

AZƏRBƏYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ  
BAKİ DÖVLƏT UNİVERSİTETİ

**R.C. QASIMOVA**

## **KVANT ELEKTRONİKASI**

*kursu üzrə*

**məsələlər toplusu həlli ilə**

Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirinin 08.02.2008-ci il tarixli 186 nömrəli əmri ilə dərs vəsaiti kimi təsdiq edilsin.

Bakı – 2008

Elmi redaktor:

*fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,*  
*professor İsmayilov T.H.*

Rəy verənlər:

*fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,*  
*professor Tağıyev Z.A.*

*fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,*  
*professor Abdullayev S.Q.*

*fizika-riyaziyyat elmləri namizədi,*  
*dosent Davudov B.B.*

x 530  
Q 25

258939

**R.C. Qasimova** Kvant elektronikasısı kursu üzrə məsələlər toplusu həlli ilə. Dərs vəsaiti, Bakı, Bakı Universiteti nəşriyyatı, 2008, -65səh.

Dərs vəsaitində kvant elektronikasısı ixtisas kursu üzrə qısa nəzəri məlumatlar və 32 məsələnin müfəssəl həlli təqdim edilmişdir.

Kitab fizika fakültəsinin bakalavr pilləsinin tələbələri və magistr pilləsinin lazer və mazer fizikası, plazma fizikası, bərk cisim, maye və qazlar fizikası üzrə ixtisaslaşan tələbələr üçün nəzərdə tutulmuşdur. Dərs vəsaitindən həmçinin digər təbiət elmləri fakültələrində və başqa texniki universitetlərdə təhsil alan tələbələr və yuxarıda sadalanan ixtisasların mütəxəssisləri də istifadə edə bilərlər.

Q  $\frac{2302030400 - 000}{M - 658(07) - 000} - 2008$

© «Bakı Universiteti» nəşriyyatı, 2008.

## GİRİŞ

Dərs vəsaiti müəllifin Bakı Dövlət Universitetinin təbiət elmləri fakültələrində ümumi fizika və fizika fakültəsində kvant elektronikasını kurslarının tədrisinin təcrübəsi əsasında yazılmışdır.

Təqdim olunan vəsait kvant elektronikasını üzrə ixtisaslaşan tələbələr üçün nəzərdə tutulmuşdur. Bölmənin müxtəlif mövzularını əhatə edən məsələlərin həlli materialın daha yaxşı mənimsənilməsinə, tələbələrin yaradıcılıq fikrinin inkişafına yardım edir. Müasir kvant elektronikasının problemlərini əks etdirən məsələlərə baxılmışdır. Təqdim olunmuş məsələlərdə araşdırılan mövzular, praktiki olaraq kvant elektronikasını prinsiplərini və qanunlarını əks etdirən bütün problemlər spektrini əhatə edir.

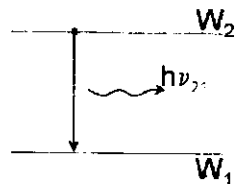
Kitabın əsas məqsədi – tələbələri kvant elektronikasının əsas anlayışları və metodları ilə tanış etmək və onları dərk etməklə tətbiq edilməsinə yönəlmişdir. Materialın izah səviyyəsi kvant mexanikası və statistik fizika üzrə müəyyən biliklərin olmasını tələb edir.

Müəllif əlyazmanın diqqətlə oxunduğuna görə elmi redaktora və rəyçilərə dərin minnətdarlığını bildirir. Əlyazmanın ərsəyə gəlməsində göstərdikləri köməyə görə müəllif BDU-nun fizika fakültəsinin əməkdaşları f.-r.e.n. Q.M. Eyvazovaya və Q.A. Səfərovaya təşəkkür edir.

Bütün qeydlər və təkliflər müəllif tərəfindən diqqətlə və minnətdarlıqla qəbul olunacaq.

## MƏSƏLƏLƏR

1. Fərz edək ki, mühiti təşkil edən atomlar ancaq iki  $W_1$  və  $W_2$  enerji səviyyələrində ola bilər ( $W_1 < W_2$ ) və başlanğıc anda bir atom enerjisi  $W_2$  olan yuxarı səviyyədədir.  $W_2$  enerjisi  $W_1$ -dən böyük olduğuna görə, müəyyən müddətdən sonra atom özbaşına aşağı  $W_1$  səviyyəsinə keçəcək. Bu zaman  $W_2 - W_1$  enerji ayrılacaqdır. Ayrılan enerji elektromaqnit dalğası şəklində olarsa, belə proses spontan şüalanma prosesi adlanır. Şüalandırılan dalğanın



tezliyi  $\nu_{21}$  Bor münasibəti əsasında tapılır:  $\nu_{21} = \frac{W_2 - W_1}{h}$ ,  $h$  - Plank sabitidir.

1.1 Əgər səviyyələrin enerji fərqinə uyğun gələn şüalanmanın tezliyi spektrın görünən oblastının ortasına uyğun gələrsə, otaq temperaturunda termodinamik tarazlıq halında  $W_1$  və  $W_2$  enerji səviyyələrindəki hissəciklərin nisbətini tapmalı.

1.2  $T=300$  K temperaturunda termodinamik tarazlıq halında olan iki səviyyədəki hissəciklərin nisbəti  $N_2/N_1=1/e$  bərabərdir. Bu səviyyələrin arasındakı keçidə uyğun şüalanmanın  $\nu$  tezliyini və  $\lambda$  dalğa uzunluğunu tapın. Bu şüalanma spektrın hansı oblastına düşür? Şüalanma hansı lazer növünə uyğundur?

2. 1917-ci ildə A. Eynşteyn spontan və məcburi şüalanmalara və elektromaqnit dalğalarının udulmasına klassik baxımdan yanaşmışdır. O, ətraf mühitlə termodinamik tarazlıqda olan atomlar sisteminə baxmışdır. Bu halda sistemin enerji səviyyələri arasında elektromaqnit dalğalarının şüalanmasına və udulmasına uyğun kvant keçidləri baş verir. Tarazlıq halında elektromaqnit dalğasının şüalanması spektral sıxlıqla  $\rho(\nu)$  xarakterizə olunur. Plank düsturuna görə

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}, \quad (1)$$

burada  $\frac{8\pi\nu^2}{c^3}$  vahid həcmdə vahid tezliyə düşən sərbəstlik

dərəcələrinin sayı,  $\bar{\epsilon} = h\nu / (e^{kT} - 1)$  bir sərbəstlik dərəcəsinə düşən orta enerji,  $T$  – mühitin mütləq temperaturu,  $h$  və  $k$  uyğun olaraq Plank və Bolsman sabitləridir.

Aralarında keçid baş verən iki səviyyənin kinetik tənlikləri aşağıdakı şəkildədir:

$$\begin{aligned} dN_2 &= -N_2(A_{21} + \rho(\nu)B_{21})dt + N_1\rho(\nu)B_{12}dt, \\ dN_1 &= -N_1\rho(\nu)B_{12}dt + N_2(A_{21} + \rho(\nu)B_{21})dt. \end{aligned} \quad (2)$$

Məcburi şüalanma xarici elektromaqnit sahəsinin təsiri ilə baş verir. Vahid zamanda məcburi şüalanma keçidlərinin sayı elektromaqnit dalğasının enerji selinin sıxlığı  $\rho(\nu)$  və yuxarı səviyyədəki zərrəciklərin sayı  $N_2$  ilə mütənasibdir.  $dN_2/dt = -N_2\rho(\nu)B_{21}$ . Burada  $B_{21}$ -məcburi şüalanma üçün Eynşteyn əmsalıdır.

Buna analogi olaraq sistemdə udulma prosesi də gedir. Vahid zamanda udulma aktlarının sayı da  $\rho(\nu)$  və  $N_1$  ilə mütənasibdir ( $N_1$  aşağı səviyyədəki zərrəciklərin sayıdır).  $dN_1/dt = -N_1\rho(\nu)B_{12}$ ,  $B_{12}$  -udulma üçün Eynşteyn əmsalı,  $d\rho = \rho(\nu)d\nu$  isə elektromaqnit sahəsinin  $\nu \div \nu + d\nu$  tezlik intervalında enerji sıxlığıdır. Termodinamik tarazlıq halında yuxarı enerji səviyyəsindən aşağı enerji səviyyəsinə keçidlərin sayı aşağı səviyyədən yuxarı səviyyəyə baş verən keçidlərin sayına bərabərdir, yəni

$$N_2[A_{21} + \rho(\nu)B_{21}] = N_1\rho(\nu)B_{12}.$$

Burada  $A_{21} \cdot N_2$  - vahid zamanda spontan keçidlərin sayıdır. Bu tənlikdən

$$\rho(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{12}N_1/N_2 - B_{21}} \quad (3)$$

alarıq.

Termodinamik tarazlıq halında enerji səviyyələrinə görə Bolsman paylanma qanununu

$$N_2/N_1 = (g_2/g_1) \exp\left(-\frac{W_2 - W_1}{kT}\right) \quad (4)$$

nəzərə alsaq, yaza bilərik

$$\rho(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{12} \frac{g_1}{g_2} \exp\left(-\frac{W_1 - W_2}{kT}\right) - B_{21}} \quad (5)$$

**2.1** Plank və Bolsman düsturlarından istifadə etməklə Eynşteyn əmsalları  $A_{21}$ ,  $B_{12}$  və  $B_{21}$  arasındakı əlaqəni tapın: optik oblastda dalğa uzunluğu  $\lambda = 500$  nm olduqda,  $A_{21}$ -i  $B_{21}$  vasitəsilə qiymətləndirin.

**2.2** Məcburi şüalanmanın ehtimalının spontan (özbaşına) şüalanmanın ehtimalına nisbətini rəqs növündəki (modadakı) kvantların orta sayına bərabər olduğunu göstərin. Məcburi və spontan şüalanmalarının ehtimalları bərabər olduqda optik oblastda ( $\nu = 6 \cdot 10^{14}$  Hz)  $T$  temperaturu nəyə bərabər olar?

**3.**  $\rho(\nu)$  enerjinin spektral sıxlığını  $\rho_\lambda$  ilə ifadə etmək olar.  $\rho_\lambda d\lambda$  -dalğa uzunluğu  $\lambda \div \lambda + d\lambda$  intervalında elektromaqnit şüalanmanın enerjisinin spektral sıxlığını ifadə edir.  $\rho_\lambda$  və  $\rho(\nu)$  arasındakı münasibəti tapın.

**4.**  $\rho(\nu)d\nu = -\rho(\lambda)d\lambda$  olduğunu nəzərə almaqla, Plank düsturunun  $\lambda$  dalğa uzunluğundan asılılığını tapın. Göstərin ki, Plank düsturu

a)  $\rho(\lambda) = \lambda^{-5} f(1/\lambda T)$  şəklini alır,

b) Stefan - Bolsman qanununu ödəyir  
 $\rho = \int \rho(\lambda) d\lambda = const. \cdot T^4$ ,

c) Vin qanununu ödəyir:  $\lambda_{\max} T = const.$

5. Göstərin ki, kiçik tezliklərdə Plank düsturu Reley-Cins ifadəsinə çevrilməlidir. Yüksək tezliklərdə Plank düsturu hansı şəkllə düşür?

6\*\*. Atomun həyəcanlaşmış səviyyədə orta yaşama müddətini ( $\tau_{21}$ ) analitik olaraq qiymətləndirin. Optik oblastda  $A_{21}$  ( $A_{21} = 1/\tau_{21}$ ) hansı tərtibli kəmiyyətdir? Hesab edin ki, ikisəviyyəli sistemin keçid tezliyi  $\nu_{12}$ , rəqs edən dipolun  $\nu_0$  tezliyinə uyğundur. Bu, spontan şüalanmanın klassik analoqudur. Nəzərə alın ki, rəqs edən elektronun şüalanmasının gücü  $P_r = \frac{nd^2}{12\pi\epsilon_0 c^3}$ , burada  $d = e r_0$  ifadəsi dipolun amplitud qiyməti,  $\epsilon_0$  - elektrik sabiti,  $c$  - işığın vakuumdakı sürəti,  $n$  - mühitin sındırılma əmsəlidir.

7\*\*. Xarici monoxromatik sahənin atom ossilyatoruna təsirini təhlil edin. Xarici sahənin təsiri nəticəsində atom məcburi rəqs edir və şüalandırır. Bu da məcburi şüalanmanın klassik analoqudur. Tələb olunur:

a) Atomun elektrik dipol momentini hesablayın.

b)  $E = E_0 \cos \nu t$  - monoxromatik dalğanın təsiri ilə şüalandırılan dalğanın gücünü tapın.

c)  $\nu_0^2 \gg \nu^2$  çox böyük və ya  $\lambda_0^2 \ll \lambda^2$  olduqda atomun dipol momentinin və şüalandırılan dalğanın gücünü tapın. Göstərin ki, səpilən dalğanın intensivliyi  $\sim \lambda^{-4}$  -ilə mütənasibdir ( $\lambda$  - düşən və səpilən dalğanın uzunluğudur). Göyün mavi rəngli olmasını izah edin.

8\*. Hissəciklərin impulsu (hərəkət miqdarı) və uyğun koordinatı arasındakı Heyzenberq qeyri-müəyyənlik münasibətindən

istifadə edərək hidrogen atomunun əsas səviyyəsinin enerjisini və enini tapın. Bilirik ki,  $\Delta p \cdot \Delta r \sim \hbar$ ;  $\Delta W \cdot \Delta t \sim \hbar$  tərtibindədir.

**9\*\*.** Spektrin eninin şüalanmanın gücündən asılılığını tapın. Bu asılılıq lazer şüalanması spektrinin eninin azalmasına (daralmağına) gətirir.

**10\*\*.** Eksponensial sönən harmonik ossilyatorun (dipolun) klassik modelindən istifadə edərək, təbii halda şüalanmanın spektral xəttinin düsturunu alın. Bunun üçün Fyrc çevrilməsindən istifadə etməli:

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt,$$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) e^{i\omega t} d\omega.$$

Spektral xəttin təbii genişlənməsini

- klassik elektrodinamikanın
  - kvant mexanikanın
- köməyi ilə izah edin.

**11.** Toqquşma nəticəsində spektral xəttin eninin genişlənməsi halı üçün spektral xəttin formasını tapın. Spektrin bircinsli genişlənməsi zamanı təbii və toqquşma enlərini ayrı-ayrılıqda qiymətləndirin. Bunun üçün  $\bar{v} = \sqrt{8kT/\pi M}$ ,  $\bar{\ell} = \frac{1}{4\pi a^2 n}$  düsturlarından istifadə etməli. Burada  $M$  - atomun kütləsi,  $a$  - atomun radiusu,  $n$  - vahid həcmdəki atomların sayı,  $\bar{v}$  - atomun orta istilik sürəti,  $\bar{\ell}$  - sərbəst qaçış yolunun orta uzunluğudur.

**12.** Spektrin Dopler genişlənməsi üçün spektral xəttin formasını tapın. Dalğa uzunluğu  $\lambda = 0.63$  mkm olan He-Ne lazerin şüalanmasının spektral eninə, qeyri-bircins genişlənməsinin təsirini qiymətləndirin. Bunun üçün hissəciklərin sürətlərinə görə Maksvelin paylanması istifadə etməli,



$$dN = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mV^2}{2kT}\right) dV.$$

13.  $\vec{H}$  maqnit sahəsində  $\vec{\mu}$  maqnit momentinin hərəkətinə klassik nöqtəyi-nəzərdən baxaq. Məlumdur ki,  $\vec{\mu}$  -nin hərəkət tənliyi

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma [\vec{\mu}, \vec{H}],$$

burada  $\gamma = \frac{2\pi\vec{\mu}}{\xi h}$  qiromaqnit,  $\xi$  isə mexaniki momentlərdir.

Fırlanan koordinat sisteminə keçək. Bu sistemdə ixtiyari vektor üçün yazmaq olar:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{L}'}{dt} + [\vec{\Omega}, \vec{L}].$$

Burada  $\frac{d\vec{L}'}{dt} - \vec{L}$  vektorunun  $\vec{\Omega}$  bucaq sürətilə fırlanan koordinat sistemində dəyişmə sürətidir. Bunu  $\vec{\mu}$  vektoruna tətbiq etsək alarıq:

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \frac{d\vec{\mu}'}{dt} + [\vec{\Omega}, \vec{\mu}].$$

Bəzi çevrilmələrdən sonra fırlanan koordinat sistemində  $\vec{\mu}$  -nin hərəkət tənliyi üçün alarıq:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{\mu}'}{dt} = \frac{d\vec{\mu}}{dt} - [\vec{\Omega}, \vec{\mu}] &= \gamma [\vec{\mu}, \vec{H}] + [\vec{\mu}, \vec{\Omega}] = \\ [\vec{\mu}, \gamma \vec{H}] + [\vec{\mu}, \vec{\Omega}] &= \left[ \vec{\mu}, \gamma \left( \vec{H} + \frac{\vec{\Omega}}{\gamma} \right) \right] = \gamma \left[ \vec{\mu}, \vec{H} + \frac{\vec{\Omega}}{\gamma} \right] \end{aligned}$$

Bu tənliyi hərəkətsiz koordinat sistemindən aldığımız tənliklə müqayisə etsək görürük ki, indi aldığımız tənlikdə  $\vec{H}$  vektorunun yerinə onun effektiv qiyməti  $\vec{H}_{eff} = \vec{H} + \frac{\vec{\Omega}}{\gamma}$  durur.

$z$  oxuna paralel sabit  $\vec{H}_0$  sahəsində  $\vec{\mu}$  maqnit momentinin presessiyasına nəzər salaq. Hərəkətdə olmayan koordinat sistemində  $\vec{H}_0$  vektorunun komponentləri:  $H_x = 0, H_y = 0, H_z = H_0$ -dir.  $\vec{\Omega}$  - vektorunun komponentləri isə  $\{\vec{i} \cdot 0, \vec{j} \cdot 0, \vec{k} \cdot \Omega\}$ , yəni bucaq sürəti vektoru  $z$  oxuna paraleldir.

Fırlanan koordinat sistemində:  $\vec{H}_0 - \{\vec{i} \cdot 0, \vec{j} \cdot 0, \vec{k} \cdot H_0\}$  və  $\vec{\Omega} - \{\vec{i} \cdot 0, \vec{j} \cdot 0, -\vec{k} \cdot \Omega\}$  olduğundan

$$\vec{H}_{eff} = \vec{H} + \frac{\vec{\Omega}}{\gamma} = \vec{H}_0 + \frac{\vec{\Omega}}{\gamma} = \left\{ \vec{i} \cdot 0, \vec{j} \cdot 0, \vec{k} \cdot \left( H_0 - \frac{\Omega}{\gamma} \right) \right\}.$$

Əgər  $H_0 = \frac{\Omega}{\gamma}$  şərti ödənilirsə,  $\vec{H}_{o,eff} = 0$  olar. Onda,  $\frac{d\vec{\mu}}{dt} = 0$  bərabərliyindən  $\vec{\mu} = const.$  alarıq. Beləliklə,  $\Omega = \gamma H_0 = \Omega_0$  sürəti ilə fırlanan koordinat sistemindəki müşahidəçiyə görə  $\vec{\mu}$  hərəkətsizdir. Bu onu göstərir ki, sabit maqnit sahəsində  $\vec{H}_0$ ,  $\vec{\mu}$  vektoru sahə istiqaməti ətrafında  $\Omega_0 = \gamma H_0$  bucaq tezliyi ilə presessiyaya uğrayır. Bu -bucaq tezliyi larmor tezliyi adlanır.

**13.1** Sabit  $\vec{H}_0$  maqnit sahəsində sabit  $\vec{\mu}$  maqnit momentinin hərəkətini öyrənərkən  $\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma [\vec{\mu}, \vec{H}_0]$  tənliyini həll etmək üçün  $\vec{H}_0$  sahəsinin ətrafında Larmor tezliyi ilə fırlanan koordinat sistemə keçirlər. Bu sistemdə  $\left( \frac{d\vec{\mu}}{dt} \right)_{rot} = 0$ , yəni  $\vec{\mu}$  - sabitdir ( $\dot{\vec{\mu}} = const.$ ). Buradan alınır ki, maqnit momenti

$\vec{\mu}$ ,  $\vec{H}_0$  sahəsinin istiqaməti ətrafında Larmor tezliyi ilə fırlanır. Fırlanan koordinat sisteminə keçmədən birbaşa differensial tənliyi həll edərək həmin nəticəni alın.

**13.2\*\*** Blox tənliyindən istifadə edərək

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \gamma [\vec{J}, \vec{H}] - \vec{i} \frac{J_x}{T_2} - \vec{j} \frac{J_y}{T_2} - \vec{k} \frac{J_z - J_0}{T_1}$$

(harada  $\vec{M}$  - maqnitlənmə vektoru,  $T_{1,2}$  - uyğun olaraq spin-qəfəs, spin-spin relaksasiya müddəti,  $H$  - maqnit sahəsinin intensivliyi,  $M_0$  - maqnit momentinin tarazlıq qiymətidir) maqnit qavrayıcılığının həqiqi  $\chi'$  və xəyali  $\chi''$  hissələrinin tezlikdən asılılığını tapın.

Qeyd: Düsturun çıxarılışında xarici sahənin yavaş dəyişməsinə nəzərə alınmalıdır.  $\chi'(\omega)$  və  $\chi''(\omega)$  qrafiklərini qurun. Udulma xəttinin  $\Delta\omega$  enini hesablayın.

**14.** Nüvə maqnit rezonansı zamanı elektromaqnit şüalanması ilə protonun spin halları arasında qarşılıqlı təsiri mövcuddur. Əgər maddəyə  $z$  oxu istiqamətində sabit  $H = 1 \text{ Vb/m}^2$  sahə təsir edərsə, protonun spin halının ayrılması hesabına yaranan rezonans udulma tezliyini tapın. Nəzərə alınmalıdır ki, protonun spin operatoru elektronun spin operatorundan fərqlidir.

**15\*\*.** a) Yığıcı kolbanı maqnitdən hansı  $L$  məsafədə yerləşdirmək lazımdır ki, ən böyük ehtimalı  $v$  sürətinə malik olan zərrəciklər kolbanın dəşiyinin mərkəzinə düşmüş olsun. Zərrəciklər - hidrogen kvant generatorundakı fəal zərrəciklər dəstəsindən olan hidrogen atomlarıdır. Təcrübənin sxeminə görə dəstənin nöqtəvi mənbəyi  $O$  uzunluğu  $\ell$  olan maqnitin girişində  $z$  oxuna perpendikulyar istiqamətində  $H = H_0 R^2 / a^2$  qanunu ilə dəyişir. Zərrəciyin maqnit sahəsi ilə qarşılıqlı təsir enerjisi  $W = -\vec{\mu}\vec{H}$ , hansı ki yuxarı səviyyədə yerləşən həssəcik üçün  $|\vec{\mu}| = -|\vec{\mu}|$ .

Hesablamalar üçün aşağıdakı qiymətləri qəbul etməli:

$$\frac{|\bar{\mu}|H_0}{kT} = 10^{-3}; a = 0.5 \text{ sm}; \ell = 40 \text{ sm.}$$

- b) Yuxarı və aşağı səviyyələrdə yerləşən hissəciklərin traektoriyalarını göstərin. Hissəciklərin seçilməsi necə baş verir?
16.  $\text{Na}^{23}\text{Cl}^{35}$  molekulunda nüvələrin ağırlıq mərkəzlərinin arasındakı məsafəni hesablayın. Məlumdur ki, birinci yaxınlaşmada molekulun iki nöqtəvi kütlədən ibarət olduğu nəzərdə tutulur ki, onlar arasındakı məsafə dəqiq fiksə olunsun.  $\text{Na}^{23}\text{Cl}^{35}$  molekulun fırlanma sabiti  $B = 6.54 \cdot 10^9$  Hs, protonun kütləsi  $m_p = 1.67 \cdot 10^{-24}$  q-dır.
17. Millimetrlik diapazonunda elektromaqnit şüalanmanı gücləndirmək üçün mühit axtarıqda  $T = 300$  K otaq temperaturunda  $\text{C}^{12}\text{O}^{16}$  xətti molekulun yalnız aşağı fırlanma səviyyəsində hissəciklərin sayını hesablayırlar. Onun fırlanma sabiti  $B = 58000$  MHs, qonşu fırlanma səviyyələri arasındakı keçidə uyğun dalğa uzunluğu isə  $\lambda \approx 3$  mm-dir. Hesablama göstərir ki, hər cüt qonşu yuxarı fırlanma səviyyələrinin hər birində hissəciklərin sayı aşağıdakı səviyyəyə görə çoxdur;  $N_{j+1} > N_j$ .
- 17.1 Buradan görünür ki, dalğa uzunluğu  $\lambda \approx 3$  mm-ə bərabər olan şüalanma belə mühitdən keçdikdə güclənməlidir. Belə olmalıdırmı?
- 17.2 Səviyyələrdəki zərrəciklərin sayını hesablamaqla  $N_{j+1} > N_j$  münasibətini yoxlayın.
18. İki enerji səviyyəli sistemin mənfəi temperatura malik olduğunu qəbul edək. Yuxarı və aşağı səviyyələrdə hissəciklərin sayı uyğun olaraq  $1 \times 10^{16} \text{ sm}^{-3}$  və  $0.5 \times 10^{16} \text{ sm}^{-3}$ -dir. Yuxarı səviyyənin cırılma dərəcəsi ikidir, aşağı səviyyə isə cırılma deyil. Baxdığımız sistemdə

- a) güclənmə
- b) udulma
- mövcud ola bilərmi?

19\*. Aşağıda göstərilən şərtlər ödənildikdə, optik diapazon üçün üç səviyyəli sistemdə inversiya şərtini tapın:

- a)  $h\nu \gg kT$ ,
- b)  $\tau_3 \approx 10^{-6} \div 10^{-7}$  san,
- c)  $\tau_2 \approx 10^{-3}$  san,
- ç) hər şeyi spontan keçidləri təyin edir, generasiya hələ başlamamışdır,
- d) güclü sahə yuxarı səviyyəni doldurur.

20. Dördsəviyyəli sistem üçün inversiya şərtini alın. Sərhəd şərtləri daxilində bu sistemin üç səviyyəli sistemdən fərqi tapın və fiziki olaraq bu fərqi keyfiyyətcə izah etməli.

21. Radiodiapazonda üç səviyyəli sistemdə mühitin inversiyasının yaradılma şərtlərini tapın (spontan şüalanmanın tezliyini kiçik, şüalanmasız istilik keçidlərinin ehtimalını yüksək hesab etməli). Sistemə xarici güclü sahənin təsir etdiyini nəzərə almalı.

22. Faydalı iş əmsalını (f.i.ə.) tapın:

- a) molekulyar CO<sub>2</sub> lazerinin,
- b) p-n keçidinə malik yarımkeçirici injeksion lazerinin, məsələn, GaAs,
- c) He-Ne lazerinin.

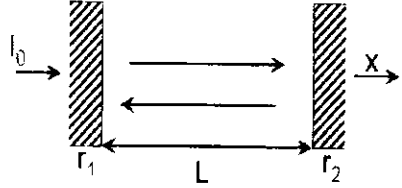
Bu lazerlərin faydalı iş əmsallarını müqayisə edin. Hansının f.i.ə. ən böyük və ən kiçik olduğunu qeyd edin.

Aşağıdakı hallar üçün:

- a)  $E_{yux.CO_2} = 2349.16 \text{ sm}^{-1}$ ,  $E_{as.CO_2} = 1285.4 \text{ sm}^{-1}$  olduqda CO<sub>2</sub> lazerinin dalğa uzunluğunu tapın,
- b) düz istiqamətdə p-n keçidi yaratmaq üçün tətbiq olunan gərginlik  $U = 1 \text{ V}$ -dur,

- c)  $E'_{Ne} = 20.66 \text{ eV}$ ,  $E_{Ne} = 18.704 \text{ eV}$ ,  $E''_{Ne} = 20.368 \text{ eV}$ ,  
 $kT_e = 7 \text{ eV}$ ,  $i_{boşalma} = 20 \text{ mA}$ ,  $U_{boşalma} = 1 \text{ kV}$ ,  
 $P_{çix.} = (0.1 + 0.001) \text{ Vt}$ . He-Ne lazerinin f.i.ə.-nin nəzəri  
qiymətindən əlavə, təcrübi qiymətini də tapın.

23. Lazerdə generasiya şərtinin və güclənmə əmsalının sərhəd qiymətlərini tapın.  $r_{1,2}$  güzgülərin qaytarma əmsalları,  $L$  – rezonatorun uzunluğu,  $\alpha$  və  $\beta$  isə, uyğun olaraq mühitdə güclənmə və itki əmsallarıdır.



24. Bərk cisimli lazerdə inversiyanı yaradan impuls alışıma lampasının gücünün sərhəd qiymətini tapın. Kristalda fəal hissəciklərin konsentrasiyası  $n = 1 \cdot 10^{19}$  hissəcik/sm<sup>3</sup>, kristalın həcmi  $V = 10 \text{ sm}^3$ , yuxarı səviyyədə zərrəciklərin yaşama müddəti  $\tau_{sp} = 3 \cdot 10^{-3}$  san-dir. Güclü sahənin şüalanmasının udulma zolağının orta tezliyinin qiyməti  $\nu = 6 \cdot 10^{14}$  Hs-ə uyğun gəlir. Lampanın f.i.ə.-ni 100% götürməli.
25. Uzunluğu  $L = 10 \text{ sm}$  olan fəal mühitin oturacaqlarındakı rezonatorun güzgülərin şüa qaytarma əmsalları  $r_1 = 1$ ,  $r_2 = 0.9$  -a bərabərdir. Lazerdə generasiya yaratmaq üçün lazım olan fəal mühitin kvant güclənmə əmsalının qiymətini tapın. Bclə güzgülərə malik yaqut lazerinin generasiyasını yaratmaq üçün fəal mühitin minimal uzunluğunu müəyyən edin (hesab etməli ki, yaqutda tam inversiya yaradılıb və güclənmə əmsalı  $0.3 \text{ sm}^{-1}$ -dir).
26. Mühitdə itkini nəzərə almamaqla, yaqut lazerində xarici sahənin gücünün sərhəd qiymətini tapın. Fəal elementin uzunluğunu  $L = 10 \text{ sm}$ , çubuğun en kəsiyinin sahəsini isə  $\pi d^2 / 4 = 1 \text{ sm}^2$ ,

güzgülərin şüaqaytarma əmsallarını  $r_1 = 1$ ,  $r_2 = 0.6$  götürməli. Yaqut kristalının parametrləri:  $\text{Cr}^{3+}$  ionunun konsentrasiyası  $n = 1.6 \cdot 10^{19} \text{ sm}^{-3}$ , enerji səviyyələrinə görə zərrəciklərin paylanması ( $T = 290 \text{ K}$ -də):  $n_{2E} = 0.466 \cdot 10^{19} \text{ sm}^{-3}$ ,  $n_{2A} = 0.405 \cdot 10^{19} \text{ sm}^{-3}$ ,  $n_{4A_2} = 0.73 \cdot 10^{19} \text{ sm}^{-3}$ );  $h\nu_{R_1} = 2.9 \cdot 10^{-12} \text{ erq} = 2.9 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $h\nu_{4A_2 \rightarrow 4F_2} = 4.2 \cdot 10^{-12} \text{ erq} = 4.2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $A_{21} = 300 \text{ san}^{-1}$ , f.i.ə. = 1, səviyyələrin cırlaşması  $g_{2E} = 2$ ,  $g_{4A_2} = 4$ .

27. Yaqut lazerinin yuxarı işçi səviyyəsinin  ${}^2E$  zərrəciklərinin sayının sərhəd qiymətini  $N_{2,\text{sərhəd}}$  və güclü sahənin enerjisinin minimal qiymətini tapın.

28\*\*. Müstəvi güzgülü Fabri-Pero rezonatorunda fotonun yaşama müddətini  $\tau_p$  və rezonatorun keyfiyyətliyini  $Q_p$  hesablayın. Güzgülər arasındakı məsafə  $L = 1 \text{ m}$ -dir. Rezonatorda qarşı-qarşıya yayılan iki müstəvi dalğanın ( $\lambda = 0.6 \text{ mkm}$ ) qarşılıqlı təsiri zamanı rezonatorunda  $\text{TEM}_{00q}$  əsas rəqs növü yaranır. Rezonatoru dolduran mühitin zəif udduğunu qəbul etməli (udulma əmsalı  $\beta = 0.001 \text{ sm}^{-1}$ ),  $r_1 = r_2 = 95\%$  götürməli. Güzgülərin ölçüsü şüanın diametrindən çox böyük olduğundan, difraksiya itkilərini nəzərə almamalı.

29. Optik rezonatorun güzgülərinin şüa qaytarma əmsalları  $R_1 = \infty$ ,  $R_2 = 100 \text{ sm}$ , güzgülər arasındakı məsafə  $L = 50 \text{ sm}$  olduqda:  
a) boş rezonatorun eninə tipli  $\text{TEM}_{01}$  rəqsinin birinci tərtib tezliyi ilə əsas tipli  $\text{TEM}_{00}$  rəqsinin tezliyi arasındakı fərqi qiymətləndirin,  
b) rezonatorun növünü müəyyən edin,  
c) rezonator daxilində sahənin paylanması necə olar?

30. Dairəvi formalı müstəvi güzgülərə malik rezonatorada əsas TEM<sub>00</sub> və eninə TEM<sub>01</sub> modalar üçün difraksiya itkini müəyyən edin. Hesablamada  $L = 100$  sm,  $\lambda = 0.63$  mkm, güzgülərin apertur ölçülərini  $0.5$  sm götürün.



$$\lambda_0^{(1)} = 2.40; \lambda_1^{(1)} = 3.83$$

qəbul etməli. Belə növ rezonator g-diaqramının hansı nöqtəsinə uyğun gəlir?

- 31\*. Çıxış gücünə malik olan lazer rezonatorunda ( $r_1 = r_2$ ) güzgülərin şüa buraxma əmsallarının optimal qiymətlərini  $T_{opt}$  tapmalı. Bir gediş üçün güclənmə əmsalını  $\alpha_0$ , itki əmsalını  $\beta$  götürməli. Difraksiya itkilərini nəzərə almayın. Rezonatorun parametrləri:  $L = 10$  sm,  $\alpha_0 = 0.1$  sm<sup>-1</sup>,  $\beta = 0.01$  sm<sup>-1</sup>. Fəal mühitin bütün rezonatoru doldurulduğunu nəzərə almalı.
32. Konfokal rezonatorun əsas tipli rəqs dəstəsinin səpilmə bucağını tapın. Hesablamada  $\lambda = 1$  mkm,  $L = R_1 = -R_2 = 2$  m götürməli. Difraksiya effektlərini kiçik və güzgülərin apertur ölçülərini böyük hesab etməli.



## MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİ

258939

1.1 Cisim və mühit arasındakı istilik tarazlığı şərtində Bolsman paylanmasına əsasən aşağıdakı münasibəti yazmaq olar

$$N_i = \frac{N_0 g_i \exp(-W_i / kT)}{\sum_i g_i \exp(-W_i / kT)}$$

burada  $k$ ,  $i$  enerji səviyyəsinin nömrəsini göstərir (şəklə baxın). Məsələn, birinci səviyyə üçün

$$N_1 = \frac{N_0 g_1 \exp(-W_1 / kT)}{\sum_i g_i \exp(-W_i / kT)}$$

Şəkildən görünür ki, səviyyənin enerjisi böyüdükcə səviyyədəki hissəciklərin sayı azalır. Temperaturun artması ilə yuxarı səviyyədə hissəciklərin sayı çoxalır, ancaq aşağı səviyyədəki hissəciklərin sayından kiçik olaraq qalır (şəkildəki ayrılırları müqayisə edin).

İki səviyyədəki hissəciklərin nisbəti

$$N_2 / N_1 = \exp[-(W_2 - W_1) / kT]$$

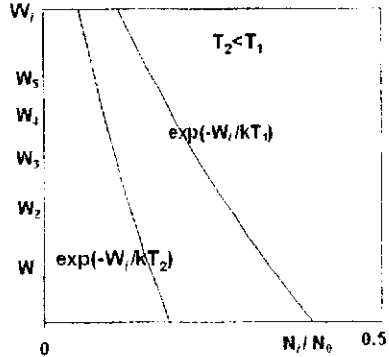
olur.

$$\Delta W_{21} = W_2 - W_1 = hv$$

olduğu üçün alırıq ki,

$$N_2 / N_1 = \exp(-hv / kT) \approx \exp(-100) \ll 1, \text{ yəni } N_2 \ll N_1.$$

**Nəticə:** Tarazlıq halında aşağı səviyyədə hissəciklərin sayı yuxarı səviyyədəkindən həmişə çox olur. Buna görə də, adətən, maddə şüalanmanı gücləndirmir, udur. Maddə tərəfindən şüalanmanı



gücləndirilməsi üçün onun istilik tarazlıq halını pozmaq lazımdır ki, heç olmasa bir cüt səviyyədə  $N_2 > N_1$  şərti ödənilsin.

1.2  $N_2 / N_1 = \exp[-(W_2 - W_1)/kT] = \exp(-\frac{h\nu}{kT}) = e^{-1}$ ,  $\nu = kT/h = 0.77 \cdot 10^{13}$  Hs.  $\lambda = c/\nu = 3.9 \cdot 10^{-3}$  sm  $\approx 40$  mkm, hansı ki, submillimetrlik dalğa oblastına daxildir. Məlumat üçün: CO<sub>2</sub> lazerin şüalanması  $\lambda = 10.6$  mkm -də, H<sub>2</sub>O buxarı 118 mkm -də, HBr molekulları -30 mkm -də baş verir.

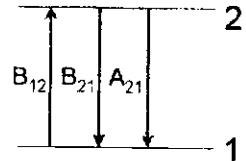
**Nəticə:** Lazerlərdə, adətən, işçi səviyyələri arasında  $W_2 - W_1 \gg kT$  və Bolsman statistikasına əsasən termodinamik tarazlıq halında bütün atomlar əsas halda olur. Ncodim optik generatorunda  $T \leq 500$  K temperaturunda  $\Delta W_{21} \gg kT$ , buna görə də bu lazerlər otaq temperaturunda işləyir və aşağı temperatūra qədər soyudulmağa ehtiyac yoxdur.

2.1. Plank düsturuna görə

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}, \quad (1)$$

Eynşteynə görə isə

$$\rho(\nu) = \frac{A_{21}}{\frac{g_1}{g_2} B_{12} \exp\left(-\frac{W_1 - W_2}{kT}\right) - B_{21}}. \quad (2)$$



$T \rightarrow \infty$  olduqda (1)-ə əsasən  $\rho(\nu)$  sonsuz artdığı üçün (2) ifadəsinin məxrəcini sıfıra bərabər götürmək olar. Onda

$$B_{12} \frac{g_1}{g_2} \exp\left(-\frac{W_1 - W_2}{kT}\right) = B_{21}.$$

Bu halda

$$\exp\left(-\frac{W_1 - W_2}{kT}\right) = 1,$$

olduğu üçün alırıq:

$$B_{12} \frac{g_1}{g_2} = B_{21}.$$

(1) və (2) ifadələrinin müqayisəsindən alırıq:

$$A_{21} / B_{21} = 8\pi\nu^3 h / c^3.$$

Buradan

$$B_{21} = c^3 A_{21} / 8\pi h \nu^3, \text{ a } A_{21} = 8\pi h \nu^3 B_{21} / c^3 = 1.66 \cdot 10^{-15} B_{21}.$$

Bu münasibətə baxmayaraq, optik diapazonda spontan keçidlər məcburi keçidlərdən sayca üstündür, belə ki,  $T = 300 \text{ K}$  temperaturunda enerjinin  $\rho(\nu)$  spektral sıxlığı böyük deyil, məcburi keçidin ehtimalı isə  $\rho(\nu)B_{21}dt$ -ilə mütənəsbidir. Buradan,  $h\nu / kT = 100$  olduğu halda

$$\rho(\nu)B_{21} / A_{21} = \rho(\nu) / 10^{-15} = e^{-100} = 10^{-7}.$$

**2.2**  $A_{21} = 8\pi h \nu^3 B_{21} / c^3$  (əvvəlki məsələyə baxın). Buradan

$$A_{21} / B_{21} = (8\pi\nu^2 / c^3) h \nu. \text{ Plank düsturuna əsasən}$$

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}.$$

Müqayisədən alırıq:  $A_{21} / [\rho(\nu)B_{21}] = e^{h\nu/kT} - 1$ . Hər iki keçidin ehtimalı eynidir, yəni optik diapazonda  $T \sim 10^4 \text{ K}$  temperaturunda  $A_{21} = \rho(\nu)B_{21}$ .

Temperaturu dəqiq qiymətləndirək:  $h\nu / kT = \ln 2$  münasibətindən,  $T = 28 \cdot 10^3 / \ln 2$  alırıq.

Beləliklə,  $T \approx 28000 \text{ K}$  temperaturunda ehtimallar eynidir. Digər tərəfdən bu,

$$A_{21}/[\rho(\nu)B_{21}] = e^{h\nu/kT} - 1.$$

şərtinə uyğundur. Burada  $\bar{\epsilon}/h\nu = \bar{n}$ ,  $\bar{\epsilon} = h\nu/(e^{h\nu/kT} - 1)$  bir sərbəstlik dərəcəsinə düşən orta enerji,  $\bar{n}$  bir modada kvantların orta sayıdır. Başqa sözlə ehtimalların bərabərliyi halında, yəni  $A_{21} = \rho(\nu)B_{21}$ ,  $\bar{n} = 1$  olduqda, baxılan ehtimalların bərabərliyi hər modada bir kvant enerjisinin olması şərtidir.

3. Tərifə görə,  $\rho(\nu)$  -  $d\nu$  tezlik intervalında şüalanan enerjinin sıxlığı,  $d\lambda$  isə  $d\nu$ -yə uyğun dalğa uzunluğu intervalıdır.  $\lambda\nu = c$ , ifadəsini differensiallayaq:  $\nu d\lambda + \lambda d\nu = 0$ . Onda,

$$\rho(\nu)d\nu = -\rho(\nu)\frac{\nu d\lambda}{\lambda} = -\rho(\nu)\frac{c}{\lambda^2}d\lambda = -\rho(\lambda)d\lambda \text{ olar.}$$

$$\text{Buradan, } \rho(\nu) = \frac{\lambda^2}{c} \rho(\lambda), \text{ yaxud } \rho(\lambda) = \frac{c}{\lambda^2} \rho(\nu) \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} 4. a) \rho(\lambda, T) &= \frac{\nu}{\lambda} \rho(\nu) = \frac{\nu}{\lambda} \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} = \\ &= \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/kT\lambda} - 1} = \lambda^{-5} \cdot f(1/\lambda T). \end{aligned}$$

$$b) \rho = \int_0^{\infty} \rho(\lambda, T) d\lambda = \frac{8\pi k^4 T^4}{h^3 c^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \sim T^4, \text{ burada } x = hc/kT\lambda,$$

$$dx = -hcd\lambda/kt\lambda^2.$$

Bu, Stefan-Bolsman qanunudur. Bu qanuna görə enerjinin tam həcmi sıxlığı  $\rho$  temperaturun dördüncü dərəcəsi ilə mütənasibdir;

$$\rho \sim T^4.$$

c) Verilmiş  $T$  temperaturunda  $\rho(\lambda, T)$ -nin maksimum qiyməti  $\rho(\lambda, T)$ -nin məxrəcinin minimumuna uyğun  $\lambda_{\max}$ -da olur, yəni  $a(e^x - 1)/x^5 = \min$ , burada  $hc/kT\lambda = a$ ,  $x = hc/kT\lambda$ . Bu ifadənin

ekstremumu  $x = hc/kT\lambda_{\max} = const.$  şərtindən təyin olunur, yəni  $\lambda_{\max}T = const.$ , bu isə Vin qanunudur. Bu qanuna əsasən enerjinin tarazlı şüalanma spektrində maksimum enerji  $\lambda_{\max}$  dalğa uzunluğuna uyğun gəlir, harada ki,  $\lambda_{\max}$  cismin şüalanma temperaturu ilə tərs mütənəsibdir;  $\lambda_{\max} \sim \frac{1}{T}$ .

## 5. Plank düsturunda

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

kiçik tezliklər üçün ( $h\nu \ll kT$ ) eksponensial funksiyamı sıraya ayırıb birinci iki həddini götürsək, alarıq:

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{1 + h\nu/kT - 1} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT.$$

Bu ifadə Reley-Cins qanunudur və təcrübi kiçik  $\nu$ -lər (spektrin uzun dalğalı oblastında) üçün doğrudur. Tezlik böyüdükcə bu qanuna uyğun olaraq enerji uzaq ultrabənövşəyi oblastda böyük qiymətlər alır ("ultrabənövşəyi fəlakətə" gətirir). Bu, qanunun enerjinin bərabər paylanması fərziyyəsi ilə bağlıdır.

Yüksək tezliklər üçün ( $h\nu \gg kT$ ) Plank düsturu

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-h\nu/kT}$$

olur. Alınan ifadə Vin qanununu əks etdirir.

6. Spontan şüalanma hadisəsinə yarımklassik nöqtəyi-nəzərdən baxaq. Bu baxışda  $\nu_0$  keçid tezlikli iki səviyyəli atom sistemi ilə həmin  $\nu_0$  tezliyində ossilyasiya edən (eksponensial sönən) klassik elektrik dipolu arasındakı analogiyadan istifadə olunur. Klassik nöqtəyi-nəzərdən atom modelinə baxaq. Atomla elastiki bağlı  $m_e$  kütləli və  $\bar{e}$  elektrik yüklü elektron öz tarazlıq vəziyyəti ətrafında

$v_0$  məxsusi tezliyi ilə rəqs edir, yəni ossilyasiya edən dipola (iki əks yüklü sistemdə biri o biri ətrafında  $v_0$  tezliyi ilə rəqs edən) baxırıq. Burada  $h\nu_0 = W$ . Belə ossilyasiyator elektrik dipol momentinə malikdir. Müsbət yükü fiksə olunmuş hesab etsək, bu yüklə bağlı olan koordinat sistemində mənfi yükün koordinatını aşağıdakı kimi yazmaq olar

$$\vec{r} = \vec{r}_0 \cos(\nu_0 t + \varphi).$$

Dipol momenti isə  $\vec{d} = e\vec{r}$ . Tarazlıq vəziyyəti ətrafında atomun hərəkət tənliyini yazaq:

$$m_e \ddot{r} = -kr - \gamma' \dot{r},$$

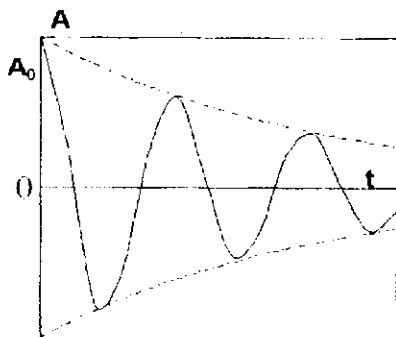
burada  $k$  - kvazielastik sabiti,  $\gamma'$  - sürtünmə əmsalidir.

$$\ddot{r} = -\frac{k}{m_e} r - \gamma' \frac{\dot{r}}{m_e},$$

$$k/m_e = \nu_0^2, \quad \gamma'/m_e = \gamma.$$

$$\ddot{d} = e\ddot{r} = e\nu_0^2 d = \nu_0^2 \ddot{d},$$

$$\ddot{r} = -\nu_0^2 r.$$



Harmonik ossilyatorun tənliyi aşağıdakı kimidir.

$$\ddot{r} + \nu_0^2 r + \gamma \dot{r} = 0.$$

Tənliyin həlli ilə aşağıdakı şəkildə olur:

$$r = A e^{-\gamma t/2} \cos(\omega t + \delta).$$

Ossilyatorun  $W$  enerjisi  $\sim A^2$  olduğu üçün belə ifadə oluna bilər:  $W = W_0 e^{-\gamma t} = W_0 e^{-t/\tau}$ , yəni ossilyatorun enerjisi xarakterik  $\tau$  zamanı ilə eksponensial sönür. Ossilyatorun rəqsi təmiz sinusoidal

deyil, sinusoidal və eyni zamanda eksponensial sönür (bax şəklə). Maksvel tənliklərinə əsasən təcillə hərəkət edən elektrik yükü intensivliyi təcilin kvadratına mütənasib olan elektromaqnit dalğaları şüalandırır. Elektronun rəqsi hərəkəti zamanı onun şüalanma gücü

$$P_r = \frac{nd^2}{12\pi\epsilon_0 c^3} = \frac{nd^2\omega_0^4}{12\pi\epsilon_0 c^3},$$

burada  $d$  -dipolun amplitud qiyməti,  $d = er_0$ ,  $n$ -dipolun yerləşdiyi mühitin sındırma əmsalı,  $c$  işığın vakuumdakı sürətidir. Ossilyasiya edən elektronun  $W$  tam enerjisinin orta qiyməti

$$\langle W \rangle = \left\langle \frac{m_e v_e^2}{2} \right\rangle + \langle \text{potensial enerji} \rangle$$

şəklində təyin olunur.

Potensial enerji isə

$$U(r) = kr^2/2 = m_e \omega_0^2 r^2/2 = m_e v_e^2/2.$$

Bunlar bərabər olduğu üçün

$$\langle W \rangle = 2 \left\langle \frac{m_e v_e^2}{2} \right\rangle = \langle m_e v_e^2 \rangle = m_e \langle v_e^2 \rangle = m_e v_e^2/2,$$

harada ki,

$$\dot{r} = v = -\omega_0 r = -\omega_0 d/e.$$

Nəticədə

$$\langle W \rangle = m_e v_e^2/2 = m_e (\omega_0 d/e)^2.$$

$dt$  zaman müddətində ossilyator  $dW = -Wdt/\tau$  [ $W = W_0 \exp(-t/\tau)$ ] enerjisini itirir. Bu səbəbdən alırıq ki,  $W/\tau = P_r$  və yaxud

$$\tau = W/P_r = \frac{\frac{m_e}{2} (\omega_0 d/e)^2}{nd^2\omega_0^4/12\pi\epsilon_0 c^3} = \frac{6m_e\pi\epsilon_0 c^3}{\omega_0^2 e^2 n}.$$

Dipol şüalandırdığı üçün rəqslərinin  $r_0$  amplitudu, həmçinin dipol momentinin  $d$  amplitudu zaman keçdikcə kiçilir (bax şəklə). Amma  $\tau$  sabit qalır, çünki  $d$ -dən asılı deyil. Deməli, ossilyatorun  $W$  enerjisi  $\tau$  sabitlə azalır ( $\tau$  ossilyasiya cədən dipolun yaşama müddətidir). Aparılan təhlilə görə  $\tau = \tau_{sp}$ .

Kvant mexaniki baxış aşağıdakı ifadəni verir

$$\tau_{sp} = \frac{3\pi\hbar\epsilon_0 c^3}{\omega_0^3 n |d|^2}.$$

Bu iki ifadəni müqayisə etsək

$$\tau / \tau_{cn} = 2m\omega_0 |d|^2 / (e^2 \hbar / 2\pi)$$

alırıq. Bu nisbəti qiymətləndirək.  $|d| = ea$ , harada,  $a$  - atom radiusudur ( $a \sim 10^{-8}$  sm).  $\omega_0 = 2\pi\nu_0$  olduğunu nəzərə alsaq, nisbət  $\tau / \tau_{sp} \approx 1$  olar.

$\tau_{sp}$ -nin ədədi qiymətləndirilməsindən klassik baxışdan alınmış nəticəyə gəlmək olar. Aşağıdakı ifadədən

$$\tau = \frac{6m_e \pi \epsilon_0 c^3}{\omega_0^2 e^2 n},$$

(harada,  $m_e$  - elektronun kütləsi,  $e$  - elektronun yükü,  $n \sim 1$ ) alırıq ki,  $\tau \sim (10^{-7} \div 10^{-8})$  san. Buradan elektrik dipol keçidlərinin ehtimalı üçün  $A \sim (10^7 \div 10^8)$  san<sup>-1</sup> alınır.

Maqnit dipol keçidləri üçün  $A$ -nın qiyməti  $10^5$  dəfə kiçikdir, yəni  $\sim 10^3$  c<sup>-1</sup> təşkil edir.

$\tau_{sp}$ -nin ifadəsindən spontan şüalanmanın kvantmexaniki təbiəti görünür:  $A = 1/\tau_{sp} \sim |d|^2$ . Keçidin ehtimalı keçidin dipol matris elementi ilə təyin olunur. Əgər dipol momentinin matris elementi kiçikdirsə, keçid qadağan olunur və ya əksinə.

Analoji olaraq demək olar ki,  $\tau \rightarrow k$  kvant keçidinin optik xassələri uyğun ossilyatorun optik xassələri ilə üst-üstə düşür. Əgər



hesab etsək ki, dipol momentinin amplitudu kvant mexanikası qanunları ilə təyin olunur, bu zaman nəticələr kəmiyyətcə üst-üstə düşür. Doğrudan da

$$\langle d_{ik} \rangle = e \int r \psi_i \psi_k^* dV,$$

burada  $\psi_j \sim \exp(i2\pi W_j t / h)$  və alırıq ki  $\psi_i, \psi_k^*$  zamandan asılı deyil.

7.  $E = E_m \sin \omega t$  xarici sahəsinin (qüvvəsinin) təsiri altında ossilyatorun tənliyi aşağıdakı kimidir:

$$\ddot{r} + m\ddot{r} + m\omega_0^2 r = F_{xarici} = eE_m \sin \omega t.$$

Elektrik sahəsinin intensivliyi sinusoidal olduğu üçün əvəzləmələr apararaq: kompleks şəkildə  $E = E_m e^{i\omega t}$ ,  $r$ -xarici sahənin təsiri ilə dəyişir:  $r = r_m e^{i(\varphi + \omega t)}$ , burada  $\varphi$ -məxsusi rəqslərin fazasıdır.

Buradan

$$\begin{aligned} \ddot{r} + \omega_0^2 r + \gamma \dot{r} &= F_{xarici} = eE_m \sin \omega t / m, \\ r_m &= -eE_m / m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega), \end{aligned}$$

harada  $\ddot{d} = \omega^2 d$ .

Buradan

a) İnduksiya olunmuş elektrik dipol momenti kompleks amplituda malikdir:

$$d_m = -er_m = \frac{e^2 E_m}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)},$$

Dipol momentinin modulu isə

$$d_m = e^2 E_m / m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}.$$

b) Şüalanma gücü

$$P_r = \frac{nd^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3} = \frac{n\omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3} \frac{e^4 E_m^2}{m^2 [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2]}.$$

c) Əgər  $\omega_0^2 \gg \omega^2$ , yəni məxsusi rəqslərin tezliyi məcbureddici qüvvənin tezliyindən böyükdürsə

$$P_r = \frac{n\omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3} \frac{e^4 E_m^2}{m^2 \omega_0^4} \sim \omega^4 \sim \lambda^{-4}$$

olar. Burada səpilmə modeli belədir: düşən monoxromatik şüalanma ossilyasiya edən atomdan səpilir ( $\omega_0^2 \gg \omega^2$  şərti ödənildikdə düşən və səpilən sahələrin tezlikləri eynidir).

Mavi və qırmızı işıqların səpilmə intensivliklərinin nisbəti  $\sim (\lambda_{qp} / \lambda_{zon})^4 = 9.38$ . Səpilən mavi rəngin intensivliyi qırmızından 10 dəfə çoxdur, başqa sözlə səpilən şüada mavi komponent qırmızından 10 dəfə çoxdur və bu da səmanın mavi olmasını təyin edir.

8. Fərz edək ki,  $r$  - elektron və nüvə arasındakı məsafədir.  $r$  məsafəsində ( $r \gg d$ ) elektronun  $W$  enerjisi kinetik və potensial enerjilərin cəmindən ibarətdir. Potensial enerji nöqtəvi cisimlər arasındakı Kulon qarşılıqlı təsir enerjisidir. Nüvənin cazibə enerjisi

$U = e^2 / 4\pi\epsilon_0 r$  -ə bərabərdir. Buradan

$W = p^2 / 2m_e - e^2 / 4\pi\epsilon_0 r$ .  $p$  və  $r$ -in ən kiçik qiymətlərində  $W_{\min}$  alınır.  $p$  və  $r$ -in

mümkün qiymətləri isə aşağıdan qeyri-müəyyənlik münasibətilə məhdudlanır:

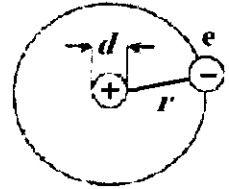
$$\Delta p \cdot \Delta r \approx \hbar.$$

$\langle r \rangle$  və  $\langle p \rangle$  orta qiymətləri uyğun olaraq  $\Delta r$  və  $\Delta p$ -dən az ola bilməz. Deməli, minimal orta qiymətlər üçün  $\langle r \rangle_{\min} = \Delta r$ ,

$\langle p \rangle_{\min} = \Delta p$ . Qeyri-müəyyənlik münasibətini və  $W$ -ni orta qiymətlər vasitəsilə nəzərə alsaq belə yazmaq olar:

$$\langle p \rangle \cdot \langle r \rangle \approx \hbar$$

və



$$\langle W \rangle = \frac{\hbar^2}{2m_e \langle r^2 \rangle} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \langle r \rangle}.$$

$\frac{\partial \langle W \rangle}{\partial \langle r_{\min} \rangle} = 0$  tənliyindən birinci Bor orbitinin radiusunu təyin edək:

$$\langle r_{\min} \rangle = \epsilon_0 \hbar^2 / \pi m_e e^2.$$

Hidrogen atomunun əsas halının eneji

$$W_0 = \langle W_{\min} \rangle = W(\langle r_{\min} \rangle) = -m_e e^4 / 8\epsilon_0^2 \hbar^2.$$

Bu səviyyənin enini təyin edək. Qeyri-müəyyənlik prinsipinə uyğun olaraq  $\Delta W_0 \sim \hbar / \tau$ , harada  $\tau = \Delta t$  bu səviyyədə hissəciyin yaşama müddətidir.

$W_0$  əsas səviyyəsi enerjinin mümkün olan ən kiçik qiymətinə, yəni sistemin (atomun) ən dayanıqlı halına uyğundursa, onda bu səviyyənin  $\tau$  yaşama müddəti sonsuzluğa bərabərdir. Buradan alırıq ki,  $\Delta W_0 = 0$ , yəni əsas səviyyənin eni sıfırdır.

9. Qarşılıqlı təsir prosesini təhlilində, enerji səviyyələrinin eni sıfıra bərabər götürüldükdə güclənmə yalnız keçidin  $\nu_{21}$  tezliyində baş

verir.  $\frac{dW}{dt}$  güclənməyə mütənasib olduğundan şüalanmanın gücü üçün aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$\frac{dW}{dt} \sim h\nu_{21} \left( N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) B_{21} \rho(\nu).$$

Səviyyələrin eninin nəzərə alınması spektral xəttin sonlu eninə malik olmasına, yəni şüalanma gücünün (udulmanın) tezlikdən asılılığına gətirir. Kvant mexanikası üçün spektral xətt maddənin güclənmə əmsalının tezlikdən asılılığını və gücləndirilən tezliklər zolağını xarakterizə edir.

Bu vaxta kimi istifadə edilən  $A_{21}$ ,  $B_{21}$  və  $B_{12}$  Eynşteyn əmsalları, bütövlükdə mikrohissəciklərin keçid ehtimalını təsvir

edir, bu səbəbdən də onlar inteqral əmsallarıdır. Əgər tezlik paylanmasına baxsaq,  $A_{21}(\nu)$ ,  $B_{21}(\nu)$  və  $B_{12}(\nu)$  spektral əmsallarından istifadə etmək lazımdır. Bunlar arasında aşağıdakı əlaqə mövcuddur:

$$A_{21} = \int_{-\infty}^{+\infty} A_{21}(\nu) d\nu,$$

$$B_{21} = \int_{-\infty}^{+\infty} B_{21}(\nu) d\nu,$$

$$B_{12} = \int_{-\infty}^{+\infty} B_{12}(\nu) d\nu.$$

Bu ifadələr hər iki növ əmsallar üçün düzgündür. Spektral xətti nəzərə almaqla sahə ilə maddə arasındakı qarşılıqlı təsirin enerji effektivini təyin etmək üçün məcburi şüalanma və udulmanın spektral gücünü inteqrallamaq lazımdır. Maddə tərəfindən şüalanan və ya elektromaqnit sahəsinə verilən güc

$$\begin{aligned} P &= \int \frac{dW}{dt} = h\nu_{21} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ B_{21}(\nu) \rho(\nu) N_2 - \frac{g_2}{g_1} B_{21}(\nu) \rho(\nu) N_1 \right] d\nu = \\ &= h\nu_{21} \int_{-\infty}^{\infty} B_{21}(\nu) \rho(\nu) d\nu \left( N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right). \end{aligned}$$

Adətən, gücləndirilən və ya generasiya olunan rəqslərin tezlik zolağının eni  $\Delta\nu_{21}$  uyğun spektral xəttin  $\Delta\nu$  enindən kiçikdir. Ona görə də fərz etmək olar ki,  $B_{21}(\nu) = B_{21}(\nu_{21}) = const.$ , burada  $\nu_{21}$  - spektral xəttin mərkəzidir. Onda qarşılıqlı təsirin gücü

$$P = \int \frac{dW}{dt} = h\nu_{21} \left( N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) B_{21}(\nu) \rho,$$

harada ki,  $\rho$  - elektrik sahəsinin enerjisinin tam sıxlığıdır və

$$\text{təyininə görə } \rho = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\nu) d\nu.$$

Təcrübədə Eynşteynin inteqral əmsalları təyin olunduğuna görə  $B_{21}(\nu_{21})$ -ni  $B_{21}$  vasitəsilə ifadə edək

$$B_{21} = \int_{-\infty}^{\infty} B_{21}(\nu) d\nu \approx B_{21}(\nu_{21}) \Delta\nu_{21}.$$

Nəticədə güc üçün alırıq:

$$P = h\nu_{21} \left( N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) B_{21} \rho / \Delta\nu_{21},$$

harada  $B_{21} \rho / \Delta\nu_{21}$  -vahid zamanda baş verən məcburi keçidin ehtimalıdır.

Beləliklə, qarşılıqlı təsirin gücü  $\sim 1/\Delta\nu_{21}$ . İncisiya mövcud olan mühitdə elektromagnit şüalanmanın güclənmə prosesi zamanı onun spektral tərkibi, yəni spektral xəttinin forması dəyişir.  $\Delta\nu'$  tezlik intervalında baş verən şüalanma birinci dəfə mühiti keçdikdə incisiyanı  $\Delta N$  qədər azaldır, yeni müəyyən tezlik intervalında yuxarı səviyyədəki hissəciklərin sayını azaldır. Şüalanmanın ən çox güclənməsi spektral xəttin maksimumu ilə üst – üstə düşən  $\nu_{21}$  tezliyində baş verir. Digər tezliklər xəttin mərkəzinə nəzərən yerləşmə məsafəsindən asılı olaraq daha az güclənir. Gücləndirici mühitin ikinci, üçüncü və s. dəfə keçilməsi zamanı güclənmə mövcud olan tezlik intervalı ( $\Delta\nu''$ ,  $\Delta\nu'''$ , ...) kiçilir və beləliklə, nəticədə lazer şüasının monoxromatizləşməsi baş verir.

**10.** Məlumdur ki, xəttin enlənməsi atomun həyəcanlanmış halda  $\tau_{21}$  yaşama müddətindən asılıdır. Tərifə görə  $\tau_{21} = 1/A_{21}$ . Deməli, xəttin təbii eni spontan (özbaşına) şüalanmanın ehtimalı ilə təyin olunur. Xəttin təbii enlənməsi prosesinə, yəni təcrid edilmiş hissəciyin buraxdığı spontan şüalanmaya baxaq və göstərək ki, o müəyyən tezlik intervalında paylanmışdır.

Təbii spektral xəttin konturunu kvant mexanikası metodları ilə təyin etmək olar. Alınmış nəticələr ossilyasiya edən klassik dipol üçün alınmış nəticələrlə üst-üstə düşür. Klassik dipol tənliyinin məlum həlli aşağıdakı şəkildədir:

$$x = A \exp(-\gamma t / 2) \exp(i\nu_1 t),$$

burada  $\nu_1^2 = \nu_0^2 - (\gamma/2)^2$ ,  $A$  - rəqsin ixtiyari amplitududur. Şüalanma intensivliyi  $\sim A^2$  və  $\tau = 1/\gamma$  zamanda intensivliyin başlanğıc qiyməti ( $I_0$ )  $I_0/e$  dəfə azalır. Kvant mexanikası baxımından  $\tau$  - həyəcanlanmış halın orta yaşama müddətidir.

Sönmə prosesində klassik ossilyatorun şüalandırdığı tezlik diapazonunu təyin etmək ( $t > 0$ ). Furye düsturundan

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

və

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt.$$

$f(t) = x = A \exp(-\gamma t / 2) \exp(i\omega_1 t)$  hesab edərək, alırıq:

$$\begin{aligned} g(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A \exp(-\gamma t / 2) \exp(i\omega_1 t) e^{-i\omega t} dt = \\ &= \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\gamma t / 2 + i(\omega_1 - \omega)t} dt = \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \left( \int_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \right). \end{aligned}$$

Birinci inteqralın sıfıra bərabər olduğunu nəzərə alsaq,

$$g(\omega) = -\frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{i(\omega_1 - \omega + i\gamma/2)} = \frac{iA}{\sqrt{2\pi}(\omega_1 - \omega + i\gamma/2)}.$$

Alınan ifadə rəqs amplitudunu təyin edir. İntensivlik üçün  $I = g(\omega)g^*(\omega)$  qəbul etsək, alırıq ki,

$$I = \frac{A^2}{2\pi \left[ (\omega_1 - \omega)^2 + \frac{\gamma^2}{4} \right]}$$

İfadə simmetrik kontur verir. Spektral xəttin konturunun bu forması təbii və ya Lorents konturu adlanır.

**Nəticə:** a) Xəttin təbii eni, klassik elektrodinamika nöqteyi-nəzərindən təcrid olunmuş ossilyatorun hərəkətinin sürtünmə qüvvəsi (Lorents sürtünmə qüvvəsi) hesabına  $\gamma$  sönməsi ilə izah olunur. Burada qüvvə təcillə hərəkət edən yükün şüalanması ilə əlaqədardır.

b) Kvant mexanikası nöqteyi-nəzərindən xəttin eni  $\tau_{21}$ -lə təyin olunur (məsələnin əvvəlinə baxın).

**11.** Real şəraitdə atom mühitdən təcrid olunmamışdır və onu əhatə edən hissəciklərlə qarşılıqlı təsirdədir. Qazlarda qarşılıqlı təsir atomların başqa atomlarla, ionlarla, sərbəst elektronlarla və s. toqquşmasından ibarətdir. Bərk cisimlərdə isə elektronun kristallik qəfəslə (düyünlərində rəqs edən atom və ya ionlar yerləşən) qarşılıqlı təsirdən ibarətdir. Digər hissəciklərin təsiri ekvivalent ossilyatorun yaşama müddətini azaldır, xəttin forması isə təcridcəldilmiş atom halında olduğu kimi qalır, eni ( $\Delta\nu = \gamma$ ) isə

böyüyür.  $\gamma' = \frac{1}{\tau_{21}} + \frac{1}{\tau_{toqq.}}$  olduğu üçün, burada  $\tau$  - toqquşmalar

arasındaki sərbəst qaçış vaxtıdır,

$$I(\nu) = \frac{I_{\max} \gamma' / 4}{(\nu - \nu_0)^2 + \gamma'^2 / 4}$$

Beləliklə, toqquşmaların nəzərə alınması xəttin enlənməsinə gətirir. Spektral xəttin toqquşma eni və təbii eni xəttin bircins enini təşkil edir.

$$\gamma_{toqq.} = 1 / \tau_{toqq.}$$

toqquşma enini qiymətləndirək.  $\tau_{toqq.} = \bar{\ell} / \bar{v}$ ,  $\bar{\ell}$  sərbəst yolunun orta uzunluğu,  $\bar{v}$  atomların orta istilik sürətidir. Qazda təzyiqin

kiçik qiymətlərində molekulara diametri  $\sigma$  effektiv en kəsiyinə bərabər olan elastiki kürələr kimi baxılır, özü də fərz edilir ki, onlar ancaq toqquşma zamanı qarşılıqlı təsirdə olurlar. Bu yaxınlaşmada

$$\bar{l} = 1/\pi\sigma^2 n = kT/4\pi a^2 p,$$

harada  $n$ -vahid həcmdə hissəciklərin sayı,  $p = nkT$ ,  $a \sim 10^{-8}$  sm - atomlararası məsafədir. Buradan

$$\tau_{toqq.} = \sqrt{\pi M/8kT} \cdot kT/4\pi a^2 p = \sqrt{MkT/2\pi} \cdot (8pa^2)^{-1}.$$

Ne atomu üçün qiymətləndirmə aparaq:  $p = 0.5$  civə sütunu,  $T = 300$  K  $\tau_{toqq.} \approx 0.5 \cdot 10^{-6}$  san. Deməli,  $\Delta\nu_{toqq.} \sim 2$  MHs.  $\tau_{toqq.} \sim 1/p$  olduğundan,  $\Delta\nu_{toqq.} \sim p$ . Adətən  $\Delta\nu_{toqq.} \sim (2 \div 30)$  MHs/civə sütunu olur.

Toqquşma atomun düşən elektromaqnit dalğası ilə koherent qarşılıqlı təsiri prosesini pozur. Toqquşma nəticəsində hər bir atomun və eləcə də eyni dərəcədə bütün sistemin spektral xətti genişlənir.

**12.** Qazı təşkil edən hissəciklər (atom, molekul, ion) ansamblını araşdıraraq. Onlar sükunət halında maksimumu  $\nu_0$ -a uyğun olan çox dar intervalda yerləşən tezliklərdə elektromaqnit dalğalarını şüalandırır ya da udurlar. Hərəkət edən atomlar üçün bu tezliklər Dopler effektinə görə sürüşür. Müşahidə olunan tezlik  $\nu = \nu_0(1 \pm \frac{v}{c})$ , harada  $v = \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} c$ . Müsbət işarəsi yaxınlaşan atomlara, mənfi işarəsi isə uzaqlaşan atomlara uyğun gəlir.

$$d\nu = \nu_0 \frac{dv}{c}, d\nu = cd\nu/\nu_0.$$

Sürətə görə Maksvel paylanmasına uyğun olaraq



$$dN = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \cdot dv.$$

$v$  istiqamətində şüalanan tezliklərin  $v \pm v + dv$  intervalında olma ehtimalı

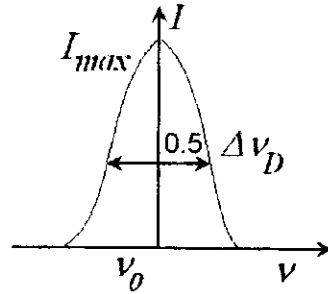
$$dN = \frac{c}{v_0} \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{m(v-v_0)^2}{2kT} \frac{c^2}{v_0^2}} \cdot dv.$$

Bu  $dN$  müşahidə istiqamətində şüalanan və udan atomların ümumi sayının müəyyən hissəsidir. İntensivlik şüalanan hissəciklərin sayı ilə təxminən mütənasib olduğu üçün

$$I(v) = I_0 e^{-\frac{m(v-v_0)^2}{2kT} \frac{c^2}{v_0^2}} = I_{\max} e^{-\frac{m(v-v_0)^2}{2kT} \frac{c^2}{v_0^2}},$$

harada  $I_0$   $v = v_0$  tezliyinə uyğun intensivlikdir və  $I = I_0 = I_{\max}$ .

Spektral xəttin belə forması Qaus funksiyası ilə təsvir edilir və Dopler xətti adlanır. Xəttin  $\Delta v_D$  eni kənar nöqtələrində intensivliyin qiymətinin  $I_{\max}/2$  olan tezliklər intervalıdır.



$$\ln I / I_{\max} = \ln 2 = -\frac{m(v-v_0)^2}{2kT} \frac{c^2}{v_0^2}.$$

Nəticədə xəttin eni qazın temperaturu və hərəkət edən hissəciklərin kütləsi ilə təyin edilir:

$$\Delta v_D = 2v_0 \sqrt{\frac{2kT}{mc^2} \ln 2}.$$

He-Ne lazeri üçün  $\Delta v_D$ -ni qiymətləndirək:  $\lambda = 0.63 \text{ mkm}$ ,  $m_{Ne} = 10^{-24} \text{ q}$  götürdükdə  $\Delta v_D = 8 \cdot 10^3 \text{ MHz}$  olar.

$\alpha(v)$  gücləndirmə əmsalı  $dN$  ilə mütənasibdir:

$$\alpha(v) = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}\Delta v_D} e^{-4\ln 2\left(\frac{v-v_0}{\Delta v_D}\right)^2},$$

$$\alpha = \frac{1}{I} \frac{dI}{dx} = +\alpha(v) = v_0 e^{-4\ln 2\left(\frac{v-v_0}{\Delta v_D}\right)^2} \approx v_0 e^{-\left(\frac{v-v_0}{0.6\Delta v_D}\right)^2}.$$

13.1. Fərz edək ki,  $\vec{H}_0$  vektoru  $oz$  oxuna paraleldir.

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma[\vec{\mu}, H_0]$$

tənliyindən alarıq ki,

$$\left(\frac{d\mu}{dt}\right)_x = \frac{d\mu_x}{dt} = \gamma\mu_y H_0 \sin(\mu_y \wedge H_0) = \gamma\mu_y H_0, \quad \sin(\mu_y \wedge H_0) = 1,$$

$$\left(\frac{d\mu}{dt}\right)_y = \frac{d\mu_y}{dt} = \gamma\mu_x H_0 \sin(\mu_x \wedge H_0) = -\gamma\mu_x H_0, \quad \sin(\mu_x \wedge H_0) = -1,$$

$$\left(\frac{d\mu}{dt}\right)_z = \frac{d\mu_z}{dt} = \gamma\mu_z H_0 \cdot \sin \mu_z \wedge H_0 = 0, \quad \sin \mu_z \wedge H_0 = 0.$$

$v_0 = \gamma H_0$  işarə edək. Onda,

$$\left(\frac{d\mu}{dt}\right)_x = v_0 \mu_y, \quad \left(\frac{d\mu}{dt}\right)_y = -v_0 \mu_x.$$

Buradan

$$\frac{d^2 \mu_x^2}{dt^2} + v_0^2 \mu_x^2 = 0.$$

Tənliyin həllini bu şəkildə axtaraq:

$$\mu_x = c_1 \cos v_0 t + c_2 \sin v_0 t,$$

və buradan

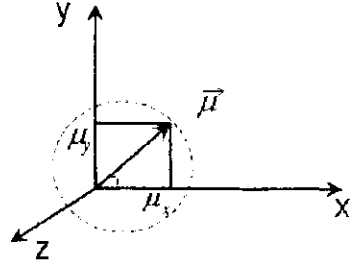
$$\mu_y = \frac{1}{v_0} \frac{d\mu_x}{dt} = c_2 \cos v_0 t - c_1 \sin v_0 t.$$

$\mu_x, \mu_y$ -in ifadələrindən görünür ki,  $\vec{\mu}$  sabit vektorunun komponentləri  $\vec{H}_0$  sahəsinin ətrafında  $v_0 = \gamma H_0$  Larmor tezliyi ilə fırlanırlar.  $\vec{\mu}$  vektorun ucu  $xoy$  müstəvisində dairə cızır. Doğrudan da,

$$\mu_x^2 + \mu_y^2 = c_1^2 + c_2^2 = const.$$

harada ki,  $const.$  başlanğıc şərtlərindən təyin edilir:

$$|\vec{\mu}|^2 = c_1^2 + c_2^2.$$



**13.2.** Adətən paramaqrıt rezonans nəzəriyyəsində hesab edilir ki, nümunə  $\vec{H}_0$  güclü sabit maqrıt sahəsində  $oz$  oxuna paralel yerləşir.  $\vec{H}_0$ -a perpendikulyar  $xoy$  müstəvisində nümunəyə dairəvi polarizasiyalı yüksək tezlikli  $\vec{H}_1$  sahəsi tətbiq olunub. Əgər  $\vec{H}_1$  saat əqrəbi istiqamətində fırlanırsa, onda onun komponentləri aşağıdakılardır:

$$H_x = H_1 \cos vt,$$

$$H_y = -H_1 \sin vt,$$

$$H_z = H_0.$$

Komponentlər üçün yazılmış Blox tənliyində bunları nəzərə alsaq:

$$\begin{aligned}\frac{dJ_x}{dt} &= \gamma(J_y H_0 + J_z H_1 \sin vt) - \frac{J_x}{T_2}, \\ \frac{dJ_y}{dt} &= \gamma(J_z H_1 \cos vt - J_x H_0) - \frac{J_y}{T_2}, \\ \frac{dJ_z}{dt} &= \gamma(-J_x H_1 \sin vt - J_y H_1 \cos vt) + \frac{J_0 - J_z}{T_1}.\end{aligned}$$

Tərifinə görə  $\vec{J} = \chi \vec{H}$ , burada  $\chi$  - maqnit qavrayıcılığı,  $\chi = \chi' - i\chi''$  isə dinamik qavrayıcılıq ( $H = const.$  olduqda qavrayıcılıq,  $\chi_0$  -statikdir).

$\chi'$ ,  $\chi''$  -i tapmaq üçün Blox tənliyini həll etmək lazımdır.  $u$  və  $v$  dəyişənlərini daxil edək:

$$\begin{aligned}u &= J_x \cos vt - J_y \sin vt; \\ v &= -(J_x \sin vt + J_y \cos vt).\end{aligned}$$

Onda  $J_x = u \cos vt - v \sin vt$ ,  $J_y = -(u \sin vt + v \cos vt)$ . Bu ifadələri sistemdə yerinə yazmaq və  $\sin vt$ ,  $\cos vt$ -in əmsallarını sifirə bərabərləşdirək. Onda,

$$\begin{aligned}\frac{du}{dt} + \frac{u}{T_2} + (\gamma H_0 - v)v &= 0, \\ \frac{dv}{dt} + \frac{v}{T_2} - (\gamma H_0 - v)u &= -\gamma H_1 J_2, \\ \frac{dJ_z}{dt} + \frac{J_z}{T_1} - \gamma H_1 v &= \frac{J_0}{T_1}\end{aligned}$$

olar.  $\vec{H}$  kifayət qədər yavaş dəyişdiyi üçün  $\frac{du}{dt} = \frac{dv}{dt} = \frac{dJ_z}{dt} = 0$ .  $u$  dəyişənini aradan çıxarıb, əvəzləmə apardıqdan sonra alırıq:

$$v = -\frac{\gamma H_1 J_2 T_2}{1 + T_2^2 \delta v^2}, \text{ harda } \delta v = \gamma H_0 - v = v_0 - v,$$

$$J_z = J_0 \frac{1 + T_2^2 \delta v^2}{1 + T_2^2 \delta v^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2},$$

$$v = -\frac{\gamma H_1 J_0 T_2}{1 + T_2^2 \delta v^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2},$$

$$u = -v T_2 \delta v = \frac{\gamma H_1 T_2^2 J_0 \delta v}{1 + T_2^2 \delta v^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2},$$

$$J_x = \chi H_x = H_1 (\chi' \cos vt + \chi'' \sin vt),$$

$$J_y = \chi H_y = H_1 (\chi'' \cos vt - \chi' \sin vt).$$

$\sin vt, \cos vt$  -nin əmsallarını bərabərləşdirsək:

$$u = \chi' H_1, v = \chi'' H_1.$$

Buradan

$$\chi' = \frac{v_0 T_2 (v_0 - v_2) \chi_0}{1 + T_2^2 (v_0 - v)^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2},$$

$$\chi'' = \frac{v_0 T_2 \chi_0}{1 + T_2^2 (v_0 - v)^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}$$

alırıq.  $\chi'$  - maddənin dispersiya əyrisidir,  $\chi''$  - maddədə udulmanı təsvir edir və ifadəsindən görünür ki, Lorens əyrisinin konturudur.

**14.** Nüvə maqnit rezonansı (NMR) zamanı maqnit momenti xarici  $H$  ilə qarşılıqlı təsirdədir və qarşılıqlı təsir enerjisi  $W = -(\vec{\mu}_I, \vec{H})$  kimidir, harada ki,  $\mu_I = I g_I \mu_N$ . NMR-in mövcud olduğu diamagnet mühitlərdə yaranan maqnit momenti və  $H$  bir-birinə qarşı yönəlmiş olurlar. Qonşu maqnit səviyyələri arasında məsafə

$\Delta W = h\nu_0 = g_I \mu_N H$  və buradan  $\nu_0 = \frac{g_I \mu_N H}{h}$ .  $g_I$  -nüvə  $g$  - faktoru protonun  $g_p$  faktoruna bərabərdir və  $g_p = 5.58$ . Elektronun  $g$  -faktoru isə  $g_e = 2$ -dir.

$$\text{Nüvə maqnetonu } \mu_N = \frac{eh}{4\pi m_p c} = \mu_0^B \frac{m_e}{m_p} \approx 5 \cdot 10^{-24} \text{ erq/Qs.}$$

Elektron maqnetonu  $\mu_0^B = \frac{eh}{4\pi m_e c}$ . Buradan tezlik üçün alırıq ki,

$$\nu_0 = 4 \cdot 10^7 \text{ Hz} = 40 \text{ MHzs.}$$

EPR-də  $H \approx 5300 \text{ E} = 5 \cdot 10^3 \text{ Qs}$  -da  $\text{Cu}^{2+}$  üçün  $\nu_0 \approx 9 \text{ QHs}$ , yəni burada effekt bir tərtib böyükdür ki, bu da kiçik  $H$  sahələrində baş verir.

15. Maqnit silindrik formadadır

$$H = \frac{H_0 R^2}{a^2}.$$

İfadədən görünür ki, sahə maqnitin oxundan uzaqlaşdıqca böyüyür,  $z$  oxunda isə minimaldır. Sahənin qradienti

$$\frac{dH}{dR} = \frac{2RH_0}{a^2}$$

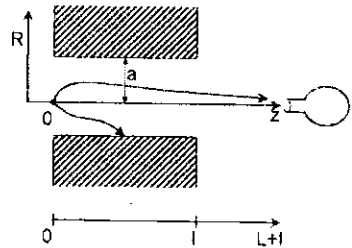
$R$  istiqamətində yönəlib. Maqnit sahəsində hissəciyin hərəkəti radial istiqamətdə  $grad H$  - in varlığı ilə müəyyən olunur. Hissəciyə təsir edən qüvvə

$$F_R = -\frac{\partial W}{\partial R} = \mu_{eff} grad H,$$

harada  $\mu_{eff} = -\frac{\partial W}{\partial H}$ ;  $W$  isə  $\mu$  maqnit momentinə malik hissəciqlə

$H$  -in qarşılıqlı təsirinin enerjisidir:

$$W = -\vec{\mu} \vec{H}.$$



Maqnit sahəsində hidrogen atomunun enerji səviyyələri parçalanır. Hidrogen üçün  $\vec{I} = 1/2$  (nüvənin maqnit momenti),  $\vec{J} = 1/2$  (elektronun maqnit momenti).  $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J} = 1$ ,  $\vec{F}$  hərəkət miqdarının tam momentidir. Onda,

$$\begin{cases} M_F = 0, \pm 1, & F = 1, \\ M_F = 0, & F = 0. \end{cases}$$

Hidrogen atomu elektrik cəhətdən neytraldır;  $e^- + e^+ = 0$ , lakin maqnit momentinə malikdir.

Metodun mahiyyəti – müxtəlif səviyyələrdə yerləşən atomları  $grad H$ -in köməyiylə fəzada ayırmaqdan ibarətdir. Maqnit sahəsində atomların hərəkət tənliyi:

$$m\ddot{R} = F_R = \mu_{eff} grad H.$$

Yuxarı işçi səviyyədə hissəciklər üçün

$$W = +\mu H \quad \text{və} \quad F_R = \mu_{eff} \frac{\partial H}{\partial R} = |\mu| \frac{2RH_0}{a^2}.$$

Aşağı səviyyədə

$$W = -\mu H \quad \text{və} \quad F_R = -|\mu| \frac{2RH_0}{a^2}.$$

Hidrogen atomunun  $F = 1, M_F = 0$  (yuxarı səviyyə) və  $F = 0, M_F = 0$  (aşağı səviyyə) hallarını ayıraq, burada  $|\mu| = |\mu_J - \mu_I|$ .

Hərəkət tənliyi:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} + k_1 R = 0 \quad (\text{yuxarı səviyyə üçün}),$$

$$\frac{d^2 R}{dt^2} - k_1 R = 0 \quad (\text{aşağı səviyyə üçün}).$$

Burada  $k_1 = \frac{2|\mu|H_0}{a^2}$  -dir.

Həlli aşağıdakı şəkildə axtaraq:

$$R = A_1 e^{i\omega t} + B_1 e^{-i\omega t}$$

başlanğıc şərtlər:

$$t = 0, R = 0$$

(atom maqnit oxundakı  $R = 0$  olan mənəbdən çıxırıq),

$$\frac{dR}{dt} = v_R(0),$$

harada  $k_1, v_R(0)$  -başlanğıc radial sürətidir.

Həlli birinci tənlikdə yerinə yazaraq, harada  $k_1,$

$$\dot{R} = i\omega (A_1 e^{i\omega t} - B_1 e^{-i\omega t}),$$

$$\ddot{R} = -\omega^2 (A_1 e^{i\omega t} + B_1 e^{-i\omega t}) = -\omega^2 R.$$

Tənlik  $k_1 = \omega^2$  şərti daxilində ödənilir. Başlanğıc şərtlər daxilində  $A_1$  və  $B_1$  əmsallarını alırıq:

$$R(t=0) = A_1 + B_1 = 0 \Rightarrow A_1 = -B_1,$$

$$v_R(0) = \dot{R}(t=0) = i\sqrt{k_1} \cdot (A_1 - B_1) = i\sqrt{k_1} \cdot 2A_1.$$

Buradan

$$A_1 = -i \frac{v_R(0)}{2\sqrt{k_1}} = -B_1.$$

Beləliklə, birinci tənliyin həlli:

$$R = \frac{v_R(0)}{2\sqrt{k_1}} i(-e^{i\omega t}) + \frac{v_R(0)}{2\sqrt{k_1}} i(-e^{-i\omega t}) =$$

$$\frac{v_R(0)}{8\sqrt{k_1}} i(-2i) \sin \sqrt{k_1} t = \frac{v_R(0)}{\sqrt{k_1}} \sin \sqrt{k_1} t.$$



öz istiqamətində maqnit oxu boyunca hərəkət sabit sürətlə ətalət hesabına baş verir. Buradan

$$z = v_z t, \quad R = \frac{v_R(0)}{\sqrt{k_1}} \sin \sqrt{k_1} \frac{z}{v_z}.$$

Analoji qayda ilə həll edərək, aşağı səviyyə üçün alırıq:

$$R = \frac{v_R(0)}{\sqrt{k_1}} \cdot \frac{\exp \sqrt{k_1} t - \exp(-\sqrt{k_1} t)}{2} = \frac{v_R(0)}{\sqrt{k_1}} \operatorname{sh} \frac{\sqrt{k_1}}{g_z} z$$

harada ki,

$$\omega = i\sqrt{k_1}.$$

Beləliklə, yuxarı səviyyədə atom maqnit oxuna nəzərən sinusoidal rəqsi hərəkət edərək, maqnitdən keçir. Başlanğıc radial sürət böyük olduqca amplitud da böyük olur. Aşağı səviyyədəki atom güclü sahəyə tərəf meyl edərək maqnit oxundan uzaqlaşır. Nəticədə hidrogen atomları dəstəsinin  $H$ -dan keçməsi zamanı hissəciklərin fəzada ayrılması baş verir:  $F = 0, M_F = 0$  olan atomlar dəstədən aralanır,  $F = 1, M_F = 0$  olan atomlar isə dəstədə qalır.

Maqnitin çıxışında hissəciklər onun oxundan

$$R_1(l) = \frac{v_R(0)}{\sqrt{k_1}} \sin \sqrt{k_1} \frac{l}{g_z},$$

kəmiyyəti qədər geri qalır, onların sürəti isə

$$\dot{R}_1 = \left. \frac{\partial R}{\partial z} \right|_{z=l} = \frac{v_R(0)}{\sqrt{k_1}} \frac{\sqrt{k_1}}{v_z} \cos \sqrt{k_1} \frac{l}{v_z}$$

olur. Maqnitdən çıxdıqdan sonra hissəcik bərabərsürətli və düzxətli hərəkət edir.  $z = l$  hissəsindən başlayaraq  $z$  oxu boyunca hərəkət tənliyi:

$$R_2 = R_1(l) + \left. \frac{\partial R_1}{\partial z} \right|_{z=l} (z-l) = \frac{\nu_R(0)}{\sqrt{k_1}} \left[ \sin \frac{\sqrt{k_1} l}{\nu_z} + \frac{\sqrt{k_1}}{\nu_z} \cos \frac{\sqrt{k_1} l}{\nu_z} \cdot (z-l) \right].$$

olacaq. Aydındır ki, əgər maqnitdən çıxan andaki sürət  $\left. \frac{\partial R_1}{\partial z} \right|_{z=l}$  sürəti sıfırdan kiçikdirsə, onda müəyyən zamandan sonra dəstə  $z$  oxu ilə ( $O'$  nöqtəsində) kəşisir.  $R_2(z) = 0$  ( $O'$  nöqtəsi) şərtindən, yəni  $z = L + l$  olduqda

$$R_2(L+l) = \frac{\nu_R(0)}{\sqrt{k_1}} \left[ \sin \frac{\sqrt{k_1} l}{\nu_z} + \frac{\sqrt{k_1}}{\nu_z} L \cos \frac{\sqrt{k_1} l}{\nu_z} \right] = 0$$

Buradan da

$$\operatorname{tg} \frac{\sqrt{k_1} l}{\nu_z} = -L \cdot \frac{\sqrt{k_1}}{\nu_z}.$$

Dəstədəki daha çox ehtimallı  $\nu_z$  sürətinə malik atomlar yığıcı kolbaya düşəcək.

$$\nu_{\text{eht.}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$$

Bucağı qiymətləndirək:

$$\frac{\sqrt{k_1} l}{\nu_z} = \sqrt{\frac{2|\mu|H_0}{ma^2}} \cdot l \sqrt{\frac{m}{3kT}} = \sqrt{\frac{2|\mu|H_0}{3kT}} \cdot \frac{l}{a} = \sqrt{\frac{2}{3 \cdot 10^3}} \cdot 80 \approx \frac{80}{30} = 2 \text{ rad}$$

Burada  $\frac{\sqrt{k_1}}{\nu_z} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ sm}^{-1}$ .

a)  $L$  üçün

$$L = -\frac{\operatorname{tg} \frac{\sqrt{k_1} l}{\nu_z}}{\frac{\sqrt{k_1}}{\nu_z}} = \frac{\operatorname{tg} 2}{5 \cdot 10^{-2}} = 45 \text{ sm}$$

alarıq.

b) Şəkilə baxın.

16. Fırlanma sabiti  $B$  molekulun  $I$  ətalət momenti ilə ifadə olunur:

$$B = h/4\pi I$$

$$I = mr^2,$$

burada  $m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  - götürülmüş kütlədir.  $m_1, m_2$  Na və Cl nüvələrinin kütləsi,  $r$  - nüvələrarası məsafədir.  $B$  və  $I$  üçün ifadələri nəzərə alsaq,

$$r = \sqrt{\frac{h}{8\pi^2 B m}}.$$

Götürülmüş kütlənin ifadəsində kütlələrin qiymətini qoyaq  $m_{Na} = 23$  və  $m_{Cl} = 35$  kütlə ədədlərini yerinə yazsaq,

$$m = \frac{m_{Na} m_{Cl}}{m_{Na} + m_{Cl}} = \frac{23 \cdot 35}{23 + 35} m_p = \frac{23 \cdot 35}{23 + 35} \cdot 1.67 \cdot 10^{-24} \text{ q} =$$

$$= 23,2 \cdot 10^{-24} \text{ q}.$$

$$I = h/8\pi^2 B = \frac{6.67 \cdot 10^{-27}}{8 \cdot (3.14)^2 \cdot 6.54 \cdot 10^9} \frac{\text{erq} \cdot \text{san}^2}{\text{Hc}} =$$

$$= 1,28 \cdot 10^{-38} \text{ q} \cdot \text{sm}^2.$$

Buradan

$$r = \sqrt{\frac{1.28 \cdot 10^{-38} \text{ q} \cdot \text{sm}^2}{23.2 \cdot 10^{-24} \text{ q}}} = 2.4 \cdot 10^{-8} \text{ sm} = 2.4 \text{ \AA}.$$

17. Verilmiş  $j$  fırlanma kvant ədədinə malik fırlanma səviyyəsinin  $W(j)$  enerjisi:  $W(j) = hB j(j+1)$ , səviyyənin cırılmasının tərtibi isə  $g_j = 2j+1$ -dir. Cırılma nəzərə alınmaqla  $i$  və  $j$  səviyyələrindəki hissəciklərin sayının nisbəti

$$\frac{N_i}{N_j} = \frac{g_i}{g_j} \exp \left[ - \left( \frac{W_i - W_j}{kT} \right) \right]$$

olar.

$i = 0, j = 0$  səviyyələrinə baxaq:

$$g_1 = 3, g_0 = 1$$

$$W_1 = hB \cdot 2; \quad W_0 = hB \cdot 0 = 0,$$

$$\frac{W_1}{kT} = \frac{2 \cdot 6.626 \cdot 10^{-34} \cdot 5.8 \cdot 10^{4+6} \cdot C \cdot \text{san} \cdot Hc}{300 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot K \cdot C / K} =$$

$$= 9 \cdot 10^{-3} = 0,9 \cdot 10^{-2}.$$

$$\frac{N_i}{N_j} = \frac{N_1}{N_0} = \frac{3}{1} e^{-0,9 \cdot 10^{-2}} = \frac{3}{e^{0,01}} = \frac{3}{(2,7)^{0,01}} = 2,96 > 1.$$

Beləliklə,  $\frac{N_1}{N_0} = 2,96 > 1$ . Lakin belə sistemdə güclənmə mümkün deyil, belə ki, cırışmanı nəzərə almaqla  $j+1 \rightarrow j$  keçidində güclənmə üçün  $\frac{N_i}{g_{j+1}} > \frac{N_j}{g_j}$  şərti ödənilməlidir, burada isə bu şərt ödənilmir.

18.  $\frac{N_2}{g_2} > (<) \frac{N_1}{g_1}$  - güclənmə (udulma) şərtidir.

Qiymətlərini yerinə qoysaq:

$$\frac{10^{16}}{2} = \frac{0,5 \cdot 10^{16}}{2},$$

yəni,  $\frac{N_2}{g_2} = \frac{N_1}{g_1}$  - güclənmə və udulma şərtləri ödənilmir. Verilən parametrlərə uyğun temperaturu təyin edək

$$T_{21} = \frac{h\omega_{21}}{k} \left/ \ln \frac{N_1}{g_1} \cdot \frac{g_2}{N_2} \right. = \frac{h\omega_{21}}{k} \left/ \ln 1 = \infty \right.$$

Sistemdə nə güclənmə, nə də udulma olmadıqda, bu qeyri-tarazlıq halı, hər hansı bir aralıq halıdır.

19. Üçsəviyyəli kvant sistemini araşdırmaq.

a)Optik diapazonda  $h\nu \gg kT$  şərti ödənilir və bu halda həyəcanlaşmış səviyyələrindən biri böyük  $\tau$  -ya malik sistemlər tədqiq olunur:

Kinetik tənliklər sistemi bu halda aşağıdakı şəkildə olur:

$$\begin{cases} \dot{N}_3 = p_{13}(N_1 - N_3) - \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_3}{\tau_{31}}, \\ \dot{N}_2 = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{21}}, \\ N_1 + N_2 + N_3 = N_0, \end{cases}$$

$p_{13}$  -doldurma sahəsinin təsiri altında hissəciyin 1 san. müddətində keçid ehtimalı,  $\dot{N}_3, \dot{N}_2$  -səviyyələrdə hissəciklər sayının dəyişmə sürəti,  $\tau_{21}, \tau_{32}, \tau_{31}$  -uyğun səviyyələr arasında spontan keçidlərin və relaksasiyanın zamanıdır.

Üçüncü səviyyədə hissəciklərin sayı  $\nu_{13}$  tezlikdə dolma sahəsinin təsiri nəticəsində artır (1-ci toplanan), relaksasiya keçidlərinin hesabına isə azalır.

$$N_3 = N_1 e^{-\frac{h\nu_{31}}{kT}}, \quad N_3 = N_2 e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT}}$$

olduqda sistem tarazlıqdadır. Əgər  $N_3$  tarazlıq qiymətlərindən fərqlənsə, sistemdə  $\tau_{31}, \tau_{23}$  zaman sabitlərinə malik relaksasiya prosesləri baş verir.  $h\nu \gg kT$  -halında eksponensial hədləri sıfıra bərabər hesab etmək olar və sürət tənlikləri yuxarıdakı şəkllə malik olur.  $\dot{N}_3 = \dot{N}_2 = 0$  qərarlaşmış rejimi üçün sistemdən alırıq:

$$N_2 - N_1 = N_0 \frac{p_{13}\tau_{31}(\tau_{21} - \tau_{32}) - \tau_{31} - \tau_{32}}{p_{13}\tau_{31}(\tau_{21} + 2\tau_{32}) + \tau_{31} + \tau_{32}}.$$

$N_2 \geq N_1$  olması üçün  $p_{13}$  aşağıdakı kimi olmalıdır

$$P_{13}\tau_{31}(\tau_{21} - \tau_{32}) \geq \tau_{31} + \tau_{32}.$$

Buradan

$$P_{13} \geq \frac{\tau_{31} + \tau_{32}}{\tau_{31}(\tau_{21} - \tau_{32})} = \frac{1}{\tau_{21} - \tau_{32}} \left( 1 + \frac{\tau_{32}}{\tau_{31}} \right).$$

Prinsipial olaraq  $2 \rightarrow 1$  inversiyası mümkündür, əgər  $\tau_{21} > \tau_{32}$ , yəni ehtimal mənasında  $p_{13} > 0$ .

b, c) Şərtə görə:  $\tau_{32} = 10^{-6} + 10^{-7}$  san və  $\tau_{21} = 10^{-3}$  san - metastabil səviyyədir, yəni  $\tau_{21} > \tau_{32}$ .

$p_{13}$ -ün minimal qiyməti nöqtəyi nəzərdən  $\tau_{32}$  və  $\tau_{31}$  arasında ən əlverişli münasibət:

$$\tau_{31} \gg \tau_{32}.$$

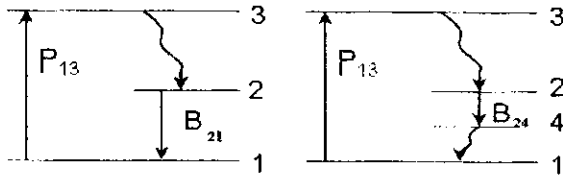
olmasıdır.

Üçüncü səviyyəyə keçirilmiş hissəciklər əsasən ikinci və az miqdarda birinci səviyyəyə keçir. Bu şərtlərdə  $(p_{13})_{\min} = 1/\tau_{21}$ ;  $N_3 \ll N_1, N_2$ . Ona görə  $2 \rightarrow 1$  inversiya halında hesab etmək olar ki,  $N_3 \approx 0$ ,  $N_2 \approx N_1 \approx N_0/2$ . Doldurma sahəsinin minimal gücü

$$P_{\min, dol.} = h\nu_{13} p_{13, \min} (N_1 - N_3) \approx \frac{N_0 h\nu_{13}}{2\tau_{21}}.$$

Doldurma sistemi bir saniyədə baş verən spontan  $N_0/2\tau_{21}$  keçidlərinin xeyli hissəsini kompensasiya etməlidir - bu üç səviyyəli sistemin çatışmayan cəhətidir.

**20.** Dördsəviyyəli sistem halında dördüncü səviyyəni üçsəviyyəli



sistemin ikinci və birinci səviyyələri arasında yerləşdirirlər (şəklə

baxın). Bu halda  $\tau_{32} \ll \tau_{31}, \tau_{34}$ ,  $\tau_{21} \gg \tau_{24}$  olması məqsədəuyğundur (hissəciklərin inversiyasını azaldaraq birinci səviyyəyə axmamaları üçün).

Tarazlıq halında  $N_3 \approx N_2 \approx 0$ . Dördüncü səviyyədə  $N_4$  az

olsa da  $N_4 \gg N_3$ ,  $N_2$  və  $N_4 = N_1 e^{-\frac{h\nu_{41}}{kT}}$ .

Bu şərtlər daxilində kinetik tənliklər sistemi aşağıdakı şəkildə olur:

$$\begin{cases} \dot{N}_3 = p_{13}(N_1 - N_3) - \frac{N_3}{\tau_{32}}, \\ \dot{N}_2 = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{24}}, \\ \dot{N}_4 = \frac{N_2}{\tau_{24}} - \frac{1}{\tau_{41}}(N_4 - N_1 e^{-\frac{h\nu_{41}}{kT}}), \\ N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = N_0. \end{cases}$$

Stasionar hal üçün  $\dot{N}_3 = \dot{N}_2 = \dot{N}_4 = 0$ .  $N_2 - N_4 \geq 0$  fərqi təyin edək:

$$p_{13}\tau_{24}N_0 > \tau_{41}p_{13}N_0 + N_0 e^{-\frac{h\nu_{41}}{kT}}$$

və ya

$$p_{13} \geq \frac{1}{\tau_{24} - \tau_{41}} e^{-\frac{h\nu_{41}}{kT}} \sim \frac{1}{\tau_{24}} e^{-\frac{h\nu_{41}}{kT}}.$$

$\tau_{24} > \tau_{41}$  şərtinə görə doldurmanın minimal gücü

$$P_{\min, dol.} \Big|_{\substack{h\nu_{41} > (2+3)kT \\ N_1 \gg N_2, N_3, N_4}} = h\nu_{13}p_{13}(N_1 - N_3) \approx \frac{N_0}{\tau_{24}} h\nu_{13} e^{-\frac{h\nu_{41}}{kT}}.$$

Dörsəviyyəli sistemin üçsəviyyəli sistemə nisbətən gücdə qazancı isə belə təyin olunur:

$$\frac{P_{\min, dol.}^{(4)}}{P_{\min, dol.}^{(3)}} = \frac{1}{2} e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT}}$$

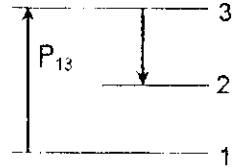
Burada  $\tau_{24} \sim \tau_{21}$ .

İfadəyə görə  $h\nu_{41} > kT (3 \div 5)$  olduqda güc uduşu artar, yəni əgər dördüncü səviyyə birinci səviyyədən kifayət qədər uzaqlaşdırılsa gücdə qazanc əldə etmək olar. Praktikada uduş  $10^{2-3}$  dəfədir.

Prinsipial uduş onunla bağlıdır ki, dördsəviyyəli sistemdə aşağı səviyyə əsas səviyyə deyil və doldurma olmadıqda o praktiki olaraq boşdur və hissəciklərin sayını bərabərləşdirmək üçün güclü doldurma signalı lazım deyil. Üçsəviyyəli sistemdə tarazlıq halında aşağı işçi səviyyə əsas səviyyə olduğuna görə o həmişə doludur.

**21.** İYT diapazonunda üçsəviyyəli sistemi araşdıraq. İYT diapazonunda istilik hərəkətinin enerjisi kvantın enerjisindən böyükdür,  $kT > h\nu_{32,21}$ . Kinetik tənliklər sistemi aşağıdakı kimidir:

$$\begin{cases} \dot{N}_3 = -p_{13}(N_1 - N_3) + \frac{1}{\tau_{21}}(N_2 - N_1 e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT}}) + \frac{1}{\tau_{31}}(N_3 - N_1 e^{-\frac{h\nu_{31}}{kT}}), \\ \dot{N}_2 = \frac{1}{\tau_{32}}(N_3 - N_2 e^{-\frac{h\nu_{32}}{kT}}) - \frac{1}{\tau_{21}}(N_2 - N_1 e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT}}), \\ N_1 + N_2 + N_3 = N_0. \end{cases}$$



Stasionar rejimində

$$\dot{N}_1 = \dot{N}_2 = \dot{N}_3 = 0; \quad N_1 = N_3,$$

belə ki,  $1 \rightarrow 3$  keçidində doyma baş verib. Onda tənliklər sistemindən alırıq:

$$\frac{N_3}{N_2} = \frac{\tau_{32} + \tau_{21} e^{-\frac{h\nu_{32}}{kT}}}{\tau_{21} + \tau_{32} e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT}}}$$



$N_3 \geq N_2$  üçün və radiodiapazonda  $e^{-\frac{h\nu_{32}}{kT}} = 1 - e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT}}$ .

Onda,

$$\frac{\tau_{32} + \tau_{21} e^{-\frac{h\nu_{32}}{kT}}}{\tau_{21} + \tau_{32} e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT}}} > 1 \Rightarrow \frac{\tau_{32} \nu_{21}}{\tau_{21} \tau_{32}} > 1.$$

İnversiyanı yaratmaq üçün işçi keçid kimi ya  $\nu_{32} \ll \nu_{21}$ , ya da  $\tau_{32} \gg \tau_{21}$  şərti ödəyən keçidi seçmək lazımdır.

Desimetrlik diapazonda (harada ki,  $\nu$  kiçikdir)  $\nu_{32} \ll \nu_{21}$  şərtinin ödənilməsi məqsədəuyğundur.

Santimetrlik və millimetrlik diapazonlarında bu şərti yerinə yetirmək texniki cəhətdən çətindir, ona görə də:  $\tau_{32} \gg \tau_{21}$  şərtinin ödənilməsi məqsədəuyğundur.

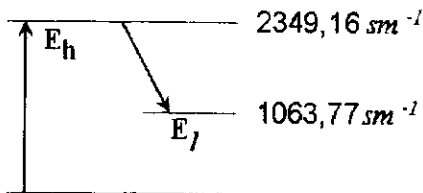
Elə kvant sistemlərini seçirlər ki, doldurmanın yüksək olmayan tezliyində

$$\frac{\tau_{32} \nu_{21}}{\tau_{21} \nu_{32}} > 1$$

bu şərt ödənilsin.

Optik diapazonda  $3 \rightarrow 2$  keçidində inversiyanı yaratmaq çətindir, belə ki,  $1 \rightarrow 3$  -ün dolması üçün böyük  $P_{13}$  gücü tələb olunur-(santimetrlik diapazonda olduğundan  $10^{4+5}$  qədər böyük) santimetrlik diapazonda  $h\nu_{13, \text{optik}} / h\nu_{13, \text{sm}} = 10^4 \div 10^5$ , doldurma gücü isə  $P_{13} \sim h\nu_{13}$ -dir.

22. a) CO<sub>2</sub> lazerdə generasiya rəqsi –fırlanma keçidlərində  $00^1 - 10^0$  ( $\lambda = 10,6$  mkm) baş verir.

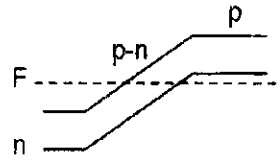


$$\eta = \frac{E_h - E_l}{E_h} = \frac{h \frac{c}{\lambda}}{E_h} = \frac{(2349.16 - 1285.4) sm^{-1}}{2349.16 sm^{-1}} \approx 0.4 = 40\%,$$

$$\lambda = \frac{ch}{E_h - E_l} = \frac{1}{1063.77 sm^{-1}} \approx 9.40 \text{ mkm.}$$

b)  $p-n$  keçidli yarımkeçirici injeksiyon lazerdə (misal üçün GaAs lazerində) inversiya yaratmaq üçün  $p-n$  keçidə (düz istiqamətdə)  $E_g$  eni ilə müəyyən olunan  $U$ -gərginlikdə tətbiq olunur ( $\sim 1V$ ).

Cərəyanın axması nəticəsində termodinamik tarazlıq pozulur və Fermi səviyyəsi iki səviyyəyə parçalanır:  $e$  elektronlar üçün  $n$  - tip yarımkeçiricidə və  $p$  deşiklər üçün  $p$  - tip yarımkeçiricidə.



$$\eta = \frac{h\nu}{U} = \frac{h\nu}{\sim \Delta E_g} = \frac{\sim \Delta E_g}{\sim \Delta E_g} \sim 1.$$

Nəzəri olaraq  $\eta = 100\%$  (yarımkeçirici lazerlərin çatışmazlığı  $p-n$  keçidin qalınlığı kiçik olduğundan çıxış gücünün az olmasıdır (optik bircins  $p-n$  keçidi almaq texnoloji cəhətdən çətinidir).

c) He-Ne lazer:  $\lambda = 0.63 \text{ mkm}$ ,  $\lambda = 3.39 \text{ mkm}$ .

$$\eta_{0.63} = \frac{20.662 - 18.704}{20.662} = 0.1 = 10\%,$$

$$\eta_{3.39} = \frac{20.662 - 20.368}{20.662} = 0.014 = 1.4\%,$$

$$\eta_{He+\bar{e}=e+He^*} = e^{-\frac{E^*}{kT_e}} = e^{-\frac{20.3B}{7.9B}} = 0.05\%.$$

$e$  elektronun orta enerjisi  $\approx 7 eV$  nəzərə alaraq lazerin f.i.ə. təyin edək:

$$\Sigma \eta_{0.63} = \eta_{0.63} = 0.1 \cdot 0.05 = 0.005 = 0.5\%,$$

$$\eta_{\text{töcr.}} = \frac{P_{\text{çıx.}}}{P_{\text{bəşəlmə}}} = \frac{0.1 \text{ Wt}}{20 \text{ mA} \cdot 1 \text{ kV}} = 0.005 = 0.5\%.$$

23. Dalğanın intensivliyi  $x$  -dən asılı olaraq  $I = I_0 e^{(\alpha - \beta)x}$  qanunu ilə dəyişir. Rezonatoru tam keçən dalğanın intensivliyi aşağıdakı şəkli alır:  $I_0 e^{(\alpha - \beta)2L} r_1 r_2$ . Gücün itgisini və güclənməsini qiymətləndirərkən onları rezonatordan şüanın bir keçidinə gətirmək sərfəlidir. Generasiyanın baş verməsi üçün rezonatoru tam keçən dalğanın intensivliyinin ilkin  $I_0$  intensivliyindən  $\geq$  olması zəruridir.

$$I_0 e^{2L(\alpha - \beta)} r_1 r_2 \geq I_0.$$

$$2L(\alpha - \beta) \geq \ln \frac{1}{r_1 r_2} = -\ln r_1 r_2,$$

$$(\alpha - \beta) \geq -\frac{1}{2L} \ln r_1 r_2.$$

Buradan generasiyanın astana şərti üçün  $\alpha \geq \beta - \frac{1}{2L} \ln r_1 r_2$  alırıq.

Lazərdə güclənmənin astana əmsalı

$$\alpha_{st} = \beta - \frac{1}{2L} \ln r_1 r_2.$$

Əgər fəal mühitdə məcburi güclənmə  $\alpha$  rezonatorunda baş verən bütün itkiləri kompensasiya edərsə, onda optik kvant generatorunda generasiya olacaq. Kəsilməz generasiya üçün fəal mühitdə güclənmə stasionar  $\alpha_{st}$  qiymətinə malik olmalıdır.

$$\alpha_{st} \sim N_{2,\text{sərhəd}}, \text{ bclə ki, } \sim \left( N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) = \Delta N.$$

Əgər  $N_2 > N_{2,\text{sərhəd}}$  isə, onda optik kvant generatorunda intensivliyin artması baş verir.  $N_2$  məcburi keçidlər hesabına  $N_{2,\text{sərhəd}}$  -a qədər azalmayınca, stasionar rejim mövcud olur.

$N_2 < N_{2,sərhəd}$  şərti ödənildikdə optik kvant generatorunda rəqslər sönür.

**24.** İnversiya o vaxt baş verir ki, yuxarı səviyyədə zərrəciklərin yarısından çoxu aktiv olsun. Doldurma üçün astana şərti  $N_2 = \frac{N_0}{2}$  bərabərlik şərtində ödənilir.

Bir hissəciyi yuxarı səviyyəyə keçirmək üçün  $h\nu$ -ya bərabər doldurma enerjisi tələb olunur, kristalın hissəciklərinin yarısı üçün isə -  $h\nu \cdot \frac{N_0}{2} = h\nu \cdot \frac{nV}{2}$ .

Bələklə, doldurma enerjisi  $h\nu \cdot \frac{nV}{2}$  olacaq, ancaq bu enerji inversiya baş verməsi üçün  $t \leq \tau_{sp}$  müddətində  $\frac{N_0}{2}$  sayda hissəciyi yuxarı keçirməlidir. Buradan

$$\begin{aligned} P_{\min,dot} &= \frac{h\nu \frac{nV}{2}}{\tau_{sp}} = \frac{6.626 \cdot 10^{-27} \cdot \frac{3 \cdot 10^{10}}{0.5 \cdot 10^{-4}} \cdot \frac{nV}{2}}{3 \cdot 10^{-3}} = \\ &= \frac{10^{-13} \cdot 36 \text{ erq}}{3 \cdot 10^{-3} \text{ san}} \cdot \frac{10^{19} \text{ sm} \cdot 10}{2} = \\ &= 6 \cdot 10^{10} \frac{\text{erq}}{\text{san}} = 6 \cdot 10^3 \frac{\text{C}}{\text{san}} = 6 \text{ kVt}. \end{aligned}$$

**25.** Əgər mühidə itkilər sıfıra bərabədirsə ( $\beta = 0$ ) onda güclənmə əmsali

$$\begin{aligned} \alpha_{st,sərhəd} &= -\frac{1}{2L} \ln r_1 r_2 \\ \alpha_{sərhəd} &= -\frac{1}{2 \cdot 10 \text{ sm}} \ln \frac{1}{1 \cdot 0.9} = \frac{1}{20 \text{ sm}} \cdot \ln \frac{10}{9} = 0.005 \text{ sm}^{-1} \\ L &= \frac{\ln \frac{1}{r_1 r_2}}{2\alpha_{sərhəd}} = 0.17 \text{ sm}. \end{aligned}$$

26. İncersiyanın astana səviyyəsini yaratmaq üçün zəruri olan  $P_{\min, dol.}$  kəmiyyətinin qiymətini tapanq

$$\Delta n = n_E - n_{A_2} \cdot \frac{g_E}{g_{A_2}} > 0$$

$$n_E > \frac{1}{2} n_{A_2}$$

belə ki,  $n_{A_2} \approx n (A_2 - Cr^{3+})$  -in əsas halıdır).

$$n_E > 0.5n \quad \Delta n = 0.5n.$$

$$U_{13} = P_{\min, dol.} t = \frac{h\nu_{dol.} \cdot \Delta n \cdot V}{\eta} = 50 C - \text{incersiya yaratmaq üçün}$$

zəruri olan enerjidir, qiymətcə böyük deyilolmayan, ancaq burada vacib amil doldurmanın sürətidir ( $B_{13} h\omega_{13}$ ), bu da ki, enerji  $\times B_{13}$  -yə bərabərdir. İfadədəki  $t$  zamanı yuxarı lazer səviyyəsini  $\tau_{21}$  yaşama müddəti ilə təyin olunacaq

$$\frac{U_{13}}{\tau_{21}} = P_{\min, dol.} = \frac{h\nu_{dol.} \cdot \Delta n \cdot V}{\tau_{21}} = U_{13} \cdot A_{21}.$$

$\Delta n$  incersiyasını işçi səviyyələr arasında saxlamaq üçün  $B_{13} h\nu_{13} = 5A_{21}$  minimal şərtidir.

Burada 5 itkilərlə bağlı əmsaldır.

$$\begin{aligned} P_{dol.} &= 5A_{21} h\nu_{dol.} \Delta n V = \\ &= 300 \text{ san}^{-1} \cdot 4.2 \cdot 10^{-12} \text{ erq} \cdot 0.5 \cdot 1.6 \cdot 10^{19} \text{ sm}^{-3} \cdot 10 \text{ sm}^3 = \\ &= 7.5 \text{ kWt}. \end{aligned}$$

$$P_{gener.} = P_{dol.} - P_{\min.}$$

$$\begin{aligned} P_{\min.} &= h\nu_{R_1} A_{21} n_E V t = \\ &= 2.9 \cdot 10^{-12} \cdot 300 \cdot 0.466 \cdot 10^{19} \cdot 10 = 4.5 \text{ kW}. \end{aligned}$$

$$P_{gen.} = 3 kWt .$$

Əslində  $P_{dol.}$ -in böyük olması rezonatordakı itkilərə görədir: udulmaya görə doldurma gücünü  $B_{13}h\omega_{13} = 10A_{21}$  -yə qədər və daha çox artırmaq lazım gəlir.

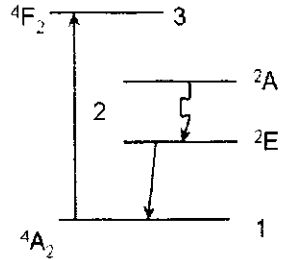
**27.** Yuxarı  ${}^2E$  səviyyəsi  ${}^2A$  -dən “qidalanır”. Hər iki səviyyəni statistik çökisi  $g_2 = 2$  olan bir səviyyə hesab etmək olar. Aşağı (əsas)  ${}^4A_2$  halı dörd səviyyəyə bölünür,  $g_1 = 4$ .  ${}^2E$  səviyyəsində hissəciklərin yığılması  $\tau_{21}$ -in böyük qiymətinə görə mümkündür. Bu yığılma prosesi o vaxta qədər davam edir ki,  $N_2$  astana qiymətindən böyük olsun. Generasiya

şərti  $N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \geq 0$ . Nəzərə alsaq ki,

$$N_1 + N_2 \approx N_0, \text{ alarıq:}$$

$$\begin{aligned} N_{2,savhəd} - N_1 \frac{g_2}{g_1} &= N_2 - (N_0 - N_2) \frac{g_2}{g_1} = \\ &= N_{2,savhəd} \left( 1 + \frac{g_2}{g_1} \right) - N_0 \frac{g_2}{g_1} \geq 0 \end{aligned}$$

$$N_{2,savhəd} \geq \frac{N_0 \frac{g_2}{g_1}}{1 + \frac{g_2}{g_1}} = \frac{N_0}{1 + \frac{g_2}{g_1}} = \frac{N_0}{3}, \quad (g_1 = 4, g_2 = 2).$$



Yaquut optik kvant generatorunda generasiya rejimində ikinci səviyyədə bütün fəal hissəciklərin sayının 1/3-dən az olmayaraq hissəcik olmalıdır. Rezonatorda itkilər artdıqca, generasiyanın astana qiymətlərini almaq üçün ikinci səviyyəyə daha çox sayda hissəcik keçirmək lazımdır. Generasiya əldə etmək üçün yaquut tərəfindən udulmalı olan enerjinin minimal qiyməti  $W_{min,dol.} \geq N_0 h\nu_{13}/3$ .  $Cr^{+3}$  ionunun konsentrasiyasının 0,05% qiymətində hissəciklərin sıxlığı

$N_0 = 1.6 \cdot 10^{19} \text{ sm}^{-3}$ -dir.  $\lambda_{dol.} = 0.56 \text{ mkm}$  hesab etsək  
 $W_{\min, dol.} \geq 2C / \text{sm}^3$ .

28. Əgər rezanatorda rəqslərin amplitudu  $A$  -dirsə, onda rezanatorda  $U$  - rəqs növünün enerjisi  $U \sim A^2$ , yəni,

$$U = A^2 = A_0^2 e^{-\frac{\omega}{Q}t}$$

burada  $A_0^2$   $t=0$  başlanğıc anındakı enerji,  $\omega/2\pi$  - keçidin tezliyi,  $Q$  - rezonatorun keyfiyyətliliyidir. Buradan

$$U = U_0 e^{-\frac{\omega}{Q}t}$$

$dt$  müddət ərzində itən enerji

$$dU = -\frac{\omega}{Q} U dt$$

Hər durğun dalğa özünə məxsus rəqs növünü (modanı) əmələ gətirir və onu iki qaçan dalğa şəklində göstərmək olar ki, bunların da hər birinin enerjisi  $U/2$ -yə bərabərdir.

Rezonatorda baş verən itkiləri araşdırıraq. Fərz edək ki, mühitdə udulma baş verir. Səpilməyə görə, yəni qeyri-rezonans udulmaya görə, bu mühitdə qaçan dalğa üçün itkilər

$$\Delta U' = \frac{U}{2} e^{-\beta L} - \frac{U}{2} = \frac{U}{2} [1 - \beta L - 1] = -\frac{U}{2} \beta L$$

olar. Burada kiçik itkilər halı üçün harda  $e^{-\beta L} = 1 - \beta L$  ayrılışından istifadə olunmuşdur.

Həmin dalğa üçün güzgülərin şüa buraxması keçirməsi hesabına olan itkilər

$$\Delta U'' = -\frac{U}{2} (1 - \gamma)$$

bərabərdir.

Rezonatoru keçid müddətində ( $t = \frac{L}{c}$ ) baş verən tam itkilər:

$$\Delta U = \Delta U' + \Delta U''$$

olar.

Vahid  $t$  anında qaçan dalğanın itirdiyi enerjinin orta qiyməti:

$$\frac{\Delta U c}{L} = \frac{c}{L} \left[ -\frac{U}{2} \beta L - \frac{U}{2} (1-r) \right] = -\frac{U c}{2L} [\beta L + (1-r)].$$

Durğun dalğanın  $dt$  müddətində itirdiyi enerji isə

$$2 \frac{\Delta U c}{L} dt = -\frac{U c}{L} [\beta L + (1-r)] dt$$

ifadəsi ilə təyin olunur. Lakin bu, mənasına görə birinci ifadə

( $dU = -\frac{\omega}{Q} U dt$ ) ilə eynidir:

$$dU = -\frac{\omega}{Q} U dt = -\frac{U c}{L} [\beta L + (1-r)] dt.$$

Deməli rezonatorun keyfiyyətliyi üçün alırıq

$$Q = \frac{\omega L}{c [\beta L + (1-r)]}.$$

Buradan  $\tau_r = \frac{Q}{\omega}$  sönmə müddətini, başqa sözlə fotonun rezonatorda yaşama müddətini tapmaq olar. Parametrlərin qiymətlərini yerinə qoysaq,

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2\pi\nu L}{c [\beta L + (1-r)]} = \frac{2\pi L}{\lambda [\beta L + (1-r)]} = \\ &= \frac{6.28 \cdot 100 \text{ sm}}{0.6 \cdot 10^{-4} \text{ sm} \cdot (0.001 \text{ sm}^{-1} \cdot 100 \text{ sm} + 0.05)} = \end{aligned}$$



$$= \frac{10^7}{\sim 0.15} = \frac{10^7}{0.2} = 7 \cdot 10^7,$$

$$\tau_r = \frac{7 \cdot 10^7 \cdot 0.6 \cdot 10^{-4} \text{ sm}}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ sm/san}} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ san}$$

alarıq.

**29.** Bildiyimiz kimi fəal mühiti olmayan boş rezonatorun məxsusi tezlikləri üçün yazmaq olar:

$$v_{mnq} = \frac{c}{2L} \left[ q + \frac{m+n}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 g_2} \right].$$

Burada  $m, n, q$  -tam ədədlər,  $g_{1,2} = 1 - L/R_{1,2}$ -dir. Tənliyi belə yazaq

$$v_{mnq} - \frac{c}{2L} q = \frac{c}{2L} \cdot \frac{m+n}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 g_2}.$$

$m = n = 0$  olduqda, uzununa

modalar üçün  $v_{00q} = \frac{c}{2L} q$  olar.

Uzununa modalar üçün tənliyin sağ tərəfi sıfıra bərabərdir.  
 $q = 0$  olduqda

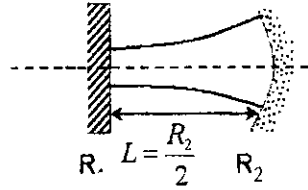
$$v_{mn} - v_{00} = \frac{c}{2L} \cdot \frac{m+n}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 g_2}.$$

a)  $m = 0, n = 1$  olduqda

$$v_{01} - v_{00} = \frac{c}{2L} \cdot \frac{1}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 g_2}.$$

$R_1 = \infty, g_1 = 1, R_2 = 100 \text{ sm}$  üçün

$$g_2 = 1 - \frac{50}{100} = 0.5.$$



Beləliklə, boş rezonator üçün

$$\nu_{01} - \nu_{00} = \frac{3 \cdot 10^{10} \text{ sm/c}}{250 \text{ sm}} \cdot \frac{1}{3.14} \arccos \sqrt{0.5} = 74.5 \text{ MHz.}$$

b) Məsələnin parametrləri ( $L = R_2/2$ ,  $R_1 = \infty$ ) rezonatorun yarımkonfokal növünə uyğun gəlir.

c) Şəkilə baxın.

30. Frcnel ədədi  $N = a^2 / \lambda L$  bu halda

$$N = \frac{(0.5)^2}{0,63 \cdot 10^{-4} \cdot 100} = 39.8$$

-a bərabərdir.

$N > 10$  olduqda bir keçid zamanı  $\alpha_{mn}$  difraksiya itkiləri üçün

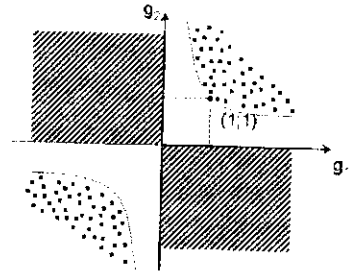
$$\alpha_{mn} = 5.23 \cdot 10^{-2} \lambda_n^{m+1} N^{-\frac{1}{2}},$$

münasibəti odənilir, harada,  $\lambda_n^{m+1}$  - birinci növ  $n$  tərtibli Bessel funksiyasının  $(m+1)$ -ci köküdür.

$m=0$ ,  $n=0$ , olduqda  $\lambda_0^1 = 2.40$ ,

$m=0$ ,  $n=1$  olduqda isə

$\lambda_1^1 = 3.83$ . Buradan



$$\alpha_{00} = 5.23 \cdot 10^{-2} \cdot 2.40 \cdot (-39.8)^{-\frac{1}{2}} = 1.2 \cdot 10^{-3} = 0.12\%,$$

$$\alpha_{01} = 5.23 \cdot 10^{-2} \cdot 3.83 \cdot (-39.8)^{-\frac{1}{2}} = 3.1 \cdot 10^{-3} = 0.31\%.$$

Beləliklə, əsas modanın ( $TEM_{00}$ ) bir keçiddə difraksiya itkiləri birinci tərtib eninə moda ( $TEM_{01}$ ) itkilərindən 2.5 dəfə kiçikdir. Belə müstəvi paralel rezonatora  $g$ -diaqramında,  $(1,1)$  nöqtə uyğundur, belə ki,  $g_1 = g_2 = 1$ . Rezonatorun parametrlərinin

kiçik dəyişməsi generasiyanın pozulmasına gətirir, belə ki, bu zaman itkilər kəskin artır.

31. Fərz edək ki,  $I$  - rezonatorla qaçan dalğanın intensivliyidir. Onda,  $P_{\text{çix.}} = T \cdot I$ ,  $T$  - güzgülərin buraxma əmsəlidir.

Məlumdur ki, lazerdə  $\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + I/I_0}$ ,  $\alpha_0$ -keçid üçün doymamış güclənmədir. Doyma səbəbindən güclənmə azalır və yuxarıda verilən münasibətlə təyin olunur. Generasiyaya stasionar rejim uyğun gəlir, yəni itkilər

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{I}{I_0}} = \beta + \frac{T_r}{L},$$

güclənməsinə bərabərdir. Burada itkilər bir keçiddə olan itkilərlə güzgülərdə baş verən itkilərin cəmindən ibarətdir. Alınan ifadədən tapırıq ki,

$$1 + I/I_0 = \frac{\alpha_0}{\beta + \frac{T_r}{L}}.$$

Deməli,

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\alpha_0}{\beta + \frac{T_r}{L}} - 1 = \frac{\alpha_0 - \beta - \frac{T_r}{L}}{\beta + \frac{T_r}{L}} = \frac{\alpha_0 - \beta - \alpha_m}{\beta + \alpha_m},$$

burada  $\alpha_m = T_m / L$ .

Nəticədə  $I = I_0 \left( -1 + \frac{\alpha_0}{\beta + \frac{T_r}{L}} \right)$  və çıxış gücü üçün

$$P_{\text{çix.}} = TI_0 \left( \frac{\alpha_0}{\beta + \alpha_m} - 1 \right) = I_0 L \alpha_m \left( \frac{\alpha_0}{\beta + \alpha_m} - 1 \right)$$

alırıq.  $T_{opt} - i \frac{\partial P}{\partial \alpha_m} = 0$  şərtindən tapırıq:

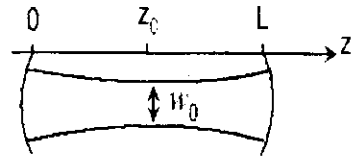
$$T_{opt} = L\alpha_{m,opt} = L(\sqrt{\alpha_0\beta} - \beta) = 10(\sqrt{0.001} - 0.01) = \\ = (0.033 - 0.01) \cdot 10 = 0.023 \cdot 10 = 23\%.$$

32. Məlumdur ki, dəstənin səpilmə bucağı  $\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}$  bərabərdir.

Burada  $w_0$  - dəstənin eninə minimal ölçüsüdür və

$$w_0^2 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right) \frac{L}{2} \text{ yaxud } w_0 = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\pi}}$$

münasibətilə təyin olunur. Buna dəstənin dartılması deyirlər. Dartılmanın koordinatını rezonatorun oxu boyunca  $z_0$ -la işarə edək (şəklə baxın),  $z_0 = L/2$ . Buradan konfokal rezonatorun əsas modasının səpilmə bucağı üçün alırıq



$$\theta = \sqrt{\frac{2\lambda}{L\pi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4} \text{ sm}}{200 \text{ sm} \cdot 3.14}} \approx 5.6 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 1.9'.$$

## FUNDAMENTAL FİZİKİ SABİTLƏR

Plank sabiti  $h = 6.626 \cdot 10^{-27}$  erq · san =  $6.626 \cdot 10^{-34}$  C · san

İşığın vakumdakı sürəti  $c = 3 \cdot 10^{10}$  sm/san =  $3 \cdot 10^8$  m/san

Bolsman sabiti  $k = 1.38 \cdot 10^{-16}$  erq/S =  $1.38 \cdot 10^{-23}$  C/K

Elektrik sabiti  $\epsilon_0 \approx 0.885 \cdot 10^{-11}$  F/m

Maqnit sabiti  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Hn/m

Protonun kütləsi  $m_p = 1.672 \cdot 10^{-24}$  q =  $1.672 \cdot 10^{-27}$  kq

Elektronun kütləsi  $m_e = 0.911 \cdot 10^{-27}$  q =  $0.911 \cdot 10^{-30}$  kq

Bor maqnetonu  $\mu_B = 0.927 \cdot 10^{-20}$  erq/Qs =  $0.927 \cdot 10^{-23}$  C/Tl

Nüvə maqnetonu  $\mu_N = 5.051 \cdot 10^{-24}$  erq/Qs =  $5.051 \cdot 10^{-27}$  C/Tl

## ƏDƏBİYYAT

1. Ф. Качмарек “Введение в физику лазеров”, М., Мир, 1981, 386с.
2. А. Мэйтленд, М. Данн “Введение в физику лазеров”, М., Наука, 1978, 408с.
3. О. Звелто “Физика лазеров”, М., Мир, 1984, 396с.
4. Л.В. Тарасов “Физические основы квантовой электроники”, М., 1976, 368с.
5. А. Ярив “Квантовая электроника”, М, Советское радио, 1980, 488с.
6. Я.И. Ханин “Динамика квантовых генераторов,” М., Советское радио, 1975, 496с.
7. Р. Пантел, Г. Путхоф, Основы квантовой электроники, М., Мир, 1972, 384с.
8. А.В. Успенский “Сборник задач по квантовой электронике”, М., Высшая школа, 1976, 176с.
9. R.C. Qasımova, R.Ə. Kərəməliyev “Kvant elektronikasının əsasları”, Bakı, BDU, 1991, 79s.
10. Г. Бейтмен, А. Эрдейи “Высшие трансцендентные функции,” М., Наука, 1973, 294с.

## MÜNDƏRİCAT

GİRİŞ.....	4
MƏSƏLƏLƏR.....	5
MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİ.....	18
ƏLAVƏLƏR FUNDAMENTAL FİZİKİ SABİTLƏR.....	62
ƏDƏBİYYAT.....	63
MÜNDƏRİCAT.....	64

**Kompüter t rtib iləri:**

**Kərimov B.A.  
Kərimov E.A.**

**Çapa imzalanmıřdır: 18.02.2008.**

**Formatı 60x84 1/16.**

**Həcmi 4,0  .v. Sayı 200.**

---

**«Bakı Universiteti» nəşriyyatı,  
Bakı  ., AZ 1148, Z.Xəlilov küçəsi, 23.**