir: birinci dərəcəli vuruq oxa paraleldir, kvadratı olanda isə perpendikulyardır, bu da tirin kəsiyinin əyilməyə müqavimət göstərmə dərəcəsini xarakterizə edir. Burada kəsiyin hansı vəziyyətində tirin daha çox yükə müqavimət göstərəcəyinin təyin

olunması heç də çətin edyil. Ona görə də bu hal $W = W_{\max}$ olacaqdır. Doğrudan da (7.6)-dan görünür ki,

$$M_z^{\max} = [\sigma] \cdot W_z^{\max}.$$

2. Kvadrat (şəkil 7.4,b)

$h=b=a$ qəbul edərək kəsiyi kvadrat olan tirin əyilmədə müqavimət momentini (7.9) düsturundan təyin etmək olar. Bu halda

$$W_z = W_y = \frac{a^3}{6}. \quad (7.10)$$

Kvadrat düzgün fiqur olduğundan, istənilən mərkəzi oxlara nəzərən $J_z = J_y = \text{const}$.

3. Dairə, halqa (şəkil 7.4,c)

(6.30) düsturuna əsasən halqanın ox ətalet momentləri

$$J_z = J_y = \frac{\pi D^4}{64} (1 - k^4) \approx 0,05 \cdot D^4 (1 - k^4). \quad (7.11)$$

Buradan halqa kəsikli tirin əyilmədə müqavimət momenti

$$W_z = \frac{J_z}{y_{\max}} = \frac{\pi D^3}{32} (1 - k^4) \approx 0,1 \cdot D^3 (1 - k^4).$$

Burada halqa formalı kəsiyin dəqiq və təqribi qiymətləri verilmişdir. $k = d/D = 0$ qəbul edərək, en kəsiyi dolu olan kəsiyin müqavimət momentini (7.11) düsturundan təyin edirik:

$$W_z = \frac{\pi D^3}{32} \approx 0,1 D^3. \quad (7.12)$$

Xüsusi qeyd etmək lazımdır ki, mürəkkəb fiqurun müqavimət momentlərini onu təşkil edən sadə fiqurların müqavimət momentləri kimi cəmləmək (toplamaq, yaxud çıxmaq) çox kobud səhvdir və bunu etmək olmaz.

Müxtəlif formalı kəsiklərin əyilməyə müqavimət momenti 7.1 cədvəlində verilmişdir.

Ə 7.3. Yastı eninə əyilmədə gərginliklər

Əvvəllər qeyd edilmişdir ki, eninə əyilmədə tirin kəsiklərində əyici moment və kəsici qüvvə yaranır. Eninə əyilmədə əslində en

kəsiklər yastı qalmır. Lakin en kəsik müstəvilərinin kənara çıxması normal gərginliyin qiymətinə nəzərə çarpacaq dərəcədə təsir göstərmir.

Kəsici qüvvə milin oxu boyunca dəyişkən olanda xalis əyilmədə aldığımız σ normal gərginlik düsturu müəyyən xəta verir. Bu xəta h/l nisbətindən asılıdır. En kəsiyin ölçüləri isə tirin uzunluğuna nisbətən çox kiçik olur. Ona görə də h/l nisbətən kiçik kəmiyyətdir və göstərilən xətaya az təsir göstərir.

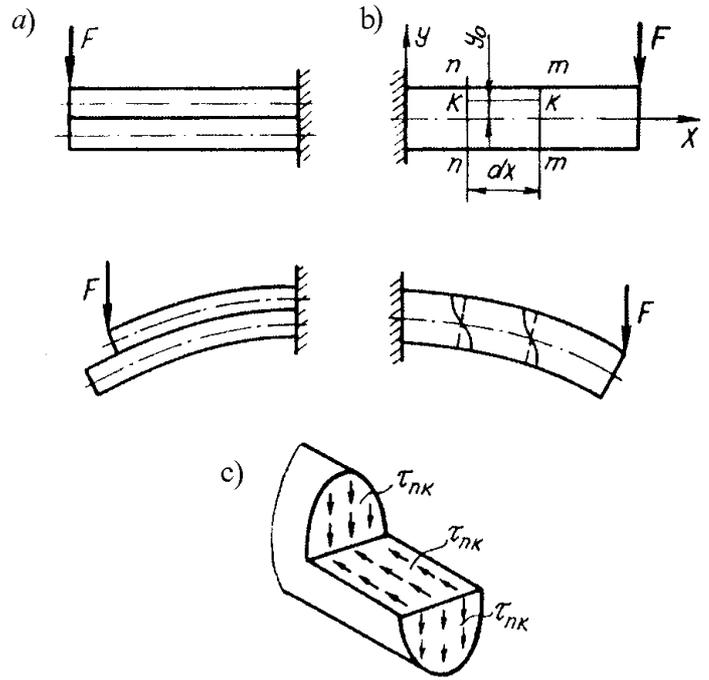
Eninə əyilmədə ikinci xüsusiyyət ondan ibarətdir ki, tirin boyuna kəsiklərində də normal gərginlik yaranır, yeni liflər bir-birinə təzyiq göstərir. Bu gərginlik yalnız dəyişən kəsici qüvvənin hesabına yaranır, ancaq onun qiyməti çox kiçikdir və nəzərə alınmır.

Göstərilən mülahizələrə əsasən xalis əyilmədəki normal gərginlik düsturları eninə əyilmədə də tətbiq olunur.

Beləliklə, xalis əyilmədən fərqli olaraq tirin eninə əyilməsində onun kəsiklərində normal gərginliklərdən başqa, qüvvə hesabına toxunan gərginliklər də yaranır.

Nəzəri və təcrübi tədqiqatların məzmunu göstərir ki, toxunan gərginlik normal gərginliyin qiymətinə təsir göstərmir. Ancaq kəsici qüvvələr, kəsikdə toxunan gərginliyin qeyri bərabər paylanması tirdə sürüşmə deformasiyası yaradır.

Deformasiyaya qədər tirin oxuna perpendikulyar olan yastı kəsiklər deformasiyadan sonra yastı qalmayıb (xalis əyilmədə yastı qalırdı), əyri xətti kəsiyə çevrilir. Şəkil 7.5-də eninə əyilməyə uğrayan iki tir verilir: birinci tir, biri digərinin üzərinə qoyulan tirlərdən quraşdırılıb (şəkil 7.5,a), ikinci tirin en kəsiyi bütövdür (şəkil 7.5,b).



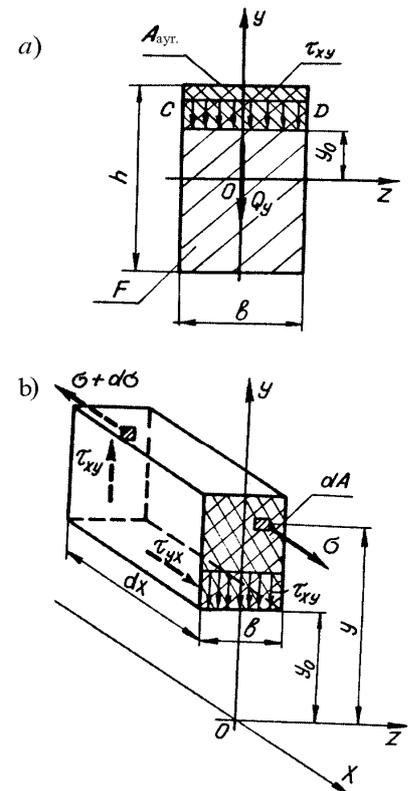
Şəkil 7.5

Şəkillərdən görüldüyü kimi, əyilmə zamanı quraşdırılmış tirin biri digərinin üzərində boyuna istiqamətdə yerini dəyişir və tirin en kəsiyi pilləli forma alır. Toxunan gərginliyin hesabına en kəsiyi sahələri müstəviliyini itirir və kəsici qüvvə böyük olan yerdə böyük sürüşmə baş verir. İkinci tirdə (şəkil 7.5,c) aşağı və yuxarı səthlərin yaxınlığında toxunan gərginlik olmur, ona görə də sürüşmə baş vermir: əyrixətli en kəsiyi sahələri boyunca kənar səthlərə perpendikulyar qalır.

Düz eninə əyilmədə toxunan gərginlik düsturunu çıxaraq. Bu halda aşağıdakı məhdudlaşdırılmaları və mülahizələri qəbul edirik:

1. Qəbul edilir ki, tirin kəsiyinin bir simmetriya oxu vardır.

2. Toxunan gərginlik eyni y səviyyəsində, yəni neytral oxdan eyni



Şəkil 7.6.

məsafələr və bütün nöqtələrdə eyni qəbul edilir.

3. Normal gərginliyin əyici momentdən asılı olması qanunauyğunluğu xalis əyilmədəki kimi qəbul edilir və onun qiyməti (7.4) düsturu ilə təyin edilir.

Toxunan gərginliyin düsturunu çıxartmaq üçün (şəkil 7.5,b), (şəkil 7.6,a) iki sonsuz yaxın $n-n$, $m-m$ en kəsikləri və boyuna kəsik $k-k$ ilə yuxarıdan $nkkm$ elementini kəsək (fikrən). Elementi ayrıca göstərək (şəkil 7.6,b). Tirə ixtiyari simmetrik en kəsikli tir kimi baxırıq. Praktiki məqsədlərdə dəqiq nəticələr verən düstur en kəsiyi dördbucaqlı olan tirlər üçün çıxarılır.

Elementin en kəsiklərində kəsici qüvvə Q_y və əyici momentlər M_z və $M_z + dM_z$ yaranır. İkinci fərziyyəyə əsasən bu kəsiklərdə y_0 səviyyəsində toxunan gərginliklər tirin eninə görə sabit olacaqdır, onların qiyməti τ_{xy} , boyuna kəsiklərdə isə τ_{yx} olacaqdır.

Toxunan gərginliyin qoşalığı qanununa əsasən boyuna kəsiklərdə yaranan toxunan gərginlik τ_{yx} en kəsiklərdə yaranan toxunan gərginliyə bərabər olacaq, yəni $\tau_{xy} = \tau_{yx}$. Tir statik müvazinət şəraitindədir, ona görə də baxdığımız element də elastiki müvazinət şəraitində işləyir.

Element üçün statika tənliyi aşağıdakı şəkildə yazılır:

$$\sum x = 0, \quad \int_{A_{a\ddot{u}p}} \sigma \cdot dA + \tau_{yx} \cdot b \cdot dx - \int_{A_{a\ddot{u}p}} (\sigma + \Delta\sigma) dA = 0.$$

(7.4) ifadəsini nəzərə almaqla

$$\int_{A_{a\ddot{u}p}} \frac{M_z \cdot y}{J_z} dA - \int_{A_{a\ddot{u}p}} \frac{(M_z + dM_z) \cdot y}{J_z} \cdot dA + \tau_{yx} \cdot b \cdot dx = 0.$$

Sadələşmədən sonra

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} = \frac{dM_z}{dx} \cdot \frac{1}{b \cdot J_z} \int_{A_{a\ddot{u}p}} y \cdot dA. \quad (a)$$

(2.11) və (6.2) düsturlarına əsasən alırıq:

$$\frac{dM_z}{dx} = Q_y, \quad \int_{A_{a\ddot{u}p}} y \cdot dA = S_z^{ayr}, \quad (b)$$

yəni, absisə görə əyici momentdən alınan birinci tərtibli törəmə kəsici qüvvəyə bərabərdir, inteqral isə CD xəttindən yuxarıda ayrılmış kəsiyin z oxuna nəzərən statik momentidir.

(b)-nin qiymətlərini (a)-da yerinə yazıb düz eninə əyilmədə tirin en kəsiklərində yaranan toxunan gərginliyi təyin etməyə imkan verən düsturu alırıq:

$$\tau_{xy} = \frac{Q_y \cdot S_z^{ayr}}{J_z \cdot b}. \quad (7.13)$$

burada: J_z – neytral oxa (bizim halda x oxu) nəzərən kəsiyin ox ətalet momenti; b – en kəsiyin toxunan gərginlik hesablanan nöqtədəki enidir.

D.İ.Juravskinin (7.13) düsturundan istənilən en kəsikli tirlərdə toxunan gərginliyin təqribi təyin olunması üçün istifadə edilir. Belə məsələlərin elastiklik nəzəriyyəsinin üsulları ilə dəqiq həlli göstərir ki, (7.13) düsturu ilə aparılan hesablamada alınan fərq $\Delta=3\div 5\%$ olur. Belə ki, dördbucaqlı en kəsiyi üçün $\Delta=3,2\%$, dairəvi kəsik üçün $\Delta=3,76\%$. Lakin əksər hallarda bu fərq nəzərə alınmasa da, praktiki məsələlərin həllində düstur, tirin qüvvə oxu istiqamətində h ölçüsünün neytral ox boyunca b ölçüsünə olan nisbəti $h/l=2$ olan halda lazımi dəqiqliklə ən böyük toxunan gərginliyi təyin etməyə imkan verir. Qeyri-simmetrik kəsiyi olan millərdə toxunan gərginliyi materiallar müqavimətinin üsulları ilə təyin etmək mümkün deyil. Belə məsələlərin həlli elastiklik nəzəriyyəsində verilir.

(7.13) düsturuna S_z^{ayr} tirin ayrılmış en kəsiyinin statik momenti daxil edilmişdir. Tirin möhkəmlik hesablarında Juravski düsturundan istifadə etmək məqsədilə dördbucaqlı, üçbucaq və dairəvi kəsiklər üçün S_z^{ayr} -in analitik ifadəsini veririk.

1. Kəsik dördbucaqlıdır (şəkil 7.6,a).

Dördbucaqlı kəsik halı üçün statik moment S_z^{ayr} (6.8) düsturu əsasında z oxuna nisbətən kəsiyin ştrixlənmiş hissəsi üçün (şəkil 7.6) hesablanır.

$$S_z^{ayr} = A_{ayr} \cdot y_c^{ayr} = b \left(\frac{h}{2} - y \right) \left[y + \left(\frac{h}{2} - y \right) \frac{1}{2} \right] = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right).$$

Dördbucaqlı kəsik üçün $J_z = bh^3/12 \cdot y$ səviyyəsində tirin eninin b olduğunu nəzərə alsaq, dördbucaqlı kəsik üçün toxunan gərginlik bərabər olacaq:

$$\tau_{xy} = \frac{Q_y}{J_z \cdot b} \cdot \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right). \quad (7.14)$$

Toxunan gərginliyin maksimal qiyməti $y=0$ olduqda, yəni

$$\tau_{xy}\Big|_{y=0} = \tau_{\max}, \text{ yaxud}$$

$$\tau_{xy} = \frac{Q_y}{J_z \cdot b} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{h^2}{4} = \frac{Q_y}{bh^3/12 \cdot b} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{h^2}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_y}{A}, \quad (7.15)$$
$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_y}{A},$$

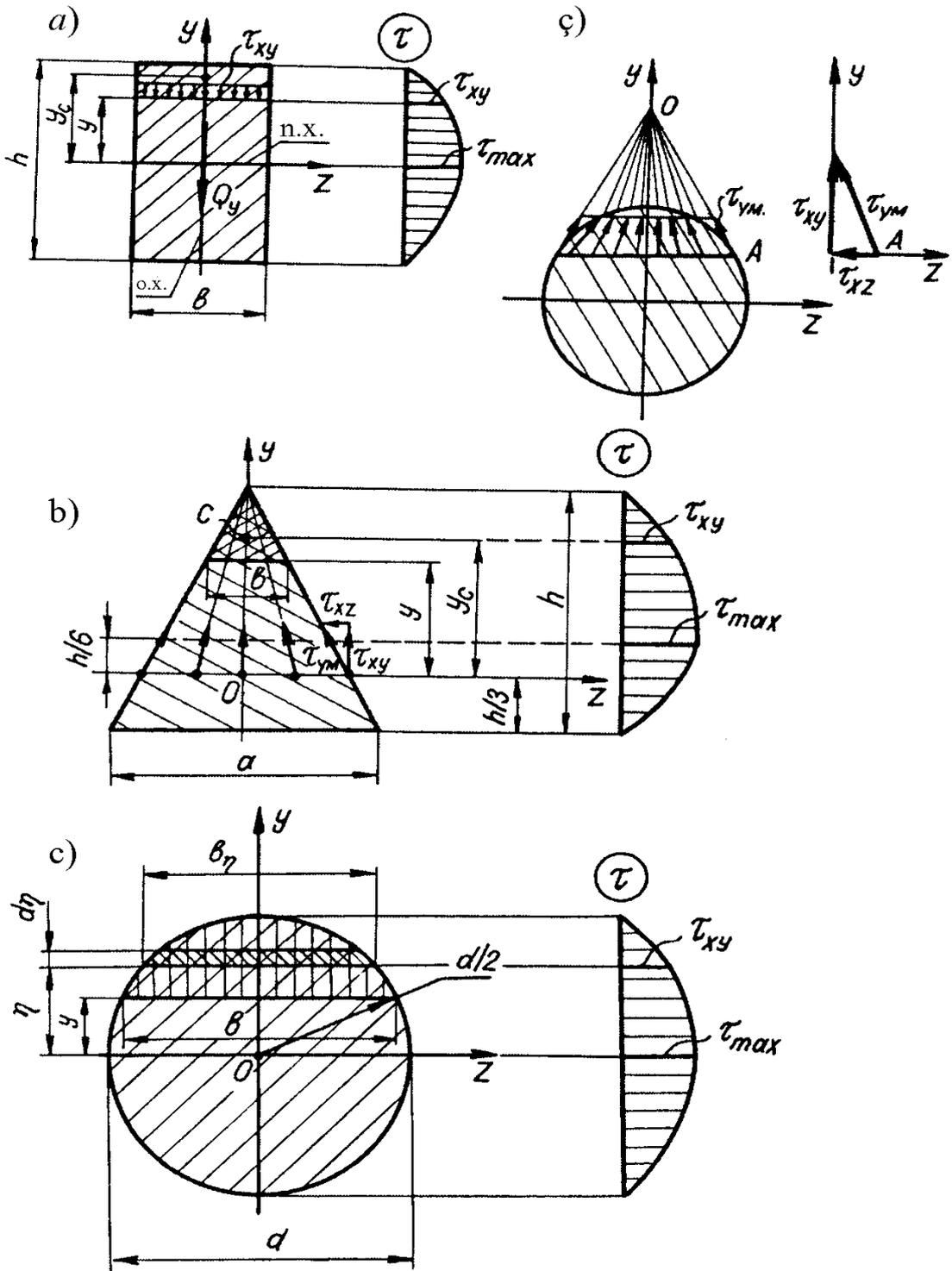
burada: A – tirin en kəsiyi sahəsidir.

(7.14) ifadəsi əsasında şəkil 7.7,a-da tirin kəsiyinin qüvvə xətti istiqamətində toxunan gərginliyin dəyişməsi qanunu göstərilir; gərginlik kvadrat parabola qanunu ilə dəyişir.

2. Kəsik üçbucaqlıdır (şəkil 7.7,b).

Kəsiyin eni hündürlüyünə görə dəyişir, ona görə də ayrılan hissənin statik momenti də s_z^{ayr} dəyişir. (7.13) ifadəsi ilə təyin olunan toxunan gərginlik s_z^{ayr}/b nisbəti ilə təyin olunacaq, çünki $Q_y/J_z = const.$

Beləliklə,



Şəkil 7.7

$$\frac{S_z^{ayr}}{b} = \frac{A_{ayr} \cdot y_c}{b} = \frac{1}{2} b \left(\frac{2}{3} h - y \right) \cdot 2(h + 3y) \frac{1}{9b} = \frac{(2h - 3y)(h + 3y)}{27}$$

Bir neçə sadə fiqurların əyilməyə müqavimət momentləri cədvəl 7.1-də göstərilmişdir.

Alınmış qiyməti (7.12) ifadəsində yerinə yazıb parabola (şəkil 7.7,b) tənliyini alırıq:

$$\tau_{xy} = \frac{4Q_y(2h-3y)(h+3y)}{3ah^3}. \quad (7.16)$$

τ_{xy} gərginliyi (şəkil 7.7,b) τ_{um} ümumi gərginlik olmayacaq, yalnız şaquli istiqamətdə, yəni qüvvə xətti istiqamətində bu gərginliklərin proyeksiyası olacaq. τ_{xy} maksimum qiymətə $y = \frac{h}{6}$ olanda çatır. y -ə görə τ_{xy} ifadəsindən törəmə alsaq və sifıra bərabər götürsək $y = \frac{h}{6}$ olar.

(7.16) ifadəsində $y = \frac{h}{6}$ yazsaq alarıq:

$$\tau_{xy} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_y}{A}, \quad (7.17)$$

burada: $A = \frac{ah}{2}$ -dir.

3. Kəsik dairəvidir (şəkil 7.7,c).

y səviyyəsində dairənin kəsilmə xəttini – b enini təyin edək. O , bərabərdir:

$$b = 2\sqrt{\frac{d^2}{4} - y^2}.$$

Dairənin ayrılmış hissəsinin statik momenti

$$S_z^{ayr} = \int_y^{d/2} \eta b_\eta \cdot d\eta,$$

burada

$$b_\eta = 2\sqrt{\frac{d^2}{4} - \eta^2}.$$

Nəhayət:

$$S_z^{ayr} = 2 \int_y^{d/2} \eta \sqrt{\frac{d^2}{4} - \eta^2} \cdot d\eta,$$

$\frac{d^2}{4} - \eta^2 = t$ və $dt = -2\eta d\eta$ işarə edərək statik momenti hesablayırıq:

$$S_z^{ayr} = 2 \int_0^{\frac{d^2}{4} - y^2} \sqrt{1} \cdot dt = \frac{2}{3} \sqrt{\left(\frac{d^2}{4} - y^2\right)^3}.$$

Buna görə də $J_z = \frac{\pi d^4}{64}$ olduğunu nəzərə alaraq, tapırıq:

$$\tau_{xy} = \frac{64Q_y}{3\pi d^4} \left(\frac{d^2}{4} - y^2\right); \quad -\frac{d}{2} \leq y = \frac{d}{2}.$$

$y = 0$ olduqda gərginlik ən böyük qiymət alacaq, yəni neytral oxla uyğun liflərdə $\tau_{xy} = \tau_{\max}$ olacaq:

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \frac{Q_y}{A} = \frac{4}{3} \tau_{or}.$$

burada: τ_{or} - orta toxunan gərginlikdir.

Alınan gərginlik τ_{xy} (şəkil 7.7,c) qüvvə xəttində ümumi toxunan gərginliyin τ_{um} proyeksiyasıdır. Ümumi gərginlik şəkildə göstərilən kimi yönəldilmişdir.

Beləliklə, dairəvi kəsik üçün ümumi toxunan gərginlik yox, onun şaquli oxda proyeksiyası alınmışdır.

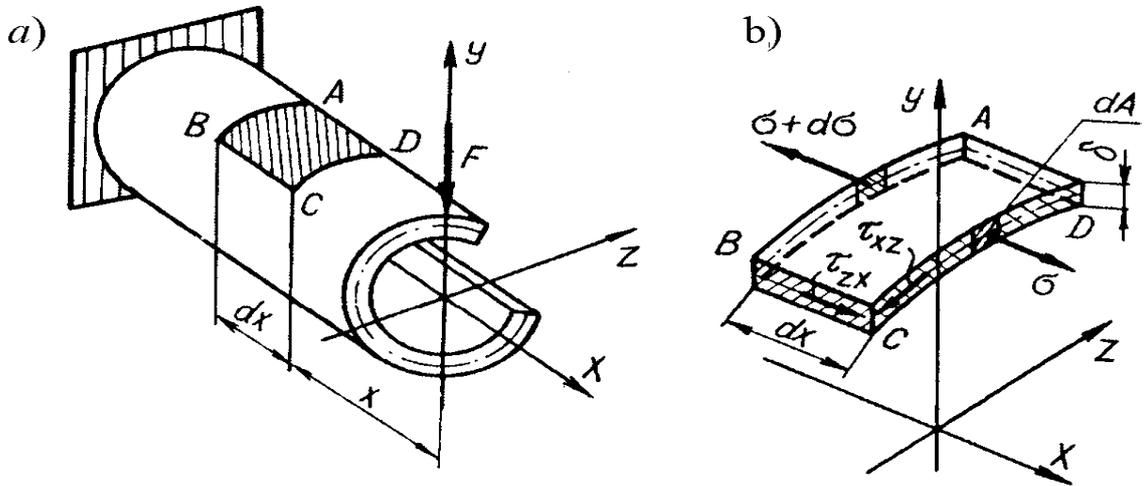
Başqa formalı en kəsiklər üçün gərginliyin dəyişməsi qanunu daha da mürəkkəbdir. Lakin xüsusi qeyd etmək lazımdır ki, içi dolu kəsiklər üçün toxunan gərginliklər nisbətən böyük olmur. Onlar normal gərginliklərlə müqayisədə böyük olmayan hissəni təşkil edir. Buna görə də hansı nöqtələrdə toxunan gərginliklər maksimum qiymətə malikdirsə, σ olmur, ya da çox kiçik olur. Göstərilənlərə əsaslanaraq adi mühəndis hesabatlarında dolu kəsiyi olan tirlər üçün toxunan gərginliklər nəzərə alınmır. Nazikdivarlı profillərdə onların qiyməti böyük ola bildiyindən, bəzi hallarda hesabatda nəzərə alınır.

Ə 7.4. Nazikdivarlı açıq profili millərdə gərginliklər

Divarın δ qalınlığı kəsiyin maksimum D ölçüsünə nisbətən çox kiçik olan millərə nazikdivarlı mil deyilir: məsələn, $D/\delta \geq 10$. Nazikdivarlı millərə şvelleri, tavrı, ikitavrı və s. misal göstərmək olar.

Nazikdivarlı millərdən hazırlanan tirlər material sərfinə görə çox əlverişlidir. Onların materialı kəsik üzrə səmərəli paylanır, materialın çoxu lazım olan yerə yerləşdirilir, çünki orada ən böyük normal gərginlik yaranır. Əyilməyə işləyən ikitavrı tirlərdə, material əsasən rəflərdə - neytral oxdan ən uzaqda olan liflərdə yerləşdirilir.

Düz eninə əyilmədə nazikdivarlı açıq profilli millərdə toxunan gərginliyi təyin etmək. Göstərmək olar ki, (biz bunu isbatsız qəbul edirik) toxunan gərginlik milin qalınlığına görə sabitdir və kəsiyin orta xəttinə toxunan yönəlmişdir. Nazikdivarlı millərdə qalınlıq sabit və dəyişən olsa da, normal gərginlik (7.4) düsturu ilə təyin olunur. Bir tərəfi sərt bərkidilmiş nazikdivarlı mil (şəkil 7.8,a) F yükü ilə yüklənmiş olsun. En kəsikdə Q_y kəsici qüvvəsi və M_z əyici moment yaranır.



Şəkil 7.8

Nazikdivarlı profilli tirdən AB , CD kəsikləri ilə, həm də orta müstəviyə perpendikulyar olan BC kəsiyi ilə sonsuz kiçik uzunluqda element ayıraq. En kəsiklə üst-üstə düşən kəsiklərdə kəsici qüvvə Q_y və əyici momentlər M_z və $M_z + dM_z$ olacaqdır. En kəsiklərdə yaranan normal gərginlikləri (7.14) düsturu ilə, toxunan gərginlikləri isə məlum (7.13) düsturu ilə təyin etmək olar.

BC və DC tillərində yaranan toxunan gərginliklər C nöqtəsi yaxınlığında şəkildə göstərilən kimi yönələcəkdir. ABCD elementinin müvazinətinə baxaq. Tirlərdə yaranan qüvvələri x oxuna proyeksiyalayaq:

$$\Sigma \bar{x} = 0, \quad \int_{A_{ayr}} \sigma \cdot dA - \int_{A_{ayr}} (\sigma + d\sigma) dA + \tau \cdot \delta \cdot dx = 0,$$

burada: δ - nazikdivarlı milin qalınlığıdır.

Sadələşmədən sonra ifadə aşağıdakı görünüşü alır:

$$\int_{A_{ayr}} d\sigma \cdot dA = \tau \cdot \delta \cdot dx$$

$d\sigma = \frac{dM_z}{J_z}$ olduğunu nəzərə alsaq, toxunan gərginlik:

$$\tau = \frac{dM_z}{dx} \cdot \frac{S_z^{ayr}}{J_z \cdot \delta},$$

burada: $S_z^{ayr} = \int_A y \cdot dA$ - kəsikdən ayrılmış hissənin statik momenti;

$\frac{dM_z}{dz} = Q_y$ - kəsikdə kəsici qüvvədir.

Beləliklə, nazikdivarlı brusun en kəsiyində yaranan toxunan gərginlik bərabərdir:

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_z^{ayr}}{J_z \cdot \delta}. \quad (7.19)$$

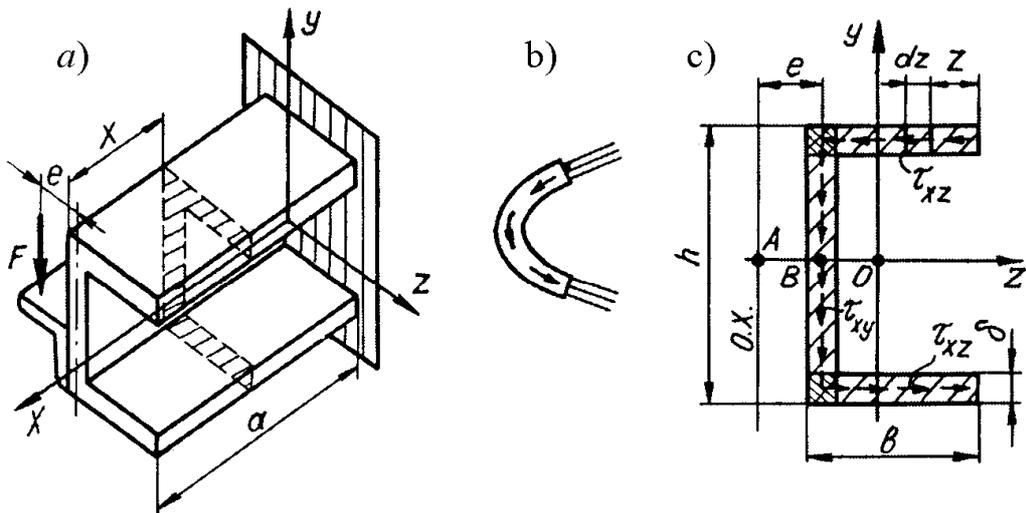
(7.19) düsturunun strukturunu öyrənərək görürük ki, o (7.13) düsturu ilə uyğundur; yəni Juravski düsturu nazikdivarlı açıq profilli millərdə yaranan toxunan gərginliyi də təyin etmək üçün yararlıdır.

Ə 7.5. Nazikdivarlı açıq profilli millərin kəsiyində əyilmə mərkəzi

Nazikdivarlı millərdə, adətən, toxunan gərginliklərin qiyməti böyük olmur, onlar möhkəmliyə əhəmiyyətli təsir göstərmir. Ancaq onların qiyməti o vaxt artır ki, kəsik sahəsi qüvvə müstəvisinə

nəzərən qeyri-simmetrik olsun. Artıq yuxarıda qeyd olunmuşdur ki, nazikdivarlı açıq profilli millərdə toxunan gərginliyin təyini üçün işlədilən düstur en kəsiyi dolu olan millərdəki toxunan gərginliyi təyin etmək üçün işlədilən düstur kimidir. (7.9) bərabərliyinin tətbiq edilməsi əlavə öyrənilmə tələb edir. Xüsusiyyət, nazikdivarlı mil xarici yüklərlə yükləndikdə elastik qüvvələrinin tarazlaşmamasıdır. Adətən, en kəsikdə kompensasiya olunmayan elastiki qüvvə cütü yaranır; bu, mildə əlavə deformasiya – burulma əmələ gətirir.

Tutaq ki, nazikdivarlı mil (şəkil 7.9,a) sağ tərəfində sərt bərkidilmiş və sərbəst ucuna şaquli F qüvvəsi tətbiq edilmişdir. Qüvvə milin baş mərkəzi y oxundan e məsafədə tətbiq edilir (bucaqlıq nəzərə alınmır). Eninə əyilmə halında simmetrik nazikdivarlı profillərdə, akademik L.S.Leybenzonun fərziyyəsinə əsasən toxunan gərginliklər boruda maye axını hərəkətinə uyğun (şəkil 7.9,b) paylanır. Burada nəzərdə tutulur ki, kəsik boru ilə əvəz olunur, maye bir yuvadan doldurulur, o biri yuvadan boşaldılır. Bu nəzərə alınmaqla şəkil 7.9,c-də göstərilən kəsikdə toxunan gərginliyin axını göstərilmişdir. Toxunan gərginlik kəsiyin müəyyən zonalarında (şəkildə ikiqat ştrixlənib) paylanması mürəkkəb xarakterlidir və bu zonalar kiçik olduğuna görə nəzərə alınmır.



Şəkil 7.9

Milin kəsiyinə paralel olan xarici qüvvələrlə yüklənmə halına baxaq (onun hissələri şaquli istiqamətdə dartılır). En kəsikdə daxili toxunan elastiklik qüvvələrinin mərkəzini təyin edək. Yada salaq ki, müstəvidə qüvvələr sisteminin mərkəzi nöqtə olur, bu gətirilən qüvvələr baş qüvvə vektoru verir, baş moment isə sıfıra çevrilir.

Başqa sözlə desək, bu nöqtə qüvvələr sisteminin əvəzləyicisinin tətbiq nöqtəsidir. Fiqurun ağırlıq mərkəzi olan O nöqtəsi bu nöqtə ola bilməz, çünki bu halda toxunan qüvvələr Q_y kəsici qüvvəsində saat əqrəbi hərəkətinin əksinə moment yaradır. Qüvvələr sistemi müstəvidə tarazlaşmamışdır.

Kəsici qüvvələr tətbiq olunan nöqtəni sola hərəkət etdirərək görürük ki, qalınlığı tən yarı bölən bu nöqtə də qüvvələr mərkəzi ola bilməz. **Əyilmə mərkəzi elə nöqtəyə deyilir ki, bu nöqtəyə nəzərən toxunan elastiklik qüvvələrinin momenti kəsikdə olmur, yəni bu moment sifıra bərabərdir.**

Şəkil 7.9,c-də təsvir olunan kəsiyin əyilmə mərkəzini təyin edək. Kəsiyin üfiqi hissəsini *rəf*, şaquli hissəsini isə *dirək* adlandıraq. Rəflərdəki toxunan gərginlikləri (7.9) düsturu ilə təyin edirik

$$\tau^p = \frac{Q_y \cdot S_z^{ayr}}{J_z \cdot \delta} = \frac{Q_y \cdot h}{2 \cdot J_z} \cdot z.$$

Rəfdə ən böyük toxunan gərginlik olacaq:

$$\tau \Big|_{z = \delta}^p = \tau_{\max}^p,$$

yəni

$$\tau_{\max} = \frac{Q_y \cdot h \cdot b}{2J_z}$$

Hər bir rəfdəki toxunan elastiklik qüvvələrinin əvəzləyicisi aşağıdakı inteqralla ifadə edilir:

$$Q^* = \int_{A_p} \tau \cdot dA = \frac{\tau_{\max}^p \cdot b \cdot \delta}{2}.$$

Burucu momentin qiyməti aşağıdakı ifadədən təyin oluna bilər:

$$T = \frac{Q_y \cdot h^2 \cdot b^2 \cdot \delta}{4J_z}. \quad (7.20)$$

(7.20) ifadəsi əsasında belə nəticəyə gəlmək olar ki, kəsikdə toxunan elastiklik qüvvələrindən (burada qüvvə müstəvisi həndəsi simmetriya müstəvisi olmur) nazikdivarlı milləri buran burucu moment yaranır. Bundan azad olmaq üçün xarici qüvvəni F baş mərkəzi oxu (y) istiqamətində yox, şəkil 7.9,a-da göstərilən kimi, ona paralel istiqamətdə, τ_{xy} gərginliyinin təsir xəttindən e məsafədə

tətbiq etmək lazımdır. Bu halda F xarici qüvvəsi e qoluna görə $F \cdot e$ momentini verir və alırıq:

$$\Sigma M_B = 0, F \cdot e = T = \frac{Q_y \cdot h^2 \cdot b^2 \cdot \delta}{4J_z}.$$

$F = Q_y$ olduğundan, A əyilmə mərkəzinin vəziyyətini müəyyən edən e – nin qiyməti belə təyin edilir:

$$e = \frac{h^2 \cdot b^2 \cdot \delta}{4J_z}. \quad (7.21)$$

Ə 7.6. Yastı əyilmədə möhkəmliyə hesabat

Yuxarıda göstərildiyi kimi, düz eninə əyilmədə eyni anda həm normal, həm də toxunan gərginlik yaranır. Bu zaman düz xalis əyilmədən fərqli olaraq Bernulli fərziyyəsinə əməl olunmur, yəni deformasiyadan əvvəl olduğu kimi, deformasiyadan sonra da kəsik yastı qalmır və brusun oxuna perpendikulyar olmur, əyrixətli müstəviyə çevrilir. Məsələn, $Q_y = \text{const}$ olanda tirin yastı dördbucaqlı kəsiyi deformasiyadan sonra üçüncü tərtibli silindrik parabola müstəvisi formasını alır, ikiüzlü bucaqlar deformasiyadan sonra dəyişməz qalmır. Onda sual oluna bilər ki, bəs eninə əyilmədə möhkəmlik hesabatlarını necə aparmaq lazımdır?

Göstərmək olar ki, əgər kəsici qüvvə tirin məntəqəsində sabitdirsə, deformasiyalar bütün kəsiklərdə eyni xarakter daşıyır. Dəqiq hesablamalar göstərir ki, belə hallarda normal gərginliyin düsturunun çıxarılması düz xalis və düz eninə əyilmələrdə heç nə ilə fərqlənmir. Buna görə də xalis əyilmədə normal gərginliyin paylanması qanununu əks etdirən (7.4) düsturu düz eninə əyilmədə də yararlıdır.

Əgər hər hansı məntəqə daxilində $Q_y = \text{const}$ olarsa (məsələn, tir üçbucaq qanunu ilə yüklənib), onda (7.4) düsturundan istifadə məsələsi elastiklik nəzəriyyəsi ilə həll edilir.

Bir məsələ kimi iki dayaqlı üzərində yerləşən tirə intensivliyi q olan müntəzəm yayılmış yük tətbiq olunmuş hala baxmaq (şəkil 7.10). Elastiklik nəzəriyyəsi belə yüklənmədə tirlərin kəsiyində

maksimum gərginliyi təyin etmək üçün aşağıdakı analitik ifadələri verir:

$$\sigma_{\max} = \frac{3qa^2}{4bh^2} \left[1 + \frac{4}{15} \cdot \frac{h^2}{a^2} \right]. \quad (\text{a})$$

Əgər düz xalis əyilmədəki düsturla hesablasaq, alarıq:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z^{\max}}{W_z} = \frac{3qa^2}{4bh^2}, \quad (\text{b})$$

burada

$$M_z^{\max} = \frac{qa^2}{8}; \quad W_z = \frac{bh^2}{6}. \quad (\text{c})$$

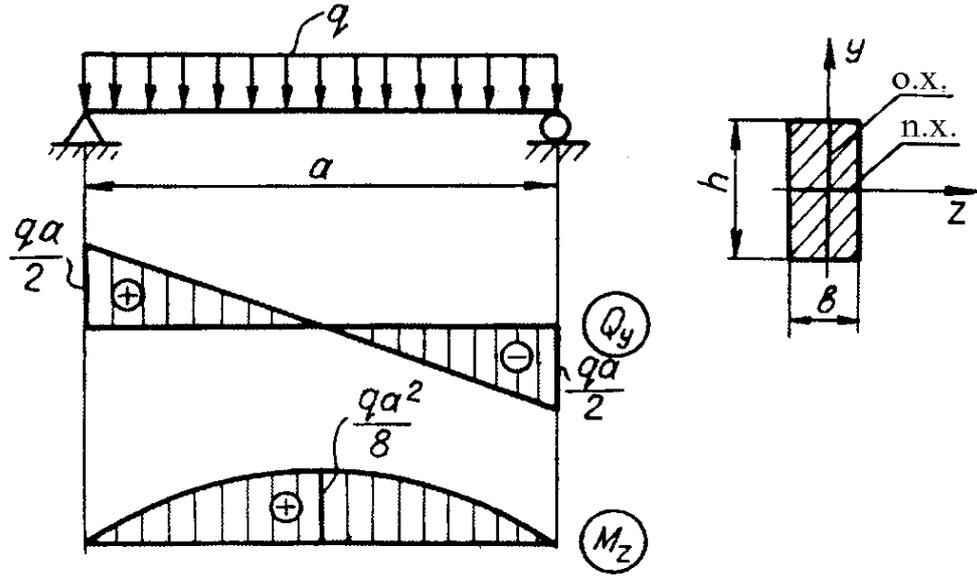
(a) və (b) ifadələrini müqayisə etsək görürük ki, onlar arasındakı fərq (a) ifadəsindəki mötərizədədir, həmin mötərizə içərisindəki toplananların (b) ifadəsindəki qiymətə təsirini tapaq. Uzun tirlər üçün a uzunluğunun tirin eninə kəsiyinin h ölçüsünə olan nisbəti $\frac{a}{h} \geq 5$ olduqda aşağıdakı əlavəni verir (əgər $\frac{a}{h} = 5$ olarsa):

$$\sigma_{\max} = \frac{3qa^2}{4bh^2} \left[1 + \frac{4}{15} \cdot \frac{h^2}{a^2} \right] \approx 1,001 \frac{3qa^2}{4bh^2}.$$

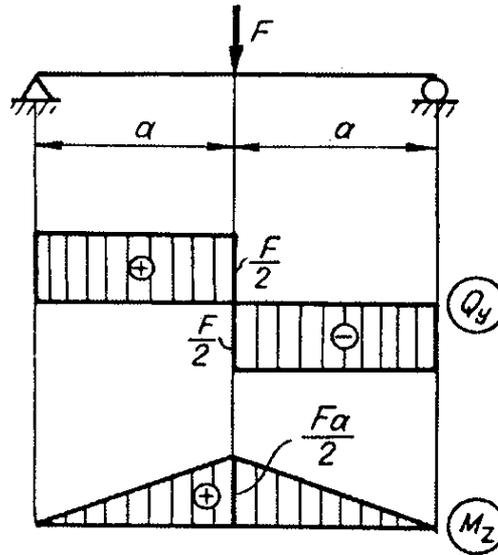
Buradan göründüyü kimi, düz eninə əyilmə şəraitində işləyən uzun tirlər üçün normal gərginlik düsturu xalis əyilmə üçün qəbul oluna bilər.

İndi də kəsici qüvvənin kəsiyi dolu olan tirlər üçün möhkəmlik hesabatına olan təsirini təyin edək. Tutaq ki, en kəsiyi dördbucaqlı olan tirin ortasına F yükü tətbiq edilmişdir (şəkil 7.11), σ_{\max} və τ_{\max} qiymətlərini və onların nisbətlerini təyin edək:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z^{\max}}{W_z} = \frac{F \cdot a \cdot 6}{2bh^2} = \frac{3Fa}{bh^2} \quad (\text{ç})$$



Şəkil 7.10



Şəkil 7.11

(7.14) ifadəsinə əsasən

$$\tau_{xy} = \frac{3Q_y}{2A} = \frac{3F}{2 \cdot 2 \cdot b \cdot h} = \frac{3F}{4bh} \quad (d)$$

(ç) və (d) ifadələrini müqayisə edərək tapırıq:

$$\frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} = 4 \frac{a}{h}$$

$\frac{a}{h}=5$ olanda, $\tau_{\max} = 0,05\sigma_{\max}$. Buradan görünür ki, dolu kəsikli

uzun tirlər üçün toxunan gərginlik tirin möhkəmliyinə mühüm təsir göstərmir, ona görə də onu nəzərə almamaq olar. Bu onsuz

da inandırıcıdır; çünki əvvəllərdə də qeyd olunduğu kimi, toxunan gərginlik o nöqtələrdə maksimum qiymət alır ki, orada σ olmur, ya da çox kiçik qiymətə malik olur.

Bütöv kəsikli tirlərin düz eninə əyilmədə möhkəmliyə hesabatını **düz xalis əyilmədə σ normal gərginlik düsturuna əsasən aparmaq lazımdır, bu halda τ nəzərə alınmır.**

Nazikdivarlı açıq profilli millər üçün əvvəlcə normal gərginliyə görə hesabat aparılır, sonra isə toxunan gərginliyə görə yoxlanılır: $\tau_{\max} \leq [\tau]$, burada: $[\tau]$ -buraxılabilən toxunan gərginlikdir.

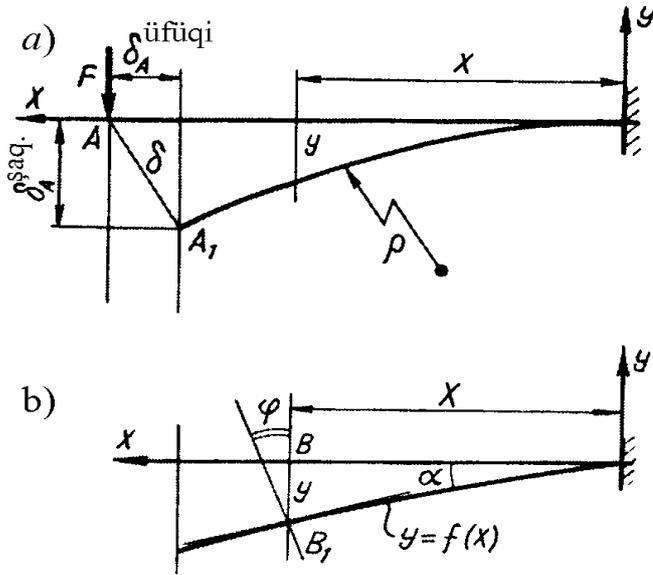
Nəhayət, açıq profilli kəsiyi olan nazikdivarlı millər üçün, xüsusi halda, sortiment profillər üçün σ_{\max} və τ_{\max} müqayisə olunduqda, eyni anda σ və τ yarananda, tədqiqat qorxulu nöqtələrin aşkar olunması üçün aparılır. Möhkəmlik nəzəriyyələrindən istiadə etməklə layihə, yaxud yoxlama hesabatları aparılır. Belə hesabatlar XI fəsilə veriləcəkdir.

Ə 7.7 Tirlərin əyilmədə deformasiyaları və yerdəyişmələr

Tirlər yükləndikdə deformasiyaya uğrayır, hər iki kəsik xətti və bucaq yerdəyişməsi alır. Bununla əlaqədar sərtliyə hesabat aparmaq üçün, yerdəyişmələrin təyin edilməsini öyrənmək çox vacibdir. Mühəndis konstruksiyalarında və onların elementlərində yerdəyişmələrin maksimum qiymətlərini təyin etmək, onların buraxılabilən qiymətləri ilə müqayisə etmək xüsusi məqsəd kəsb edir.

Əyilmə nəzəriyyəsində ifadə olunan kimi yastı əyilmədə yastı kəsiklər xətti yerdəyişmələr alır, həm də ilkin vəziyyətə nisbətən dönür (bucaq yerdəyişməsi). Tutaq ki, yerdəyişmələr kəsiyin ağırlıq mərkəzinə aiddir. Brusun (tirin) oxu en kəsiklərinin ağırlıq mərkəzlərinin hündəsi yeri olub, deformasiyadan sonra əyilmiş ox və ya *tirin elastik* oxu adlandırılır.

Uzunluğu boyu sərtliy sabit olan tirlərdə yerdəyişmənin analitik üsulla – tirin elastiki oxunun diferensial tənliyinə əsasən təyin olunmasını göstərək.



Şəkil 7.12

olunmasını göstərək.

Fərz edək ki, tir (şəkil 7.12) bir ucundan sərt bərkidilmiş, o biri sərbəst ucuna isə tirin oxuna perpendikulyar F yükü tətbiq edilmişdir. F qüvvəsi tətbiq olunan A kəsiyi xətti və bucaq yerdəyişməsi alacaq. Kəsiyin ümumi xətti yerdəyişməsi üfiqi x oxunda $\delta_A^{uq.}$, şaquli y oxunda isə $\delta_A^{şaq.}$ yerdəyişmələri yaradır.

Dəqiq hesablamalar göstərir

ki, tir boyu üfiqi yerdəyişmə tirin oxuna perpendikulyar istiqamətdə olan şaquli yerdəyişməyə nisbətən çox kiçikdir. Buna əsaslanaraq tirin oxu istiqamətində yaranan yerdəyişməni nəzərə almırlar; belə ki, onlar o biri istiqamətdə olan yerdəyişmənin 2-3%-dən çox olmur.

(7.3) düsturuna əsasən tirin elastiki oxunun ρ əyrilik radiusu M_z əyici momenti ilə və tirin en kəsiyinin EJ_z sərtliyi ilə aşağıdakı nisbətə bağlıdır:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{EJ_z}. \quad (a)$$

Digər tərəfdən, analitik həndəsə müstəvidə əyri xəttin əyriliyini aşağıdakı kimi verir (y oxunu həmişə yuxarı yönəltdikdə):

$$k = \frac{1}{\rho} = \frac{y''}{[1 + (y')^2]^{3/2}}. \quad (b)$$

(a) və (b) bərabərliklərinin sol tərəfləri bərabər olduğundan, sağ tərəfləri də bərabərdir, yəni;

$$\frac{y''}{[1 + (y')^2]^{3/2}} = \frac{M_z}{E \cdot J_z}. \quad (7.22)$$

Bu ifadədə tirin elastiki xəttinin dəqiq diferensial tənliyidir. Lakin (7.22) tənliyinin tətbiqi onun inteqrallanmasının çətinliyi ilə əlaqədardır. Tənliyin böyük sərtliyə malik tirlərə tətbiqi göstərir ki, y' çox kiçik kəmiyyətdir; deməli, onun kvadratı daha kiçikdir, vahidlə müqayisədə nəzərə alınmır. Onda (7.22) ifadəsini sadələşdirərək alırıq:

$$E \cdot J_z \cdot y'' = \pm M_z \quad (7.23)$$

Bu tənliyə böyük sərtlikli tirlərin elastiki xəttinin təqribi diferensial tənliyi deyilir.

Tənlikdə y'' və M_z müsbət və mənfi ola bilər; ona görə də bir tərəfdə hər iki işarə yazılır. Əyici momentin işarəsi həmişə məlumdur. Əyrilik radiusun ρ işarəsi isə o vaxt müsbət hesab edilir ki, y oxunun müsbət istiqaməti ilə üst-üstə düşsün və əksinə. Şəkil 7.13-dən görünür ki, (a) variantında ρ və M_z həmişə eyni işarəli, (b) variantında isə müxtəlif işarəli olur. Ona görə də bundan sonra y oxu yuxarıya tərəf yönəldiləcəkdir. Bu halda y'' və M_z – in işarələri eyni olacaqdır.

(7.23) diferensial tənliyini bir dəfə inteqrallayaq:

$$EJ_z y' = \int M_z dx + C \quad (7.24)$$

Burada y' xətti yerdəyişmənin birinci törəməsidir, o qiymətcə x kəsiyində elastiki xətlə yaranan α bucağının tangensinə bərabərdir (şəkil 7.12,b), yəni

$$y' = \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha \quad (7.25)$$

Tirin deformasiyasına elastiki mərhələdə baxıldığından, α bucağının tangensi bucağın özünə bərabər götürülür, α hədsiz kiçikdir. Bu bucaq radianla ölçülür.

Beləliklə, y funksiyasından birinci tərtibli y' törəməsi funksiyanın qrafikinə çəkilən toxunan maili xəttin absislə əmələ gətirdiyi bucağın tangensinə bərabərdir. (7.24) diferensial tənliyi tirin dönmə bucaqlarının tənliyidir.

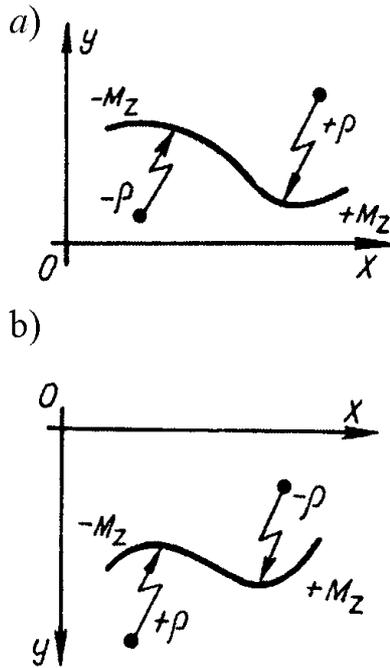
(7.24) tənliyini bir dəfə inteqrallayaraq alırıq:

$$EJ_z \cdot y = \int dx \int M_z dx + C \cdot x + D \quad (7.26)$$

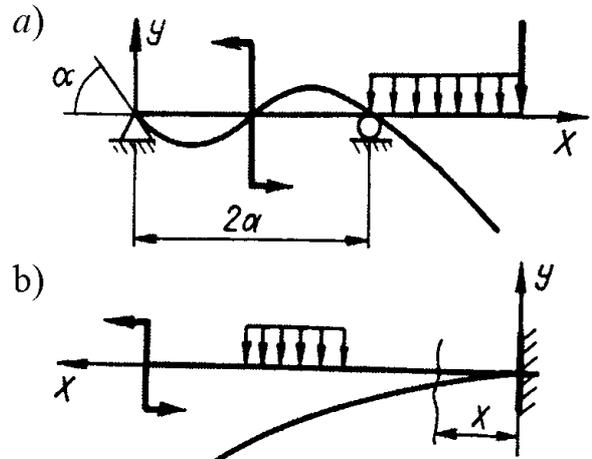
(7.26) ifadəsindəki y tirin kəsiyinin şaquli istiqamətindəki yerdəyişməsidir. Bu yerdəyişməyə əyinti deyilir.

(7.26) tənliyinə tirin *elastiki xəttinin tənliyi* deyilir.. Burada C və D - inteqral sabitləridir, onlar sərhəd şərtlərindən təyin

olunurlar. Xüsusi halda bu sabitləri tirin bərkidilməsi şərtlərindən təyin edirlər. Məsələn, iki dayaq üzərində yerləşən tirlərdə (şəkil 7.14,a) sərhəd şərtləri $y|_{x=a}=0, y|_{x=2a}=0$, konsol tir üçün (şəkil 7.14,b) isə $y|_{x=0}=0, y'|_{x=0}=0$ olacaqdır.



Şəkil 7.13



Şəkil 7.14

Buradan görünür ki, C və D sabitlərini təyin etmək üçün oynaqlı tərپənən və oynaqlı tərپənməz dayaqqlar bir, sərt bərkidilmiş dayaq isə iki sərhəd şərti verir.

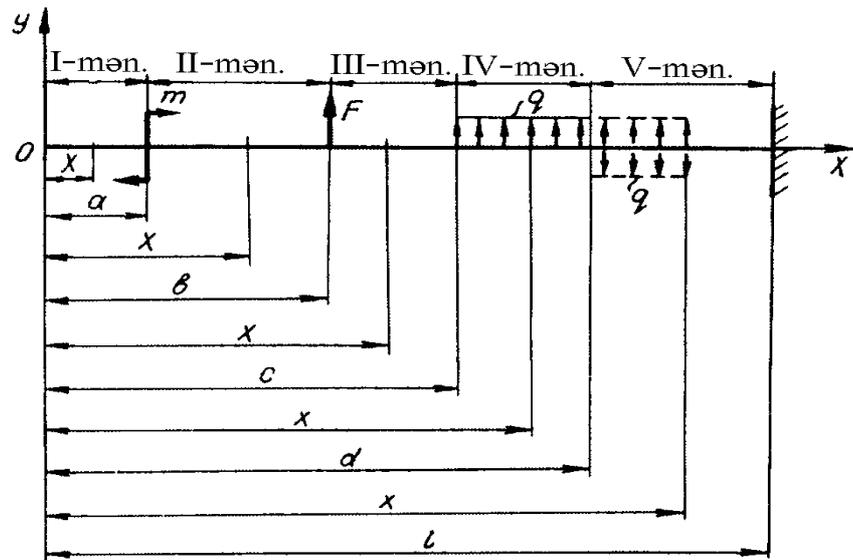
Təyin olunacaq ixtiyari sabitlərin sayı məntəqələrin sayından asılıdır. Hər bir məntəqədə M_z – in özünün analitik ifadəsi var. Ona görə də hər bir məntəqədə iki ixtiyari sabitin təyin olunması lazım gəlir, bu isə zəhmətli hesabat tələb edir. Məsələn, n qüvvəli məntəqəsi olan tir üçün ixtiyari sabitlərin sayı $2n$ olacaq. Bu sayda da tənlik tərtib etmək lazımdır. Məsələn, $n=5$ olanda həll olunan tənliklərin sayı on ədəd olacaq, bu isə əziyyətli hesablama tələb edir.

Tirin elastiki oxunun diferensial tənliyinin inteqrallanmasında bir neçə müəyyən yoldan istifadə etməklə C_i və D_i ixtiyari sabitlərinin sayını ikiyə endirmək olar. Bu üsul akademik A.N.Krılov tərəfindən

təklif edilmişdir; ona görə də çox vaxt elastiki oxun diferensial tənliyinin inteqrallanmasının universal üsulu A.N.Krılov üsulu adlanır.

Bu üsulun mahiyyətini xarici moment m , topa qüvvə F və intensivliyi q olan müntəzəm yayılmış yüklə yüklənmiş konsol tirdə (şəkil 7.15) izah edək.

Bu üsula görə aşağıdakı üç qaydadan istifadə olunur və onlar imkan verir ki, məntəqələrin sayından asılı olmayaraq tənliklərin sayını ikiyə endirək.



Şəkil 7.15

1. Diferensial tənlikdə əyici moment tənliyi yazıldıqda, cüt qüvvənin momenti $(x-a)^0$ vuruğuna vurulur. Burada a – koordinat başlanğıcından cüt qüvvənin momenti tətbiq olunan kəsiyə qədər olan məsafədir.

2. Əgər diferensial tənliyin tərtib olunması x oxunun müsbət istiqamətində gedirsə və qüvvə məntəqəsinə yayılmış yük tətbiq edilibsə, onda o tətbiq olunmadığı sonrakı məntəqələrə də paylanır. Əlavə olunmuş yayılmış yükü müvazinətləşdirmək məqsədilə ona qiymətçə bərabər, istiqamətçə əks olan yayılmış yük tətbiq edilir. Bu əməliyyatlar ona görə aparılır ki, hər bir sonrakı məntəqə üçün əyici moment tənliyi tərtib olunanda, əvvəlki məntəqə üçün tərtib olunmuş əyici moment tənliyindəki toplananlar yenidən təkrar olunsun.

3. Diferensial tənliklər mötərizələr açılmadan inteqrallanır və bunun da mənası aşağıda aydın olacaqdır.

Beləliklə, bu qaydaları konsol tir (şəkil 7.15) misalında diferensial tənliklərinin tərtibində və inteqrallanmasında istifadə edək (I, II, ... V – qüvvəli məntəqələrin nömrəsini göstərir). Məntəqələrdə tirin elastiki oxunun diferensial tənlikləri:

$$EJ_z y_1'' = 0,$$

$$EJ_z y_{II}'' = m(x-a)^0,$$

$$EJ_z y_{III}'' = m(x-a)^0 + F(x-b),$$

$$EJ_z y_{IV}'' = m(x-a)^0 + F(x-b) + q \frac{(x-c)^2}{2},$$

$$EJ_z y_V'' = m(x-a)^0 + F(x-b) + q \frac{(x-c)^2}{2} - q \frac{(x-d)^2}{2}.$$

Yuxarıdakı tənlikləri inteqrallamaqla kəçsiklərin dönmə bucaqlarının diferensial tənliklərini alırıq:

$$EJ_z y_1' = C_1,$$

$$EJ_z y_{II}' = m(x-a) + C_2,$$

$$EJ_z y_{III}' = m(x-a) + F \frac{(x-b)^2}{2} + C_3,$$

$$EJ_z y_{IV}' = m(x-a) + F \frac{(x-b)^2}{2} + q \frac{(x-c)^3}{6} + C_4,$$

$$EJ_z y_V' = m \frac{(x-a)}{1!} + F \frac{(x-b)^2}{2!} + q \frac{(x-c)^3}{3!} - q \frac{(x-d)^3}{3!} + C_5.$$

Məntəqələrə görə tirin elastiki xətlərinin tənliklərini kəsiklərin dönmə bucaqlarının diferensial tənliklərini inteqrallamaqla tapmaq olar:

$$EJ_z \cdot y_1 = C_1 \cdot x + D_1,$$

$$EJ_z \cdot y_{II} = m \frac{(x-a)^2}{2} + C_2 \cdot x + D_2,$$

$$EJ_z \cdot y_{III} = m \frac{(x-a)^2}{2} + F \frac{(x-b)^3}{6} + q \frac{(x-c)^4}{24} + C_4 \cdot x + D_4, \quad (c)$$

$$EJ_z y_{IV}' = \frac{m(x-a)^2}{2!} + \frac{F(x-b)^3}{3!} + \frac{q(x-c)^4}{4!} - \frac{q(x-d)^4}{4!} + C_5 \cdot x + D_5$$

Tirin kəsiklərinin dönmə bucaqlarını və əyintilərini təyin etmək üçün yazılmış diferensial tənliklərin həllinə $2n$ (göstərilən hal

üçün $2 \leq 5=10$) ixtiyari sabitlər daxildir. Bu sabitləri yanaşı qüvvəli məntəqələrdə sərhəd şərtlərindən təyin etmək olar. Bu şərtlər belə olacaqlar:

$$1) |y_{n-1}|_{x=k} = |y_n|_{x=k}. \quad (\zeta)$$

Bu sərhəd şərtləri qüvvəli məntəqələrin $n-1$ və n sərhədlərində tirin kəsilməzliyinə əsaslanır (tirilər dağılmır):

$$2) |y_{n-1}|_{x=k} = |y_n|_{x=k}, \quad (d)$$

yəni məntəqələrin $n-1$ və n sərhədlərində tirin elastiki oxuna maili toxunanların əmələ gətirdikləri bucaqlar öz aralarında bərabərdir.

Beləliklə, əgər n qüvvəli məntəqə varsa, onda məntəqə sərhədləri $n-1$ olacaq və C_i və D_i sabitlərini təyin etmək üçün $2(n-1)$ şərtlərini yazmaq olar. Çatışmayan iki tənliyi həmişə tirin dayaqlarda bərkidilməsi şərtindən yazmaq olar.

Yuxarıdakı tənliklərin göstərilmiş qaydada tərtib olunmasında və həllində ixtiyari sabitlərin ayrı-ayrı məntəqələrdə bərabər olduqlarını göstərək. Onların ümumi sayı ixtiyari sayda olan qüvvəli məntəqələrdə ikiyə gətirilir.

Kəsik üçün istənilən iki qonşu məntəqənin sərhədlərində sərhəd şərtindən istifadə edirik. Məsələn, üçüncü və dördüncü məntəqələrdə (şəkil 7.15) o belə görünüşdə olur:

$$|y_{III}|_{x=c} = |y_{IV}|_{x=c},$$

yaxud

$$m(c-a) + \frac{F(c-b)^2}{2!} + C_3 = m(c-a) + \frac{F(c-b)^2}{2!} + \frac{q(c-c)^3}{3!} + C_4.$$

Buradan

$$C_3 = C_4 = C.$$

İki qonşu kəsik üçün, məsələn dördüncü və beşinci məntəqələrdə (şəkil 7.15), (c) sərhəd şərtindən istifadə edirik:

$$|y_{IV}|_{x=d} = |y_V|_{x=d},$$

$$\begin{aligned} & \frac{m(d-a)^2}{2!} + \frac{F(d-b)^3}{3!} + \frac{q(d-c)^4}{4!} + C \cdot d + D_4 = \\ & = \frac{m(d-a)^2}{2!} + \frac{F(d-b)^3}{3!} + \frac{q(d-c)^4}{4!} - \frac{q(d-d)^4}{4!} + C \cdot d + D_5. \end{aligned}$$

İfadənin sol və sağ tərəflərində ixtisarı nəzərə alaraq yazırıq:

$$D_4 = D_5 = D.$$

Qalan sərhəd şərtlərindən də istifadə edərək göstərmək olar:

$$\begin{aligned} C_1 = C_2 = C_3 = \dots = C_n = C, \\ D_1 = D_2 = D_3 = \dots = D_n = D. \end{aligned} \quad (7.27)$$

İxtiyari sabitlərin fiziki mənasını aşkar edək. Bunun üçün tənliklərə baxaq:

Birinci məntəqədə (şəkil 7.15) dönmə bucaqları

$$EJ_z y_1 = C \quad (7.28)$$

və həmin məntəqədə əyintilər

$$EJ_z y_1 = C \cdot x + D. \quad (7.29)$$

(7.28) və (7.29) ifadələrində $x = 0$ qəbul edərək, C və D ixtiyari sabitlərin uyğun olaraq ifadələrini alırıq:

$$C = EJ_z \cdot \varphi_0 \quad \text{və} \quad D = EJ_z \cdot y_0, \quad (7.30)$$

burada: φ_0 və y_0 sistemin koordinat başlanğıcında kəsiyin dönmə bucağı və əyintisi; EJ_z – əvvəllərdə göstərildiyi kimi, əyilmədən tirin en kəsiyinin sərtliyidir.

(7.27) və (7.30) ifadələrini nəzərə almaqla ümumi halda tirin kəsiyinin dönmə bucağını və əyintisinin həllini yazmaq olar. Bu ümumi hədlər **dönmə bucaqları və əyintilər üçün universal tənliklər adını daşıyır.**

$$EJ_z \varphi = EJ_z \cdot \varphi_0 + \sum \frac{m(x-a)}{1!} + \sum \frac{F(x-b)^2}{2!} + \sum \frac{q(x-c)^3}{3!} - \sum \frac{q(x-d)^3}{3!}, \quad (7.31)$$

$$\begin{aligned} EJ_z \cdot y = EJ_z \cdot y_0 + EJ_z \cdot \varphi_0 \cdot x + \sum \frac{m(x-a)^2}{2!} + \\ + \sum \frac{F(x-b)^3}{3!} + \sum \frac{q(x-c)^4}{4!} - \sum \frac{q(x-d)^4}{4!}. \end{aligned} \quad (7.32)$$

(7.31) və (7.32) ifadələrinin bir neçə xüsusiyyətinə fikir vermək lazımdır:

1) Ümumi həllə dönmə bucağı və əyintisi təyin olunacaq kəsikdən seçilmiş koordinat sisteminin başlanğıcına qədər olan məntəqələrə təsir edən xarici qüvvə amilləri daxil olur;

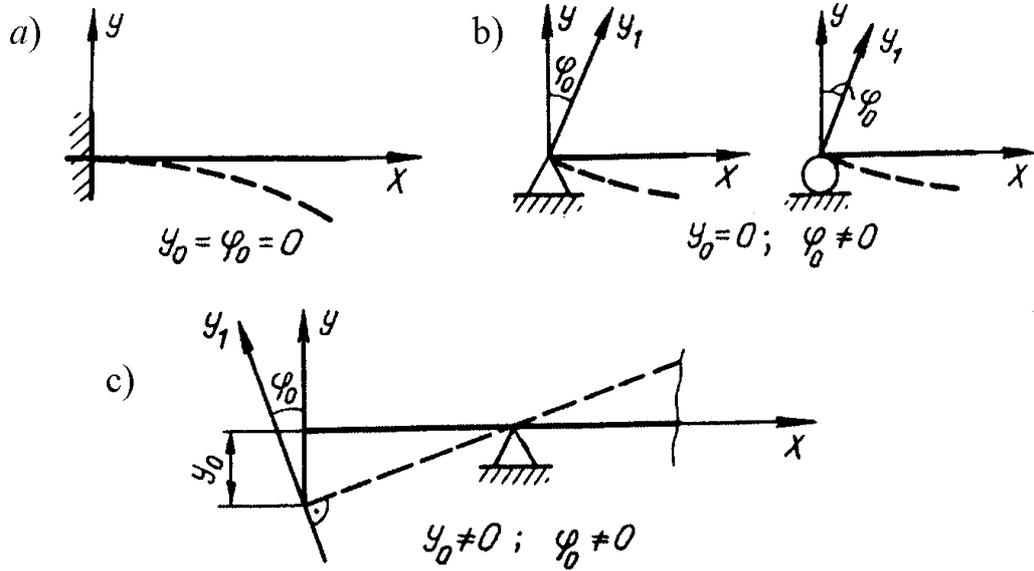
2) istənilən əvvəlki məntəqədəki əyinti və dönmə bucağını təyin etmək üçün onların tənliklərini yazmaq olmaz. Ümumi həlli yalnız müəyyən olunmuş məntəqə üçün yazmaq olar;

3) koordinat başlanğıcından ən uzaqda olan məntəqə üçün yazılmış ümumi həlldən əvvəlki ixtiyari məntəqələr üçün həll almaq

mümkündür. Bunun üçün hansı məntəqədə dönmə bucağını və əyini təyin etmək lazımdır, ondan əks tərəfdə təsir edən xarici qüvvələrə aid toplananları tənliklərdən atmaq lazımdır;

4) ümumi həldə hər bir qüvvə amili qarşısında mötərizədə hədd var. Bu hədd uyğun dərəcədə qüvvə amilindən kəsiyə qədər olan məsafəni göstərir. Hər bir hədd onun dərəcəsinə bərabər olan faktoriala bölünür;

5) koordinat başlanğıcını seçdikdə, əgər dayaq varsa və tirin ucundadırsa, onu həmin dayaqda götürmək məqsədəuyğundur; çünki onda ixtiyari sabitlərdən biri (y_0) və yaxud hər ikisi (y_0, φ_0) sıfıra bərabər olur. Bu da həlli sadələşdirir. Məsələn, şəkil 7.16, a-da sərt bərkidilmiş dayaqda $y_0 = \varphi_0 = 0$; şəkil 7.16, b-də koordinat başlanğıcı oynaqlı tərپənən və oynaqlı tərپənməz dayaq üzərində götürülmüşdür. Bu hal $y_0 = 0, \varphi_0 \neq 0$. Nəhayət, şəkil 7.16, c-də koordinat başlanğıcı iki konsollu tirin sol ucunda yerləşdirilmişdir. Burada $y_0 \neq 0, \varphi_0 \neq 0$ və onları tirin bərkidilməsi şərtindən təyin etmək lazımdır. İki dayaqlı iki konsollu tir halı üçün bu şərtlər belə olacaq:



Şəkil 7.16

$$EJ_z \cdot y \Big|_{x=a} = 0 \quad \vee \quad EJ_z \cdot y \Big|_{x=b} = 0,$$

burada: a və b - tirin kəsiyinin dayaqlara uyğun absisləridir (seçilmiş koordinat sistemində).

Ə 7.8. Çəp əyilmə

Əgər qüvvələrin təsir müstəvisi tirin həndəsi oxundan keçərsə və baş ətalet müstəviləri ilə üst-üstə düşməzsə (qüvvəli xətt baş ətalet oxu ilə üst-üstə düşmür), bu halda yaranan əyilməyə çəp əyilmə deyilir.

Çəp əyilməni ətalet müstəvisi olmayan bir müstəviyə xarici qüvvələri tətbiq etmək yolu ilə, ya da tirin kəsiyi düz fiqur olmayanda müxtəlif müstəvilərə tətbiq etmək yolu ilə almaq olar.

Çəp əyilmədə tirdə yaranan normal gərginlik düsturunun çıxarılması yolunu göstərək. Toxunan gərginliklərin qiymətləri normal gərginliklərlə müqayisədə kiçik olduğundan nazikdivarlı olmayan tirlərin möhkəmlik hesabına daxil edilmir.

Şəkil 7.17,a-da xarici qüvvələrlə yüklənmiş brus təsvir edilir. Bu halda qüvvələr elə tətbiq olunub ki, hər bir qüvvənin təsir xətti təsir etdiyi brusun en kəsiyinin əyilmə mərkəzindən keçir. Belə halda kəsikdə normal qüvvə və əyici moment sıfıra bərabər olacaqdır (xarici qüvvələr boyuna oxa proyeksiya vermir və burucu moment yaratmır).

Brusun ayrılmış hissəsinin müvazinət şərtindən görünür ki, **kəsiyin z və y oxlarına nəzərən əyici momentləri uyğun olaraq kəsiyin bir tərəfindəki qüvvə momentlərinin cəbri cəminə bərabərdir.**

Kəsiyin hər hansı nöqtəsindəki normal gərginliklər, qüvvələr təsirinin asılı olmaması prinsipinə əsasən bu nöqtədə elastiki qüvvələr cütündən (M_z və M_y) yaranan gərginliklərin σ_{M_z} və σ_{M_y} cəbri cəminə bərabərdir:

$$\sigma = \sigma_{M_z} + \sigma_{M_y}. \quad (7.33)$$

Deyilənləri ümumiləşdirib, xüsusi qeyd etmək olar ki, hazırda tirin iki deformasiyası var: Q_z və M_z daxili qüvvə amilləri təsir edən (xy müstəvisində) düz əyilmə və Q_z və M_z təsir edən (xz – müstəvisində) eninə əyilmə.

(a) bərabərliyində (7.4) ifadəsinə əsasən σ_{M_z} və σ_{M_y} qiymətlərini yazaraq, alırıq:

$$\sigma = \frac{M_z}{J_z} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} \cdot z. \quad (7.34)$$

(7.34) tənliyi çəp əyilmədə normal gərginliyin tənliyidir. Əgər əyici momentlərin istiqamətləri şəkil 7.17,*b*-də göstərilən kimdirsə, bu tənlikdən birinci rübdə yaranan gərginliyi təyin etmək üçün istifadə edilir. Bu rübdə σ_{M_z} və σ_{M_y} gərginlikləri eyni işarəlidir (+), onlar dartıcı gərginliklərdir.

Qalan rüblərdə normal gərginliklərin işarəsi belə olacaqdır: ikinci rübdə (+), (-); üçüncüdə (-), (-); dördüncüdə (-), (+).

Əlbəttə, normal gərginliklərin işarəsi əyici momentlərin təsir istiqaməti ilə müəyyən olunur. Kəsiyin σ normal gərginlik ekstremum qiymət alan nöqtəsinin təyini xüsusi maraq doğurur. Bu, çəp əyilmə şəraitində işləyən materialların həddi xarakteristikalarını müqayisə etməyə imkan verir. \bar{M}_z və \bar{M}_y əyici momentlərini vektor kimi təsvir edək (şəkil 7.17,*c*). Nəzəri mexanikada qəbul olunan qaydanı yada salaq.

Cüt qüvvə saat əqrəbi hərəkətinin əksinə yönələn cütün təsir müstəvisinə perpendikulyar istiqamətdə vektor kimi təsvir edilir. Vektorun başlanğıcını kəsiyin ağırlıq mərkəzində yerləşdirərək və

\bar{M}_y , \bar{M}_z vektorlarını toplayaraq M_y yekunlaşdırıcı momenti alırıq. Əyici momentin təsir müstəvisinin və en kəsiyin kəsişmə xətti (qüvvə xətti) M_y vektoruna perpendikulyardır.

Qüvvə xətti birinci və üçüncü rüblərdən keçir və onun vəziyyəti aşağıdakı ifadə ilə müəyyən edilir:

$$y = k_1 \cdot z. \quad (a)$$

burada $k_1 = \operatorname{tg} \alpha = -\frac{M_z}{M_y}$ və $y=y(z)$ asılılığını tapırıq:

$$y = k_2 \cdot z. \quad (b)$$

Burada $\operatorname{tg} \beta = k_2 = -\frac{M_y}{M_z} \cdot \frac{J_z}{J_y}$ mənfi qiymət alır: ona görə də neytral

xətt ikinci və dördüncü rüblərdən keçir.

(a) və (b) tənlikləri göstərir ki, qüvvəli və neytral xətlər koordinat başlanğıcından keçir.

Neytral və qüvvəli xətlərin vəziyyətini müəyyən edək. Bucaq əmsallarını vuraraq, alırıq:

$$k_1 \cdot k_2 = \frac{M_z}{M_y} \cdot \left(-\frac{M_y}{M_z} \cdot \frac{J_z}{J_y} \right) = -\frac{J_z}{J_y}.$$

Bu ifadədə qüvvəli və neytral xətlərin bucaq əmsallarının hasili mənfi qiymətə malikdir. Buradan görünür ki, qüvvəli və neytral ox həmişə müxtəlif rüblərdən keçir.

Düzgün fiqurlar (kvadrat, dairə, bərabərtərəfli üçbucaq və s.) üçün $J_z = J_y$. Belə xüsusi hallarda $k_1 \cdot k_2 = -1$ olanda qüvvəli və neytral xətlər qarşılıqlı perpendikulyar olurlar, yəni düzgün fiqurlar üçün çəp əyilmə olur.

(7.33) və (7.34) ifadələrindən görünür ki, σ_{M_z} və σ_{M_y} normal gərginlikləri düz əyilmənin düsturları ilə təyin olunur və ona görə də Bernulli fərziyyəsinin ədalətli olduğu fərz edilir, yəni en kəsik deformasiyadan əvvəl yastı olub, oxa perpendikulyar olduğu kimi, deformasiyadan sonra da yastı və normal qalır. Ona görə də çəp əyilmədə kəsik yastı qalaraq neytral oxa nisbətən çevrilir və ondan eyni məsafədə olan liflərdə qiymətə bərabər olan gərginliklər yaranır. Burada bir oxlu dartılmadakı (sıxılmadakı) ümumi Huk qanunu doğrudur, yəni $\sigma = \varepsilon \cdot E$. Deyilənlərdən görünür ki, mütləq qiymətə ən böyük gərginlik xəttədən ən uzaqda olan liflərdə yaranır. Bu nöqtələri təyin etmək üçün neytral xəttə paralel, kəsiyin

konturuna toxunan çəkmək lazımdır. Şəkil 7.17,c-də kəsiyin konturuna toxunanlar 1-1 və 2-2 düz xətləri olacaqdır. Onlar C və D nöqtələrində toxunur; burada modulca maksimum dartıcı (D n.) və sıxıcı (S n.) gərginliklər yaranır. Uyğun miqyasla qurulmuş kəsik çertyoju əldə edərək C və D nöqtələrinin koordinatlarını tapır və öz işarələri ilə (7.34) ifadəsində gərginlikləri təyin edirlər:

$$\sigma_D = \frac{M_z}{J_z} \cdot y_D + \frac{M_y}{J_y} \cdot z_D, \quad (7.35)$$

$$|\sigma_C| = \frac{M_z}{J_z} \cdot |y_C| + \frac{M_y}{J_y} \cdot |z_C|.$$

En kəsiyin istənilən nöqtəsində, məsələn A nöqtəsində, gərginliyi (7.34) ifadəsindən həmin nöqtənin koordinatlarını bu ifadədə yazmaqla təyin etmək olar.

D və C nöqtələrindəki gərginliklərin qiymətlərini verilmiş materialın buraxılabilən qiyməti ilə müqayisə edərək layihə hesabatının şərtini alırıq:

$$\sigma_D = \frac{M_z}{J_z} \cdot y_D + \frac{M_y}{J_y} \cdot z_D \leq [\sigma]_d \quad (7.36)$$

$$|\sigma_C| = \frac{M_z}{J_z} \cdot |y_C| + \frac{M_y}{J_y} \cdot |z_C| \leq [\sigma]_c$$

Əgər material dartılma və sıxılmaya eyni müqavimət göstərsə ($\sigma_{ax,d} = \sigma_{ax,c}$), onda buraxılabilən gərginlik nöqtədəki maksimum gərginliklə müqayisə edilir:

$$|\sigma_{\max}| = \left| \frac{M_z}{J_z} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} \cdot z \right| \leq [\sigma] \quad (7.37)$$

Deyilənlərdən görünür ki, $\sigma_{ax,d} = \sigma_{ax,c}$ şərtində mümkün olan qorxulu nöqtələrdən o nöqtəsi daha qorxulu hesab edilir ki, en kəsiyin ölçüləri böyük olsun (neytral oxdan daha uzaqda olsun).

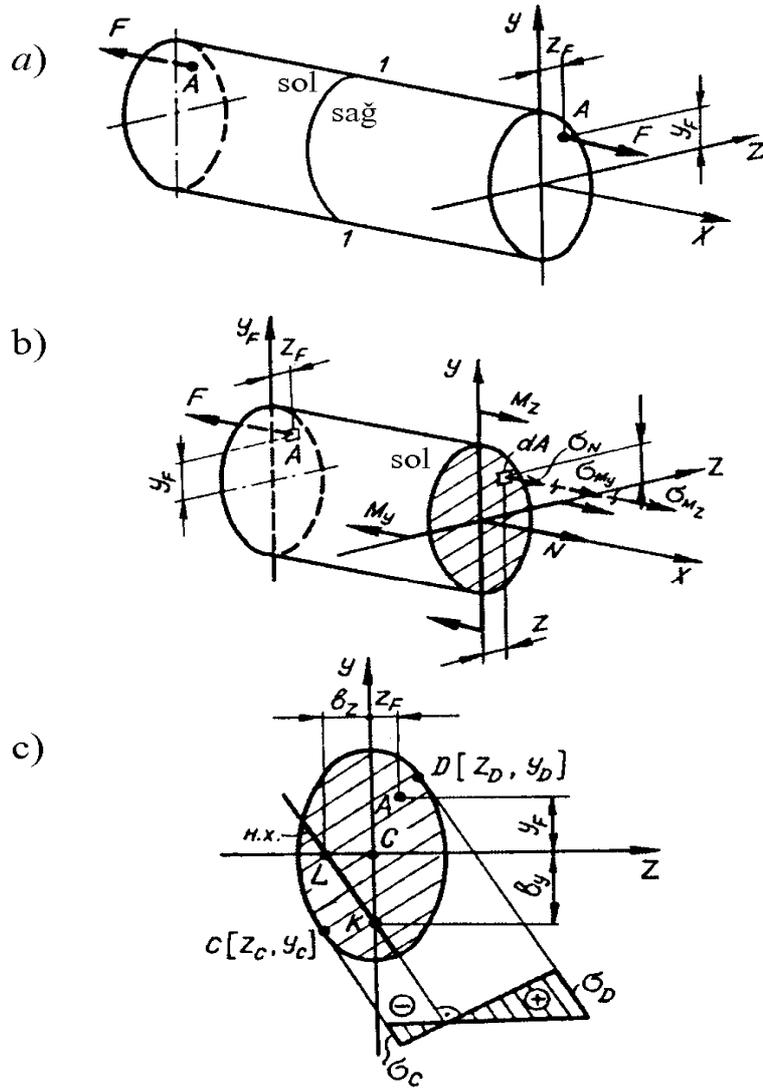
Yoxlama hesabatında möhkəmlik ehtiyatı, tirin materialının dartılmada (sıxılmada) həddi gərginliyi nəzərə alınmaqla aşağıdakı ifadələrdən təyin edilir:

$$n_D = \frac{\sigma_{\text{цядди}}^d}{\sigma_D}; \quad n_C = \frac{\sigma_{\text{цядди}}^c}{\sigma_C}. \quad (7.38)$$

(7.38) ifadələrindən alınan qiymətlərdən kiçiyi möhkəmlik ehtiyatı hesab edilir.

Ə 7.9. Mərkəzdən xaric dartılma, sıxılma

Tutaq ki, düzxətli brus (şəkil 7.18,a) qiymətçə bərabər, istiqamətçə əks olan dartıcı (yaxud sıxıcı) qüvvələrlə yüklənmişdir. Brus deformasiyalanır. **Əgər xarici qüvvələrin təsir xətti brusun oxu ilə üst-üstə düşməzsə, lakin ona paralel olarsa, bu halda yaranan deformasiyaya mərkəzdən xaric dartılma (sıxılma) deyilir.** Xarici qüvvələrin təsir xəttinin brusun kəsik müstəvisi ilə kəsişdiyi nöqtəni qütb adlandıraraq və onu A ilə işarə edək. Qütbün koordinatları y_F, z_F olacaqdır. En kəsikdə elastiki qüvvələrin hansı daxili qüvvə amillərinə çevrildiklərini müəyyən edək. Bu məqsədlə kəsmə üsulundan istifadə edirik. Brusun sağ tərəfini tullayaraq, saxlanılan sol tərəfin (şəkil 7.18,b) müvazinətinə baxırıq. Aşağıdakı üç müvazinət tənliyindən istifadə etmək olar: $\sum X=0, \sum Y=0$ və $\sum M_z=0$. Qalan üç tənlik eyniliyə çevrilir və istifadə olunmur.



Şəkil 7.18

Tənliklərə əsasən tapırıq: $\Sigma X = 0, N = F, \Sigma M_y = 0, \Sigma M_y = F \cdot z_F;$
 $\Sigma M_z = 0, \Sigma M_z = F \cdot y_F.$

Qüvvələr təsirinin asılı olmaması prinsipinə əsasən ixtiyari dA sahəciyində gərginliklər uyğun olaraq $\sigma_N, \sigma_{M_y}, \sigma_{M_z}$ olacaqdır. Birinci rübdə onlar müsbətdir, yəni dartıcıdır. N, M_y, M_z amillərinin qiymətlərini nəzərə almaqla, koordinatları z və y olan ixtiyari dA sahəciyində normal gərginlikləri təyin etmək olar:

$$\sigma_N = \frac{N}{A} = \frac{F}{A}; \quad \sigma_{M_y} = \frac{M_y}{J_y} \cdot z; \quad \sigma_{M_z} = \frac{M_z}{J_z} \cdot y.$$

Koordinatları z və y olan ixtiyari nöqtədəki ümumi gərginlik $\sigma = \sigma_N + \sigma_{M_z} + \sigma_{M_y}.$

Ayrı-ayrı qüvvə amillərindən normal gərginliklərin qiymətləri belə olacaq:

$$\sigma_N = \frac{N}{A} = \frac{F}{A};$$

$$\sigma_{M_z} = \frac{M_z}{J_z} \cdot y = \frac{F \cdot y_F}{J_z} \cdot y.$$

$$\sigma_{M_y} = \frac{M_y}{J_y} \cdot z = \frac{F \cdot z_F}{J_y} \cdot z.$$

Nəticədə ümumi gərginliyin qiymətini tapırıq:

$$\sigma = \frac{N}{A} \left[1 + \frac{y_F \cdot y}{J_z / A} + \frac{z_F \cdot z}{J_y / A} \right].$$

İşarə edirik:

$$i_z = \sqrt{\frac{J_z}{A}}; i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}. \quad (7.39)$$

və σ ifadəsində yerinə yazırıq:

$$\sigma = \frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_F}{i_z^2} \cdot y + \frac{z_F}{i_y^2} \cdot z \right]. \quad (7.40)$$

(7.39) ifadələrində i_z və i_y uyğun olaraq z və y oxlarına nisbətən kəsiyin ətalet radiuslarıdır. Onların ölçü vahidi [sm]-dir.

Mərkəzdən xaric dartılmada (sıxılmada) gərginliyin (7.40) ifadəsindən təyin etmək olar; bu şərtlə ki, gərginliyi təyin olunacaq nöqtənin koordinatları (7.40) düsturuna, işarəni nəzərə almaqla qoyulsun. Bundan başqa, ən kəsikdə koordinat sistemini elə istiqamətləndirmək lazımdır ki, A qütübünün koordinatları z_F və y_F müsbət olsun. Bu o şərtlə mümkündür ki, koordinat oxlarını istiqamətləndirdikdə A qütübü birinci rübdə yerləşsin. (7.40) ifadəsində dartıcı qüvvəyə (+), sıxıcı qüvvəyə (-) işarəsi qoyulur.

Mərkəzdən xaric dartılma (sıxılma) deformasiyası şəraitində işləyən brusların ən kəsiklərinin nöqtələrində həm qiymətcə, həm də işarəcə müxtəlif gərginliklər yaranır. Təbiidir ki, onlardan birində gərginlik ekstremum qiymət alacaq. Bu nöqtələri *qorxulu nöqtələr* adlandırırıq. Çəp əyilmədə olduğu kimi, normal gərginliyin mütləq qiymətcə ekstremum qiyməti kəsiyin neytral xəttindən ən uzaq nöqtədə olduğundan (7.40) normal gərginliyi sıfıra bərabər edərək neytral xəttin vəziyyətini müəyyən edirik:

$$\frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_F}{i_z^2} \cdot y + \frac{z_F}{i_y^2} \cdot z \right] = 0.$$

$\frac{\Phi}{A} \neq 0$, ona görə də alırıq:

$$1 + \frac{y_F}{i_z^2} \cdot y + \frac{z_F}{i_y^2} \cdot z = 0. \quad (7.41)$$

(7.41) ifadəsi mərkəzdən xaric dartılmada, sıxılmada neytral xəttin tənliyidir. Neytral xətt düz xətdir, kəsiyin ağırlıq mərkəzindən keçmir. Onun kəsikdə vəziyyətini təyin edək. Bunun üçün z və y koordinat oxlarında onun ayırdığı parçaları təyin edək (şəkil 7.18,c).

1) y oxu üzərində axtarılan parça

$$z = 0, \quad y = b_y, \quad 1 + \frac{y_F}{i_z^2} \cdot b_y = 0, \quad b_y = -\frac{i_z^2}{y_F};$$

2) z oxu üzərində axtarılan parça

$$y = 0, \quad z = b_z, \quad 1 + \frac{z_F}{i_y^2} \cdot b_z = 0, \quad b_z = -\frac{i_y^2}{z_F};$$

z və y koordinat oxları üzərində b_z və b_y parçalarını qeyd edərək L və K nöqtələrini alırıq, kəsikdə onlardan keçən neytral xətti çəkirik.

Əvvəllər qeyd olunduğu kimi, qorxulu nöqtələr neytral xətdən ən uzaqda olan nöqtələr olacaqdır. Onları tapmaq üçün çəp əyilmədə olduğu kimi hərəkət edirik; kəsiyin konturundan neytral xəttə paralel xətt çəkirik. Neytral xətdən ən uzaqdakı nöqtələrə $C(z_C, y_C)$ və $D(z_D, y_D)$ nöqtələri olacaqdır, düz xətlər kontura bu nöqtələrdə toxunur.

Dartılmaya, sıxılmaya eyni qaydada işləməyən brusların en kəsiyini layihə hesabatı əsasında seçdikdə aşağıdakı möhkəmlik şərtlərindən istifadə edilir:

$$\sigma_D = \frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_F}{i_z^2} \cdot y_D + \frac{z_F}{i_y^2} \cdot z_D \right] \leq [\sigma]_d. \quad (7.42)$$

$$\sigma_C = \frac{F}{A} \left[1 + \frac{z_F}{i_z^2} \cdot z_C + \frac{y_F}{i_y^2} \cdot y_C \right] \leq [\sigma]_c.$$

(7.42) ifadəsindən sahələri təyin edərək iki alınmış qiymətdən böyüyü qəbul edilir.

Əgər material dartılmaya, sıxılmaya eyni işləyirsə, onda normal gərginliyin mütləq qiymətçə maksimumu axtarılır və aşağıdakı şərtdən istifadə edilir:

$$[\sigma_{\max}] = \frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_F}{i_z^2} \cdot y + \frac{z_F}{i_y^2} \cdot z \right] \leq [\sigma]. \quad (7.43)$$

Yoxlama konstruksiya elementinin işi, yəni yoxlama hesabında möhkəmlik ehtiyatı aşağıdakı ifadələrdən təyin olunur:

$$n_d = \frac{\sigma_{\text{црэд}}^d}{\sigma_d^D}; \quad n_c = \frac{\sigma_{\text{црэд}}^c}{\sigma_c^D}.$$

Yada salaq ki, $\sigma_{\text{црэд}}^d$ materialın dartılmada normal gərginliyinin $\sigma_{\text{црэд}}^c$ isə sıxılmada həddi qiymətidir.

Möhkəmlik ehtiyatının iki qiymətindən kiçiyi qəbul edilir. $\sigma_{\text{црэд}}^d = \sigma_{\text{црэд}}^c$ olanda, möhkəmlik ehtiyatı

$$n = \frac{\sigma_{\text{црэд}}}{|\sigma|_{\max}} \quad (7.44)$$

ifadəsindən təyin olunur.

Ə 7.10. Böyük əyrilikli brusun əyilməsi

Əvvəlki fəsillərdə düz oxlu brusların əyilməsinə baxılmışdır. Təcrübədə geniş məsələlər sinfi vardır ki, millərin ümumi şəkli əyrixətli formaya malik olur. Belə millərə *əyrixətli millər* deyilir. Bruslar kiçik və böyük əyrilikli bruslara ayrılır.

Kiçik əyrilikli bruslar elə bruslara deyilir ki, boyuna oxun ρ əyrilik radiusunun, qüvvəli müstəvidə kəsiyin hündürlüyünə olan nisbət $\rho/h \geq 5$ olsun. Əgər bu nisbət vahidlə müqayisə oluna biləndirsə, onda brus böyük əyriliyə malik olur.

Kiçik əyrilikli bruslar düz brus üçün alınan düsturlar əsasında hesablanır. Bu halda yüklənmiş brusun əyilmiş oxunun əyriliyini (7.3) düsturu ilə təyin etmək olmaz; buna görə də əyrixətli brusun ilkin ρ_0 əyriliyini nəzərə almaq lazımdır. Əyriliyin hesabı aşağıdakı düsturla aparılır:

$$\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} = \frac{M_z}{EJ_z}. \quad (7.45)$$

Təcrübələr göstərir ki, kiçik əyrilikli brusların əyilməsindən yaranan normal gərginliyi (7.4) bərabərliyindən təyin etmək olar.

Böyük əyrilikli bruslar üçün onların xüsusiyyətləri nəzərə alınmalıdır və bunun üzərində ayrıca dayanaq.

Məsələlərin həllində aşağıdakı şərtləri qəbul edirik:

brusun oxu – yastı əyri xətdir;

daxili qüvvə amilləri brusun əyilmiş müstəvisi üzərindədir;

brusun kəsiyi onun əyri oxunun müstəvisi ilə üst-üstə düşən simmetriya oxuna malikdir.

Ümumi halda en kəsikdə aşağıdakı qüvvə amilləri yarana bilər:

normal qüvvə N , kəsici qüvvə Q_y , əyici moment M_z . Əvvəllər qeyd edildiyi kimi, en kəsiyi bütöv olan brusların müstəvisinə əyici momentin təsirinə nisbətən N və Q_y -nin təsirləri əhəmiyyətli dərəcədə kiçikdir. Ona görə də brusun yalnız xarici cütə yüklənməsi halına, yəni xalis əyilmə şəraitində işləməsinə baxaq. Bu halda en kəsikdə yalnız normal gərginlik yaranır.

Normal gərginlik düsturunun çıxarılmasında belə fərziyyələrə əsaslanacağıq:

normal gərginlik en kəsiyin eninə bərabər paylanır;

deformasiyadan əvvəl brusun həndəsi oxuna perpendikulyar və yastı olan eninə kəsiyi deformasiyadan sonra da yastı və normal qalır;

əyri brusun boyuna lifləri bir-birinə təzyiq göstərmir; ona görə də toxunan gərginlik yaranmır və onların hər birinə bir oxlu dartılmada, sıxılmada Huk qanunu tətbiq etmək olar. Birinci iki

mülahizə tədqiqatların nəticəsinə uyğun gəlir, üçüncü təsəvvür isə təcrübənin tələbini ödəyir.

Əyri brusun elementinə (şəkil 7.19,a) baxaq; onun hissəsi $n-n$ kəsiyi ilə məhdudlandırılmışdır (şəkil 7.19,b). Baxılan hissənin müvazinət şərtinə görə kəsikdə elastikliyin normal qüvvələri cüt halına – əyici momentə gətirilməlidir. $\sum M_z = 0$ müvazinət tənliyindən istifadə edərək alırıq:

$$M_z = \int_A \sigma \cdot dA \cdot y. \quad (1)$$

Normal gərginlik düsturunu almaq üçün $m-m$ və $n-n$ kəsikləri ilə məhdudlanan elementin (şəkil 7.19,a) deformasiyasına baxaq. Deformasiya nəticəsində BK elementi K nöqtəsi ətrafında $d\alpha$ bucağı qədər dönəcəkdir, AB lifi BB' qədər uzanacaqdır. Neytral qatdan y məsafədə olan nisbi uzanma

$$\varepsilon_{AB} = \frac{BB'}{AB} = \frac{yd\alpha}{(r+y) \cdot d\varphi} = \frac{y}{r+y} \cdot \frac{d\alpha}{d\varphi}. \quad (2)$$

Qəbul olunmuş fərziyyəyə əsasən əyri brusun hər bir lifi üçün bir oxlu dartılmadakı (sıxılmadakı) Huk qanunu doğrudur:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_{AB}. \quad (3)$$

(2) ifadəsini (3)-də yazaq:

$$\sigma = E \frac{y}{r+y} \cdot \frac{d\alpha}{d\varphi}. \quad (4)$$

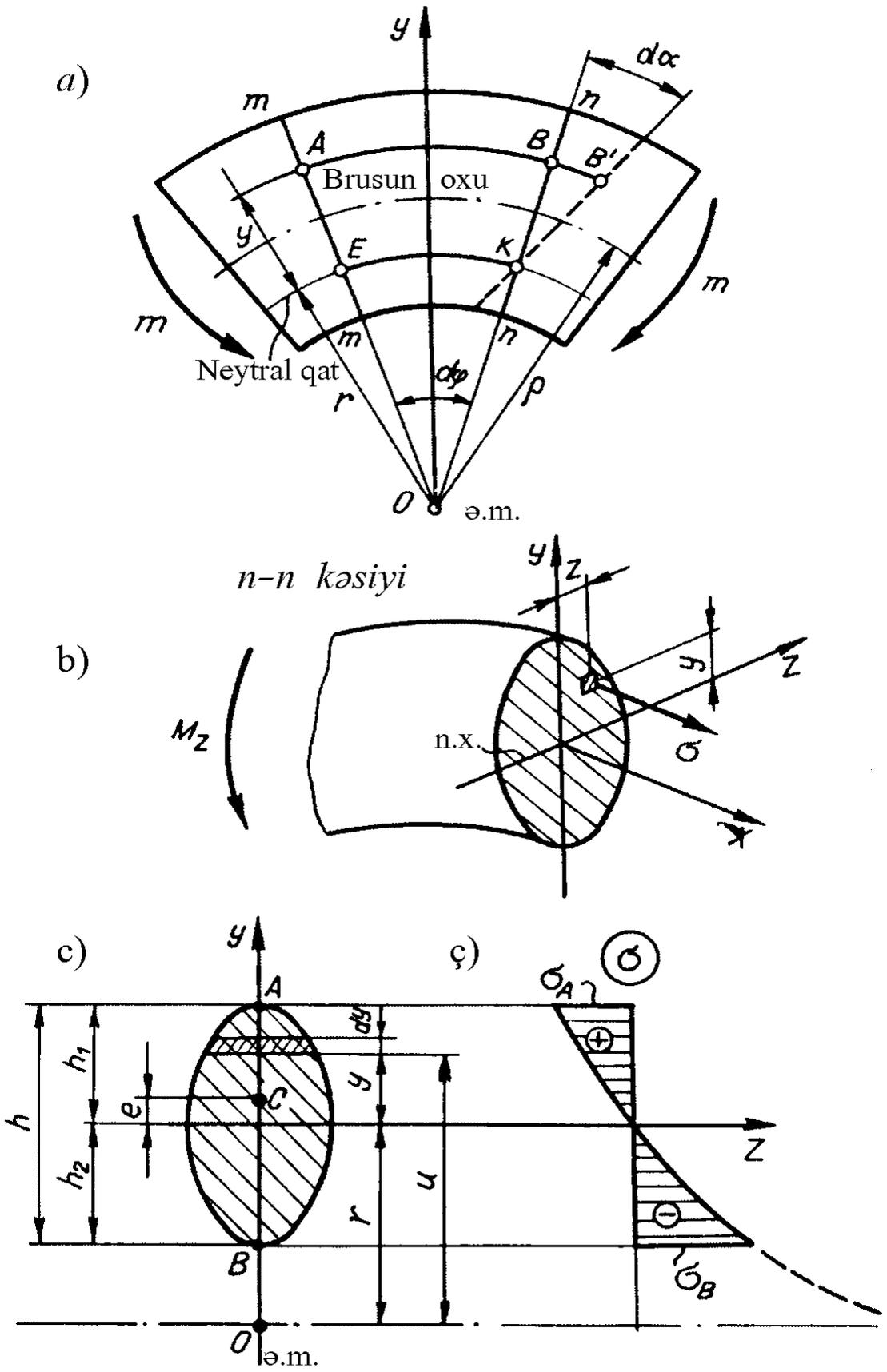
Normal gərginliyin qiymətini isə (1) ifadəsinə yazaq:

$$M_z = \int \frac{y^2}{Ar+y} \cdot E \cdot \frac{d\alpha}{d\varphi} \cdot dA = E \frac{d\alpha}{d\varphi} \int \frac{y^2}{Ar+y} \cdot dA. \quad (5)$$

$E \frac{d\alpha}{d\varphi} - A$ – ya görə sabitdir, ona görə də inteqral işarəsinin qarşısına çıxarılmışdır.

İnteqral altındakı nisbət göstərir ki, neytral ox (n.o.) kəsiyin ağırlıq mərkəzindən keçmir.

(5) ifadəsində inteqralda iştirak edən vuruğa baxaq və onu başqa şəkildə yazaq:



Şəkil 7.19

$$\int \frac{y^2}{Ar+y} \cdot dA = \int \frac{y^2 + ry - ry}{A \cdot r + y} \cdot dA = \int \frac{ry + y^2}{A \cdot r + y} \cdot dA - \int \frac{r \cdot y}{Ar+y} \cdot dA = \int y \cdot dA - r \int \frac{y}{Ar+y} dA. \quad (6)$$

Brusun baxılan hissəsi (şəkil 7.19,b) müvazinətdə olduğu üçün en kəsikdə təsir edən bütün qüvvələrin proyeksiyalarının cəmi sıfıra bərabərdir:

$$\Sigma X = 0, N = \int_A \sigma \cdot dA = 0. \quad (7)$$

(7) bərabərliyində σ -nın (4) qiymətini yerinə yazıb, alırıq:

$$E \frac{d\alpha}{d\varphi} = \int \frac{y}{Ar+y} \cdot dA = 0. \quad (8)$$

Vuruq $E \cdot \frac{d\alpha}{d\varphi} \neq 0$ ona görə də:

$$\int \frac{y}{Ar+y} \cdot dA = 0. \quad (9)$$

(9) ifadəsini (6)-da nəzərə alsaq, inteqral aşağıdakı görünüşdə olacaq:

$$\int \frac{y^2}{Ar+y} \cdot dA = \int y \cdot dA = S_z. \quad (10)$$

Burada S_z əyri brusun neytral xətti ilə üst-üstə düşən z oxuna nəzərən en kəsiyin sahəsinin statik momentidir.

Məlumdur ki, istənilən fiqurun statik momenti onun sahəsinin oxdan fiqurun ağırlıq mərkəzinə qədər əsafəyə hasilinə bərabərdir (şəkil 7.19,c); ona görə də:

$$S_z = \int_A y \cdot dA = A \cdot e. \quad (11)$$

(11)-i əyici momentin (5) ifadəsində yerinə yazaraq:

$$M_z = E \frac{d\alpha}{d\varphi} \cdot A \cdot e. \quad (12)$$

(4) bərabərliyindən

$$E \frac{d\alpha}{d\varphi} = \frac{\sigma(r+y)}{y}.$$

Bu cavabı (12) ifadəsində yerinə yazaraq bütünlüklə xalis əyilmə şəraitində işləyən böyük əyrilikli əyri brusların en kəsiyində yaranan normal gərginliyin qiymətini alırıq:

$$M_z = \frac{\sigma(r+y)}{y} \cdot A \cdot e, \quad (7.46)$$

$$\sigma = \frac{M_z}{A \cdot e} \cdot \frac{y}{r+y}.$$

(7.46) ifadəsindən görünür ki, normal gərginlik kəsiyin hündürlüyü boyunca hiperbola qanunu ilə dəyişir. Onun asimptotu əyrilik mərkəzindən keçir. Doğrudan da, $y=-r$ olanda $\sigma=\infty$ olur. Şəkil 7.19,ç-də en kəsiyin y oxu boyunca normal gərginliyin paylanma epürü göstərilmişdir.

(7.46) ifadəsindən gərginliyi təyin etmək üçün əvvəlcə neytral oxun əyrilik radiusunun qiymətinin, eləcə də neytral oxun vəziyyətinin tapılması tələb edilir.

Şəkil (7.19,c)-dən görünür ki,

$$e = \rho - r,$$

burada: ρ - əyri brusun boyuna oxunun əyrilik radiusudur.

(9) bərabərliyindən istifadə edirik:

$$\int \frac{y}{Ar+y} \cdot dA = 0,$$

yeni u ordinatı (şəkil 7.19,c) daxil edirik. Bu ordinat lifdən əyrilik mərkəzinə qədər olan məsafədir. Şəkildən:

$$u = r + y, \quad y = u - r.$$

Yeni dəyişəni inteqral altında nəzərə alırıq:

$$\int_A \frac{u-r}{u} \cdot dA = 0,$$

$$\int_A \frac{u-r}{u} \cdot dA = \int_A dA - r \int_A \frac{dA}{u} = 0, \quad (7.47)$$

yaxud

$$r = \frac{A}{\int_A \frac{dA}{u}}.$$

(7.47) ifadəsi imkan verir ki, istənilən əyri brusun neytral qatının əyrilik radiusu-nu təyin edək.

Yuxarıda göstəriləndiyi kimi, normal gərginliyin çıxarılma-sında liflərin bir-birinə təzyiqi nəzərə alınmadı.

En kəsiyi dördbucaqlı olan böyük əyintili əyri brusun dəqiq əyilmə nəzəriyyəsi K.S.Qolovin tərəfindən yaradılmış və 1881-ci ildə nəşr edilmişdir.

(7.47) ifadəsindən istifadə etməklə bir neçə kəsik üçün əyri brusun neytral xəttinin vəziyyətini müəyyən edək.

Şəkil 7.20, a-da brusun trapesiya formalı en kəsiyi göstərilir. Əyrilik radiusu

$$r = \frac{A}{\int_A \frac{dA}{u}}$$

Brusun en kəsiyi sahəsi

$$A = \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot h,$$

z oxu ilə üst-üstə düşən neytral oxdan y məsafədə (yəni əyrilik mərkəzindən u məsafədə) trapesiya kəsiyinin eni b_u

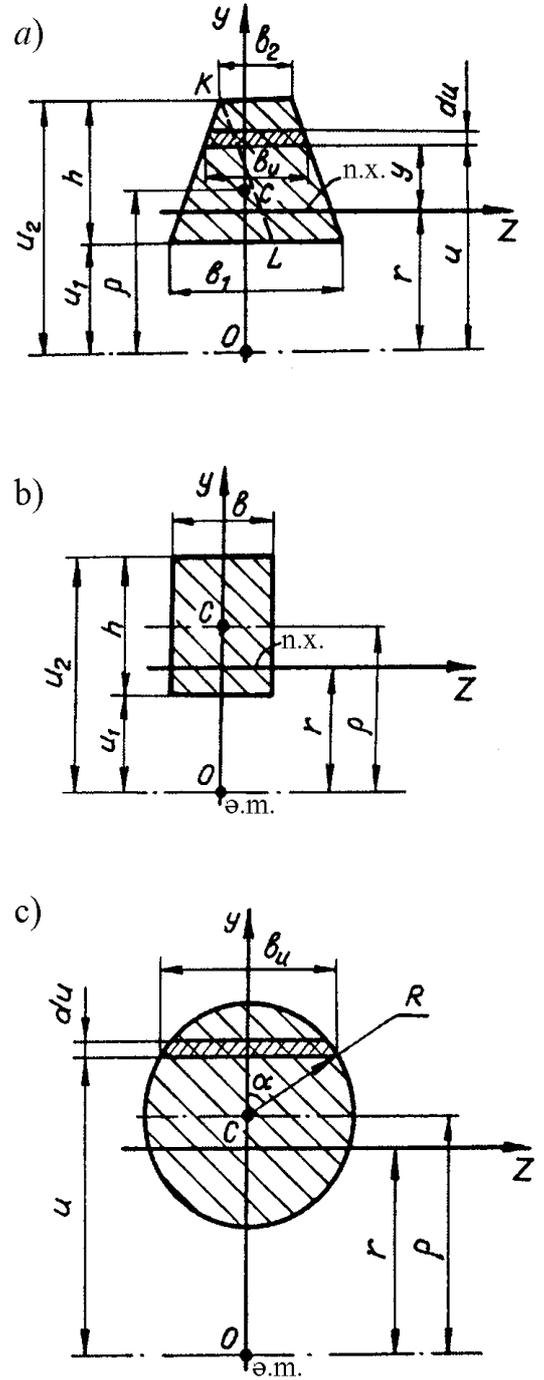
$$b_u = b_1 + \frac{b_2 - b_1}{h} (u_1 - u).$$

Tərəflərdən birinə paralel olmayan KL punktir xəttini çəkməklə bu ifadəyə inanmaq olar. Bu halda

$$\begin{aligned} \int_A \frac{dA}{u} &= \int_{b_2}^{b_1} \left[b_1 + \frac{b_2 - b_1}{h} (u_1 - u) \right] \frac{du}{u} = \\ &= \left[b_1 + \left(b_2 - b_1 \frac{u_1}{h} \right) \right] \ln \frac{u_1}{u_2} - (b_2 - b_1). \end{aligned}$$

Alınmış qiyməti r ifadəsində yazaraq alırıq:

$$r = \frac{A}{\int_A \frac{dA}{u}} = \frac{\frac{b_1 + b_2}{2} \cdot h}{\left[b_1 + \left(b_2 - b_1 \frac{u_1}{h} \right) \right] \ln \frac{u_1}{u_2} - (b_2 - b_1)}. \quad (7.48)$$



Şəkil 7.20

$b_1=b_2=b$ hesab edərək (7.48) ifadəsi əsasında en kəsiyi dördbucaqlı olan (şəkil 7.20,b) əyri brusun neytral xəttinin əyrilik radiusunu təyin etmək olar:

$$r = \frac{b \cdot h}{b \cdot \ln \frac{u_1}{u_2}} = \frac{h}{\ln \frac{u_1}{u_2}}. \quad (7.49)$$

Nəhayət, en kəsiyi dairəvi olan (şəkil 7.20,c) əyri brusun neytral xəttinin əyrilik radiusunu təyin edək.

Radiusu R olan dairənin sahəsi

$$A = \pi R^2.$$

Neytral xətdən y məsafədə olan b_u eni

$$b_u = 2R \sin \alpha,$$

elementar sahəcikdən əyrilik mərkəzinə qədər olan məsafə

$$u = \rho + R \cos \alpha,$$

törəməsi

$$du = -R \sin \alpha d\alpha.$$

Alınmış qiymətləri nəzərə almaqla

$$\begin{aligned} \int \frac{dA}{A u} &= \int \frac{\rho+R}{\rho-R} \frac{b_u}{u} \cdot du = -2R^2 \int \frac{\sin^2 \alpha \cdot d\alpha}{\pi \rho + R \cos \alpha} = \\ &= 2R^2 \int_0^\pi \frac{\sin^2 \alpha \cdot d\alpha}{\rho + R \cos \alpha} = 2R^2 \int_0^\pi \frac{1 - \cos^2 \alpha + (\rho/R)^2}{\rho/R + \cos \alpha} \cdot d\alpha = \\ &= 2R \left[\int_0^\pi \frac{1 - (\rho/R)^2}{\rho/R + \cos \alpha} \cdot d\alpha + \int_0^\pi \frac{(\rho/R)^2 - \cos^2 \alpha}{\rho/R + \cos \alpha} \cdot d\alpha \right] = \\ &2R \left\{ \left[1 - (\rho/R)^2 \right] \int_0^\pi \frac{d\alpha}{\rho/R + \cos \alpha} + \int_0^\pi (\rho/R - \cos \alpha) d\alpha \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

$\operatorname{tg} \alpha/2 = k$ qəbul edərək tapırıq; $\frac{\alpha}{2} = \operatorname{arctg} k,$

$$d\alpha = \frac{2dk}{1+k^2}.$$

Elementar riyaziyyatdan məlumdur ki,

$$\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha/2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha/2} = \frac{1 - k^2}{1 + k^2}.$$

Ona görə də (13) ifadəsminin birinci inteqralı bərabərdir:

$$\int_0^{\pi} \frac{d\alpha}{R \cos \alpha} = 2 \int_0^{\infty} \frac{dk}{(1+k^2) \left(\frac{\rho}{R} + \frac{1-k^2}{1+k^2} \right)} =$$

$$= 2 \int_0^{\infty} \frac{dk}{\frac{\rho}{R} + \frac{\rho}{R} k^2 + 1 - k^2} = 2 \int_0^{\infty} \frac{dk}{\left(\frac{\rho}{R} - 1 \right) k^2 + \frac{\rho}{R} + 1},$$

$$\frac{\rho}{R} + 1 = \beta^2, \quad \frac{\rho}{R} - 1 = \varphi^2.$$

işarə edərək alırıq:

$$2 \int_0^{\infty} \frac{dk}{\beta^2 + \varphi^2 \cdot k^2} = \frac{2}{\beta \varphi} \left| \operatorname{arctg} \left(\frac{\varphi}{\beta} \cdot k \right) \right|_0^{\infty} = \frac{2}{\sqrt{(\rho/R)^2 - 1}} \left| \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\rho/R - 1}{\rho/R + 1}} \cdot k \right|_0^{\infty} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{(\rho/R)^2 - 1}} (\operatorname{arctg}^{\infty} - \operatorname{arctg} 0) = \frac{2}{\sqrt{(\rho/R)^2 - 1}} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{(\rho/R)^2 - 1}}.$$

(13) ifadəsindəki ikinci inteqral aşağıdakı kimi olur:

$$\int_0^{\pi} (\rho/R - \cos \alpha) d\alpha = \frac{\rho}{R} \cdot \pi.$$

Kəsik sahəsinin və inteqralların qiymətlərini (7.47) ifadəsində yazaraq tapırıq:

$$r = \frac{A}{\int_{A u} dA} = \frac{\pi R^2}{2\pi R(\rho/R - \sqrt{(\rho/R)^2 - 1})} = \frac{R^2}{2(\rho - \sqrt{\rho^2 - R^2})}. \quad (7.50)$$

Beləliklə, (7.43), (7.49), (7.50) ifadələri imkan verir ki, əyri brusun en kəsiyi trapesiya, dördücaqlı və dairəvi olduqda onun neytral qatının əyrilik radiusunu təyin edək. r -in qiymətini (7.46) ifadəsində yerinə yazmaqla böyük əyrilikli əyri brusun en kəsiyinin istənilən nöqtəsindəki normal gərginliyi təyin etmək olar. Mütləq qiymətcə maksimal normal gərginliklər z oxu ilə üst-üstə düşən neytral xətdən ən uzaqda olan A və B nöqtələrində olacaqdır (şəkil 7.19,c). A və B nöqtələri təhlükəli nöqtələrdir.

Qəbul edək ki, A nöqtəsindəki gərginlik dartıcı, B nöqtəsindəki isə sıxıcıdır. Həmin nöqtələrdəki gərginlikləri təyin edək və buraxılabilən gərginliklə müqayisə edək:

$$\sigma_A = \frac{M_z \cdot h_1}{A \cdot e(r + h_1)} \leq [\sigma]_d.$$

$$|\sigma_B| = \left| \frac{M_z \cdot h_2}{A \cdot e(r - h_2)} \right| \leq [\sigma]_c.$$
(7.51)

(7.51) ifadəsindən ən kəsiyin sahələri təyin olunur və onlardan böyüyünün qiyməti hesabat üçün qəbul edilərək kəsiyin nöqtələrindən hansının qorxulu nöqtə olduğu müəyyən edilir.

Dartılma və sıxılmaya eyni müqavimət göstərən materiallar üçün layihələndirmə hesabatının şərti belə olacaq:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma],$$

burada σ_{\max} - əyri brusun ən kəsiyindəki ən böyük normal gərginlikdir. Yoxlama hesabatı aşağıdakı ifadələr əsasında yerinə yetirilir:

$$n_d = \frac{\sigma_{\text{uyjad}}^d}{\sigma_d^A}; \quad n_c = \frac{\sigma_{\text{uyjad}}^c}{\sigma_c^B}.$$
(7.52)

Alınan iki qiymətdən kiçiyi möhkəmlik ehtiyatı qəbul edilir. Bu halda həmin qiymət maşınqayırma sahəsində qəbul olunan normativ qiymətindən kiçik olmalıdır.

Ə 7.11. Məsələlərin praktiki üsullarla həll olunmasına dair nümunələr

Məsələ 7.1. İki dayaq üzərində yerləşən tir (şəkil 7.21) xarici yüklərlə yüklənmişdir. Yüklər arasındakı nisbəti əvvəllərdəki kimi qəbul edirik: $m = F \cdot \bar{e} a = q \bar{e} a^2$. Tutaq ki, $F = 20 \text{ kN}$; $a = 1,4 \text{ m}$ və material dartılmaya və sıxılmaya eyni qaydada işləyir. $\sigma_{ax} = 420 \text{ MPa}$, möhkəmlik ehtiyatı $n = 3$. Tələb olunur:

1. Tirin ən kəsiyini aşağıdakı kimi təsəvvür edərək onun ölçülərini təyin etməli: tərəfdəri h və b olan dördbucaqlı, $h = 2b$ qüvvəli xətt h tərəfinə paraleldir (şəkil 7.21, e);

diametri d olan dairə (şəkil 7.21, ə);

dairəvi halqa, kiçik diametrin böyük diametrə olan nisbəti $d/D = 0,8$ (şəkil 7.21, ğ);

qalınlığı δ olan nazikdivarlı dairəvi qapalı halqa, orta xətt üzrə diametri D_{or} , nisbəti $D_{or}/\delta = 10$ –dur (şəkil 7.21,x);

ikitavr, bu ikitavr üçün qüvvəli müstəvi elə oxla üst-üstə düşsün ki, ona nisbətən əyilmədə tirin müstəvi kəsiyi minimal olsun (şəkil 7.21,j);

(7.22) şəklində verilən çertyoj üzrə.

Həlli:

1. Tiri qüvvəli momentlərə ayırırıq, onlar dördüdür.

2. Dayaqlarda reaksiyaları təyin edirik:

$$a) \sum M_A = 0; R_B = \frac{1}{3a}[-F \cdot a + 2m + q \cdot 2a \cdot 3a] = \frac{7}{3}F,$$

$$b) \sum M_B = 0; R_A = \frac{1}{3a}[F \cdot 4a - 2m] = \frac{2}{3}F.$$

Hər iki reaksiya müsbət alındı.

c) tapılan reaksiyaların doğruluğunun yoxlanması. Üçüncü müvazinət tənliyindən istifadə edirik:

$$\sum Y = 0; -F + \frac{2}{3}F - q \cdot 2a + \frac{7}{3}F = 0.$$

Bu tənliyin ödənməsi göstərdi ki, dayaqlarada reaksiyalar düzgün təyin edilmişdir.

3. Kəsici qüvvə Q_y və əyici moment M_z epürlərini (şəkil 7.21,b) qururuq. Epürlərin qurulma qaydası 2-ci fəsildə ətraflı göstərilmişdir.

Burada yalnız hər hansı bir məntəqə, məsələn üçüncü məntəqə üçün Q_y və M_z ifadələrinin yazılmasını göstərəcəyik ki, oxucular 2-ci fəslin materialını yada salsın və başqa məntəqələr üçün də analitik ifadələri yaza bilsinlər.

III məntəqə. Tirin sol tərəfindən x məsafədə olan kəsiyi götürək və sağ tərəfi tullayaq (şəkil 7.21,ç), kəsikdə elastiki qüvvələrin onların əvəzediciləri Q_y və M_z ilə əvəz edək. Müvazinət tənliklərindən istifadə edirik:

$$1) \sum Y = 0; Q_y = -F + \frac{2}{3}F - q(x - 3a), \quad 3a \leq x \leq 4a,$$

$$a) x = 3a; Q_y = -\frac{F}{3};$$

$$\text{b) } x = 4a; \quad Q_y = -\frac{F}{3} - qa = \frac{4}{3}F.$$

$$2) \quad \Sigma M_z = 0; \quad M_z = -F \cdot x + \frac{2}{3}F(x-a) + 2m - \frac{q(x-3a)^2}{2}, \quad 3a \leq x \leq 4a$$

M_z -in ifadəsi qabarıqlığı yükə qarşı olan ikinci tərtibli paraboladır.

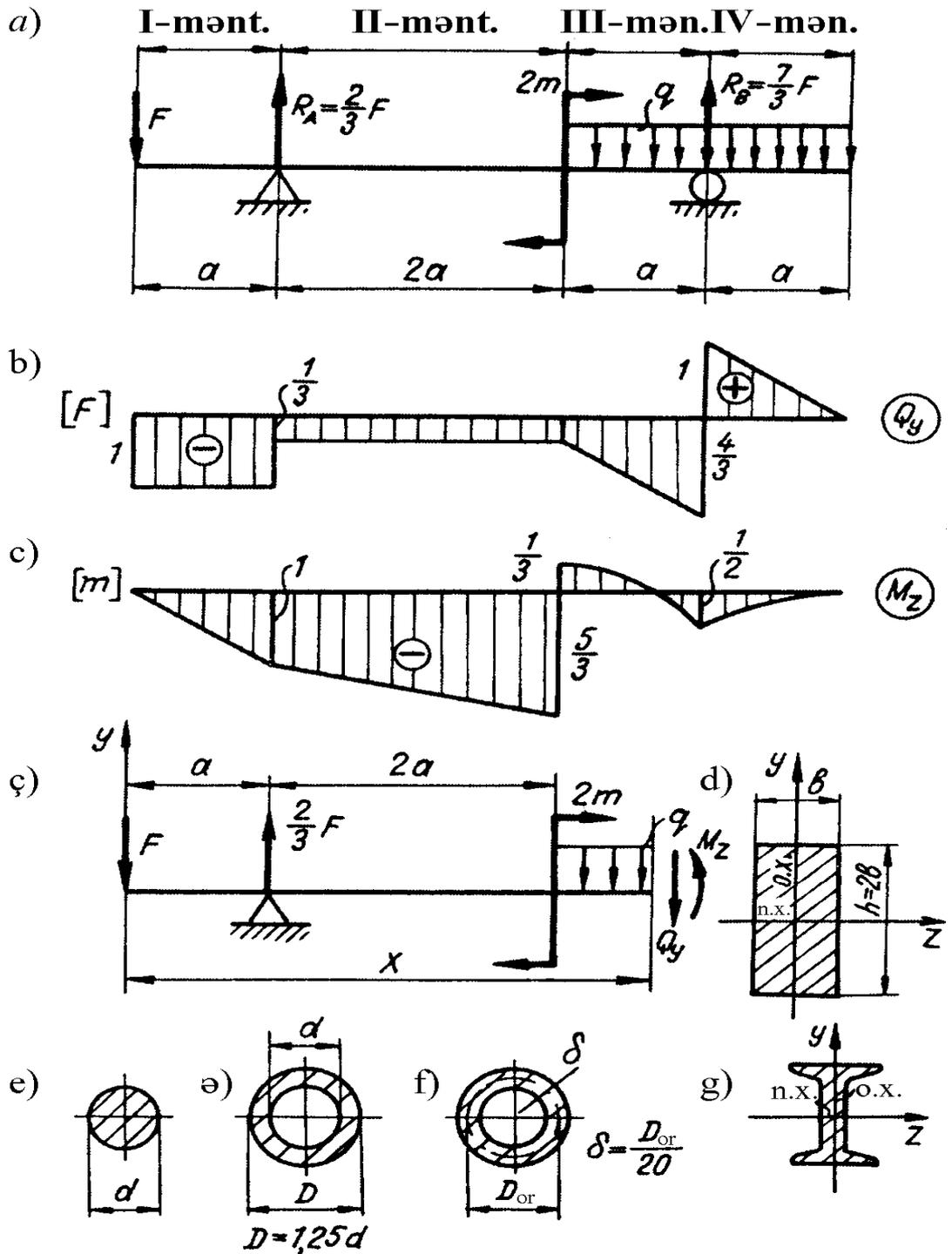
$$\text{a) } x = 3a; \quad M_z = \frac{m}{3};$$

$$\text{b) } x = 4a; \quad M_z = -4aF + \frac{2}{3}F \cdot 3a + 2m - \frac{qa^2}{2} = -\frac{m}{2}.$$

Üçüncü məntəqə daxilində işarəsini Q_y dəyişmir, ona görə də M_z epüründə ekstremum yoxdur və şəkil 7.21-dəki kimi təsvir olunur.

4. Tirin möhkəmliyini təmin edən müqavimət momentini təyin edək. Bu məqsədlə (7.6) layihə hesabətı şərtindən istifadə edirik.

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{M_z}{W_z} \leq [\sigma], \text{ yaxud } W_z = \frac{M_z}{[\sigma]} = \\ &= \frac{M_z \cdot n}{\sigma_{ax.}} = \frac{5 \cdot F \cdot a \cdot n}{3\sigma_{ax.}} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 1,4 \cdot 3 \cdot 10^6}{3 \cdot 420 \cdot 10^6} \approx 333 \text{sm}^3. \end{aligned}$$



Şəkil 7.21

5. Müxtəlif görünüşdə kəsikləri olan brusun en kəsiyinin ölçülərini təyin edirik:

1) en kəsik dördbucaqlıdır (şəkil 7.21,e). (7.9) ifadəsini nəzərə almaqla:

$$W_z = \frac{bh^2}{b} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2b^3}{3} = 333sm^3.$$

$$b = \sqrt[3]{500} \approx 7,8sm, h = 15,6sm.$$

2) kəsik içi dolu dairədir (şəkil 7.21,ə). (7.12) ifadəsini nəzərə almaqla

$$W_z = 0,1d^3 = 333sm^3, d \approx 15sm.$$

3) kəsik dairəvi halqadır, $k=d/D=0,8$ (şəkil 7.21,ğ).

(7.11) ifadəsinə əsasən belə kəsiyin müqavimət momenti

$$W_z = 0,1D^3(1-k^4) = 0,1D^3[1-(0,8)^4] \approx 0,06D^3 = 333sm^3;$$

$$D = 18sm; d = 0,8D = 14,4sm$$

4) kəsik nazikdivarlı dairəvi qapalı halqadır, (şəkil 7.21,x)

(5.43) ifadəsinə əsasən $J_p = \frac{\pi D_{or}^3 \delta}{4}$.

(6.7) ifadəsinə əsasən $J_p = J_z + J_y = 2J_z$, buradan

$$J_p = \frac{J_p}{2} = \frac{\pi D_{or}^3 \delta}{8}.$$

Nazikdivarlı dairəvi müqavimət momenti

$$W_z = \frac{J_x}{\frac{D_{or}}{2}} = \frac{\pi \cdot D_{or} \cdot \delta}{4}. \quad (7.53)$$

Beləliklə, en kəsiyi ölçülərini təyin edirik:

$$W_z = \frac{\pi \cdot D_{or}^2 \cdot \delta}{4} = \frac{\pi D_{or}^3}{40} = 333sm^3;$$

$$D_{or} = 16,4sm, \quad \delta = \frac{D_{or}}{10} = 1,64sm.$$

5) kəsik ikitavrdır (şəkil 7.21,j); $W_z = 333sm^3$ olduğuna görə sortimentdən №24a ikitavr seçirik, bu iki tavr üçün

$$W_z = 317sm^3.$$

Bu ikitavr üçün müqavimət momenti lazım olandan ($W_z = 333sm^3$) kiçikdir.

Adətən tətbiq olunan profildə $W' < W_z$ şərti o vaxt mümkündür ki, fərq

$$\Delta = \frac{W_z - W'_z}{W'_z} \cdot 100\% \leq 5\% \text{ olsun.} \quad (7.54)$$

Bizim hal üçün həddindən artıq yükləməni təyin edirik:

$$\Delta = \frac{333 - 317}{317} \cdot 100\% = 5,05\% > 5\%.$$

Buna görə sortimentdən o biri ikitavrı – 27№-li seçirik.

Tirin möhkəmliyini toxunan gərginliyə görə yoxlayaq. İkitavrda ən böyük toxunan gərginlik neytral qatda, yəni z oxu üzərində olacaqdır:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_y \cdot S_z^{ayr}}{J_z \cdot b}.$$

Sortimentə müraciət edərək və nəzərə alaraq ki, orada üfiqi ox x oxudur. 27№-li ikitavra uyğun gələn qiymətləri yazırıq və τ_{\max} ifadəsində yerinə qoyuruq:

$$\tau_{\max} = \frac{4 \cdot F \cdot S_x}{3J_x \cdot d} = \frac{4 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 210 \cdot 10^4}{3 \cdot 5010 \cdot 0,6 \cdot 10^6} \approx 19 \text{MPa}.$$

Buraxılabilən toxunan gərginlik

$$[\tau] \approx 0,6[\sigma] = 0,6 \frac{\sigma_{ax.}}{n} = 0,6 \frac{420}{3} = 84 \text{MPa}.$$

Görünür ki, $\tau_{\max} < [\tau]$ ona görə də 27№-li ikitavr üzərində dayanırıq;

6) indi en kəsiyi çertyojda (şəkil 7.22) təsvir olunan tirin ölçülərini tapırıq. İstənilən fiqurun müqavimət momentinin maksimum qiyməti

$$W_u = \frac{J_u}{V_{\max}},$$

burada: J_u – kəsiyin maksimum sərtlik oxuna nisbətən baş mərkəzi ətalet momentidir, V_{\max} – brusun en kəsiyinin baş mərkəzi u ətalet oxuna nisbətən ən uzaqda duran lifinin ordinatıdır.

a) Fiquru sadə həndəsi fiqurlara ayıraq:

1-*ABCF* – dördbucaqlısı, 2-*CKLD* – dördbucaqlısı, 3-*DLE* – üçbucağı.

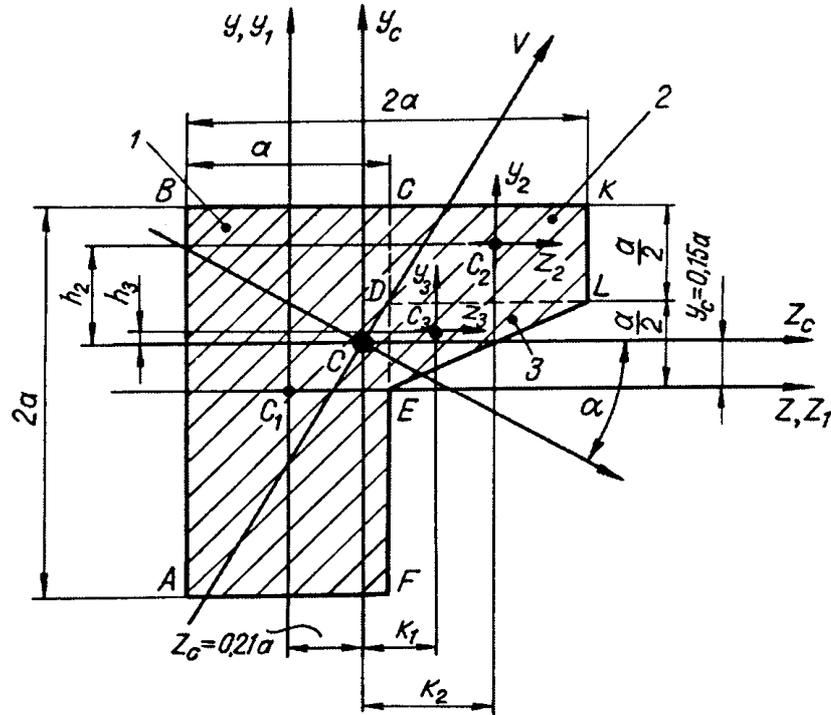
b) fiqurların ağırlıq mərkəzlərini C_1, C_2, C_3 ilə işarə edərək onlardan x_i, y_i koordinat oxlarını keçiririk;

c) fiqurun ilkin (köməkçi) koordinat sistemini seçirik, məqsədəuyğun olaraq onu birinci sadə fiqurun baş mərkəzi oxları z_1, y_1 ilə yst-ystə salırıq;

ç) kəsiyin z, y oxlarına nisbətən ağırlıq mərkəzinin vəziyyətini təyin edirik.

(6.9) ifadəsindən

$$z_c = \frac{\sum A_i z_i}{\sum A_i} = \frac{0 + A_2 \cdot k_2 + A_3 \cdot k_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{\frac{a^2}{2} \cdot a + \frac{a^2}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot a}{2a^2 + \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4}} \approx 0,21a;$$



Fiqurların nömrəsi	A_i	h_i	k_i
1	$2a^2$	$-0,3a$	$-0,37a$
2	$a^2/2$	$0,45a$	$0,63a$
3	$a^2/4$	$0,03a$	$0,46a$

Şəkil 7.22

$$y_c = \frac{\sum A_i z_i}{\sum A_i} = \frac{0 + A_2 h_2 + A_3 h_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{\frac{a^2}{2} \cdot \frac{3a}{4} + \frac{a^2}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot a}{\frac{13}{4} a^2} \approx 0,15a.$$

e) kəsiyin C ağırlıq mərkəzindən ilkin z, y oxlarına paralel z_c və y_c oxlarını keçiririk;

ə) (6.10) və (6.11) ifadələrindən istifadə edərək kəsiyin ox (J_{z_c}, J_{y_c}) və mərkəzdənqaçma $(J_{z_c y_c})$ ətalət momentlərini təyin edirik.

(6.6) və (6.10) ifadələrinə əsasən yazırıq:

$$J_{z_c} = J_z^{(1)} + J_z^{(2)} + J_z^{(3)} = [J_{z_1}^{(1)} + A_1 h_1^2] + [J_{z_2}^{(2)} + A_2 h_2^2] + [J_{z_3}^{(3)} + A_3 h_3^2],$$

burada: $J_{z_i}^{(i)}$ - z_i oxuna nəzərən i -ci fiqurun ətalət momenti; h_i - i -ci fiqurun ağırlıq mərkəzindən kəsiyin mərkəzi z_c oxuna qədər olan məsafədir; A_i - i -ci fiqurun sahəsidir.

$$\begin{aligned} J_{z_c} &= J_{z_c}^{(1)} + J_{z_c}^{(2)} + J_{z_c}^{(3)} = [J_{z_1}^{(1)} + A_1 h_1^2] + [J_{z_2}^{(2)} + A_2 h_2^2] + [J_{z_3}^{(3)} + A_3 h_3^2] = \\ &= \left[\frac{a(2a)^3}{12} + 2a^2(-0,3a)^2 \right] + \left[\frac{a(a/4)^3}{12} + \frac{a^2}{2}(0,45a)^2 \right] + \\ &\quad + \left[\frac{a(a/2)^3}{36} + \frac{a^4}{4}(0,03a)^2 \right] = 1,03a^4. \end{aligned}$$

Uyğun olaraq y_c oxuna nəzərən mərkəzi ətalət momentini təyin edirik:

$$J_{y_c} = 0,76a^4.$$

Mərkəzdənqaçma ətalət momenti

$$\begin{aligned} J_{z_c y_c} &= [J_{z_1 y_1}^{(1)} + A_1 z_1 y_1] + [J_{z_2 y_2}^{(2)} + A_2 z_2 y_2] + [J_{z_3 y_3}^{(3)} + A_3 z_3 y_3] = \\ &= [0 + 2a^2(-0,15a)(-0,21a)] + \left[0 + \frac{a^2}{2} 0,45a \cdot 0,63a \right] + \\ &\quad + \left[\frac{a^2 \cdot a^2}{4 \cdot 72} + \frac{a^2}{4} \cdot 0,46a \cdot 0,03a \right] \approx 0,37a^4. \end{aligned}$$

4) (6.18) ifadəsindən istifadə edərək baş mərkəzi ətalət oxlarının vəziyyətini tapırıq:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2J_{z_c y_c}}{J_{y_c} - J_{z_c}} = \frac{2 \cdot 0,37a^4}{0,76a^4 - 1,03a^4} = -2,67,$$

$$\alpha_0 = 0,5 \arctg(-2,67) = -29^{\circ}30'.$$

f) baş mərkəzi ətalət momentlərinin J_u , J_v qiymətlərini təyin edirik:

$$\begin{aligned} J_{u/v} &= \frac{1}{2} \left[(J_{z_c} + J_{y_c}) \pm \sqrt{(J_{z_c} - J_{y_c})^2 + 4J_{z_c y_c}^2} \right] = \\ &= \frac{a^4}{2} \left[1,03 + 0,76 \pm \sqrt{(0,27)^2 + 4(0,37)^2} \right] = a^4(0,89 \pm 0,37), \end{aligned}$$

$$J_u = J_{\max} = (0,89 + 0,37) \cdot a^4 = 1,26a^4,$$

$$J_v = J_{\min} = (0,89 - 0,37) \cdot a^4 = 0,52a^4.$$

g) ən böyük müqavimət momentini (şəkil 7.22, a) tapırıq:

$$W_u = \frac{J_u}{V_{\max}} = \frac{J_u}{V_A} = \frac{1,26 \cdot a^4}{1,5 \cdot a} = 0,84a^3.$$

$$W_v = \frac{J_v}{V_{\max}} = \frac{J_v}{V_B} = \frac{0,52 \cdot a^4}{1,1 \cdot a} = 0,47 \cdot a^3.$$

Maksimum qiyməti $W_u = W_{\max} = 0,84a^3$ alırıq. Görünür ki, mümkün olan iki qorxulu A və B nöqtələrindən A nöqtəsi qorxulu olacaq; onda kəsiyin ölçüsünü belə tapırıq: $W_u = 0,84a^3 = 333 \text{ sm}^3$, buradan $a \approx 8 \text{ sm}$.

6. İkitavr en kəsikli tirə sərf olunan materialı vahid qəbul edərək müxtəlif profil tirə sərf olunan polad materialı hesablayaq.

Müxtəlif en kəsikli tirlərin ağırlıqlarının nisbətini, onların sahələrinin ikitavrın en kəsiyi sahəsinə olan k_i nisbəti kimi təyin etmək olar.

Çəkini G_i ilə işarə edək. Onda müxtəlif kəsikli tir üçün k əmsalı bərabərdir:

a) dördbucaqlı

$$k_1 = \frac{G_1}{G_1} = \frac{A_1}{A_1} = \frac{h \cdot b}{A_1} = \frac{15,6 \cdot 7,8}{40,2} = 3,03;$$

b) dairə

$$k_2 = \frac{G_2}{G_1} = \frac{\pi d^2}{4A_1} = \frac{3,14 \cdot 15^2}{4 \cdot 40,2} = 4,41;$$

c) halqa

$$k_3 = \frac{G_3}{G_1} = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4A_1} = \frac{3,14(18^2 - 14,4^2)}{4 \cdot 40,2} = 2,28;$$

ç) nazikdivarlı qapalı halqa

$$k_4 = \frac{G_4}{G_1} = \frac{\pi D_{or.} \cdot \delta}{A_1} = \frac{3,14 \cdot 16,4 \cdot 1,64}{40,2} = 2,1;$$

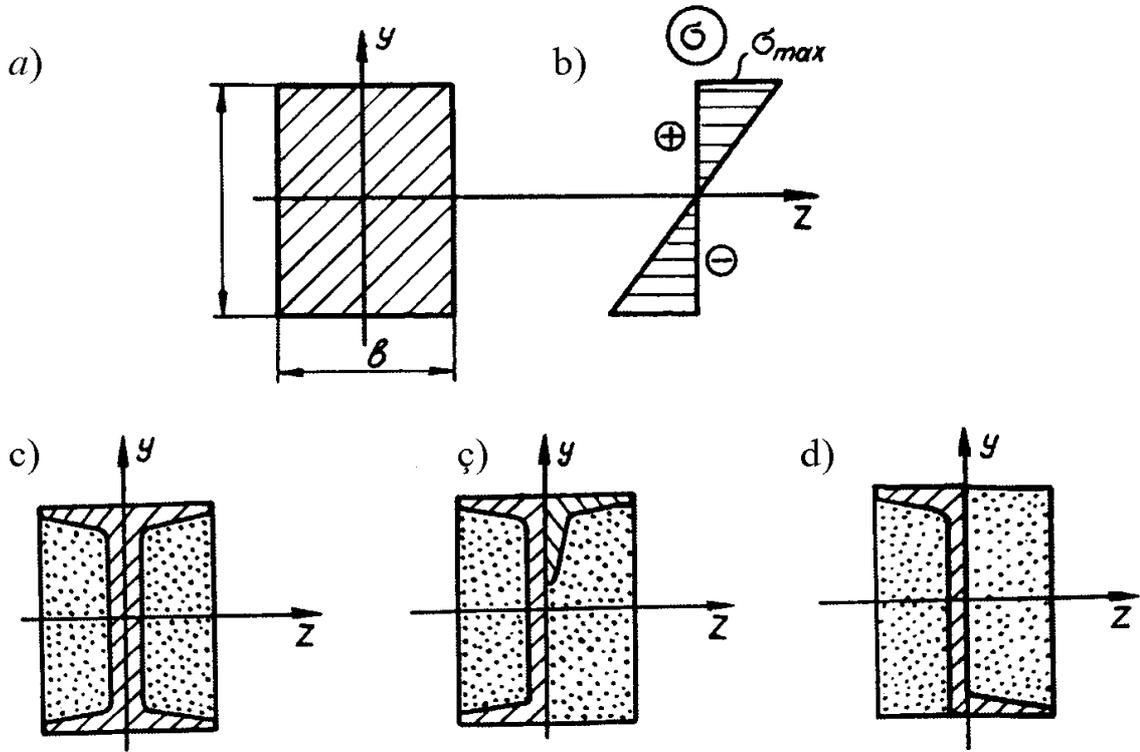
d) verilən çertyoja görə (şəkil 7.22)

$$k_5 = \frac{G_5}{G_1} = \frac{176}{40,2} = 4,38.$$

Tirin hazırlanmasına sərf olunan materialın sərfini təhlil etdikdə görünür ki, səmərəli kəsik seçmək üçün dərinədən düşünmək

lazımdır: çünki bununla çox mühüm əhəmiyyəti olan minimum material sərfini təmin etmək olar.

Material sərfinin azaldılması tirin (şəkil 7.23) işləmə şəraitindən əyani olaraq görünür. Şəkildə tirin ölçüləri h və b olan dördbucaqlı kəsiyi göstərilmişdir. Sağ tərəfdə normal gərginliyin epürü (şəkil 7.23,b) qurulur və bu halda nəzərdə tutulur ki, qüvvəli xətt y oxu ilə üst-üstə düşür. Epürdən görünür ki, neytral qatda lif yüklənməyib, yaxın liflərdə σ kiçik qiymətə malikdir. Lakin tirin möhkəmliyə hesabı məlumdur ki, $\sigma_{max} \leq [\sigma]$ düsturu ilə aparılır. Deməli, elə kəsik forması əldə etmək məqsədəuyğundur ki, materialın çoxu tirin neytral oxundan uzaqda, azı isə yaxınlığında yerləşsin.



Şəkil 7.23

Belə səmərəli kəsiklərdən, xüsusi halda ikitavrı (şəkil 7.23,c), şvelleri (şəkil 7.23,ç), zetşəkilli kəsiyi (şəkil 7.23,e) və s. göstərmək olar.

Şəkillərdə tuşla nöqtələnmiş yerlərdən material götürülmüşdür; ona görə də müqavimət momenti W_z azalır. Adətən, o, tirin kəsiyinin qüvvəli xətt istiqamətində artması hesabına tamamlanır.

Məsələ 7.2. Əyilməyə işləyən tirin (şəkil 7.24) möhkəmlik ehtiyatını təyin etməli. Tir sol tərəfindən möhkəm bərkidilmişdir. Qüvvə, $F=5 \cdot 10^4$ kN tirin oxuna perpendikulyardır və A

nöqtəsindən α bucağı altında keçir. En kərik ölçüləri $h=2b=20\text{sm}$. Tirin materialı dartılma və sıxılmaya eyni işləyir. $\sigma_{ax,d}=\sigma_{ax,c}=\sigma_{ax}=480\text{MPa}$, tirin uzunluğu $a=1,4\text{m}$ normativ möhkəmlik ehtiyatı $[n]=2$ -dir.

Tirin kəsiyinin qüvvəli xəttinin vəziyyətini, yəni α bucağını təyin etməli; bu halda tirin qorxulu kəsiyinin qorxulu nöqtəsində normal gərginlik ekstremal qiymətə çatır.

Həlli. 1. Brusun qorxulu kəsiyini müəyyən edirik. Əyici moment maksimum qiymət alan kərik qorxulu kərik olacaq. Əyici moment epürünün dəyişməsi qanunundan (şəkil 7.24,b) görünür ki, belə kərik sərt bərkidilmiş kəsikdir.

2. Tirin $ABCD$ qorxulu kəsiyində ixtiyari K nöqtəsi üçün (şəkil 7.24,c) (7.34) ifadəsindən istifadə etməklə σ normal gərginliyin analitik ifadəsini yazırıq:

$$\sigma = \frac{M_z}{J_z} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} \cdot z,$$

şəkildən

$$M_z = F \cdot a \cdot \cos \alpha = M_{xy} \cdot \cos \alpha,$$

$$M_y = F \cdot a \cdot \sin \alpha = M_{xy} \cdot \sin \alpha.$$

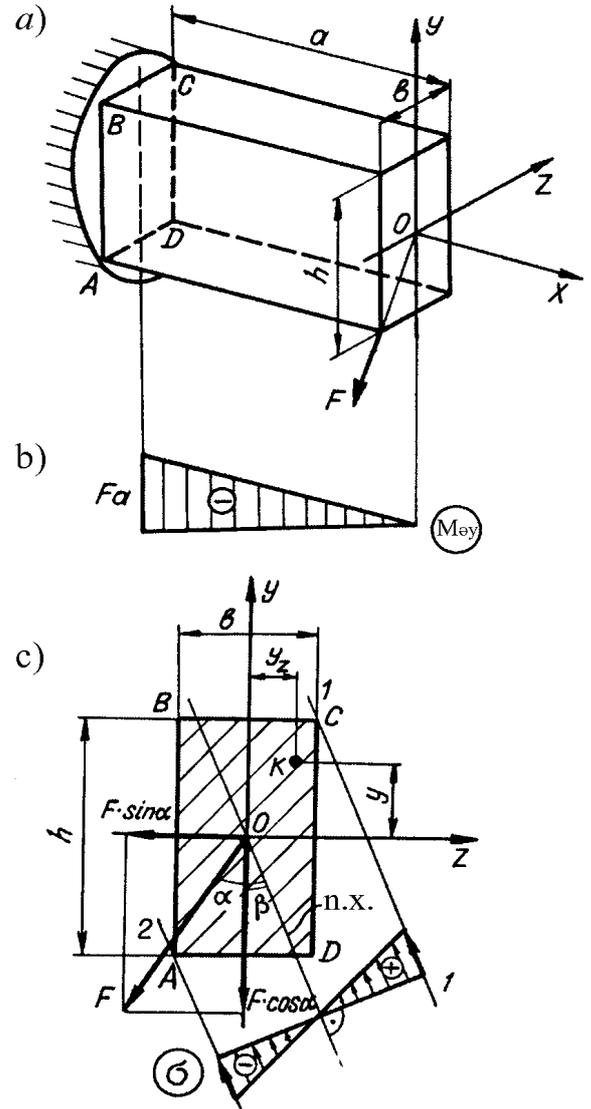
Onda

$$\sigma = F \cdot a \left[\frac{\cos \alpha}{J_z} \cdot y + \frac{\sin \alpha}{J_y} \cdot z \right]. \quad (a)$$

3. Neytral xəttin (n.x.) vəziyyətini tapmaq; normal gərginlik neytral xətdə sıfır bərabərdir.

(a) ifadəsində $\sigma=0$ götürürük. $F \cdot a \neq 0$, ona görə

$$\frac{\cos \alpha}{J_z} \cdot y + \frac{\sin \alpha}{J_y} \cdot z = 0. \quad (b)$$



Şəkil 7.24

Bu elə neytral xəttin tənliyidir.

Ox ətalət momentlərinin (J_z, J_y) qiymətlərini tapaq:

$$J_z = \frac{bh^3}{12} = \frac{b(2b)^3}{12} = \frac{2b^4}{3};$$

$$J_y = \frac{b^3h}{12} = \frac{b^4}{6}.$$

(b)-də yazıb, alınan ifadəni sadələşdiririk və neytral xəttin maillik bucağı β -ni təyin edirik:

$$\cos \alpha \cdot y + 4 \sin \alpha \cdot z = 0, \quad (\text{c})$$

yaxud

$$y = -4 \operatorname{tg} \alpha \cdot z. \quad (\text{ç})$$

En kəsiyi sahəsində $h=2b$ olduğundan, qüvvəli xəttin z oxu ilə təşkil etdiyi bucağın tangensi $\frac{1}{2}$ -ə bərabərdir ($\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$, buradan $\alpha = 26^\circ 30'$), yəni (ç) bərabərliyi belə olar:

$$y = -2z. \quad (\text{d})$$

(d) ifadəsi əsasında neytral xəttin vəziyyətini göstəririk (şəkil 7.24,c).

3. Qorxulu nöqtələri, onla-rın koordinatlarını və onlardakı normal gərginlikləri təyin edirik.

$\sigma = \sigma_{max}$ olan nöqtələr qorxulu nöqtələr olacaqdır. Kəsiyin 1-1 və 2-2 konturlarından neytral xəttə paralel xətlər çəkirik. C və A nöqtələri qorxulu (bərabər qorxulu) nöqtələr olacaqdır – onlardakı gərginliklər modulca bərabər olacaqdır, eləcə də $\sigma_{ax,d} = \sigma_{ax,c}$.

Qorxulu C nöqtəsinin koordinatları $z_b = \frac{b}{2}$; $y_b = \frac{u}{2} = b$ olacaqdır.

(a) ifadəsində nöqtənin koordinatlarını, J_z, J_y və α -nın qiymətlərini yazıb ən böyük normal gərginliyi təyin edirik:

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &= \frac{3\Phi \cdot a}{b^3} \left[\frac{1}{2} b \cos \alpha + c \sin \alpha \right] = \\ &= \frac{3\Phi \cdot a}{b^3} \left[\frac{1}{2} 0,45 + 0,89 \right] \approx \frac{3,06 \cdot \Phi \cdot a}{b^3} = \frac{3,06 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 1,4}{0,1^3 \cdot 10^6} = 214,2 \text{ MPa}. \end{aligned}$$

A nöqtəsindəki gərginlik modulca C nöqtəsindəki gərginliyə bərabər olacaq; ancaq sıxıcı olacaqdır.

4. Tirin möhkəmlik ehtiyatını tapırıq:

$$H = \frac{\sigma_{\text{шяд}}}{\sigma_{\text{max}}} = \frac{\sigma_{\text{ax}}}{\sigma_{\text{б}}} = \frac{480}{214,2} = 2,24.$$

Hesabat möhkəmlik ehtiyatı $n=2,24 \geq [n]$, $[n]=2$ -dir; ona görə də tirin möhkəmliyi təmin olunur.

5. Qüvvəli xəttin vəziyyətini təyin edirik (yəni α bucağının qiymətini tapırıq); bu halda C nöqtəsində yaranan gərginliyin qiyməti ekstremum qiymətə çatır.

(b) bərabərliyində C nöqtəsinin koordinatlarını $z_{\text{б}} = \frac{\delta}{2}$; $y_{\text{б}} = \frac{\omega}{2}$ və etalət momentlərini $M_z = \frac{\delta \omega^2}{12}$, $M_y = \frac{\omega \delta^2}{12}$ yazıb, alırıq:

$$\cos \alpha \cdot \delta + \sin \alpha \cdot \omega = 0. \quad (e)$$

Bizim kəsik üçün (a) ifadəsindən göründüyü kimi, ən böyük gərginlik o halda yaranır ki, (e) bərabərliyi maksimum alınsın (e) bərabərliyindən α -ya görə törəmə alaq və sifıra bərabər edək:

$$-\sin \alpha \cdot \delta + \cos \alpha \cdot \omega = 0,$$

buradan

$$\tan \alpha = \frac{\omega}{\delta}.$$

Məsələ 7.3. En kəsiyi dördbucaqlı olan düz oxlu brus, iki qiymətcə bərabər və əks yönələn $F=9 \cdot 10^5 \text{ N}$ qüvvələri ilə yüklənmiş və mərkəzdən xaric dartılmaya işləyir. Kəsiyin ölçüləri $\frac{\omega}{\delta} = 2$. Əgər brusun dartılmasında axıcılıq həddinin $\sigma_{\text{ax.д}}$ və sıxılmada axıcılıq həddinin $\sigma_{\text{ax.с}}$ nisbəti $\sigma_{\text{ax.с}} = 1,3$, $\sigma_{\text{ax.д}} = 420 \text{ МПа}$, möhkəmlik ehtiyatı $n=2,5$ olarsa, en kəsiyin ölçülərini təyin etməli.

Həlli: 1. Brus mərkəzdən xaric dartılmaya məruz qalır və ona görə də bütün en kəsiklər bərabər qorxuludur, yəni eyni şəraitdə olur. 1-1 kəsiyini keçirək (şəkil 7.25,a), sağ tərəfi ataq, sola baxaq (şəkil 7.25,b). En kəsikdə aşağıdakı qüvvə amilləri yaranır:

$$H = \Phi, \quad M_y = \frac{\Phi \cdot \delta}{2}, \quad M_z = \frac{\Phi \cdot \omega}{2} = \Phi \cdot \delta.$$

2. dA sahəciyindəki gərginliyi σ ilə işarə edirik və (7.43) ifadəsinə əsasən onun tənliyini yazırıq:

$$\sigma = \frac{\Phi}{A} \left[1 + \frac{\check{u}_\phi}{\check{u}_3} \cdot \check{u} + \frac{3\phi}{\check{u}_3} \cdot z \right],$$

burada $y_F, z_F - F'$ qüvvəsi tətbiq olunan A qütb nöqtəsinin koordinatları ($y_F=b, z_F=\frac{\delta}{2}$);

y və z gərginliyi təyin olunacaq ixtiyari nöqtənin koordinatlarıdır.

Ətalət radiuslarının kvadratları:

$$\check{u}_3^2 = \frac{K_3}{A} = \frac{\delta \check{u}^2}{12 \cdot \delta \cdot \check{u}} = \frac{\check{u}^2}{12} = \frac{\sigma^2}{3}; \quad \check{u}_\phi^2 = \frac{K_\phi}{A} = \frac{\check{u} \delta}{12 \cdot \delta \cdot \check{u}} = \frac{\delta^2}{12}.$$

Alınan qiymətləri σ ifadəsində yazırıq:

$$\sigma = \frac{\Phi}{A} \left[1 + \frac{3}{\delta} \cdot \check{u} + \frac{6}{\delta} \cdot z \right]. \quad (a)$$

3. Neytral xəttin vəziyyətini tapırıq. (a) ifadəsini sıfıra bərabər edirik: $\frac{\Phi}{a} \neq 0$ olduğundan aşağıdakı ifadə

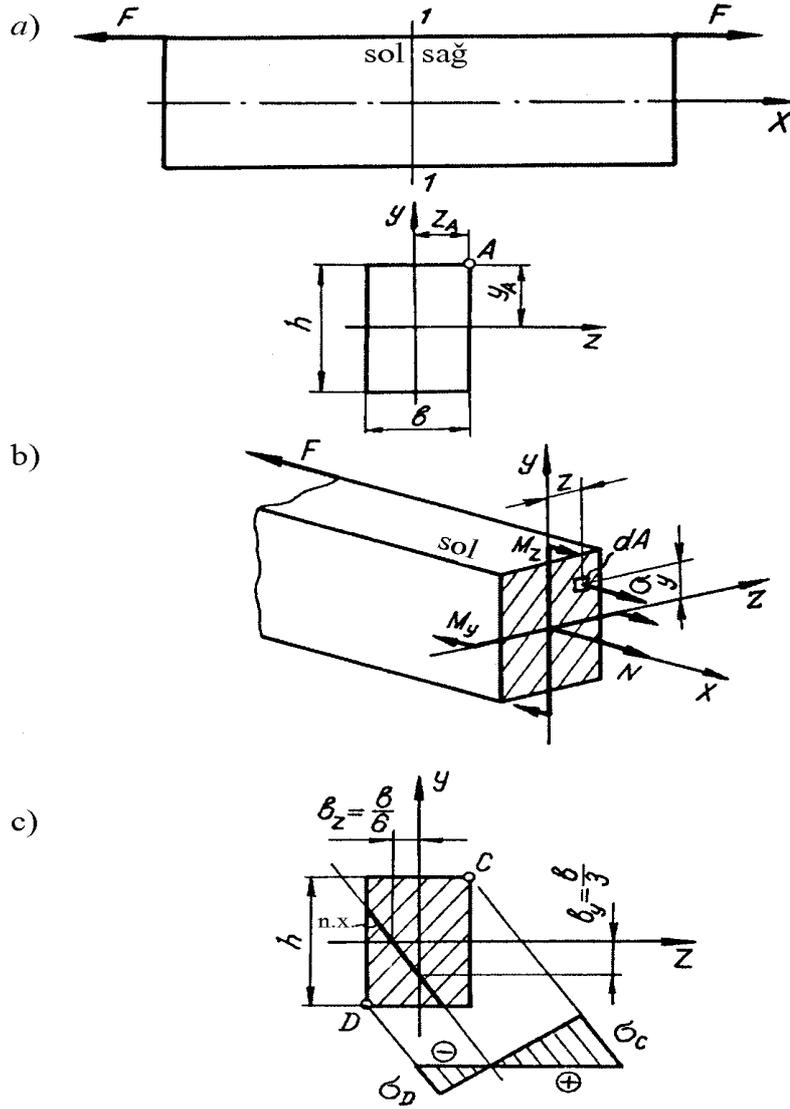
$$1 + \frac{3}{\delta} \cdot \check{u} + \frac{6}{\delta} \cdot z = 0. \quad (b)$$

neytral xəttin tənliyi olacaqdır.

Koordinat oxları üzərində ayrılacaq parçaları aşağıdakı qiymətləri verməklə təyin etmək olar:

a) $y=0, \quad \sigma_3 = -\frac{\delta}{6};$

b) $z=0, \quad \sigma_\check{u} = -\frac{\delta}{3}.$



Şəkil 7.25

4. Brusun en kəsiyində mümkün olan qorxulu nöqtələrin koordinatlarını tapmaq. Bunun üçün b_y və b_z parçalarının qiymətlərini uyğun olaraq y və z oxlarının üzərində qeyd edib neytral xətti çəkirik. Konturlardan neytral xəttə paralel xətlər çəkərək müəyyən edirik ki, mümkün olan qorxulu nöqtələr C və D nöqtələri olacaqdır.

C nöqtəsinin koordinatları $\left[6, \frac{b}{2}\right]$, D nöqtəsininki isə $\left[-6, -\frac{b}{2}\right]$ olacaqdır.

5. C nöqtəsindəki dartıcı gərginlik

$$\sigma_{\delta}^b = \frac{\Phi}{A} \left[1 + \frac{3}{6} \ddot{u}_b + \frac{6}{6} z_b \right] = \frac{7}{2} \cdot \frac{\Phi}{A}.$$

D nöqtəsində sıxıcı normal gərginlik (modulca)

$$|\sigma_c^D| = \left| \frac{\Phi}{A} \left[1 + \frac{3}{6} \ddot{u}_D + \frac{6}{6} z_D \right] \right| = \left| \frac{5}{2} \cdot \frac{\Phi}{A} \right|.$$

6. İki mümkün nöqtələrdən qorxulusunu təyin edək:

$$\frac{7}{2} \cdot \frac{\Phi}{A} > \frac{5}{2} \cdot \frac{\Phi}{A}.$$

Şərtə görə $|\sigma_{ax,c}| > \sigma_{ax,\delta}$, $\sigma_{\delta}^b > |\sigma_c^D|$. Bu şərtəndən görünür ki, qorxulu nöqtə ən böyük dartıcı gərginlik yaranan nöqtə olacaqdır, bu isə C nöqtəsidir.

7. Möhkəmlik şərtindən istifadə edərək layihə hesabətını yerinə yetirək:

$$\sigma_{max} = \sigma_b = \frac{7}{2} \cdot \frac{\Phi}{A} \leq [\sigma]_{\delta} = \frac{\sigma_{ax,\delta}}{H} = \frac{\sigma_{ax,c}}{1,3H},$$

$$A = \frac{7 \cdot \Phi \cdot H \cdot 1,3}{2 \sigma_{ax,c}} = \frac{7 \cdot 9 \cdot 10^5 \cdot 2,5 \cdot 1,3 \cdot 10^4}{2 \cdot 420 \cdot 10^6} = 2438 \text{ cm}^2.$$

Hesabatın düzgünlüyünə inanmaq üçün brusun D nöqtəsinə görə kəsiyin ölçülərini təyin edək; bu halda sıxılma gedir:

$$|\sigma_{max}| = \sigma_D = \frac{5}{2} \cdot \frac{\Phi}{A} \leq [\sigma]_c = \frac{\sigma_{ax,c}}{H},$$

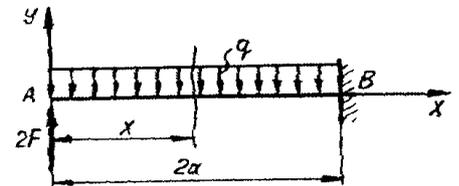
$$A = \frac{5 \cdot \Phi \cdot H}{2 \sigma_{ax,c}} = \frac{5 \cdot 9 \cdot 10^5 \cdot 2,5 \cdot 10^4}{2 \cdot 480 \cdot 10^6} = 117,2 \text{ cm}^2.$$

Beləliklə hesabat göstərir ki, dartılmaya görə ən kəsiyin qiyməti $243,8 \text{ sm}^2$, sıxılmaya görə isə $117,2 \text{ sm}^2$ olmalıdır. Ona görə də hesabat üçün onlardan böyüyü, yəni $243,8 \text{ sm}^2$ qəbul edilir.

Məsələ 7.4. Tirin A kəsiyinin əyintisini və dönmə bucağını təyin etməli (şəkil 7.26).

Həlli: 1. Elastiki xəttin diferensial tənliyindən istifadə edərək onu göstərilən tir üçün yazsaq:

$$E\mathcal{J}_3 \cdot \ddot{u} = M_3 = 2\Phi \cdot x - e \frac{x^2}{2}. \quad (a)$$



Şəkil 7.26

2. (a) ifadəsini bir dəfə inteqrallayıb tirin kəsiyinin dönmə bucağını təyin etmək üçün tənlik alırıq:

$$E\mathcal{J}_3 \cdot \dot{u} = E\mathcal{J}_3 \cdot \varphi = \Phi \cdot x^2 - e \frac{x^3}{6} + B. \quad (b)$$

3. (b) ifadəsini inteqrallayıb kəsiyin əyintilərinin tənliyini alırıq:

$$E\mathcal{K}_3 \cdot \ddot{u} = \frac{\Phi \cdot x^3}{3} - \frac{e \cdot x^4}{24} + b \cdot x + D. \quad (c)$$

4. Aşağıda sərhəd şərtlərindən istifadə edərək C və D ixtiyari sabitlərini təyin edirik:

$$1) E\mathcal{K}_3 \cdot \dot{u}|_{x=2a} = E\mathcal{K}_3 \cdot \dot{u}_D = 0, \quad 2) E\mathcal{K}_3 \cdot \ddot{u}|_{x=2a} = E\mathcal{K}_3 \cdot \ddot{u}_D = 0.$$

$$1) E\mathcal{K}_3 \cdot \ddot{u}_B = \frac{\Phi(2a)^3}{3} - \frac{e(2a)^4}{24} + 2a \cdot b + D = 0,$$

$$2) E\mathcal{K}_3 \cdot \varphi_B = \Phi(2a)^2 - \frac{e(2a)^3}{6} + b = 0.$$

Bu tənlikləri birlikdə həll edərək alırıq:

$$b = -\frac{8}{3} \Phi \cdot a^2, \quad D = \frac{5}{2} \Phi \cdot a^3.$$

5. C ixtiyari sabitini (b) ifadəsində yazaraq A kəsiyinin dönmə bucağını təyin edirik:

$$E\mathcal{K}_3 \cdot \varphi_A = -\frac{8}{3} \Phi \cdot a^2.$$

$$E\mathcal{K}_3 \cdot \dot{u}|_{x=0} = 0.$$

Mənfi işarəsi göstərir ki, A kəsiyi saat əqrəbi hərəkəti istiqamətində dönür, əgər işarə müsbət olarsa, onda kəsik saat əqrəbi hərəkətinin əksinə dönərdi.

(c) bərabərliyində C və D sabitlərinin qiymətlərini yazıb yerdəyişməsini təyin edirik:

$$E\mathcal{K}_3 \cdot \dot{u}|_{x=0} = E\mathcal{K}_3 \cdot \dot{u}_A,$$

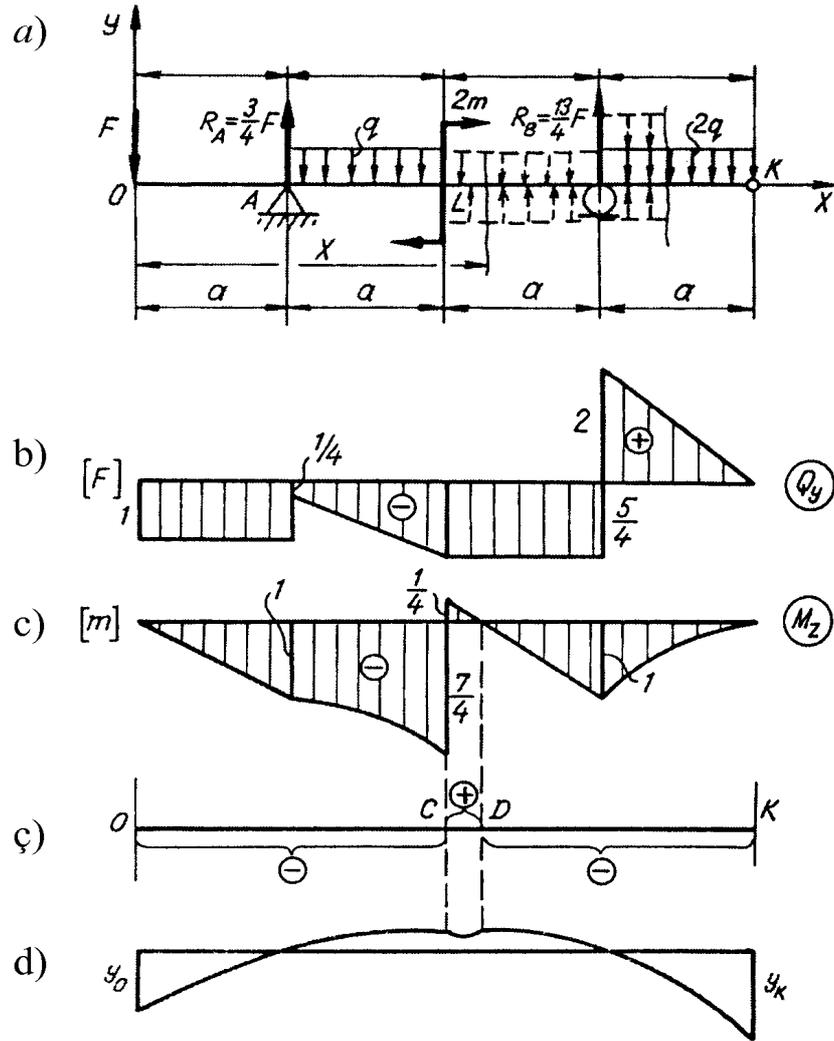
$$E\mathcal{K}_3 \cdot \ddot{u}_A = D = \frac{5}{2} \Phi \cdot a^3.$$

Müsbət işarəsi göstərir ki, A kəsiyinin yerdəyişməsi y oxunun müsbət istiqamətində gedir.

Məsələ 7.5. Elastiki xəttin universal tənliyindən istifadə edərək tirin (şəkil 7.27) L kəsiyinin dönmə bucağını, K və L kəsiklərinin əyintilərini təyin etməli.

Həlli: $m = F \cdot a = q \cdot a^2$ qəbul edərək, R_A və R_B reaksiyalarına istiqamət veririk və onların qiymətlərini statika tənliklərinə əsasən təyin edirik:

$$\sum M_B = 0, \quad P_A = \frac{\Phi \cdot a}{2a} \left[3 + \frac{3}{2} - 2 - 1 \right] = \frac{3}{4} \Phi,$$



Şəkil 7.27

$$\sum M_A = 0, \quad P_B = \frac{\Phi \cdot a}{2a} \left[2 \frac{5}{2} + 2 + \frac{1}{2} - 1 \right] = \frac{13}{4} \Phi.$$

Tapılan reaksiyaların doğru olduğunu yoxlarıyıq:

$$\sum \dot{Y} = 0, \quad \Phi \left[-1 + \frac{3}{4} - 1 + \frac{13}{4} - 2 \right] = 0,$$

$$0 = 0.$$

Reaksiyalar və onların qiymətləri doğru tapılmışdır.

2. (7.32) universal tənliyindən istifadə edərək tirin bütün məntəqələri üçün əyinti tənliyini yazırıq:

$$E\mathcal{X}_3 \cdot \ddot{y} = E\mathcal{X}_3 \cdot \ddot{y}_0 + E\mathcal{X}_3 \cdot \varphi_0 \cdot x - \frac{\Phi \cdot x^3}{6} \Big|_{bI} + \frac{3}{4} \Phi \frac{(x-a)^3}{6} - \frac{e(x-a)^4}{24} \Big|_{bIbI} + \frac{2M(x-2a)^2}{2} + \frac{e(x-2a)^4}{24} \Big|_{bIbIbI} + \frac{13}{4} \Phi \cdot \frac{(x-3a)^3}{6} - \frac{2e(x-3a)^4}{24} \Big|_{bIbI} \quad (a)$$

Xüsusi qeyd olunur ki, hər bir məntəqə üçün əyinti tənliyi uyğun indekslə işarə olunan şaquli xətdən sol tərəfdə göstərilir. Məsələn, ikinci məntəqədə tirin kəsiyinin yerdəyişmə tənliyi indeksində II yazılan xətdən sol tərəfdə qalan hissədir, yəni:

$$E\mathcal{K}_3\ddot{u}_{B|B} = E\mathcal{K}_3\ddot{u}_0 + E\mathcal{K}_3 \cdot \varphi_0 \cdot x - \frac{\Phi \cdot x^3}{6} + \frac{3}{4} \cdot \frac{\Phi \cdot (x-a)^3}{6} - \frac{\Phi \cdot (x-a)^4}{24} \quad (b)$$

(a) ifadəsini yazanda $\frac{\Phi(x-2a)^4}{24}$ və $\frac{2\Phi(x-3a)^4}{24}$ toplananları elastiki oxun diferensial tənliyini çıxaranda qəbul olunan qaydaya əsasən yazılır:

Əgər diferensial tənlik x oxunun müsbət istiqaməti tərəfə tərtib olunursa və məntəqədə o biri məntəqəyə keçməyən müntəzəm yayılmış yük varsa, onu növbəti məntəqəyə də tərtib edirik, əvvəlki həndəsi formanı saxlamaq məqsədilə onu müvazinətləndirən qiymətə bərabər, istiqamətə əks yönələn yayılmış yük tətbiq edirik; üçüncü məntəqədə (şəkil 7.27,a) ikinci məntəqəyə tətbiq olunan yayılmış yük davam etdirilir və həmin intensivlikli q yükü əks istiqamətdə (yuxarı) tətbiq olunur; dördüncü məntəqədə üçüncü məntəqənin yayılmış yükü davam etdirilir.

3. Aşağıdakı sərhəd şərtlərindən istifadə edərək sol tərəfdə qəbul olunmuş koordinat başlanğıcından əyintini y_0 və dönmə bucağını φ_0 təyin edirik: A və B kəsiklərində əyintilər sıfıra bərabərdir:

$$1) E\mathcal{K}_3\ddot{u}|_{x=a} = E\mathcal{K}_3 \cdot \ddot{u}_A = 0,$$

$$E\mathcal{K}_3\ddot{u}_A = E\mathcal{K}_3\ddot{u}_0 + E\mathcal{K}_3 \cdot \varphi_0 \cdot a - \frac{\Phi \cdot a^3}{6} = 0;$$

$$E\mathcal{K}_3 \cdot \ddot{u}_0 + E\mathcal{K}_3 \varphi_0 \cdot a = \frac{\Phi \cdot a^3}{6}.$$

$$2) E\mathcal{K}_3 \cdot \ddot{u}|_{x=3a} = E\mathcal{K}_3 \cdot \ddot{u}_B = 0. \quad (c)$$

Tirin dayaq üzərindəki B kəsiyinin əyintisi sıfıra bərabərdir. Bu halda tirin elastiki xəttinin tənliyi, (a) ifadəsindəki III indeks yazılan şaquli xəttin sol tərəfindəki ifadə olacaqdır. Beləliklə:

$$E\mathcal{K}_3 \cdot \ddot{u}_B = E\mathcal{K}_3 \cdot \ddot{u}_0 + E\mathcal{K}_3 \cdot \varphi_0 \cdot 3a + \Phi \cdot a^3 \left[\frac{-1 \cdot 3^3}{6} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2^3}{6} - \frac{2^4}{24} + \frac{2 \cdot 1^2}{2} + \frac{1}{24} \right] = 0,$$

yaxud

$$E\mathcal{J}_3 \cdot \ddot{y}_0 + E\mathcal{J}_3 \cdot \varphi_0 \cdot 3a = 3 \cdot \Phi a^3. \quad (\zeta)$$

(c) və (ç) ifadələrini birlikdə həll edib, alırıq:

$$E\mathcal{J}_3 \cdot \varphi_0 = \frac{17}{12} \Phi \cdot a^2, \quad (d)$$

$$E\mathcal{J}_3 \cdot \ddot{y}_0 = -\frac{5}{4} \Phi \cdot a^3. \quad (e)$$

4. Kəsiklərdə əyintiləri təyin edək: L kəsiyi ikinci məntəqəyə aiddir, (b) tənliyindən istifadə edirik:

$$\begin{aligned} E\mathcal{J}_3 \cdot \ddot{y}_{bl} \Big|_{x=2a} = E\mathcal{J}_3 \cdot \ddot{y}_l &= -\frac{5}{4} \Phi \cdot a^3 + \frac{17}{12} \Phi a^2 \cdot 2a + \\ &+ \Phi a^3 \left[\frac{-1 \cdot 2^3}{6} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{24} \right] = \frac{5}{12} \Phi a^3. \\ \ddot{y}_l &= \frac{5}{12} \cdot \frac{\Phi \cdot a^3}{E\mathcal{J}_3}. \end{aligned}$$

K kəsiyində bu kəsik dördüncü məntəqəyə aiddir, ona görə (a) ifadəsində $x=4a$ yazırıq:

$$\begin{aligned} E\mathcal{J}_3 \cdot \ddot{y}_{bl} \Big|_{x=4a} = E\mathcal{J}_3 \cdot \ddot{y}_K &= \Phi \cdot a^3 \left[-\frac{5}{4} + \frac{17}{12} \cdot 4 - \frac{1 \cdot 4^3}{6} + \frac{3 \cdot 1 \cdot 3^3}{4 \cdot 6} - \frac{1 \cdot 3^4}{24} + \right. \\ &\left. + 2^2 + \frac{1 \cdot 2^4}{24} + \frac{13 \cdot 1}{4 \cdot 6} - \frac{2 \cdot 1}{24} \right] = -\frac{19}{24} \Phi \cdot a^3, \quad \ddot{y}_K = \frac{-19\Phi \cdot a^3}{24E\mathcal{J}_3}. \end{aligned}$$

5. (7.31) ifadəsindən istifadə etməklə tirin L kəsiyinin dönmə bucağını təyin etmək üçün universal tənliyi yazaq. Kəsik ikinci məntəqəyə aiddir, ona görə də

$$\begin{aligned} E\mathcal{J}_3 \cdot \ddot{y} &= E\mathcal{J}_3 \varphi_0 - \frac{\Phi \cdot x^2}{2} \Big|_{bl} + \frac{3}{4} \Phi \frac{(x-a)^2}{2} - \frac{a(x-a)^3}{6} \Big|_{bl/b}, \\ E\mathcal{J}_3 \cdot \ddot{y} \Big|_{x=2a} = E\mathcal{J}_3 \cdot \varphi_l &= \Phi \cdot a^2 \left[\frac{17}{12} - \frac{1 \cdot 2^2}{2} + \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 1}{6} \right] = -\frac{3}{8} \Phi \cdot a^2, \\ \varphi_l &= -\frac{3 \cdot \Phi \cdot a^2}{8E\mathcal{J}_3}. \end{aligned}$$

6. Tirin elastiki xəttinin vəziyyətini göstərək.

1) məlumdur ki, əyici moment epürü sıxılan lifdə qurulur. Ona görə də M_z epürünün (şəkil 7.27,c) qurulması lazımdır;

2) M_z epürünü nəzərə almaqla tirin oxunu keçirək (şəkil 7.27,ç). CD və DK məntəqələrinin qiymətlərini mənfi işarəsi ilə aşağı tərəfdə göstəririk, çünki aşağıdakı liflər sıxılır. Müsbət işarəsi ilə

CD məntəqəsini göstəririk; ona görə ki, orada yuxarıdakı liflər sıxılır;

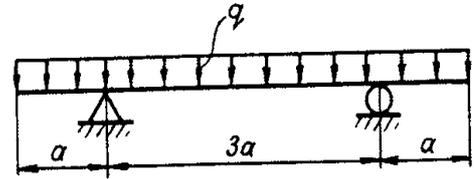
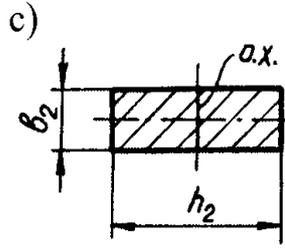
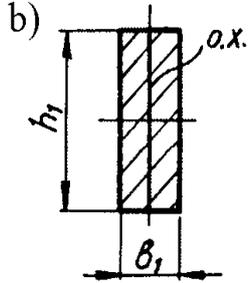
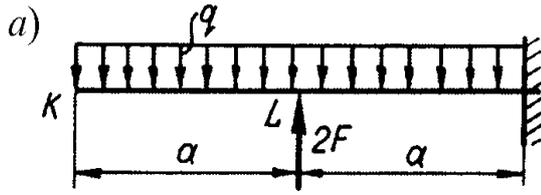
3) bunların əsasında və C, A, B, K nöqtələrində əyintinin və 0, L nöqtələrində dönmə bucaqlarının məlum qiymətlərinə görə tirin elastiki oxunun vəziyyətini göstərmək olar; bu vəziyyət (şəkil 7.27,d)-də göstərilir.

Ə 7.12. Sərbəst iş üçün tipik məsələlər

Məsələ 1. 1)sağ tərəfdən sərt bərkidilmiş və topa qüvvə $F=125 \cdot 10^3 N$, intensivliyi q olan yılmış yüklə yüklənən polad tirin (şəkil 7.28,a) en kəsiyinin ölçülərini təyin etməli; məntəqənin uzunluğu $a=1,4m$; $m=F \cdot a = q a^2$, dördbucaqlının kəsiyi $h_1/b_1=3$; qüvvəli xətt (şəkil 7.28,b) böyük h_1 tərəfə paraleldir; buraxılabilən gərginlik $[\sigma]=140MPa$.

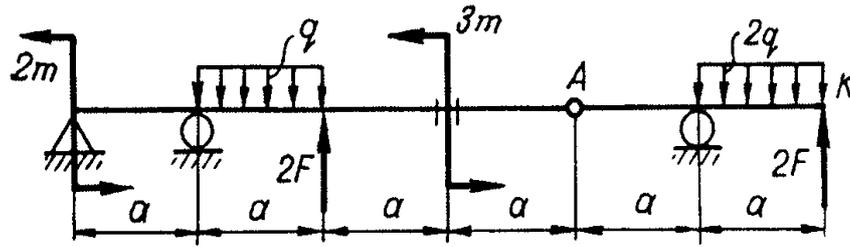
2) hesabatı təkrar edərək qüvvəli xəttin kəsiyin kiçik tərəfinə paralel olan hal üçün en kəsiyinin ölçülərini təyin etməli;

3) tirin ikinci variantda yüklənməsində birinci variantla nisbətən neçə dəfə çox (k) metal sərf olunacaqdır?



Şəkil 7.28

Şəkil 7.29



Şəkil 7.30

- Cavab:** 1) $h_1 = 3b_1 = 28,2 \text{ sm}$,
 2) $h_2 = 3b_2 = 40,8 \text{ sm}$,
 3) $k = 2,09$.

Məsələ 2. İntensivliyi q olan yayılmış yüklə yüklənən iki dayaq üzərində yerləşən ikikonsollu tir (şəkil 7.29) üçün layihə hesabatını yerinə yetirməli; yeni ikitavrrın nömrəsini seçməli. Aşağıdakı ilkin verilənləri qəbul edin: $q = 20 \text{ kN/m}$, $a = 1,6 \text{ m}$, $\sigma_{ax.d} = \sigma_{ax.c} = 480 \text{ MPa}$, möhkəmlik ehtiyatı $n = 3$. Qüvvəli xətt kiçik sərtlikli oxla üst-üstə düşür.

Cavab: ikitavr №20a.

Q e y d. əyici moment epürünün formasını körpü formalarının konfitqurasiyası ilə müqayisə etmək məqsədəuyğundur.

Məsələ 3. Dairəvi en kəsikli üçdayaqlı birkonsollu polad tir şəkildə göstərilən kimi xarici qüvvələrlə yüklənmişdir (şəkil 7.30).

Tələb olunur ki, yoxlama hesabətı aparılsın, yeni möhkəmlik ehtiyatı təmin olunsun.

Verilir: $F=20\text{kN}$. $a=1,0\text{m}$, axıcılıq hədləri $\sigma_{ax,d} = \sigma_{ax,c} = 420\text{MPa}$, en kəsiyin diametri $d=13\text{sm}$; normativ möhkəmlik ehtiyatı $[n]=2,5$.

Cavab: $n=1,89$, $n < [n]$ olduğu üçün tir istismar şərtinə cavab vermir və istifadə oluna bilməz.

Q e y d. Tirə dörd əlaqə qoyulub hər dayaqda bir şaquli və sol dayaqda həm də üfüqi. Müvazinət tənlikləri müstəvi məsələlərdə üçdür; dördüncü müvazinət tənliyi A oynağında qüvvə momentlərinin cəminin soldan (yaxud sağdan) sifara bərabər olması şərtinə əsasən yazılır.

Məsələ 4. Müstəvi polad çərçivə (şəkil 7.31) en kəsiyi $\frac{u}{2}=2$ olan dördbucaqlı millərdən hazırlanmış və xarici yüklərlə yüklənmişdir. Buraxılabilən yükün $[F]$ təyin olunması tələb edilir. Verilir: $h=20\text{sm}$; $a=2\text{m}$, axıcılıq hədləri $\sigma_{ax,d} = \sigma_{ax,c} = 450\text{MPa}$, möhkəmlik ehtiyatı $n=2,5$, qüvvəli müstəvi h tərəfinə paraleldir və kiçik sərtlikli oxla üst-üstə düşür.

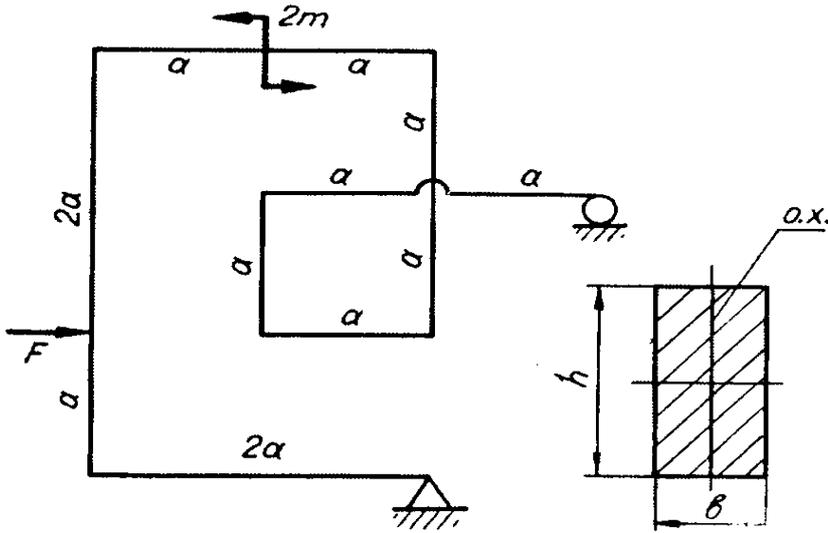
Cavab: $[F] = 30\text{kN}$.

Məsələ 5. (1) daşüstü örtüyü (şəkil 7.32) en kəsiyi sahəsi $h \times b$ ($h=12\text{sm}$, $b=9\text{sm}$) olan (2) dördbucaqlı bruslarından düzəldilmişdir. Bruslar qiyməti F olan faydalı şaquli yüklə yüklənmişdir. z_1 üfüqi oxu ilə və neytral oxla $n-n$ əmələ gələn φ bucağını təyin etməli.

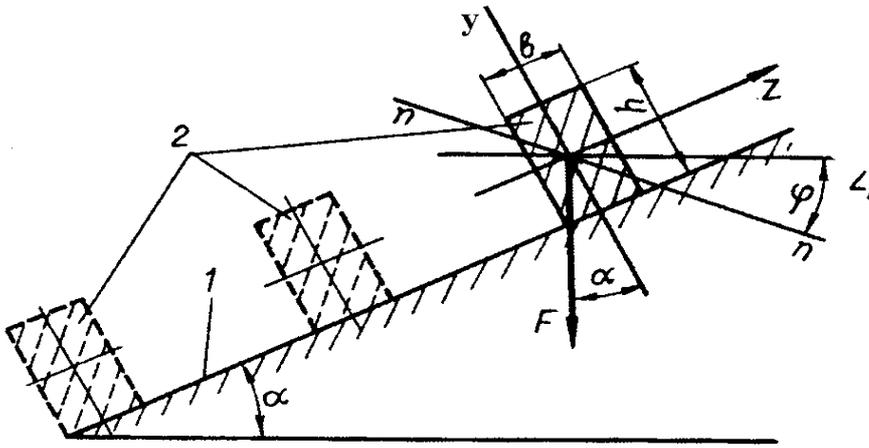
Cavab: $\varphi \approx 16^\circ$.

Məsələ 6. 22Nəli ikitavrdan hazırlanan və sərbəst ucunda y oxu ilə α bucağı altında $F=4,4\text{kN}$ qüvvə ilə yüklənən konsol tirin (şəkil 7.33) möhkəmlik ehtiyatını təyin etməli. Tirin uzunluğu $a=3\text{m}$, axıcılıq hədləri $\sigma_{ax,d} = \sigma_{ax,c} = 400\text{MPa}$.

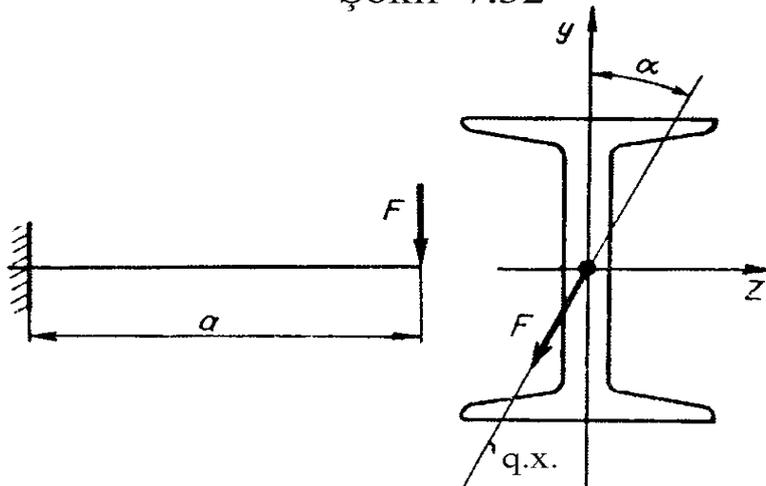
Alınan möhkəmlik ehtiyatını normativ möhkəmlik ehtiyatı - $[\eta]=2,5$ ilə müqayisə edərək, tirin istismar tələblərini ödəməsini yox- lamalı.



Şekil 7.31

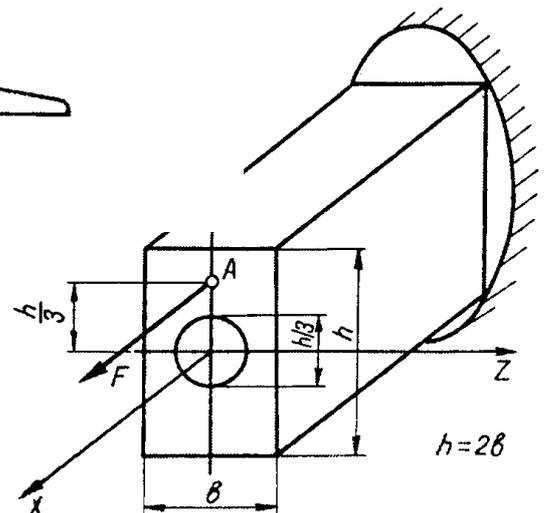


Şekil 7.32



Şekil 7.33

Cavab: $n \approx 2,66$; $n < [n]$, tir istismar telöblörünü ödeyir.



Şekil 7.34

Məsələ 7. En kəsiyi dördbucaqlı olan polad brus onun oxuna paralel olan $F=12\cdot 10^5\text{N}$ yüklə yüklənib (şəkil 7.34). Dördbucaqlının ölçüləri $h \times b$. $\frac{h}{b}=2$ -dir. Brusda oxu boyunca diametri $d=h/3$ olan deşik burğulanmışdır. F qüvvəsinin tətbiq olunduğu nöqtənin koordinatları: $y_A=\frac{h}{3}$; $z_A=0$, h və b ölçülərini təyin etməli. $\sigma_{ax,d} = \sigma_{ax,c} = 420\text{MPa}$, möhkəmlik ehtiyatı $n=2,4$.

Cavab: $h=2b=21\text{sm}$.

Məsələ 8. Elastiki xəttin təxmini diferensial tənliyindən istifadə etməklə tirin (şəkil 7.28) K kəsiyinin əyintisini və L kəsiyinin dönmə bucağını təyin etməli:

Cavab: $y_k = \frac{F \cdot a^3}{EJ_z}$, $\varphi_L = \frac{F \cdot a^2}{EJ_z}$.

Məsələ 9. Elastiki xəttin universal tənliyindən istifadə etməklə tirin (şəkil 7.30) K kəsiyinin əyintisini və A kəsiyinin dönmə bucağını təyin etməli:

Cavab: $y_k = \frac{F \cdot a^3}{EJ_z}$, $\varphi_A = \frac{F \cdot a^2}{EJ_z}$.

Özünüyoxlama sualları

1. Siz əyilmənin hansı növlərini bilirsiniz?
2. Hansı əyilmələr düz xalis, düz eninə əyilmələr adlanır?
3. Göstərilən əyilmələrdə hansı daxili qüvvə amilləri yaranır?
4. Əyici momentin və kəsici qüvvənin təsirindən hansı gərginliklər yaranır və onlar necə istiqamətlənir?
5. Xalis əyilmədə normal gərginliyin düsturu çıxarırlarkən hansı fərziyyədən istifadə edilir?
6. En kəsiyin ixtiyari nöqtəsində xalis eninə əyilmədə normal gərginliyin hansı düsturla təyin olunduğunu deyın. Normal gərginlik en kəsikdə necə paylanır?
7. Düz xalis əyilmədə lahiyə hesabətını aparmaq üçün lazım olan düsturu yazın.
8. Qüvvəli müstəvi nədir? Neyirəl qat nəyə deyilir?

9. Qüvvəli və neytral xətlər nəyə deyilir və onlar xalis əyilmədə öz aralarında necə yerləşir?
10. Əyilmənin müqavimət momenti nəyə deyilir? O. dördbucaqlı, dairəvi, halqəşəkilli en kəsiklər üçün nəyə bərabərdir?
11. En kəsik eninə əyilmədə deformasiyalanırmı?
12. Xalis yilmə üçün çıxarılmış normal gərginlik düsturundan eninə əyilmədə də istifadə etmək olarmı? Əgər olarsa, hansı halda normal gərginliyə görə hesabata toxunan gərginliyi əlavə etmək lazımdır?
13. Toxunan gərginlik düsturunu yazın.
14. Hansı en kəsik formaları səmərəli şəkillərə aiddir və onlar niyə belə adlanır?
15. Milin en kəsiyinin əyilmə mərkəzi nəyə deyilir və onun vəziyyəti necə təyin edilir?
16. Tirin elastiki xətti (əyilmiş oxu) nəyə deyilir? Kəsiyin əyintisi və dönmə bucağı nədir?
17. Əyilmənin oxu nəyə deyilir?
18. Tirin əyilməsində əyrilik radiusu ilə əyici moment və tirin sərtliyi arasındakı asılılığı göstərin.
19. Tirin elastiki xəttinin təqribi diferensial tənliyini yazın.
20. Diferensial tənlikləri inteqrallayanda ixtiyari sabitlər necə təyin edilir?
21. Tirin kəsiyinin əyinti və dönmə bucağını təyin etmək üçün universal tənliyi yazın. İxtiyari inteqral sabitlərinin fiziki mənasını izah edin.
22. Tirin elastiki xəttinin universal tənliyini çıxardıqda akademik A.N.Krılov hansı qaydalardan istifadə etmişdir?
23. Hansı növ əyilməyə çəp əyilmə deyilir? Hansı yolla çəp əyilmənin iki düz əyilməyə gətirmək olar?
24. Qüvvəli və neytral xətlər çəp əyilmədə qarşılıqlı necə yerləşir və onlar milin kəsiyinin mərkəzindən keçirmi? Milin kəsiyinin qorxulu nöqtələrinin təyin olunması ardıcılığını danışın.
25. Bütün kəsiklər üçün çəp əyilmə alınırırmı?
26. Mərkəzdən xaric dartılma (sıxılma) nəyə deyilir? En kəsiyin bu halda ən qorxulu nöqtələrinin təyin olunması ardıcılığını danışın.

27. Mərkəzdən xaric dartılmada (sıxılmada) möhkəmlik şərtini yazın.

VIII FƏSİL

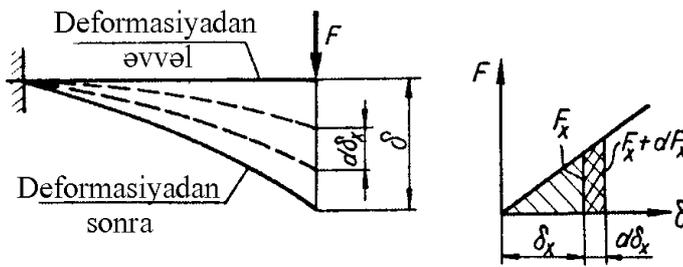
İXTİYARİ YÜKLƏNMƏDƏ MİLİN ELASTİKİ SİSTEMLƏRDƏ YERDƏYİŞMƏLƏRİNİN ENERJİ ÜSULU İLƏ TƏYİNİ

Ə 8.1. Deformasiyanın potensial enerjisi

Elastiki sistemlərdə yerdəyişmənin təyini böyük əhəmiyyətə malikdir; çünki bunun sayəsində sərtliyə hesabat aparmaq olur, konstruksiya elementləri mürəkkəb birləşmədə olduqda (fermalar, qarışıq çərçivələr, əyrixətli sistemlər və b.) onların statik həllolunmazlıqlarını açmaq mümkündür. Əvvəllər göstərilən üsullar belə hallarda yerdəyişmələri təyin etmək üçün yaramır.

Deformasiya zamanı yaranan potensial enerjiden istifadə edərək yerdəyişmələri təyin etmək üsulu geniş tətbiq edilir. Ona *enerji üsulu* deyilir.

Deformasiyanın potensial enerjisi haqqında anlayışı yada salmaq. Elastiki sistemlər xarici qüvvələrlə yükləndikdə onlarda deformasiya yaranır. Bu halda sistemdə daxili qüvvələr yaranır və onlar yerdəyişmə yaradaraq iş görürlər. Deformasiyanın potensial enerjisinin yığılması baş verir.



Şəkil 8.1

Sistemə tətbiq edilən xarici qüvvələrin təsirindən elastiki sistemdə deformasiya hesabına toplanan enerjiyə *deformasiyanın potensial enerjisi* deyilir.

Enerjinin saxlanması qanununa əsasən (istilik və başqa itkilər nəzərə alınmamaq şərtilə) **deformasiyanın U enerjisi xarici qüvvələrin işinə bərabərdir**, yəni:

$$A^* = U. \quad (8.1)$$

Deformasiyanın potensial enerjisini xarici qüvvələrin işi ilə əlaqədar göstərək. Fərz edək ki, tir (şəkil 8.1,a) statiki olaraq F yükü ilə yüklənir. Yük sıfırdan başlayaraq işçi F qiymətinə qədər artır.

Bir halda ki, tir elastiki deformasiya həddində (şəkil 8.1,b) işləyir, onda Huk qanunu əsasında yazmaq olar:

$$F_x = \Phi \delta_x,$$

burada F – qüvvənin təsiri istiqamətində qüvvə tətbiq olunan nöqtədə sistemin sərtliyidir.

Elastiki sistemin sərtliyi dedikdə elə qüvvə başa düşülür ki, sistemdə vahidə bərabər yerdəyişmə almaq üçün onu sistemə tətbiq etmək lazımdır. Ölçü vahidi $F(N/m)$.

Xarici qüvvələrin yerdəyişmədə işi

$$A^* = \int_0^{\delta} F_x d\delta_x = \Phi \int_0^{\delta} \delta_x d\delta_x = \frac{\Phi \delta^2}{2},$$

yaxud nəzərə alsaq ki, yerdəyişmə qüvvədən xətti asılıdır, yəni $\Phi = \frac{F}{\delta}$ alırıq:

$$U = A^* = \frac{F \cdot \delta}{2}. \quad (8.2)$$

Elastiki sistemi qüvvə ilə statiki yüklədikdə deformasiyanın potensial enerjisi qüvvənin qüvvə istiqamətindəki yerdəyişməyə hasilinin yarısına bərabərdir.

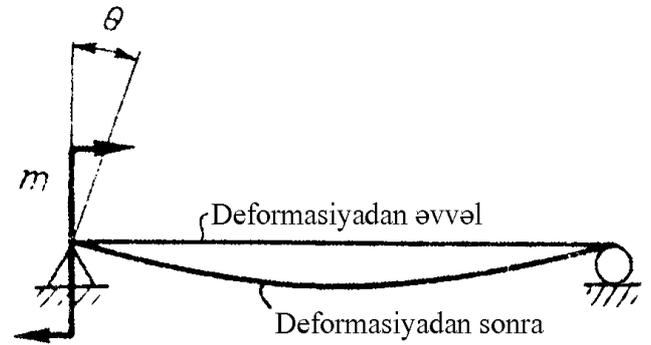
Uyğun olaraq elastiki sistemi cüt qüvvənin M momenti ilə yüklədikdə (şəkil 8.2) potensial enerjinin U qiymətini almaq olar:

$$U = A^* = \frac{M\theta}{2},$$

(8.3)

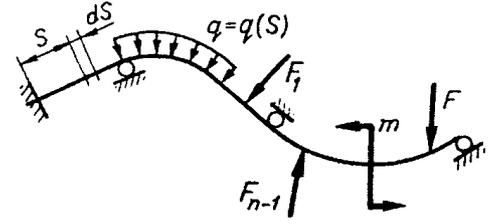
burada: θ - M topa momentin tətbiq olunduğu yerdə elastiki Şəkil 8.2.

sistemin kəsiyinin dönmə bucağıdır (radianla).



Ə 8.2. Deformasiyanın potensial enerjisinin daxili qüvvələrin baş vektoru və baş momentindən asılı olaraq göstərilməsi

Fərz edək ki, ixtiyari elastiki sistemə (şəkil 8.3) n qüvvəli məntəqə daxil olur. Qüvvəli məntəqə dedikdə elastiki sistemin elə hissəsini başa düşürük ki, bu hədd daxilində daxili qüvvələrin baş vektorunun və baş momentinin təşkilediciləri S -in funksiyası olsun.



Şəkil 8.3

Kəsmə üsuluna əsasən elastiki sistemdə uzunluğu dS olan sonsuz kiçik element ayıraq (şəkil 8.3). Elastiki sistemin ümumi yüklənməsindən kəsikdə altı ədəd daxili qüvvə amili yaranır. Onda uzunluğu dS olan elementin deformasiyasından yaranan potensial enerji bərabər olacaqdır:

$$dU = dU_N + dU_{Q_y} + dU_{Q_z} + dU_{M_z} + dU_{M_y} + dU_T. \quad (8.4)$$

Kəsilmiş elementin (şəkil 8.4) üzərində yaranan daxili qüvvələrə, elementə tətbiq olunan statik qüvvələr kimi baxmaq olar. Elementin deformasiyasından yaranan potensial enerjisində hər bir qüvvə amilinin yerdəyişməsindən toplanan potensial enerjilərin cəmi kimi baxmaq olar. Onda, uzunluğu dS olan element (şəkil 8.4,b) N boyuna qüvvənin təsirindən deformasiyanın aşağıdakı potensial enerjisini (8.2 düsturunu nəzərə almaqla) toplayır:

$$dU_N = \frac{N \cdot \Delta dS}{2}.$$

Nəzərə alsaq ki, elastiki deformasiya həddində (Huk qanununa əsasən):

$$ds = \frac{N \cdot ds}{EA},$$

alırıq

$$dU_N = \frac{N^2 \cdot ds}{2EA}. \quad (a)$$

Burucu moment T (şəkil 8.4,c) təsir etdikdə ds uzunluğu olan elementdə deformasiyadan toplanan potensial enerji (8.3) ifadəsini nəzərə almaqla aşağıdakı görünüş alacaqdır:

$$dU_T = \frac{T d\varphi}{2} = \frac{T^2 \cdot ds}{2GJ_p}, \quad (b)$$

belə ki,

$$d\varphi = \frac{T \cdot ds}{GJ_p}$$

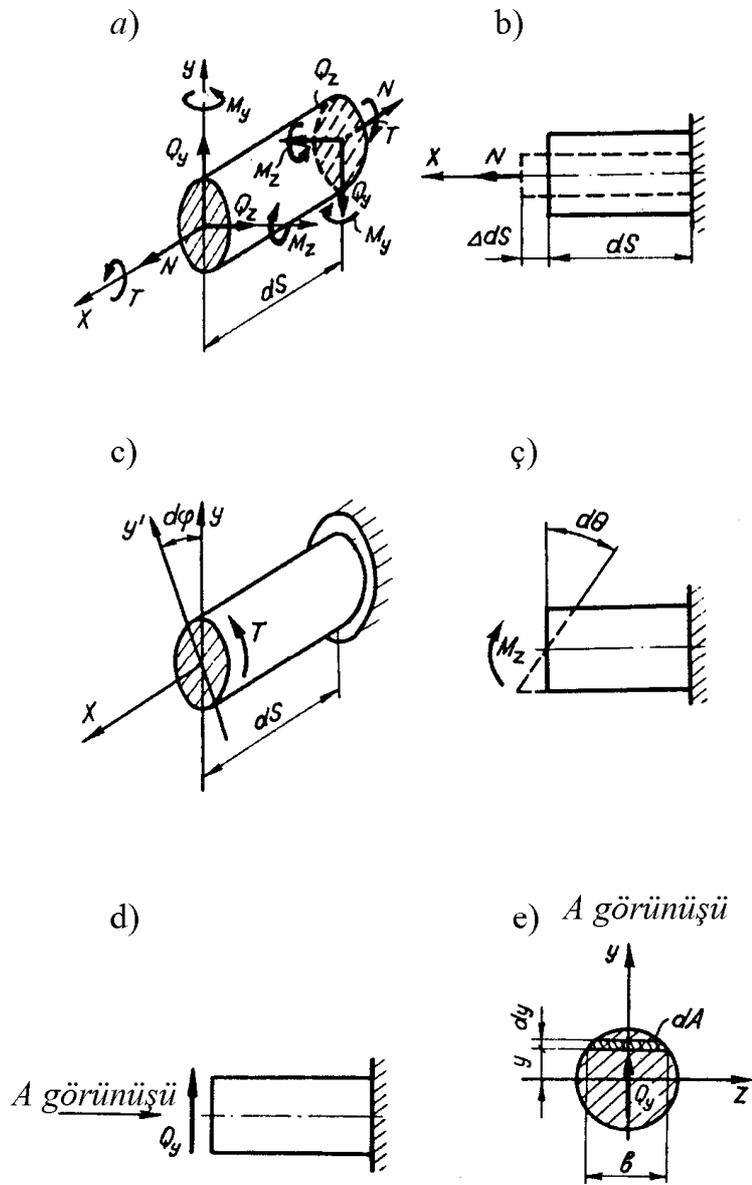
M_y və M_z əyici momentlərin təsirindən (şəkil 8.4,ç) elementdə toplanmış deformasiyanın potensial enerjisi bərabərdir:

$$dU_{M_y} = \frac{M_y \cdot d\theta}{2}$$

Nəzərə alsaq ki,

$$d\theta = \frac{M_y \cdot ds}{EJ_y}; \quad dU_{M_y} = \frac{M_y^2 \cdot ds}{2EJ_y}, \quad (c)$$

uyğun olaraq



Şəkil 8.4

$$dU_{M_z} = \frac{M_z^2 \cdot ds}{2EJ_z}. \quad (\zeta)$$

Kəsici qüvvələrin (şəkil 8.4, d, e) təsirindən elementin deformasiyasının topladığı potensial enerjini təyin edirik. Milin en kəsiyindəki toxunan gərginlik Juravskinin tənliyinə əsasən bərabərdir:

$$\tau = \frac{\Gamma_y \cdot S_z^{ayr}}{J_z \cdot b}.$$

burada S_z^{ayr} en kəsiyi sahəsinin toxunan gərginlik təyin olunan zolaqdan yuxarıda, yaxud aşağıda qalan hissəsinin oxa nəzərən statik momenti; J_z – en kəsiyin z oxuna nəzərən ətalət momenti; b – y məsafədə z oxuna paralel istiqamətdə elastiki sistemin en kəsiyinin enidir.

(8.2) ifadəsini nəzərə almaqla elementar toxunan $\tau \cdot dA$ qüvvəsinin γds yerdəyişməsində işi

$$\frac{\tau \cdot dA \cdot \gamma ds}{2}$$

ifadəsi ilə təyin edilir.

(e) ifadəsini nəzərə almaqla alıqmış ifadənin A kəsiyi daxilində inteqrallayıb uzunluğu ds olan elementin deformasiyasının topladığı potensial enerjinin qiymətini təyin edirik ($\gamma = \frac{\tau}{G}$):

$$\begin{aligned} dU_{Q_y} &= \frac{ds}{2} \int_A r \cdot \gamma \cdot dA = \frac{ds}{2G} \int_A r^2 \cdot dA = \\ &= \frac{Q_y^2 \cdot ds}{2G \cdot J_z^2} \int_A \frac{S_z^{2,ayr}}{b^2} \cdot dA = k \frac{Q_y^2 \cdot ds}{2GA}. \end{aligned} \quad (\theta)$$

Burada

$$\gamma = \frac{\tau}{G}; \quad k = \frac{A}{J_z^2} \int \frac{S_z^{2,ayr}}{b^2} \cdot dA,$$

k – kəsiyin y oxu istiqamətində toxunan gərginliyin qeyri-bərabər paylanmasını xarakterizə edən əmsaldır; o kəsiyin formasından asılıdır; dördbucaqlı kəsik üçün $k=1,2$; dairəvi kəsik üçün $k=1,18$.

Beləliklə, sistemin ds uzunluqlu elementinin potensial enerjisi:

$$dU = \frac{1}{2} \left[\frac{M_z^2}{EJ_z} + \frac{M_y^2}{EJ_y} + \frac{T^2}{GJ_p} + \frac{N^2}{EA} + \frac{k_y \cdot Q_y^2}{GA} + \frac{k_z \cdot Q_z^2}{GA} \right] \cdot ds.$$

Elastiki sistemin i -ci məntəqəsində toplanan enerji:

$$U_i = \frac{1}{2} \int_{l_i} \left[\frac{M_z^2}{EJ_z} + \frac{M_y^2}{EJ_y} + \frac{T^2}{GJ_p} + \frac{N^2}{EA} + \frac{k_y \cdot Q_y^2}{GA} + \frac{k_z \cdot Q_z^2}{GA} \right] ds.$$

Bütün elastiki sistemdə

$$U = \sum_{i=1}^n U_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \left[\frac{M_z^2}{EJ_z} + \frac{M_y^2}{EJ_y} + \frac{T^2}{GJ_p} + \frac{N^2}{EA} + \frac{k_y \cdot Q_y^2}{GA} + \frac{k_z \cdot Q_z^2}{GA} \right] ds. \quad (8.5)$$

Uzun bruslarda ($l/h > 10$ olanda) kəsici qüvvələrin Q_y və Q_z hesabına toplanan potensial enerji, adətən, nəzərə alınmır; çünki o başqa qüvvə amillərindən toplanan potensial enerjiyə nisbətən çox kiçikdir.

Bu halda alırıq:

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \left[\frac{M_z^2}{EJ_z} + \frac{M_y^2}{EJ_y} + \frac{T^2}{GJ_p} + \frac{N^2}{EA} \right] ds. \quad (8.6)$$

Ə 8.3. Kastilyano teoremi

Kastilyano əyilmə deformasiyasından yaranan potensial enerjiden istifadə etməklə tirlərdə en kəsiyin əyinti və dönmə bucaqlarının təyini üçün üsul təklif etmişdir. Bu üsul *enerji üsulu* adlanır və çox vaxt statiki həll olunmayan sistemlərdə əyinti və dönmə bucaqlarını təyin etmək üçün istifadə edilir.

Kastilyano teoremi belədir: **tirin deformasiyasından yaranan potensial enerjiden asılı olmayan xarici qüvvəyə görə alınan birinci tərtibli xüsusi törəmə həmin qüvvə istiqamətindəki yerdəyişməyə bərabərdir, yəni**

$$y_1 = \frac{\partial U}{\partial F_1}. \quad (8.7)$$

İnteqral sərhədləri sabit olduğundan inteqralaltı funksiyaların diferensiallandığını nəzərə alsaq və (8.6) ifadəsindəki axırncı toplananları tullayıb qalanını (8.7) düsturunda yerinə yazaraq alırıq:

$$y_1 = \frac{\partial U}{\partial F_1} = \int_l \frac{M_x \cdot dx}{EJ} \cdot \frac{\partial M_x}{\partial F_1}. \quad (8.8)$$

Dönmə bucağı isə:

$$\theta_1 = \int_l \frac{M_x \cdot dx}{EJ} \cdot \frac{\partial M_x}{\partial M_1} \quad (8.9)$$

Əgər məsələnin şərtinə görə əyintisi və yaxud dönmə bucağı təyin olunacaq kəsiyə xarici qüvvə, yaxud moment tətbiq olunmayıbsa, onda həmin kəsiyə uyğun olaraq ümumiləşmiş qüvvə, yaxud moment tətbiq etmək lazımdır.

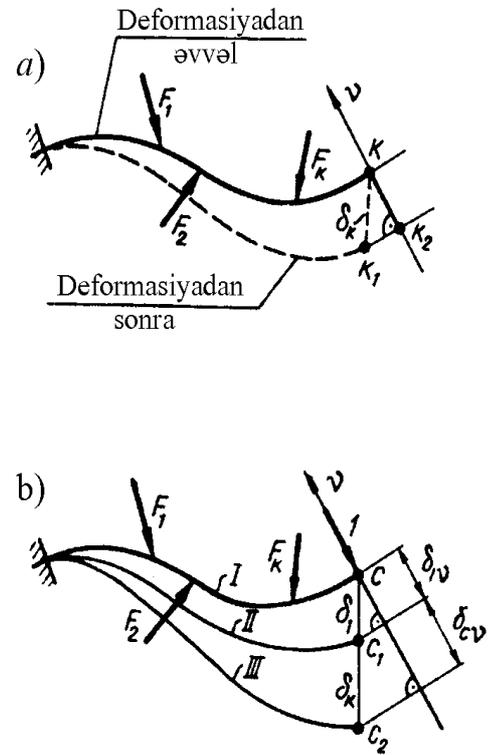
Ə 8.4. Elastiki sistemlərdə yerdəyişmələri təyin etmək üçün Mor düsturunun çıxarılması

İxtiyari elastiki sistem (şəkil 8.5) F xarici qüvvələri ilə yüklənmişdir. K kəsiyi bu vaxt yeni vəziyyət K_1 alacaqdır. $KK_1 = \delta_1$ parçası elastiki sistemin kəsiyinin tam yerdəyişməsi olacaqdır. K nöqtəsindən keçən ixtiyari v istiqamətini seçirik, KK_1 parçasının bu istiqamətdə proyeksiyalarını tapıb $KK_1 = \delta_k v_c$ alırıq. **Verilmiş istiqamətdə elastiki sistemin kəsiyinin yerdəyişməsinə bu istiqamətdə tam yerdəyişmənin proyeksiyası deyildir.** O, δ_{nk} ilə işarə olunur; burada birinci indeks kəsiyi, ikinci isə istiqaməti göstərir.

Şəkil 8.5, b-də göstərilən sistemə baxaq və xarici qüvvələrin öz yerdəyişmələrində yaratdıqları işi təyin edək. Sistemin ilkin vəziyyətində verilmiş v istiqamətində K kəsiyinə vahid qüvvə (vahidə bərabər olan) tətbiq edirik. Sistem yeni vəziyyətə alacaqdır. Vahid qüvvəni v ilə üst-üstə düşən yerdəyişməsindən yaranan iş bərabərdir:

$$A_0^* = \frac{1 \cdot \delta_{IV}}{2}.$$

İkinci vəziyyətdə vahid qüvvə ilə yüklənmiş sistemə xarici qüvvə F_k tətbiq etsək, onda sistem üçüncü vəziyyəti alır. Tam yerdəyişmənin δ_c proyeksiyasında vahid qüvvənin işi və xarici



Şəkil 8.5

qüvvələrin öz yerdəyişmə-ləri istiqamətində işləri uyğun olaraq bərabərdir:

$$A_F^* = 1 \cdot \delta_{cv} \text{ və } A_F^* = \sum_{k=1}^F \frac{F_k \delta_k}{2}.$$

Sistem birinci vəziyyətdən üçüncü vəziyyətə keçəndə vahid qüvvənin və xarici qüvvələrin öz yerdəyişmələrində gördükləri tam iş

$$A^* = \frac{1 \cdot v_v}{2} + \sum_{k=1}^F \frac{F_k \delta_k}{2} + 1 \cdot \delta_{cv} \text{ ifadəsilə tapılır.}$$

Elastiki sistemdə deformasiyadan yaranan potensial enerjinin qiymətini tapmaq (şəkil 8.5,b).

Elastiki sistemin hər hansı qüvvəli məntəqəsindəki daxili qüvvə amillərinin qiymətləri belə olacaq (vahid qüvvəni nəzərə almaqla):

$$\begin{aligned} T &= T_{xF} + T_{x1}, & M_z &= M_{zF} + M_{z1}, \\ M_y &= M_{yF} + M_{y1}, & N &= N_F + N_1. \end{aligned}$$

burada: M_{xF} , M_{yF} , M_{zF} , N_F – xarici qüvvələrin (F_k) təsirindən elastiki sistemin i -ci məntəqəsində yaranan daxili qüvvə amilləri;

T_1 , M_{y1} , M_{z1} , N_1 – vahid qüvvələrdən yaranan daxili qüvvə amilləridir.

(8.6) ifadəsini nəzərə almaqla üçüncü vəziyyətdə deformasiyadan sistemdə yaranan potensial enerji:

$$u = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \left[\frac{(M_{zF} + M_{z1})^2}{EJ_z} + \frac{(M_{yF} + M_{y1})^2}{EJ_y} + \frac{(T_{xF} + T_{x1})^2}{GJ_p} + \frac{(N_F + N_1)^2}{EA} \right] ds. \quad (8.10)$$

Xarici qüvvələrin gördükləri iş qiymətcə deformasiyanın potensial enerjisinə bərabərdir. Onda:

$$\begin{aligned} \frac{1 \cdot \delta_{IV}}{2} + \sum_{k=1}^F \frac{F_k \cdot \delta_k}{2} + 1 \cdot v_{cv} = \\ = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \left[\frac{(M_{zF} + M_{z1})^2}{EJ_z} + \frac{(M_{yF} + M_{y1})^2}{EJ_y} + \frac{(T_{xF} + T_{x1})^2}{GJ_p} + \frac{(N_F + N_1)^2}{EA} \right] ds. \quad (8.11) \end{aligned}$$

Alınan ifadəni dəyişdiririk:

$$\frac{1 \cdot \delta_{IV}}{2} + \sum_{k=1}^F \frac{F_k \cdot \delta_k}{2} + 1 \cdot \delta_{cv} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \left[\frac{M_{zF}^2}{EJ_z} + \frac{M_{yF}^2}{EJ_y} + \frac{T_{xF}^2}{GJ_p} + \frac{N_F^2}{EA} \right] ds +$$

$$+ \sum_{i=1}^n \int_{\eta_i} \left[\frac{M_{ZF} \cdot M_{z1}}{EJ_z} + \frac{M_{YF} \cdot M_{y1}}{EJ_y} + \frac{T_{XF} \cdot T_{x1}}{GJ_p} + \frac{N_F \cdot H_1}{EA} \right] ds + \quad (8.12)$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{\eta_i} \left[\frac{M_{z1}^2}{EJ_z} + \frac{M_{y1}^2}{EJ_y} + \frac{T_{x1}^2}{GJ_p} + \frac{N_1^2}{EA} \right] ds.$$

(8.12) ifadəsində sol tərəfdəki toplananlar xarici qüvvələrin öz yerdəyişmələrində işlərini xarakterizə edir, sağ tərəfdəki toplananlar isə elastiki sistemin onlara uyğun potensial enerjiləridir.

Nəzərə alsaq ki, sol və sağ tərəflərdəki eyni cizgilənən toplananlar ixtisar olunur, onda alırıq:

$$\delta_{cv} = \sum_{i=1}^n \int_{\eta_i} \left[\frac{M_{ZF} M_{z1}}{EJ_z} + \frac{M_{YF} M_{y1}}{EJ_y} + \frac{T_{XF} \cdot T_{x1}}{GJ_p} + \frac{N_F \cdot N_1}{EA} \right] ds. \quad (8.13)$$

(8.13) ifadəsi verilmiş istiqamətdən elastiki sistemin nöqtələrində yerdəyişmələri təyin etməyə imkan verən Mor düsturudur.

Elastiki sistemin kəsiyində yerdəyişmənin təyini, verilən sistemdən başqa yerdəyişməsi təyin olunacaq nöqtəyə vahid qüvvə tətbiq olunan sistem də tələb edir. Sistemləşdirərək elastiki sistemdə yerdəyişmənin təyin olunması ardıcılığını veririk:

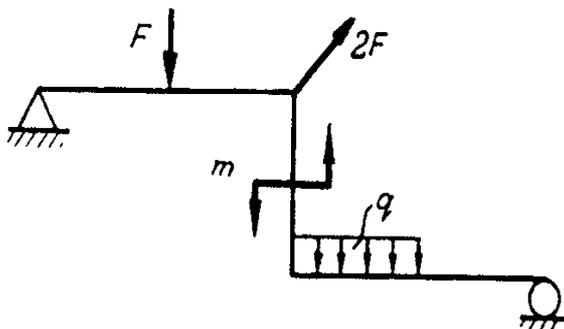
1) verilmiş sistemdə bütün məntəqələr üçün F_k xarici qüvvələrin təsirindən hər bir daxili qüvvə amili üçün T_F , M_{YF} , M_{ZF} , N_F ifadələri tapılır;

2) sistem xarici qüvvələrdən azad edilir; verilmiş kəsikdə bizi maraqlandıran istiqamətdə xətti yerdəyişməni təyin etmək lazımdırsa, $F_0=1$ vahid qüvvəsi, bucaq yerdəyişməsini tapmaq lazımdırsa, $m_0=1$ vahid momenti tətbiq edilir. Sistemin hər bir qüvvəli məntəqəsində T_1 , M_{y1} , M_{z1} , N_1 tapılır;

3) verilmiş qüvvələrdən və vahid qüvvədən (momentdən) tapılmış daxili amillərin qiymətlərini (8.13) ifadəsində yazaraq, hər

bir məntəqənin həddi daxilində cəmləyərək elastiki sistemin verilmiş kəsiyinin xətti (bucaq) yerdəyişməsi təyin edilir.

Müxtəlif elastiki sistemlər üçün ayrı-ayrı inteqrallardan



Şəkil 8.6

istifadə edilir. Məsələn, fəza sistemləri üçün bu inteqral $\int_{l_i} \frac{N_F \cdot N_i \cdot ds}{EA}$ hər şeydən tez atılır.

Bütün millər və qüvvələr bir müstəvidə yerləşən müstəvi elastiki sistem (şəkil 8.6) (bu halda $M_{zF}=0$, $T_F=0$) üçün Mor düsturu aşağıdakı şəkildə olur:

$$\delta_{cv} = \sum_{i=1}^n \int \frac{M_{zF} \cdot M_{z1}}{EJ_z} \cdot ds. \quad (8.14)$$

Normal qüvvələrdən yaranan yerdəyişmə əyici momentdən yaranan yerdəyişməyə nisbətən çox kiçik olduğundan $\frac{N_F \cdot N_1}{EA}$ toplananı da atılır.

Ferma sistemində (şəkil 8.7) milləin hamısı dartılmaya, yaxud sıxılmaya işləyir. Ona görə də $M_{zF}=M_{yF}=T_F=0$ olur. Bu halda millərə normal qüvvələr düyünlər vasitəsilə ötürülür və hər bir mil boyu qüvvələr sabitdir. Ona görə də Mor düsturu aşağıdakı şəkil alır:

$$\delta_{cv} = \sum_{i=1}^n \frac{N_F \cdot N_1}{EA} \cdot l_i. \quad (8.15)$$

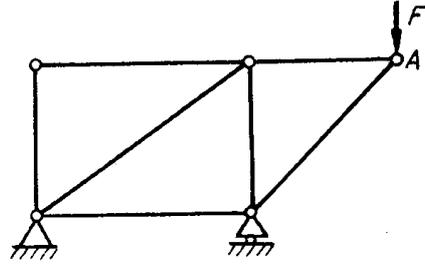
Elastiki sistemin (şəkil 8.8) kəsiyinin (fəza elastiki sistemi-nin kəsiyinin) tam δ yerdəyişməsini aşağıdakı düsturla təyin etmək olar:

$$\delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_z^2}. \quad (8.16)$$

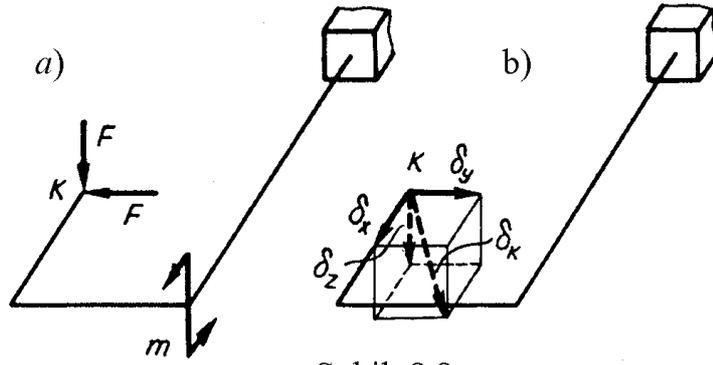
Əgər elastiki sistem müstəvi sistemdirsə, onda:

$$\delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2}. \quad (8.17)$$

(8.16), (8.17) ifadələrində $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ tam δ yerdəyişməsinin uyğun olaraq x, y, z oxlarında proyeksiyalarıdır. Onlar yuxarıda deyilən qaydada təyin edilir, yəni hər dəfə xyz oxları istiqamətində vahid qüvvələr tətbiq edilir, verilən və vahid sistemlərdə daxili qüvvələr təyin olunur, inteqrallar tərtib olunur və əvvəlcə $\delta_x, \delta_y, \delta_z$, sonra isə δ tapılır.



Şəkil 8.7



Şəkil 8.8

Ə 8.5. Mor inteqralının qrafoanalitik üsulla həlli

Mor inteqralının hesablanması 1925-ci ildə Leningrad Politexnik İnstitutunun tələbəsi A.N.Vereşşagin tərəfindən təklif olunan qrafoanalitik üsulla sadələşdirmək olar. Bu üsul daxili qüvvə amillərinin epürlərindən istifadə etməklə inteqralların hesablanmasına sərf olunan vaxtın xeyli azaldılmasına imkan verir. Xüsusi qeyd etmək lazımdır ki, qrafoanalitik üsul o vaxt tətbiq oluna bilər ki, tirin en kəsiyinin sərtliyi onun uzunluğuna görə sabit olsun ($EJ=const$) və tir düzoxlu olsun (əyrixətli millər üçün Vereşşagin üsulu yararsızdır).

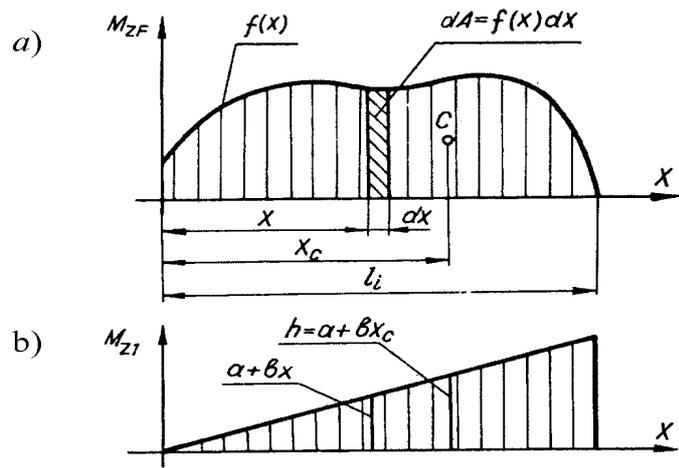
Bu üsulla yerdəyişməni təyin etmək üçün lazım olan düsturu çıxaraq. Tutaq ki, xüsusi halda əyici moment epürləri şəkil 8.9-da göstərilən kimidir: yuxarıda verilən tirə tətbiq olunan xarici qüvvələr sisteminin təsirindən yaranan əyici moment $M_{ZF}=f(x)$

epürü; aşağıda vahid qüvvədən, yaxud vahid momentdən – epür düz xətlidir, ona görə də onu düz xətt tənliyi ilə təsvir edirik: $M_{z1}=a+bx$, M_{zF} və M_{z1} qiymətlərini Mor inteqralının (8.12) ifadəsində yerinə yazırıq:

$$\begin{aligned} \delta_{cv} &= \int_{l_i} \frac{M_{zF} \cdot M_{z1}}{EJ_z} ds = \frac{1}{EJ_z} \int_{l_i} M_{zF} M_{z1} \cdot dx = \\ &= \frac{1}{EJ_z} \int_{l_i} f(x)(a+bx) \cdot dx = \frac{1}{EJ_z} \left[a \int_{l_i} f(x) dx + b \int_{l_i} x \cdot f(x) dx \right]. \end{aligned} \quad (a)$$

(a) ifadəsindəki birinci inteqral xarici qüvvələrin təsirindən yaranan əyici moment epürünün elementar $dA=f(x)dx$ sahəciyidir (şəkil 8.9.a), inteqral isə – bu qüvvələrdən yaranan epürün sahəsi A –dır; ifadənin sağ hissəsinin ikinci inteqralı $\int_{l_i} x \cdot f(x) dx = \int_{l_i} x \cdot dA = S_y$ -

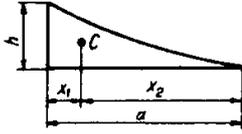
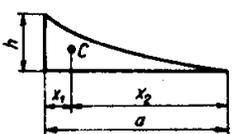
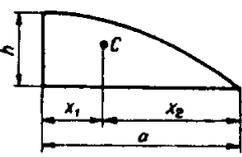
şaqlı y oxuna nəzərən xarici qüvvələrdən yaranan əyici moment epürü sahəsinin statiki momentidir. Bunu nəzərə almaqla (a) ifadəsi aşağıdakı şəkllə düşür:



Şəkil 8.9.

Epürün forması	Verilmiş qüvvələrdən yaranan əyici moment epürünün sahəsi, A_i	Fiqurların ağırlıq mərkəzlərinin koordinatları	
		x_1	x_2
	$\frac{h \cdot a}{2}$	$\frac{a}{3}$	$\frac{2a}{3}$
	$\frac{h \cdot a}{3}$	$\frac{a}{4}$	$\frac{3a}{4}$

Cədvəl 8.1. (davamı)

Epürün forması	Verilmiş qüvvələrdən yaranan əyici moment epürünün sahəsi, A_i	Fiqurların ağırlıq mərkəzlərinin koordinatları	
		x_1	x_2
	$\frac{h \cdot a}{4}$	$\frac{a}{5}$	$\frac{4a}{5}$
<p>n dərəcəli parabola</p> 	$\frac{h \cdot a}{n+1}$	$\frac{a}{n+2}$	$\frac{(n+1)a}{n+2}$
	$\frac{2ha}{3}$	$\frac{3a}{8}$	$\frac{5a}{8}$

$$\delta_{cv} = \frac{1}{EJ_z} (a \cdot A + b \cdot S_y) \quad (b)$$

(6.8) ifadəsinə əsasən sahənin statik momenti

$$S_y = A \bar{x}_c, \quad (c)$$

burada: x_c – verilən xarici qüvvələrdən yaranan əyici moment epürü sahəsinin ağırlıq mərkəzinin absisidir. (c)-ni (b)-də yazsaq:

$$\delta_{cv} = \frac{A}{EJ_z} (a + b \cdot x_c) = \frac{A \cdot h}{EJ_z}.$$

Şəkil 8.9,b-dən görünür ki, $h = a + b \bar{x}_c$ vahid qüvvədən yaranan əyici moment epüründə, xarici qüvvələrin təsirindən yaranan əyici moment epürü sahəsinin ağırlıq mərkəzinə uyğun olan ordinatdır.

Ümumi halda, müxtəlif sərtlərə malik olan çoxməntəqəli tirlərdə verilmiş istiqamətdə tirin kəsiyinin yerdəyişməsi aşağıdakı düsturla təyin edilir:

$$\delta_{cv} = \sum_{i=1}^n \frac{A_i h_i}{(EJ_i)_i}, \quad (8.18)$$

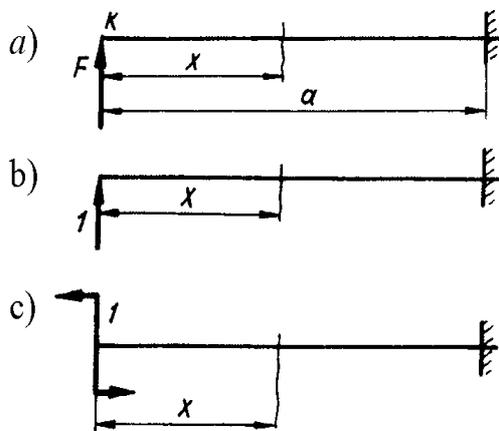
burada: A – xarici qüvvələrdən yaranan əyici moment epürünün sahəsi; h – xarici qüvvələrin əyici moment epürü sahəsinin ağırlıq mərkəzinin altındakı vahid qüvvədən yaranan əyici moment epürünün ordinatıdır.

(8.18) düsturuna *Vereşşagin düsturu* deyilir. Bu düsturdan istifadə etdikdə xarici qüvvələrdən yaranan müxtəlif formalı epürlərin sahələrini və vahid qüvvədən olan moment epürü ordinatlarını bilmək çox vacibdir. (8.1) cədvəlində ən çox rast gəlen fiqurlar üçün A_i və h_i –nin qiymətləri verilir.

Ə 8.6. Məsələlərin praktiki üsullarla həlli yolları

Məsələ 8.1. $F=50\text{kN}$ qüvvə ilə yüklənən polad tirin K kəsiyinin dönmə bucağını və şaquli yerdəyişməsini tapmalı (şəkil 8.10).

Tirin uzunluğu $a=16\text{m}$ dördbucaqla en kəsiyinin ölçüləri $\frac{u}{6}=2$, $h=20\text{sm}$; böyük h tərəfinə paralel olan qüvvəli müstəvi y oxu ilə üst-üstə düşür.



Şəkil 8.10

Həlli: 1. Sol tərəfdən x məsafədə olan kəsikdə M_{zf} –in qiymətini yazaq: $M_{zf} = F \cdot x$.

2. Tiri verilmiş F qüvvəsindən azad edirik və onu K kəsiyində şaquli istiqamətdə vahid qüvvə ilə, yəni 1-ə bərabər olan qüvvə ilə yükləyir və tapırıq: $M_{z1} = 1 \cdot x$.

3. Alınmış qiymətləri Mor inteqralında yerinə yazırıq və kəsiyin xətti yerdəyişməsini təyin edirik:

$$y_k = \frac{1}{EJ_z} \int_{l_i} M_{zF} M_{z1} ds = \frac{1}{EJ_z} \int_0^a x^2 dx = \frac{F \cdot a^3}{3EJ_z} = \frac{5 \cdot 10^4 \cdot 1,6 \cdot a^3 \cdot 10^6 \cdot 10^4}{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6667} = 0,61 \text{ sm}$$

4. K kəsiyinin ədönmə bucağını tapırıq. Mor inteqralına K kəsiyinə tətbiq olunan vahid momentdən ($m_0=1$) yaranan momentin qiyməti qoyulur (şəkil 8.10,c), $M_{z1}=-1$.

$$\begin{aligned} \Theta_k &= -\frac{1}{EJ_z} \int_0^a x \cdot dx = -\frac{F \cdot a^2}{2EJ_z} = \\ &= -\frac{5 \cdot 10^4 \cdot 1,6^2 \cdot 10^4 \cdot 10^4}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6667} = -0,0046 \text{ rad} = -0,26 \text{ dər} \end{aligned}$$

Mənfi işarəsi göstərir ki, kəsiyin həqiqi dönmə istiqaməti vahid momentin istiqamətinin əksinədir. Kəsik saat əqrəbi hərəkətinin istiqamətində dönr.

y_k və Θ_k -ni hesablayarkən kəsiyin ətalət momenti

$$J_z = \frac{bh^3}{12} = \frac{10 \cdot 20^3}{12} = 6667 \text{ sm}^4$$

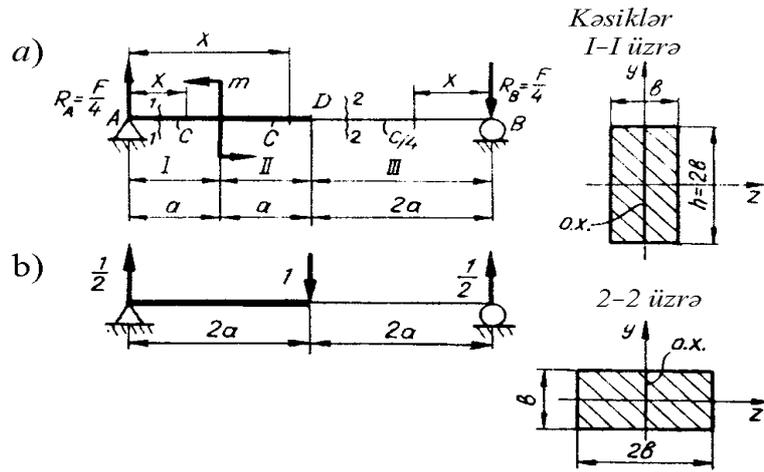
qəbul edilmişdir.

Məsələ 8.2. Məntəqələrdə sərtliyi müxtəlif olan polad tirə momenti $m=5 \cdot 10^4$ Nm olan cüt qüvvə tətbiq edilmişdir (şəkil 8.11,a).

Birinci, ikinci və üçüncü məntəqələrdə tirin kəsiklərinin sərtlikləri uyğun olaraq bərabərdir:

$C_1=C_{II}=4C_{III}=C=EJ_z$, $b=10$ sm, $a=1$ m qəbul edərək en kəsiyi dördbucaqlı olan (ölçüləri şəkildə göstərilir) tirin ortasında yaranan əyintini təyin etməli.

Həlli: 1. Cüt qüvvənin m momenti tətbiq olunan halda dayaqlarda reaksiyaları təyin edirik (şəkil 8.11,a):



Şəkil 8.11

$$1) \sum M_B = 0, R_A = \frac{m}{4a} = \frac{F \cdot a}{4a} = \frac{F}{4};$$

$$2) \sum Y = 0, R_A - R_B = 0, R_B = \frac{F}{4}.$$

Dayaqlarda şəkildəki kimi yönəlmiş reaksiyalar yaranır.

2. Tirin ortasında əyintinin təyini tələb olunan kəsiyə qiyməti birə bərabər olan vahid qüvvə tətbiq edərək aşağıya yönəldirik. Bu tirdə reaksiyalar dayaqlarda $\frac{1}{2}$ -ə bərabər olub yuxarıya yönəlmişdir.

3. Məntəqələrdə verilmiş və vahid qüvvələrdən əyici momentlərin qiymətlərini təyin edirik:

$$\text{I məntəqə: } M_{zF} = \frac{F}{4} \cdot x, M_{z1} = \frac{1}{2} x \quad (0 \leq x \leq a);$$

$$\text{II məntəqə: } M_{zF} = \frac{F}{4} \cdot x - m, M_{z1} = \frac{1}{2} x \quad (a \leq x \leq 2a);$$

$$\text{III məntəqə: } M_{zF} = -\frac{F}{4} \cdot x, M_{z1} = \frac{1}{2} x \quad (0 \leq x \leq 2a).$$

4. Momentlərin alınmış qiymətlərini (8.11) Mor inteqralında yazıb D kəsiyinin əyintisini analitik formada alırıq:

$$\begin{aligned} \delta_D &= \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{M_{zF} \cdot M_{z1}}{(EJ_z)_i} dx = \frac{1}{C} \int_0^a \frac{F}{4} \cdot \frac{1}{2} x^2 dx + \frac{1}{C} \int_a^{2a} \left(\frac{F}{4} x - m \right) \frac{1}{2} x \cdot dx - \\ &- \frac{4}{C} \int_0^{2a} \frac{F}{4} \cdot \frac{1}{2} x^2 dx = \frac{m \cdot a^2}{C} \left[\frac{1}{24} + \frac{1}{3} - \frac{1}{24} - 1 + \frac{1}{4} - \frac{4}{3} \right] = -\frac{7}{4} \cdot \frac{m \cdot a^2}{EJ_z}. \end{aligned}$$

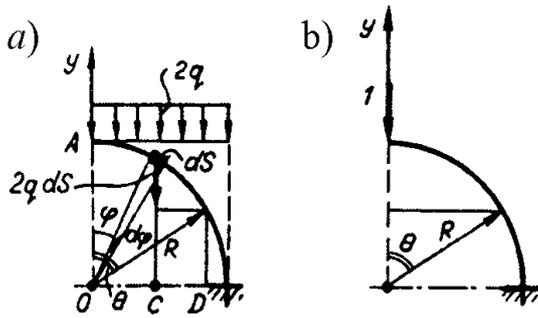
5. z oxuna nəzərən tirin kəsiyinin ətalet momentini təyin edək:

$$J_z = \frac{bh^3}{12} = \frac{b(2b)^3}{12} = \frac{2b^4}{3}.$$

Bu qiyməti δ_D ifadəsində yerinə qoyuruq:

$$\begin{aligned} \delta_D = y_D &= -\frac{7}{4} \cdot \frac{ma^2}{EJ_z} = \\ &= -\frac{7 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 10^{10} \cdot 3}{4 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^4} = -\frac{7}{16} \text{ sm} \end{aligned}$$

Mənfi işarəsi göstərir ki, D kəsiyinin əyintisi vahid qüvvə



Şəkil 8.12

istişamətinin əksinədir – o yuxarı tərəfə yönəlmişdir.

Məsələ 8.3. Kəsiyin sərtliyini $C=EJ_z=const$ qəbul edərək kiçik əyrilikli polad brusun A kəsiyinin şaquli yerdəyişməsini təyin etməli (şəkil 8.12,a). Brus müntəzəm yayılmış (üfüqi istiqamətdə) yüklə yüklənmişdir, onun intensivliyi $2q$ -dür və şaquli istiqamətdə yönəlmişdir.

Hesabatda qəbul etməli: $q=20\text{kN/m}$, $R=1\text{m}$, dairəvi en kəsiyin diametri $d=8\text{sm}$, poladın boyuna elastiklik modulu $E=2\bar{e}10^5\text{MPa}$.

Həlli: 1. Verilmiş sistemin (şəkil 8.12,a) faydalı yükədən azad edib, onu şaquli istiqamətdə vahid qüvvə ilə yükləyirik (şəkil 8.12,b).

2. Şaquli y oxundan Θ bucağı altında olan kəsikdə həm verilmiş qüvvələrdən, həm də vahid qüvvədən yaranan əyici momentləri təyin edək. Bunun üçün köməkçi φ bucağı daxil edirik. $2q\bar{e}ds$ yükü $R\bar{e}d\varphi$ qövsünün uzunluğunda da Θ bucağı altında olan en kəsiyə nisbətən dəyişmir. Yükün qolu $CD=OD-OC=R\sin\Theta-R\sin\varphi=R(\sin\Theta-\sin\varphi)$ parçasına bərabərdir.

a) verilmiş qüvvələrdən əyici moment

$$M_{ZF} = \int_0^{\Theta} 2qR^2(\sin\Theta - \sin\varphi)d\varphi = 2qR^2(\Theta \sin\Theta + \cos\Theta - 1);$$

b) vahid qüvvədən yaranan əyici moment

$$M_{Z1} = R \cdot \sin\Theta; \quad 0 \leq \Theta < +\frac{\pi}{2}.$$

3. M_{ZF} və M_{Z1} qiymətlərini Mor inteqralı ifadəsində yerinə qoyuruq:

$$y_A = \frac{1}{EJ_z} \int_0^{\pi/2} 2qR^4 \cdot \sin\Theta(\Theta \sin\Theta + \cos\Theta - 1)d\Theta = \frac{2qR^4}{EJ_z} \left(\frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{4} \right) \approx 0,73 \frac{qR^4}{EJ_z}.$$

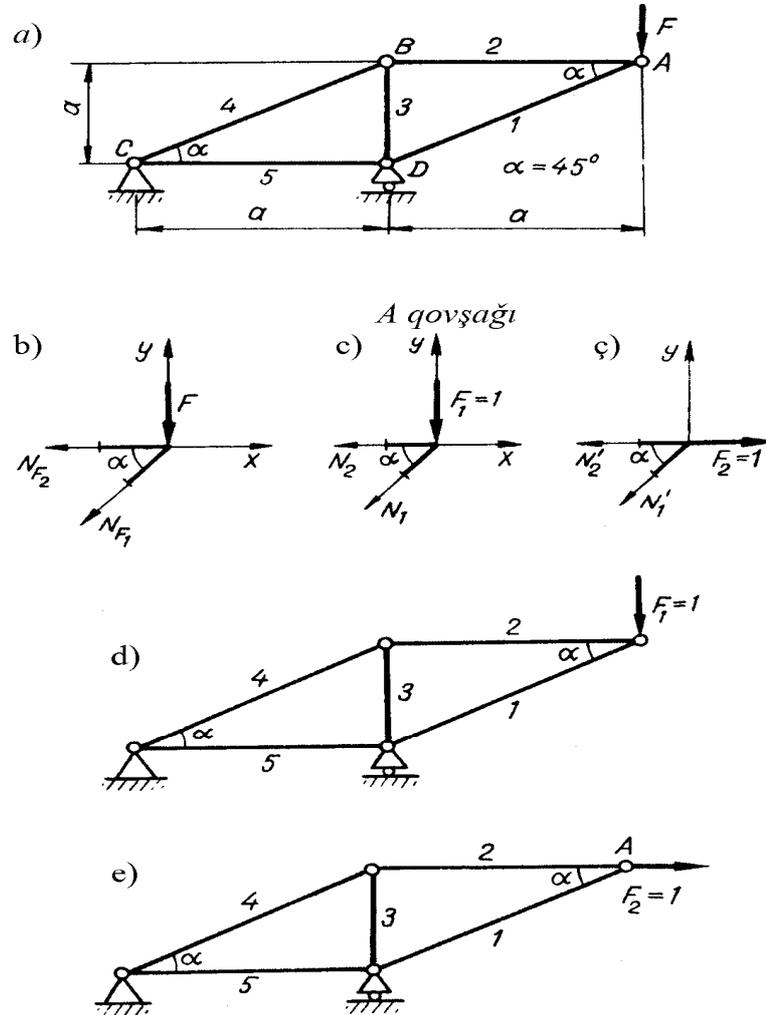
İlkin verilənləri bu ifadədə yerinə yazıb milin A kəsiyinin şaquli yerdəyişməsinin qiymətini tapırıq:

$$y_A \approx 0,73 \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 1^4 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0,05 \cdot 8^4} \approx 0,72 \text{ sm.}$$

Müsbət işarəsi göstərir ki, A kəsiyinin yerdəyişməsi vahid qüvvənin istiqaməti ilə üst-üstə düşür.

Məsələ 8.4. $F=25\text{kN}$ topa qüvvə tətbiq edilən polad çərçivənin A düyününün tam yerdəyişməsini təyin etməli (şəkil 8.13). $a=4\text{m}$; en kəsiyin sahəsi $A=30\text{sm}^2$; boyuna elastiklik modulu $E=2 \cdot 10^5 \text{MPa}$. Millərin kəsiklərinin sərtlikləri

$$C_1=0,5; \quad C_2=C_3=C_4=0,5\% \quad C_5=C=EA.$$



Şəkil 8.13

Həlli: 1. Verilmiş F qüvvəsindən (şəkil 8.13,a) çərçivənin millərində yaranan qüvvələri tapaq. Bunun üçün A düyünü kəsib ayıraq və ayrıca göstərək (şəkil 8.13,b); x və y koordinat oxunu

seçirik; burada (və sonra da) millərdəki qüvvələri yalnız müsbət qəbul edəcəyik, yəni dartıcı (kəsikdən xarici normala tərəf istiqamətləndirilir) ; müvazinət tənliklərindən istifadə edirik:

$$a) \sum Y = 0, N_{F_1} \cdot \sin \alpha = -F, N_{F_1} = -\frac{F}{\sin 45^\circ} = -\frac{F \cdot 2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2} \cdot F.$$

N_{F_1} qüvvəsi sıxıcıdır (işarə mənfidir)

$$b) \sum X = 0, -N_{F_1} \cdot \cos \alpha - N_{F_2} = 0, N_{F_2} = N_{F_1} \cdot \cos 45^\circ = F.$$

N_{F_2} qüvvəsi dartıcıdır (işarə müsbətdir).

Uyğun olaraq çərçivənin başqa düyünlərini də kəsib ayırıq, onlardakı qüvvələri təyin edirik və nəticələri 8.2 cədvəlinə köçürürük.

2. Çərçivəni F qüvvəsinin təsirindən azad edirik; əvvəlcə $F_1=1$ vahid qüvvəsini şaquli istiqamətdə (şəkil 8.13,d), sonra isə $F_2=1$ vahid qüvvəsini üfüqi istiqamətdə tətbiq edirik (şəkil 8.13,e).

Cədvəl 8.2.

Millərlərin nömrələri	Millərin uzunluqları	Millərin kəsiklərinin sətlikləri (C_i)	Verilmiş qüvvələrdə yaranan qüvvələr, $(N_F)_i$	Vahid $F=1$ qüvvələrdən yaranan qüvvələr $(N_1)_i$	$\left(\frac{N_F \cdot N_1 \cdot a}{C}\right)_i$	Vahid $F=1$ qüvvələrdən yaranan qüvvələr $(N'_1)_i$	$\left(\frac{N_F \cdot N'_1 \cdot a}{C}\right)_i$
1	$\sqrt{2}a$	C	$-\sqrt{2} \cdot F$	$-\sqrt{2}$	$\frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot F \cdot a}{C}$	0	0
2	a	2C	F	1	$\frac{F \cdot a}{2C}$	1	$\frac{F \cdot a}{2C}$
3	a	C	-F	-1	$\frac{F \cdot a}{C}$	-1	$\frac{F \cdot a}{C}$
4	$\sqrt{2}a$	C	$\sqrt{2} \cdot F$	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{2} \cdot F \cdot a}{C}$	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{2} \cdot F \cdot a}{C}$
5	a	2C	-F	-1	$\frac{F \cdot a}{2C}$	0	0

				$\sum_{i=1}^5 \left(\frac{N_F \cdot N_1}{C} \cdot a \right)_i =$ $= \frac{7,64F \cdot a}{C}$	$\sum_{i=1}^5 \left(\frac{N_F \cdot N'_1}{C} \cdot a \right)_i =$ $= \frac{4,32F \cdot a}{C}$
--	--	--	--	-----------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------

A düyününü kəsib ayırırıq (şəkil 8.13,c); bu halda $F_1=1$ vahid qüvvəsi şaquli istiqamətdə təsir edir. Statika tənliklərindən istifadə edirik:

$$a) \sum Y=0, \quad N_1 \cdot \sin\alpha + 1=0, \quad N_1 = -\sqrt{2}.$$

Qüvvə birinci mildə sıxıcıdır.

$$b) \sum X=0, \quad N_2 + N_1 \cos\alpha = 0, \quad N_2 = -\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = -1.$$

İndi elə halda A düyününü kəsib ayırırıq ki, $F_2=1$ vahid qüvvəsi üfüqi istiqamətdədir (şəkil 8.13,ç):

$$a) \sum Y=0, \quad N'_1 \cdot \sin\alpha = 0, \quad \sin\alpha \neq 0, \quad N'_1 = 0;$$

$$b) \sum X=0, \quad N'_2 = 1.$$

Qüvvə ikinci mildə müsbətdir, yəni dartıcıdır.

Ardıcıl olaraq, vahid qüvvə təsirindən qalan düyünlər də kəsilib ayrılır, onların müvazinət halına baxılır, qüvvələr təyin olunur və 8.2 cədvəlinə köçürülür.

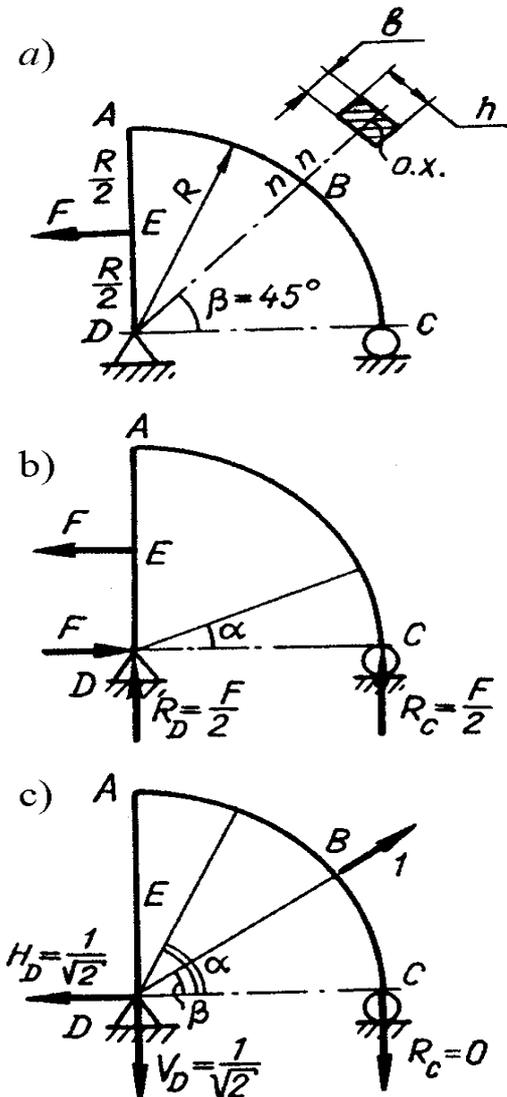
3. Cədvələ həmçinin millərin uzunluğu a_1 , en kəsiklərinin sərtlikləri C_1 köçürülür.

$$4. \quad \left(\sum_{i=1}^5 \frac{N_F \cdot N_1}{C} \cdot a \right)_i \text{ və}$$

$\left(\sum_{i=1}^5 \frac{N_F \cdot N'_1}{C} \cdot a \right)_i$ toplananları ilə sütunları cəmləyərək şaquli və üfüqi istiqamətlərdə A düyününün yerdəyişmələrini təyin edirik:

$$\delta_A^{waq} = \delta_{\bar{u}} = 7,64 \frac{F \cdot a}{C}; \quad \delta_A^{u\phi u\phi u} = \delta_x = 4,32 \frac{F \cdot a}{C}$$

Tam δ yerdəyişməsini (8.14) ifadəsinə əsasən təyin edirik:



Şəkil 8.14

$$\delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} = \frac{F \cdot a}{C} \sqrt{4,32^2 + 7,64^2} =$$

$$8,77 \frac{F \cdot a}{EA} = \frac{8,77 \cdot 25 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 30 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= 1,46 \text{ sm}$$

Məsələ 8.5. Polad çərçivənin B kəsiyinin $n-n$ istiqamətində (şəkil 8.14,a) yerdəyişməsini təyin etməli. Milin en kəsiyi dördbucaqlıdır, $b=5\text{sm}$; $h=2b=10\text{sm}$; brusun əyrilik radiusu $R=1\text{m}$, boyuna elastiklik modulu $E=2 \cdot 10^5 \text{MPa}$, təsir edən qüvvə $F=8\text{kN}$ – dur.

Həlli: 1. Əyrixətli çərçivənin δ_{n-n} xətti yerdəyişməsini Mor düstürünə əsasən təyin etmək olar:

$$\delta_{cv} = \sum \int_{l_i} \frac{M_{zF} \cdot M_{z1}}{EJ_z} ds.$$

2. Ayrı-ayrı məntəqələrdə (şəkil 8.14,b,c) verilmiş qüvvələrdən M_{zF} əyici momentini və vahid qüvvədən yaranan M_{z1} əyici momenti təyin edirik:

1) CB məntəqəsi

$$M_{zF} = -\frac{F \cdot R}{2}(1 - \cos\alpha),$$

$$M_{z1} = 0 \quad (0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4}).$$

M_{zF} mənfi işarə ilə qəbul edilir; çünki xarici F qüvvəsi CB məntəqəsində çərçivənin əyriliyini azaldır. M_{z1} sıfıra bərabərdir, vahid qüvvə D nöqtəsindən keçir və onun momenti sıfıra bərabərdir; buradan

$$\sum M_D = R_C \cdot R \neq 0, \quad R=0, \quad R \neq 0.$$

(R radiusdur)

2) BA məntəqəsi

$$M_{zF} = -\frac{FR}{2}(1 - \cos\alpha),$$

$$M_{z1} = R \cdot \sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) \quad (\frac{\pi}{4} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}).$$

3) AE məntəqəsi

$$M_{zF} = F \cdot x - F(\frac{R}{2}),$$

$$M_{z1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot x, \quad (\frac{R}{2} \leq x \leq R).$$

4) ED məntəqəsi

$$M_{ZF} = F \cdot x,$$

$$M_{z1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot x, \quad (0 \leq x \leq \frac{R}{2}).$$

Məntəqələrdəki əyici momentlərin qiymətlərini Mor düsturunda yazıb, uyğun məntəqələrdə inteqrallayaraq $n-n$ kəsiyinin vahid qüvvə istiqamətindəki yerdəyişməsini analitik formada alırıq:

$$\delta_{n-n} = -\frac{1}{EJ} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{F \cdot R}{2} (1 - \cos \alpha) R \cdot \sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) \cdot a \cdot da +$$

$$+ \int_{R/2}^R \left[F \cdot x - F \left(x - \frac{R}{2} \right) \right] \times \left[-\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot x \right] dx + \int_0^{R/2} F \cdot x \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot x \right) dx =$$

$$= -\frac{F \cdot R^3}{EJ_z} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(1 - \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin^2 \alpha - \sin \alpha + \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) \right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} + \frac{11}{48} \approx -0,393 \frac{E \cdot R^3}{EJ_z}.$$

Ədədi qiymətə

$$\delta_{n-n} = -0,393 \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 10^{10} \cdot 12}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^3} = -0,314 \text{ sm}.$$

Mənfi işarəsi göstərir ki, $n-n$ kəsiyinin yerdəyişməsi vahid qüvvə istiqamətinin əksinədir.

Məsələ 8.6. Diametri $d=12\text{sm}$ olan dairəvi kəsikli (şəkil 8.15, a) polad tir topa qüvvə F , momenti $2m$ olan cüt qüvvə və intensivliyi $q=2 \cdot 10^4$ N/m olan yayılmış yüklə yüklənmişdir. Məntəqənin uzunluğu $a=2\text{m}$.

K kəsiyinin əyintisini, L kəsiyinin dönmə bucağını Vereşşagin düsturundan istifadə edərək təyin etməli. $m=F \cdot \bar{e} \cdot a = q \cdot a^2$ qəbul etməli.

Həlli: 1. Xarici qüvvələrdən və vahid qüvvədən qurulmuş əyici moment epürlərini Vereşşagin üsulu ilə asanlıqla bir-birinə vurmaq olar (əgər epürlərin təbəqələşdirilməsinə əməl olunmuşsa). Belə halda ayrılıqda $2m$, F və q qüvvələrindən əyici moment epürlərini uyğun olaraq qururuq (şəkil 8.15, b, c, ç).

K kəsiyinə tətbiq olunan vahid qüvvənin əyici momenti şəkil 8.15, d-də, vahid momentdən isə (L kəsiyi) şəkil 8.15, e-də təsvir olunmuşdur.

2. Vereşşagin düsturundan istifadə edirik:

$$\delta_k = \sum \frac{A_i h_i}{(EJ_z)_i},$$

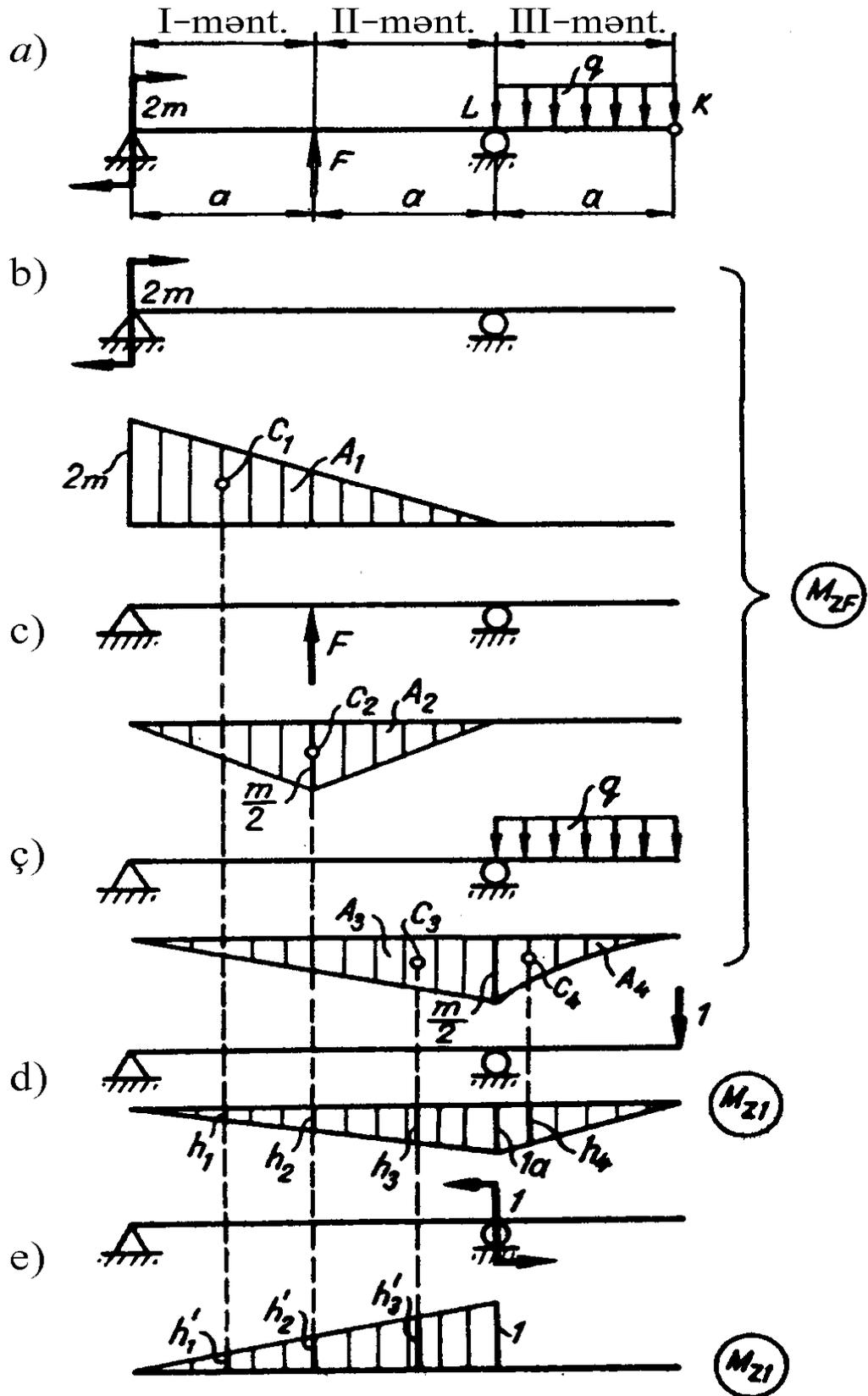
a) M_{zF} və M_{z1} epurlərini (şəkil 8.15,ç) bir-birinə vuraraq K kəsiyinin əyintisini tapırıq:

$$\delta_k = \frac{1}{EJ_z} \left[-2m \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} a + \frac{m}{2} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} + \frac{m}{2} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} a + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot 1 \cdot \frac{3}{4} a \right] =$$

$$= \frac{qa^4}{24EJ_z} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 2^4 \cdot 10^8 \cdot 10^2}{24 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1036} = 0,64 \text{ sm}$$

Yerdəyişmə vahid qüvvənin istiqamətində baş verir.

b) M_{zF} və M_{z1} epurlərini (şəkil 8.15,e) bir-birinə vuraraq tirin L kəsiyinin dönmə bucağını təyin edirik:



Şəkil 8.15

$$\Theta_L = \frac{1}{EJ_z} \left[2m \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{m}{2} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{m}{2} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \right] =$$

$$= \frac{qa^3}{12EJ_z} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 2^3 \cdot 10^2 \cdot 57,3}{12 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1036} \approx 0,37 \text{ дяр.}$$

Müsbət işarəsi göstərir ki, kəsik vahid moment istiqamətində, yəni saat əqrəbi hərəkətinin əksinə dönür.

Məsələ 8.7. Müstəvi çərçivənin (şəkil 8.16,a) K kəsiyinin şaquli istiqamətində yerdəyişməsini, L kəsiyinin dönmə bucağını təyin etməli. Verilir: qüvvənin qiyməti $F=1,8\text{kN}$, uzunluq $a=0,4\text{m}$, çərçivənin materialı – polad 50, kəsik tərəfləri $b=8\text{sm}$ olan kvadrattır, topa momentin qiyməti $m=Fa$ -dır.

Həlli: 1. Verilmiş sistemdə (şəkil 8.16,a):

1) A, B, C və D dayaqlarında reaksiyaları təyin edirik:

a) $\sum_{\text{soldan}} M_C = 0$ (çərçivənin BC hissəsində kəsilib çıxarılan C

oynağına nəzərən qüvvələr momentlərinin cəmi):

$$R_B \cdot 3a = 2F \cdot a, \quad R_B = \frac{2F}{3}.$$

$$\text{b) } \sum M_A = 0, \quad R_D = \frac{1}{a} \left[F \cdot 2a - F \cdot 2a + \frac{2}{3} F \cdot 4a - 2m \right] = \frac{2}{3} F.$$

$$\text{c) } \sum X = 0, \quad H_A = F.$$

$$\text{ç) } \sum Y = 0, \quad V_A = -\frac{2}{3} F + \frac{2}{3} F + F = F.$$

Dayaqlarda reaksiyaların doğru olmasını yoxlayaq. Yoxlama tənliyindən (müvazinət şərtindən) istifadə edirik:

$$\text{e) } \sum M_D = 0, \quad F \cdot 2a - F \cdot a - F \cdot a - 2m + \frac{2}{3} F \cdot 3a = 0, \quad 0 \equiv 0$$

Dayaqlarda reaksiyalar doğru təyin olunmuşdur.

2) M_{zF} epürünü qururuq (şəkil 8.16,b).

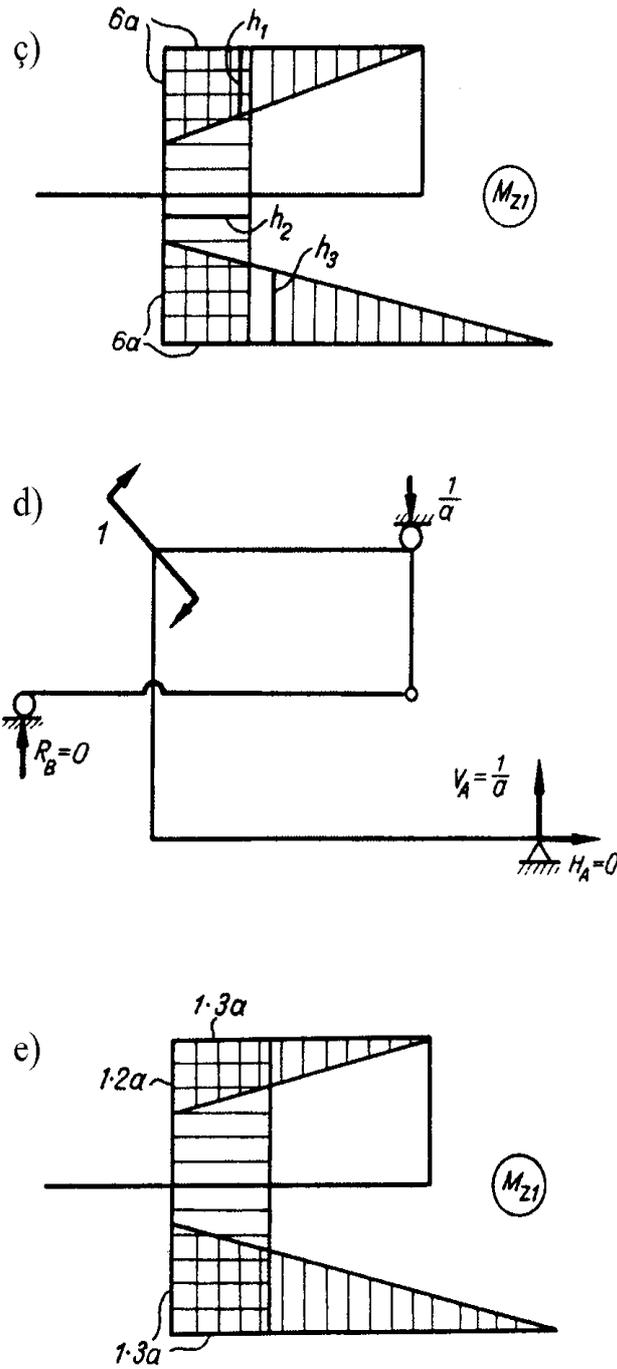
2. Çərçivəni xarici qüvvələrdən azad edirik. Qüvvələrdən azad olunan çərçivəni onun K kəsiyində vahid qüvvə ilə yükləyərək, şaquli istiqamətdə yönəldirik (şəkil 8.16,c).

1) Dayaqlardakı reaksiyalar:

a) $\sum_{\text{soldan}} M_C = 0$ (çərçivənin BC hissəsinin ayrılıb çıxarılmış C

oynağına nəzərən qüvvələr momentinin cəmi):

$$R_B \cdot 3a = 0, \quad R_B = 0.$$



Şəkil 8.16 ç,d,e

b) $\sum M_A = 0, \quad R_D \cdot a - 1 \cdot 3a = 0, \quad R_D = 3.$

c) $\sum X = 0, \quad H_A = 0.$

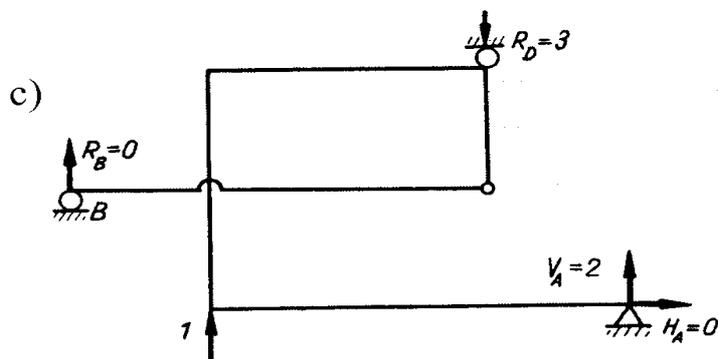
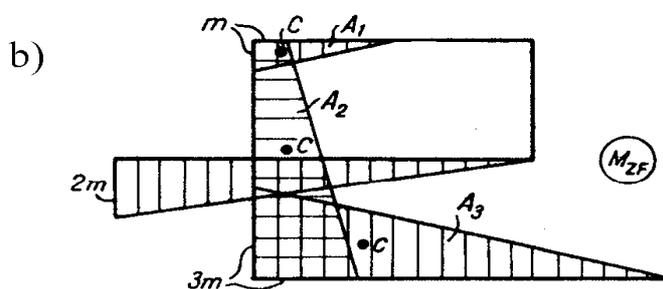
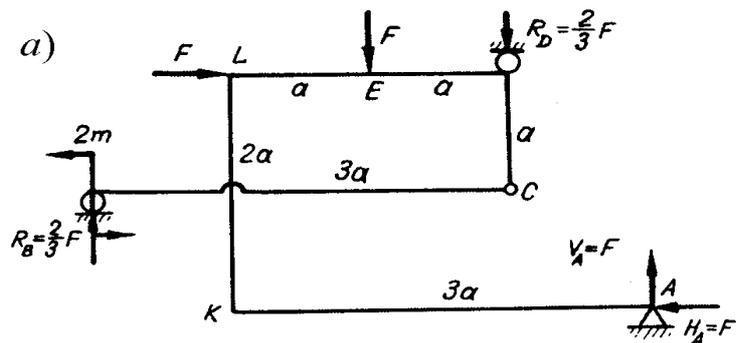
ç) $\sum Y = 0, \quad V_A - 3 + 1 = 0, \quad V_A = 2$

Tapılan reaksiyaların doğru olduğunu yoxlayırıq.

e) $\sum M_B = 0, \quad 2 \cdot 4a + 1 \cdot a - 3 \cdot 3a = 0, \quad 0 \equiv 0.$

Reaksiyalar düzgün təyin edilmişdir.

2) Vahid qüvvələrdən yaranan əyici moment epürünü qururuq (şəkil 8.16,ç).



Şəkil 8.16 a,b,c

3) M_{zF} və M_{z1} epurlərini (şəkil 8.16,ç) bir-birinə vuraraq çərçivənin K kəsiyinin şaquli istiqamətindəki yerdəyişməsini təyin edirik:

$$\delta_k = \frac{1}{EJ_z} \left[ma \frac{1}{2} 5a + 2m \cdot 2a \cdot 6a + 3m \cdot 3a \cdot \frac{1}{2} \cdot 4a \right] =$$

$$= \frac{89Fa^3}{2EJ_z} = \frac{89 \cdot 18 \cdot 10^3 \cdot 0,4^3 \cdot 10^6}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4} \cdot 3408} = 0,75 \text{ sm}$$

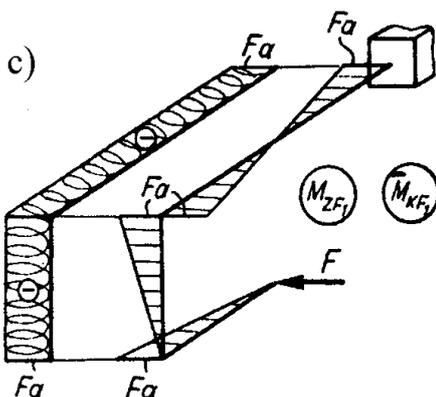
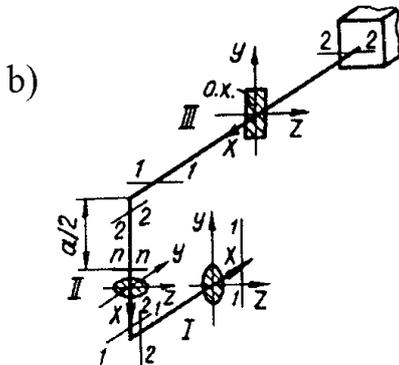
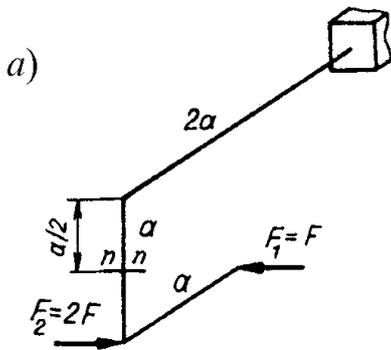
En kəsiyin etalət momenti

$$J_z = \frac{b^4}{12} = \frac{8^4}{12} = 340,8 \text{ sm}^4.$$

Beləliklə, K kəsiyinin yerdəyişməsi bərabərdir: $\delta_k = 0,75 \text{ sm}$, müsbət işarəsi göstərir ki, onun istiqaməti vahid qüvvə istiqamətindədir.

4. M_{zF} və M_{z1} epurlərini (şəkil 8.16,e) vururuq və çərçivənin L kəsiyinin dönmə bucağını təyin edirik:

$$\begin{aligned} \Theta_L &= \frac{m \cdot a}{E \cdot J_z} \left[(1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}) \cdot \frac{5}{3} + (2 \cdot 2) \cdot 3 + (3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}) \cdot 2 \right] = \frac{m \cdot a}{E J_z} \left(\frac{5}{6} + 12 + 9 \right) = \\ &= \frac{17,5 \cdot F \cdot a^2}{E J_z} = \frac{17,5 \cdot 1,8 \cdot 10^3 \cdot 0,4^2 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4} \cdot 340,8} = 0,0074 \text{ rad.} = 0,42 \text{ dər.} \end{aligned}$$



Çərçivənin L kəsiyinin dönmə bucağı saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətindədir (vahid moment istiqamətindədir).

Məsələ 8.8. Müstəvi fəza çərçivədə (şəkil 8.17,a) $n-n$ istiqamətində üfüqi yerdəyişməni təyin etməli.

Qüvvə $F_1 = 0,5 \text{ kN}$, $F_2 = 1,2 \text{ kN}$. $a = 1,5 \text{ m}$ boyuna elastiklik modulu E və sürüşmə modulu G -nin nisbəti. $G = 0,4E$ -dir; kəsik I və II məntəqələrdə diametri d olan dairədir, III məntəqədə isə dördbucaqlıdır. $h/b = 2$, $b = d = 10 \text{ sm}$.

Həlli: Verilmiş F_1 və F_2 qüvvələrindən yaranan əyici momentləri və burucu momenti təyin edirik. Bunun üçün hər bir mən-təqənin xarakterli kəsiklərində (I-I və II-II) momentlərin qiymətlərini təyin edək.

1) $F = F_1$ qüvvəsi tətbiq olunduqda (şəkil 8.17,a,b).

I məntəqə. Kəsik I-I.

$$M_{zF} = M_{yF} = T_{xF} = 0$$

Kəsik 2-2.

Şəkil 8.17 a,b,c

$$M_{zF}=T_{xF}=0, M_{yF}=F\ddot{e}a.$$

II m\text{e}nt\text{e}q\text{e}. K\text{e}sik 1-1.

$$M_{zF}=M_{yF}=0, T_{xF}=-Fa$$

K\text{e}sik 2-2.

$$M_{zF}=0, M_{yF}=F\ddot{e}a, T_{xF}=-Fa.$$

III m\text{e}nt\text{e}q\text{e}. K\text{e}sik 1-1.

$$M_{zF}=0, M_{yF}=F\ddot{e}a, T_{xF}=-Fa.$$

K\text{e}sik 2-2

$$M_{zF}=0, M_{yF}=F\ddot{e}a, T_{xF}=-Fa.$$

F_1 q\text{u}vv\text{e}sind\text{e}n ep\text{u}rl\text{e}r \text{s}\text{e}kil 8.17,c-d\text{e} qurulmu\text{s}dur:

2) $F_2=2F$ q\text{u}vv\text{e}s\text{i} t\text{e}tbiq edilmi\text{s}dir.

II m\text{e}nt\text{e}q\text{e}. K\text{e}sik 1-1.

$$M_{zF}=M_{yF}=T_{xF}=0;$$

K\text{e}sik 2-2. - $M_{zF}=2F\ddot{e}a, M_{yF}=T_{xF}=0$

III m\text{e}nt\text{e}q\text{e}. K\text{e}sik 1-1. - $M_{zF}=$

$$M_{yF}=0, T_{xF}=-2F\ddot{e}a;$$

K\text{e}sik 2-2. - $M_{zF}=0, M_{yF}=2F\ddot{e}a,$

$$T_{xF}=-2Fa.$$

F_2 q\text{u}vv\text{e}sind\text{e}n ep\text{u}rl\text{e}r \text{s}\text{e}kil 8.17,\text{c}-d\text{e} t\text{e}svir olunmu\text{s}dur.

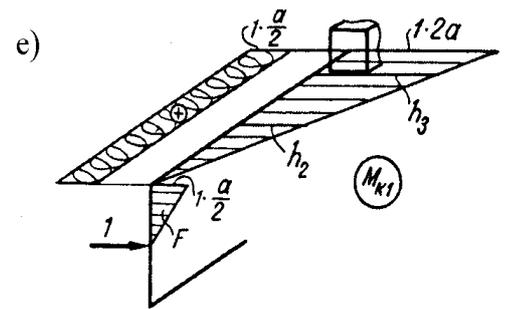
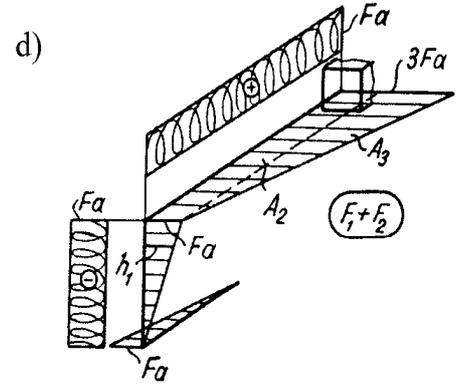
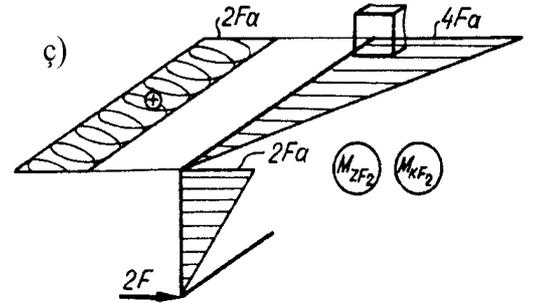
Verilmi\text{s} q\text{u}vv\text{e}l\text{e}rd\text{e}n \text{e}yici v\text{e} burucu momentl\text{e}rin c\text{e}m ep\text{u}r\text{u}n\text{u} t\text{e}svir ed\text{e}k. Bunun \text{u}\text{c}\text{u}n bir m\text{u}st\text{e}vid\text{e} yerl\text{e}\text{s}en \text{e}yici moment v\text{e} burucu moment ep\text{u}rl\text{e}rini toplayırıq. C\text{e}m ep\text{u}r\text{u} \text{s}\text{e}kil 8.17,d-d\text{e} g\text{o}st\text{e}rilmi\text{s}dir.

3. $n-n$ istiqam\text{e}tind\text{e} t\text{e}tbiq olunan vahid q\text{u}vv\text{e}d\text{e}n yaranan \text{e}yici v\text{e} burucu momentl\text{e}rin m\text{e}nt\text{e}q\text{e}l\text{e}rin qiym\text{e}tl\text{e}rini t\text{e}yin edirik (\text{s}\text{e}kil 8.17,d).

II m\text{e}nt\text{e}q\text{e}. K\text{e}sik $n-n$. $M_{z1}=M_{y1}=T_{x1};$

K\text{e}sik 2-2. $M_{z1}=T_{x1}=0, M_{y1}=1\ddot{e}\frac{a}{2}.$

III m\text{e}nt\text{e}q\text{e}. K\text{e}sik 1-1. $M_{z1}=M_{y1}=0, T_{x1}=1\ddot{e}\frac{a}{2};$



\text{S}\text{e}kil 8.17 \text{c},d,e

xarakterli k\text{e}sikl\text{e}-rind\text{e}ki

Kəsik 2-2. $M_{z1}=0$, $M_{y1}=1\ddot{e}2a$, $T_{x1}=1\ddot{e}\frac{a}{2}$.

Vahid qüvvədən epürlər şəkil 8.17,e-də təsvir olunmuşdur.

4. Bütün məntəqələrdə kəsiklərin əyilməyə və burulmaya sərtliklərini boyuna elastiklik modulu E və diametri d ilə ifadə edirik.

1) 1 və 2 məntəqələrdə en kəsik dairəvidir; ona görə də əyilmədə kəsiyin sərtliyi $C_1=C_2=EJ_z=0,05E\ddot{e}d^4$.

2) çərçivənin III məntəqəsində en kəsik dördbucaqlıdır – qüvvəli xətt (şəkil 8.17,b) z oxu ilə, neytral ox isə y oxu ilə üst-üstə düşür, ona görə də

$$J_y = \frac{hb^3}{12} = \frac{2 \cdot b^4}{12} = \frac{\sigma^4}{6} = 0,1667\sigma^4,$$

$$J_y = 0,1667\sigma^4.$$

(5.22) ifadəsinə əsasən dördbucaqlı en kəsiyi olan brusun kəsiyinin sərtliyi bərabərdir:

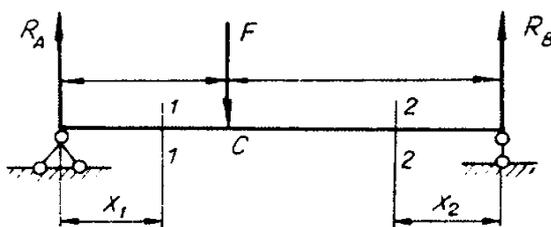
$$GJ_k = G\beta b^3 h = 0,4E \cdot 0,229 \cdot 2b^4 = 0,183E \cdot \sigma^4.$$

5. Əvvəlcə M_{zF_1}, M_{zF_2} və M_{z1} , sonra isə T_{F_1}, T_{F_2} və T_1 bir-birinə vuraraq Mor düsturu və Vereşşagin qaydasına əsasən $n-n$ kəsiyinin üfüqi yerdəyişməsini təyin edirik:

$$\begin{aligned} \delta_{n-n} &= \frac{F \cdot a^3}{Ed^4} \left[\frac{1}{0,05} \cdot \frac{11}{22} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{0,1667} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 + \frac{1}{0,1667} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} + \frac{1}{0,183} \cdot 1 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \right] = \\ &= \frac{F \cdot a^3}{Ed^4} = \frac{3558 \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot 1,5^3 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4} = 0,73 \text{ sm} \end{aligned}$$

Məsələ 8.9. İki dayaq üzərində yerləşmiş tirin (şəkil 8.18) C kəsiyində əyintini təyin etməli.

Qüvvə $F=2\text{kN}$, $a=2\text{m}$, $b=3\text{m}$ boyuna elastiklik modulu $E=2\ddot{e}10^5$ MPa, kəsiyin ox ətalət momenti $J_z=4800\text{sm}^4$.



Şəkil 8.18

Həlli: 1. Dayaq reaksiyalarını təyin edirik:

$$R_A = \frac{F \cdot b}{l} = \frac{2 \cdot 3}{5} = 1,2 \text{ kN},$$

$$R_B = \frac{F \cdot a}{l} = \frac{2 \cdot 2}{5} = 0,8 \text{ kN}.$$

2. Xarakterik məntəqələr üçün əyici moment ifadələrini yazırıq. I-I kəsiyində

$$M_{z_1} = R_A \cdot x_1 = \frac{F \cdot b}{l} \cdot x_1.$$

2-2 kəsiyində $M_{z_2} = R_B \cdot x_2 = \frac{F \cdot a}{l} \cdot x_2.$

3. C kəsiyinin əyintisini təyin edirik:

$$y_c = \frac{\partial U}{\partial F} = \int_0^a \frac{M_{z_1} dx_1}{EJ_z} \cdot \frac{\partial M_{z_1}}{\partial F} + \int_0^b \frac{M_{z_2} dx_2}{EJ_z} \cdot \frac{\partial M_{z_2}}{\partial F}, \quad (\text{a})$$

$$\frac{\partial M_{z_1}}{\partial F} = \frac{b}{l} \cdot x_1, \quad \frac{\partial M_{z_2}}{\partial F} = \frac{a}{l} \cdot x_2. \quad (\text{b})$$

(b) ifadəsini (a) düsturunda yazaraqalırıq:

$$\begin{aligned} y_c &= \frac{1}{EJ_z} \left(\int_0^a \frac{F \cdot b}{l} \cdot x_1 \cdot \frac{b}{l} x_1 dx + \int_0^b \frac{F \cdot a}{l} \cdot x_2 \cdot \frac{a}{l} x_2 dx \right) = \\ &= \frac{1}{EJ_z} \left(\frac{F \cdot b^2}{l^2} \cdot \frac{x_1^3}{3} \Big|_0^a + \frac{F \cdot a^2}{l^2} \cdot \frac{x_2^3}{3} \Big|_0^b \right) = \\ &= \frac{1}{EJ_z} \left(\frac{F \cdot b^2 \cdot a^3}{3l^2} + \frac{F \cdot a^2 \cdot b^3}{3l^2} \right) + \frac{F \cdot a^2 \cdot b^2}{3EJ_z \cdot l^2} (a + b) = \\ &= \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 10^6 \cdot 10^5}{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 4800 \cdot 5^2} = 0,46 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Ə 8.7. Sərbəst iş üçün tipik məsələlər

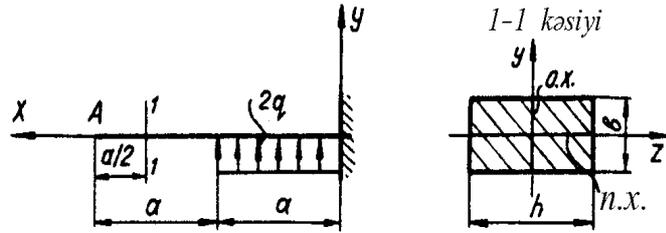
Məsələ 1. Şəkil 8.19-da təsvir olunan konsol tirin A kəsiyinin şaquli yerdəyişməsini təxmini diferensial tənlikdən istifadə etməklə təyin etməli. Yayılmış yükün intensivliyi $2q=2 \cdot 10^4$ N/m, məntəqənin uzunluğu $a=1,4$ m, boyuna elastiklik modulu $E=2 \cdot 10^5$ MPa, en kəsiyi dördbucaqlı $h/b=3$, $b=10$ sm, qüvvəli xətt kəsiyin kiçik tərəfinə paraleldir.

Yerdəyişmə hansı istiqamətdə baş verir?

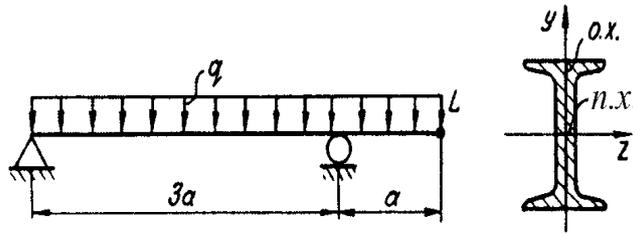
Cavab: $\delta_A = \frac{7}{12} \cdot \frac{q \cdot a^4}{EJ_z} = 1,49 \text{ sm}$, yuxarıya.

Məsələ 2. İntensivliyi $q=120$ kN/m yayılmış yüklə yüklənən birkonsollu ikitavr kəsikli tirin (şəkil 8.20) L kəsiyinin əyintisini və dönmə bucağını təyin etməli. Bu şərtlə ki, $a=0,8$ m, $E=2\cdot 10^5$ MPa, ikitavr №20 ($J=2370$ sm⁴), qüvvəli xətt ikitavr kəsiyin minimum sərtliyinin oxu ilə üst-üstə düşür.

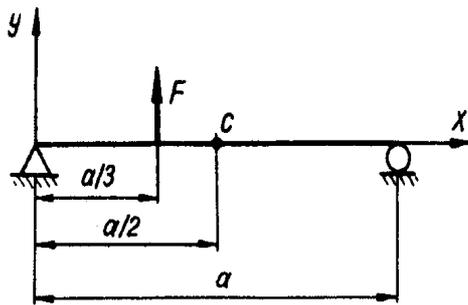
Cavab: $\Theta_L = \frac{297}{648} \cdot \frac{qa^3}{EJ_z} = 0,035$ rad, $y_L = \frac{qa^3}{2EJ_z} = 0,498$ sm.



Şəkil 8.19



Şəkil 8.20



Şəkil 8.21

Məsələ 3. $F=1,8\cdot 10^5$ N qüvvə ilə yüklənən polad tirin (şəkil 8.21) C kəsiyinin əyintisini təyin etməli. Aşırımın uzunluğu $a=4$ m, tirin en kəsiyi – dairəvidir ($d=12$ sm), $E=2\cdot 10^5$ MPa.

Cavab: $y_C = \frac{23}{1297} \cdot \frac{F \cdot a^3}{EJ_z} = 0,97sm.$

Məsələ 4. Topa qüvvə və momentlərlə yüklənən tirin A,B, və C kəsiklərinin şaquli istiqamətdə yerdəyişmələrini, D sağ dayağında isə dönmə bucağını (şəkil 8.22) təyin etməli. Verilir: $F=2\text{ë}10^4\text{N}$, $a=1\text{m}$, $E=2\text{ë}10^5\text{MPa}$, en kəsik – dördbucaqlıdır və $\frac{h}{b}=2$, $b=6\text{sm}$, qüvvəli xətt minimum sərtliyin oxu ilə, yəni y oxu ilə üst-üstə düşür. Məsələni əyilmiş oxun universal tənliyindən istifadə etməklə həll etməli.

Cavab: $y_A = \frac{5Fa^3}{6EJ_z} = 0,96sm, y_B = 0, y_C = -\frac{Fa^3}{EJ_z} = -1,16sm;$

$\Theta_D = -\frac{F \cdot a^2}{2EJ_z} = -0,0115rad. = -0,66\text{dər.}$

Məsələ 5. İki dayaq üzərində yerləşən və intensivliyi $2q$ olan yayılmış yüklə yüklənən tirin (şəkil 8.23) A kəsiyinin Θ_A dönmə bucağını və y_A əyintisini təyin etməli.

Cavab: $\Theta_A = -\frac{qa^4}{12EJ_z}; y_A = -\frac{5qa^4}{192EJ_z}.$

Məsələ 6. Tirin ortasında əyintinin $y_k = 0,3\text{sm}$ -dən çox olmadığı məlumdursa, yayılmış yükün q intensivliyini təyin etməli (şəkil 8.24).

Məlumdur ikitavr №10, uzunluq $a=1,3\text{m}$, $E=2\text{ë}10^5\text{MPa}$.

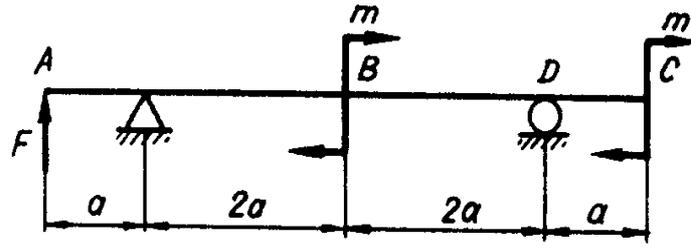
Cavab: $q=24,7\text{ë}1^3\text{ N/m.}$

Məsələ 7. Əgər $m=F\text{ë}a=qa^2$ olarsa, tirin kəsiyinin (bax: şəkil 8.23) əyintisini Vereşşagin üsulu ilə təyin etməli.

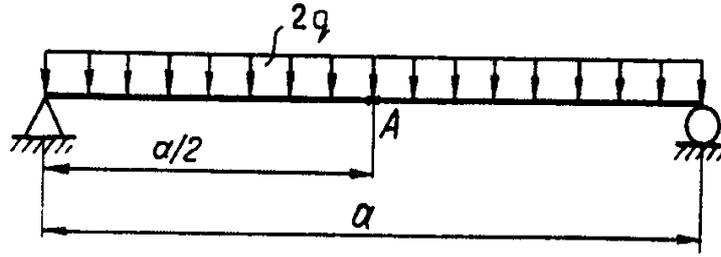
Cavab: $y_k = -\frac{5ma^2}{8EJ_z}.$

Məsələ 8. Konsol tir intensivliyi q olan müntəzəm yayılmış yüklə yüklənmişdir. B kəsiyinin əyintisini təyin etməli (şəkil 8.25).

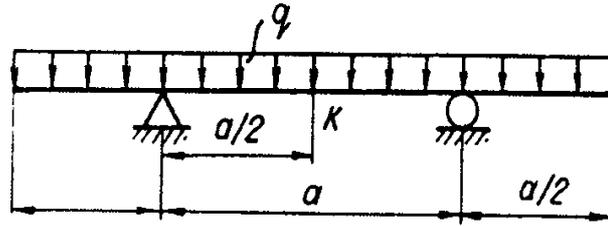
Cavab: $Y_B = -\frac{17ql^4}{384EJ_z}.$



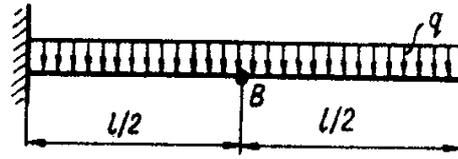
Şəkil 8.22



Şəkil 8.23



Şəkil 8.24



Şəkil 8.25

Özünüyoxlama sualları

1. Potensial enerji nəyə deyilir və o nəyə bərabərdir?
2. Verilmiş istiqamətdə elastiki sistemin kəsiyinin sərtliyi nədir?
3. Əgər tir topa qüvvə, yaxud momenlə yüklənibsə, potensial enerji nəyə bərabərdir?
4. Elastiki sistemin deformatsiyasının potensial enerji, ümumi yüklənmə halı, müstəvi elastiki sistem halı və fermalar üçün Mor inteqralı ifadələrini yazın.
5. Vereşşagin düsturunun çıxarılmasını göstərin.