

*BABAYEV ŞİXƏLİ ƏLİ-İKRAM OĞLU*

**RİYAZİ GEOLOGİYA**  
**BAKALAVR PİLLƏSİ ÜÇÜN**  
**DƏRS VƏSAİTİ**

Azərbaycan Respublikası  
Təhsil Nazirliyinin 482 №-li  
əmrilə (16. 06. 2005) təsdiq  
olunmuşdur

**BAKI 2006**

*Ş.Ə. Babayev, geologiya-mineralogiya elmləri doktoru*

## **RİYAZİ GEOLOGİYA**

550  
+ B13

Elmi redaktor:           AMEA müxbir üzvü, prof. Q.İ.Calalov  
Rəyçilər:                 AMEA müxbir üzvü, prof. H.V.Mustafayev  
                                  prof. H.Hüseynov

**Ş.Ə.Babayev.** Riyazi geologiya. Bakı, «El-Alliance», 2006, 311 s.

Kitab tədqiqatçıları riyazi tədqiq və modelləşdirmə obyektləri olan geoloji cisimlərin və proseslərin xüsusiyyətləri, riyazi metodlar vasitəsilə həll edilən geoloji məsələlərin spesifikasiyası, müxtəlif riyazi metodların imkanları və onların effuziv istifadə edilməsinə təsir edən amillərlə tanış etməyə xidmət edir.

Kitabda bir-, iki- və çoxölçülü statistik modellərin məğzi və tətbiq şəraiti, fəza geoloji qanunauyğunluqların riyazi təsvir metodları, geologiyada riyazi amillər və bir sıra başqa məsələlər nəzərdən keçirilmişdir. Bu zaman kompüterlərin geologiyanın müxtəlif sahələrində tətbiqinə xüsusi diqqət verilmişdir. Kitab geoloji məsələlərin həllinə xidmət edən statistik cədvəllər-qrafiklər ilə təmin edilmişdir.

Kitabdan ali məktəblərin geoloji ixtisaslı tələbələri, bakalavrlar, magistrlər, aspirantlar və geoloqlar dərslər vəsaiti kimi və iş prosesində istifadə edə bilərlər.

**BDU-nun  
Elmi Kitabxanası**

## GİRİŞ

Müasir zamanda elmin başqa sahələrində olduğu kimi, geologiyada da riyazi üsullar və kompyuterlər geniş tətbiq edilir.

Geologiyada eksperimentlər üçün çox az imkan olduğundan, burada əsas rolu müşahidələr oynayır. Bu müşahidələrin təhlilində isə riyazi üsulların və xüsusilə riyazi statistikanın çox böyük rolu vardır. Statistika məsələləri təsadüflük elementləri mövcud olan hər yerdə gizli və ya açıq halda rast gəlir. Buna görə də geoloqlar həmin məsələlər və onları həll etməyə imkan verən riyazi üsullar haqqında təsəvvürə malik olmalıdırlar. Qeyd etməliyik ki, rus dilində bu sahədə geniş ədəbiyyat olduğu halda, Azərbaycan dilində Babazadə V.M. və b. «Riyazi statistikanın geologiyada tətbiqi» (1991) və Bağırov B.Ə. və b. «Riyazi geologiyanın əsasları» (2001) adlı dərslər vəsaitindən başqa demək olar ki, heç bir dərslük və ya dərslər vəsaiti yoxdur.

Təbiət elmlərinin müasir inkişaf mərhələsində elmi-texniki tərəqqinin təsiri altında elmi eksperiment, alınan nəticələrin təhlili və ümumiləşdirilməsi metodlarının əhəmiyyətli dəyişməsi baş verir. Buna fundamental elmlərin genişlənmiş imkanları və həm də insan fəaliyyətinin müxtəlif növlərinin kompleks avtomatlaşdırılması və elektron-hesablama texnikasının sürətli inkişafı şərait yaradır. Son illərdə riyazi metodların təbiət elmlərinin bütün sahələrində geniş istifadə olunması, onların bəzi sahələrinin, məs., biologiya, meteorologiya və s. çox böyük müvəffəqiyyətlərinə səbəb olmuşdur. Geoloji elmlərin müvəffəqiyyətli inkişafı üçün mövcud elmi və texniki imkanlardan, o cümlədən riyazi metodlar və kompyuterlərdən tam istifadə etmək lazımdır.

[Hər hansı geoloji tədqiqat apardıqda məlumatların emalı, təhlili və ümumiləşdirilməsi üçün riyazi metodların tətbiqi zəruriyyəti getdikcə daha kəskin hiss olunur. Ölkənin geoloji idarələrində çox böyük həcmdə empirik material yığılmış və yığılmaqdadır. Bu material, onda yerləşən faydalı informasiyanı tam istifadə etmək üçün riyazi metodların və kompyuterlərin tətbiq olunmasını tələb edir.]

Bu deyilənləri nəzərə alaraq, müstəqilliyə yeni qədəm qoymuş ölkəmizin iqtisadiyyatının təməl daşı olan geologiya sahəsində riyazi üsulların tətbiqinə dair bir dərslük yazılmasına böyük ehtiyac vardır. Təqdim edilən kitabın yazılması da bu boşluğu müəyyən qədər doldurmaq məqsədinə xidmət edir.

Qeyd etməliyik ki, bu günə qədər riyazi metodların geologiyada tətbiq edilməsi sahəsində xeyli təcrübə əldə edilmişdir. Geoloji məsələlərin həllində müasir riyaziyyatın bir çox bölmələrinin istifadə edildiyi külli miqdar riyazi üsullar tətbiq edilir. Bunların içərisində ehtimal nəzəriyyəsi və riyazi statistika üsulları üstünlük təşkil edir. İlk geoloji məlumatın statistik emalından əlavə, faydalı qazıntı yataqlarının proqnozlaşdırma, axtarış, kəşfiyyat və qiymətləndirilməsi və həm də sadalanan məsələlərin informasiya təminatına dair məsələlərin həllində riyazi metodların tətbiqi sahəsində ən çox müvəffəqiyyət əldə edilmişdir.

Geologiyada riyazi metodların sonrakı inkişafı geoloji elmlərin ümumi tərəqqisindən asılı olaraq geologiya sahəsinin kompyuterləşdirilməsi və kompleks avtomatlaşdırılması ilə sıx bağlıdır.

Geoloji əlamətlərin təsvirində qeyri-parametrik metodların və fəza dəyişənlərinin təsviri üsullarının tətbiqi çox perspektivlidir. Geologiyada riyazi üsullar təkmilləşdikcə onların istifadə olunmasının əsas istiqamətləri sırasına geoloji proseslərin riyazi modelləşdirilməsi və geoloji informasiyanın yığılması, saxlanması, axtarışı, emalı və verilməsi proseslərinin optimallaşdırılması metodları daxil olacaqdır.



# FƏSİL I. GEOLOGİYADA RİYAZİ METODLARIN TƏTBİQ XÜSUSİYYƏTLƏRİ

## 1.1. Tədqiqat obyektini kimi geoloji əmələgəlmələrin və proseslərin spesifikasiyası

Geoloji proseslər və əmələgəlmələr əsasən onların öyrənilmə metodikasını müəyyənləşdirən spesifik xüsusiyyətlərə malikdir:

-geoloji proseslər fiziki, kimyəvi və bioloji təbiət hadisələri məcmuudur. Bunların arasında mürəkkəb səbəb-nəticə əlaqələri mövcuddur. Buna görə də geoloji əmələgəlmələrin xassələri bir sıra amillərdən asılı olub güclü dəyişkənlik ilə səciyyələnir, obyektlərin özü isə adətən çox mürəkkəb quruluşa malik olurlar;

-geoloji proseslər uzun müddətli, geoloji əmələgəlmələr isə böyük ölçülərə malikdir və yerin təkində gömülmüşlər ki, bu da bilavasitə müşahidə ilə onların tam və hərtərəfli öyrənilməsini qeyri mümkün edir.

Yer haqqında elmlərin tədqiq obyektlərinin mürəkkəbliyi, yekcins olmaması onları təbii sistemlər kimi nəzərdən keçirməyə məcbur edir. Sistem dedikdə bir-biri ilə müəyyən münasibətdə və əlaqədə olan elementlərin vəhdətini təşkil edən məcmuu başa düşülür.

(Geoloji proseslər dinamik sistemlər sinfinə aiddirlər, geoloji əmələgəlmələr isə geoloji proseslərin kiçik sürətlə baş verməsinə görə, əksər hallarda zaman ərzində xassələri sabit qalan statik sistemlər kimi baxıla bilər.

Dinamik geoloji sistemlərin elementləri kimi, geoloji prosesin gedişinə təsir edən ayrı-ayrı amillər (parametrlər), ya da nisbətən sadə təbii hadisələr (proseslər) çıxış edirlər ki, bunlara da daha mürəkkəb prosesin tərkib hissələri kimi baxılır. Məsələn, hidrotermal filiz əmələgəlmənin elementləri (parametrləri) temperatur, təzyiq, hidrotermal məhlulların kimyəvi tərkibi, filiz yerləşən süxurların fiziki xassələri və tərkibi və i.ə.-dir.

Süxurların və filizlərin elementləri onları təşkil edən mineral aqreqatları və minerallar, çökmə süxur qatlarında isə müxtəlif tərkibli horizontlar və laylardır. Əksər hallarda tədqiq olunan geoloji sistemin hər bir elementi də öz növbəsində sistemdir və hər hansı sistemə daha mürəkkəb sistemin elementi kimi baxıla bilər.

Mürəkkəb geoloji əmələgəlmələrdə adətən bir neçə müxtəlif miqyaslı səviyyələr ayırmaq olar. Məsələn, faydalı qazıntıların axtarışı və kəşfiyyatı təlimində yer təkinin minerallaşmış sahələrinin 12 müxtəlif miqyaslı səviyyəsi nəzərdən keçirilir. Tədqiqat miqyasından asılı olaraq bunlara aşağıdakılar aid ola bilər: mineralların kristallik şəbəkələrinin quruluş elementləri, faydalı mineralların dənələri və qırıntıları, faydalı qazıntıların məkanca ayrılmış lokal yığıntıları onların cisimləri, zolaqları, yataqları, daha iri taksonometrik vahidlər – filiz sahələri, düyünləri və rayonları, metallogenik vilayətlər və əyalətlər.

Beləliklə, faydalı qazıntıların təbii yığınlarının quruluşunun mürəkkəbliyi haqqında təsəvvürlər aparılan tədqiqatların detallığından asılıdır. Geoloji obyektlərin quruluşu (strukturu) hər struktur səviyyənin müxtəlif tərkibli hissələrinin elementlərinin forması, ölçüləri və qarşılıqlı yerləşməsi və həm də aşkar edilmiş struktur səviyyələrin sayı ilə müəyyən edilir. Məsələyə bu cür yanaşma nəinki verilmiş tədqiqat mərhələsində müşahidə edilən obyektlərin quruluşunun xüsusiyyətlərini və tərkibini miqdarca təsvir etmək imkanını təmin edir və həm də müşahidələr detallaşdıqca onların quruluşu barədə alınan yeni təsəvvürləri miqdarca təsvir etməyə imkan verir.

Sistem təlimi maddi aləmin tədqiqinin ən mühüm metodoloji prinsiplərindən biridir.

Geoloji əmələgəlmələr və geoloji proseslərin parametrləri sıçrayışla və ya səliss, ardıcıl dəyişə bilər. Buna görə də geoloji sistemlərdə ayrı-ayrı elementləri ayırmaq o qədər də asan deyildir. Çox zaman belə bölmə müəyyən dərəcə şərti aparılır. Çünki bu elementlərin aydın sərhəddi olmur. Müxtəlif geoloji proseslərin bir-birindən qarşılıqlı asılılığı ona gətirib çıxarır ki, geoloji sistemlər adətən real sərhədlərə malik olmurlar. Buna görə də onların açıq sistemlər sinfinə aid etmək lazımdır və bunların hərtərəfli tədqiqi zamanı nəinki təşkil edən elementlər arasındakı əlaqələri və həm də sistem ilə ətraf mühit arasındakı əlaqələri də nəzərə almaq lazımdır. Bununla belə, konkret praktiki məsələlərin əksəriyyətinin həlli zamanı xarici əlaqələri nəzərə almayıb geoloji obyektlərə qapalı sistem kimi baxmaq olar. Belə sistemlərə misal olaraq geokimyəvi və geofiziki sahələri, eyni yaşlı və tərkibli intruziyalar məcmularını, müəyyən süxurun şiflləri məcmuunu, şlix nümunəsində mineralların məcmuunu göstərmək olar. Geoloji məcmuun ayrılması prinsipi qarşıda qoyulan

ndir. Geoloji məcmunun öyrənilmə nəticələrindən yalnız  
ulları daxilində istifadə etmək olar, alınmış nəticələrin daha  
və ya dar çərçivə də obyektlərə və ya hadisələrə şamil  
edilməsinin düzgünlüyü xüsusi tədqiqatlarla əsaslandırılmalıdır.

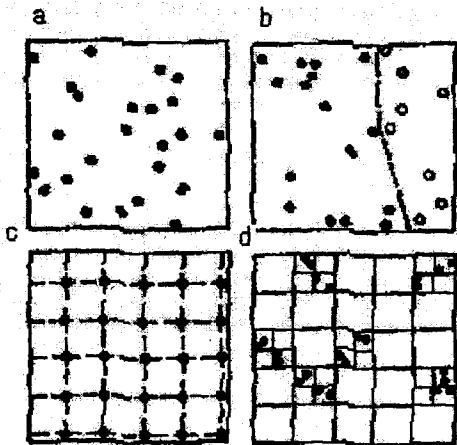
Məsələn, qızılın səpinti yatağının tədqiqi zamanı onun sənaye əhəmiyyətini qiymətləndirərkən (yatağın ehtiyatının hesablanması, qumlarda qızılın orta miqdarının təyini və s.) geoloji məcmunu qızılı qumların yalnız o həcmli təşkil edəcək ki, onlarda qızılın miqdarı onun emalının rentabelliyini təmin edən miqdardan artıq olsun. Bununla eyni zamanda qızılın daşınma sahəsini müəyyən etmək və onun mənbəini axtarmaq üçün səpintinin müxtəlif sahələrində və onun hüdudlarından kənar ayrı-ayrı qızıl dənələrinin forması və ölçüləri tədqiq edilir. Aydındır ki, sənaye əhəmiyyətli yataqlardakı qızılın orta miqdarını potensial qızılı çöküntülərin bütün həcminə aid etmək və allüvial çöküntülərdəki qızıl dənələrinin ölçülərinin tədqiqinin nəticələrini sənaye əhəmiyyətli yatağın qızılının granulometrik tərkibini səciyyələndirmək üçün istifadə etmək olmaz.

## 1.2. Geoloji obyektlərin tədqiq metodları 6

Geoloji əmələgəlmələri və prosesləri bilavasitə müşahidə etmək mümkün olmadığından geoloji tədqiqatlar təcrübəsində seçmə üsulu ilə təbii və süni çıxışların öyrənilməsi geniş yayılmışdır. Müşahidə aparılan lokal sahələr və götürülən nümunələrin nəticələri yer təkinin özlərindən müqayisə edilməz dərəcədə böyük olan sahələri və həcmələrinə şamil edilir.

Bununla əlaqədar olaraq lokal müşahidə məntəqələrinin yerləşdirilməsi, seçmə məlumatlarının sistemləşdirilməsi və onların yer təkinin həcmələrinə şamil edilməsi problemləri meydana çıxır.

Müşahidə nöqtələrinin yerləşdirilməsinin 3 əsas sistemi vardır. Bərabər, təsadüfi və çoxmərhələli sınaqlaşdırma. Bərabər sınaqlaşdırma ən geniş yayılmışdır. Bu zaman müşahidə nöqtələri tədqiq edilən obyekt müstəvisində düzgün həndəsi şəbəkə (şək. 1 c) üzrə yerləşdirilir. Belə sınaqlaşdırma eyni detallıqla obyektin bütün hissələrini tədqiq etməyə imkan verir. Buna görə o faydalı qazıntı yataqlarının axtarışı və kəşfiyyatında əsas yer tutur.



Şək.1. Müşahidə nöqtələrinin yerləşdirilməsi sistemləri.  
U.Krambeynə görə: a-təsadüfi, b-təsadüfi ayrılmış (obyekt iki yarım-məcmuya bölünmüşdür); v-bərabər (müntəzəm), q-çoxmərhələli .

Təsadüfi sınaqlaşdırma (şək.1 a, b) adətən tədqiq edilən xassənin məkan üzrə dəyişməsi qanunauyğunluqları tədqiqatçı maraqlandırmayanda və ya belə qanunauyğunluqların mövcud olmadığı həqiqətən məlumsa, həm də bərabər müşahidə şəbəkəsi yaratmaq mümkün olmayanda və ya çətin olanda tətbiq edilir. Məsələn, dağlıq yerdə geoloji xəritəalma işləri aparıldıqda nümunələr əsasən təbii çıxışlardan götürülür ki, onların da tədqiq olunan sahədə yerləşməsi təsadüfi hala yaxındır. Nəzarət analizləri üçün nümunə götürəndə də təsadüfi üsul tövsiyyə edilir.

Çoxmərhələli sınaqlaşdırma (şək.1 d) mürəkkəb geoloji obyektlərin xassələrini onların quruluşunun müxtəlif miqyaslı səviyyələrində öyrənmək üçün tətbiq edilir. Buna görə obyekt onun yekcins olmayan elementlərinə uyğun sahələrə bölünür və hər sahədə daha yüksək tərtibli elementar sahələrin müəyyən hissəsi sınaqdan keçirilir. Bunun hesabına bərabər sınaqlaşdırma ilə müqayisədə çoxmərhələli sınaqlaşdırmada müşahidələrin ümumi sayı xeyli azalır. Çoxmərhələli sınaqlaşdırma landşaft xəritələri tərtib olunarkən tətbiq

edilir. Əvvəlcə 1:500 000-1:200 000 miqyaslı kosmik fotoşəkillərin dəşifrləməsi nəticələrinə, landşaft tiplərinə görə ərazinin rayonlaşdırılması aparılır, sonra hər tip daxilində suayrıclarının, yamacların, çay dərələrinin və i.a. landşaftlarını ayırırlar.

Geoloji obyektlərin xassələri barədə eksperimental ədədi məlumatlar seçmə xarakter daşdığı üçün onlar tədqiq edilən xassələrin həqiqi miqdarı qiymətləri ilə üst-üstə düşmür. Hər hansı ölçmə işləri apardıqda və nümunələrin tədqiqi zamanı ölçü xətaları (sistematik və təsadüfi) eksperimental məlumatın və ya nümunələrin analizlərinin nəticələrini yer təkinin ətraf həcmələrinə şamil etdikdə isə geoloji analogiyaların xətalrı meydana çıxır.

### 1.3. Geoloji informasiyanın xarakteri

Geoloji obyektlərin və onların tədqiq üsullarının müxtəlifliyinə görə geoloji tədqiqatların nəticələri də çox müxtəlif xarakterli informasiyadan – təsviri (söz), qrafik (kartoqrafik) ədədi ibarət olur.

Son vaxtlara qədər geoloji informasiya keyfiyyət xarakterli olub, əsasən söz təsvirindən və rəsmlərdən ibarət idi. Ədədlər və ölçülər isə kiçik rol oynayır, əsasən illüstrativ funksiya daşıyırdı.

Geoloqların şəxsi təcrübəyə və intuisiyaya əsaslanan nəzəri nəticələri isə təbii hadisələrin və əmələgəlmələrin real xassələrini əks etdirməkdən əlavə müəyyən dərəcədə müəlliflərin subyektiv təsəvvürlərini də əhatə edirdi. Bu isə ona gətirib çıxarmışdır ki, geologiyada mövcud olan məfhumlar və təriflər çox vaxt qeyri-konkret, çoxmənalıdır. Geoloji ədəbiyyatda «mineral», «süxur», «formasiya» məfhumlarının onlarla, «fasiya» məfhumunun isə yüzdən çox tərfi vardır.

Geoloji obyektlərin xassələri barədə biliklərin ümumiləşdirilməsinin çox geniş yayılmış forması təsnifat və qruplaşdırmaadır. Lakin təsnifatların əksəriyyətinin əsasına keyfiyyət əlamətləri qoyulmuş və bu əlamətlərin toplusu və qrupların sayı müxtəlif təsnifatlarda müxtəlifdir. Məsələn, püskürmə süxurlarının mineral və kimyəvi tərkibinə görə bölmək üçün S.Mişel-Levi, Q.Rozenbum, F.Y.Levinson-Lessinq, P.Niqqli və A.P.Zavaritski tərəfindən təklif edilmiş ən azı 5 təsnifat istifadə edilir.

Birmənalı təyin olunmamış geoloji məfhumlar qrafik geoloji sənədlər – rəsmlər, kəsilişlər, planlar, xəritələr tərtib edilən zaman şərti işarələr üçün əsas götürülür və nəticədə kartoqrafik geoloji sənədlər də birmənalı olmur və çox vaxt eyni miqyasda eyni ərazi üçün müxtəlif illərdə müxtəlif tədqiqatçılar tərəfindən tərtib olunmuş xəritələr bir-birindən əhəmiyyətli dərəcədə fərqlənir.

Son illərdə həcmi xeyli artmış miqdarı (ədədi) geoloji informasiyanın da öz spesifik xüsusiyyətləri vardır. Seçmə metodu ilə öyrənilməsinə və geoloji obyektlərin mürəkkəbliyinə görə o, onların xassələrini tam və ölçülərin texniki xətalmasına görə həmişə kifayət qədər dəqiq əks etdirmir.

Geoloji obyektlərin bəzi xassələri bəzən müxtəlif ədədi xarakteristikalar ilə ifadə oluna bilər ki, bunun nəticəsində də müəyyən çoxmənalılıq yaranır. Məsələn, qum dənələrinin və çaqılların yuvarlanma dərəcəsinin tədqiqi onların daşınma xarakteri və daşınma mənbəyi barədə mülahizə yürütməyə imkan verir. Lakin yuvarlanma dərəcəsinin qiyməti kimi aşağıdakı kəmiyyətlər istifadə oluna bilər: qum dənəsinin və ya çaqılın ən iti ucunun ayrılik radiusunun onun orta radiusuna nisbəti; sərhəddin müstəviyə proyeksiyasında onun bütün bucaqlarının təpələrindən keçən maksimal dairələrin orta radiusunun bu proyeksiya daxilinə çəkilmiş ən böyük dairənin radiusuna nisbəti və i.a.

Faydalı qazıntılar tədqiq edilərkən kimyəvi elementlərin ümumi miqdarı, onların oksidlərinin sulfidlərinin və başqa kimyəvi birləşmələrinin miqdarı, faydalı komponentlərin daşıyıcısı olan mineralların miqdarı və ya filizlərin keyfiyyətinin başqa miqdarı göstəriciləri təyin edilə bilər. Filiz yataqlarının əksəriyyəti üçün daha çox kimyəvi elementlərin miqdarı, səpinti yataqları üçün faydalı mineralların miqdarı və bəzi yataqlar üçün kəskin təzadlı, texnoloji xassəyə malik metalların bəzi birləşmələrinin miqdarı istifadə edilir.

Hər bir geoloji məcmuya qarşı ona uyğun geoloji obyektlərin hər hansı xassələrinin ölçülməsi və ya tədqiqi nəticəsində alınmış miqdarı xarakteristikalar yığımı qoyula bilər. Bu cür yığım seçmə (statistik) məcmu adlanır.

Qoyulmuş geoloji məsələlərin düzgün həlli üçün geoloji və seçmə məcmuların nisbətlərinin birmənalı və dəqiq müəyyən edilməsinin prinsiplial əhəmiyyəti vardır.

Konkret geoloji məcmunu müəyyən etmək üçün hər şeydən əvvəl onun elementar tərkib hissələrini (yəni tədqiq edilən obyektləri) sonrakı ədədi ölçülərin sərhəddini və növlərini təyin etmək lazımdır.

Geoloji məcmuların obyektləri və sərhədləri tədqiqatın məqsədlərindən və məsələlərindən asılı olaraq geoloq tərəfindən müəyyən edilir. U.Krambeynə görə geoloji məcmuların elementar tərkib hissələrini 2 böyük qrupa bölmək olar: ilkin fərdlərin (obyektlər) və ya əsas obyektlərin yığımlarının əmələ gətirdiyi qruplar.

İlkin fərdlər (obyektlər) tərəfindən yaradılmış məcmulara qazıntı halında tapılan orqanizmlərin, şilxlərdə və ya şliflərdə olan mineralların məcmuları və b. aiddir. Hər bir obyekt üzrə bir, bir neçə xassə ölçülür və tədqiq edilən obyektlərin qruplaşmalarında orta qiymətlər təyin edilir. Obyektlərin yığımlarının əmələ gətirdikləri məcmulara nümunələrin məcmuları aiddir ki, bunlara görə fiziki-kimyəvi xassələr, onların qranulometrik tərkibi, faydalı və ya zərərli komponentlərin miqdarı və b. təyin edilir. Belə yığımlarda hər bir obyektin xassələrin orta qiymətləri müəyyən edilir. Bu qrup yığımların fərqləndirici xüsusiyyəti xassələrin ədədi xarakteristikasının nümunələrin ölçü və həcmindən asılı olmasıdır.

Geoloji təcrübədə dörd ölçü şkalası tətbiq edilir: nominal, sıra, interval və nisbi. Nominal şkala obyektlərin təsnifatı üçün tətbiq edilir. Bu şkalada onların xassələri eyni güclü qəbul edilir. Ədəd bu halda obyektlərin keyfiyyət əlamətlərinin kodu rolunu oynayır. Məsələn, süxurların rəngi: qırmızı-1, qara-2 və i.a.). Qazıntı halında tapılan orqanizmləri tiplərə də ayırmaq da nominal şkalaya misal ola bilər. Bunlardan bəzilərinin braxiopodlara, digərlərinin isə mollyusklara aid edilməsi heç də bu və ya digər qrupun nisbi qiymətinə və ya ölçülərin böyüklüyünə dəlalət etmir.

Sıra şkalası o hallarda tətbiq edilir ki, tədqiq edilən obyektləri və ya nümunələri hər hansı xassənin dəyişməsindən asılı olaraq müəyyən bir qaydada düzmək mümkün olsun. Lakin bu zaman bu xassənin dəyişməsindəki fərqi miqdarca qiymətləndirmək mümkün deyildir. Sıra şkalasına parlaq misal mineralların sərtlik (Moos) şkalasıdır. Bu şkalada rəngi artdıqca mineralların sərtliyi də artsa, qonşu səviyyələr arasındakı fərqlər müxtəlifdir. Almazın mütləq sərtliyi ilə (10-cu rəng) korundun (9-cu rəng) sərtliyi arasındakı fərq bütün başqa rənglər (1-dən 9-a qədər) arasındakı fərqdən böyükdür. Sıra şkalası süxurların metasomatik dəyişmə dərəcəsinin vizual

qiymətləndirilməsi zamanı (güclü-, orta-, zəifdəyişmiş süxurlar) və b. hallarda istifadə edilir.

İnterval şkalası o hallarda tətbiq edilir ki, obyektlərin bir sinfindən digərinə keçid intervalı bərabər olsun, lakin mütləq sıfır nöqtəsi məlum olmasın (məsələn, müxtəlif sıfır nöqtələri olan temperatur şkalası – Selsiyə, Reomyura və b. görə). Nisbi şkala geoloji obyektlərin xassələrinin onlar miqdarca qiymətləndirilə bilən hallarda ölçülməsi üçün istifadə edilir. O ölçmənin ən yüksək şkalası olub, sıfır nöqtəsinin dəqiq bilinməsini tələb edir. Nisbi şkalanın ədədləri ilə faydalı qazıntı cisimlərinin qalınlıqlarının ölçülməsi, nümunələrin kimyəvi analizlərinin nəticələri və s. ifadə edilir.

#### 1.4. Geologiyada modelləşdirmə

Maddi sistemlər, tədqiqat obyektləri kimi yaxşı və pis təşkil olunmuş sistemlərə bölünür. Yaxşı təşkil olunmuş sistemlər aralarında dəqiq təyin edilmiş və birmənalı asılılıqlar olan məhdud sayda elementlərdən ibarətdir. Belə sistemlərə ən sadə kimyəvi və fiziki prosesləri, mexanizmləri və cihazları və i.a. aid etmək olar. Onların xassələri və halları fizika və kimya qanunlarının köməyi ilə miqdarca təsvir edilə bilər. Pis təşkil olunmuş sistemlərə halına və xassələrinə bir çox amillər təsir edən mürəkkəb təbii obyektlər və hadisələr aiddir. Canlı orqanizmlər və onların biosenozları və həm də Yer haqqında elmlərin tədqiq etdiyi obyektlərin əksəriyyəti pis təşkil edilmiş sistemlərdir.

Pis təşkil olunmuş sistemlərin əsas tədqiq metodu modelləşdirmədir. Bu zaman bilavasitə tədqiq edilən obyekt onun sadələşdirilmiş analoqu – modellə əvəz edilir. Modellərin xarakterinə görə maddi və işarə (informasiya) modelləşdirməsini ayırırlar.

Əgər tədqiqat obyektin müəyyən hündəsi, fiziki, dinamik və ya funksional xarakteristikasını əks etdirən model üzərində aparılırsa, bu maddi modelləşdirmə adlanır.

İşarə modelləşdirməsi zamanı model kimi hər hansı dildə deyilmiş və ya yazılmış fikirlər, sxemlər, çetryojlar, düsturlar istifadə edilir.

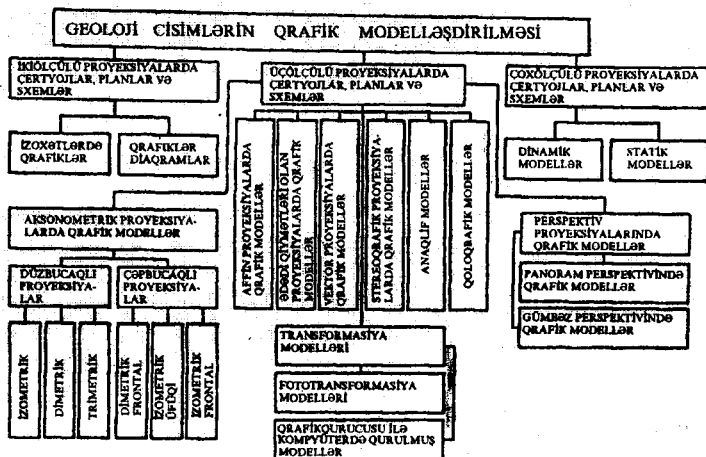
Maddi modelləşdirmə eksperimental geotektonika, petrologiya, geokimya, mineralogiyada, yataqların sənaye qiymətləndirilməsində



laboratoriya və yarımənaye nümunələrinə görə filizlərin texnoloji xüsusiyyətlərini öyrənmək üçün tətbiq edilir. Bütün bunlara baxmayaraq Yer haqqında elmlərdə aparıcı rolu işarə modelləşdirməsinin müxtəlif metodları oynayır. İnformasiyanın karakterinə görə onları söz, qrafik və riyazi modellərə bölmək olar.

Söz modellərinə bütün geoloji fənnlərin zəngin olduğu küllü miqdar təsnifatları, məfhum və tərifləri aid etmək olar. Qrafik modellərə bütün müxtəlif qrafik geoloji sənədləri – xəritələri, planları kəsiləşləri və i.a. aid etmək lazımdır. Çünki onlar yer qatının real obyektlərinin xassələrini sadələşdirilmiş və təxmini əks etdirirlər. Buna misal olaraq şəkil 2-də qrafik modelləşdirmə metodlarının təsnifatı verilmişdir (İstratov, 1990).

Riyazi modellər kimi geologiyada geoloji əmələgəlmələrin xassələrinin və ya geoloji proseslərin parametrlərinin dəyişməsinin qarşılıqlı əlaqəsini və qanunauyğunluqlarını təsvir edən rəqəmlər və düsturlar istifadə edilir.



Şəkil 2. Qrafik modelləşdirmə metodlarının təsnifatı

## 1.5. Geoloji-riyazi modellərin tipləri

Riyazi modelin qurma prinsipinə görə statik və dinamik modelləşdirməni ayırırlar.

Statik modelləşdirmə empirik məlumatın induktiv ümumiləşdirilməsi əsasında seçmə üsulu ilə tədqiqatın nəticələrinə görə tədqiq olunan obyektlərin xassələrinin riyazi təsvirindən ibarətdir.

Dinamik modelləşdirmə deduktiv metodun üsullarından istifadə edir. Bu zaman konkret obyektlərin xassələri, bu xassələri müəyyən edən struktur və qanunlar barədə ümumi təsəvvürlərdən təyin edilir.

İndiki zamanda əsasən statik modelləşdirmədən istifadə edilir. Bu geoloji proseslərin mürəkkəbliyi və müxtəlifliyindən və həm də onları hətta ən ümumi şəkildə təsvir etməyin çətinliyindən irəli gəlir. Statik modelləşdirmə aşağıdakı mərhələlərdən ibarətdir:

-geoloji informasiyanın tədqiqat üçün əlverişli şəkildə salınması;

-tədqiq olunan obyektlərin xassələrinin kütləvi və müəyyən dərəcədə təsadüfi ölçmələrində qanunauyğunluqların aşkar edilməsi;

-aşkar edilmiş qanunauyğunluqların riyazi təsviri (riyazi modelin tərtibi);

-alınmış miqdari xarakteristikaların konkret geoloji məsələlərin həlli üçün istifadə olunması – geoloji hipotezlərin yoxlanılması, obyektin sonrakı tədqiqat metodlarının seçilməsi və i.a.

-obyektin seçmə metoduna görə tədqiqinə əsasən qoyulmuş məsələnin həllində ola biləcək səhvlərin ehtimalının qiymətləndirilməsi.

Dinamik modelləşdirmə əsasında geoloji məsələlərin həlli ardıcılığı başqadır. Tədqiq edilən obyektin genezisi barədə ümumi mülahizələrə görə onun əmələ gəlməsinin nəzəri riyazi sodeli qurulur. Bu modeldə həmin prosesin yekun nəticəsinə, yəni obyektin xassələrinə təsir edən əsas amillər nəzərə alınır. Prosesin parametrləri məlum olmadığından belə model adətən ən ümumi şəkildə təklif oluna bilər.

Bu parametrlər müxtəlif variantların nəzərdən keçirilməsi və prosesin nəzəri reallaşdırmaları obyektin empirik yolla təyin olunmuş faktik xassələri ilə müqayisəsi yolu ilə müəyyən edilir. Dinamik modelləşdirmə böyük həcmli mürəkkəb hesablamalar tələb etdiyindən

o yalnız EHM vasitəsilə aparıla bilər. Riyazi modellər tədqiq edilən obyektlərin xassə və parametrləri arasında əlaqənin xarakterinə görə determinik və statistik modellərə bölünürlər.

Determinik modellər argument və asılı dəyişmələr arasında funksional əlaqələri əks etdirirlər. Geoloji obyektlərin modelləşdirilməsində determinik modellər az istifadə olunur. Bu onunla izah edilir ki, determinik modellər real hadisələrə az uyğun gəlir.

Tərkibində heç olmasa bir təsadüfi dəyişən komponent olan riyazi ifadələr statistik modellər adlanır. Bunlar riyazi modelləşdirmə məqsədləri üçün geniş istifadə edilir, çünki onlar eksperiment məlumatının təsadüfi dəyişməsini yaxşı nəzərə alır.

Geologiyada istifadə edilən bütün georiyazi modellər iki qrupa bölünür: şərti olaraq əsasən ehtimal nəzəriyyəsi və riyazi statistikanın riyazi aparatından istifadə edən modelləri birinci – statistik modellər qrupuna, geoloji obyektlərin xassələrini məkan dəyişənləri kimi nəzərdən keçirən modelləri isə ikinci qrupa aid edirlər.

Eyni zamanda nəzərdən keçirilən xassələrin miqdarına görə statistik modellər birölçülü, ikiölçülü və çoxölçülü ola bilər. Statistik modellər adətən aşağıdakı məqsədlər üçün istifadə edilir:

-seçmə məlumatına görə geoloji obyektlərin xassələrinin ən etibarlı qiymətlərinin alınması;

-geoloji hipotezlərin yoxlanması;

-geoloji obyektlərin xassələri arasında asılılıqların üzə çıxarılması və təsviri;

-geoloji obyektlərin təsnifatı;

-seçmə məlumatının verilmiş dəqiqliklə geoloji obyektlərin xassələrinin qiymətləndirilməsi üçün tələb olunan həcmnin müəyyən edilməsi.

İkinci qrup modellərində güman edilir ki, geoloji obyektlərin xassələri ölçü nöqtəsinin koordinatlarından asılıdır və bu xassələrin fəzada dəyişməsində müəyyən qanunauyğunluqlar vardır.

Fəza geoloji dəyişənlərinin modelləri aşağıdakılarla bağlı olan məsələlərin həlli üçün istifadə edilir:

-geoloji obyektlərin bir-birinə nisbətən yerləşmə qanunauyğunluqları barədə hipotezlərin yoxlanması;

-geoloji əmələgəlmələrin formalaşma proseslərinin xarakteri barədə hipotezlərin yoxlanması;

-geoloji və geofiziki sahələrdə anomaliyaların ayrılması;

-geoloji obyektlərin, onların daxili quruluşunun xüsusiyyətlərinə görə təsnifatı;

-geoloji obyektlərin hüdudlandırılması zamanı interpolasiya və ekstrapolyasiya üsullarının tərkibi;

-geoloji obyektlərin tədqiqi vaxtı müşahidə şəbəkəsinin optimal sıxlığı və formasının seçilməsi.

## 1.6. Geoloji-riyazi modelləşdirmənin prinsipləri və metodları

Riyazi modelləşdirmə əsasında geoloji məsələlərin həlli mürəkkəb bir prosesdir. Bu prosesdə aşağıdakı mərhələləri ayırmaq olar:

-geoloji məsələnin formaləşdirilməsi;

-geoloji məcmunun təyin edilməsi, yəni geoloji obyektin hüdudlarının və ya geoloji prosesin vaxt intervalının müəyyən edilməsi;

-qoyulmuş məsələ çərçivəsində obyektin əsas xassələrinin və ya prosesin parametrlərinin müəyyən edilməsi;

-tədqiqat metodlarının xüsusiyyətlərini nəzərə almaqla geoloji məcmudan sınaq və seçmə məcmuuna keçid;

-riyazi modelin tipinin seçilməsi;

-seçilmiş riyazi model çərçivəsində riyazi məsələnin formaləşdirilməsi;

-riyazi məsələnin həlli metodunun seçilməsi;

-obyektin riyazi modelinin parametrlərinin hesablanması əsasında riyazi məsələnin həlli;

-geoloji məsələyə nəzərən alınmış nəticələrin interpretasiyası;

-modelin və obyektin adekvat olmasına görə yaranan bilən xətanın ehtimalının və miqdarının qiymətləndirilməsi.

Geoloji-riyazi modelləşdirmə əsasında məsələlərin həllində son nəticənin həqiqiliyi hər mərhələdə qəbul edilən qərarların düzliyündən asılıdır. Bu mərhələlərin əksəriyyətində qərarlar geoloji məsələlərin xüsusiyyətlərinə və geoloji obyektlərin xassələrinə əsaslanaraq çıxarıldığından, onlar tamamilə geoqoqun səlahiyyətinə aiddirlər. Riyaziyyatçı ancaq riyazi məsələnin həlli metodunun seçilməsində geoqoqa əhəmiyyətli kömək edə bilər. Riyazi metodların geologiyada tətbiqinin çoxillik təcrübəsi göstərir ki, burada buraxılan səhvlərin

əksəriyyəti geoloqların zəif riyazi biliyindən yox, geoloji obyekt və məsələlərin spesifikasının nəzərə alınmamasından irəli gəlirdi.

Bəzi geoloqlar (Y.A.Voronin, E.E.Fotiadi və b.) belə hesab edirlər ki, müasir riyaziyyatın və hesablama texnikasının bütün imkanlarından tam istifadə etmək üçün əvvəlcə mövcud geoloji məfhumları və təsəvvürləri formallaşdırmaq, yəni onları təbii danışiq dilindən formallaşdırılmış maşın dilinə keçirmək lazımdır.

Bu isə əslində yeni geologiya elminin yaradılması deməkdir, çünki onların fikrincə geologiyanın müasir müddəaları riyazi metodların və kompyüterlərin geologiyada effektiv tətbiqi üçün əsas ola bilməz.

Bir çox geoloqlar eksperimental məlumatın riyazi metodlarla emalı və ümumiləşdirilməsini müasir geoloji məfhumlar və təsəvvürlər çərçivəsində, yəni təsviri məqsədlərlə, aparmağı məqsəduyğun hesab edirlər.

Fikrimizcə riyazi metodların geologiyada tətbiqi zamanı onlar həll edilən geoloji məsələlərin spesifikasına uyğun təkmilləşməli, formallaşdırmaya isə bütün geologiya elmi yox, yalnız qoyulan məsələyə uyğun olaraq bilavasitə müşahidə obyektləri məruz qalmalıdır.

## FƏSİL II. BİRÖLÇÜLÜ STATİSTİK METODLAR

### 2.1. Statistik modellərin məzmunu və tətbiq şəraiti

Statistik modelləşdirmənin əsasında 2 məfhum durur, baş məcmu – tədqiq edilən obyekt və ya hadisənin müəyyən əlamətinin ala biləcək qiymətlər çoxluğu və seçmə-əlamətin müşahidə edilmiş qiymətlər məcmuu.

Statistik modelləşdirmə zamanı güman edilir ki, seçmə məcmu kütləvilik, eynicinslilik, təsadüfilik və müstəqillik tələblərinə cavab verir.

Kütləvilik şərti ondan irəli gəlir ki, statistik qanunauyğunluqlar yalnız kütləvi hadisələrdə özünü büruzə verir və buna görə seçmə məcmunun həcmi kifayət qədər böyük olmalıdır. Empirik olaraq təyin edilmişdir ki, statistik qiymətlərin etibarlılığı seçmənin həcmi 60-dan 20-30 qədər azaldıqda kəskin aşağı düşür və daha az müşahidələr üçün isə əksər hallarda statistik metodların tətbiqinin mənası olmur. Geoloji, geokimyəvi, geofiziki planalma zamanı müşahidələrin sayı çox olduğundan kütləvilik şərtinə riayət olunur. Lakin faydalı qazıntı yataqlarının kəşfiyyatı prosesində hər bir müşahidə üçün adətən xüsusi dağ qazmasının aparılması və ya quyunun qazılması tələb olduğundan, geoloq tez-tez kiçik seçmələr ilə işləməli olur. Bu isə müəyyən çətinliklərin ortaya çıxmasına səbəb olur, çünki belə şəraitdə bir çox statistik qiymətlərin xassələri kifayət qədər öyrənilməmişdir. Bununla əlaqədar olaraq seçmənin minimal tələb olunan həcminin təyininə ayrı-ayrı konkret məsələlərin həlli ilə əlaqədar baxılır.

Eynicinslilik şərti ondan ibarətdir ki, seçmə məcmu bir obyektə mənsub olan və eyni üsulla yerinə yetirilmiş müşahidələrdən ibarət olmalıdır, yəni nümunələrin sabit ölçüsü, ölçü və ya analiz metodu sabit olmalıdır. Bu şərtin pozulması tədqiq edilən geoloji məcmunun həddlərinin təyin edilməsi zamanı buraxılan xətlər və ya tədqiqatların aparılmasının texniki və ya təşkilatı mürəkkəbliyi ilə əlaqədar ola bilər. Təsadüfilik şərti ayrı-ayrı seçmə müşahidəsinin nəticəsinin əvvəlcədən dəqiq qiymətləndirilə bilinməməsini nəzərə alır. Bütün geoloji tədqiqatlarda təsadüfilik elementi vardır. Lakin təsadüfilik şərti o vaxt ciddi yerinə yetirilir ki, tədqiq edilən xassənin ölçülməsinin aparılması və nümunələrin götürülmə yerləri, bu xassəni səciyyələndirən kəmiyyət ilə hər hansı yolla əlaqədar olmasın. Bu

geoloji kəşfiyyat işləri təcrübəsində adətən müşahidələrin bərabər şəbəkə üzrə aparılması hesabına əldə edilir. Lakin geoloji əmələgəlmələr təbii çıxışlar üzrə öyrəniləndə bu şərt pozula bilər. Bundan əlavə təsadüfilik şərti nümunələrin götürülməsi və ya ölçülərinin aparılması zamanı subyektivliyə yol verildikdə də pozula bilər.

Geoloji-kəşfiyyat işlərinin aparılması prosesində çox vaxt ən maraqlı və ya perspektiv sahələrdə müşahidə şəbəkəsinin sıxlaşdırılması lazım gəlir. Bu sahələrdə geoloji obyektlərin xassələri qalan ərazidəkindən xeyli fərqlənə bilər. Ona görə də təsadüfilik şərtinə əməl etmək üçün detallaşdırma sahəsi üzrə müşahidələrin nəticələrini müstəqil seçmə məcmuyə ayırmaq lazımdır.

Müstəqillik şərtinə görə hər bir müşahidənin nəticələri özündən əvvəlki və sonrakı müşahidələrdən, sahə və ya həcm üzrə müşahidələr aparılırsa isə məkanın koordinatlarından asılı deyildir.

## 2.2. Seçmə üsulu və ilkin məlumatların qruplaşdırılması

Obyektlər üzərində aparılan müşahidələr tədqiq edilən məcmunun bütün üzvlərini və ya onların bir hissəsini əhatə edə bilər. Birinci halda müşahidə tam, ikinci halda isə qismən və ya seçmə adlanır. Tam müşahidə öyrənilən obyektlər barədə seçmə müşahidəyə görə müfəssəl məlumat verir, lakin bunun üçün böyük əmək və vaxt sərf edilir və bu işi bəzən praktiki olaraq aparmaq mümkün deyildir. Buna görə də əksər hallarda nəzərdən keçirilən məcmunun bir hissəsi tədqiq edilir və ona görə də bütün məcmu barədə fikir yürüdülmür.

Tədqiq olunmaq üçün bir hissəsi götürülən məcmu əsas məcmu, götürülən hissə isə seçmə məcmu adlanır. Əsas məcmunun həcmi  $N$  hərfi ilə işarə edilir və o nəzəri olaraq heç bir şeylə məhdudlanmış ( $N \rightarrow \infty$ ).

Seçmənin həcmi  $n$  ilə göstərilir. O böyük və kiçik ola bilər. Lakin 2 vahiddən az olubilməz. Seçmə üsulu daha az vaxt və əmək tələb edir və o tam öyrənilməsi mümkün və ya məqsədəuyğun olmayan məcmular barədə məlumat almağa imkan verir.

**Seçmənin reprezentativliyi.** Seçmə metodunun köməyi ilə həll edilən əsas məsələ ondan ibarətdir ki, əsas məcmunun vəziyyəti barədə bu və ya digər dərəcədə dəqiq mülahizə yürütməyə imkan verən informasiya əldə edilsin. Seçmə əsas məcmunun strukturunu mümkün

qədər tam əks etdirmək üçün kifayət qədər reprezentativ və ya mötəbər olmalıdır. Seçmənin reprezentativliyi randomizasiya (ing.random-təsadüf) və ya əsas məcmudan variantların təsadüfi seçilməsi üsulu ilə əldə edilir ki, bu da əsas məcmunun bütün üzvlərinin seçmənin tərkibinə daxil olması üçün bərabər imkanı təmin edir.

Variantların əsas məcmudan seçilməsinin 2 əsas üsulu var: təkrar və təkrarsız. Təkrar seçmədə seçilmiş vahid qeyd ediləndən sonra yenidən əsas məcmuya qaytarılır, təkrarsız seçmədə isə hər seçilmiş vahid bir dəfə qeydə alınır.

Təsadüfi seçməni seçmənin tərkibinə subyektiv təsiri tamamilə kənar edən təsadüfi ədədlər cədvəli (əlav. cədv. 4) vasitəsilə də aparmaq olar.

Bu cədvəldən necə istifadə edilir? Tutaq ki, bizim sərəncamımızda 120 analiz vardır və biz bunlardan onunu tədqiqat üçün seçməliyik. Seçmənin doğrudan da təsadüfi olması üçün biz bu analizləri 1-dən 120-yə qədər nömrələməliyik. Sonra cədvəldə 120-dən artıq olmayan 10 ədəd tapırıq. Bunun üçün dörd rəqəmli cədvəldən (əlavələr, cədv.1) istifadə etdikdə cədvəlin hər sütununda olan ədədlərin birinci üç rəqəmini nəzərə almağı şərtləşirik (başqa şərt də qoymaq olar). Bu zaman birinci sütunda 90 və 91 rəqəmlərini (bax 0905 və 0912), ikinci sütunda 47 və 41 (0470 və 0412), üçüncü sütunda 62, 84, 50 və 31 və nəhayət dördüncüdə qalan 39 və 87 ədədlərini tapırıq. Beləliklə, tələb olunan analizlərin nömrələrini tapırıq: 90, 91, 47, 41, 62, 84, 50, 31, 39, 87. Randomizasiya prinsipi əsas məcmudan planlı seçməni inkar etmir. Planlı seçmənin aşağıdakı növləri vardır: 1) tipik və ya qrup; 2) seriya; 3) mexaniki.

Tipik seçmədə əsas məcmu əvvəlcə tipik qruplara (sahələrə, rayonlara) bölünür və sonra hər bir qrupdan təsadüfi üsulla eyni və ya mütənasib sayda vahidlər seçilir və onlar seçmə məcmuda birləşdirilir və statistik analiz edilir. Seriya üzrə seçmədə əsas məcmu seriyalara (qruplara) bölünür. Sonra tədqiqatçının istəyinə görə bu seriyaların ümumi sayından lazımı qədər seriyalar seçilir. Bu seriyalardakı müşahidələrin sayı bərabər olmaya da bilər. Mexaniki seçmə zamanı əsas məcmu bir neçə bərabər hissəyə və ya qrupa bölünür və hər qrupdan təsadüfi yolla bir nümunə seçilir. Seçmənin ən reprezentativ olması üçün variantların düzgün təşkil edilmiş seçilməsi ilə bərabər



əlamətin variasiyasının vüsətinə\* (dəyişmə amplituduna) diqqət yetirmək və onunla seçmənin həcmi uyğunlaşdırmaq lazımdır. Çünki dəyişmə amplitudu geniş olduqca, seçmənin həcmi də bir o qədər böyük olmalıdır. Seçmənin həcmi kiçik, dəyişmə amplitudu isə böyük olsa, onun reprezentativliyi azalır.

Seçmə metodunun tətbiq edilməsində reprezentativliyin təmin olunmasına görə alınmış fiaskoya ən parlaq misal 1936-cı ildə «Literary Digest» jurnalı tərəfindən aparılmış sorğudur (Kimbl, 1982). Jurnalın redaksiyası 10 mln bülleten göndərərək, onları almış adamlardan növbəti prezident seçkisi üçün respublika partiyasının namizədi A.Lendon və demokrat F.Ruzveltdən hansına səs verəcəkləri barədə cavab vermələrini xahiş etmişdi. 2 milyondan çox doldurulmuş bülleten geri qaytarılmışdı. Sorğunun jurnalda dərc edilmiş nəticələri göstərirdi ki, noyabrda (prezident seçkisi ABŞ-da noyabr ayında keçirilir). A.Lendon prezident olacaqdır. Lakin noyabrda böyük üstünlüklə F.Ruzvelt qalib gəldi. Ona seçicilərin 60%-dən çoxu səs vermişdi. Sorğunun belə səhv nəticə verməsi ondan irəli gəlirdi ki, bülletenlər jurnalın abunəçilərinə və avtomobil sahiblərinə göndərilmişdi. Beləliklə, seçmədə Ruzveltə səs verməyə hazırlaşan daha kasıb adamların sayı az idi.

Obyektlər üzərində müşahidələr eyni zamanda bir neçə əlamət üzrə aparılır ki, bu da mümkün qədər tam məlumat yığılmasına imkan verir.

İlkin sənədlərdə olan faktiki materialın emal edilməsi üçün o nizama salınmalı, sistemləşdirilməlidir ki, bu da qruplaşdırma adlanır.

İlkin məlumatın qruplaşdırılması onun hansı məqsədlə və hansı əlamətlər üzrə aparılmasından asılı olaraq müxtəlif ola bilər. Qruplaşdırmanın ən qənaətbəxş forması statistik cədvəllərdir.

Bir əlamət üzrə aparılan qruplaşdırma sadə, çox əlamət üzrə qruplaşdırma isə mürəkkəb qruplaşdırma adlanır. Ən sadə cədvəllər alternativ qruplaşmada alınır. Bu zaman seçmə məcmunun üzvlərinin bir qrupu digərinə qarşı qoyulur. Məsələn, rəngli-rəngsiz, hündür-əlçağa və s.

Məsələn, Şotlandiyada Skay rayonunda 90 məntəqədə porfiroblast qneyslər üzərində müşahidə aparılmışdır (Çini, 1986). Hər bir məntəqədə qneyslərin tərkibində kvars, çölşpatı əsas kütləsində

---

\* rus dilində - pazmax

porfiroblastlar şəklində hornblend, biotit və qranat minerallarından heç olmasa biri iştirak edir.

Fərz edək ki, biz bu məntəqələrdə hornblend və biotitin bir-birinə görə yayılmasını göstərmək istəyirik. Onda əgər hər məntəqədə hornblendin olmasını biz H, olmamasını h, uyğun olaraq biotitin olmasını B və olmamasını b işarə etsək, onda cədvəl aşağıdakı şəkil alar.

Cədvəl 1

Porfiroblast qneyslərdə hornblend və biotitin yayılması

		Biotitin olması	Biotitin olmaması	Sətir üzrə cəm
		B	b	
Hornblend olması	H	15	48	63
Hornblend olmaması	h	18	9	27
Sütun üzrə cəm		33	57	N=90

Bu sadə cədvəlin analizi göstərir ki, burada biotit və hornblendin birlikdə (HB) rast gəldikləri məntəqələrin sayı 15, təkcə hornblend rast gələn məntəqələrin sayı – 48(Hb), təkcə biotit rast gələn məntəqələrin sayı 18 (Bh) və biotit və hornblendin heç birinin rast gəlmədiyi (bh) məntəqələrin sayı isə 9-r. Bundan əlavə biotit 33 məntəqədə, hornblend isə 63 məntəqədə rast gəlir. Belə cədvəllər (2x2) dördsahəli cədvəllər adlanır. Sahələrin sayı çox olduqda daha mürəkkəb cədvəllər alınır.

Variasiya edən əlamətlər arasında əlaqəni araşdırarkən seçmə məlumatlarının qruplaşdırılması da mürəkkəb qruplaşmaya aiddir. Bu zaman əlamətlərin ədədi qiymətləri onların təkrarlanmasını nəzərə alınaraq korrelyasiya cədvəlində qruplaşdırılır. Belə qruplaşmaya Qaltonun valideynlərin boyu ilə onların yetkin uşaqlarının boyu arasında müsbət əlaqəni göstərən klassik məlumatını misal gətirmək olar (cədv.2).

Geoloqlar üçün ilkin məlumatın statistik sıralarda qruplaşması xüsusi maraqlıdır. Bu sıralarda əlamətin ədədi qiymətləri müəyyən qaydada düzülür. Bu sıraların içərisində variasiya sıraları ən çox işlənilir.

Cədvəl 2

Valideynlərin boyu ilə uşaqların boyunun müqayisəsi  
(Lakin 1980)

Valideynlərin boyu, sm	Uşaqların boyu, sm								Cəm
	60.7	62.7	64.7	66.7	68.7	70.7	72.7	74.2	
74							4		4
72			1	7	11	17	20	6	62
70	1	2	21	48	83	66	22	8	251
68	1	15	56	130	148	69	11		430
66	1	15	19	56	41	11	1		144
64	2	7	10	14	4				37
Cəm	5	39	107	255	287	163	58	14	928

Tədqiq olunan məcmunun vahidlərinin paylanma qanunauyğunluğunu göstərən, dəyişən əlamətin artan qiymətlərinə görə düzülmiş ədədlər sırasına variasiya sırası deyilir.

Məsələn, tutaq ki, tədqiq edilən qumdaşlarının 25 nümunəsinin məsaməliliyi (%-lə) ölçülmüş və aşağıdakı nəticələr alınmışdır: 23, 15, 21, 24, 10, 23, 18, 15, 24, 19, 21, 23, 26, 21, 23, 19, 24, 23, 19, 23, 21, 24, 18, 24, 23. Bu məlumatı araşdırmaq üçün məsaməliyin ədədi qiymətini onların artma sırası ilə düzək. Məsaməlik 10-26% arasında dəyişdiyindən seçmə aşağıdakı kimi paylanır:

Cədvəl 3

Əlamətin qiyməti ( $x_i$ )	10	15	18	19	21	23	24	26
Variantların sayı ( $p_i$ )	1	2	2	3	4	7	5	1

Verilmiş məcmuda əlamətin qiyməti ( $x_i$ ) ilə onun təkrarlanması ( $p_i$ ) arasındakı əlaqəni göstərən ədədlərin belə ikiqat sırası variasiya və ya paylanma sırası adlanır.

Ayrı-ayrı variantların məcmuda rast gəlmə sayı onların tezliyi və ya çəkisi adlanır və  $p$  və ya  $f$  ilə işarə edilir. Tezliklərin ümumi sayı

məcmunun həcminə bərabərdir. Yəni  $\Sigma p = n$ . Burada  $n$ –seçmə məcmunun həcmi,  $p$  isə hər hansı variantın tezliyidir. Bəzən tezlik yerinə nisbi tezlik və ya tezliklik ( $v_i$ ) işlənir. Hər hansı variantın tezlikliyi onun tezliyinin seçmənin ümumi həcminə nisbəti ilə ölçülür:

$$v_i = p_i/n \quad (1)$$

$\Sigma P(n) = 1$  və ya tezlik %-lə ifadə edilmişsə  $\Sigma P/n \cdot 100 = 100\%$ .

Tezliklərin tezliklik ilə əvəz edilməsi vacib deyildir. Lakin o bəzən müxtəlif variasiya sıralarını bir-biri ilə müqayisə etdikdə və xüsusilə bu sıralarda variantların sayı müxtəlif olduqda, faydalı və hətta zəruri olur.

Əlamətin ədədi qiymətlər məcmuu intervalın böyük və ya kiçik diapazonda dəyişməsindən asılı olaraq intervallsız və ya intervallı variasiya sırasına paylanır. Birinci halda tezliklər bilavasitə dəyişən əlamətin variasiya sırasına düzülmiş qiymətlərinə görə, ikinci halda isə tezliklər məcmunun minimal və maksimal variasiyası arasında əlamətin variasiyasının bölündüyü ayrı-ayrı intervallar üzrə paylanır. Bu intervallar eninə görə bərabər və qeyri-bərabər ola bilər. Buna görə bərabər və qeyri-bərabər intervallı variasiya sıralarını fərqləndirirlər. Bərabər intervalların eni ( $i$ ) əlamətin variasiya vüsətinin ( $X_{\max} - X_{\min}$ ), variasiya sırasının nəzərdə tutulan qrupları və ya sinifləri sayına ( $k$ ) bölməklə təyin edilir:

Burada  $X_{\max}$  – məcmunun maksimal,  $X_{\min}$  isə minimal

$$i = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{k} \quad (2)$$

variantıdır.

Bərabər olmayan intervalların ölçüsü müşahidə obyektinin və tədqiqat məsələsinin xüsusiyyətindən asılı olaraq təyin edilir. Bərabər olmayan intervallı sıralarda qrupların və ya siniflərin bir-birilə müqayisə etmək çətindir. Belə sıraların xarakteristikası üçün paylanma sıxlığından, yəni tezliklərin və ya tezlikliklərin sinif intervalının ölçüsünə nisbətindən istifadə etmək daha məqsədəuyğundur.

**1.4. Variasiya sıralarının qurulma texnikası.** Seçmənin intervallsız və ya intervallı sıraya bölünməsi məsələsi əlamətin vüsətindən və variasiya xarakterindən asılıdır. Əgər əlamət diskret və zəif, yəni dar sərhədlərdə variasiya edirsə, seçmə intervallsız sıraya paylanır. Əgər geniş diapazonda variasiya edirsə, əlamətin diskret və ya müntəzəm

(fasiləsiz) dəyişməsindən asılı olmayaraq seçmə intervallı sıraya paylanır. Bu zaman sinif intervalının eni müəyyən tələbləri ödəməlidir. Məsələn burasındadır ki, variasiya sırasının qurulması zamanı iki məqsəd güdülür. Əlamətin variasiya qanunauyğunluğunun üzə çıxarılması və variasiya edən obyektin statistik xarakteristikalarının hesablanması yüngülləşdirmək. İkinci məlumatın kobud qruplaşdırılması zamanı sinif intervalları ya çox geniş, ya da çox dar olur ki, bu da variasiya sırasının sinifləri üzrə tezliklərin paylanmasına və həm də bu sıranın ədədi xarakteristikalarının müəyyən edilməsinə öz təsirini göstərir. Dar interval seçəndə sıranın ədədi xarakteristikalarının orta qiymətlərin və variasiya əmsalinin dəqiqliyi artır, ancaq sıra çox uzanır və variasiya qanunauyğunluğunu kifayət qədər dəqiq əks etdirmir. Geniş intervallarda yenə də variasiyanın xarakter cizgiləri pis təyin edilir və ən əsas isə sıranın statistik xarakteristikalarının dəqiqliyi azalır. Buna görə də yaxşı nəzərdən keçirilə bilən və kifayət qədər dəqiqliyə malik ədədi xarakteristikaları olan variasiya sırası ala bilmək üçün əlamətin variasiyasının bölünəcəyi siniflərin optimal sayını ( $K$ ) təyin etməyə imkan verən bir üsul tapmağa dair bir sıra cəhdlər olmuşdur. Bu ədədin ( $K$ ) təxmini qiymətini aşağıdakı cədvəl vasitəsilə təyin edirlər (Lakin, 1980):

Cədvəl 4

Seçmənin həcmi	Siniflərin sayı
25-40	5-6
40-60	6-8
60-100	7-10
100-200	8-12
>200	10-15

Daha dəqiq olaraq  $K$ -n qiyməti Sterces düsturuna  $K=1+3.32\lg n$ , və ya  $K$ .Bruks və N.Karuzers düsturuna görə  $K=5 \lg n$  təyin edilir.

Variasiya sırasının qurulması aşağıdakı qayda üzrə aparılır. Əvvəlcə əlamətin ədədi qiymətləri içində minimal ( $X_{\min}$ ) və maksimal ( $X_{\max}$ ) qiymətlər tapılır. Sonra (2) düsturuna görə sinif intervalının ( $i$ ) qiyməti təyin edilir. Əgər əlamətin qiymətləri tam ədədlədirsə və sinif intervalı da vahidə bərabədirsə, seçmə intervalsız variasiya sırasına paylanır. Əgər  $i \neq 1$  seçməni intervallı variasiya sırasına paylamaq lazımdır. Bu zaman seçmənin həcmi  $n \leq 100$  isə (2) düsturunun məxrəcində  $K=1+3.32 \lg n$  götürmək lazımdır, həm də sinif intervalının qiymətinin dəqiqliyi ölçülən əlamətin qiymətinin

dəqiqliyinə uyğun olmalıdır. Məsələn, əlamətin qiyməti  $3,21 \pm 4,55\%$  arasında dəyişirsə ( $n=60$ ) onda sinifin intervalı  $-i = (4.55-3.21)/(1+3.32 \lg 10) = 0.194 \approx 0.19$  götürülməlidir.

İntervallı variasiya sırası qurulursa, elə etmək lazımdır ki, minimal varianta ( $X_{\min}$ ) birinci sinif intervalının ortasına düşsün. Bu şərt öyrənilən hadisənin təbiətinə ən çox uyğun gələn variasiya sırasının qurulmasını təmin edir və bu zaman sıranın ədədi xarakteristikaları daha dəqiq hesablanır. Bu şərtə aşağıdakı düstur uyğun gəlir:

$$l = X_{\min} - \frac{i}{2} \quad (3)$$

Burada  $l$ —birinci sinif intervalının aşağı sərhəddidir. Məsələn,  $X_{\min}=3.21$  və  $i=0.19$  olduqda  $l = 3.21 - \frac{0.19}{2} \approx 3.12$  olur.

$l+i$  birinci intervalın yuxarı sərhəddini verir.  $l+i=3.12+0.19=3.31$ . Sonra ikinci intervalın yuxarı sərhəddi tapılır:  $3.31+0.19$ ;  $3.50$  və i.a.

İntervalları tapdıqdan sonra hər sinifin tezliyini müəyyən etmək lazımdır. Bu zaman adətən 2 qonşu sinifin sərhəddinə düşən qiyməti aşağı qiymətli sinifə aid edir və ya siniflərin üst sərhəddini əlamətin ölçüldüyü dəqiqlik qədər məsələn,  $0.01$ ,  $0.1$  və s. azaldırlar ki, bununla da tələb olunan bölünmə əldə edilir.

Misal. 5-ci cədvəldə Cənubi Manqışlakda seysmik profillər üzrə təyin edilmiş təbaşir çöküntülərinin dabanının yatım dərinliyi verilmişdir (Arabadji, 1978).

Göründüyü kimi cədvəl şəklində məcmuların və xüsusilə böyük məcmuların verilməsi çox yer tutur. Belə hallarda çox vaxt qruplaşdırma aparır, yəni məcmunu intervallara bölüb, hər intervaldakı tezliyi hesablayırlar.

İntervalların sayını Sterces düsturu ilə təyin edək:

$$K = 1 + 3.322 \cdot \lg n = 1 + 3.322 \cdot \lg 112 = 8.3 \approx 9 \text{ götürək}$$

$$\text{onda } i = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{K} = \frac{2900 - 400}{1 + 3.322 \lg 112} \approx 300_M \text{ olacaq.}$$

Birinci intervalın aşağı sərhəddi

$$l = X_{\min} - i/2 = 400 - 300/2 = 250$$

Onda intervalların sərhədləri aşağıdakı kimi olacaq:  
 250-550, 550-850, 850-1150, 1150-1450, 1450-1750,  
 1750-2050, 2050-2350, 2350-2650, 2650-2950.

İntervallar üzrə tezlikləri təyin etmək üçün, xüsusilə böyük seçmələrlə işlərkən, tezliklərin aşağıdakı şifrindən istifadə etmək məqsədəuyğundur(bax səh.28).

**Cədvəl 5**

Nöqtələrin Nəsi	Dərinlik, k, m	Nöqtələrin Nəsi	Dərinlik, M	Nöqtələrin Nəsi	Dərinlik, m	Nöqtələrin Nəsi	Dərinlik, m
1	2080	29	850	57	1980	85	2400
2	1850	30	800	58	2150	86	2100
3	1380	31	500	59	2360	87	2250
4	990	32	1520	60	2600	88	2400
5	690	33	1520	61	2750	89	2500
6	400	34	1720	62	2820	90	2500
7	2250	35	1740	63	2300	91	2480
8	2130	36	1910	64	1950	92	2410
9	1900	37	1900	65	1800	93	2250
10	1600	38	1600	66	1800	94	2000
11	1280	39	1200	67	2000	95	1950
12	400	40	1360	68	2130	96	2000
13	2000	41	1500	69	2300	97	2200
14	1920	42	1300	70	2580	98	2350
15	1840	43	1520	71	2650	99	2350
16	1700	44	1600	72	2800	100	2400
17	1290	45	1750	73	2900	101	2400
18	1210	46	1860	74	2600	102	2200
19	850	47	1980	75	2200	103	2390
20	500	48	2140	76	2100	104	2000
21	1800	49	2400	77	2200	105	2350
22	1690	50	2500	78	2300	106	2080
23	1730	51	2200	79	2450	107	1700
24	1720	52	1900	80	2650	108	2050
25	1630	53	1800	81	2850	109	2200
26	1330	54	1600	82	2760	110	2200
27	1150	55	1800	83	2780	111	2100
28	1050	56	1900	84	2630	112	2050

Bu üsulla təyin edilmiş tezliklər 6-cı cədvəldə verilmişdir. Göründüyü kimi məcmunun bu şəkildə verilməsi daha rahatdır və

məcmunun xüsusiyyətlərini daha aydın əks etdirir. Məsələn, cədvəldən aydın görünür ki, bu məcmu daxilində 1450-2650 m intervalında olan dərinliklər ən geniş yayılmışdır.

**1.5 Variasiya sıralarının qrafik təsviri.** Bu və ya digər miqdari əlamətin variyasiyasının qanunauyğunluğunu əyani təsvir etmək üçün variasiya sıralarını düzbucaqlı koordinat sistemində həndəsi fiqurlar şəklində göstərilir. Əgər siniflərin qiymətini (absis oxu üzərində göstərilir) onların tezlikləri ilə bağlayan nöqtələri (tezliklər ordinat oxu üzərində göstərilir) düzxətlərlə birləşdirsək variasiya əyrisi və ya paylanma əyrisi adlanan xətti qrafik alınar.



Cədvəl 6

Dərinlik intervalla- rı, m	250- 550	550- 850	850- 1150	1150- 1450	1450- 1750	1750-2050	2050-2350	2350- 2650	2650- 2950	Cəm
Tezlik şifri	.	.	.	□	⊗ □	⊗ ⊗	⊗ ⊗	⊗ □	□	
Tezlik	4	4	3	8	17	25	25	19	7	112

İntervalsız variasiya sırasının qrafikini quranda absis oxu üzrə sinifləri, ordinat oxu üzrə isə həmin siniflərə uyğun tezliklərin qiymətlərini qeyd edirlər. Absis oxundan qaldırılmış normalar siniflərin tezliyinə uyğun olur. Bu normaların təpələrini düzxətlərlə birləşdirərək çoxbucaqlı şəklində həndəsi fiqur alırlar ki, bu da tezliklərin paylanma poliçonu adlanır.

Misal İsveç alimi Svedberqin suda asılı halda olan qızıl hissəcikləri üzərində apardığı 518 müşahidənin nəticələri aşağıdakı kimi (Qnedenko, Xinçin, 1982) olmuşdur. Təcrübə aparılan yerdə 112 dəfə bir dənə də hissəcik müşahidə olunmamış, 1 hissəcik 168 dəfə, 2 hissəcik - 130 dəfə, 3 hissəcik - 69 dəfə, 4 hissəcik - 32 dəfə, 5 hissəcik - 5 dəfə, 6 hissəcik - 1 dəfə, 7 hissəcik - 1 dəfə (cədvəl 7) qeyd edilmişdir.

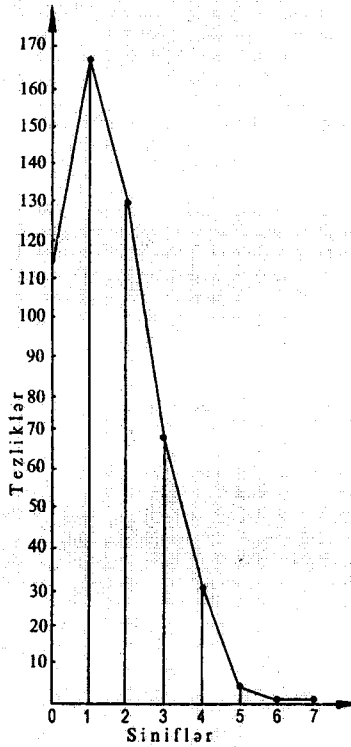
Cədvəl 7

Siniflər (hissəciklərin sayı)	0	1	2	3	4	5	6	7	Cəm
Tezliklər	112	168	130	69	32	5	1	1	518



Şək.3-də  
göstərilmişdir.

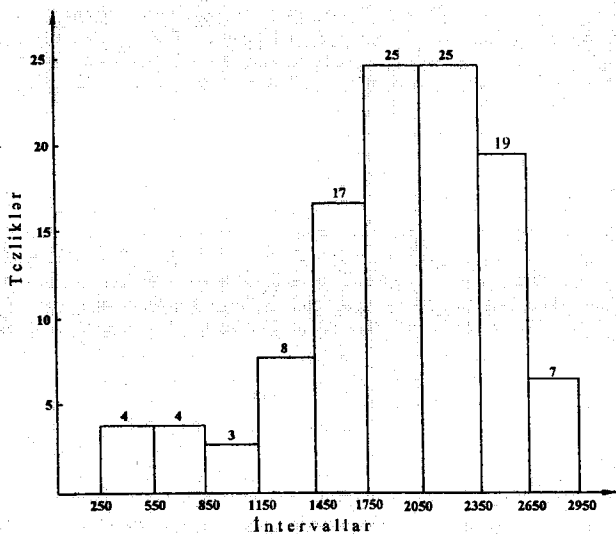
həmin məlumat üçün qurulmuş poliqon



Şəkil 3.

İntervallı variasiya sırasının qrafikini quranda absiss oxu üzərində intervalların sərhədlərini, ordinat oxu üzrə isə tezlikləri göstərirlər. İntervalların sərhədlərindən absis oxuna tezliyin qiymətinə uyğun normalar çəkilir və aşağı intervalın sərhəddinə uyğun normalın təpə nöqtəsindən absiss oxuna paralel yuxarı sərhəddin normalı ilə kəsişənə qədər düzxətt çəkilir. Alınmış sütunlu həndəsi fiqur histoqram adlanır.

6-cı cədvəldə verilmiş məlumatların histoqramı aşağıdakı şəkildə alınır (şək4). Histoqramın təpələrini düzxətlərlə birləşdirdikdə variasiya əyrisini alırıq.

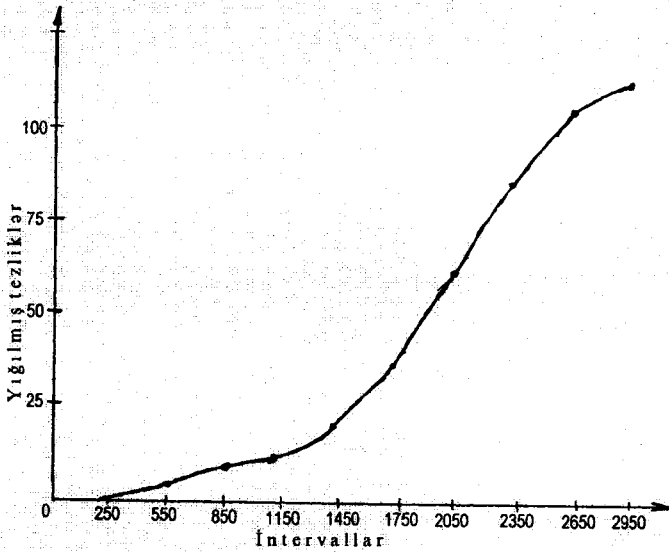


Şəkil 4.

Poliqon və ya histqramdan əlavə empirik paylanma sırasını kumulyata və ya ogiva şəklində də göstərmək olar. Absiss oxu üzrə intervalların (sınıfların) qiyməti ordinat oxu üzrə yığılmış tezliklər göstərildikdə alınmış nöqtələr birləşdirilir və kumulyata əyrisi alınır. Yığılmış tezliklər ardıcıl olaraq intervaldan variasiya sırasının sonuna doğru irəlilədikdə tezliklərin toplanması (lat. sumulo-yığram) nəticəsində alınır. 6-cı cədvəlin məlumatına görə tezliklərin kumulyasiyası aşağıdakı şəkildə aparılmışdır.

Tezliklər	4	4	3	8	17	25	25	19	7
Tezliklərin kumulyasiyası	4	8	11	19	36	61	86	105	112

Əgər yığılmış tezlikləri absiss oxu üzrə sınıfların qiymətlərini isə ordinat oxu üzrə qeyd edib alınmış nöqtələri düz xətlərlə birləşdirsək, ogiva deyilən qrafiki almış oluruq. Şək.5 və şək.6-da misaldakı yığılmış tezliklər əsasında qurulmuş kumulyata və ogiva göstərilmişdir.



Şəkil 5. Kumulyata əyrisi

Ogiva və kumulyata empirik variasiya əyriyinə görə daha səlis formaya malik olur və buna görə bəzən onlara empirik variasiya əyrisinə qarşı üstünlük verilir. Məs. ogiva eyni zamanda bir neçə müxtəlif həcmli empirik paylanmaları daha yaxşı müqayisə etməyə imkan verir. Bu tezlik yerinə tezliklik istifadə ediləndə xüsusilə əhəmiyyət kəsb edir.

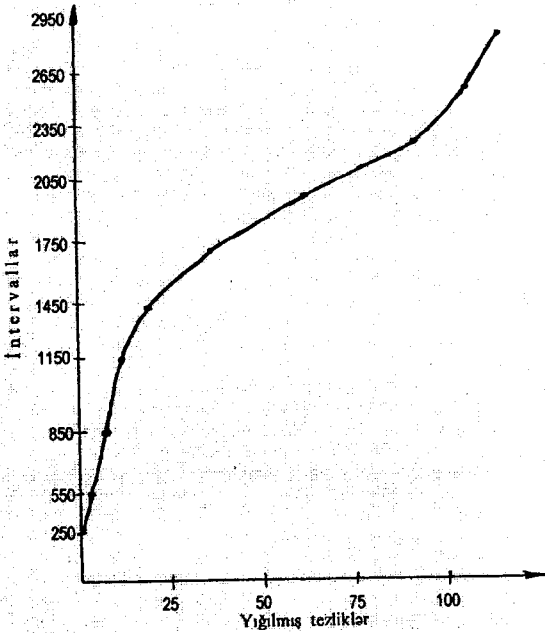
Normal paylanmış məcmunun kumulyatası üçün səciyyəvi cəhət ondan ibarətdir ki, onun mərkəzi nöqtəsi yığılmış tezliklər sırasını yarıya bölür və paylanma mərkəzi ilə üst-üstə düşür.

### 16 2.3. Miqdari geoloji informasiyanın ən sadə çevrilmələri

Geoloji obyektlərin tədqiq şəraitinin statistik eksperimentin ciddi tələblərindən bu və ya digər dərəcədə fərqlənmə ehtimalını nəzərə alaraq, geoloji məlumatların statistik analizini kəşfiyyat və təsdiqedic mərhələlərinə bölmək məqsədəuyğundur.

Birinci mərhələdə elə metodlar tətbiq etmək lazımdır ki, bunlar seçmənin xassələri barədə hər hansı aprior fikirlərdən azad olsun və böyük əmək sərf edilən hesablamalar tələb etməsin. Bu zaman ədədi

informasiyanı qrafik informasiyaya çevirən metodlara üstünlük verilməlidir



Şəkil 6. Ogiva

C.Tyukinin (1981) dediyi kimi qrafik çox vaxt bizi gözləmədiyimiz şeyləri görməyə vadar edir. O ədədi informasiyanı ədədi diaqramla əvəz etmək üçün 2 üsul təklif etmişdir. Bunlardan birini o “yarpaqlı saplaq”, ikincisini isə “bıqlı yeşik” adlandırmışdır. Birinci üsulda ədələrin birinci hissələri (Tyuki bunları saplağın əsası və ya başlanğıc hissə adlandırır) artma sırası ilə şaquli sütun şəklində (saplaq) yazılır, qalan hissələri isə (yarpaqlar) uyğun başlanğıc hissənin yanında üfüqi sətirdə yazılır. Belə yazı daha kompakt və aydın olub, müxtəlif diapazonlarda qiymətlərin paylanma tezliyini qiymətləndirməyə və seçmə məlumatının bir sıra mühüm karakteristikasını asanlıqla tapmağa imkan verir.

Misal. Kiçik Qafqazın gec kaynozoy vulkanik komplekslərinin süxurlarının silikat analizi edilmişdir (İmamverdiyev, 2000). Bu süxurların petroqrafik tipini SiO<sub>2</sub>-nin miqdarına görə təyin etmək üçün “yarpaqlı saplaq” üsulundan istifadə edək (cədv.8).

Cədvəl 8

Nümunənin Nəsi	SiO <sub>2</sub> %	Nümunənin Nəsi	SiO <sub>2</sub> %
1	74.3	21	72.06
2	71.6	22	71
3	70.98	23	70.47
4	69.62	24	60.05
5	68.4	25	59.5
6	68.13	26	58.86
7	67.53	27	58.5
8	67.2	28	57.75
9	65.01	29	57
10	64.81	30	57
11	63.84	31	56.66
12	63.8	32	56.6
13	62.61	33	54.69
14	61.92	34	53.7
15	60.17	35	52.5
16	76.8	36	51.84
17	75.84	37	51.23
18	74.9	38	49.86
19	73	39	48.35
20	72.26		

Bu cədvəlin məlumatına görə yarpaqlı saplaq diaqramını quraq (cədv.9). Burada ədədlərin kəsr hissəsi onda birə qədər yuvarlaqlaşdırılmışdır.

Göründüyü kimi bu diaqram həmin süxurları asanlıqla tiplərə ayırmağa imkan verir. Analiz olunan 39 nümunə SiO<sub>2</sub>-n miqdarına görə aşağıdakı kimi bölünür: traxibazaltlar (4 nümunə), andezitlər, traxiandezitlər (12 nümunə), dasitlər, traxidasitlər (4 nümunə), riodasitlər (7 nümunə). Beləliklə, bu süxurlar içərisində andezitlər və traxiandezitlər üstünlük təşkil edirlər. Ədədi diaqrama görə paylanmanın mərkəzi- mediana asanlıqla tapılır. Nümunələrin sayı (39) tək olduğuna görə bu diaqramın hər hansı başından saydıqda iyirminci ədəddir – 63,8 (andezit, traxiandezit). Gördüyümüz kimi ədədi diaqrama görə nəticə çıxarmaq olar ki, Kiçik Qafqazın gec kaynazoy vulkanik komplekslərinin orta tərkibi andezitlərə və traxiandezitlərə uyğun gəlir.

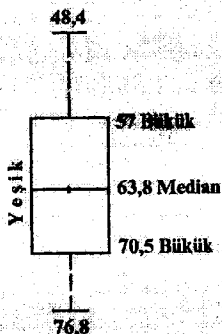
Cədvəl 9

Gövdə	Yarpaq	Süxurun tipi	Nümunələrin sayı
48	4	Traxibazaltlar	5
9	9		
50			
1	2,8		
2	5		
3	7	Traxiandezitbazaltlar	4
4	7		
5			
6	6,7		
7	00,8	Andezitlər, traxiandezitlər	12
8	5,9		
9	5		
60	1,2		
1	9		
2	6		
3	8,8		
4	8	Dasitlər, traxidasitlər	4
5	0		
6			
7	2,5		
8	1,4	Riodasitlər, traxiriodasitlər	7
9	6		
70	5		
1	0,06		
2	1,3	Riolitlər, traxiriolitlər	7
3	0		
4	3,9		
5	8		
6	8		
Cəm			

Ədədi massivlərin əsas xüsusiyyətləri «bıǵlı yeşik» adlanan sxematik diaqramda da əks etdirilə bilər. Bu diaqramlarda müəyyən miqyasda şaquli xətt boyu əlamətin minimal və maksimal qiymətləri, mediana (mediana paylanma sırasını (variasiya) yarıya bölən orta qiymətdir, medianadan hər 2 tərəfə doğru sıranın eyni miqdar üzvü yerləşir) və «büküklər» – medianadan minimal və maksimal qiymətlərə qədər intervalların orta nöqtələri qeyd edilir. «Büküklərin»

vəziyyəti ədədi diaqram üzrə medianadan böyük və kiçik qiymətlərə doğru «yarpaqların» ümumi sayının 1/4-ni saymaqla təyin edilir. Büküklər arasındakı interval düzbucaqlı (yeşik), büküklərə minimal və maksimal qiymətləri arasındakı intervallar isə düzxətlər ("bığlar») şəklində göstərilir. Bəzən ədədi diaqramda tək-tək qiymətlər əsas məcmudan böyük intervallarla – «yarpaqsız sapların» hissələri ilə ayrılırlar. Belə intervalları diaqramda qırıq xətlə göstərmək məqsədəuyğundur. «Yeşiyin» və «bığların» uzunluğuna görə medianaya nisbətən məlumatın səpələnməsi haqqında fikir yürütmək paylanmanın asimmetriya dərəcəsini qiymətləndirmək, ümumi məcmudan tək-tək ölçülərin kəskin fərqlənmələrini aşkar etmək ədədi massivin eynicinsliyini qiymətləndirmək olar.

Yuxarıda göstərilən misaldakı (cədvəl 9) məlumatı nəzərə alsaq, onda «yeşiyə» andezit-riodasit süxurları düşür. «Bığları» isə bir tərəfdən traxibazaltlar, traxiandezibazaltlar, o biri tərəfdən isə riolitlər, traxiriolitlər düşür (şək.7).



Şək.7.

Bir neçə geoloji obyekt üçün qurulmuş ədədi və sxematik diaqramların müqayisəsi, çox vaxt onların orta qiymətlərinin və tədqiq edilən xassələrinin dəyişmə dərəcəsinə, onların yaxınlıq prinsipinə görə ilkin qruplaşdırılmasını aparmağa və hər bir obyektin fərqləndirici fərdi xüsusiyyətlərini aşkar etməyə imkan verir.

Misal. Nadir metallar yatağında filiz cisimlərinin morfologiyasının miqdarı təsvirini vermək məqsədilə filizyerləşdirən strukturların uzanmasına normal istiqamətləndirilmiş kəşfiyyat kəsilişlərində

onların sahələri ölçülmüşdür (Kajdan, Quskov, 1990). 10-cu cədvəldə göstərilmiş ölçülərin nəticələrinə görə demək olar ki, tədqiq edilmiş filiz cisimləri üçün bu parametrlər çox dəyişkəndir və bu da cədvəl məlumatına görə bilavasitə filiz cisimlərinin müqayisəsini çətinləşdirir.

Bununla belə ədədi və sxematik diaqramlar (cədv.11, şəkl.8) bəzi maraqlı cəhətləri görməyə imkan verir.

-501 və 509№li filiz cisimləri ən kəsiyi sahəsinin orta qiymətinə və həm də bu parametrlərin dəyişmə dərəcəsinə görə çox oxşardılar;

-525№li filiz cismi 501 və 509№li filiz cisimlərindən yalnız tək-tək kəsilişlər üzrə sahənin kəskin artması ilə seçilir;

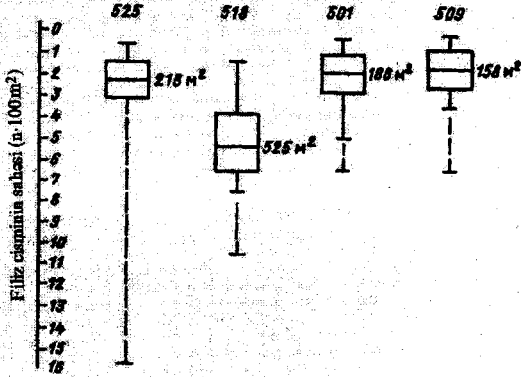
-518№li filiz cismi qalan filiz cisimlərindən ənənə kəsiklərdə böyük sahəsi ilə seçilir.

Cədvəl 10

Filiz cisimlərinin ənənə kəsiklərinin sahəsi (m<sup>2</sup>)

Kəsilişin №si	Filiz cisminin № si				Kəsilişin №si	Filiz cisminin № si			
	525	518	501	509		525	518	501	509
1	232	119	137	25	14	451	260	77	
2	293	120	177	56	15	627	68	195	
3	87	130	98	101	16	597	254	234	
4	121	417	25	634	17	726	211	219	
5	422	355	115	340	18	686	254	75	
6	1580	198	360	195	19	683	82	43	
7	835	567	195	158	20	525	100		
8	204	504	493	24	21	605	9		
9	218	574	487	210	22	1042	30		
10	243	404	379	50	23	504			
11	146	502	247	228	24	648			
12	49	697	116	335	25	220			
13	174	579	629	153					





Şək.8. Kəsilişlər üzrə filiz cisimlərinin sahələrinin sxematik diaqramları

Cədvəl 11

Eninə kəsiklərdə filiz cisimləri sahələrinin ədədi diaqramları

100 m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>			
0	87, 49		98, 25, 68, 82, 09, 30	25, 56, 24, 59, 77, 75, 43
1	21, 46, 74	19, 20, 30, 98	37, 77, 15, 95, 16, 00	01, 95, 58, 53, 95
2	32, 93, 04, 18, 43	20 55	47, 60, 54, 11, 54 60, 79	10, 28, 34, 19 40, 35
3		17, 04, 51	93, 87	
4	22	67, 04, 74, 02, 79,		
5		97, 25, 04 97, 27, 86, 83,		
6		05, 48 26 35	29	34
7				
8				
9		42		
10				
11				
12				
13				
14				
15	80			
Filiz cismi-nin Nəsi	525	518	501	509

## FƏSİL III. ORTA QIYMƏTLƏR VƏ VARIASIYA GÖSTƏRİCİLƏRİ

### 3.1. Orta qiymətlər

Variasiya sıraları və onların qrafikləri bu və ya digər miqdari əlamətin variasiyası barədə əyani təsəvvür yaradırlar. Lakin onlar statistik məcmunun tam səciyyəsi üçün kifayət deyildirlər, çünki bir sıra detallara malikdirlər ki, onları ümumiləşdirici göstəricilər olmadan əhatə etmək mümkün deyildir. Məntiqi və nəzəri cəhətdən əsaslandırılmış və dəyişən obyektlərin keyfiyyət xüsusiyyətləri barədə mülahizə yürütməyə və bir-birilə müqayisə etməyə imkan verən miqdari göstəriciləri statistik xarakteristikalar adlandırırlar. Bunların içində ən mühümləri orta qiymətlər və variasiya göstəriciləridir.

Fərdi ədədi xarakteristikalardan fərqli olaraq orta qiymətlər böyük dəyanətliliyə, eynicinsli vahidlər qrupunu bir (orta) ədəd ilə səciyyələndirmək qabiliyyətinə malikdirlər. Orta qiymətlərin əhəmiyyəti ondan ibarətdir ki, onlar bütün fərdi fərqləri tarazlaşdırır və nəticədə ən davamlı və tipik xüsusiyyət üzə çıxır ki, bu da qrup obyektinin fərdi özünəməxsusluğunu səciyyələndirir və onu başqa dəyişən obyektlərdən fərqləndirməyə imkan verir.

K.Haussa görə əsl orta qiymət elə kəmiyyət olmalıdır ki, ondan olan fərqlərin kvadratlarının cəminin qiyməti ən kiçik olsun.

**Orta ədədi qiymət və onun xassələri.** Müxtəlif orta qiymətlərdən ən çox orta hesabi qiymətdən ( $\bar{X}$ ) istifadə olunur. Orta hesabi qiymət  $\bar{X}$  paylanmanın mərkəzi olub, onun ətrafında statistik məcmunun bütün variantları paylanır. Qruplaşdırılmamış məlumat üçün o məcmunun bütün üzvlərinin cəminin onların sayına (n) bölünməsi ilə müəyyən edilir. Əgər dəyişən əlaməti X işarə etsək, onda bu əlamətin  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  qiymətlərinin orta hesabi qiyməti

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (4)$$

burada  $X_i$  – variantların qiyməti;

n – variantların sayı;

$\bar{X}$  – orta hesabi qiymətdir.

Qruplaşdırılmış məlumatın orta hesabı qiyməti hər bir variantın təkrarlanması ( $P_i$ ) nəzərə alınmaqla aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k X_i P_i \quad (5)$$

Bir neçə eynicinsli seçmələrin xarakteristikalarını birləşdirmək lazım gəldikdə qrup orta qiymətlərinin cəminin orta qiyməti ( $\bar{X}$ ) aşağıdakı düstur üzrə hesablanır:

$$\bar{X} = \frac{\bar{X}_1 n_1 + \bar{X}_2 n_2 + \dots + \bar{X}_k n_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k} = \frac{\Sigma(\bar{X}_i n_i)}{\Sigma n_i} \quad (6)$$

burada  $n_1, n_2, \dots, n_k$  qrupların həcmi,  $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_k$  qrupların orta qiymətləri,  $K$  isə qrupların sayıdır.

Məsələn,  $\bar{X}_1 = 69.8, n_1 = 30$  və  $\bar{X}_2 = 64.9, n_2 = 20$  isə

$$\bar{X} = \frac{69.8 \cdot 30 + 64.9 \cdot 20}{30 + 20} \approx 67.8 \quad \text{olar.}$$

Orta hesabı qiymətin aşağıdakı mühüm xassələri vardır:

1. Əgər məcmunun hər bir variantını hər hansı eyni müsbət  $a$  ədədi qədər artırıb ya azaltsaq, orta qiymət də bir o qədər artar və ya azalar.

$$\text{İsbat: } \bar{X}^* = \frac{\Sigma(X_i - A)P_i}{\Sigma P_i} = \frac{\Sigma X_i P_i}{\Sigma P_i} - \frac{A \Sigma P_i}{\Sigma P_i} = \bar{X} - A$$

Buradan çıxır ki,  $\bar{X} = \bar{X}^* + A$ .

Misal. Seçməyə aşağıdakı variantlar daxildir: 7, 9, 15, 10, 11, 8.

Bunların orta qiyməti  $\bar{X} = (7+9+15+10+11+8)/6 = 10$

Hər bir variantdan 7 çıxacaq və alınmış ədədlərin orta qiymətini tapaq.

$$\bar{X}^* = (0+2+8+3+4+1)/6 = 3$$

$$\bar{X} = \bar{X}^* + 7 = 3 + 7 = 10$$

2. Əgər hər variantı eyni ədədə ( $A$ ) vursaq və ya bölsək, orta qiymət də bir o qədər dəfə dəyişər.

$$\text{İsbat: } \bar{X}^* = \frac{\Sigma \left( \frac{X_i}{A} \right) P_i}{\Sigma P_i} = \frac{\Sigma X_i P_i}{A \Sigma P_i} = \frac{\bar{X}}{A}$$

Bu xassə orta qiyməti ( $\bar{X}$ ) daha asan yolla hesablamağa imkan verir. Əvvəlcə hər qiymət A-ya bölünür və orta qiymət hesablanır. Sonra həmin qiyməti A-ya vurub  $\bar{X}$  -i alırıq.

Məsələn, keçən misaldakı qiymətləri 2-yə bölsək və orta qiyməti hesablasaq

$$\bar{X}^* = \frac{1}{6} (3.5 + 4.5 + 5.5 + 4) = 5$$

$$\bar{X} = \bar{X}^* \cdot A = 5 \cdot 2 = 10$$

3. Variantların orta hesabi qiymətdən fərqləri ilə onların tezliklərinin hasilinin cəmi sifıra bərabərdir.

İsbat:

$$\sum P_i (X_i - \bar{X}) = \sum P_i X_i - \sum P_i \bar{X} = \sum P_i \left( \frac{\sum P_i X_i}{\sum P_i} - \bar{X} \right) = \sum P_i (\bar{X} - \bar{X}) = 0$$

4. Variantların orta qiymətdən ( $\bar{X}$ ) fərqlərinin kvadratlar cəmi onların hər hansı  $\bar{X}$  -ə bərabər olmayan A-dan fərqlərinin kvadratları cəmindən kiçikdir

$$\sum (X_i - \bar{X})^2 < \sum (X_i - A)^2$$

### 3.2. Variasiya göstəriciləri

**Limitlər.** Orta qiymətlər bir olsa da onların səciyyələndirdiyi əlamətlər variasiyanın qiymətinə görə fərqlənə bilər. Ona görə də orta qiymətlə bərabər variasiya göstəriciləri də hesablanmalıdır. Bu göstəricilərdən biri limitlərdir. Limit dedikdə statistikada variantların minimal ( $X_{\min}$ ) və maksimal ( $X_{\max}$ ) qiymətləri başa düşülür. Məcmunun başqa qiymətləri bunların arasında paylanır.

Əlamətlərin variasiyasını səciyyələndirən başqa bir göstərici variasiya vüsətidir.

$$R = X_{\max} - X_{\min} \quad (7)$$

Məsələn, eyni vahidlərlə ölçülmüş bir əlamət 4-16, o biri isə 3-18 arasında dəyişirsə, onda  $R_1 = 16 - 4 = 12$ ;  $R_2 = 18 - 3 = 15$ . Deməli ikinci əlamət daha çox variasiyaya uğrayır.

**Dispersiya və onun xassələri.** Limitlər və variasiya vüsəti sadə və konkretlilər. Lakin onlar eyni baş məcmudan təkrar seçmələr

götürdükdə xeyli dəyişə bilirlər. Bundan əlavə onlar variasiyanın əhəmiyyətli cizgilərini əks etdirmirlər.

Məsələn, eyni vahidlə ölçülmüş 2 paylanma sırası götürək:

$$X_1 = \dots 10 \quad 15 \quad 20 \quad 25 \quad 30 \quad 35 \quad 40 \quad 45 \quad 50 \quad \bar{X}_1 = 30$$

$$X_2 = \dots 10 \quad 28 \quad 28 \quad 30 \quad 30 \quad 30 \quad 32 \quad 32 \quad 50 \quad \bar{X}_2 = 30$$

Variantların sayına, limitlərə, variasiya vüsəti və orta qiymətə görə bu sıralar bir-birindən fərqlənmir, lakin onların variasiya xarakteri başqa -başqadır.

Bu çatışmamazlıqdan, verilmiş məcmunun orta qiymətindən variantların fərqlərinin kvadratlarının orta qiyməti azaddır. Orta kvadrat-dispersiya adlanır (lat. dispersio-səpələnmə). Bu göstərici variasiya sırasının ən mühüm xarakteristikasıdır. Baş məcmunun dispersiyası –  $\sigma^2$ , seçmənin dispersiyası isə –  $S^2$  ilə işarə edilir və aşağıdakı düsturla təyin edilir:

$$S_x^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad (8)$$

əgər təkrarlanan variantlar varsa

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})^2 P_i}{n-1} \quad (9)$$

Burada  $k$  – siniflərin,  $n$  isə müşahidələrin ümumi sayıdır.

$n-1$  burada seçmədə azad dəyişən elementlərin sayı olub azadlıq dərəcəsi sayı adlanır. Əgər məcmu  $n$  həcmə malik olub,  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  üzvlərindən ibarətse və orta qiyməti  $\bar{X}$  isə, onda bu məcmunun hər bir üzvü hər hansı qiymət ala bilər. Lakin bir variantın qiyməti  $n \bar{X}$  ilə qalan variantların cəminin fərqləndən təyin olunur.

Beləliklə, sayca məhdud məcmunun bir variantı azad dəyişə bilməz və buna görə azadlıq dərəcəsinin miqdarı  $n-1$ -ə bərabər olacaqdır. Əgər azadlıq dərəcəsinin bir yox, bir neçə məhdudluğu varsa, onda  $K=n-v$ , burada  $n$ -seçmənin həcmi,  $v$ -variasiyanın azadlığının məhdudluğu sayıdır.

Dispersiyanın da bir sıra mühüm xassələri vardır:

1. Əgər məcmunun hər variantını eyni  $A$  ədədi qədər azaldıb və ya çoxaltsaq, dispersiya dəyişməz.

İsbat:

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum [(X_i - A) - (\bar{X} - A)]^2 = \frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})^2$$

Misal. Tutaq ki, 7, 9, 15, 10, 11, 8 seçməsi verilmişdir. Burada  $X=10$  və  $S_x^2=8$ . Hər variantı 6 vahid azaldıb dispersiyanı tapaq:

$$X_i - 6 = \begin{matrix} 1 & 3 & 9 & 4 & 5 & 2 \end{matrix}$$

$$\bar{X}^* = 24/6 = 4$$

$$X_i - \bar{X}^* = \begin{matrix} -3 & -1 & 5 & 0 & 1 & -2 \end{matrix}$$

$$(X_i - \bar{X}^*)^2 = \begin{matrix} 9 & 1 & 25 & 0 & 1 & 4 \end{matrix}$$

$$\Sigma(X_i - \bar{X}^*)^2/n-1 = 40/5 = 8$$

Beləliklə, dispersiyanı nəinki əlamətin qiymətlərinə görə, həm də onların hər hansı sabit A ədəmindən fərqi görə də hesablamaq olar.

2. Hər variantı eyni sabit A ədədinə bölmək (və ya vursaq) dispersiya  $A^2$  qədər azalar (və ya artar).

$$\text{İsbat: } S_x^2 = \frac{1}{n-1} \Sigma \left( \frac{X_i}{A} - \frac{\bar{X}}{A} \right)^2 = \frac{1}{A^2(n-1)} \Sigma (X_i - \bar{X})^2$$

Misal. Bu xassəni nümayiş etdirmək üçün yuxarıdakı misaldan istifadə edək.

Hər variantı 2 ədədinə bölək. Yəni  $7/2=3.5$  və s. Sonra yeni sıra üçün dispersiyanı hesablayaq.

$$X_i = \begin{matrix} 3.5 & 4.5 & 7.5 & 5.0 & 5.5 & 4.0 \end{matrix}$$

$$\bar{X}^* = 30/6 = 5$$

$$X_i - \bar{X}^* = \begin{matrix} -1.5 & -0.5 & 2.5 & 0 & 0.5 & -1 \end{matrix}$$

$$(X_i - \bar{X}^*)^2 = \begin{matrix} 2.25 & 0.25 & 6.25 & 0 & 0.25 & 1 \end{matrix}$$

$$S_x^{2*} = 10/5 = 2$$

$$S_x^2 = S_x^{2*} \cdot A^2 = 2 \cdot 2^2 = 8$$

Cədvəl 12

Ədədlərin çevrilmə üsulları	Hesablamanın son nəticələrinə əlavəsi zəruri olan düzəlişlər	
	Orta qiymət	Sapma kvadratların cəmi (dispersiya) üçün
X-A	A ədədini əlavə etmək	Düzəliş lazım deyil
(X-A)/K	K-ya bölüb A ədədini əlavə etmək	K <sup>2</sup> -na bölmək
(X-A)/K	K-ya vurub və A ədədini əlavə etmək	K <sup>2</sup> -na vurmaq
X·A	A-ya bölmək	A <sup>2</sup> -na bölmək
X/A	A-ya vurmaq	A <sup>2</sup> -na vurmaq

Orta qiymətin və dispersiyanın riyazi xassələrinə əsasən çoxrəqəmli və kəsir ədədlərinin çevrilmə qaydaları məcmusunu tərtib etmək olar (cədv.12).

Dispersiyanı bilavasitə variasiya edən əlamətin qiymətlərinə görə hesablamaq üçün aşağıdakı düsturlar vardır:

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum x_i^2 - \left( \frac{\sum x_i}{n} \right)^2 \right], \quad (10)$$

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2 \right], \quad (11)$$

$$s_x^2 = \frac{n}{n-1} \left[ \frac{\sum x_i^2}{n} - \left( \frac{\sum x_i}{n} \right)^2 \right] \quad (12)$$

variantlar təkrar olduqda isə

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum p_i x_i^2 - \frac{(\sum p_i x_i)^2}{n} \right] \quad (13)$$

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum p_i x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2 \right] \quad (14)$$

$$s_x^2 = \frac{n}{n-1} \left[ \frac{\sum p_i x_i^2}{n} - \left( \frac{\sum p_i x_i}{n} \right)^2 \right] \quad (15)$$

**Orta kvadratik sapma.** Dispersiya ilə yanaşı variasiyanın ən mühüm xarakteristikası orta kvadratik sapmadır (ing. Standard deviation) ki, bu da dispersiyanın kvadrat köküdür

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (16)$$

və ya

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k P_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (17)$$

Bu göstərici məcmunun variantları ilə eyni vahidlərdə ölçülür və variasiya güclü olduqca onun də qiyməti böyük olur.

### 2.0 Variasiya əmsali

Dispersiya və orta kvadratik sapma mütləq qiymətlər olub xarakterizə etdikləri əlamətlərlə eyni vahidlərdə ölçülür. Buna görə də

müxtəlif vahidlərlə ifadə olunmuş əlamətlərin dəyişkənliyini müqayisə etmək lazım gəldikdə variasiyanın nisbi göstəricilərindən istifadə edilir. Bunlardan biri də K.Pirson tərəfindən təklif edilmiş variasiya əmsalıdır (V).

$$V = \frac{S_x}{\bar{X}} \cdot 100\% \quad (18)$$

Beləliklə, variasiya əmsalı orta kvadratik sapmanın orta qiymətinə nisbətinin faizlə miqdarıdır.

Müxtəlif əlamətlər müxtəlif variasiya əmsalları ilə səciyyələnirlər. Lakin müəyyən bir əlamət üçün bu göstəricinin qiyməti bu ya digər dərəcədə sabit olur və adətən 50%-dən artıq olmur (simmetrik paylanmalarda). Lakin çox çəp asimmetrik paylanmalarda onun qiyməti 100% və daha artıq ola bilər.

### 3.3. Başqa orta qiymətlər

**Orta harmonik qiymət.** Bəzi hallarda orta qiymət hesablanarkən dəyişən əlamətin mütləq qiymətlərinin yerinə onun əks qiymətlərini götürürlər.

Bu zaman alınan qiymət orta harmonik qiymət adlanır və  $\bar{X}_{\text{harm}}$  işarə edilir. Orta harmonik qiymət

$$\bar{X}_{\text{harm}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^k \left( \frac{1}{x_i} \right)} \quad (19)$$

və ya qruplaşdırılmış məlumat üçün

$$\bar{X}_{\text{harm}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^k \left( \frac{1}{x_i} P_i \right)} \quad (20)$$

Burada  $\frac{1}{x_i}$  - variantların əks qiymətləri,  $P_i$  - tezlik,  $n$  - seçmənin həcmidir.

Misal. 6-cı cədvəlin məlumatından istifadə etsək

$$\bar{h}_{\text{harm}} = \frac{112}{\left[ \frac{4}{400} + \frac{4}{700} + \frac{3}{1000} + \frac{8}{1300} + \frac{17}{1500} + \frac{25}{1900} + \frac{25}{2200} + \frac{19}{2500} + \frac{7}{2800} \right]} \approx 1597M$$



Orta həndəsi qiymət ( $\bar{X}_{\text{hənd.}}$ ). Bu göstərici adətən əlamətin dəyişmə tempini səciyyələndirmək üçün istifadə edilir

$$\bar{X}_{\text{hənd.}} = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \dots X_n} \quad (21)$$

Adətən hesablamaların asanlıığı üçün bu düsturu aşağıdakı şəkildə göstəririlər:

$$\lg \bar{X}_{\text{hənd.}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lg X_i \quad (22) \text{ və ya}$$

$$\lg \bar{X}_{\text{hənd.}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^k p_i} \sum_{i=1}^k p_i \lg X_i \quad (23)$$

6-cı cədvəldə verilmiş məlumat üçün

$$\lg \bar{X}_{\text{hənd.}} = \frac{1}{112} (4 \cdot \lg 400 + 4 \cdot \lg 700 + 3 \cdot \lg 1000 + 8 \cdot \lg 1300 + 17 \cdot \lg 1600 + 25 \cdot \lg 1900 + 25 \cdot \lg 2200 + 19 \cdot \lg 2500 + 7 \cdot \lg 2800) = 3.2535$$

$$\lg \bar{X}_{\text{hənd.}} = 3.2535;$$

$$\bar{X}_{\text{hənd.}} = 1793 \text{ m.}$$

Orta kvadratik qiymət ( $\bar{X}_{\text{kv.}}$ ) aşağıdakı düsturlar üzrə hesablanır:

$$\bar{X}_{\text{kv.}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n X_i^2} \quad (24)$$

$$\bar{X}_{\text{kv.}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^k p_i} \sum_{i=1}^k p_i x_i^2} \quad (25)$$

6-cı cədvəlin məlumatı üçün

$$\bar{X}_{\text{kv.}} = \sqrt{\frac{1}{112} (4 \cdot 400^2 + 4 \cdot 700^2 + 3 \cdot 1000^2 + 8 \cdot 1300^2 + 17 \cdot 1600^2 + 25 \cdot 1900^2 + 25 \cdot 2200^2 + 19 \cdot 2500^2 + 7 \cdot 2500^2)} = 1998 \text{ m}$$

**Orta kubik qiymət** həcmi əlamətlərin daha dəqiq səciyyəsidir. O  $\bar{X}_{\text{kub.}}$  işarə edilir və variantların kubları cəminin onların sayına bölünməsindən alınan rəqəmin kubik kökünə bərabərdir:

$$\bar{X}_k = \sqrt[3]{\frac{\sum X_i^3}{n}} \quad (26) \quad \text{və ya} \quad \bar{X}_k = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^k P_i X_i^3}{n}} \quad (27)$$

6-cı cədvəlin məlumatına görə

$$\bar{X}_k \approx 2061 \text{ m}$$

orta qiymət isə  $\bar{X} = 1916 \text{ m}$ -dir.

Beləliklə, orta qiymətin hesablanmış başqa orta qiymətlərlə müqayisəsi göstərir ki, orta qiymət (1916 m), orta harmonik (1597 m), orta həndəsi (1793 m), orta kvadratik (1998 m) və orta kubik (2061 m) qiymətlər içində aralıq mövqə tutur, yəni

$$\bar{X}_{\text{harm.}} < \bar{X}_{\text{hənd.}} < \bar{X} < \bar{X}_{\text{kv.}} < \bar{X}_{\text{kub.}}$$

### 3.4. Struktur orta qiymətlər

**Mediana.** Əvvəlcə dediyimiz kimi empirik paylanmanın medianası sıranı 2 bərabər hissəyə bölən qiymətdir. Ondən hər iki tərəfə sıranın eyni miqdar üzvü yerləşir. O  $Me$  ilə işarə edilir. Kiçik seçmələrdə onu təyin etmək asandır. Bunun üçün seçməni əlamətin artan qiymətinə görə düzər və sıranın üzvlərinin sayı tək sə, mərkəzi varianta elə mediana olacaqdır. Məsələn, tutaq ki, əlamətin aşağıdakı ədədi qiymətləri sırası vardır: 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28. Sıranın üzvlərinin sayı 9 olduğundan, onun medianası beşinci ədəd, yəni  $Me=20$  olacaqdır. 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24 sırasında üzvlərin sayı cüt ( $n=10$ ) olduğu üçün mediana onun 2 mərkəzi üzvünün cəminin yarısına bərabər olacaqdır.

$$\text{Yəni } Me = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{14 + 16}{2} = 15$$

Əgər seçmə intervallı variasiya sırasına paylanmışsa, onda mediananı aşağıdakı şəkildə təyin edirlər. Əvvəlcə mediana yerləşən sinif və ya interval tapılır. Bunun üçün sıranın tezliklərini siniflərin qiymətlərinin kiçikdən böyüyə doğru artması istiqamətində sıranın

üzvlərinin yarısından  $\left(\frac{n}{2}\right)$  böyük olan qiymətə qədər

kumulyasiyasını aparırlar. Yığılmış tezliklər sırasında  $n/2$ -dən artıq olan birinci qiymət mediana sinfinə aid olacaqdır. Sonra  $n/2$  ilə mediana sinfinə qədərki yığılmış tezlik arasındakı fərqi təyin edirlər. Nəticədə mediana aşağıdakı düstur üzrə hesablanır:

$$Me = X_{me} + i \left( \frac{\frac{n}{2} - P_s}{P_{me}} \right) \quad (28)$$

Burada  $X_{me}$  mediana yerləşən intervalın aşağı sərhəddi və ya əgər seçmə intervalsız variasiya sırasına paylanmışsa, mediana yerləşən aralığın qonşu sinif variantlarının cəminin yarısı;  $P_s$ -mediana sinfi qarşısındakı yığılmış tezliyin miqdarı;  $P_{me}$ -mediana sinfinin tezliyi;  $i$ -sinif intervalının qiyməti;  $n$ -seçmənin həcmidir.

Misal. 6-cı cədvəlin məlumatından istifadə edib, həmin sıranın medianasını tapaq (cədv.13).

Cədvəl 13

Dərinlik İntervalları, m	İntervalların orta qiyməti, m	Tezliklər, $P_i$	Yığılmış tezliklər, $P_s$
250-550	400	4	4
550-850	700	4	8
850-1150	1000	3	11
1150-1450	1300	8	19
1450-1750	1600	17	36
1750-2050	1900	25	61
2050-2350	2200	25	86
2350-2650	2500	19	105
2650-2950	2800	7	112

$$\frac{n}{2} = \frac{112}{2} = 56 \text{ qiyməti } P_s=36 \text{ və } P_s=61 \text{ arasında yerləşir. } P_s=61$$

görə tapırıq ki, mediana 1750-2050 intervalında yerləşir. Deməli,  $P_{me}=25$ .

Onda düstura görə

$$M_c = 1750 + 300 \left( \frac{\frac{112}{2} - 36}{25} \right) = 1990 \text{ m}$$

Mediananı kumulyataya görə qrafik üzrə də təyin etmək olar. Buna görə üzərində yığılmış tezliklər qeyd edilmiş ordinatını yarı bölür və orta nöqtədən kumulyata ilə kəsişənə qədər perpendikulyar qaldırırlar. Sonra kəsişmə nöqtəsindən absisə endirilmiş perpendikulyar mediananın qiymətini göstərəcəkdir.

**Moda (Mo).** Məcmuda ən çox rast gələn qiymətdir. Ən çox tezliyə malik sinif modal adlanır.

Moda aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$M_o = X_{a_5} + i \cdot \left( \frac{P_2 - P_1}{2P_2 - P_1 - P_3} \right) \quad (29)$$

Burada  $M_o$ —moda,  $X_{a_5}$ —modal (ən çox tezlikli) sinifin aşağı sərhəddi,  $P_2$ —modal sinifin tezliyi,  $P_1$ —modal sinifdən əvvəlki sinifin tezliyi,  $P_3$ —modal sinifdən sonrakı sinifin tezliyi,  $i$ —sinifin enidir.

Misal. Neogen lavalarında  $SiO_2$ -n siniflər üzrə paylanma tezliyi verilmişdir (Cədvəl 14).

**Cədvəl 14**

Siniflər $SiO_2$ (%-lə)	Tezlik
56-59	1
59-62	6
62-65	8
65-68	7
68-71	3
71-74	5

Bu məcmunun modasını hesablayaq.

$$M_o = 62 + 3 \left( \frac{8 - 6}{2 \cdot 8 - 6 - 7} \right) = 62 + 3 \cdot \frac{2}{3} = 64$$

Bir modalı məcmularda modanı median və orta qiymət vasitəsilə hesablamaq olar:

$$M_o = 3M_c - 2\bar{X} \quad (30)$$

**Kvantillər.** Mediana və moda ilə bərabər variasiya sırasının struktur xarakteristikasına kvantillər də aiddir. Onlar sıra daxilində onun üzvlərinin müəyyən hissəsini ayırırlar. Kvantillərə kvartillər,

desillər və persentillər aiddir. Kvartil sıranın  $\frac{1}{4}$  hissəsini ayıran

kəmiyyətdir. 3 kvartil  $q_1$ ,  $q_2$  və  $q_3$  bütün variasiya sırasını dörd bərabər hissəyə (kvartaya) bölür.

Bəzən interkvartil endən də istifadə edilir. Bu kumulyata əyrisi (inteqral paylanma funksiyası) üzərində  $q_1$  və  $q_3$  -n ordinatları arasında məsafədir. Lakin o absis oxu üzrə ölçülür. Bunun üçün kumulyata qrafikində ordinat oxunun üzərində 0,25 və 0,75 qiymətlərinə uyğun gələn nöqtələr absis oxuna paralel kumulyata əyrisi ilə kəsişənə qədər xətlər çəkilir. Sonra alınmış kəsişmə nöqtələrindən absis oxuna perpendikulyarlar endirilir. Bu perpendikulyarların absis oxu ilə kəsişmə nöqtələri arasındakı məsafə interkvartil enə bərabərdir.

Desil – sıranın bütün üzvlərinin 1/10 hissəsini ayıran kəmiyyətdir. 9 desil variasiya sırasını on bərabər hissəyə bölür. Əgər ümumi paylanma sırasında variantların yüzdə bir hissəsindən bəhs edilirsə, onda belə kəmiyyət persentil adlanır və  $P_i$  ilə işarə edilir. 99 persentil müşahidələr məcmunu 100 bərabər hissəyə bölür.

Təcrübədə adətən  $P_3, P_5, P_{10}, P_{25}, P_{50}, P_{75}, P_{90}, P_{95}, P_{97}$  persentillərindən istifadə edilir. Əllinci persentil ikinci kvartilə ( $q_2$ ), medianaya ( $P_5=M_e$ ) və beşinci desilə bərabərdir.

Hər hansı persentili aşağıdakı düstur vasitəsilə tapmaq olar:

$$P_i = X_{as} + i \left( \frac{k - P_s}{P} \right) \quad (31)$$

Burada  $X_{as} - P_i$  persentili yerləşmiş sinfin aşağı sərhəddidir.  $K = P_i n / 100$  kəmiyyətinə görə təyin edilir. Bu kəmiyyət yığılmış tezliklər sırasında  $P_s$ -dən artıq (və ya ona bərabər) olan qiymətə bərabərdir.  $P_i$ -seçilmiş persentil,  $P - R_i$  persentili yerləşmiş sinfin tezliyi,  $i$ -sınıf intervalının qiyməti,  $n$ -müşahidələrin sayıdır.

Misal. Tutaq ki, aşağıdakı məlumat verilmişdir:

X(intervalların eni)	30-35	35-40	40-45	45-50	
50-55					
$P_i$ (tezlik)	8	20	41	54	50
$P_s$ (yığılmış tezlik)	8	28	69	123	173

10-cu persentili tapmaq.

$K = P_i n / 100 = 10 \cdot 173 / 100 = 17.3$ . Bu qiymət  $P_s = 8$  və  $P_s = 28$  arasındadır. Beləliklə,  $P_{10}$  persentili yerləşən intervalın aşağı sərhəddi 35-ə bərabərdir. Intervalın eni  $i = 5$ , tezliyi isə  $P = 20$ -dir.

Buradan

$$P_{10} = 35 + 5 \left( \frac{17.3 - 8}{20} \right) = 37.33$$

Beləliklə, persentillərin təyini variasiya sırasının əlamətin minimal qiymətlərindən maksimal qiymətlərinə doğru aparılan tezliklər kumulyasiyasına əsaslanır.

## FƏSİL IV. EHTİMAL NƏZƏRİYYƏSİ VƏ RİYAZİ STATİSTİKANIN ƏSASLARI

### 4.1. Ehtimal nəzəriyyəsinin əsas müddələri

Riyazi statistika ehtimal nəzəriyyəsinin məfhumları və metodlarından geniş istifadə edir. Buna görə də ehtimal nəzəriyyəsinin əsas müddələri barədə qısa məlumat verək.

Kütləvi hadisələr və proseslər bəzi təcrübələrin, əməliyyatların sabit şəraitdə dəfələrlə təkrarlanması ilə səciyyələnirlər. Buna görə də ehtimal nəzəriyyəsində «sınaq» məfhumundan istifadə edilir. İstənilən qədər çox təkrar edilə bilən müəyyən şərtlər kompleksinin həyata keçirilməsi sınaq adlanır. Bu kompleksin həyata keçirilməsi zamanı hadisə baş verir.

Bəzi hadisələr sınağın hər bir təkrarında hökmən baş verir. bunları mütləq (yəqin) hadisə adlandırırlar. Məs. püskürmə suxurlarının tərkibində  $\text{SiO}_2$ -nin olması. Bəzi hadisələr isə sınaq vaxtı baş verə bilməz. Bunlara mümkün olmayan hadisə deyilir. Məs., qutudakı şarların hamısı qaradırsa, ondan sınaq zamanı ağ şarın çıxarılması.

Ümumi halda sınaq nəticəsində dəyişən təsadüfi şərtlərdən asılı olaraq bu sınaqda baş verə bilən hadisələr çoxluğundan bu və ya digər hadisə baş verə bilər. Belə çoxluq «sınaq ilə bağlı hadisələr sahəsi», bu sahənin hadisələri isə «təsadüfi hadisələr» adlanır.

Uyuşan və uyuşmayan hadisələri fərqləndirirlər. Əgər eyni bir sınaqda bir hadisənin baş verməsi başqa hadisələrin baş verməsi ilə müşayət edilirsə bunlara uyuşan hadisələr, əks halda isə uyuşmayan hadisələr deyilir. Əgər sınaq şərtlərinə görə hadisələrin heç biri obyektiv olaraq o birindən çox baş vermək imkanına malik deyilsə, belə hadisələr bərabər imkanlı adlanır.

Hadisələrin tam qrupu da mühüm məfhumdur. Əgər sınaq zamanı bir neçə hadisədən biri hökmən baş verirsə, belə hadisələr hadisələrin tam qrupunu əmələ gətirirlər.

Əks və ya tamamlayıcı hadisə ( $\bar{A}$ ) elə hadisəyə deyilir ki, müəyyən A hadisəsi baş verməsə, o hökmən baş verməlidir. Əks hadisələr uyuşmayan olub hadisələrin tam qrupunu təşkil edirlər. Məs., hazırlanmış detallar partiyası yararlı və yararsız detallardan

ibarətdir. Bu partiyadan bir detallı götürdükdə o ya yararlı (A) və ya da yararsız ( $\bar{A}$ ) olacaqdır.

Uyuşmayan və bərabərlikanlı hadisələr tam qrup əmələ gətirirlərsə təsadüfi hadisələr adlandırılırlar. Belə halda deyirlər ki, sınaq təsadüflər sxeminə çevrilir.

A hadisəsinin ehtimalı (P(A)) müəyyən sınaq nəticəsində onun baş verdiyi təsadüfi hadisələrin (m), təsadüfi hadisələrin ümumi sayına (n) nisbətində bərabərdir.

$$P(A) = \frac{m}{n} \quad (32)$$

Hadisənin ehtimalının tərifini ilk dəfə XVIII əsrdə Laplas vermişdir. Düsturdan görüldüyü kimi ehtimal müsbət ədəd olub 0 ilə 1 arasında dəyişir

$$0 \leq m \leq n, \quad 0 \leq P(A) \leq 1$$

Ehtimalın xassələri: 1) Əgər bütün təsadüfi hadisələr A hadisəsi üçün əlverişlidirsə, onda A hadisəsi hökmən baş verməlidir. Deməli, bu hadisə yəqin hadisədir və onun ehtimalı  $P(A)=1$ , çünki bu halda  $m=n$ .

$$P(A) = \frac{m}{m} = 1$$

2) Əgər təsadüfi hadisələrin heç biri A üçün əlverişli deyilsə, o sınaq nəticəsində baş verməyəcək. Beləliklə nəzərdən keçirilən hadisə mümkün olmayan hadisədir və onun ehtimalı  $P(A)=0$ . Çünki bu halda  $m=0$

$$P(A) = \frac{0}{n} = 0$$

3) Tam qrup təşkil edən hadisələrin baş vermə ehtimalı vahidə bərabərdir. çünki sınaq nəticəsində bunların heç olmasa birinin baş verməsi yəqin hadisədir.

4) Əks hadisənin ( $\bar{A}$ ) baş vermə ehtimalı vahid ilə A hadisəsinin ehtimalı arasındakı fərqə bərabərdir.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad (33)$$

$$\text{İsbatı: } P(\bar{A}) = \frac{n - m}{n} = 1 - \frac{m}{n} = 1 - P(A)$$



Misal 1. Yeşikdə 10 yararsız və 15 yararlı detal var. Təsadüfən götürülmüş detailın yararlı olma ehtimalını hesablayın. Yararlı detailın çıxarılmasını A hadisəsi kimi qeyd edək. Onda təsadüflərin ümumi sayı  $n=25$ , A üçün əlverişli təsadüflərin sayı  $m=15$ . Beləliklə,

$$P(A)=15/25=0.6$$

Misal 2. Əgər yeşikdən 3 detal çıxarılsa, onda onların 3-nün də yararlı olması ehtimalı nəyə bərabərdir?

A hadisəsi ilə 3 yararlı detailın çıxarılmasını işarə edək. Təsadüflərin ümumi sayı 25 elementdən bütün detalları üç-üç neçə üsulla çıxarmağa bərabərdir. Yəni  $n=C_{25}^3$ . Eyni ilə A hadisəsi üçün əlverişli

təsadüflərin sayı  $m=C_{15}^3-r$ . Beləliklə,  $P(A)=\frac{C_{15}^3}{C_{25}^3}=91/460$ .

Hadisənin ehtimalının statistik təyini (32) düsturu hadisələrin ehtimalının bilavasitə hesablanması üçün yalnız o vaxt tətbiq edilə bilər ki, sınaq təsadüfi hadisələr sxeminə gətirilə bilsin.

Təcrübədə çox vaxt ehtimalın klassik tərifinə görə tətbiq edilə bilməz:

- 1) ehtimalın klassik tərifinə hadisələrin sonlu sayda olmağını güman edir. Həqiqətdə isə o çox vaxt qeyri məhdud olur.
- 2) çox vaxt sınağın nəticəsini bərabərlik və uyuşmayan hadisələr kimi göstərmək olmur.

Çoxdan məlumdur ki, təsadüfi hadisələr sxeminə gətirilə bilməyən hadisələrin baş vermə tezliyi çoxsaylı təkrar sınaqlarda müəyyən sabit kəmiyyət ətrafında stabilləşmə meylinə malikdir. Bu onu göstərir ki, həmin hadisələr də sınaqda müəyyən dərəcə obyektiv baş vermə imkanına malikdirlər ki, bunun ölçüsünü də nisbi tezlik ilə ifadə etmək olar.

Məşhur İsveçrə alimi Yakov Bernulli sübut etmişdir ki, sınaqların çox sayında nisbi tezlik ehtimala yaxınlaşır və limitdə çox saylı sınaqlarda əməli olaraq ehtimala bərabər olmalıdır. Onun bu fikri böyük ədədlər qanunu adlanır. Bir sıra alimlər bu qanunu yoxlamağa çalışmış və onun düzlüyünü təsdiq etmişlər. Beləliklə hadisənin statistik ehtimalı məfhumu meydana çıxmışdır. Bu məfhum altında A hadisənin  $n$  sınaqda baş verməsinin nisbi tezliyi başa düşülür. Beləliklə,

$$P^*(A) = \frac{m}{n} \quad (34)$$

Burada  $m$  A hadisəsinin  $n$  sınaqda baş verməsinin sayıdır.

### Hadisələrin cəmi və hasili

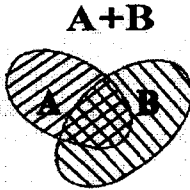
Bir çox praktiki məsələlər üçün ehtimalların bilavasitə hesablanması kifayət qədər çətindir. Buna görə də, bəzi hadisələrin məlum ehtimalına görə, başqa hadisələrin ehtimalını hesablamağa imkan verən metodların yaradılması zəruriyyəti meydana gəldi. Bu metodlar ehtimal nəzəriyyəsinin əsas teoremləri olan ehtimalların toplanması və hasili teoremləri ilə əlaqədardır. Bu teoremlərə keçmədən əvvəl hadisələrin cəmi və hasili məfhumlarını araşdıraraq. A və B hadisələrinin cəmi elə bir S hadisəsidir ki, bu zaman A və ya B, yaxud da bu hadisələrin hər ikisi baş verir. Əgər A və B uyuşmayan hadisələdirsə, onda onların cəmi ya A və ya B hadisəsinin baş verməsidir.

Bir neçə hadisənin cəmi elə bir hadisədir ki, bu zaman heç olmasa bu hadisələrdən biri baş verir.

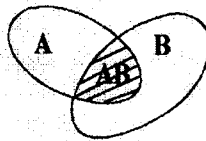
A və B hadisələrinin hasili elə bir S hadisəsidir ki, bu zaman A və B hadisələri ikisi də birlikdə baş verir.

Eynilə, bir neçə hadisənin hasili elə bir hadisədir ki, bu zaman bu hadisələrin hamısı birlikdə baş verir.

Hadisələrin cəmi və hasilinin həndəsi interpretasiyasını verək. Əgər A ilə nöqtənin A sahəsinə və B ilə B sahəsinə düşməsinə işarə etsək, onda  $A+B$  9a şəklində ştrixlənmiş sahəyə,  $AB$  isə 9b şəklində ştrixlənmiş sahəyə düşmək deməkdir.



Şək 9a



Şək.9b

\* Bu və sonrakı teoremlərin isbatı riyazi statistika kurslarında olduğu üçün burada verilmir.

### **Hadisələrin cəmi və hasili. Ehtimalların toplanması.**

**Teorem 1.** İki uyuşmayan hadisədən birinin baş vermə ehtimalı bu hadisələrin ehtimalları cəminə bərabərdir.

$$P(A+B)=P(A)+P(B) \quad (35)$$

**Teorem 2.** Bir neçə cüt-cüt uyuşmayan hadisələrin baş vermə ehtimalı bu hadisələrin ehtimalları cəminə bərabərdir.

$$P\left(\sum_{i=1}^n A_i\right)=\sum_{i=1}^n P(A_i) \quad (36)$$

**Nəticə 1.** Əgər  $A_1, A_2, \dots, A_n$  uyuşmayan hadisələri tam qrup təşkil edirlərsə, onların ehtimallarının cəmi vahidə bərabərdir. Yəni  $P(A_1)+P(A_2)+\dots+P(A_n)=1$

**Nəticə 2.** Əks hadisələrin ehtimalları cəmi vahidə bərabərdir.

$$P(A)+P(\bar{A})=1$$

**Teorem 3.** İki uyuşan hadisənin ehtimallarının cəmi bu hadisələrin ehtimallarının cəmi ilə onların birlikdə baş vermə ehtimalının fərqi bərabərdir.

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB) \quad (37)$$

Analoji olaraq bu düsturu induksiya yolu ilə istənilən sayıda uyuşan hadisələrin cəminin ehtimalı hesablanması halına tətbiq etmək olar.

### **Ehtimalların hasili teoremi.**

Asılı olmayan və asılı hadisələri fərqləndirirlər. Əgər bir hadisənin baş verməsi o birinin baş vermə ehtimalını dəyişmirsə bunlar asılı olmayan hadisələr adlanır. Məs, sexdə istehsalat şəraitinə görə bir-birindən asılı olmayan 2 avtomatik xətt işləyirsə, onda bunların dayanması asılı olmayan hadisələrdir.

Bir neçə hadisə məcmuda asılı olmayan onda sayılır ki, bunların hər biri qalanlarının hər hansı kombinasiyasından asılı olmasın. Hadisələrin birinin baş verməsi o birinin baş vermə ehtimalını dəyişirsə, bu hadisələr asılı adlanır. Fərz edək ki, 2 istehsalat qurğusu vahid texnoloji şikdə bir-birinə bağlıdırlar. Onda bu qurğulardan birinin sıradan çıxması o birinin nə vəziyyətdə olmasından asılı olur. A hadisəsinin baş verdiyi halda B hadisəsinin də baş vermə ehtimalı B hadisəsinin şərti ehtimalı adlanır və  $P(B/A)$  ilə işarə edilir.

B hadisəsinin A hadisəsindən asılı olmaması şərti  $P(B/A) \neq P(B)$  yazılır.

**Misal.** Tutaq ki, yeşikdə 2 ağ və 3 qara küre var. Bir-birinin ardınca yeşikdən 2 küre götürülür. İkinci dəfə götürülən kürenin ağ

olacağı ehtimalını təyin edin, bu şərtlə ki, birinci dəfə götürülmüş kürə yeşiyə qaytarılmır.

Həll. Ağ kürənin çıxarılmasını A, qara kürənin çıxarılmasını isə  $\bar{A}$  ilə işarə edək. Onda birinci halda

$$P(A)=2/5; P(\bar{A})=3/5$$

Çıxarılmış kürə yeşiyə qaytarılmadığından, ikinci dəfə ağ kürənin çıxarılma ehtimalı ondan qabaq hansı hadisənin baş verməsindən asılıdır. B ilə ağ kürənin ikinci halda çıxarılması hadisəsini işarə edək. Onda bu hadisənin ehtimalı

$$P(B/A)=1/4; P(B/\bar{A})=2/4;$$

Beləliklə B hadisəsinin ehtimalı, A hadisəsinin baş verib-verməməsindən asılıdır.

Teorem. İki hadisənin hasilinin ehtimalı birinin ehtimalının birinci hadisə baş verdiyi halda digərinin şərti ehtimalına hasilinə bərabərdir.

$$P(AB)=P(A) \cdot P(A/B) \quad (38)$$

Yuxarıdakı misal üçün 2 dəfə ardıcıl olaraq ağ kürənin yeşikdən

$$\text{çıxarılması ehtimalı } P(AB)=P(A) \cdot P(B/A)=\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}=1/10$$

Teorem. Bir neçə hadisənin hasilinin ehtimalı bu hadisələrdən birinin ehtimalının o birilərin şərti ehtimallarına hasilinə bərabərdir. Hər sonrakı hadisənin şərti ehtimalı hesablanarkən, belə güman edilir ki, əvvəlki hadisələr baş vermişdir.

$$P(A_1, A_2, \dots, A_{n-1}, A_n)=P(A_1) \cdot P(A_2/A_1) \cdot P(A_n/A_1, A_2, \dots, A_{n-1}) \quad (39)$$

Nəticə. Müstəqil hadisələrin hasilinin ehtimalı onların ehtimallarının hasilinə bərabərdir.

$$P(AB)=P(A) \cdot P(B) \quad (40)$$

Bu nəticələr istənilən sayda müstəqil hadisələr məcmuuna tətbiq edilə bilər.

$$P(A_1, A_2, \dots, A_n)=P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n)$$

Əgər  $P(AB) \cdot P(A) \cdot P(B) \neq 0$  onda A və B hadisələri bir-birindən asılıdır.

A və B hadisələri arasında əlaqənin mütləq qiymətinin göstəricisi kimi

$$P(AB)-P(A) \cdot P(B)=\delta \text{ götürmək olar.}$$

$P(AB)=P(A) \cdot P(B/A)$  olduğunu nəzərə alsaq, Onda  $P(A) \cdot (P(B/A)-P(B))=\delta$  yazmaq olar. Buradan görünür ki, əgər bir

hadisənin ehtimalı başqa hadisə baş verdikdən sonra artırsa onda  $\delta$  müsbət, əks halda mənfi olacaqdır.

$\bar{A}$  ilə  $\bar{B}$  arasında əlaqənin qiymətinin göstəricisi  $-\delta$ -ya bərabərdir.

Bir hadisənin o birinin baş verdiyi və baş vermədiyi halda şərti ehtimalları arasında fərq reqressiya əmsalı adlanır. Əgər A hadisənin B hadisəsinə görə reqressiya əmsalı nəzərdən keçirilsə o  $\rho_a$ , B hadisəsinin A-ya görə reqressiya əmsalı  $\rho_b$  ilə işarə edilir. Onda

$$\rho_a = P(A/B) - P(A/\bar{B}) \quad (41)$$

$$\rho_b = P(B/A) - P(B/\bar{A}) \quad (42)$$

$$\text{Bundan əlavə } \rho_a = \frac{\delta}{P(B)P(\bar{B})} \quad (43); \quad \rho_b = \frac{\delta}{P(A)P(\bar{A})} \quad (44)$$

$$\rho_a = \rho_b \cdot \frac{P(A)P(\bar{A})}{P(B)P(\bar{B})} \quad (45)$$

Reqressiya əmsalları mütləq qiymətinə görə vahiddən böyük deyildirlər.

Əgər A və B birlikdə baş versə  $\rho=1$ , A və  $\bar{B}$  və ya  $\bar{A}$  və B birlikdə baş versə  $\rho=-1$ . Beləliklə,  $-1 \leq \rho \leq 1$

A və B arasında korrelyasiya əmsalı

$$R = \pm \sqrt{\rho_a \rho_b} = \rho_a \sqrt{\frac{P(A)P(\bar{B})}{P(A)P(\bar{A})}}$$

$$= \rho_b \sqrt{\frac{P(A)P(\bar{A})}{P(B)P(\bar{B})}} = \frac{P(AB) - P(A) \cdot P(B)}{\sqrt{P(A) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(B) \cdot P(\bar{B})}} \quad (46)$$

$$-1 \leq R \leq 1$$

A və B müstəqil hadisələr olsa, reqressiya və korrelyasiya əmsalları sifra bərabər olur.

**Misal.** Tutaq ki, müxtəlif çay dərələri boyu şlix nümunələri yuyulmuşdur. Bu nümunələrin içində filiz mineralları, qızıl dənələri çox olan şlixlər də vardır. Bunlardan təsadüfi götürüldə filiz mineralı ilə zəngin şlixin götürülməsi ehtimalı 0.1280, qızıl dənələri çox olan şlixin götürülmə ehtimalı 0,0346 və tərkibində həm qızıl və həm də filiz mineralı olan şlixin çıxarılma ehtimalı 0.0206. Burada hadisələrin şərti ehtimallarını reqressiya və korrelyasiya əmsalını hesablamaq lazımdır. Tutaq ki, A hadisəsi filizli mineral olan şlixin, B

qızılı şlixin,  $P(AB)$  isə qızıl və filiz mineralı şlixin götürülməsidir. Onda:  $P(A)=0.1280$ ,  $P(B)=0.0346$ ,  $P(AB)=0.0206$ .

$\bar{A}$  və  $\bar{B}$ -ni uyuşmayan hadisələrin cəmi kimi ifadə edə bilərik.

$$\bar{A} = \bar{A}B + \bar{A}\bar{B}, \quad \bar{B} = A\bar{B} + \bar{A}\bar{B},$$

Ehtimalların cəmi teoremini tətbiq etməklə alırıq:

$$P(\bar{A}) = P(\bar{A}B) + P(\bar{A}\bar{B})$$

$$P(\bar{B}) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}\bar{B}),$$

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}) - P(\bar{A}B), \text{ Buradan}$$

$$P(A\bar{B}) = P(\bar{B}) - P(\bar{A}\bar{B})$$

$\bar{A}\bar{B} = \bar{A} + \bar{B}$  bərabərliyini nəzərə alsaq

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A} + \bar{B}) = 1 - P(A+B);$$

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.1280 + 0.0346 + 0.0206 = 0.1420$$

$$P(\bar{A}\bar{B}) = 1 - 0.1420 = 0.8580$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.1280 = 0.8720$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.0346 = 0.9654$$

$$P(\bar{A}B) = 0.8720 - 0.8580 = 0.0140$$

$$P(A\bar{B}) = 0.9654 - 0.8580 = 0.1074$$

Hadisələrin şərti ehtimalını və reqressiya və korrelyasiya əmsallarını təyin edək.

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0.0206}{0.1280} = 0.1609$$

$$P(B/\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \frac{0.0140}{0.8720} = 0.0160$$

$$\rho_b = P(B/A) - P(B/\bar{A}) = 0.1609 - 0.0160 = 0.1449$$

$$\rho_a = P(A/B) - P(A/\bar{B})$$

$$P(A/B) = P(AB)/P(B) = 0.0206/0.0346 = 0.5953$$

$$P(A/\bar{B}) = P(A\bar{B})/P(\bar{B}) = 0.1074/0.9654 = 0.1112$$

$$\text{Buradan } \rho_a = 0.5953 - 0.1112 = 0.4841$$

A və B hadisələri arasındakı korrelyasiya

$$R = \sqrt{\rho_a \rho_b} = \sqrt{0.1449 * 0.4841} = 0.2649$$

### Tam ehtimal düsturu

Teorem. Əgər A hadisəsi yalnız uyuşmayan hadisələrin tam qrupunu təşkil edən  $B_1, B_2, \dots, B_n$  hadisələrinin birinin baş verməsi zamanı baş verərsə, onda A hadisəsinin ehtimalı  $B_1, B_2, \dots, B_n$

hadisələrinin hər birinin ehtimalının A hadisəsinin uyğun şərti ehtimalına hasilləri cəminə bərabərdir.

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(B_i) \cdot P(A/B_i) \quad (47)$$

Misal. Tutaq ki, yığıma konveyerə 3 dəzğahdan detallar daxil olur. Bunlardan birincisi planın 50 %-ni, ikincisi 30%-ni, üçüncüsü isə 20%-ni verir. Əgər konveyerə birinci dəzğahda düzəldilən detal veriləsə, onda yığımın yararlılıq ehtimalı 0.98, ikinci və üçüncü dəzğahlarınməhsulu üçün uyğun ehtimallar 0.95 və 0.8-ə bərabərdir. Konveyerdən çıxan məhsulun yararlılıq ehtimalını tapın.

Həlli. Yığılmış məhsulun yararlılığını bildiren hadisəni A, detalların birinci, ikinci və üçüncü dəzğahda hazırlanması hadisələrini  $B_1, B_2, B_3$  ilə işarə edək. Onda

$$P(B_1)=0.5; P(B_2)=0.3; P(B_3)=0.2$$

$$P(A/B_1)=0.98; P(A/B_2)=0.95; P(A/B_3)=0.8;$$

Beləliklə,

$$P(A) = P(B_1) \cdot P(A/B_1) + P(B_2) \cdot P(A/B_2) + P(B_3) \cdot P(A/B_3) = 0.5 \cdot 0.98 + 0.3 \cdot 0.95 + 0.2 \cdot 0.8 = 0.935$$

**Bayes düsturu.** Bayes düsturu tam qrup təşkil edən  $B_1, B_2, \dots, B_n$  hadisələrinin ehtimallarının yenidən miqdarca qiymətləndirilməsi lazım gəldikdə tətbiq olunur. Sınağa qədər (aprior)  $P(B_1), P(B_2), \dots, P(B_n)$  ehtimalları məlumdur. Sınaqdan sonrakı (aposterior) ehtimalları, yəni  $P(B_1/A), P(B_2/A), \dots, P(B_n/A)$  şərti ehtimalları tapmaq lazımdır. Bunu aşağıdakı Bayes düsturu vasitəsilə tapırlar:

$$P(B_j/A) = \frac{P(B_j)P(A/B_j)}{\sum_{i=1}^n P(B_i)P(A/B_i)} \quad (48)$$

Misal. Yuxarıdakı misalın məlumatından istifadə edərək, konveyerdən çıxan məhsul yararlıdırsa, birinci, ikinci və üçüncü dəzğahda hazırlanmış detailin yığıma düşmə ehtimalını hesablayın.

I dəzğah üçün

$$P(B_1/A) = \frac{P(B_1)P(A/B_1)}{P(A)} = \frac{0.5 \cdot 0.98}{0.935} = 0.525$$

II dəzğah üçün

$$P(B_2/A) = \frac{P(B_2)P(A/B_2)}{P(A)} = \frac{0.3 \cdot 0.95}{0.935} = 0.304$$

III dərəcə üçün

$$P(B_3/A) = \frac{P(B_3)P(A/B_3)}{P(A)} = \frac{0.2 \cdot 0.8}{0.935} = 0.171$$

Bayes düsturları idarəetmə problemlərinin həllində iqtisadiyyatda və sənayedə informasiya qıtlığı şəraitində geniş tətbiq edilir. Əlavə informasiya yığıldıqca qəbul edilmiş qərarlarda düzəlişlər edirlər.

### Bernulli və Puasson sınaqları sxemi

Təcrübədə ehtimal məsələlərə rast gəlmək olur ki, onları dəfələrlə, nəticəsində A hadisəsinin baş verdiyi və ya vermədiyi təkrarlanan sınaqlar kimi ifadə etmək olar. Bu zaman ayrı-ayrı sınaqların nəticəsi yox, müəyyən sayda sınaqlar nəticəsində A hadisəsinin neçə dəfə baş verməsi maraqlıdır. Belə məsələlərdə  $n$  sınağı nəticəsində A hadisəsinin  $m$  dəfə baş verməsinin ehtimalını təyin etməyi bacarmaq lazımdır. Əgər hər bir sınaqda A hadisəsinin ehtimalı başqa sınaqların nəticəsindən asılı deyilsə, belə sınaqları A hadisəsinə görə müstəqil (asılı olmayan) sınaqlar adlandırırlar. Əgər müstəqil sınaqlar eyni şəraitdə aparılırsa, bu sınaqlarda A hadisəsinin ehtimalı eyni olacaqdır. Belə sınaqlara birinci növ sınaqlar deyilir.

İkinci növ sınaqlarda hadisənin ehtimalı sınaqdan sınağa dəyişir.

Hadisələr sadə və mürəkkəb olur. sadə hadisələr başqa xırda hadisələrə parçalanmır. Mürəkkəb hadisələr isə sadə hadisələr kombinasiyasından ibarətdir.

Tutaq ki,  $n$  müstəqil sınaq keçirilir. Bu sınaqların hər birindən A hadisəsi ya  $P$  ehtimalı ilə baş verir, və ya  $q=1-P$  ehtimalı ilə baş vermir.

Onda  $n$  sınaq nəticəsində A hadisəsinin  $m$  dəfə baş verməsini B hadisəsi kimi işarə etsək, B-nin baş vermə ehtimalı

$$P_{m,n} = C_n^m P^m q^{n-m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} P^m q^{n-m} \quad (49)$$

düsturu ilə təyin edilir. Bu düstur Bernulli düsturu, sınaqların müstəqilliyi və hər sınaq nəticəsində A hadisəsinin meydana gəlməsi ehtimalının sabit olması şərtini ödəyən sınaqlara Bernulli sınaqları və ya Bernulli sxemi deyilir.

Əgər A hadisəsinin baş vermə ehtimalı sınaqdan-sınağa dəyişirsə, buna Puasson sxemi deyilir. Bu zaman A hadisəsinin  $n$



müstəqil sınaqda baş vermə imkanının ehtimalını hesablamaq üçün  $\varphi_n(x)$  funksiyasından istifadə edilir.

$$\varphi_n(x) = (q_1 + P_1x)(q_2 + P_2x) \dots (q_n + P_nx) \text{ və ya}$$

$$\varphi_n(x) = \prod_{i=1}^n (q_i + P_i x)$$

Burada  $P_i$  - i sınağında A hadisəsinin baş vermə ehtimalı,  $q_i$  isə A hadisəsinin həmin sınaqda baş verməməsi ehtimalıdır.

$\varphi_n(x)$  funksiyası elə bir xassəyə malikdir ki,  $x^m$ -in əmsalı A hadisəsinin n sınaqda m dəfə baş vermə ehtimalına bərabərdir. Bunu bu şəkildə yazmaq olar:

$$\prod_{i=1}^n (q_i + P_i x) = \sum_{m=0}^n P_{m,n} x^m \quad (50)$$

Əgər bu ifadənin sol tərəfini açsaq, onda  $x$ -n 0,1 və s. dərəcələri yanındakı əmsallar  $P_{0,n}, P_{1,n}, \dots, P_{n,n}$  ehtimallarını verəcəkdir.

$$\sum_{m=0}^n P_{m,n} = 1$$

$P_{m,n}$ -dən başqa təcrübədə A hadisəsinin m dəfədən az olmayaraq ( $C_m$ ), m-dəfədən çox olmayaraq ( $D_m$ ), m-dən az ( $D_{m-1}$ ) və m-dən çox ( $C_{m+1}$ ) dəfə baş verməsi ehtimallarını da hesablamaq lazım gəlir.

$$P(C_m) = \sum_{i=m}^n P_{i,n}$$

$$P(D_m) = \sum_{i=0}^m P_{i,n}$$

$$P(D_{m-1}) = \sum_{i=0}^{m-1} P_{i,n} \quad (51)$$

$$P(C_{m+1}) = \sum_{i=m+1}^n P_{i,n}$$

$C_m$  və  $D_{m-1}$  və həm də  $D_m$  və  $C_{m+1}$  əks hadisələr olduğu üçün, hesablamaları sadələşdirmək məqsədilə aşağıdakı ifadələrdən istifadə etmək olar.

$$P(C_m) = 1 - P(D_{m-1}) \quad (52)$$

$$P(D_m) = 1 - P(C_{m+1}) \quad (53)$$

Misal. Müxtəlif ölkələrdə yerləşən yataqlardan götürülmüş küllü miqdarda kvars kristalları üzərində aparılmış tədqiqatlar sağ kvars kristalının rast gəlmə ehtimalının  $P=0.49$  olması müəyyən edilmişdir. İxtiyari olaraq bu kolleksiya içərisindən götürülmüş 5 kristal içərisində 1 sağ kvars kristalın olması ehtimalını hesablayın.

Həlli. Məsələnin şərtləri Bernulli sxeminin tələblərini ödəyir.

Buna görə

$$n=5; m=1, P=0.49 \text{ götürüb}$$

$$P_{1,5}=C_5^1(0.49)^1(0.51)^4=0.1660$$

Misal. Növbənin sonunda nəzarətə hazırlanma keyfiyyətinə görə fərqlənən 4 dəst detal daxil olur. Bunların texniki şərtləri ödəmə ehtimalları  $P_1=0.8$ ,  $P_2=0.7$ ,  $P_3=0.9$  və  $P_4=0.95$ . Nəzarətçi yoxlama üçün hər dəstdən bir detal götürür. Yoxlanan detallar içində texniki şərtləri ödəyən azı 2 detailın olması ehtimalını hesablayın. Bu məsələ Puasson sxeminə uyğundur. Ehtimalı hesablamaq üçün  $\varphi_n(x)$  funksiyasından istifadə edək.

$$\varphi_n(x)=(0.2+0.8x)(0.3+0.7x)(0.1+0.9x)(0.05+0.95x)=0.0003+0.0103x+0.1073x^2+0.4033x^3+0.4788x^4.$$

Axtarılan hadisənin ehtimalı

$$P(C_2)=\sum_{i=2}^4 P_{i,4}=0.1073+0.4033+0.4788=0.9894$$

Bernulli sxemi üzrə təkrar sınaqlarda hadisənin ən böyük ehtimallı baş vermə sayı.

Təcrübədə bəzən hadisənin baş vermə sayının hansı qiymətinin ən çox ehtimallı olduğunu bilmək tələb olunur, yəni hansı m qiymətində  $P_n(m)$  ən böyük qiymətə malikdir (əlbətdə P və n-in məlum qiymətlərində). Bernulli düsturları bu məsələnin sadə həllini tapmağa imkan verir.

Əvvəlcə,  $\frac{P_n(m+1)}{P_n(m)}$  - i tapaq.

$$\frac{P_n(m+1)}{P_n(m)} = \frac{n!m!(n-m)!P^{m+1}(1-P)^{n-m-1}}{(m+1)!(n-m-1)!n!P^m(1-P)^{n-m}} = \frac{n-m}{m+1} \cdot \frac{P}{1-P},$$

Beləliklə,  $P_n(m+1)$ -i  $P_n(m)$ -dən böyük, ona bərabər və ya ondan kiçik olması 3 nisbətdən  $\frac{n-m}{m+1} \cdot \frac{P}{1-P} > 1$ ,  $\frac{n-m}{m+1} \cdot \frac{P}{1-P} = 1$ ,  $\frac{n-m}{m+1} \cdot \frac{P}{1-P} < 1$

hansının düz olması məsələsinə gətirib çıxarır. Beləliklə, əgər biz m-in hansı qiymətlərində  $P_n(m+1) > P_n(m)$  bərabərsizliyinin yerinə yetirilməsini aydınlaşdırmaq istəsək, onda m-in hansı qiymətlərində  $\frac{n-m}{m+1} \cdot \frac{P}{1-P} > 1$  bərabərsizliyinin yerinə yetirildiyini tapmalıyıq. Buradan

$$(n-m)p > (m+1)(1-p)$$

$$np - (1-p) > m$$

Beləliklə  $m$ -i qiyməti  $np-(1-p)$ -yə çatana qədər  $P_n(m+1) > P_n(m)$  olacaq.

Eynilə əgər  $m = np-(1-p)$  olsa,  $P_n(m+1) = P_n(m)$  və  $m > np-(1-p)$  olsa,  $P_n(m+1) < P_n(m)$  olar.

Beləliklə,  $m$  qiyməti artaraq  $np-(1-p)$  sərhəddini keçən kimi  $P_n(m)$  ehtimalı azalmağa başlayır. Bundan  $m$  ədədinin ən çox ehtimal olunan qiymətini ( $m_0$ ) tapmaq üçün istifadə etmək olar.

Onda  $P_n(m_0+1) \leq P_n(m_0)$  Buradan

$$m_0 \geq np-(1-p)$$

o biri tərəfdən

$$P_n(m_0-1) \leq P_n(m_0)$$

Bunun üçün

$$m_0-1 \leq np-(1-p) \text{ olmalıdır.}$$

$$\text{Buradan } m_0 \leq np+p$$

$$\text{Beləliklə, } np-(1-p) \leq m_0 \leq np+p \quad (54)$$

$m_0$  olduğu parçanın uzunluğu vahidə bərabərdir.

$$|np-1+p - np-p| = 1$$

Buna görə də əgər bu parçanın uclarından biri tam ədəd olmasa, onda bu parçada yalnız təkcə bir dənə tam ədəd yerləşəcək və  $m_0$  birmənalı təyin ediləcək. Bu adi haldır, çünki  $p < 1$ .

Yalnız nadir hallarda  $np-(1-p)$ -n qiyməti tam ədəd olacaq və onda  $m_0$  üçün bir-birindən vahid qədər fərqlənən  $np-(1-p)$  və  $np+p$  tam qiymətləri alacağıq ki, bunlar da ən çox ehtimalı qiymətlər olacaqdır.

Misal. Çoxillik müşahidələrlə müəyyən edilmişdir ki, müəyyən bir rayonda 1 avqust günü yağışın yağma ehtimalı  $4/17$ -r. Yaxın 50 ildə bu rayonda yağışlı avqust günlərinin ən çox ehtimal olunan sayını tapmalı.

$$p = \frac{4}{17}; n = 50.$$

$$np-(1-p) = 50 \cdot \frac{4}{17} - \frac{13}{17} = 11$$

$$np+p = 50 \cdot \frac{4}{17} + \frac{4}{17} = 12$$

Bu rəqəm tam olduğu üçün 50 il ərzində yağışlı 1 avqust günlərinin ən çox ehtimal olunan sayı 11 və 12 olacaqdır. (1.1)

Misal. Bir fiziki eksperimentdə müəyyən tipli hissəciklər üzərində müşahidə aparılmışdır. Bu zaman məlum olmuşdur ki, müəyyən vaxt ərzində 0.7 ehtimalla sürəti  $v_0$ -dan çox olan 60 hissəcik meydana gəlir. Sürəti  $v_0$ -dan böyük olan hissəciklərin ən çox ehtimal olunan sayını tapmalı.

$$n=60; \quad p=0.7$$

$$np-(1-p)=60 \cdot 0.7 - 1 + 0.7 = 41.7 \text{ Onda } m_0=42$$

Sınaqların sayı çox olduqda hadisənin ən çox ehtimalı sayı  $m_0=np$  olur.

**Bernulli teoremi.** Əgər biz böyük saylı  $n$  sınaqları seriyasını keçiriksə vahidə bərabər ehtimalla gözləyə bilərik ki,  $A$  hadisəsinin baş vermə sayı  $m$  özünün ən çox ehtimal olunan qiymətinə çox yaxın olub, ondan keçirilmiş  $n$  sınağın cüzi hissəsi ilə fərqlənəcəkdir.

Biz bilirik ki, sınaqların sayı ( $n$ ) böyük olduqda  $A$  hadisəsinin ən böyük ehtimalı baş vermə sayı ( $m_0$ )  $np$ -dən demək olar ki, seçilmir. Buna görə də  $m_0$ -n sınaqların sayı  $n$  böyük olduqda çox böyük ehtimalla  $np$ -dən çox az fərqləndiyini ( $0,01 n$  və ya  $0,001 n$  və ya ümumiyyətlə  $\epsilon n$  qədər- burada  $\epsilon$  istənilən qədər kiçik ədəddir) göstərmək kifayətdir. Başqa sözlə

$$P(|m_0 - np| > \epsilon n) \quad (55)$$

kifayət qədər böyük  $n$  üçün istənilən qədər kiçik olmalıdır. Böyük rus riyaziyyatçısı P.L.Çebışev bu bərabərsizliyi həll etmək üçün öz metodunu təklif etmişdir. Bu metodun tətbiqi nəticəsində həmin bərabərsizlik aşağıdakı şəkil almışdır.

$$P(|m_0 - np| > \epsilon n) < \frac{P(1-P)}{\epsilon^2 n} \quad (56)$$

Bu bərabərsizliklə Bernulli qanunu tamamilə əsaslandırılır. Doğrudanda  $\epsilon$  ədədini istənilən qədər kiçik götürə bilərik. Lakin biz onu sonra dəyişə bilmərik.  $n$  isə istənilən qədər böyük ola bilər. Buna görə də  $\frac{P(1-P)}{\epsilon^2 n}$  kəsrinin qiyməti sürət dəyişmədiyi üçün  $n$  artdıqca istənilən qədər kiçik ola bilər. Məs. Tutaq ki,  $p=0.75$ , onda  $1-p=1-0.75=0.25$

$$p(1-p)=0.1875 < 0.2$$

$\epsilon=0.01$  götürək, əgər  $n=200000$  olsa, onda

$$P(|m_0 - 0.75 \cdot 200000| > \frac{1}{100} \cdot 200000) < \frac{0.2}{0.0001 \cdot 200000}$$

$$P(|m_0 - 150000| > 2000) < 0.01$$

Praktiki olaraq bu o deməkdir ki, müəyyən istehsalatda məhsulun 75% birinci növə aiddirsə, onda onun 200000-n 0.99-i böyük ehtimalla 148000 dən 152000 dənəyə qədəri birinci növə aid olacaqdır.

#### 4.2. Təsadüfi kəmiyyətlər və onların paylanması

Sınaq nəticəsində əvvəlcədən məlum olan bu və ya digər qiymət alan dəyişən kəmiyyətlərə təsadüfi kəmiyyətlər deyilir.

Statistik modeləşdirmənin əsasında təsadüfi hadisənin ehtimalı məfhumu durur ki, o da 0 ilə 1 arasında dəyişir.

Təsadüfi dəyişənlər diskret və ya kəsilməz olur. Sınaq nəticəsində yalnız müəyyən ədədi qiymətlər ala bilən təsadüfi kəmiyyət diskret adlanır. Diskret təsadüfi kəmiyyətə misal olaraq mineralın şlifdəki dənələrinin sayı və ya yatağın kəşfiyyatı zamanı filiz cismini kəsmiş quyuların sayını göstərmək olar, çünki bunlar yalnız tam ədədlər ola bilər. Kəsilməz təsadüfi kəmiyyət müəyyən intervalda hər hansı qiymət ala bilər. Məs. Polimetal yataqda filizlərdə qurğuşunun kiçik həcmli nümunələrdə analiz nəticəsində müəyyən olunmuş miqdarı 0-dan təmiz qalənitdə olan konsentrasiyasının miqdarına qədər dəyişə bilər.

Geologiyada geniş yayılmış təsadüfi bucaq kəmiyyətləri spesifik xüsusiyyətlərə malikdirlər. Belə kəmiyyətlərə suxurların və qırılma pozğunluqlarının təmas yerlərinin yatım elementlərinin ölçmələri, qırışqların oxlarının, suxurların və filizlərin teksturlarının istiqamətlənməsi, qalıq maqnit sahəsinin istiqaməti və b. aiddir. Əgər adı (skalyar) təsadüfi kəmiyyətlərin ölçülərinə onun mümkün qiymətləri intervalına uyğun olan düz xətt üzərində nöqtə kimi baxsaq, bucaq ölçülərini çevrə və ya sfera üzərində nöqtələr kimi şərh etmək məqsədəuyğundur. Zaman ərzində periodik olaraq dəyişən proseslərin parametrlərinin-havanın temperaturunun, qrunt sularının, su təchizatının təbii və süni mənbələrinin debitinin, dağ qazmalarına su axınlarının sutka və ya fəsillik dəyişmələrinin ölçülmə nəticələrini də çevrə üzərində nöqtələr kimi nəzərdən keçirmək olar.

Təsadüfi kəmiyyətin mümkün qiymətləri ilə ona uyğun ehtimallar arasında əlaqəni quran nisbət paylanma qanunu və ya funksiyası adlanır.

$F(x)$  paylanma funksiyası  $\xi$  təsadüfi kəmiyyətinin verilmiş  $x$  kəmiyyətinin qiymətindən böyük olması ehtimalını gəstərir, yəni

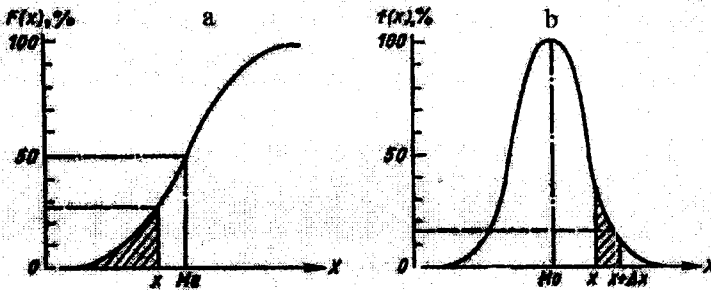
$$P(\xi \leq x) = F(x) \quad (57)$$

Paylanmanın sıxlıq funksiyası  $f(x)$   $\xi$  təsadüfi kəmiyyətinin verilmiş  $x$ -dən  $x+\Delta x$  qədər olan intervala düşmə ehtimalını, yəni  $x < \xi < x+\Delta x$  hadisəsinin ehtimalını xarakterizə edir. Bu funksiyalar aşağıdakı tənliklə bir-biri ilə bağlıdır.

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (58)$$

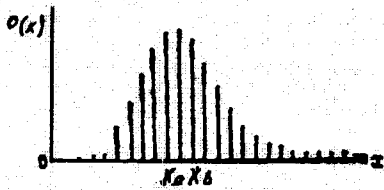
Bundan əlavə 
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (59)$$

$f(x)$  və  $F(x)$  ayrılərini qrafik olaraq göstərmək olar (şək.10). Bu şəkildə kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin inteqral paylanma funksiyası (şək 10a) və paylanma sıxlıq funksiyasının qrafiki (şək 10b) göstərilmişdir.

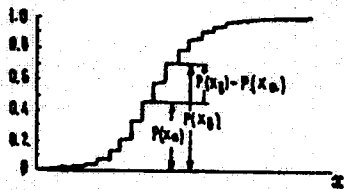


Şək.10. Paylanma funksiyalarının qrafikləri: a-paylanmanın inteqral funksiyası; b-paylanma sıxlığı funksiyası (paylanmanın differensial funksiyası).

11-cu şəkildə təsadüfi diskret kəmiyyətin paylanma ehtimalı(şək. 11a) və diskret paylanma funksiyasının qrafiki (şək. 11b) göstərilmişdir(Babazadə və b.,1992).



Şəkil 11a. Diskret paylanmanın ehtimalı.



Şəkil 11b. Diskret təsadüfi kəmiyyətin paylanma funksiyası.

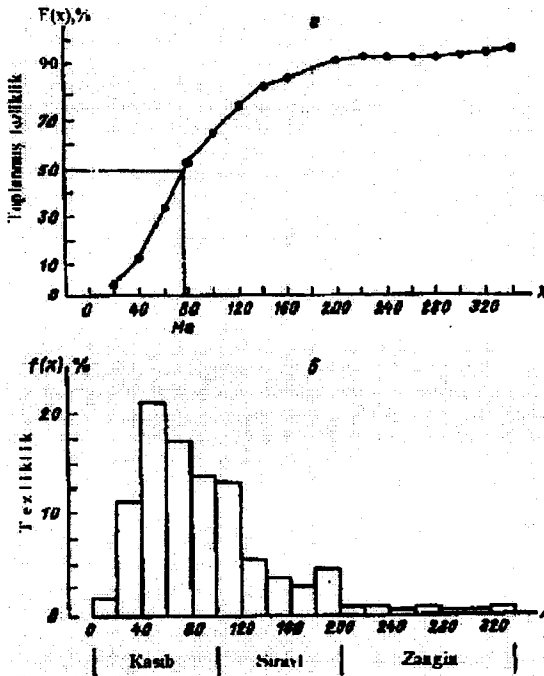
Seçmə məlumatına görə yuxarıda nəzərdən keçirilmiş təsadüfi hadisələrin ehtimalları tədqiq edilən təsadüfi kəmiyyətin müəyyən intervalları üçün hesablanmış nisbi tezliklərə görə müəyyən edilir.  $f(x)$  paylanma sıxlığı funksiyasının empirik qrafiklərini (histoqram) qurarkən ordinat oxu üzrə təsadüfi kəmiyyətin qiymətinin hər intervalına uyğun gələn nisbi tezliklər,  $F(x)$  funksiyasının (kumulyata) qrafikini qurarkən isə  $\xi$ -n verilmiş  $x$  dəyişənindən kiçik olduğu bütün sınıflar üzrə yığılmış nisbi tezliklər qeyd edilir.

Seçmə məlumatının kumulyata şəklində göstərilməsi geoloji məcmuların optimal sərhədlərinin axtarışı ilə əlaqədar məsələlərin həllində istifadə edilir. Məsələn, filiz yataqlarının qiymətləndirilməsi zamanı, faydalı qazıntı yığınları aydın geoloji sərhədlərə malik olmadıqlarına görə, sənaye filizləşməsinin sərhədləri filizdə faydalı komponentin verilmiş minimal miqdarına görə təyin edilir.

12a şəklində molibden ştokverkində sınaq nəticələrinə görə molibdenin miqdarının kumulyatası göstərilmişdir. Bu kumulyataya görə asanlıqla təyin etmək olar ki, onun 20 şərti vahidə bərabər olan minimal miqdarında ştokverkdə praktiki olaraq filizsiz sahələr olmayacaq, 40 şərti vahidə qədər bu göstəricini artırısaq, həmin sahələr 11,5%, minimal miqdar 80 şərti vahidə bərabər olsa isə filizsiz sahələr ştokverkin həcmindən yarısından çoxunu təşkil edəcəkdir.

Histoqramlardan geoloji məcmuları öyrənilən xassənin miqdarına görə bir neçə müstəqil məcmuya bölmək üçün istifadə etmək olar. Məs, 12b şəklində göstərilmiş molibdenin miqdarının paylanma histoqramı ştokverkdə müxtəlif növ filizlərin nisbətini müəyyən etməyə imkan verir. Bu yataqda 3 tip filiz ayrırıqlar: miqdarı 200 şərti vahiddən böyük olan zəngin filizlər; miqdarı 100-200 şərti vahid olan sırası və 100 şərti vahiddən kiçik olan kasıb filizlər. Histoqrama görə asanlıqla təyin etmək olar ki, burada axırını 2 tip

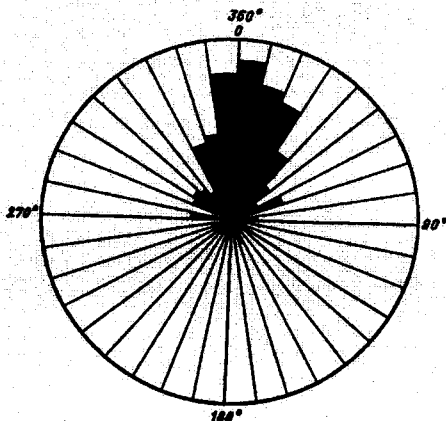
üstünlük təşkil edir, birinci tip işə ştokverkin həcmnin yalnız 4 %-ni təşkil edir.



Şəkil 12. Filizdə molibdenin miqdarının tezliklərinin paylanması qrafikləri; a-kumulyata; b-histoqram.

Bucaq ölçüləri üçün histoqramın analoqu müşahidələrin azimut diaqramıdır. Onu qurmaq üçün bucaqların ölsülmüş qiymətləri dairənin bərabər sektorlarına - siniflərə bölünür. Bu siniflərə düşmə tezlikləri və ya nisbi tezliklər bu sektorların radiusu götürülür. Azimut diaqramında sektorların sahələri tezliklərin və ya nisbi tezliklərin kvadratlarına mütənəsbdir. Şək.13-də azimut diaqrama misal olaraq mineralaşmış əzilmə zonasında tektonik brekçiyaların tikişlərinin azimut diaqramını göstərmək olar. Təsadüfi kəmiyyətin ən mühüm xüsusiyyətləri vəziyyətin və sapmanın ədədi xarakteristikaları ilə müəyyən edilir.





Şəkil 13. Dağılma minerallaşma zonasında tektonik brekçiya tikişlərinin yatım azimutlarının gül diaqramı.

Vəziyyətin ən mühüm xarakteristikaları riyazi gözləmə, moda və medianadır. Diskret təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi

$$M_x = \sum_{i=1}^n x_i P_i \quad (60)$$

Burada  $x_i$ -təsadüfi kəmiyyətin qiyməti,  $P_i$ -isə onun uyğun ehtimalıdır.

Kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi

$$M_x = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx \quad (61)$$

Riyazi gözləmə təsadüfi kəmiyyətin orta qiymətini xarakterizə edir və ona görə də onun qiymətləri geoloji obyektlərin çoxdəyişgən xassələrinin miqdarı təsviri üçün istifadə edilir.

Təsadüfi kəmiyyətin modası ( $M_0$ ) diskret kəmiyyət üçün onun ən ehtimal olunan qiyməti və kəsilməz kəmiyyət üçün isə maksimal ehtimal sıxlığına malik qiymət hesab edilir. Statistik qanunların əksəriyyəti üçün birmodalılıq (unimodalılıq) xarakterdir. Buna görə də histqramlarda bir neçə moda olduqda, tədqiq edilən məcmunun eynicinsli olmadığı haqqında nəticə çıxarmaq olar.

Təsadüfi kəmiyyətin medianası ( $Me$ )  $F(x)=0.5$  uyğun gələn qiymətə deyilir. Mediananı paylanma funksiyasının qrafikinə görə, onun qiymətini isə kumulyata üzrə təyin etmək olar. Simmetrik paylanmalarda mediana riyazi gözləmə ilə üst-üstə düşür və onu

qrafik üzrə təyin etmək asan olduğundan, çox vaxt riyazi gözləmənin qiyməti kimi istifadə edilir. Təsadüfi kəmiyyətin onun riyazi gözləməsindən sapma dərəcəsini variasiya vüsəti (yəni təsadüfi kəmiyyətin mümkün qiymətləri intervalı) və müxtəlif tərtibli mərkəzi momentlər xarakterizə edir. Seçmədə variasiya vüsətinin təyin edilməsi əvvəldə göstərilmişdir.

Birinci tərtib mərkəzi moment riyazi gözləmədir.

$$\mu_1 = M_x \quad (62)$$

Təsadüfi kəmiyyətin sapmasının əsas xarakteristikası dispersiyadır.

$$\mu_2 = \sigma^2$$

Diskret təsadüfi kəmiyyət üçün

$$\mu_2 = \sigma^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - M_x)^2 P_i \quad (63)$$

Kəsilməz təsadüfi kəmiyyət üçün

$$\mu_2 = \sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M_x)^2 f(x) dx \quad (64)$$

Dispersiyadan törəmə xarakteristikalar: orta kvadratik sapma

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \text{ və variasiya əmsali } V = \frac{\sigma}{M_x} * 100\%.$$

Bu deyilənlər barədə əvvəldə danışıldığından biz burada onları qeyd etməklə kifayətlənirik.

Təsadüfi kəmiyyətin paylanmasının onun riyazi gözləməsinə görə asimmetriya dərəcəsini səciyyələndirmək üçün üçüncü tərtib mərkəzi momentdən istifadə edilir.

$$\mu_3 = \sum_{i=1}^n (x_i - M_x)^3 P_i \quad (65)$$

diskret təsadüfi kəmiyyət üçün və

$$\mu_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M_x)^3 f(x) dx \quad (66)$$

kəsilməz təsadüfi kəmiyyət üçün.

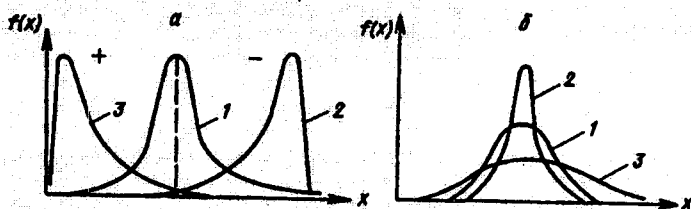
Simmetrik paylanmalar üçün üçüncü mərkəzi moment sifıra bərabərdir. Variasiya vüsətinin ortasından kiçik qiymətlərə doğru moda, mediana və riyazi gözləmənin yerinin dəyişdiyi paylanmalarda ( $f(x)$  funksiyasının qrafikində mərkəzdən sağa doğru olan «quyruq») o «müsbət», böyük qiymətlərə doğru sürüşəndə isə (soldakı «quyruq») «mənfi» işarəli olur (şək.14a). Buna görə də birinci tip paylanmaları sağ və ya müsbət asimmetrik, ikinci tipə aid olanları isə sol - və ya

mənfi asimmetrik adlandırılır. Paylanma sıxlığı funksiyanın diklik ölçüsü kimi dördüncü tərtib moment(eksness) xidmət edir.

$$\mu_4 = \sum_{i=1}^n (x_i - M_x)^4 P_i \quad (67)$$

$$\text{və ya } \mu_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M_x)^4 f(x) dx \quad (68)$$

Paylanma əyrisi normal paylanmadan dik olduqda eksness müsbət, ondan az dik olduqda mənfi işarəli olur (şək.14b).



Şək.14. Paylanma sıxlığı funksiyanın qrafikləri: a-simmetrik paylanma (1), mənfi asimmetrik (2), müsbət asimmetrik (3); b-eksness göstəricisi sıfıra bərabərdir (1), müsbətdir (2), mənfidir (3).

III və IV tərtib momentlərin qiymətləri seçmə məlumatının müəyyən tip paylanmaya aid olma məsələsini həll etmək üçün istifadə edilir. Bunun üçün adətən asimmetriya və eksness göstəriciləri adlanan

$$A = \mu_3 / \sigma^3 \quad \text{və} \quad E = (\mu_4 / \sigma^4) - 3 \quad (69)$$

hesablanır.

Qruplaşdırılmış seçmə məlumatı üzrə vəziyyət və sapma xarakteristikalarının qiymətləndirilməsi zamanı  $P_i$  ehtimalları hər bir qruplaşma intervalındakı tezliklərlə əvəz edilir,  $x$  təsadüfi kəmiyyətinin qiymətləri yerinə qruplaşma intervallarının mərkəzlərinin qiymətləri ( $\dot{x}_j$ ), riyazi gözləmənin  $- M_x$  əvəzinə onun qiymətləndirilməsi ( $\bar{x}$ ) yazılır, kəsilməz kəmiyyətlər üçün inteqrallama əməliyyatı cəmləmə ilə əvəz edilir. Beləliklə, ( $\bar{x}$ ),  $S^2$ ,  $A$  və  $E$  aşağıdakı şəkildə hesablanırlar.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^k n_j \dot{x}_j}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad (70);$$

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^n n_j (\dot{x}_j - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}; \quad (71);$$

$$A = \frac{\sum_{j=1}^k n_j (\dot{x}_j - \bar{x})^3}{nS^3} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{nS^3}; \quad (72)$$

$$E = \frac{\sum_{j=1}^k n_j (\dot{x}_j - \bar{x})^4}{nS^4} - 3 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{nS^4} - 3; \quad (73);$$

Burada  $k$ -intervalların (siniflərin) sayıdır. Bucaq kəmiyyətlərinin vəziyyətinin xarakteristikaları kimi seçmə dairəvi orta istiqamət, seçmə dairəvi mediana və modasından istifadə edilir.

Əgər  $\theta_i$  bucağının qiymətlərini ( $i=1,2,3$ ) çevrə üzərində  $B_i$  nöqtələri (bax şəkl.15) ilə göstərsək, onda seçmə orta istiqaməti vahid  $OB_1, \dots, OB_n$  vektorlarının cəminin istiqaməti kimi təyin olunacaqdır.

Əgər bu nöqtələrin hər birinin eyni  $\frac{1}{n}$  kütləli olduğunu qəbul etsək,

onda «kütlələr mərkəzinin» koordinatları aşağıdakı düsturlarla ifadə olunacaqdır:

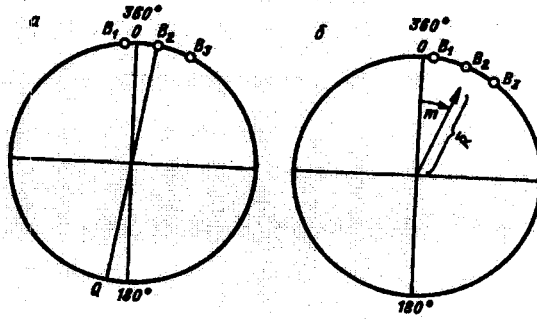
$$\bar{c} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos \theta_i \quad \text{və} \quad \bar{s} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sin \theta_i \quad (74)$$

$\overline{OB}_1, \dots, \overline{OB}_n$  vektorlarının cəminin uzunluğu

$R = n \bar{R}$ , burada

$\bar{R} = \sqrt{c^2 + s^2}$ , bu vektorun istiqaməti, yəni seçmə dairəvi orta istiqamət  $m$

$C = R \cos m$  və  $\bar{S} = \bar{R} \sin m$  (75) tənliklərindən təyin olunur.



Şək.15. Bucaq ölçülərinin çevrə üzərində göstərilməsi.

Mis. Tutaq ki, çat zonasında damarların yatım azimutu ölçülmüşdür (cədv.15). Bu qiymətlərə görə yatma azimutunun seçmə üzrə orta dairəvi istiqamətini tapmaq.

$$\bar{C} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos \theta_i = 2.755/3 = 0.918$$

$$\bar{S} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sin \theta_i = 1.003/3 = 0.334$$

$$\bar{R} = \sqrt{\bar{C}^2 + \bar{S}^2} = \sqrt{0.918^2 + 0.334^2} = 0.977$$

$$\cos m = \bar{C} / \bar{R} = 0.918/0.977 = 0.940$$

$$\sin m = \bar{S} / \bar{R} = 0.334/0.977 = 0.342$$

$$m = 20^\circ$$

Cədvəl 15

Çat zonasında damarların yatım azimutları

$\theta_i$	$\cos \theta_i$	$\sin \theta_i$
5	0.996	0.087
20	0.940	0.342
35	0.819	0.574
$\Sigma$	2.755	1.003

Qruplaşdırılmış məlumat üçün yuxarıdakı düsturlar aşağıdakı şəkil alır.

$$\bar{C} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_j \cos \theta_j ; \quad \bar{S} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_j \sin \theta_j . \quad \text{Burada } \theta_j$$

intervalının orta nöqtəsidir (güman edilir ki, bütün intervalların uzunluğu eyni  $h = \frac{2p}{k}$  və  $k$  tam ədəddir),  $n_j$  isə  $j$  intervalına uyğun olan tezlikdir.

Seçmə dairəvi medianı  $M_e^o$  çevrə üzərindəki elə bir  $B$  nöqtəsinə deyilir ki, nöqtələrin yarısı (şək.15)  $BQ$  diametrindən bir tərəfdə olsun və nöqtələrin çoxu  $Q$ -yə nisbətən  $B$ -yə yaxın olsun. Nəzərdən keçirdiyimiz misalda bu tələblərə  $B_2$  nöqtəsi cavab verir.

Bucaq ölçüləri üçün moda ilə yanaşı antimodadan da istifadə edilir. Antimoda minimal tezlikli qiymətə uyğun gəlir.

Bucaq ölçülərinin seçmə üzrə sapma xarakteristikası üçün seçmə üzrə istiqamətlərin dairəvi dispersiyasından istifadə edilir.

$$S_0^2 = 1 - \bar{R} = 1 - \sqrt{\bar{C}^2 + \bar{S}^2}$$

Məs, yuxarıdakı misal üçün

$$S_0^2 = 1 - \bar{R} = 1 - 0.977 = 0.023$$

#### 4.3. Geologiyada istifadə olunan əsas statistik paylanma qanunları

Geoloji obyektlərin xassələrinin empirik paylanmasının approksimasiyası üçün müxtəlif paylanma qanunlarından istifadə etmək təklif edilmişdir: normal, loqnormal, binomial, Veybul, Puasson, qamma və beta paylanma, Maksvel və s. Lakin geologiyada statistik metodların tətbiqinin çoxillik təcrübəsi göstərmişdir ki, əksər hallarda kəsilməz kəmiyyətlər üçün normal və loqnormal, diskret kəmiyyətlər üçün binomial və Puasson, bucaq ölçüləri üçün isə fon Mizes qanunu ilə kifayətlənmək olar.

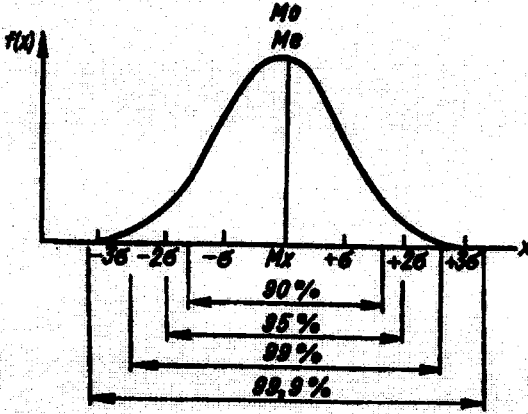
Normal paylanma kəsilməz olub, tamamilə riyazi gözləmə-  $Mx$  və dispersiya-  $\sigma^2$  parametrləri ilə təyin edilir.

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-Mx)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (76)$$

Bu paylanmanın sıxlıq funksiyası

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-Mx)^2}{2\sigma^2}} \quad (77)$$

Normal paylanma riyazi gözləməyə görə simmetrikdir, buna görə də onun riyazi gözləmə, moda və medianası üst-üstə düşür (şək.16).



Şək.16. Normal paylanma sıxlığı funksiyasının qrafiki.

Statistik modelləşdirmə təcrübəsində adətən normal paylanma qanununun analitik ifadəsindən yox, riyazi gözləməsi sıfıra bərabər ( $M_x=0$ ) və dispersiyası vahid olan ( $\sigma^2=1$ ) paylanma (Belə əyrinin altındakı sahə vahidə bərabər olur. Laplasın normalaşdırılmış funksiyası) üçün tərtib olunmuş cədvəldən istifadə edilir (əlavələr cədv.2). Hər hansı normal paylanmanı belə parametrlərə malik paylanmaya təsadüfi kəmiyyətin ( $X$ ) qiymətlərini onun riyazi gözləmədən olan fərqinin standart sapmaya nisbəti ilə əvəz etməklə gətirmək olar.

$$Z=(x-M_x)/\sigma \quad (78)$$

Bir sıra statistika məsələlərinin həlli empirik paylanmanın Laplas funksiyası ilə müqayisəsinə əsaslanır. Normal paylanma qanunu şəraitində riyazi gözləmədən 3 standart sapmadan çox fərqlənən qiymətlərin ehtimalı o qədər kiçikdir ki, onların məhdud həcmli seçməyə düşməsinə praktiki olaraq mümkün olmayan hadisə hesab etmək olar. Seçmə qiymətlərinin əksəriyyəti ( $\sim 95\%$ )  $M_x \pm 2\sigma$  intervalında olacaqdır (şək.16).

Normal paylanmış təsadüfi kəmiyyətlər geoloji obyektlərin elə xassələrini xarakterizə edirlər ki, onlar çox böyük miqdar müstəqil amillərdən asılı olaraq dəyişir və bu amillərin ayrı-ayrılıqda hər birinin təsiri müntəzəm və kiçikdir.

Ölçülərin və nümunələrin analizinin təsadüfi texniki xətalari normal paylanmaya malikdirlər. Suxur əmələgətirən mineralların və onların tərkibinə daxil olan kimyəvi elementlərin, filizlərin bəzi fiziki-kimyəvi xassələrinin - sıxlıq, həcm çəkisi, məsələlik paylanması normal paylanmaya yaxındır. Bəzən normal qanunu faydalı qazıntıların qalınlıqları ölçülərinin approssimasiyası üçün istifadə etmək olar.

Normal qanuna müəyyən şəraitdə müəyyən çevrilmələr aparmaqla bəzi başqa paylanmaları gətirmək olar.

Misal. 6-cı cədvəlin məlumatına görə

$$\sigma^2=S^2=313775 \text{ m, } S=560 \text{ m; } M_x=1916 \text{ m}$$

1450-1750 intervalının ortası üçün normal paylanmanın sıxlıq funksiyasının qiyməti

$$f(1600,1916,560)=\frac{1}{560\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(1600-1916)^2}{2\cdot 313775}}=0,00061$$

Həmin 1450-1750 intervalında əksedən horizontun açılma ehtimalını normal paylanmanın ehtimalının sıxlıq funksiyası miqdarca təyin etməyə imkan verir.

Bunun üçün

$$Z=\frac{x-M_x}{\sigma} \text{ qiymətlərini hesablayaq:}$$

$x_1=1450 \text{ m}$  və  $x_2=1750 \text{ m}$  üçün

$$Z_1=\frac{1450-1916}{560}=-0.8321$$

$$Z_2=\frac{1750-1916}{560}=-0.2964$$

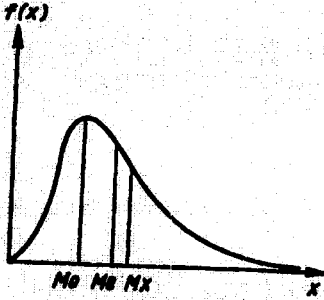
Ehtimalı təyin etmək üçün normal paylanmanın standart (normalaşdırılmış) funksiyasının sahəsinin hesablanmasına aid cədvəl məlumatından (əlavə. Cədv.2) istifadə edək. Axtarılan ehtimal

$$P(-0.8321 < Z < -0.2964) = P(Z < -0.2964) - P(Z < -0.8321) \approx 0.3821 - 0.2033 = 0.1588.$$



Beləliklə, təbaşir dövrünün çöküntülərinin dabanının 1450-1750 m intervalında açılma ehtimalı 16%-n azdır.

Loqarifmik normal (loqnormal) elə qanun adlanır ki, bu zaman təsadüfi kəmiyyətlərin loqarifmlərinin qiymətləri normal paylanmış olur. Belə paylanma müsbət asimmetriyaya və müsbət eksessə malikdir (şək.17). Onun riyazi gözləməsi, medianası və modası üst-üstə düşür:  $M_0 < M_c < M_x$



Şək.17. Loqnormal paylanma sıxlığı funksiyasının qrafiki.

Loqnormal paylanma funksiyası elə normal paylanma funksiyasına uyğun gəlir ki, onda təsadüfi kəmiyyətlərin qiymətlərinin yerinə onun loqarifmləri üçün hesablanmış karakteristikalar daxil edilir.

$$F(\ln x) = \frac{1}{\sigma_{\ln x} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\ln x} e^{-\frac{(\ln x - M \ln x)^2}{2\sigma^2 \ln x}} d \ln x \quad (79)$$

Loqnormal paylanmanın sıxlıq funksiyası aşağıdakı şəkildədir:

$$f(\ln x) = \frac{1}{\sigma_{\ln x} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - M \ln x)^2}{2\sigma^2 \ln x}} \quad (80)$$

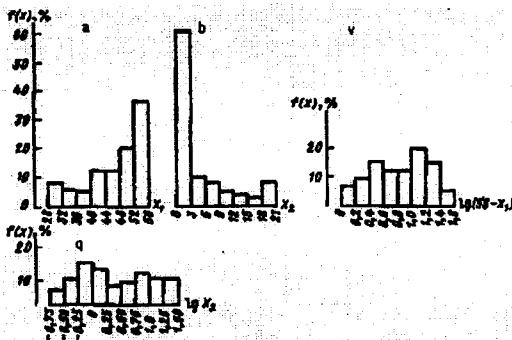
$$M e = e^{M \ln x}; \quad M_0 = e^{M \ln x - \sigma_{\ln x}^2} \quad (81)$$

$$M \ln x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x$$

Loqnormal paylanmada da tədqiq edilən xassəyə külli miqdar amil təsir edir. Lakin burada hər amilin təsir gücü eyni olmayıb,

verilmiş amilin təzahür gücünün dəyişməsinə mütənəsidir. Akademik A.N.Kolmoqorov nəzəri olaraq əsaslandırmışdır ki, suxurların əzilməsi zamanı hissəciklərin diametrləri loqnormal qanun üzrə paylanmalıdır. Sonralar terrigen suxurların qranumometrik tərkibinin öyrənilməsi bunu təsdiq etdi.

Loqnormal paylanmaya yaxın olan müsbət asimmetriyalı paylanmalar geoloji obyektlərin dəyişkənliyi verilmiş müəyyən intervalla möhkəm bağlı olan, lakin riyazi gözləməsi bu intervalın ortasından kiçik qiymətlərə doğru sürüşmüş (şək.18 b,q) xassələri üçün səciyyəvidir. Hər hansı elementin suxurda və ya filizdə miqdarı sıfırdan az və 100%-dən çox olmasa da əslində konkret kimyəvi elementlərin variasiya intervalı çox dar olur. Buna baxmayaraq elementlərin əksəriyyəti üçün variasiya vüsətinin orta qiymətə görə asimmetrikliliyi bəllidir. Məs, qızıl və bismutun litosferdə klarkı ancaq 0.0000001% təşkil edir. Lakin bəzi yataqların filizlərində ayrı-ayrı nümunələrdə qızılın miqdarı 0.3%-ə, bismutunki isə 3%-ə qədər çatır. Beləliklə, litosferdə bu elementlərin miqdarının böyük qiymətlərə doğru variasiya vüsəti ( $x_{max}-M_x$ ), kiçik qiymətlərə doğru ( $M_x-x_{min}$ ) olduğundan bir neçə milyon dəfə çox olur.



Şək.18. Əhəngdaşında kimyəvi elementlərin faizlə miqdarının paylanmasının histqramları: a-CaO-n miqdarı ( $x_1$ ); b-MgO-n miqdarı ( $x_2$ ); v- $lg(56-x_1)$ -n qiymətləri; q- $lgx_2$ -nin qiymətləri.

Suxurlarda miqdarları simmetrik variasiya intervallarına malik olanlar, bir qayda olaraq klarkı 1%-dən böyük olan elementlərdir: O,Si,Ca,Al,Fe,K,Mg,Na.

Bəzi suxur və filizlərdə bu elementlərin konsentrasiyası bir neçə on faizə çata bilər. Çox vaxt bu zaman riyazi gözləmə böyük qiymətlərə doğru yaxınlaşır ki, bu da mənfi asimmetrik paylanmaların yaranmasına gətirib çıxarır. Bunlar elə bil ki, loqnormal paylanmanın ayinəvi əksidir.

Belə əks olunmuş loqnormal paylanmalar zəngin dəmir filizlərində Fe üçün, əhəng daşlarında CaO üçün (şək.18a), daş, duz yataqlarında K və Na və yükiək keyfiyyətli boksitlərdə Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> üçün xarakterikdir.

Əks olunmuş loqnormal paylanma adi loqnormal paylanmaya tədqiq edilən X təsadüfi kəmiyyətinin c sabitindən çıxmaqla asanlıqla çevrilir. Sabitin qiyməti olaraq mineral - konsentratorada elementin miqdarını götürmək məqsədəuyğundur. Bu zaman C-X qiymətlərinin paylanması loqnormal qanuna,  $\eta = \lg(C-X)$  isə normal qanunauyğun gələcəkdir. Belə çevrilmə üçün paylanma sıxlığının empirik qrafiki şək.18v-də verilmişdir.

Tədqiq ediləcək kəmiyyətlərin kəskin müsbət asimmetrik paylanmasında, çox vaxt elə bir vəziyyət yaranır ki, moda analizlərin və ya ölçülərin minimal həddindən kiçik qiymətlər intervalına düşür. Belə kəskin loqnormal paylanmaları adi loqnormal paylanmaya, X-n hər bir seçmədəki qiymətindən minimal seçmə qiymətindən kiçik müəyyən c sabitini çıxmaqla keçmək olar.  $\eta = \lg(X-C)$  bu halda normal qanuna uyğun gələ bilər. Bəzən  $\eta = \lg(X+C)$  paylanması da normal qanuna yaxşı uyğun gəlir. C sabitinin qiymətini təcrübə vasitəsi ilə seçirlər. Belə paylanma üç parametrlili loqnormal paylanma adlanır və o Cənubi Afrika, Fransa və Kanada geoloqları tərəfindən faydalı qazıntı yataqlarının ehtiyatları qiymətləndirilərkən geniş istifadə edilir. Mis. Loqnormal paylanmanın sıxlıq əyrisinin formasını kəşf olunmuş karbohidrogen ehtiyatlarının dərinlik üzrə paylanmasının asimmetrik histqramına görə (şək.19a) nəzərdən keçirək (Arabadji, 1978). Paylanmanın parametrlərinin hesabı cədvəl 16-da verilmişdir.

$$M \ln x = \frac{731.27}{100} = 7.31,$$

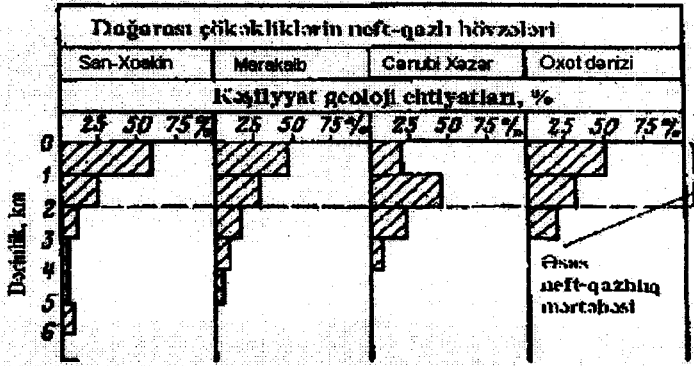
$$\sigma^2 = S^2 = \frac{39.28}{100} = 0.39$$

$$\sigma = S \approx 0.63$$

$x_j = 500$  m üçün loqnormal paylanmanın sıxlıq funksiyasının qiymətini hesablayaq.

$$L(x; \sigma \ln x, M \ln x) = L(500; 0.63; 7.31) =$$

$$= \frac{1}{500 \cdot 0.63 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(1 \cdot 500 - 7.31)^2}{500 \cdot 2 \cdot 0.39}} \approx 0.00026$$



Şəkil 19. Karbohidrogenlərin kəşf edilmiş geoloji ehtiyatlarının dərənlik üzrə dağarası çökəkliklərdə yerləşməsi (V.V.Raabənə görə, 1975).

Cədvəl 16

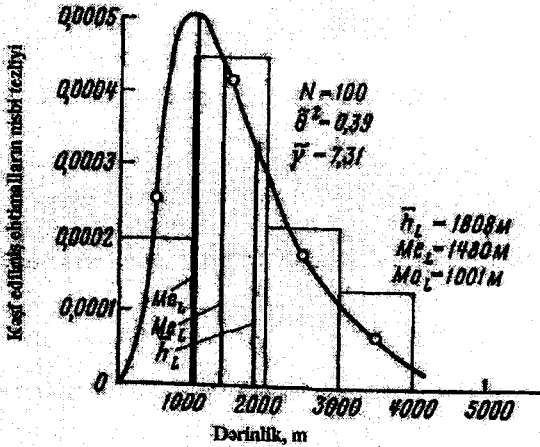
Karbohidrogen ehtiyatlarının Cənubi Xəzər çökəkliyində loqnormal paylanması parametrlərinin hesablanması

Qrupda dərənliyin orta qiyməti $x_j$ , m	Tezlik %	$\ln x_j$	$n_j \ln f_j$	$\ln x_j - M_{\ln x}$	$(\ln x_j - M_{\ln x})^2$	$n_j (\ln x_j - M_{\ln x})^2$
500	20	6,21	124,20	-1010	1,21	24,20
1500	45	7,31	328,95	0	0	0
2500	22	7,82	172,04	0,51	0,26	5,72
3500	13	8,16	106,08	0,85	0,72	9,36
$\Sigma$	100 %		731,27			39,28

Şək.20-dən görünür ki, bu loqnormal paylanmanın sıxlıq funksiyası həmin histogramaya yaxın olub, x-n kiçik qiymətlərinə doğru sürüşmüş maksimuma malik əyridən ibarətdir.

Diskret paylanmalardan binomial paylanma geologiyada geniş tətbiq olunur. Bu paylanmadan o vaxt istifadə etmək əlverişlidir ki, sınaq keçirilən zaman A və B hadisəsindən biri baş verir. Tutaq ki, n

müstəqil (asılı olmayan) sınaq keçirilmişdir. Bu zaman hər bir sınaqda A hadisəsinin baş vermə ehtimalı  $p$ , B hadisəsininki isə  $q$  olacaqdır:  $p+q=1$



Şəkil 20. Şəkil 19-dakı histqramı təsvir edən loqnormal paylanmanın əyrisi (Cənubi-Xəzər çökəkliyi).

Belə şəraitdə  $n$  sınaqda A hadisəsi  $m$  dəfə baş verirsə, B hadisəsi  $n-m$  qədər baş verəcəkdir. Onda A hadisəsinin  $n$  sınaqda  $m$  dəfə baş vermə ehtimalı

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m q^{n-m} \quad (82)$$

düsturu ilə hesablanır.

$P_n(x)$  ehtimallar məcmuu  $x=0,1,2,3,\dots,n$  olduqda, binomial paylanma adlanır.  $P_n(x)$ -n bütün qiymətləri cəmi vahidə bərabərdir.  $C_n^x$ -binomial əmsal,  $n$  və  $p$  isə binomial paylanmanın parametrləri adlanır. Binomial əmsallar Paskal üçbucağından tapıla bilər (əlavələr cədv.3).

Binomial paylanmanın orta qiyməti (riyazi gözləməsi)  $M_x=np$ ;  
dispersiyası  $\sigma_x^2=np(1-p)=npq$ ,  $\sigma_x=\sqrt{npq}$  (83)

Binomial paylanmanın asimmetriya əmsalı  $A = \frac{1-2p}{\sqrt{np(1-p)}} = \frac{q-p}{\sqrt{npq}}$ ; ekssess əmsalı isə  $E = \frac{1-6p+6p^2}{np(1-p)} = \frac{1-6p+6p^2}{npq}$  düsturu ilə hesablanır (84).

Mərkəzləşdirmə və normalaşma əməliyyatları  $\frac{x - np}{\sqrt{np(1-p)}}$

kəmiyyətini almağa imkan verir ki, bu da təxminən orta qiyməti sıfıra və dispersiyası 1-ə bərabər alan Laplasın normalaşdırılmış funksiyasına tabe olur.

Misal. Cənubi Manqışlakin ərazisində geofiziki metodlarla 51 lokal struktur aşkar edilmişdir. Bəzi strukturlarda qazma aparılmış və nəticədə məlum olmuşdur ki, onların 33%-i məhsuldardır. Məhsuldar strukturların açılma ehtimalını  $p_1 = 0.33$  qəbul etsək, onda  $1-p = 0.67$ .

$$P_{m,n} = \frac{51!}{m!(51-m)!} \cdot 0.33^m \cdot 0.67^{51-m}$$

Kəşfiyata 5 strukturun daxil edildiyi hal üçün yatağın açılma ehtimalını hesablayaq:

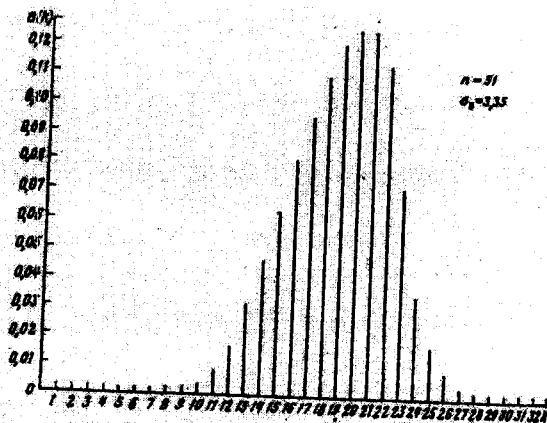
$$m=5$$

$$P_{5,51} = \frac{51!}{5!(51-5)!} \cdot 0.33^5 \cdot 0.67^{46} = 0.002299$$

Paylanma qrafikindən (şək.21) görünür ki, yatağın açılmasının maksimal ehtimalı kəşfiyata 19-21 strukturun daxil edilmə momentinə uyğun gəlir. Yəqin ki, tədqiqatın bu mərhələsində Cənubi Manqışlakda əsas kəşflər edilmişdir. Sonrakı strukturlarda aparılan qazma getdikcə daha az nəticə verəcəkdir, çünki yataqların əsas hissəsi artıq açılmışdır.

Belə şəraitdə yəqin ki, başqa komplekslər (trias) və ya başqa tipli tələlərlə (stratiqrafik, litoloji ekranlaşdırılmış və s.) əlaqədar kəşfiyyat obyektlərinin sayını kəskin artırmaq lazımdır.

Binomial paylanma qanunu çökmə suxurların müxtəlif horizontlarında qazıntı orqanizmlərin müəyyən növünün rast gəlməsi tezliyinin, şliflərdə müxtəlif mineralların miqdarının, geoloji kəşfiyyat işlərində qəza və travmatizm hallarının tədqiqində və s. tətbiq edilir.



Şəkil 21. Binomial paylanmaya misal.

Əgər sınaqların sayı çox böyük, hər bir sınaqda hadisənin baş vermə ehtimalı çox kiçikdirsə,  $n$  sınaqdan ibarət seriyada  $A$  hadisəsinin  $m$  dəfə baş vermə ehtimalını təsvir etmək üçün Puasson paylanmasından istifadə edilir:

$$P_n(m) = \lambda^m e^{-\lambda} / m!; \quad \lambda = np \quad (85)$$

$\lambda$  -  $A$  hadisəsinin  $n$  sınaqda baş verməsinin orta qiymətidir.

Qeyd etməliyik ki, Puasson paylanmasında dispersiya da  $\lambda$ -ya bərabərdir, yəni  $\sigma^2 = np$ .

Cədvəl 17  
Xəzəryanı çökəkliyin Emba rayonunun neft-qaz təzahürləri məcmuunun qiymətlərinin hesablanması

Məhsuldar kompleks	Kompleksin kod nömrəsi $x_j$	Neft-qaz təzahürlərinin tezliyi $f_j$	$x_j f_j$	$x_j - \bar{x}$	$(x_j - \bar{x})^2$	$f_j (x_j - \bar{x})^2$
Kal+cm	0	69	0	-1,25	1,56	107,64
Kinc	1	70	70	-0,25	0,06	4,20
j <sub>2</sub>	2	68	136	0,75	0,56	38,08
PT	3	27	81	1,75	3,06	82,63
PZ	4	2	8	2,75	7,56	15,12
		N=236	$\Sigma=295$			$\Sigma=247,67$

Puasson paylanması kimyəvi elementlərin radioaktiv parçalanması proseslərinin, nümunələrdə iri almazların və qızıl külçələrinin tapılmasının ehtimalını, axtarış işləri zamanı faydalı qazıntı cisimlərinin çıxışlarının tapılması ehtimalını təsvir etmək üçün istifadə edilir.

Puasson paylanmasının xüsusiyyətlərini Xəzəryanı sineklizin platforma örtüyündə neft-qaz təzahürlərinin paylanması misalında araşdıraraq (cədv.17).

Bu regionda 5 məhsuldar kompleks vardır: alb-senoman, neokom, orta yura, perm-trias və paleozoy. Bunlardakı neft-qaz təzahürlərinin ehtimalı Puasson düsturu ilə qiymətləndirilə bilər. Bunun üçün cədv.17-dən istifadə edərək orta qiymət və dispersiyanı hesablayaq:

$$\bar{x} = \frac{295}{236} \approx 1.25$$

$$\sigma^2 = S^2 = \frac{247.67}{236 - 1} \approx 1.05$$

Göründüyü kimi orta qiymət və dispersiyanın qiyməti bir-birinə yaxın olduğu üçün bu məcmu Puasson paylanması ilə təsvir edilə bilər.

$$S^2 < \bar{\lambda} = 1.15 < \bar{x}$$

qəbul edərək,  $k=0,1,2,3,4$  üçün ehtimalları hesablayaq.

$$k=0; P(0,1.15) = 1.15^0 e^{-1.15} = 0.3166$$

$$k=1; P(1,1.15) = 1.15 \cdot 0.3166 = 0.3640 \text{ eyni yolla}$$

$$k=2; P(2,1.15) = 0.2094;$$

$$k=3; P(3,1.15) = 0.0802;$$

$$k=4; P(4,1.15) = 0.0261.$$

Bu ehtimallar tezliklərin nəzəri miqdarını hesablamaq üçün istifadə edilə bilər:

$$F_k = P(k=j, \lambda)n$$

Məs. perm-trias qatının neftqaz təzahürləri üçün nəzəri tezlik:

$$F_3 = 0.0802 \cdot 236 = 19$$

Faktiki tezlik isə 27-r. Deməli, Puasson paylanması tədqiq edilən məcmuu kifayət qədər qənaətbəxş təsvir edir.



Bucaq kəmiyyətlərinin aproksimasiyası üçün çox vaxt müntəzəm paylanma və Mizes paylanması tətbiq edilir.

Təsadüfi bucaq kəmiyyəti, əgər onun ehtimallarının paylanma sıxlığı  $f(\theta)=1/2\pi$  düsturu ilə ifadə olunursa, müntəzəm paylanmış adlanır.

Bu hal üçün hər hansı istiqamət üzrə qiymətlərin konsentrasiyasının olmaması səciyyəvidir. Seçmə qiymətləri maksimal sapmaya malikdir, çünki bucaq dispersiyası bu paylanmada 1-ə bərabərdir.

Bu paylanma delivial çöküntülərdə və eruptiv brekçiyalarda qırıntıların istiqamətlənməsinin ölçüləri üçün səciyyəvidir.

Mizes paylanması üçün ehtimalların sıxlığının paylanması aşağıdakı düsturla ifadə edilir:

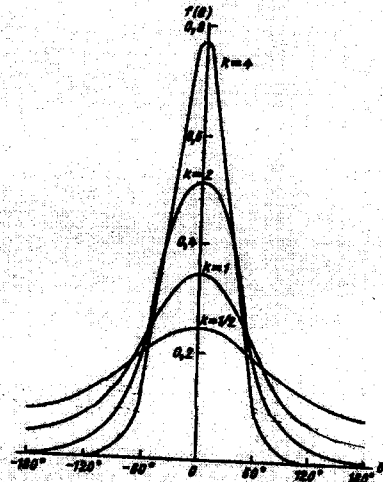
$$|\mu| < \infty \text{ və } k > 0 \text{ olduqda, } f(\theta) = \frac{1}{2\pi J_0(K)} e^{k \cos(\theta - \mu)} \quad (86)$$

$$\text{Burada, } J_0(K) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{k \cos \theta} d\theta = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{(r!)^2} \left(\frac{k}{2}\right)^{2r} \quad (87);$$

Mizes paylanması  $\mu$  və  $k$  parametrləri ilə müəyyən edilir.  $\mu$  - təsadüfi bucaq kəmiyyətinin dairəvi orta istiqaməti olub, riyazi gözləməyə ( $Mx$ ) uyğundur.  $K$  parametrini isə  $\mu$  ətrafında paylanmanın konsentrasiyasının xarakteristikası kimi qəbul etmək olar.

Mizes paylanması  $k=0$  olduqda, müntəzəm paylanmaya çevrilir.  $k \rightarrow \infty$  isə  $\mu$  və  $k$  parametrləri ilə asimptotik olaraq, özünü  $Mx = \mu$  və  $\sigma^2 = 1/k$  parametrlili normal paylanma kimi aparır. Beləliklə,  $1/k$  Mizes paylanmasında normal paylanmadakı dispersiya rolunu oynayır.

$K=0.5, 1, 2, 4$   $\mu=0$  parametrlili Mizes paylanmasının sıxlıq qrafikləri şəkl.22-də göstərilmişdir. Normal paylanma kimi Mizes paylanması da unimodal və simmetrikdir. Bu paylanmadan hipotezlərin yoxlanması məsələlərində və bucaq kəmiyyətlərinin nöqtə və interval qiymətlərinin tapılması üçün istifadə etmək əlverişlidir.



Şəkil 22.  $k$ -nin müxtəlif qiymətlərində Mizes paylanmasının sıxlıq funksiyalarının qrafikləri.

#### 4.4. Geoloji obyektlərin parametrlərinin paylanma qanunu haqqında hipotezlərin yoxlanması

Geoloji məsələlərin həllinin statistik üsullarının əksəriyyəti bu və ya digər paylanma qanunlarının xassələrindən istifadə edilməsinə əsaslanır. Lakin geoloq adətən əvvəlcədən tədqiqat nəticəsində alınan seçmə məcmuların hansı xassələrə malik olacağını bilmir. Buna görə də konkret məsələlərin həllindən qabaq empirik paylanmaları məlum nəzəri paylanmalarla müqayisə edirlər.

Empirik paylanmanın müəyyən qanunlara uyğun gəlməsi barədəki hipotezlərin yoxlama üsullarını qrafik və analitik üsullara bölmək olar.

Qrafik üsullar empirik qrafiklərin - histqramların, kumulyataların və azimut diqramlarının qurulmasından və onların paylanma funksiyalarının nəzəri əyriləri ilə müqayisəsindən ibarətdir. Qrafik üsullar sadə olsalar da keyfiyyət xarakteri daşıyırlar. Ölçülərin sayı 50-60-dan az olduqda bunlardan istifadə etmək məsləhət görülmür.

Empirik paylanmaların normal və ya loqnormal qanuna uyğun gəlməsi barədə hipotez Pirson kriterisi ( $\chi^2$ ) ilə ən etibarlı yoxlanılır.

Bu üsulda seçmə məlumatı  $k$  intervala bölünür və intervallar üzrə empirik tezliklər ( $n_j$ ) normal qanun üçün nəzəri tezliklər ( $n'_j$ ) ilə müqayisə edilir.

Bunun üçün əvvəlcə seçmə məlumatı üzrə orta qiymət ( $\bar{x}$ ) və dispersiya ( $S^2$ ) hesablanır və intervalların sərhədlərinə uyğun gələn  $x_j$  qiymətlərinin normallaşdırılması və mərkəzləşdirilməsi  $t_j = (x_j - \bar{x})/S$  düsturu ilə aparılır.

Bu nəzəri tezlikləri hesablamaq üçün Laplas funksiyası cədvəlindən (əlavələr cədv.2) istifadə etməyə imkan verir. Onun köməyi ilə hər bir  $t_j$ -dən  $t_{j+1}$ -ə qədər intervala düşmə ehtimalını:  $\Delta F(t_j) = F(t_{j+1}) - F(t_j)$  təyin etmək olar.

İntervallar üzrə nəzəri tezliklər:  $\Delta F(t_j)$ -i uyğun qiymətlərinin seçmə həcminə vurulmasından tapılır:  $n'_j = \Delta F(t_j)n$ .

Empirik məlumat normal paylanma qanununa tabe olduqda

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - n'_j)^2}{n_j} \quad (88)$$

qiyməti  $k-3$  sərbəstlik dərəcəsi olan Pirsonun təklif etdiyi  $\chi^2$  paylanmasına malikdir ki, onun üçün də xüsusi cədvəllər tərtib edilmişdir (Əlavələr.cədv.4). Seçmə məlumatına görə  $\chi^2_b$  qəbul edilmiş əhəmiyyətlik səviyyəsi ( $\alpha$ ) və  $k-3$  sərbəstlik dərəcəsinə uyğun cədvəl qiyməti ilə tutuşdurulur. Burada  $k$ -intervalların sayıdır.

Əgər  $\chi^2_h < \chi^2_{\alpha, k-3}$ , onda seçmə məlumatının normal paylanmaya uyğun gəlmə hipotezi rədd edilmir.

Loqnormal qanuna seçmə məlumatının uyğun gəlmə hipotezi də belə yoxlanılır. Lakin burada öyrənilən kəmiyyətin qiymətləri yerinə onların loqarifmləri götürülür. Bu üsulu tətbiq etmək üçün intervalların sərhəddini elə götürmək lazımdır ki, hər sinif üzrə nəzəri tezliklərin sayı 5-dən, intervalların sayı isə 6-7-dən az olmamalıdır. Buna görə də  $\chi^2$  kriterisi ilə paylanma qanunu haqqında hipotezlərin yoxlanması, adətən seçmənin həcmi 60 qiymətdən çox olduqda tətbiq edilir.

Daha kiçik həcmli seçmələr üçün asimmetriya və eksess göstəricilərinin hesablanmasına əsaslanmış üsuldan istifadə etmək

daha yaxşı nəticə verir. Normal paylanmada bu göstəricilər sıfıra bərabərdir. Onların seçmə qiymətləri isə

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{nS^3} \quad \text{və} \quad E = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{nS^4} - 3 \quad (89),$$

asimptotik normal paylanmaya malikdirlər. Loqnormal paylanma zamanı tədqiq edilən kəmiyyətlərin loqarifmləri üçün hesablanmış A və E eyni xassələrə malikdirlər.

Adətən empirik paylanmaların normal paylanmaya uyğunluğu meyarları kimi asimmetriya və eksessin onların standart sapmalarına nisbətindən istifadə edilir. bu standart sapmalar uyğun olaraq təxminən aşağıdakı düsturlar üzrə qiymətləndirilir:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{6}{n}}, \quad \sigma_E = \sqrt{\frac{24}{n}} \quad (90),$$

Burada n-seçmədəki ölçülərin sayıdır.

Beləliklə, əgər  $\frac{A}{\sigma_A}$  və  $\frac{E}{\sigma_E}$  mütləq qiymətlərinə görə 3-dən

böyükdürlərsə, onda normal paylanma barədə hipotez rədd edilir.

**Cədvəl 18**

Dərinlik int. m	İnter val. Orta qiy- məti $x_j$ m	Faktik tezlik $n_j$	Ehtimalın sıxlığının qiyməti $N(x_j, \bar{x}, S)$	Nəzə ri tezlik $n_j^ $	$n_j$ - $n_j^ $	$(n_j - n_j^ )^2$	$\frac{(n_j - n_j^ )^2}{n_j^ }$
250-550	400	4	0,000019	1	3	9	9
550-850	700	4	0,000068	3	1	1	0,33
850-1150	1000	3	0,00019	7	4	16	2,67
1150-1450	1300	8	0,00039	14	6	36	2,57
1450-1750	1600	17	0,00061	21	4	16	0,76
1750-2050	1900	25	0,00071	24	1	1	0,04
2050-2350	2200	25	0,00063	22	3	9	0,41
2350-2650	2500	19	0,00041	14	5	25	1,78
2650-2950	2800	7	0,00021	7	0	0	0
							Σ17.56

Mis. cədvəl 13-də verilmiş Cənubi Manqışlakda təbii çöküntülərinin dabanın yatma dərinliyi qiymətləri məcmusunun  $x^2$  kriterisi ilə normal paylanmaya uyğun gəlib-gəlməməsini hesablayaq.

Bunun üçün hər bir intervalda nəzəri tezlikləri hesablamaq lazımdır. Normal qanun üzrə paylanmış məcmu üçün  $n_j' = N(x_j, \bar{x}, S)dN$

Burada  $N(x_j, \bar{x}, S)$  j intervalı üçün normal paylanmanın ehtimalı sıxlığı funksiyasının qiyməti, d-intervalın eni, N-nüshahidələrin ümumi sayıdır.

Hesablamanın nəticələri aşağıdakı cədvəldə verilmişdir:

Cədvəl üzrə  $\chi^2_{0,05,9-3} = 12.59$

$\chi^2_{\text{tocr.}} = 17.56 > \chi^2_{\alpha, k-3} = \chi^2_{0,05,6} = 12.59$  olduğu üçün verilmiş məcmunun qiymətlərinin normal paylanmaya tabe olması haqqında hipotez rədd edilir.

Misal. Almazlı kimberlitlər yatağında kütləsi 2 t olan 200 nümunə götürülmüşdür. Hər nümunədə ölçüsü 1 mm-dən böyük olan 0-dən 4-ədək (i) almaz tapılmışdır. Müxtəlif saylı almaz tapılmış nümunələrin sayı cədvəldə verilmişdir (cədvəl 19). Almazların paylanmasının Puasson qanununa uyğun gəlməsi hipotezini yoxlamaq lazımdır.

Cədvəl 19

$\bar{I}$	$n_i$	$P_i$	$n_i'$	$n_i - n_i'$	$(n_i - n_i')^2$	$\frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}$
0	123	0,580	116	7	49	0,4224
1	52	0,316	63	-11	121	1,9206
2	20	0,086	17	3	9	0,5294
3	3	0,016	3	1	1	0,2500
4	2	0,002	1			$\chi^2_{\text{tocr.}} = 3.12$

Kristallın nümunəyə düşməsinin orta ehtimalı

$$\frac{\sum_{i=1}^k n_i \cdot x_i}{n} = \frac{123 \cdot 0 + 52 \cdot 1 + 20 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4}{200} = 0.545$$

Beləliklə, Puasson qanununun düsturu aşağıdakı şəkil alır:

$$P_{200}(i) = \frac{(0.545)^i e^{-0.545}}{i!};$$

Bu seçmə üçün  $\chi^2$  kriterisinin empirik qiyməti cədvəldəki nəticələrindən göründüyü kimi  $\chi^2_{\text{tacr.}}=3.12$ .

Əlavələr cədvəl 4 üzrə  $\chi^2_{\alpha,k-3}=\chi^2_{0.05,2}=5.99$

Beləliklə,  $\chi^2_{\text{tacr.}}=3.12 < \chi^2_{\text{nəz.}}=5.99$

Deməli, kütləsi 2t olan nümunələrdə 1mm-dən böyük olan almazların paylanması Poisson qanununa tabe olması haqqındakı hipotezi rədd etməyə əsas yoxdur.

Bucaq kəmiyyətinin müntəzəm paylanması haqqında hipotez, seçmənin həcmi kiçik olduqda Releyin müntəzəmlik kriterisi vasitəsilə yoxlanılır.

Seçmə məlumatına görə

$$\bar{R} = \sqrt{\bar{C}^2 + \bar{S}^2} \text{ statistikası hesablanır}$$

$$\text{Burada } \bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^n \cos \theta_i}{n}; \quad \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^n \sin \theta_i}{n}$$

$\bar{R}$  onun qəbul edilmiş əhəmiyyətlik səviyyəsi  $\alpha$  və  $n$  seçmə həcminə uyğun kritik qiyməti  $\bar{R}_0$  (əlavə.cədv.5) ilə tutuşdurulur və  $\bar{R} > \bar{R}_{\alpha,n}$  olduqda hipotez rədd edilir.

$n > 100$  olduqda,  $2n\bar{R}^2$  kəmiyyətinin iki azadlıq dərəcəsi olan və təxminən  $\chi^2$ -Poisson qanunu üzrə paylanması istifadə etmək olar. Bu kəmiyyətin müxtəlif əhəmiyyətlik səviyyəsi üçün kritik qiymətləri də əlavə.cədv. 5-də verilmişdir.

Misal. Boksit yatağı açıq üsulla istismar edilir. Burada 5 il ərzində karyerin böyür tərəfləri 19 dəfə sürüşmüşdür. Müxtəlif aylarda bu halların paylanması 20-ci cədvəlin ikinci sütununda verilmişdir. Bunun əsasında belə bir mülahizə yürüdülmüşdür ki, karyerin böyürlərinin dəyanətliyi yaz fəslində azalır. Bu mülahizənin əsaslılığını il ərzində karyerin böyürlərinin sürüşmə hallarının müntəzəm paylanması haqqında hipotezin yoxlanması yolu ilə qiymətləndirmək olar. İş periodu  $2\pi$  olan bir tsikl kimi nəzərdən keçirdikdə, təyin edirik ki, bir aya çevrədə  $2\pi/12$ , yəni  $30^\circ$ -yə bərabər interval uyğun gələcəkdir. Tələb olunan hesablamaları apardıqdan sonra (cədv.20, 3-7 sütunlar), alırıq ki,  $\bar{R} = 0.402$  və  $n=19$  və  $\alpha=0,05$  olduqda,  $\bar{R}_0 = 0.394$  (əlavələr.cədv.5).

Beləliklə,  $\bar{R} > \bar{R}_0$ . Buna görə də karyerin böyürlərinin il ərzində sürüşmə hallarının müntəzəm paylanması haqqındakı hipotez rədd edilir və karyerin böyürlərinin dəyanətliliyinin fəsil üzrə dəyişməsinə inkar etməyə əsas yoxdur.

cədvəl 20

1	2	3	4	5	6	7
Ay	Sürüşmələrin sayı $n_i$	Orta nöqtə $\theta_i$	$\sin \theta_i$	$\cos \theta_i$	$n_i \sin \theta_i$	$n_i \cos \theta_i$
I	-	15	-	-	-	-
II	-	45	-	-	-	-
III	3	75	0.966	0.259	2.898	0.777
IV	6	105	0.966	-0.259	5.796	-1.554
V	2	135	0.707	-0.707	1.414	-1.414
VI	1	165	0.259	-0.966	0.259	-0.966
VII	2	195	-0.259	-0.966	-0.518	-1.932
VIII	1	225	-0.707	-0.707	-0.707	-1.707
IX	2	255	-0.966	-0.259	-1.932	-0.518
X	-	285	-	-	-	-
XI	2	315	-0.707	0.707	-1.414	1.414
XII	-	345	-	-	-	-
				$\Sigma$	5.796	-4.970

$$\bar{C}^2 = \left( \frac{4,970}{19} \right)^2 = 0,0684; \quad \bar{S}^2 = \left( \frac{5,796}{19} \right)^2 = 0,0931;$$

$$\bar{R} = \sqrt{0,0684 + 0,0931} = 0,402$$

Tədqiq edilən xassənin müəyyən qanuna uyğun olması barədə hipotezin qəbul edilməsi bu seçmə məlumatının başqa nəzəri qanuna uyğun gəlməməsi demək deyildir. Geoloji praktikada tez-tez elə hallar olur ki, seçmə məlumatına görə onun normal və ya loqnormal qanuna uyğun olması barədə hipotez rədd edilmir, diskret təsadüfi kəmiyyətlər həm normal və həm də binomial qanunla qənaətbəxş approksimasiya edilə bilər və s. Belə hallarda paylanmanın nəzəri modeli seçilərkən həll edilən geoloji məsələnin xarakteri, verilmiş həcmli seçmələr üzrə müxtəlif tipli paylanmaların parametrlərinin qiymətlərinin xassələri və uyğun statistik cədvəllərin olmasını nəzərə almaq lazımdır. Əlbətdə bu zaman ən sadə və yaxşı tədqiq edilmiş paylanmalara üstünlük vermək lazımdır.

#### 4.5. Geoloji obyektlərin xassələrinin nöqtəvi və interval qiymətləndirilməsi

Geoloji obyektlərin əksəriyyəti ayrı-ayrı ölçmələr ilə təyin edilən xassələrin güclü dəyişkənliyi ilə fərqlənirlər. Buna görə də geoloji təcrübədə çox vaxt bu xassələrin orta qiymətlərinin təyin edilməsi və onların dəyişkənlik dərəcəsinin miqdarca ifadə edilməsi zərurəti meydana çıxır. Belə ədədi xarakteristikalar geologiyanın müxtəlif sahələrində bir çox məsələlərin həlli zamanı istifadə edilir.

Hər hansı geoloji sistemlərdə - litosferdə, müəyyən tərkibli suxurlar məcmuunda, intruziv kompleksdə və i.a. kimyəvi elementlərin orta miqdarı (klarklar) bu sistemlərin ən mühüm xarakteristikaları olub, faydalı qazıntı yataqlarının proqnozlaşdırılmasında və axtarışlarında geniş istifadə edilir.  $SiO_2$  orta miqdarına görə intruziv suxurun turş, orta və əsasi qrupa aid olma məsələsi həll edilir.

Terrigen suxurların təsnifatı qırıntı hissəciklərinin orta ölçülərinə əsaslanır. Bu parametrrin dəyişkənliyinə görə qırıntı materialın çeşidlənmə dərəcəsi haqqında mülahizə yürüdə bilərik.

Faydalı qazıntı cisimlərinin parametrlərinin orta qiymətləri - onların qalınlığı, filizdə faydalı komponentlərin miqdarı, filizin həcm kütlələri, filizlilik əmsalı - yataqların sənaye əhəmiyyətinin qiymətləndirilməsində ehtiyatın hesablanması düsturlarına daxildir.

Statistik qiymətləndirmə nöqtəbənöqtə və interval üzrə ola bilər. Nöqtəbənöqtə qiymətləndirmədə təsadüfi kəmiyyətin naməlum xarakteristikası bir ədəd ilə, interval qiymətləndirməsində isə qiymətlərin müəyyən intervalı ilə qiymətləndirilir.

Nöqtəbənöqtə qiymətlər əsaslıq, əvəzəilməzlik və maksimal effektivlik tələblərini ödəməlidirlər.

Seçmənin həcmi artdıqca ehtimal üzrə qiymətləndirilən parametərə doğru yığılan qiymət əsaslı adlanır. Beləliklə, seçmənin kiçik həcmində bu qiymət sistemətik xəyata malik ola bilər, lakin seçmənin həcmi sonsuzluğa qədər artdıqda xətanın kəmiyyəti asimptotik olaraq sifıra qədər azalır.

Seçmənin hər hansı həcmində riyazi gözləməsi qiymətləndirilən parametərə bərabər olan, yəni sistemətik xətası olmayan qiymət əvəzəilməz adlanır.



Müşahidələrin qeyd olunmuş sayında minimal dispersiyaya (minimal təsadüfi xəta) malik qiymət maksimal-effektiv adlanır.

Əvəzedilməz qiymət həmişə əsaslıdır. Lakin əsaslı qiymət həmişə əvəzedilməz deyildir. Məs, normal paylanmış təsadüfi kəmiyyətin dispersiyasının

$$S_z = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

düsturu ilə hesablanmış qiyməti əsaslı və əvəzedilməzdir. Lakin

$$S_z = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

düsturu ilə hesablanmış analogi qiymət əsaslı olsa da, əvəzediləbiləndir. Orta qiymətlərin qiymətləndirilməsi üçün orta

arifmetik  $X_{ar} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ , orta kvadratik  $(X_{kv} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}})$ , orta

harmonik  $\left( \bar{X}_{harm} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} \right)$ , orta həndəsi  $(\bar{x}_{hond} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n})$ , orta

loqarifmik  $(\bar{x} = 10^{\lg \bar{x}}$ , burada  $\lg \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \lg x_i}{n}$ ), çəkilməz orta

qiymətlərdən  $(\bar{x}_{\text{çök}} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i x_i}{\sum_{i=1}^n k_i})$ , burada  $k_i$ -çəkilmə əmsalındır) istifadə

edirlər.

Təsadüfi kəmiyyətlərin dəyişmə dərəcəsini təyin etmək üçün çox vaxt orta kvadratik sapma, dispersiya və variasiya əmsalından istifadə edirlər.

Normal paylanmış təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsinin ən yaxşı qiyməti orta arifmetik qiymətdir. Orta arifmetik qiymət əsaslı, əvəzedilməz və maksimal effeklidir.

Orta kvadratik sapmanın qiyməti normal paylanma üçün

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

düsturu ilə hesablandıqda əsaslı, effektiv və əvəzəndirilməzdir.

Loqnormal paylanmış təsadüfi kəmiyyətlər üçün seçmələrin orta arifmetik qiymətləri asimptotik normaldır, yəni onlar normal paylanmaya yalnız seçmələrin həcmi kifayət qədər böyük olduqda yaxınlaşırlar. Seçmənin həcmi kiçik olduqda, onlar çox asimmetrik olurlar. Bu da ondan irəli gəlir ki, orta arifmetik qiymətə nadir rast gələn ayrı-ayrı böyük qiymətlər güclü təsir göstərir. Loqnormal paylanmış təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi qiymətləndirilərkən tədqiq edilən təsadüfi kəmiyyətin dispersiyasının artması ilə orta arifmetik qiymətin effektivliyi azalır.

Kiçik həcmli seçmələr üzrə loqnormal kəmiyyətlərin riyazi gözləməsinin qiymətləndirilməsi üçün a-maksimal həqiqətə uyğun qiymət təklif edilmişdir ki, bunu da aşağıdakı ifadənin köməyi vasitəsilə hesablamaq olar.

$$a = e^{\frac{1}{n \cdot x}} \Psi_n(t);$$

$$\text{Burada } t = \frac{1}{2} S^2 \ln x;$$

$$\Psi_n(t) = e' \left\{ 1 - \frac{t(t+1)}{n} + \frac{t^2(3t^2 + 22t + 21)}{6n^2} \right\} \quad (91)$$

$\Psi_n(t)$  funksiyasının qiymətləri əlav. cədvəl 6-da verilmişdir. Onluq loqarifmlər üçün

$$a = 10^{\frac{1}{n \cdot x}} \Psi_n(t); \quad t = 2.65 S^2 \lg x$$

Loqnormal qanun şəraitində dispersiyanın qiyməti seçmənin həcmi çox böyük olanda effektiv olur. Buna görə də əgər loqnormal qanun barədə hipotez rədd edilmirsə və seçmənin həcmi  $\leq 100$  isə, dispersiyanın aşağıdakı düsturla hesablanan maksimal həqiqətə uyğun qiymətindən istifadə etmək məqsədəuyğundur.

$$b^2 = e^{\frac{2}{n \cdot x}} \left\{ \psi_n(2S^2 \ln x) - \psi_n\left(\frac{n-2}{n-1}\right) S^2 \ln x \right\} \quad (92)$$

Kiçik seçmələrdə bu qiymət  $S^2$  qiymətindən əhəmiyyətli dərəcədə fərqlənir.

Misal. 21-ci cədvəldə molibden yatağını açan karyerin bir pilləsində yerləşmiş 20 quyu üzrə sınaq işlərinin nəticələri verilmişdir. Bu qiymətlərə görə orta qiymət və dispersiyanın maksimal həqiqətə uyğun qiymətlərini tapıq.

**Cədvəl 21**  
**20 quyu üzrə molibdenin miqdarının paylanması statistik**  
**xarakteristikalarının hesablanması**

No skv	$x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$\ln x_i$	$\ln x_i - \bar{\ln x}$	$(\ln x_i - \bar{\ln x})^2$
1	122	22	484	4.8040	-0.3666	0.1344
2	50	-50	2500	3.9120	-0.5254	0.2760
3	78	-22	484	4.3567	-0.0807	0.0065
4	370	270	72900	5.9135	1.4761	2.1789
5	97	-3	9	4.5747	0.1373	0.0189
6	175	75	5625	5.1648	0.7274	0.5291
7	50	-50	2500	3.9120	-0.5254	0.2760
8	65	-35	1225	4.1744	-0.2630	0.0692
9	47	-53	2809	3.8502	-0.5872	0.3448
10	110	10	100	4.7005	0.2631	0.0692
11	120	20	400	4.7875	0.3501	0.1226
12	82	-18	324	4.4067	-0.0307	0.0009
13	85	-15	225	4.4426	0.0052	0
14	59	-41	1681	4.0775	-0.3599	0.1295
15	145	45	2025	4.9767	0.5393	0.2908
16	101	1	1	4.6151	0.1777	0.0316
17	89	-11	121	4.4886	0.0512	0.0026
18	77	-23	529	4.3438	-0.0936	0.0088
19	52	-48	2304	3.9512	-0.4862	0.2364
20	22	-73	5329	3.2958	-1.1416	1.3032

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{2001}{20} = 100; \quad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{101575}{19} = 5346$$

$$\bar{\ln x} = \frac{88.7483}{20} = 4.4374; \quad S^2_{\ln x} = \frac{6.0294}{19} = 0.3173;$$

$$a = e^{4.4374} \psi_{20} \left( \frac{0.3173}{2} \right) = 84.56 * 1.1631 \approx 98;$$

$$b^2 = e^{2 * 4.4374} \left[ \psi_{20} (2 * 0.3173) - \psi_{20} \left( \frac{18}{19} * 0.3173 \right) \right] = 2467.$$

Hesablamanın nəticəsindən görüldüyü kimi  $S^2(5346)$  və  $b^2(2467)$  bir-birindən 2 dəfədən də çox fərqlənirlər. Bununla bərabər  $b$ -nin qiyməti daha böyük həcmli seçmə üzrə  $S^2$  və  $b^2$  -nin qiymətlərinə daha yaxındır ( $S^2=3392$ ,  $b^2=3346$ )/

Nadir rast gəlen (anomal) qiymətlərin riyazi gözləmənin seçmə qiymətnə təsirini azaltmaq üçün bəzən vinzorizasiya üsulundan istifadə edilir. Bu zaman tədqiq edilən əlamətin qiymətləri artma sırasıyla yazılır, yəni  $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \dots \leq x_{n-1} \leq x_n$ . Bu sıranın başlanğıcında bir neçə qiymət  $x_1, x_2, x_3 \dots x_g, x_{g+1}$  ilə, yəni bu qrupdan sonra gələn birinci qiymətlə əvəz edilir. Eynilə bu qədər də qiymət sıranın sonunda, yəni  $x_{n-g}, x_{n-g+1} \dots x_n$   $x_{n-g-1}$  ilə əvəz edilir. Dəyişiləcək qiymətlərin sayı histqramdan təyin olunur. Adətən nadir rast gələn qiymətlərə tezliyi 3-5-dən az olan qiymətləri aid edirlər. Lakin vinzorizasiya üsulu yalnız simmetrik paylanmalara tətbiq edilə bilər. Vinzorlaşdırılmış seçmələr üzrə sapmanın xarakteristikalarını (dispersiya, variasiya əmsalı və s.) təyin etmək olmaz.

Yadda saxlamaq lazımdır ki, nöqtəbəndə qiymətlərin hesablanması nəzərdən keçirilən üsulları eynicinslilik, təsadüfilik və müstəqillik şəraitini tələb edir ki, bu da geoloji kəşfiyyat işlərində çox vaxt yerinə yetirilmir. Buna görə də geoloji praktikada çox vaxt çəkilmiş qiymətlərdən istifadə edilir. Bu zaman tədqiq edilən xassənin hər ölçüsünə müəyyən təsir zonası aid edilir. Bu zonanın sərhədləri nöqtələr və ya ölçmə xətləri arasındakı məsafənin yarısından keçirilir. Bu təsir zonalarının sahələri həcmli və ya kütlələri  $k$  çəki əmsalının qiyməti kimi düsturlarda qəbul edilir. Məs, hər hansı filiz cisimində faydalı komponentin orta miqdarı qiymətləndirilsə, bu zaman həmin filiz cisiminin vahid kütləsində və ya həcmində olan faydalı komponentin orta miqdarı nəzərdə tutulur. Lakin çox vaxt faydalı komponentin miqdarı bir-birindən müxtəlif məsafədə yerləşmiş dəyişkən uzunluqlu nümunələrdə təyin edilir. Bu zaman hər nümunənin faktik təsir zonası müxtəlif olur. Əgər təsir zonasının ölçüsü və faydalı komponentin miqdarı arasında asılılıq varsa, onda filiz cisminin bütün həcmində orta miqdarın əvəzəlməz qiyməti

$$\bar{C}_{\text{çək}} = \frac{\sum_{i=1}^n I_i C_i}{\sum_{i=1}^n I_i S_i} = \frac{\sum_{i=1}^n V_i C_i}{\sum_{i=1}^n V_i} \quad (93)$$

düsturu ilə hesablanır.

Burada,  $C_i$ -uzunluğu  $l_i$  olan nümunədə faydalı komponentin miqdarı,  $S_i$  və  $V_i$  isə uyğun olaraq nümunənin təsir zonasının sahəsi və həcmidir.

Əgər müşahidə şəbəkəsi müntəzəmdir, yəni bütün nümunələrin təsir zonasının sahələri bərabərdirsə, onda çəkilmə yalnız onların uzunluğu üçün aparılır:

$$C_{\text{çək}} = \frac{\sum_{i=1}^n l_i C_i}{\sum_{i=1}^n l_i} \quad (94);$$

Binomial paylanmada  $P$  parametrinin, yəni təsadüfi hadisənin ehtimalının əsaslı, əvəzəlməz və maksimal effektiv qiyməti

$$\hat{P} = \frac{x}{n}, \text{ yəni bu hadisənin nisbi tezliyidir. Puasson paylanmasının}$$

$\lambda$  parametri üçün eyni xassələrə onun qiyməti  $\lambda \cong \sum_{i=1}^n n_i \cdot i / N$ , yəni

$N$  həcmli seçmələrdə  $A$  hadisəsinin baş verməsinin orta tezliyi malik olur.

Mizes paylanmasının  $\mu$  və  $k$  parametrlərinin ən yaxşı nöqtəbənöqtə qiyməti seçmənin orta dairəvi istiqaməti -  $m$  və

$\hat{K} = A^{-1}(\bar{R}) - r$ . Bunu xüsusi cədvəl ilə təyin etmək olar (əlavələr cədv.7).  $\bar{R} < 0.45$  olduqda,  $k$ -nın təxmini qiymətini

$$\hat{K} \cong \frac{1}{6} \bar{R}(12 + 6\bar{R}^2 + 5\bar{R}^4) \quad (95) \text{ düsturu ilə, } R\text{-n } 1\text{-ə yaxın}$$

qiymətlərində isə

$$\frac{1}{\hat{K}} \cong 2(1 - \bar{R}) - (1 - \bar{R})^2 - (1 - \bar{R})^3 \quad (96) \text{ düsturu ilə təyin etmək olar.}$$

Nöqtəbənöqtə qiymət alınan nəticənin dəqiqliyi barədə məlumat vermir. Seçmə nə qədər kiçik və əlamətin dəyişkənliyi nə qədər çox olsa, xəta da bir o qədər böyük olur.

Buna görə də kiçik seçmələr şəraitində həmişə əlamətin məlum olmayan həqiqi orta qiymətinin verilmiş ehtimalla düşəcəyi qiymətlər intervalını bilmək lazımdır. Bu interval vəkalət intervalı adlanır.

Vəkalət intervalının sərhədləri parametrin həqiqi qiymətinin ( $\theta$ ) öz seçmə qiymətindən ( $\hat{\theta}$ ) mümkün olan sapmasının ( $\lambda$ ) qiyməti ilə təyin olunur.  $\lambda$ -standart xəta da adlandırılır.

$$P(\hat{\theta} - \lambda \leq \theta \leq \hat{\theta} + \lambda) = 1 - \alpha \quad (97)$$

Parametrin həqiqi qiymətinin vəkalət intervalı ilə örtülməsi ehtimalı  $P=1-\alpha$  vəkalət ehtimalı adlanır.

$\alpha$  kəmiyyəti əhəmiyyətlik səviyyəsi adlanır və həqiqi qiymətin bu intervaldan kənara düşməsi ehtimalına təyin edir.

İnterval qiymətini almaq üçün seçmə nöqtəbənöqtə qiymətlərin paylanma funksiyası barədə məlumata malik olmaq lazımdır. Bu işə tədqiq edilən təsadüfi kəmiyyətin paylanma funksiyasından asılıdır.

Əgər tədqiq edilən baş məcmu  $M_x$  və  $\sigma^2$  parametrləri normal paylanmışsa, onda  $n > 60$  həcmli seçmələr üzrə hesablanmış orta arifmetik qiymətlər-  $\bar{x}$  də  $M_x$  riyazi gözləməsi və  $\sigma^2$  mütənasib və seçmənin  $n$  həcminə əks mütənasib olan  $\sigma_{\bar{x}}^2$  dispersiyası ilə ( $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ ) normal paylanacaqlar.

Deməli,  $\lambda = (\bar{x} - M_x) / \sigma_x = (\bar{x} - M_x) \sqrt{n} / \sigma$ ;  $M\lambda = 0$  və  $\sigma_{\lambda}^2 = 1$  parametrləri ilə normal paylanacaqır. Buna görə də  $\bar{x}$  seçmə qiymətinin  $M_x$  riyazi gözləməsindən fərqlinin  $\lambda$ -dan (standart xətadan) artıq olmamasının ehtimalı Laplasın inteqral funksiyası cədvəlindən tapıla bilər (əlavələr. cədv.2). Geoloji praktikada təsadüfi kəmiyyətin dispersiyası- $\sigma^2$  adətən məlum olmadığından onun yerinə seçmə qiyməti  $S^2$  istifadə edilir. Buna görə də vəkalət intervallarının tapılması məsələsinin ancaq təxmini həlləri var.

Əgər seçmənin həcmi  $n < 60$ , onda

$\lambda = (\bar{x} - M_x) \sqrt{n-1} / S$ . Styudent qanununa görə,  $k = n-1$  sərbəstlik dərəcəsi ilə paylanır. Bu zaman  $M_x$  üçün vəkalət intervalını belə yazmaq olar:

$$P\left(\bar{x} - t_{k,1-\alpha} \frac{S}{\sqrt{n-1}} \leq M_x \leq \bar{x} + t_{k,1-\alpha} \frac{S}{\sqrt{n-1}}\right) = 1 - \alpha \quad (98)$$

Burada,  $t_{k,1-\alpha}$   $n$  həcmli seçmə və  $1 - \alpha$  vəkalət ehtimalı üçün Styudent kriterisinin qiymətidir (əlavələr.cədv.8). Burada,  $k$ -sərbəstlik dərəcəsi ( $k = n-1$ ),  $\alpha$ -əhəmiyyətlik səviyyəsidir.

Normal paylanmış təsadüfi kəmiyyətin dispersiyasının interval qiymətinin qurulması onun  $(n-1)S^2/\sigma^2$  kəmiyyətinin  $n-1$  sərbəstlik dərəcəsi olan paylanmasına uyğun olmasına əsaslanır.

Buna görə

$$P[C_1 < (n-1)S^2/\sigma^2 < C_2] = 1 - \alpha \quad \text{və ya} \\ P[(n-1)S^2/C_2 < \sigma^2 < (n-1)S^2/C_1] = 1 - \alpha \quad (99).$$

$$\text{Burada, } c_1 = \chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}, \quad c_2 = \chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}};$$

Tədqiq edilən məcmunun loqnormal paylanması zamanı orta qiymət üçün vəkalət intervallarının qurulmasının sadə və dəqiq metodları yoxdur.

Seçmənin kifayət qədər böyük həcmində ( $n > 60$ ) a maksimal həqiqətə uyğun qiymətinin vəkalət intervalının qurulması üçün

$$P(a - \lambda_a \leq M_x \leq a + \lambda_a) \cong 1 - \alpha \quad (100)$$

düsturundan istifadə etmək olar.

$$\text{Burada } \lambda_a = Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{a}{2} \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{S^2_{1nx} + 0.5 S^4_{1nx}} \quad (101)$$

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \text{ isə } 1 - \frac{\alpha}{2} \text{ vəkalət intervalı üçün Laplas funksiyasının}$$

qiymətidir.  $\alpha$ -ehtimalı bu halda ona görə 2-yə bölünür ki, həqiqi orta qiymətin vəkalət intervalına düşməmək ehtimalı 2 hadisənin ehtimalının cəminə bərabərdir.

$$M_x < a - \lambda_a \text{ və } M_x > a + \lambda_a$$

Kiçik seçmə hallarında a-nın qiymətlərinin paylanması asimmetrik olduğundan vəkalət intervalı verən sadələşdirilmiş düsturdan istifadə etmək daha məqsədə uyğundur. Bu zaman orta qiymətin təxmini qiyməti

$$a = \text{antiln}(\bar{\ln x} + 0.5 S^2 \ln x) \text{ və ya}$$

$$a = \text{antilg}(\bar{\lg x} + 1.1513 S^2 \lg x) \quad (102) \text{ düsturu ilə hesablanır.}$$

Vəkalət intervalının aşağı və yuxarı sərhədləri

$$a \pm \lambda = \text{antiln} \left( 1 + n x \pm t_{\alpha, n-1} \frac{\sqrt{S^2 \ln x}}{\sqrt{n}} \right) \quad (103);$$

düsturu ilə müəyyən edilir.

Burada  $t_{\alpha, n-1}$  Student kriterisinin qiymətidir (əlavələr cədv.8).

Misal. Neogen lavalardan götürülmüş 30 nümunədə  $\text{SiO}_2$ -i orta qiyməti ( $\bar{X}$ ) 65.5% dispersiyası ( $S^2$ ) isə 19.2%-r. Təyin edilmişdir ki, bu empirik məlumatın normal paylanması haqqında hipotez rədd edilməmişdir. Orta qiymətin və dispersiyanın vəkalət intervalını tapmaq. Vəkalət ehtimalını 95% götürək.

$$S^2=19.2; S=4.4; t_{29,0.05}=2.05.$$

$$\bar{x} \pm t_{29,0.05} \frac{S}{\sqrt{n-1}} = 65.5 \pm \frac{2.05 \cdot 4.4}{\sqrt{29}} = 65.6 \pm 1.7$$

Burada  $t_{29,0.05}$  Styudent cədvəlindən tapılır (əl.cədv.8). Beləliklə, 0.95 ehtimalla  $\text{SiO}_2$ -n həqiqi orta qiyməti bu horizontun suxurlarında 63.9-67.3% intervalındadır və dasitlər üçün təyin edilmiş hüdudlardan (63.0-68.5%) kənara çıxmır. Dispersiyanın vəkalət intervalını tapmaq üçün vəkalət ehtimalını 90% götürək

$$P[(n-1)S^2/c_2 < \sigma^2 < (n-1)S^2/c_1] = 1 - \alpha = 0.90$$

Bildiyimiz kimi

$$c_1 = \chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} = \chi^2_{29, 0.95} = 17.708$$

$$c_2 = \chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}} = \chi^2_{29, 0.05} = 42.557$$

Beləliklə, 0.9 ehtimalla lavalarda  $\text{SiO}_2$ -n həqiqi dispersiyası

$$\frac{(30-1) \cdot 19.2}{42.557} = 13.1\% \text{ -dən}$$

$$\frac{(30-1) \cdot (19-2)}{17.708} = 31.4\%$$

arasındadır.

Misal. Vəkalət ehtimalını 0.95 qəbul edib 20 quyu üzrə (bax. cədv.21) molibdenin orta miqdarının qiyməti üçün vəkalət intervalını tapmaq. Birinci üsul üzrə

$$\lambda_a = Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{n}} \sqrt{S^2 \ln x + 0.5 S^4 \ln^2 x} = 1.96 \frac{98}{\sqrt{20}} \sqrt{0.3173 + 0.5 \cdot 0.3173^2} \approx 26$$

Beləliklə, molibdenin orta miqdarı 0.95 ehtimalla  $a \pm \lambda_a = 98 \pm 26$ , yəni  $72 \leq M_x \leq 124$  intervalındadır.

$$\text{İkinci üsulla } a = e^{\frac{1}{n} \ln x + 0.5 \frac{S^2}{n} \ln^2 x} = e^{4.4374 + 0.5 \cdot 0.3173} = 99$$

$$a \pm \lambda = \text{antiln} \left[ \bar{\ln x} \pm t_{\alpha, n-1} \frac{\sqrt{S^2 \ln x}}{\sqrt{n}} \right] =$$



$$= \text{antiln} \left[ 4.4374 \pm \frac{2.09 \sqrt{0.3173}}{4 \cdot 472} \right] = \text{antiln}(4.4374 \pm 0.2633)$$

Deməli,  $65 \leq M_x \leq 110$ .

Bu misalda molibdenin «həqiqi» orta qiyməti 89.5 şərti vahiddir. Buna görə ikinci üsulla alınan vəkalət intervalı «həqiqi» ortaya nisbətən simmetrik olduğuna görə bu üsul daha yaxşı nəticə verir. Binomial paylanmanın parametrlərinin interval qiymətini almaq üçün  $n > 100$  olduqda və təsadüfi kəmiyyətin qiymətləndirilən ehtimalı 0-a və ya 1-ə çox yaxın olmadıqda binomial paylanmanın normal yaxınlaşmasından istifadə etmək olar.

$$P = (\hat{p} - \lambda, \leq P \leq \hat{p} + \lambda, ) \approx 1 - \alpha \quad (104)$$

$$\text{Burada,} \quad \lambda, = Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\hat{p}(1-\hat{p}) / n} \quad P = \frac{x}{n} \quad (105)$$

$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  verilmiş  $P=1-\alpha$  ehtimalı üçün Laplas funksiyasının qiymətidir.

Kiçik seçmələrdə  $P \approx 0.5$  hallarından başqa  $P$ -nin qiymətləri asimmetrik paylanır və buna görə vəkalət intervalının sərhədləri aşağıdakı düsturla tapılır:

$$\hat{p} \pm \lambda, = \frac{n}{Z_{1-\frac{\alpha}{2}} + n} \left[ \hat{p} + \frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{2n} \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n} + \left( \frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{2n} \right)^2} \right] \quad (106)$$

Misal. 28 quyu üzrə filizlilik əmsalının qiyməti üçün vəkalət ehtimalını 0.95 qəbul edərək, vəkalət intervalını quraq. Filizlilik

əmsalının qiyməti nöqtəbənöqtə  $K_f = \frac{x}{n} = \frac{9}{28} \approx 0.32$ .

Filiz cismi konturunda filizləşməni açan quyuların sayının ( $x$ )

quyuların ümumi sayına ( $n$ ) olan nisbəti -  $K_f = \frac{x}{n}$  filizlilik əmsal

adlanır. Bu əmsalın faydalı qazıntıların ehtiyatının hesablanmasında mühüm əhəmiyyəti vardır.

$$P \pm \lambda = \frac{28}{1.96^2 + 28} \left[ 0.32 + \frac{1.96^2}{2 \cdot 28} \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.32(1-0.32)}{28} + \left( \frac{1.96}{2 \cdot 28} \right)^2} \right] =$$

$$= 0.879(0.389 \pm 0.186). \text{ Buradan } 0.18 < K_f < 0.51.$$

Mizes paylanmasının  $\mu$  parametri üçün vəkalət intervalını aşağıdakı şəkildə yazmaq olar.

$$P(m - \lambda_m < \mu \leq m + \lambda_m) \cong 1 - \alpha \quad (107)$$

Burada  $m$ -dairəvi orta istiqamətdir.  $\lambda_m$ - $n$  qiymətini (o seçmənin  $n$  həcmindən və  $\bar{R}$ -dən asılıdır) nomoqram vasitəsilə (əl.nomoqram1) tapmaq olar.  $K$  - konsentrasiya parametri üçün interval qiyməti analogi olaraq təyin edilir.

$$P(\hat{k} - \lambda_k \leq k \leq \hat{k} + \lambda_k) = 1 - \alpha \quad (108)$$

Intervalın aşağı və yuxarı sərhəddi nomoqram üzrə (əlvə.nomoqr.2) tapılır.

Misal. Kvars damarların yatım azimutunun 48 qiymətinə görə  $\hat{m} \cong 173.5^\circ$ ,  $\bar{R} = 0.316$ ,  $\hat{k} \cong 0.7$  qiymətləri alınmışdır. Vəkalət ehtimalını 0.95 qəbul edib, 1b nomoqramı üzrə  $\lambda_m \cong 34^\circ$  tapırıq. Deməli,  $\mu$ -nün vəkalət intervalı  $173.5 - 34 = 139.5 \leq \mu \leq 173.5 + 34 = 207.5$ -r.  $K$  üçün vəkalət intervalının sərhədləri 2 nomoqramına görə  $0.2 \leq K \leq 1.0$ .

Vəkalət intervallarının qurulma üsulları seçmə məlumatına görə orta qiymətlərin tapılması zamanı nəinki mümkün olan xətlərin qiymətini tapmağa və həm də verilmiş dəqiqliklə qiymətlərin alınmasını təmin edən seçmənin həcmi müəyyən etməyə imkan verir.

Geoloji obyektlərin tədqiqində seçmə məlumatının optimal miqdarının təyin edilməsi mühüm məsələlərdən biridir və bunun yataqların kəşfiyyatında əhəmiyyəti xüsusilə böyükdür. Çünki burada hər bir seçmə müşahidəsi xüsusi dağ qazmasının aparılmasını və ya quyu qazılmasını tələb edir.

Normal paylanmada nümunələrin tələb edilən dəqiqliklə sayı aşağıdakı düsturla təyin edilir:

$$n = \left( \frac{t_{1-\alpha, n-1} S}{\lambda} \right)^2 \quad (109)$$

Burada  $S$ -orta kvadratik sapma,  $\lambda$ -mütləq xətdir (seçmənin orta qiymətinin reprezentativliyi xətası).

$$\lambda = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (110)$$

Bəzən  $\lambda_0$ -nisbi xətdən (orta qiymətinin təyininin dəqiqlik göstəricisi) istifadə edilir.

$$\lambda_0 = \frac{\lambda}{X} \cdot 100\% \quad (111)$$

Müxtəlif ölçülərdə ifadə olunmuş orta qiymətlərin hansının daha dəqiq təyin olduğunu bu göstərici ilə yoxlamaq olar. Onda düstur aşağıdakı şəkil alır:

$$n = \left( \frac{t_{1-\alpha, n-1} V}{\lambda_0} \right)^2 \quad (112)$$

Burada V variasiya əmsəlidir. Seçmənin həcmi kiçik olduqda, ( $n < 60$ ) t-nin qiyməti n-dən asılı olur. Bu zaman n-i tapmaq üçün ardıcıl yaxınlaşma üsulundan istifadə edilir. Əvvəlcə, düstura t-nin  $n = \infty$  üçün qiyməti qoyulur. Əgər alınmış  $n_1 < 60$ , onda  $n_1$  üçün t-nin qiymətini düstura qoyurlar. Növbəti hesablamaların nəticəsində alınmış-  $n_i$   $n_{i-1}$  ilə üst-üstə düşənə qədər bu əməliyyat təkrar olunur.

#### 4.6. Geoloji hipotezlərin statistik yoxlanması

Geoloji obyektlərin oxşarlığı və fərqi haqqındakı məsələni obyektiv həll etmək üçün onların xassələrinin ədədi xarakteristikalarının bərabərliyi barədə hipotezlərin yoxlanmasının statistik metodlarından istifadə edilir. Geoloji təcrübədə bu metodlar çox vaxt müxtəlif metodlarla eyni obyekt üçün və ya bir üsul ilə müxtəlif obyektlər üçün tədqiq edilən əlamətin orta qiymətlərinin bərabərliyi seçmə məlumatına görə iki təsadüfi kəmiyyətin dispersiyalarının bərabərliyi, tədqiq edilən obyektin eynicinsliyi barədə mülahizə yürütmək və s. üçün istifadə edilir.

Hipotezlərin statistik yoxlanması razılıq kriterilərinin köməyi vasitəsilə aparılır. Razılıq kriterisi olaraq elə bir  $k = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  funksiyasının qiyməti adlanır ki, burada  $x_1, x_2, \dots, x_n$  yoxlanılan hipotezi xarakterizə edən təsadüfi kəmiyyətlərdir. Funksiya elə seçilir ki, hipotez düzgün olduğu halda onun qiymətləri paylanması əvvəlcədən məlum olan təsadüfi kəmiyyəti təmsil etsin.

$\alpha$  ehtimalı bu zaman praktiki olaraq mümkün olmayan hadisənin ehtimalı səviyyəsinə uyğun gəlir və əhəmiyyətlik səviyyəsi adlanır.

Yoxlanılan hipotez həqiqi və ya yalan ola bilər. Bu mümkün nəticələrin 4 kombinasiyasına gətirib çıxarır.

	Düzgün hipotez	Səhv hipotez
Hipotez qəbul edilir	Düzgün qərar	II növ səhv $\beta$
Hipotez rədd edilir	I növ səhv $\alpha$	Düzgün qərar

Hipotez düzgün ola-ola rədd edildikdə birinci növ səhvə yol verilir. Bu  $\alpha$  ilə işarə edilir və əhəmiyyətlik səviyyəsi adlanır. Səhv hipotez qəbul edildikdə isə bu ikinci növ səhv adlanır və  $\beta$  ilə işarə edilir.

1- $\alpha$  vəkalət intervalı, 1- $\beta$  isə verilmiş kriterinin gücü (alternativ hipotezə görə) adlanır.

Müəyyən razılıq kriterilərinin tətbiq sahəsi bəzi şərtlərlə məhdudlaşır, onların gücü isə alternativ hipotezin xarakterindən və seçmənin həcmindən asılıdır. Hipotezlərin statistik yoxlanması əsasında məsələlərin həlli üçün aşağıdakı əməliyyatlar aparılmalıdır:

-geoloji məsələnin məğzindən asılı olaraq yoxlanan ( $H_0$ ) və alternativ hipotezlər dəqiq təyin edilməlidir;

-tətbiq şəraiti öyrənilən təsadüfi kəmiyyətlərin xassələrinə zidd olmayan və seçmənin verilmiş həcmində ən güclü kriterinin seçilməsi;

-həll edilən geoloji məsələ şəraitində birinci və ikinci növ səhvlərin nəticələrini qiymətləndirmək və səhv qərar zamanı dəyər zərərinin minimizasiya tələbinə uyğun olaraq əhəmiyyətlik səviyyəsini seçmək;

-k razılıq kriterisinin seçmə məlumatına görə qiymətini hesablayıb onu qəbul edilmiş əhəmiyyətlik səviyyəsinə görə k-nın nəzəri qiyməti ilə müqayisə etmək və  $H_0$  hipotezi barədə qərar qəbul etmək;

-qoyulmuş geoloji məsələyə görə alınmış nəticəni təhlil etmək.

$H_0$  hipotezini formalaşdırmaq zamanı çətinliklər ortaya çıxır. Lakin alternativ hipotez kimi hansı hipotezin qəbul edilməsi həmişə birmənalı həll edilmir, çünki bir  $H_0$  üçün bir neçə  $H_1$  ola bilər. Məsələn, interval qiymətlərinin hesablanması zamanı  $H_0$  hipotezi riyazi gözləmənin ( $M_x$ ) müəyyən qiymətlər intervalında olmasından ibarətdir.  $H_0: \bar{x} - \lambda \leq M_x \leq \bar{x} + \lambda$

Lakin alternativ hipotezlər müxtəlif ola bilər:

$$H_1^1: \bar{x} - \lambda > M_x;$$

$$H_1^2: \bar{x} + \lambda < M_x;$$

$$H_1^3: \bar{x} - \lambda > M_x < \bar{x} + \lambda.$$

Alternativ hipotezin düzgün formalaşdırılmaması statistik cədvəllərdən istifadə edilən zaman səhvlərə səbəb ola bilər. Çünki birtərəfli və ikitərəfli kriterilər üçün cədvəllər mövcuddur.

Birtərəfli kriteri cədvəllərində  $H_1^1$  və ya  $H_1^2$  tipli sadə alternativ hadisələrə uyğun vəkalət ehtimalları və ya əhəmiyyətlik səviyyələri verilir. İkitərəfli kriteri cədvəlləri  $H_1^3$  tipli mürəkkəb alternativlər üçün qurulmuşdur ki, bu zaman birdən-birə iki hadisənin ehtimalı nəzərə alınır.

Laplasın inteqral funksiyası birinci tip cədvəllərə aiddir, buna görə onun vasitəsilə  $Z$  kriterisi tətbiqə, ikitərəfli vəkalət intervalını qurmaq üçün əhəmiyyətlik səviyyəsini iki dəfə azaltmaq lazımdır. İkinci tip cədvəllər simmetrik paylanmış kriterilər üçün qurulur. Bunlar  $H_1^3$  tipli alternativlər zamanı vəkalət intervallarının qurulması və hipotezlərin yoxlanması üçün kompakt və rahatdır. Belə cədvəllərdən Styudentin  $k$  kriterisi üçün qurulmuş cədvəli göstərmək olar. Bu cədvəldən istifadə edərkən birtərəfli vəkalət intervallarının qurulması zamanı funksiyanın qiyməti  $2\alpha$  əhəmiyyətlik səviyyəsi üçün götürülür.

Razılıq statistik kriteriləri parametrik və qeyri parametrik kriterilərə bölünür. Parametrik kriterilər paylanmanın bu və ya digər statistik qanunlarının xassələrinə əsaslanır və yalnız seçmə məlumatı bu qanunun tələblərinə cavab verdiyi halda tətbiq edilə bilər. Qeyri parametrik kriterilər isə tədqiq edilən kəmiyyətlərin paylanma qanunu məlum olmasa da, və ya onlar bir məlum qanuna uyğun gəlməyə də tətbiq edilə bilər. Qeyri parametrik kriterilər adətən parametrik kriterilərə nisbətən az gücə malik olur, lakin onların tətbiq sahəsi daha genişdir.

### **Orta (riyazi gözləmə) qiymətlərin bərabərliyi barədə hipotezlərin yoxlanması**

Geoloji obyektlərin tətbiq edilən xassələrinin orta qiymətlərinin müqayisəsinin zəruriliyi geoloji elmlərin bütün sahələrində çox müxtəlif məsələlərin həllində ortaya çıxır. Məsələn, bir çox petroloqların fikrincə vulkanların lavalalarının və intruziv suxurların orta kimyəvi tərkibi onları yaratmış dərinde yerləşmiş maqma ocaqlarının tərkibinin xüsusiyyətlərini ümumi şəkildə əks etdirir.

Müxtəlif effuziv və intruziv suxurları onların tərkibindəki kimyəvi elementlərin orta miqdarının müqayisəsi yolu ilə effuziv və intruziv əmələgəlmələrin komoqmatikliyi, intruziv suxurların müəyyən bir maqmatik kompleksə aid olması və ya iki vulkanik qurğunun bir dərinlik maqmatik ocağa aid olması barədə fikir yürütmək olar. Məlumdur ki, metamorfik suxurlar az miqdar (2-4) suxurəmələgətirən minerallarla dəyanətli paragenetik assosiasiyaları ilə səciyyələnilir. Bu mineralların sayında və faiz nisbətindəki fərqlər metamorfizmə uğramış ilkin suxurların kimyəvi tərkibindəki fərqləri əks etdirirlər. Suxurəmələgətirən mineralların orta miqdarının bərabərliyi haqqındakı hipotezin yoxlanmasının statistik metodları metamorfik komplekslərin stratiqrafik bölünməsi və onların kəsilişlərinin korrelyasiyası üçün dəqiq geoloji xəritəalmada istifadə edilir.

Paleontologiyada orta qiymətlərin bərabərliyi haqqındakı hipotezin yoxlanmasının statistik metodları yüksək rəngli taksonların daha alçaq rəngli taksonlara obyektiv bölünməsinə kömək edir. Məs, yeni növü ayırmaq üçün sübut etmək lazımdır ki, bu qrup orqanizmlər o birilərindən hər hansı morfoloji əlamətin orta qiymətinə görə əhəmiyyətli dərəcədə fərqlənir. Belə misallar çox gətirmək olar. Bu cür məsələlərin həlli üçün parametrik və qeyri parametrik razıq kriteriləri istifadə edilir.

Geoloji təcrübədə ən çox Styudentin t parametrik kriterisi işlənir. Onun tətbiqi buna əsaslanır ki, əgər normal paylanmış məcmudan həcmi  $n_1$  olan  $x_1, x_2, \dots, x_k$  seçmələri və həcmi  $n_2$  olan  $y_1, y_2, \dots, y_k$  seçmələri götürülmüşsə, onda

$$t = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}} \quad (113)$$

kəmiyyəti  $n_1 + n_2 - 2$  sərbəstlik dərəcəsi olan Styudent paylanma qanununa tabe olur.

Burada,  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  orta qiymətin seçmə qiymətləri,  $S_1^2, S_2^2$  isə dispersiyanın seçmə qiymətləridir. İki seçmə orta qiymətinin bərabərliyi hipotezini yoxlamaq üçün  $\bar{x}$ ,  $S_1^2$ ,  $\bar{y}$ ,  $S_2^2$  və  $n_1$ ,  $n_2$ -nin qiymətlərini düsturda yerinə qoyub t-ni hesablayıb və onu verilmiş sərbəstlik dərəcəsində və vəkalət ehtimalında cədvəl qiyməti ilə tutuşdururuq. Əgər  $t_{hes} > t_{cadv.}$ , onda hipotez rədd edilir.

Misal. Vayominq ştatında Biqorn çökəkliyində və Uind çayı hövzəsində Tekslip qumdaşlarında məsaməliyi təyin etmək üçün nümunələr götürülmüş və aşağıdakı nəticələr alınmışdır (cədv.22).

Bu halda aşağıdakı hipotez yoxlanır:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

Bu hipotez üçün alternativlər çoxluğu:

$$H_0: \mu_1 \neq \mu_2$$

Cədvəl 22

Biqhorn çökəkliyi	Uind çayı hövzəsi
Məsələlik %	
13	15
17	10
15	15
23	23
27	18
29	26
18	24
27	18
20	19
24	21

Yoxlanılan hipotez ondan ibarətdir ki, birinci seçmənin götürüldüyü məcmunun orta qiyməti, ikinci seçmənin götürüldüyü məcmunun orta qiymətinə bərabərdir. Alternativ hipotezlər isə bu orta qiymətlərin bərabər olmamasını ifadə edirlər.

$\alpha=0.05$  götürək

$$\text{Onda } t = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{|21.3 - 18.9|}{\sqrt{\frac{30.46}{10} + \frac{23.21}{10}}} = \frac{2.2}{\sqrt{5.37}} = 0.96$$

$$\bar{x} = 21.3; \quad \bar{y} = 18.9$$

$$S_1^2 = 30.46; \quad S_2^2 = 23.21$$

$$n_1 = n_2 = 10$$

$\alpha=0.05$  əhəmiyyətlik səviyyəsi üçün Student kriterisinin kritik qiyməti  $n_1 + n_2 - 2 = 10 + 10 - 2 = 18$  sərbəstlik dərəcəsinə 2.1-r. Beləliklə,  $t_{hes} < t_{cədv.}$  və buna görə sıfır hipotezini rədd etmək olmaz və iki tədqiq edilən seçmənin müxtəlif orta qiymətli məcmulardan götürüldüyünə güman etməyə əsas yoxdur.

Misal. Rayonda orta və gecpaleozoy yaşlı qranitlər yayılmışdır. Orta paleozoy qranitləri ilə nadir metallı peqmatit yataqları əlaqədardır. Orta paleozoy qranitləri filizli olmayan gec paleozoy qranitlərindən  $TiO_2$ -nin yüksək miqdarı ilə fərqlənirlər. Hər iki kompleksin qranitlərində  $TiO_2$  paylanması loqnormal qanuna uyğun

gəlir. Yaşı məlum olmayan intruziya üzrə məlumatda da TiO<sub>2</sub> -nin paylanması loqnormal qanuna uyğun gəlir. Onun orta və ya üst paleozoy intruzivlərinə aid olmasını təyin etmək lazımdır(cədv.23). TiO<sub>2</sub>-nin orta və gecpaleozoy qranitlərində və naməlum yaşlı intruziyada paylanması parametrləri verilmişdir.

Cədvəl 23

Qranitlərin Yaşı	Nümunələrin sayı	TiO <sub>2</sub>	
		$\bar{lgx}$	$S^2lgx$
Orta paleozoy	100	-0,886	0,268
Gec paleozoy	100	-1,426	0,321
Naməlum	30	-1,352	0,225

TiO<sub>2</sub>-nin paylanması loqnormal qanuna tabe olduğu üçün naməlum intruziyanın məlum yaşlı intruziyalarla müqayisəsi Rodionov kriterisi üzrə aparılmalıdır.

D.A.Rodionov (1987) təyin etmişdir ki,

$$Z = \frac{\{|\bar{lgx} - \bar{lgy}| + 1.153 |S^2_{lgx} - S^2_{lgy}|\}}{\sqrt{S^2_{lgx}/n_1 + S^2_{lgy}/n_2 + 2.65(S^4_{lgx}/(n_1 - 1) + S^4_{lgy}/(n_2 - 1))}} \quad (114)$$

Z kəmiyyəti riyazi gözləməsi 0 və dispersiyası 1 olmaqla asimptotik normal paylanmışdır. Buna görə bu kriterinin köməyi ilə orta qiymətlərin bərabərliyi hipotezini yoxlayarkən Z kəmiyyətinin nəzəri qiymətini Laplas inteqral funksiyasının qiymətləri cədvəli (əlavələr, cədv.2) üzrə tapırıq.

Bu məsələdə yoxlanılan hipotez ondan ibarətdir ki,  $\bar{x} = \bar{y}$ ; alternativ hipotez isə H<sub>1</sub>:  $\bar{x} \neq \bar{y}$ . Buna görə də əhəmiyyətlik səviyyəsi ikitərəfli  $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  kriterisi üçün götürülür. Filizli orta paleozoy qranitləri ilə müqayisədə birinci növ səhvi kiçiltmək üçün  $\alpha$  kiçik, filizsiz üst paleozoy qranitləri ilə müqayisədə isə ikinci növ səhvi azaltmaq üçün  $\alpha$  böyük götürülməlidir. Buna görə birinci halda  $\alpha=0.05$ , ikinci halda isə 0.1 götürürük.

Naməlum yaşlı intruziyanın ortapaleozoy yaşlı intruzivlərsə müqayisəsi:

$$Z = \{|-0.886 + 1.352 + 1.153(0.268 - 0.225)\} /$$



$$\sqrt{\frac{0.268}{100} + \frac{225}{30} + 2.65 \left( \frac{0.0718}{99} + \frac{0.0506}{29} \right)} = 3.99$$

$\alpha=0.05$  əhəmiyyətlik səviyyəsi üçün Z kriterisinin kritik qiyməti 1.96-ya bərabərdir. Buna görə qiymətlərin bərabərliyi haqqında hipotez rədd edilir.

Naməlum yaşlı qranitlərin üstpaleozoy qranitləri ilə müqayisəsi.

$$Z = \{ |-1.426 + 1.352| + 1.153 | 0.321 - 0.225 | \} / \sqrt{\frac{0.321}{100} + \frac{0.225}{30} + 2.65 \left( \frac{0.1030}{99} + \frac{0.0506}{29} \right)} = 137$$

Z kriterisinin  $\alpha=0.1$  əhəmiyyətlik səviyyəsi üçün kritik qiyməti  $Z_{0.95} \approx 1.645$

$$Z_{hes} < Z_{naz}$$

Buna görə tədqiq edilən intruziyanın üst paleozoy qranitləri ilə  $TiO_2$  üzrə kimyəvi tərkibin identikliyi barədə hipotez qəbul edilir. Beləliklə, bu naməlum intruzivin filizli olmadığı barədə əsaslı nəticə çıxarmaq olar.

Razılıq kriterisindən Kolmoqorov və Kolmoqorov-Smirnov kriteriləri də geniş istifadə edilir.

### Kolmoqorovun razılıq kriterisi

Kolmoqorovun kriterisi  $n$  həcmli  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  seçməsinin qiymətlərinə əsasən tədqiq edilən baş məcmunun müəyyən  $F_0$  paylanması olan kəsilməz funksiyaya malik olması barədə hipotezi yoxlamaq üçün istifadə edilir. Bu kriteriyə görə məcmunun paylanması məlum olmasa da kəsilməz olmalıdır. O aşağıdakı statistikaya əsaslanır:

$$D_n = \max_{-\infty < x < \infty} |F_n(x) - F_0(x)|$$

Burada  $F_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$  seçməsinin məlumatına əsasən, onun  $Z_1 < Z_2 < \dots < Z_n$  sırası üzrə nizamlanmasından sonra qurulmuş paylanmanın empirik funksiyasıdır.

$$F_n(x) = \begin{cases} 0 & x \leq Z, \\ \frac{m}{n} & Z_m < x < Z_{m+1}, m = 1, \dots, n-1 \\ 1 & x > Z_n \end{cases}$$

$D_n$  statistikasının qiymətini təyin edərkən nəzərə almaq lazımdır ki, o pilləlidir.  $Z=Z_m$  kəsilmə nöqtəsində  $F_n$  funksiyası sıçrayışla  $\frac{m-1}{n}$  qiymətindən ( $Z_{m-1} \leq Z < Z_m$  intervalında)  $\frac{m}{n}$  qiymətinə

keçərək sonrakı intervalda sonuncu qiymətdə qalır.  $F_n(x)$  və  $F_0(x)$  arasında ən böyük fərq, yəni  $D_n = \max D_n^{(1)}, D_n^{(2)}$  statistikasının qiyməti bu kəsilmə nöqtələrindən birinə düşür. Beləliklə,  $D_n$  statistikasının qiymətini təyin etmək üçün

$$D_n^{(1)} = \max_{m=1, \dots, n} \left( \frac{m}{n} - F_0(Z_m) \right) \text{ və}$$

$$D_n^{(2)} = \max_{m=1, \dots, n} \left( F_0(Z_m) - \frac{m-1}{n} \right) \text{ hesablayırlar.}$$

$\alpha$  əhəmiyyətlik səviyyəsində ikitərəfli Kolmoqorov kriterisi tətbiq edilərkən  $H$  hipotezi  $D_n > K_{n,\alpha}$  halında rədd edilir.  $K_{n,\alpha}$  -nın kritik qiymətləri cədvəldən (əlavələr, cədvəl 18) götürülür.

Asimptotik olaraq  $K_{n,\alpha} \sim K_{1-\alpha} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}$ ,  $K_{1-\alpha}$  -nin qiymətləri cədvəldən götürülür (əlavələr cədvəl 19).

Misal.  $\alpha=0.05$  əhəmiyyətlik səviyyəsində verilmiş baş məcmunun  $[0,1]$  intervalında müntəzəm paylanmaya malik olduğu barədə  $H$  hipotezini yoxlamaq lazımdır, yəni  $H: F(x) = F_0(x) = X(0 \leq x \leq 1)$ . Aşağıdakı cədvəldə artma sırası ilə düzülmiş  $n$  həcmli seçmənin verilənləri və  $K$  statistikasının tapılması üçün zəruri olan hesablamaların nəticəsi verilmişdir.

Beləliklə,  $D_{10}^{(1)} = 1.1590$  və  $D_{10}^{(2)} = 0.1424$ . Buradan  $D_{10} = 0.1590$  Əlavələr, cədv.18-dən  $\alpha=0.05$  və  $n=10$  olduqda,  $K_{10,0.05} = 0.40925$   $D_{10} = 0.1590 < 0.40925$  olduğu üçün müşahidələrin nəticələri  $H$  hipotezinə zidd deyildir.

Birtərəfli kritik sahə seçildikdə Kolmoqor kriterisinin statistikas

m	$F_0(Z_m)$	$\frac{m}{n}$	$\frac{m-1}{n}$	$\frac{m}{n} - F_0(Z_m)$	$F_0(Z_m) - \frac{m-1}{n}$
1	0.0834	0.1	0.0	0.0166	
2	0.1174	0.2	0.1	0.0826	0.0834
3	0.1794	0.3	0.2	0.1206	0.0174
4	0.3094	0.4	0.3	0.0906	-0.0206
5	0.5424	0.5	0.4	-0.0424	0.0094
6	0.6288	0.6	0.5	-0.0288	0.1424
7	0.6606	0.7	0.6	0.0394	0.1288
8	0.6917	0.8	0.7	0.1083	0.0606
9	0.7410	0.9	0.8	0.1590	-0.0083
10	0.9401	1.0	0.9	0.0599	-0.0590
					0.0401

$D_n^+ = \max_{-\infty < x < \infty} \{F_n(x) - F_0(x)\}$  düsturu ilə verilir.

Praktiki hesablamalar üçün

$$D_n^+ = D_n^!$$

düsturu faydalıdır. Birtərəfli kriteri istifadə edildikdə  $D_n^+ > K_n^+$ ,  $\alpha$  olduğu zaman H hipotezi rədd edilir.  $K_n^+$ ,  $\alpha \approx K_{n,2\alpha}$  olduğu üçün  $K_{n,2\alpha}$ -nın qiymətini əlavələr cədv.18-dən tapmaq olar.  $n \rightarrow \infty$   $K_{n,2\alpha} \sim \sqrt{-\frac{\ln \alpha}{2n}}$  asimptotik nisbətdən istifadə etmək olar.

**Kolmoqorov-Smirnov kriterisi.** Bu kriteri baş məcmu kəsilməz paylanmaya malik olduğu halda iki seçmənin eyni baş məcmuya aid olması barədə hipotezi yoxlamaya xidmət edir. Bu hipotezi yoxlamaq üçün

$$D_{n_1, n_2} = \max_{-\infty < x < \infty} |F_{n_1}(x) - G_{n_2}(x)|$$

statistikasından istifadə edilir. Burada  $F_{n_1}$  və  $G_{n_2}$  ( $x_1, \dots, x_{n_1}$ ) və  $(y_1, \dots, y_{n_2})$  seçmələri üzrə qurulmuş paylanmaların empirik funksiyalarıdır.

Əgər H hipotezi düzgündürsə, onda

$$\frac{n_1, n_2}{n_1 + n_2} \rightarrow \infty$$

$$\sqrt{\frac{n_1, n_2}{n_1 + n_2}}$$

$D_{n_1, n_2}$  Kolmoqorov paylanması

funksiyasına yığılır.

Əgər  $\alpha$  əhəmiyyətlik səviyyəsində  $D_{n_1, n_2} > K_{1-\alpha} \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}$  olsa, H

hipotezi rədd edilir. Kolmoqorov paylanmasının  $K_{1-\alpha}$  kvantillərinin qiymətini əlavələr cədv.19-dan tapırlar.

Misal. cədvəldə polimetal yatağında 2 qonşu horizontda volframın ( $n \cdot 10^{-5}$ ) sınaqlarda paylanması göstərilib. Bu 2 horizontda volframın paylanmasının fərqlənmədiyi barədə H hipotezini yoxlamaq lazımdır.  $\alpha=0.05$  qəbul edirik. Onda  $K_{1-\alpha}=1.358$ .  $n_1=24$ ,  $n_2=24$

Volframın miqdarı $n \cdot 10^{-5}$	Tezlik		Yığılmış tezlik		Yığılmış tezliklər		Yığılmış tezliklərin fərqi
	I horiz ont	II horiz ont	I horiz ont	II horiz ont	I horizo nt	II horizo nt	
1-10	1	1	1	1	0.042	0.042	0
10-20	3	6	4	7	0.167	0.292	-0.125
20-30	4	5	8	12	0.333	0.500	-0.167
30-40	10	5	18	17	0.750	0.708	0.042
40-50	4	2	22	19	0.917	0.792	0.125
50-60	2	3	24	22	1.00	0.917	0.083
>60	0	2	24	24	1.00	1.000	0
	24	24					

cədvəldən görüldüyü kimi

$$D_{24,24} = |-0.167| = 0.167$$

$$K_{1-\alpha} \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}} = 1.358 \sqrt{\frac{24+24}{24 \cdot 24}} = 0.394$$

$$D_{24,24} = 0.167 < K_{1-\alpha} \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}} = 0.394$$

Deməli, H hipotezi rədd edilmir və I və II horizontda volframın paylanması bir-birindən statistik fərqlənmir.

Qeyri parametrik kriterilər (Van-der-Vardenin X kriterisi. Vilkokson və s.) adətən seçmələrin həcmi az olduqda və ya orta qiymətlər yarımmiqdarı məlumata görə hesablandıqda (məs. yarımmiqdarı spektral analizin nəticələrinə görə) istifadə edilir.

2 seçmə (A və B) üzrə təyin edilmiş orta qiymətlərin bərabərliyi haqqında hipotezin Vander-Vardenin X-kriterisinə görə yoxlanması hər iki seçmə üzrə bütün qiymətlərin artma şərtilə bir sıraya yazılması ilə başlanır.

$$X \text{ kriterisi } X = \sum_{i=1}^h \varphi \left( \frac{i}{n+1} \right) \quad (115) \text{ kəmiyyətini təmsil edir.}$$

Burada, n-iki seçmə üzrə qiymətlərin ümumi sayı, h-B seçməsində müşahidələrin sayı, i-B seçməsinin hər bir qiymətinin ümumi sırada sıra Nəsi,  $\varphi$  normal paylanma funksiyasına əks olan funksiyadır.  $n > 20$  olduqda, X kəmiyyəti riyazi gözləməsi 0 və dispersiyası  $\sigma_x^2$  olub, asimptotik normal paylanır. Hipotezi yoxlamaq üçün  $\frac{i}{n+1}$  -n bütün

qiymətləri hesablanır və onlara uyğun  $\psi$  funksiyasının qiymətləri cədvəldən (əlavələr cədv.9) tapılır və cəmlənir. X kriterisinin bu yolla alınmış qiyməti verilmiş əhəmiyyətlik səviyyəsi- $\alpha$ , müşahidələrin ümumi sayı-n və A və B seçmələrinin həcmələri arasındakı fərqdə cədvəl qiyməti ilə müqayisə edilir (əlavələr cədv.10).

Əgər  $X_{hes} > X_{cədv.}$  seçmə orta qiymətlərinin bərabərliyi haqqında hipotez rədd edilir.

Misal. Kəşfiyyata olan xərcləri azaltmaq üçün səpinti qızıl yatağının bir sahəsində şurfların bir hissəsi zərbə üsulu ilə qazılan quyular ilə əvəz edilmişdir. Təyin etmək lazımdır ki, quyuların sınağının nəticələri sistemə malik deyildirlər. Təcrübə sahəsində quyuların (13) və şurfların (10) sayı az olduğundan burada Vander Varden kriterisindən istifadə etmək olar. Sınaqların nəticələri aşağıdakı cədvəldə (cədv.24) verilmişdir:

Aşağıdakı cədvəldə (cədv.25) bu kriterinin hesablanması göstərilmişdir.

Van-der Vardenin X kriterisinin 0.05 əhəmiyyətlik səviyyəsi, 23 müşahidə və seçmələrin həcmi arasındakı fərq  $n_1 - n_2 = m \approx 3$  olduğu halda cədvəl qiyməti 4.15-r. Beləliklə,  $X_{hes} > X_{cədv.}$  olduğu üçün qızılın quyular və şurflar üzrə orta qiymətlərinin bərabərliyi haqqında hipotez rədd edilir. quyularda qızılın miqdarının sistemə malik aşağı düşməsinin səbəbi aydınlaşdırılmayınca onlardan bu yatağın kəşfiyyatı üçün istifadə etmək məsləhət görülmür.

Cədvəl 24

A seçməsi (quyular)		B seçməsi (şurflar)	
Sıra Nəsi	Au-n miqdarı mq/m <sup>3</sup>	Sıra Nəsi	Au-n miqdarı mq/m <sup>3</sup>
1	322	1	431
2	250	2	397
3	225	3	462
4	315	4	457
5	399	5	251
6	348	6	221
7	192	7	548
8	375	8	478
9	381	9	299
10	538	10	541
11	198		
12	317		
13	293		

Cədvəl 25

Sıra Nəsi	Miqdar mq/m <sup>3</sup>	Seçmə	$i/n+1$	$\psi(i/n+1)$
1	192	A		
2	198	A		
3	221	B	0.125	-1.15
4	225	A		
5	250	A		
6	251	B	0.250	-0.67
7	293	A		
8	299	B	0.333	-0.43
9	315	A		
10	317	A		
11	322	A		
12	348	A		
13	375	A		
14	381	A		
15	397	B	0.625	0.32
16	399	A		
17	431	B	0.708	0.55
18	457	B	0.750	0.67
19	462	B	0.792	0.81
20	478	B	0.833	0.97
21	538	A		
22	541	B	0.917	1.39
23	548	B	0.958	1.73

$$X=4.19$$

Qeyri-parametrik kriterilərdən biri də Mann Uitninin U kriterisidir. Bu kriteri mərkəzi parametrlər arasındakı fərqləri qiymətləndirmək üçün ən güclü kriterilərdən biridir.

Burada 2 seçmənin orta qiymətlərinin bərabərliyi barədə hipotezi yoxlamaq üçün bu seçmələrin qiymətlərini birləşdirib böyükdən kiçiyə doğru azalma sırası ilə düzürük. Alınmış sıranın hər bir üzvünə rəng veririk. Qiymətlər eyni olduqda onları üst-üstə düşmədikləri halda veriləcək rəngləri cəmləyib onların orta qiymətini eyni qiymətli sıra üzvlərinə rəng veririk. Məs, tutaq ki, iki 21 qiyməti öz aralarında 5 və 6 rəngini bölürlər. Onda onların hər birinin rəngi  $\frac{5+6}{2} = 5,5$  olur. Sonra U kriterisinin qiyməti hesablanır.

$$U = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1 \quad (116) \quad \text{və ya}$$

$$U' = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - R_2 \quad (117)$$

hesablama düz aparılmışsa,  $U = n_1 n_2 - U'$  (118) olmalıdır. Burada  $R_1$   $n_1$  həcmli seçmədə aid olan rənglər cəmidir;  $R_2$   $n_2$  həcmli seçmədə rənglər cəmidir. Hesablama düz aparılmışsa

$$R_1 + R_2 = \frac{N}{2}(1+N) \quad (119) \quad \text{olmalıdır.}$$

Burada  $N = n_1 + n_2$ ;

U-nu hesabladıqdan sonra əlavələr cədvəl 11 üzrə ( $\alpha = 0,25$ , kriteri ikitərəflidir) U-nun  $H_0$  rədd etmək üçün tələb olunan qiymətlərini tapırıq. Bunula da yoxlama prosesi başa çatır. Misal. Mann Uitninin U kriterisinin hesablanmasını yuxarıda nəzərdən keçirdiyimiz misalın məlumatı üzərində göstərək (bax cədv. 22).

$$U = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1 = 10 \cdot 10 + \frac{10 \cdot 11}{2} - 117 = 38$$

$$U' = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - R_2 = 100 + \frac{10 \cdot 11}{2} - 93 = 62$$

$$U = n_1 n_2 - U' = 10 \cdot 10 - 62 = 38$$

$$R_1 + R_2 = \frac{20}{2}(20+1) = 210 \quad 117+93=210=R_1+R_2$$

Deməli, hesablama düzgün aparılmışdır. Əlavələr cədvəl 11-ə görə  $n_1 = n_2 = 10$  ( $\alpha = 0,05$  kriteri ikitərəflidir)  $H_0$  kriterisinin rədd etmək

üçün U-nun qiyməti 23-dən kiçik və ya ona bərabər və ya 77-dən böyük olmalıdır.  $U=38$  olduğu üçün  $H_0$  hipotezi rədd edilmir.

Cədvəl 26

Məsələlik %	Ranq	Seçmə-Biqxorn-A-B	A seçməsi üzrə ranqların cəmi	B seçməsi üzrə ranqların cəmi
29	1	B	4+5.5+7.5+9+1	1+2.5+2.5+5.5+7.
27	2.5	B	1+13+13+17+1	5+10+13+15+17+
27	2.5	B	7+20=117	19=93
26	4	A	$R_1=117$	$R_2=93$
24	5.5	B		
24	5.5	A		
23	7.5	B		
23	7.5	A		
21	9	A		
20	10	B		
19	11	A		
18	13	A		
18	13	A		
18	13	B		
17	15	B		
15	17	A		
15	17	A		
15	17	B		
13	19	B		
10	20	A		

Uaytın T kriterisi də seçmələrin tutuşdurulması üçün sadə kriterilərdən biridir. O bərabər və qeyri-bərabər həcmli seçmələrə tətbiq edilə bilər. Onun tətbiq texnikası aşağıdakı kimidir. Müqayisə edilən seçmələrin bütün üzvləri kiçikdən böyüğe doğru artma qaydasında ranqlaşdırılmış sıraya düzülür. Sonra hər variantaya sıra nömrəsi verilir və bu zaman eyni qiymətli sıra üzvlərinə eyni orta ranq verilir. Əgər müqayisə edilən seçmələr bir-birindən fərqlənmirsə, onda onların ranqlarının cəmi bərabər olmalıdır. Seçmələr arasındakı fərq böyük olduqca onların ranqlarının cəmi arasındakı fərq də böyük olacaqdır. Lakin bu fərq təsadüfi də ola bilər və onu Uaytın T-kriterisi ilə qiymətləndirmək lazımdır. Onun 5 % və 1% əhəmiyyətlik səviyyəsi üçün kritik qiymətləri  $n_1$  və  $n_2$  üçün əlavələr cədvəl 12-də verilmişdir. Əgər  $T_{\text{fakt}} > T_{\text{cədv}}$ , onda sıfır hipotezini rədd etmək olmaz və müqayisə edilən seçmələr arasındakı fərq təsadüfi hesab edilməlidir.



(burada ranqların cəminin kiçik qiyməti cədvəl qiyməti ilə tutuşdurulur).

Misal. Uaytın T- kriterisini əvvəlki misalın məlumatına tətbiq edək.

Cədvəl 27

Məsələlik	10	13	15	15	15	17	18	18	18	19	20	21	23	23	24	24	26	27	27	29
Ranq	1	2	4	4	4	6	8	8	8	10	11	12	13,5	13,5	15,5	15,5	17	18,5	18,5	20
Seçmə A- Uınd ç B- Biq-xorn	A	B	B	A	A	B	B	A	A	A	B	A	A	B	A	B	A	B	B	B

$$T_1 = 1 + 4 + 4 + 8 + 8 + 10 + 12 + 13,5 + 15,5 + 17 = 93$$

$$T_2 = 2 + 4 + 6 + 8 + 11 + 13,5 + 15,5 + 18,5 + 18,5 + 20 = 117$$

$$R_1 + R_2 = 93 + 117 = 210$$

$$\text{Ranqların ümumi cəmi} \frac{(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 + 1)}{2} = T_1 + T_2 \quad (120)$$

olmalıdır.

$$\frac{(10 + 10)(10 + 10 + 1)}{2} = 210$$

Deməli hesablamada düzdür. Ranqların cəminin kiçik qiymətini  $T = 93$ -ü  $n_1 = 10$  və  $n_2 = 10$  və  $0.05$  əhəmiyyətlik səviyyəsində cədvəl qiyməti  $T_{\text{cədv.}} = 78$

$$T_{\text{fakt}} = 93 > 78 = T_{\text{cədv.}}$$

$T_{\text{fakt}} > T_{\text{cədv.}}$  olduğu üçün sıfır hipotezini rədd etmək olmaz.

Qeyri parametrik Vilkokson kriterisi (W) də ranqlaşdırma prosedurasına əsaslanır və 2 seçmədən tərtib edilmiş ranqlaşdırılmış sırada kiçik seçmənin üzvlərinin ranqlarının cəmi bərabərdir.

$$W = \sum_{i=1}^{n_1} R_i \quad n_1 \leq n_2 \quad (121)$$

Əgər A və B məcmuları üzrə orta qiymətlərin bərabərliyi hipotezi doğrudursa, yəni  $H_0: \bar{x}_1 = \bar{x}_2$ , Vilkokson statistikasının riyazi gözləməsi (MW) və seçmə qiymətlərinin (W) ondan fərqləri ancaq  $n_1$  və  $n_2$  seçmələrinin həcmələrindən ( $n_1$  və  $n_2$ ) asılıdır.

$n_1$  və  $n_2 < 25$  halları üçün Vilkokson kriterisinin riyazi gözləməsinin ikiqat qiyməti ( $2MW$ ) və onun alt kritik qiyməti ( $W_1$ ) verilmiş əhəmiyyətlik səviyyəsi üçün xüsusi cədvəllərdə verilmişdir (əlavələr cədv.13). Kriterinin üst kritik qiyməti ( $W_2$ )  $W_2=2MW-W_1$  (122) tənlindən təyin edilir.

Burada  $W_1$  üçün  $\alpha$   $H_1: \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2, \bar{x}_1 < \bar{x}_2$  alternativini üçün verilmişdir. Buna görə də  $H_1: \bar{x}_1 < \bar{x}_2$  və ya  $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$  alternativində  $W_1$ -i tapmaq üçün əhəmiyyətlik səviyyəsini iki dəfə kiçiltmək lazımdır.

Əgər  $n_1$  və ya  $n_2 > 25$  Vilkokson kriterisinin kritik qiymətlərini aşağıdakı təxmini düsturlarla təyin etmək olar:

$$W_1 \approx 0.5[n_1(n_1+n_2+1)-1] - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{12} n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)} \quad (123)$$

$$W_2 \approx n_1(n_1+n_2+1) - W_1 \quad (124)$$

Əgər birləşdirilmiş seçmədə bərabər olan qiymətlər varsa, onlara bu təkrar olunan qiymətlərə düşən rənglərin orta qiymətinə bərabər orta rəng verilir və düstur aşağıdakı şəkildədir:

$$W_1 = \frac{n_1(n_1+n_2+1)-1}{2} Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1+n_2+1)}{12} \left[ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k (t_i^3 - t_i)}{(n_1+n_2+1)(n_1+n_2-1)} \right]} \quad (125)$$

Burada  $k$ -müxtəlif seçmələrə mənsub olan təkrar olunan qiymətlər qruplarının sayı,  $t_i$  isə  $i$  nömrəli ( $i=1,2,3,\dots,k$ ) qrupda təkrar olunan qiymətlərin sayıdır.

Ancaq A və B seçməsinə aid olan təkrar qiymətlərin qruplarını düzəliş zamanı nəzərə almamaq olar.

İki təsadüfi bucaq kəmiyyətini müqayisə etdikdə adətən dairəvi orta istiqamətlərin bərabərliyi haqqında hipotез yoxlanılır. Əgər hər iki seçmə paylanması Mizes qanununa tabe olursa,  $H_0: \mu_1 = \mu_2$  hipotезini  $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$  alternativində Vatson Vilyams kriterisi ilə yoxlamaq olar.

Bunun üçün seçmələr üzrə  $R_1$  və  $R_2$  və nəticələndirən uzunluqlar -  $\bar{R}_1$  və  $\bar{R}_2$ , seçmə dairəvi orta istiqamətlər -  $m_1$  və  $m_2$  və həm də ümumi vektor kəmiyyət

$$R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + 2R_1 R_2 \cos(m_1 - m_2)} \quad (126)$$

hesablanır.

Sonra  $\bar{R} = R/n_1+n_2$  orta ümumi nəticələndirən uzunluq və Vatson Vilyams statistikasını  $\bar{R} = (R_1+R_2)/(n_1+n_2)$  hesablanır.

$\bar{R}$  -i qiymətinə görə  $\tilde{K} = \bar{A}(\bar{R})$  funksiyasının cədvəli üzrə (əlavə cədv.7)  $\tilde{K}$  -nin ümumi qiyməti təyin edilir.

Əgər  $0 < \bar{R} < 0.7$  və  $n_1, n_2$ -dən iki dəfədən çox fərqlənmirsə  $\alpha=0.05$  səviyyəsi üçün Vitson Vilyams statistikasının kritik qiymətini  $\bar{R}'_{kr}$  nomogramlardan (əlavə nomoqr.3) istifadə etmək olar.

Əgər  $\bar{R}' > \bar{R}''_{kr}$ , dairəvi istiqamətlərin orta qiymətləri barədə hipotez rədd edilir.

$\bar{R} > 0.7$  olduqda bu hipotezi yoxlamaq üçün Fişer kriterisindən istifadə etmək olar.

$0.7 < \bar{R} < 0.98$  halında F kriterisinin empirik qiyməti

$$F = \left(1 + \frac{3}{8K}\right) \frac{(n_1 + n_2 + 2)(R_1 + R_2 - R)}{n_1 + n_2 - R_1 - R_2} \quad (127) \quad \text{və} \quad \text{əgər}$$

$$\bar{R} > 0.98 \text{ daha sadə } F = \frac{(n_1 + n_2 + 2)(R_1 + R_2 - R)}{n_1 + n_2 - R_1 - R_2} \quad (128) \text{ düsturu ilə}$$

hesablanır.  $H_0$  hipotezi verilmiş  $\alpha$  və  $f_1=1$  və  $f_2=n_1+n_2-2$  sərbəstlik dərəcələrində  $F_{hes} > F_{cədv.}$  olsa, rədd edilir.

Misal. Qızıl filiztəzahüründə kvars damarlarının və mineralizasiyası olmayan çatların yatım azimutları ölçülmüşdür. Hər 2 seçmənin məlumatı Mizes qanununa tabe olur. Kvars damarlarının yatım azimutlarının parametrləri

$R_1=15.17$ ,  $\bar{R}_1=0.36$ ,  $m_1=173.5$ ,  $n_1=48$ ,  $k=0.7$  və mineralizasiyası olmayan çatlarınkı isə  $R_2=16.41$ ,  $\bar{R}_2=0.328$ ,  $m_2=166$ ,  $n_2=50$ ,  $R_2 \approx 0.7$

$$R = \sqrt{15.17^2 + 16.41^2 + 2 \cdot 15.17 \cdot 16.41 \cos(173.5 - 166)} = 31.51$$

$$\bar{R} = \frac{31.51}{98} = 0.3215$$

$$\bar{R} = \frac{15 \cdot 17 + 16.41}{98} = 0.3222$$

$$K = A^{-1}(0.3215) \approx 0.7$$

$\bar{R} < 0.4$  və  $n_1 \approx n_2$  olduğu üçün Vatson-Vilyams kriterisinin kritik qiymətini nomogramdan tapmaq (əlavələr nomoqr. 3).  $\bar{R}=0.32$  üçün

$\bar{R}_{kr}=0.35$ . Beləliklə, 0.95 güvənli ehtimalla kvars damarlarının və mineralizasiyası olmayan çatların yatım azimutlarının dairəvi orta istiqamətlərinin bərabərliyi haqqında hipotez rədd edilmir.

Vatson Vilyams kriterisinin qeyri-parametrik analoqu Viler-Vatson-Xoces müntəzəm nişanlar kriterisidir.

Bu kriterini hesablamak üçün iki müqayisə edilən seçməni bir seçməyə birləşdirib, ölçüləri bucaq qiymətlərinin artma sırası ilə düzülür. Faktik ölçülər

$$\beta = \frac{360R_1}{n} \quad (129) \text{ ilə əvəz edilir. Burada } R_1 \text{ - ümumi düzülmüş}$$

sırada ölçünün sıra nömrəsi - rancıdır. Həmin kriteri

$$R^* = 2(n-1)R_1^2/n_1n_2 \quad (130);$$

$$\text{Burada } R_1^2 = \left( \sum_{i=1}^n \cos \beta_i \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^n \sin \beta_i \right)^2 \quad (131).$$

Kiçik seçmələr üçün ( $n \leq 20$ )  $R^*$  kriterisinin kritik qiymətləri cədvəlləri hesablanmışdır (əlavələr cədv.14).  $n > 20$  halında dairəvi orta qiymətlərin bərabərliyi haqqındakı  $H_0$  hipotezi düzdürsə  $R^*$  statistikasını təxminən iki sərbəstlik dərəcəsi olan  $\chi^2$  kimi paylanır. Buna görə də verilmiş əhəmiyyətlik səviyyəsi ( $\alpha$ ) üçün onun kritik qiymətlərini  $\chi^2$  cədvəlindən (əlavələr cədv.4) tapmaq olar.

İki diskret təsadüfi kəmiyyət binomial paylanmışsa, onların  $P_1$  və  $P_2$  ehtimallarının bərabərliyi haqqındakı hipotezi yoxlamaq üçün aşağıdakı ifadədən istifadə etmək olar:

$$Z_{\text{müq.}} = (P_1 - P_2) / \sqrt{\left( \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \right) \left( 1 - \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \right) \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)} \quad (132)$$

Burada,  $P_1$  və  $P_2$  A təsadüfi hadisəsinin ehtimallarının qiyməti -  $\frac{x_1}{n_1}$  və  $\frac{x_2}{n_2}$ ;  $x_1$  və  $x_2$  A hadisəsinin tezlikləri,  $n_1$  və  $n_2$  isə müqayisə

edilən eksperimentlərdə sınaqların sayıdır.

Əgər  $H_0: P_1 = P_2$  düzdürsə,  $Z_{\text{müq.}}$  kəmiyyəti parametrləri 0 və 1 olan asimptotik normal paylanmışdır ki, bu da hipotezi yoxladıqda onun kritik qiymətini ( $Z_{\text{kr}}$ ) tapmaq üçün (verilmiş  $\alpha$ -da) Laplas funksiyasının cədvəlindən (əlavə cədv.2) istifadə etməyə imkan verir.

Əgər  $H_1: P_1 \neq P_2$  isə  $Z_{\text{kr}}$  Laplas funksiyası cədvəli üzrə  $P = 1 - \frac{\alpha}{2}$  ehtimalı

üçün tapılır,  $H_1: P_1 > P_2$  və ya  $P_2 > P_1$  isə, onda  $P = 1 - \alpha$  ehtimalından istifadə edilir.

Mis. Molibden yatağı karxana üsulu ilə istismar edilir. Karxananın pilləsində sıx quyu şəbəkəsi yerləşmişdir. Təyin edilmişdir

ki, filizlilik əmsalı (kondisasiyalı filizi açmış quyuların miqdarının - x, onların ümumi sayına - n, nisbəti)  $K_{fil} = x_1/n_1 = P_1 = \frac{358}{1117} = 0,32$

Daha aşağıda yerləşən pillədə quyularda  $K_{fil} = x_2/n_2 = P_2 = \frac{10}{25} = 0,4$ .

Belə bir fikir irəli sürülmüşdür ki, dərinliyə getdikcə filizlilik əmsalı artır. Bu mülahizəni  $H_0: P_1 = P_2$  və  $H_1: P_1 < P_2$ -ni yoxlamaqla təsdiq etmək olar. Düstura görə

$$Z_{müq} = |0.32 - 0.4| / \sqrt{\left(\frac{358 + 10}{1117 + 25}\right) \left(1 - \frac{358 + 10}{1117 + 25}\right) \left(\frac{1}{1117} + \frac{1}{25}\right)} \approx 0.85$$

$\alpha = 0.05$  olduqda,  $P = 1 - \alpha = 0.95$

$Z_{kr} = 1.65$  (əlavələr cədv.2) həmin cədvələ görə  $Z = 0.85 < P = 0.8023$  ehtimalı uyğun gəlir. Deməli, filizlilik əmsallarının bərabərliyi haqqındakı hipotezi yalnız  $\alpha$ -nın qiyməti 0.2-yə qədər artdıqda rədd etmək olar. Beləliklə, 2 pillə üzrə filizlik əmsalları bir-birindən əhəmiyyətli sürətdə fərqlənir. bu çox güman ki, aşağı pillədə quyuların sayının az olması ilə bağlıdır.

#### Dispersiyaların bərabərliyi haqqında hipotezlərin yoxlanması

Geoloji obyektlərin bu və ya digər xassələrinin dispersiyası və ya variasiya əmsalının böyüklüyünə görə qiymətləndirilən dəyişkənlik dərəcəsi üzrə müqaisəsi onların tədqiq edilməsində analogiya prinsipinin əsaslandırılmış tətbiqi üçün zəruridir.

Geoloji tərkibinə görə analoji olan obyektlərin xassələrinin dispersiyalarının fərqlənməsi onların formalaşma tarixindəki fərqlərə işarə edə bilər. Məsələn, tərkibinə görə uyğun olan iki maqmatik kompleksin əsas suxur əmələ gətirən minerallarının dispersiyalarının arasındakı fərq onu göstərə bilər ki, dispersiyası böyük olan kompleks daha uzun müddət ərzində formalaşmış və onda differensiasiya prosesləri özünü daha güclü biruzə vermişdir.

Özünün fiziki xassələrinin orta qiymətlərinə görə oxşar olan suxurlar, çox vaxt bu xassələrin dəyişənliyinə görə fərqlənirlər. Buna görə də dispersiyaların bərabərliyi (fərqi) haqqındakı hipotezləri yoxlamaqla kern götürülmədən aparılan qazmada quyuların geofiziki karotaj məlumatına görə onları litoloji bölmək və həm də geoloji xəritələrin tərtibi zamanı geofiziki planalmanın nəticələrini interpretasiya etmək olar. Əgər geoloji obyektin xassələri haqqında

miqdarı məlumat müxtəlif üsullarla alınmışsa daha az dispersiya ilə səciyyələndənən üsul daha etibarlı sayılır.

$\sigma_1^2$  və  $\sigma_2^2$  dispersiyalarının bərabərliyi haqqında hipotezin yoxlanması üçün adətən Fişer kriterisindən - F istifadə edilir. R. Fişer müəyyən etmişdir ki, iki normal paylanmış təsadüfi kəmiyyətin dispersiyaları bərabədirsə  $F = S_1^2/S_2^2$  (133) kəmiyyəti  $S_1^2 > S_2^2$  olduğu halda  $n_1 - 1$  və  $n_2 - 1$  sərbəstlik dərəcələri ilə Fişer qanunu üzrə paylanmışdır. Burada  $n_1$  böyük dispersiyası ( $S_1^2$ ) olan seçmənin,  $n_2$ -isə ikinci seçmənin həcmidir. Hipotezi yoxlamaq üçün F kriterisinin empirik qiyməti tapılır və o  $1 - \alpha$  güvənilmə ehtimalı və  $f_1 = n_1 - 1$  və  $f_2 = n_2 - 2$  sərbəstlik dərəcəsinə cədvəl qiyməti ilə müqayisə edilir. Əgər  $F_{hes} > F_{cadv}$ , onda dispersiyalarının bərabərliyi haqqında hipotez rədd edilir.

Misal. Xəzəryanı çökəklikdə kunqurun duzdaşıyan çöküntülərinin qazma və seysmik kəşfiyyatın nəticələrinə görə müqayisəsi verilmişdir (cədv.28).

Cədvəldən görüldüyü kimi, seysmik kəşfiyyat materialları duzun dabanının yatım dərinliyinin azalması təmayülünə malikdir. Bu səbəbə görə belə bir fikir yaranmışdır ki, duzaltı horizont düzgün stratifikasiya olunmamışdır və sürət xarakteristikası (seysmik dalğaların yayılmasının effektiv sürətlərinin azalması) zəif öyrənilmişdir. Bu fikri yoxlamaq üçün Fişer üsulundan istifadə edək.

Qazma və seysmik kəşfiyyatla təyin olunmuş dərinlik məcmuları üçün

$$n_1 = n_2 = 21$$

$$F_{hes} = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{811905}{565477} = 1.47$$

$$\alpha = 0.05; n_1 - 1 = 21 - 1 = 20; n_2 - 1 = 21 - 1 = 20$$

$$1 - \alpha = 0.95$$

$$F_{cadv} = 2.1$$

$$F_{hes} < F_{cadv}$$

Beləliklə 95% güvənilmə ehtimalı ilə tədqiq edilən seçmələrin (qazma və seysmik kəşfiyyat üzrə təyin edilmiş dərinliklər) dispersiyaları arasındakı fərq əhəmiyyətsiz olub, təsadüfi amillərin təsiri nəticəsində yaranmışdır.

Xəzəryanı çökəklikdə duzun dabanının yatım dərinliyi üzrə qazma və seysmik məlumatın müqayisəsi.

Sahə,quyunun №-si	Yatım dərinliyi m	
	Qazma üzrə	Seysmik məlumatla görə
Əlibəymola 13 -p	2300	2350
Janajol 1-q	2395	2000
Şenqelşi 11-p	3103	3050
Ostansuk 38- p	2861	2640
Kenkiyak 88-p	3750	3400
90-q	3733	3790
91-q	3856	3580
93-q	3762	3400
Kursay 4-q	4384	3770
Karatuba 25-p	4220	3920
Naqornaya 1-p	4687	4000
Şubarkuduk 4-2	5390	4600
3-2	5390	4600
Cilansand 7-2	925	950
Binkjal 2-sr	4880	4840
Aşi 1-q	3140	3290
Kumsay 2-2	3670	3370
10-2	3662	3320
Kenkiyak 89-p	3706	3600
Şimali loktubay 1-2	3920	3400
Karabulaq 1-2	4818	4500

Geoloji məsələlərin həllində bəzən dəyişkənlik dərəcəsinə görə müxtəlif əlamətləri məsələnin filiz cisminin qalınlığı ilə onda faydalı komponentin miqdarını müqayisə etmək lazım gəlir. Bu zaman onların  $v_1$  və  $v_2$  variasiya əmsallarının bərabərliyi yoxlanılır. Bunun

$$\text{üçün } F = \frac{v_1^2}{1 + v_1^2} \left( \frac{n_1}{n_1 + 1} \right) / \frac{v_2^2}{1 + v_2^2} \left( \frac{n_2}{n_2 + 1} \right) \quad (134)$$

kəmiyyətindən istifadə edilir. Həmin kəmiyyət  $n_1-1$  və  $n_2-1$  sərbəstlik dərəcələri ilə Fişer qanunu üzrə paylanmışdır. Burada yeganə şərt

$$\text{məxrəcdə } \frac{v_2}{1 + v_2} \left( \frac{n}{n + 1} \right) \text{ kəmiyyətlərindən kiçiyinin olmasıdır.}$$

Fişer kriterisinin qeyri-parametrik analoqu Sicel-Tüki kriterisidir. Hesablama qaydasına görə o Vilkokson kriterisinə yaxındır. Bu kriteri hər hansı paylama növü üçün tətbiq edilə bilər və anomal qiymətlər ona təsir etmir. Buna görə, bir çox geoloji məsələlərin həlli üçün əlverişlidir (xüsusilə kiçik həcmli seçmələr üzrə).

Sicel-Tüki kriterisi müqayisə edilən məcmuların paylanma mərkəzlərinin bərabərliyi fərziyyəsinə əsasən qurulmuşdur. Buna görə də əgər bu şərt yerinə yetirilməsə ilkin məlumat hər bir seçmədə medianaya görə mərkəzləşdirilməlidir, yəni burada tətqiq edilən parametrlərin qiymətlərinin əvəzində onların medianadan fərqləri götürülür.

Müqayisə edilən seçmələrin qiymətləri bir ümumi seçmədə birləşdirilir və artma qaydası ilə variasiya sırası şəklində yazılır:

$x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_{N-1} < x_N$ , burada  $N = n_1 + n_2$  ümumi seçmənin həcmi,  $n_1$  isə kiçik seçmənin həcmidir. Variasiya sırasının üzvlərinin rəngi aşağıdakı qaydada təyin edilir: 1 rəngi sıranın ən kiçik  $x_1$  üzvünə, 2 rəngi isə ən böyük üzvünə, yəni  $x_N$ -ə verilir. 3 rəngi  $x_2$ -yə, 4 rəngi isə  $x_{N-1}$ -ə verilir və i.ə.

Əgər  $N$  təkdirsə medianaya rəng verilmir. Belə rəngləşdirmədə aşağı dispersiyalı seçmənin qiymətlərinə əsasən böyük rənglər, böyük dispersiyalı seçmənin qiymətlərinə isə əksinə kiçik rənglər veriləcəkdir.

Dispersiyaların bərabərliyi haqqında hipotezin yoxlanması Vilkokson kriterisində olduğu kimi  $W_1$  və  $W_2$ -nin kritik qiymətlərinin tapılması və onların hesablanmış  $W$  ilə müqayisəsindən ibarətdir.

Misal. Molibden yatağının sahələrindən birində şırım nümunələrinə (A seçməsi) nəzarət üçün 16 böyük kütləli ümumi (valoviy) nümunə (B seçməsi) götürülmüşdür. Molibdenin müxtəlif üsullarla götürülmüş nümunələrdə orta qiymətinin və dispersiyasının bərabərliyi hipotezini yoxlayaq. Alternativ hipotezlər:

$$H_1: x_A \neq x_B; H_1: \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2 \quad \alpha = 0.05$$

Sınaqların nəticələri rəngləşmiş sıra şəklində cədvəldə yazılmışdır.

Əlavə cədv.13 köməyi ilə Vilkokson kriterisinin qiymətini  $n_1=16, n_2=20$  və  $\frac{\alpha}{2} = 0.025$  üçün tapırıq:  $W_1=234$   $2MW=592$ , onda

$W_2=2MW-W_1=592-234=358$ . Kiçik B seçməsindən rənglərin cəmi  $W=250$ .  $W_1 < W < W_2$

Beləliklə müxtəlif kütləli nümunələrdə orta qiymətlərin bərabərliyi haqqındakı hipotez rədd edilmir.

Sicel-Tüki üsulu üzrə  $W' = 354$

$W' < W_2$  olduğuna görə dispersiyaların bərabərliyi haqqındakı hipotez rədd edilmir.



Cədvəl 29

Sıra №	Molibden %	Seçmə	Vilkokson kriterisi üzrə ranq (R <sub>1</sub> )	Sicel-Tüki kriterisi üzrə ranq (R <sub>2</sub> )
1	0.01	A	1	1
2	0.022	A	2	3
3	0.025	A	3	5
4	0.037	A	4	7
5	0.038	B	5	9
6	0.046	B	6	11
7	0.054	B	7	13
8	0.056	B	8.5	15
9	0.056	B	8.5	17
10	0.059	B	10	19
11	0.060	A	11	21
12	0.061	A	12	23
13	0.062	B	13	25
14	0.064	B	14	27
15	0.065	A	15	29
16	0.067	B	16	31
17	0.068	B	17	33
18	0.070	A	18	35
19	0.072	B	19	36
20	0.075	A	20	34
21	0.078	B	21	32
22	0.082	A	22	30
23	0.088	B	23	28
24	0.104	B	24	26
25	0.105	A	25	24
26	0.110	A	26	22
27	0.120	B	27	20
28	0.140	A	28.5	18
29	0.140	A	28.5	16
30	0.160	A	30	14
31	0.167	B	31	12
32	0.180	A	32	10
33	0.182	A	33	8
34	0.192	A	34	6
35	0.230	A	35	4
36	0.310	A	36	2

### Seçmə geoloji məcmuların eynicinsliliyinin tədqiqi

Geoloji obyektlərin xassələrinin təsviri üçün birölcülü statistik modellərdən istifadə edərkən güman edilir ki, bu obyektlər tədqiq edilən xassəyə görə eynicinslidir. Adətən eynicinslilik məsələsi qəbul edilmiş geoloji modelə əsaslanaraq həll edilir. Tədqiq edilən obyekt geoloji nöqtəyi-nəzərdən eynicinslidirsə statistik baxımdan da eynicinsli sayılır. Lakin tədqiqatın erkən mərhələlərində geoloji eynicinslilik məsələsini yalnız keyfiyyət informasiyasına görə birmənalı həll etmək çətindir.

Belə hallarda xassələrin dəyişkənliyi barədə miqdarı məlumatlardan istifadə edərək onun statistik eynicinsliliyi barədə hipotezi yoxlamaqla geoloji eynicinsliliyi barədə də müəyyən nəticəyə gəlmək olar.

Geoloji obyektlərin statistik eynicinsliliyi barədə hipotezin yoxlanmasına əsaslanan məsələləri üç tipə bölmək olar:

- anomal qiymətlərin ayrılması;
- eynicinsli olmayan seçmə məcmuların bölünməsi;
- geoloji obyektlərin xassələrinin dəyişkənliyi xarakterinə müxtəlif amillərin təsir dərəcəsinin təyin edilməsi.

Geoloji obyektlərin quruluşunda lokal anomaliyaların aşkar edilməsinin axtarış işlərinin aparılması zamanı çox mühüm praktiki əhəmiyyəti vardır. Çünki onlar çox vaxt faydalı qazıntıların yüksək konsentrasiyasının olmasına işarə edən əlamətlər kimi istifadə edilir. Müşahidə nəticələri məcmu anomal qiymətləri ayırmaq üçün iki müxtəlif «fon» və «anomal» baş məcmulardan təşkil olunmuş seçmə kimi nəzərdən keçirilir. Bu zaman anomal qiymətlər seçmədə az miqdar olur və ya heç iştirak etmirlər.

Normal paylanmış məcmuda kəskin fərqlənən müşahidələrin bu seçmənin başqa üzvlərindən fərqlənməsinin əhəmiyyətli olub-olmamasına yoxlamaq üçün aşağıdakı üsul vardır (Yanko, 1961). Burada  $H_0$  hipotezi ondan ibarətdir ki, bütün müşahidələr  $x_1, x_2, \dots, x_n$  eyni parametrlərə malik normal paylanmalardan götürülmüşdür.

$H_1$  hipotezi ondan ibarətdir ki,  $x_{(n)}$  (yəni ən böyük) qiymətli müşahidədə paylanmanın orta qiyməti və ya dispersiyası və ya hər iki parametrlə başqa müşahidələr olduğu zamandakından böyük olmuşlar.

Alternativ  $H_2$  hipotezi isə  $x_1$  (yəni ən kiçik) qiymət vermiş müşahidə başqa paylanmalara nisbətən kiçik orta qiymətli və ya

böyük dispersiyalı və ya həm kiçik orta qiymətli və həm də böyük dispersiyalı paylanmadan götürülmüşdür.

Qeyd edək ki, bu üsulu tətbiq etdikdə bütün müşahidələr kiçikdən böyüyə qədər artma sırası ilə düzülür. Bunu müəyyən etmək üçün

$$\frac{x_n - \bar{x}}{S} \text{ (} x_n \text{-maksimum qiymət) və ya } \frac{\bar{x} - x_1}{S} \text{ (} x_1 \text{-minimum qiymət)}$$

(135) kriterisindən istifadə edilir. Əlavələr cədvəl 15-də (Yanko, 1961, cədv. 24)  $\alpha = 0.01, 0.025, 0.05, 0.10$  əhəmiyyətlik səviyyəsində  $n = 3, 4, \dots, 25$  üçün kritik qiymətlər verilmişdir.

Əgər hesablanmış qiymət, cədvəl qiymətindən böyükdürsə deməli kəskin fərqlənən müşahidə seçmədən کنار edilməlidir.

Bəzən standart sapma və orta qiymətin hesablanması çox vaxt tələb etdiyindən  $\frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_1}$  (maksimum qiymət halında) və ya

$$\frac{x_2 - x_1}{x_n - x_1} \text{ (minimum qiymət halında) (136) kriterisindən istifadə edilir.}$$

Bu halda da verilmiş  $\alpha$  və  $n$ -də hesablama qiyməti cədvəl (əlavələr cədv. 16) qiymətindən böyük olsa  $H_0$  hipotezi rədd edilir. cədvəldə (Yanko, 1961, cədv. 27a)  $n = 3, 4, \dots, 30$  və  $\alpha = 0.005, 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 0.95$  üçün bu kriterinin kritik qiymətləri verilmişdir.

Misal. Tutaq ki, on qumdaşı nümunəsində məsaməlik (%-lə) təyin edilmiş və aşağıdakı nəticələr alınmışdır: 13, 15, 17, 18, 20, 23, 24, 27, 27, 29. 29-u kəskin fərqlənən qiymət kimi yoxlayaq.

$$\text{Birinci kriteri ilə } \frac{1}{S} (x_n - \bar{x}) = \frac{1}{552} (29 - 21) \approx 1.45$$

Cədvəldə  $\alpha = 0.05, n = 10$  üçün kritik qiymət  $\approx 2.29$ -r. Beləliklə, alınan nəticə kritik qiymətdən az olduğu üçün  $H_0$  hipotezi rədd edilmir, yəni 29 qiyməti seçmədən کنار edilə bilməz.

$$\text{İkinci kriteri ilə } \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_1} = \frac{29 - 27}{29 - 13} = \frac{2}{16} = 0.125$$

Cədvələ görə  $\alpha = 0.05, n = 10$  qiyməti üçün  $\frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_1}$ -i kritik qiyməti 0.412-r. Deməli, bu halda da  $H_0$  hipotezi rədd edilmir.

Deyilənlərdən əlavə kəskin fərqlənən qiymətlərin yoxlanması üçün Smirnov, Ferquson, Tompson və i.a. kriteriləri də vardır. Bunlardan Tompson kriterisində

$$t_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S} \quad (i=1, \dots, n) \quad (137)$$

statistikasından istifadə edilir. Burada  $x_i$ -seçmə üzvlərinin qiyməti,  $\bar{x}$ -seçmədə orta qiymət,  $S$ -orta kvadratik sapmanın seçmə qiyməti,  $n$ -seçmənin həcmidir.

Tompson kriterisi  $m=n-2$  olduqda,  $|t_i|=2m, \alpha$  şərti yerinə yetirilən bütün  $x_i$ -ləri ( $i=1, \dots, n$ ) kəskin fərqlənən müşahidə hesab edib, onları seçmədən çıxarmağı tələb edir. Beləliklə, Tompson kriterisi ikitərəfli kriteridir və  $\alpha$  əhəmiyyətlik səviyyəsində  $H_0$  «seçmədə kəskin fərqlənən müşahidələr yoxdur» hipotezini yoxlamaq üçün tətbiq edilir.  $Z_{m, \alpha}$ -nın kritik qiymətləri əlavələr, cədvəl 17-də verilmişdir (Myüller, Nosman, Ştorm, 1982).

Misal. Həcmi  $n=9$  olan seçmə məlumatı verilmişdir. 0.13, 0.11, 0.10, 0.07, 0.12, 0.30, 0.17, 0.09, 0.15. 0.3 qiymətini anomal qiymət hesab etmək olarmı?

Tutaq ki,  $\alpha=0.05$ . Hesablamaya görə  $\bar{x}=0.138$  və  $S=0.0636$ . Onda

$$t = \frac{0.3 - 0.138}{0.0636} = 2.547, \text{ Əlavələr cədv.17-ə görə}$$

$$Z_{9-2, 0.05} = 1.885$$

$t=2.547 > 1.885$  olduğu üçün 0.3 qiyməti seçmənin başqa müşahidələrindən kəskin seçilir.

0.07 qiyməti üçün də bu hipotezi yoxlayaq:

$$t = \frac{0.07 - 0.138}{0.0636} = -1.07 \quad |t| < 1.885 \text{ olduğu üçün onu seçmədən}$$

kənar etməyə əsas yoxdur.

Adətən geokimyəvi tədqiqatlarda mütləq qiymətinə görə  $3\sigma \pm \bar{x}$  və ya  $2\sigma \pm \bar{x}$ -dən artıq olan qiymətlər anomal qiymət kimi qəbul edilir. Lakin belə üsul birinci və ikinci növ səhvlərin olmamasına qərantıya vermir və həm də bu səhvlərin ehtimalını qiymətləndirmək mümkün deyil.

Əgər müxtəlif geoloji məcmulara mənsub olan müşahidələrin miqdarı eynicinsli olmayan seçmədə böyükdürsə, onu bir neçə eynicinsli məcmuya bölmək zərurəti və imkanı meydana çıxır.

Bu tipli məsələlərə aşağıdakılar aiddir:

- çökmə suxurların kəsilişinin mikrofaunaya görə bölünməsi;
- lal qatların petroqrafik, mineral və kimyəvi tərkibə görə bölünməsi;
- qədim aşınma qabığının kimyəvi üsullar kompleksinə görə bölünməsi;
- markir horizontların ayrılması və i.a.

Bu məsələlərin həllinə seçmə məcmunun eynicinsli olmaması barədə hipotezin yoxlanması, ona daxil olan eynicinsli məcmuların sərhədlərinin tapılması və bu məcmuların hər birinin parametrlərinin qiymətləndirilməsi əməliyyatları daxildir.

Eynicinsli olmayan seçmə məcmuları qrafiklər, paletkalar, formal riyazi metodlar və ekspert metodu ilə ayırmaq olar. Məs. Əgər empirik paylanma əyrisində bir neçə maksimum varsa bu seçmənin eynicinsli olmadığına işarə edə bilər.

Polimodal paylanmaların bölünməsini tədqiq edilən obyektin eynicinsli olmayan hissələrini analiz yolu ilə yerinə yetirmək olar.

Misal. Moa (Kuba adası) rayonunun nikel yataqlarından götürülmüş nümunələrdə  $Fe_2O_3$  miqdarının tezlik paylanması histoqramında iki modal qiymət (şək.23) aydın nəzərə çarpır. Bu yəqin ki, filizləşmənin əlaqədar olduğu ultramafitlərin aşınma qabığının eynicinsli olmamasından irəli gəlir. Aşınma qabığının nikelin miqdarına görə kondisiyalı hissəsində tekstur xüsusiyyətlərinə və mineral tərkibinə görə aşağıdan yuxarı 5 zona ayrılır: dəmirli konkresiyalar, struktursuz oxralar, yetkin strukturlu oxralar, ilkin strukturlu oxralar, yuyulmuş və oxralanmış suxurlar. Bunlardan götürülmüş nümunələrin sayı az olduğu üçün onlarda  $F_2O_3$ -i paylanmasını histoqram şəklində deyil, «bişli yeşik» ədədi diaqramları şəklində göstərmək məqsədə uyğundur. Diaqramların müqayisəsi göstərir ki, aşınma qabığı aydın olaraq 2 hissəyə bölünür. Üst hissəyə birinci 3 zona daxildir. Bu hissə dəmirin çox yüksək qiymətləri ilə səciyyələnir və kompleks dəmir-nikel yatağı kimi baxıla bilər. Alt hissə isə sənaye üçün yalnız nikel və kobalt mənbəi kimi maraq doğurur.

Histoqramların və ədədi dioqramların vizual müqayisəsi geoloji nöqteyi-nəzərdən eynicinsli olan sahələrin oxşarlığı və ya fərqi barədə məsələni birmənalı həll etməyə imkan vermirsə, onda məsələ ardıcıl olaraq müxtəlif sahələrdən olan seçmələr üzrə orta qiymətlərin və dispersiyaların yoxlanması yolu ilə həll edilir. Bu zaman paylanma parametrlərinin bərabərliyi barədə hipotez rədd edilmədikdə həmin sahələr birləşdirilir.

## FƏSİL V. GEOLOGİYADA BİR VƏ İKİFAKTORLU DISPERSİYA ANALİZİ

Geoloji obyektlərin xassələri adətən onların dəyişkənliyinə səbəb olan bir sıra amillərdən asılıdır. Bu amillərin aşkar edilməsi və onların tədqiq edilən obyektlərin xassələrinin dəyişkənliyinə təsir dərəcəsinin qiymətləndirilməsi dispersiya analizi vasitəsilə aparılır.

Bu statistik metod aşağıdakı prinsipə əsaslanır: Əgər təsadüfi kəmiyyətə qarşılıqlı asılı olmayan A, B, ..., D faktorları (amilləri) təsir edirsə, onda təsadüfi kəmiyyətin ümumi dispersiyasına -  $\sigma^2$  bu faktorların dispersiyalarının cəmi kimi baxmaq olar.

$$\sigma^2 = \sigma^2_A + \sigma^2_B + \dots + \sigma^2_D \quad (138)$$

Qiymətləndirilən faktorların sayına görə dispersiya analizi bir-iki və çox faktorluya bölünür.

Hər faktor dəyişən diskret və ya kəsilməz kəmiyyət olub, müəyyən miqdar sabit intervallara (səviyyələrə) bölünür. Əgər tədqiq edilən təsadüfi kəmiyyətin ölçülərinin sayı bütün səviyyələrdə bütün faktorlar üzrə eynidirsə, dispersiya analizi müntəzəm, eyni deyilsə qeyri-müntəzəm adlanır.

Müəyyən bir faktorun və ya faktorlar kombinasiyasının təsadüfi kəmiyyətin dəyişməsinə təsiri haqqında fikir onun qiymətlərinin faktorlar və səviyyələr üzrə qruplaşdırılmasında və bu faktorların yaratdığı dispersiya ilə nəzərə alınmayan faktorların yaratdığı qalıq (təsadüfi) dispersiyanın bərabərliyi haqqındakı hipotezin yoxlanmasına əsaslanır.

Əgər hipotez rədd edilirsə, onda bu faktorun və ya faktorların geoloji obyektin tədqiq olunan xassəsinə əhəmiyyətli təsiri haqqında nəticə çıxarılır.

Dispersiya analizi vasitəsilə bir çox geoloji məsələlər həll edilir:

-Litoloji, petrofiziki, geokimyəvi, struktur və başqa faktorların filizləşmənin lokallaşmasına təsiri hipotezinin yoxlanması;

-Müxtəlif geoloji obyektlərin zonallıq elementlərinin aşkar edilməsi;

-nümunələrin götürülmə üsulunun onların həqiqətə uyğunluğuna və təmsilediciliyinə təsirinin təyini;

-hipergen proseslərin filizlərin keyfiyyətinə təsiri;

-qrunt və suxurların davamlılıq xassələrini müəyyən edən faktorların aşkar edilməsi və i.a.

## 5.1. Birfaktorlu dispersiya analizi

A faktoruna görə  $x$  təsadüfi kəmiyyətinin müntəzəm birfaktorlu dispersiya analizində ( $x$  hər səviyyədə  $n$ -ə bərabər olan ölçü sayı olmaqla,  $k$  səviyyəyə malikdir) müşahidələrin nəticələri  $x_{ij}$  ilə işarə edilir. Burada  $i$ -müşahidənin nömrəsi ( $i=1,2,\dots,n$ ),  $j$ -faktorun səviyyəsinin nömrəsidir ( $j=1,2,\dots,k$ ). Sonra həmin məlumatlar cədvəl şəklində yazılır (cədv.30).

Cədvəl 30

Müşahidənin nömrəsi	Faktorun səviyyəsi			
	$A_1$	$A_2$	.....	$A_k$
1	$x_{11}$	$x_{12}$	.	$x_{1k}$
2	$x_{21}$	$x_{22}$	.	$x_{2k}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
$n$	.	.	.	$x_{nk}$
Qrup üzrə orta qiymətlər	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	....	$\bar{x}_k$

Bu məlumata görə aşağıdakı statistikalar hesablanır:

1) müşahidə qiymətlərinin ümumi orta qiymətdən -  $\bar{x}$  fərqlərinin kvadratlarının ümumi cəmi:

$$C_{\text{üm}} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x})^2 \quad (139);$$

2) qruplar arasında paylanmanı xarakterizə edən, qrup orta qiymətlərinin ümumi orta qiymətdən fərqlərinin kvadratlarının faktor cəmi:

$$C_{\text{fakt.}} = n \sum_{j=1}^k (\bar{x}_j - \bar{x})^2 \quad (140);$$

3) Qrup daxilində sapmanı səciyyələndirən, qrup orta qiymətindən müşahidə qiymətlərinin fərqlərinin kvadratlarının qalıq cəmi:

$$C_{\text{qal.}} = \sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1)^2 + \sum_{i=1}^n (x_{i2} - \bar{x}_2)^2 + \dots + \sum_{i=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_k)^2 \quad (141),$$

Qeyd edək ki,  $C_{\text{üm}} = C_{\text{fakt}} + C_{\text{qal}} \quad (142)$

4) Ümumi, faktor və qalıq dispersiyaları:

$$S^2_{\text{üm}} = c_{\text{üm}} / (kn-1); S^2_{\text{fakt}} = c_{\text{fakt}} / (k-1); S^2_{\text{qal}} = c_{\text{qal}} / k(n-1) \quad (143)$$

5) Fişer kriterisinin qiyməti:

$$F = S^2_{\text{fakt}} / S^2_{\text{qal}} \quad (144)$$

Fişer kriterisinin qiyməti verilmiş  $\alpha$  əhəmiyyətlik səviyyəsi və  $k-1$  və  $k(n-1)$  sərbəstlik dərəcələrində kritik qiymətlə müqayisə edilir. Qeyri-müntəzəm birfaktorlu dispersiya analizində,  $A_1$  səviyyəsində müşahidələrin sayı- $n_1$ ,  $A_2$ -də  $n_2 \dots$  və  $A_k$ -da  $n_k$  və ümumi say  $N = \sum_{j=1}^k n_j$  (145) olduğu üçün faktor və qalıq dispersiyası aşağıdakı düsturlarla hesablanır:

$$S^2_{\text{fakt}} = \frac{1}{K-1} \sum_{j=1}^k n_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2; \text{ Burada } N = \sum_{j=1}^k n_j,$$

$$S^2_{\text{qal}} = \frac{1}{N-K} \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x})^2 \quad (146)$$

Qalan əməliyyatlar müntəzəm analizdə olduğu kimi aparılır və  $S^2_{\text{üm}}$  üçün sərbəstlik dərəcəsi  $N-1$  olur.

Misal. Qranitlərdə hidrotermal qurğuşun-sink yatağının tədqiq edilməsi zamanı belə bir mülahizə deyilmişdir ki, filizçökmə prosesinin intensivliyinə filizqabağı suxurların metasomatik dəyişiklik dərəcəsi təsir etmişdir. Bu hipotezi yoxlamaq üçün 43 kəşfiyyat kəsməsində sınaqlama nəticələri qranitlərdə 3 qrupa zəif- $A_1$  səviyyəsi, orta- $A_2$  səviyyəsi və güclü dəyişmiş- $A_3$  səviyyəsi bölünmüşdür (cədv. 31).

$$\bar{x} = \frac{22.63 + 27.89 + 31.83}{43} \approx 1.92$$

$$S^2_{\text{üm}} = \frac{6.7 + 3.61 + 4.27}{42} = \frac{14.58}{42} = 0.347$$

$$S^2_{\text{fakt}} = \frac{1}{3-1} (15(1.51 - 1.92)^2 + 14(1.99 - 1.92)^2 + 14(2.27 - 1.92)^2) = 2.155$$

$$S^2_{\text{qal}} = \frac{1}{43-3} (4.17 + 3.52 + 2.50) = 0.365$$

$$F_{\text{hes}} = \frac{2.155}{0.365} = 5.9$$

$$f_1 = k-1 = 2; f_2 = N-k = 40 \text{ və } \alpha = 0.05$$

$$F_{\text{kr}} = 3.24$$

$$F_{\text{hes}} > F_{\text{kr}}$$



Cədvəl 31

Ölçü nün № si	Faktorların səviyyələri								
	A <sub>1</sub>			A <sub>2</sub>			A <sub>3</sub>		
	x <sub>i1</sub>	x <sub>i1</sub> - $\bar{x}$	$(\frac{x_{i1} - \bar{x}}{\bar{x}})^2$	x <sub>i2</sub>	x <sub>i2</sub> - $\bar{x}$	$(\frac{x_{i2} - \bar{x}}{\bar{x}})^2$	x <sub>i3</sub>	x <sub>i3</sub> - $\bar{x}$	$(\frac{x_{i3} - \bar{x}}{\bar{x}})^2$
1	1.17	0.75	0.56	2.28	0.36	0.13	1.80	0.12	0.01
2	1.52	0.40	0.16	2.46	0.54	0.29	2.38	0.46	0.21
3	1.90	0.02	0	0.88	1.04	1.08	2.62	0.70	0.49
4	1.76	0.16	0.03	2.03	0.11	0.01	2.91	0.99	0.98
5	1.54	0.38	0.14	1.22	0.70	0.49	1.60	0.32	0.1
6	0.63	1.29	1.66	2.29	0.37	0.14	2.83	0.91	0.83
7	2.30	0.38	0.14	1.80	0.12	0.01	2.13	0.21	0.04
8	1.32	0.60	0.36	1.79	0.13	0.02	2.06	0.14	0.02
9	0.94	0.98	0.96	1.61	0.31	0.10	2.23	0.31	0.1
10	1.15	0.77	0.59	2.30	0.38	0.14	3.06	1.14	1.3
11	0.75	1.17	1.37	2.60	0.68	0.46	1.86	0.06	0
12	2.49	0.57	0.32	1.76	0.16	0.03	1.92	0.0	0
13	2.14	0.22	0.05	2.14	0.22	0.05	2.16	0.24	0.06
14	1.62	0.30	0.09	2.73	0.81	0.66	2.27	0.35	0.12
15	1.40	0.52	0.27						
Σ	22.63	6.51	6.72	27.89	4.93	3.61	31.83	4.95	4.27

$$\bar{x}_1=1.51$$

$$\bar{x}_2=1.99$$

$$\bar{x}_3=2.27$$

Beləliklə, yüksək güvənilmə ehtimalı ilə demək olar ki, filizqabağı metasomatoz aparıcı filiznəzarətəddici amillərdən biridir.

## 5.2. İkifaktorlu dispersiya analizi

İkifaktorlu dispersiya analizində ümumi orta qiymətdən fərqlərin kvadratları cəmi A və B güman edilən faktorlara uyğun gələn komponentlərə bölünür. Əgər A faktoru üzrə p, B faktoru üzrə isə q səviyyələri ayrılırsa, onda qrupların ümumi sayı  $m=pq$ -yə bərabər olacaqdır. İlk məlumatı aşağıdakı cədvəl şəklində yazmaq olar:

## İkifaktorlu dispersiya analizi

A	B faktorunun səviyyələri	Orta qiymət
	B <sub>1</sub> B <sub>2</sub> ..... B <sub>j</sub> ..... B <sub>q</sub>	
A <sub>1</sub>	X <sub>11</sub> X <sub>12</sub> ..... X <sub>1j</sub> ..... X <sub>1q</sub>	$\bar{x}_1$
A <sub>2</sub>	X <sub>21</sub> X <sub>22</sub> ..... X <sub>2j</sub> ..... X <sub>2q</sub>	$\bar{x}_2$
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
A <sub>i</sub>	X <sub>i1</sub> X <sub>i2</sub> ..... X <sub>ij</sub> ..... X <sub>iq</sub>	$\bar{x}_i$
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
A <sub>p</sub>	X <sub>p1</sub> X <sub>p2</sub> ..... X <sub>pj</sub> ..... X <sub>pq</sub>	$\bar{x}_p$
Orta qiymət	$\bar{x}_1$ $\bar{x}_2$ ..... $\bar{x}_j$ ..... $\bar{x}_q$	$\bar{x}$

Hər qrupa yalnız bir müşahidə daxil olduqda (təkrarsız analizin) ikifaktorlu dispersiya analizinin hesablama sxemi aşağıdakı cədvəl şəklində olur (cədv.33).

Cədvəl 33

Dispersiyanın növü	Fərqlərin kvadratları cəmi	Sərbəstlik dərəcəsini n sayı	Dispersiya
A faktoru üzrə faktor dispersiyası	$C_1 = q \sum_{i=1}^k (\bar{x}_i - \bar{x})^2$	p-1	$S_1^2 = \frac{C_1}{p-1}$
B faktoru üzrə faktor dispersiyası	$C_2 = p \sum_{j=1}^q (\bar{x}_j - \bar{x})^2$	q-1	$S_2^2 = \frac{C_2}{q-1}$
qalıq	$c_3 = c - (c_1 + c_2)$	(p-1)(q-1)	$S_3^2 = \frac{C_3}{(p-1)(q-1)}$
Ümumi	$C = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q (x_{ij} - \bar{x})^2$	N-1	$S^2 = \frac{C}{N-1}$

İki faktorlu dispersiya analizinin daha mürəkkəb sxemi, hər bir A<sub>i</sub>B<sub>j</sub> kombinasiyası üçün n qədər müşahidə aparıldıqda yaranır (təkrarla analiz). Burada i=1,2,...,p, j=1,2,...,q, k=1,2,...,n.

İkifaktorlu dispersiya analizində dispersiyaların hesablanması ümumi sxemi aşağıdakı cədvəldə (№34) verilmişdir.

Dispersiyanın növü	Fərqlərin kvadratları cəmi	Sərbəstlik dərəcələrinin miqdarı	Dispersiya
A faktoru üzrə faktor dispersiyası	$C_1 = nq \sum_{i=1}^p (x_{i..} - \bar{x})^2$	$p-1$	$S_1^2 = \frac{C_1}{p-1}$
B faktoru üzrə faktor dispersiyası	$C_2 = np \sum_{j=1}^q (\bar{x}_{.j} - \bar{x})^2$	$q-1$	$S_2^2 = \frac{C_2}{q-1}$
AB faktorları üzrə qarışıq dispersiya	$C_3 = n \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q (x_{ij} - \bar{x}_{i.} - \bar{x}_{.j} + \bar{x})^2$	$(p-1)(q-1)$	$S_3^2 = \frac{C_3}{(p-1)(q-1)}$
Qalıq dispersiyası	$C_4 = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^n (x_{ijk} - \bar{x}_{ij.})^2$	$pq(n-1)$	$S_4^2 = \frac{C_4}{pq(n-1)}$
Ümumi dispersiya	$C = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^n (x_{ijk} - \bar{x})^2$	$npq-1$	$S_k^2 = \frac{C}{npq-1}$

Tədqiq edilən xassənin dəyişkənliyinə ayrılıqda hər bir faktorun və onların birgə təsiri haqqında hipotez Fişer kriterisi ilə yoxlanılır:

$$F_A = \frac{S_1^2}{S_4^2}; F_B = \frac{S_2^2}{S_4^2}; F_{AB} = \frac{S_3^2}{S_4^2} \quad (147)$$

Təkrarsız dispersiya analizində isə

$$F_A = \frac{S_1^2}{S_3^2} \quad F_B = \frac{S_2^2}{S_3^2}$$

Alınmış qiymətlər verilmiş əhəmiyyətlik səviyyəsində ( $\alpha$ ) və sərbəstlik dərəcələrində F-i kritik qiyməti ilə yoxlanılır. F-kriterisinin hesablanmasında məxrəcdə həmişə qalıq dispersiya götürüldüyü üçün onun qiyməti bəzən vahiddən kiçik ola bilər.

Misal: Baltik dənizi sahilinin bir hissəsində sualtı yamac çöküntülərində sınaq işləri aparılmış və ilmenitin miqdarı %-lə təyin edilmişdir (cədv.35). Tələb olunur ki, statistik məcmunun eynicinsliliyi tədqiq edilsin və ilmenitin miqdarının dəyişməsinə sahilboyu gəlmə torpaqların hərəkətinin və dalğaların təsiri nəticəsində materialın çəşidlənməsi kimi iki amilin təsir dərəcəsi qiymətləndirilsin.

Burada profillər sahələ perpendikulyar istiqamətlənir və stansiyalar isə müxtəlif dərinliklərdə yerləşir. Beləliklə, burada mineralların miqdarı profilin vəziyyətindən (I faktor) və dənizin dərinliyindən (II faktor) asılı olaraq dəyişə bilər.

Cədvəl 35

İlmenitin miqdarının (%) profillər və dərinlik üzrə paylanması

Profilin № si	İlmenitin miqdarı					Profillər üzrə orta Qiymət
	Dənizin dərinliyi (m) üzrə					
	4	5	6	7	8	
1	0.28	0.41	0.67	0.73	0.22	0.46
2	0.34	0.87	1.72	0.43	1.30	0.93
3	0.22	0.10	0.92	1.11	0.02	0.47
4	0.19	0.07	0.02	0.1	0	0.26
5	1.55	0.65	0.47	0.16	0.07	0.58
6	0.33	0.19	0.22	0.01	0	0.15
7	0.52	0.31	0.12	0.14	0.26	0.27
8	0.16	0.31	0.51	0.23	0.57	0.36
9	0.17	0.08	0.38	0.38	0.69	0.34
Dərinlik-lər üzrə orta qiymət	0.43	0.33	0.56	0.35	0.35	0.41

Burada təkrarsız dispersiya analizidir. Hesablama nəticəsində  $C_1=2.31$ ;  $C_2=0.33$ ;  $C_3=C-(C_1+C_2)=7.06-(2.31+0.33)=4.42$   
 $C=7.06$ ;

Buradan:

$$S_1^2 = \frac{C_1}{p-1} = \frac{2.31}{9-1} = 0.29$$

$$S_2^2 = \frac{C_2}{q-1} = \frac{0.33}{5-1} = 0.08$$

$$S_3^2 = \frac{C_3}{(p-1)(q-1)} = \frac{4.64}{(9-1)(5-1)} = \frac{4.64}{8 \cdot 4} = 0.15$$

$$F_A = \frac{S_1^2}{S_3^2} = \frac{0.29}{0.15} = 1.93$$

$F_{\alpha=0.05}$  və  $p-1=8$  və  $(p-1)(q-1)=8 \cdot 4=32$  sərbəstlik dərəcəsinə

$F_{kr}=3.1$

Beləliklə,  $F_A < F_{kr}$

$$F_B = \frac{S_2^2}{S_3^2} = \frac{0.08}{0.15} = 0.53$$

$\alpha=0.05$  və  $q-1=4$  və  $(p-1)(q-1)=32$  sərbəstlik dərəcəsinə  $F_{kr}=5.7$  Beləliklə,  $F_B < F_{kr}$

Deməli, dərinliyin və profillərin vəziyyətinin ilmenitin paylanması təsiri yoxdur.

Təkrarla ikifaktorlu dispersiya analizinin tətbiqinə dair məsələyə baxaq.

Məsələ. Mis-molibden yatağında misin miqdarının filiz damarının qalınlığı və onun yatım dərinliyindən asılılığı məsələsi öyrənilir (Babazadə, Çıraqov, Ramazanov, 1992).

Qalınlıq faktorunu A, dərinlik faktorunu B ilə işarə edək. A faktorunun filiz damarının qalınlığı boyu aşağıdakı səviyyələrini ayıraq:  $A_1-5=10$  sm;  $A_2=10-15$  sm;  $A_3=15-20$  sm;  $A_4=20-25$  sm. B faktoru isə üç istismar horizontu ilə təmsil olunub;  $B_1$  üstəndən birinci,  $B_2$ -orta horizont və  $B_3$ -alt horizont.

Misin sınaqlarda faiz miqdarı cədvəl 36-da verilib.

Cədvəl 36

Faktorlar	X <sub>ijk</sub>		
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>
A <sub>1</sub>	2,4,5,6	1,5,4,4	3,4,6,7
A <sub>2</sub>	1,3,4,6	2,4,6,8	4,6,8,9
A <sub>3</sub>	2,4,7,9	1,5,7,7	3,5,9,10
A <sub>4</sub>	5,7,9,13	4,6,8,12	4,5,8,10

Sınaqların ümumi sayı  $npq=4 \cdot 4 \cdot 3=48$ , A və B faktorlarının hər kombinasiyasına 4 sınaq düşür. Aparılan hesablamalar nəticəsində:

$$C_1=78.24; C_2=12.00; C_3=30.41; C=371.6$$

$$C_4=C-(C_1+C_2+C_3)=250.96; \text{ Buradan}$$

$$A \text{ faktorunun dispersiyası } S_1^2 = \frac{C_1}{p-1} = \frac{78.24}{4-1} = 26.08;$$

$$B \text{ faktorunun dispersiyası } S_2^2 = \frac{C_2}{q-1} = \frac{12}{3-1} = 6.0;$$

$$S_3^2 = \frac{AB \text{ faktorunun qarışıq dispersiyası } C_3}{(p-1)(q-1)} = \frac{30.41}{3 \cdot 2} = 5.07;$$

$$\text{Qalıq dispersiyası } S_4^2 = \frac{C_4}{pq(n-1)} = \frac{250.96}{4 \cdot 3(4-1)} = 6.97;$$

$$\text{Ümumi dispersiya } S^2 = \frac{C}{npq - 1} = \frac{371.6}{48 - 1} = 7.91;$$

Qruplaşdırılmış seçmə dispersiyaların qalıq dispersiya ilə müqayisəsi müvafiq faktorların (A,B və onların birgə təsiri-AB) sınaqda faydalı komponentin orta miqdarına əhəmiyyətli dərəcədə təsir göstərmədiyini haqqında hipotezi yoxlamağa imkan verir. Beləliklə,

$$F_A = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{26.08}{6.971} = 3.74; F_{kr 0.05, 3, 36} = 2.9$$

$$3.74 = F_{A \text{ hes.}} > F_{kr} = 2.9$$

$$F_B = \frac{S_2^2}{S_3^2} = \frac{6.00}{6.97} = 0.83; F_{kr 0.05, 2, 36} = 19.5$$

$$0.83 = F_{B \text{ hes.}} < F_{kr} = 19.5$$

$$F_{AB} = \frac{5.07}{6.97} = 0.73; F_{kr 0.05, 6, 36} = 3.8$$

$$0.73 = F_{AB \text{ hes.}} < F_{kr} = 3.8$$

Beləliklə, hesablamaların nəticəsinə görə, dərinlik faktorunun (A) misin miqdarına olan təsiri əhəmiyyətlidir. B faktorunun (hansı horizonta aid olması) və bu 2 faktorun birgə (AB) fəaliyyətinin misin miqdarına olan təsiri isə əhəmiyyətsizdir.

Dispersiya analizinin nəzərdən keçirilən sxemləri normal paylanmanın normal qanununa və eyni faktorun müxtəlif səviyyələrində dispersiyaların bərabərliyi mülahizəsinə əsaslanmışdır. Lakin böyük həcmli seçmələrdə F kriterisi normal paylanmadan çox fərqlənməyən məcmular üçün də işləyə bilər. Dispersiyalar arasındakı çox da böyük olmayan fərqlər  $\leq 1,5-2$  dəfə qruplar üzrə seçmələrin həcmi təxminən bərabər olduqda onun tətbiq olunmasına maneə təşkil etmir. Bəzən tədqiqatçı hələ hesablama aparmamışdan qabaq tədqiq edilən əlamətin paylanması barədə müəyyən fikirləri olur. Əgər binomial və ya Puasson paylanması nəzərdə tutulmuşsa ölçü şkalasında müəyyən çevrilmələr aparmaq lazımdır. Puasson paylanmasında adətən  $\sqrt{x}$  və ya  $x-n$  kiçik qiymətləri üçün  $\sqrt{x+c}$  çevrilməsindən istifadə edilir. Burada  $c$ -nin optimal qiyməti  $c=0.386-r$ . Binomial paylanma zamanı adətən  $2 \arcsin \sqrt{n}$  çevrilməsi götürülür. Burada  $h$ -hadisənin tezliyidir. Asimmetrik sağa tərəf uzanmış paylanmalar üçün  $lgx$  çevrilməsi məqsədəuyğundur.

### 5.3. Qeyri-parametrik dispersiya analizi.

Əgər F-kriterisinin tətbiq imkanı hər halda şübhə doğurursa onda qeyri-parametrik kriterilərdən istifadə etmək olar.

Bir faktorlu qeyri-parametrik dispersiya analizi zamanı Kraskal-Uollis, Braun-Mud (Закс.1976) kriteriləri tətbiq edilir. Kraskal-Uollis kriterisi tətbiq edildikdə aşağıdakı əməliyyatlar aparılır:

-bütün müşahidələr 1-dən N-ə qədər artma sırası üzrə düzülür və onların ranqı təyin edilir, burada  $N = \sum_{j=1}^k n_j$ , - seçmənin həcmi, k-

faktorun səviyyələri sayı,  $n_j$ -faktorun hər səviyyəsində müşahidələr sayıdır.

-Tədqiq edilən faktorun hər səviyyəsi üçün  $R_1, R_2, \dots, R_k$  ranqlar cəmini tapır və Kraskal-Uollis kriterisini

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \left( \frac{R_1^2}{n_1} + \dots + \frac{R_k^2}{n_k} \right) - 3(N+1) \quad (148) \quad \text{düsturu üzrə}$$

hesablayırlar.

Sonra H qəbul edilmiş  $\alpha$  əhəmiyyətlik səviyyəsi üçün k-1 sərbəstlik dərəcəsinə görə  $\chi^2$  cədvəli (əlavələr cədv.4) üzrə kritik qiymətlə müqayisə edilir. Burada k faktorun səviyyələri sayıdır. Əgər  $H_{hes} > H_{kr}$ , onda analiz edilən faktorun tədqiq edilən xassəyə təsiri olmadığı haqqında  $H_0$  hipotezi rədd edilir.

Misal. Molibden yataqlarının birində filiz damarları 6 müxtəlif tipli suxurlarda: dioritlərdə, qabbrodioritlərdə, siyenitlərdə, qranitporfirələrdə, andezit tərkibli lavalarda və tufobrekçiyalarda yerləşmişlər. Yan suxurların filizin xüsusi çəkisinə təsirini müəyyənləşdirmək məqsədilə müxtəlif tərkibli suxurlarda yerləşmiş filizlərdən altı seriya sınaq götürülmüş və hər seriyaya altı sınaqdan ibarət olmuşdur (hər tip yan suxura 1 sınaq). Beləliklə,  $N=36$  sınaqların nəticələri cədvəl 37-də göstərilib.

Cədvəl 37

j	i					
	1	2	3	4	5	6
1	2.50	2.55	2.80	3.15	2.75	3.12
2	2.95	2.75	2.60	2.95	2.60	2.89
3	2.80	2.60	2.75	3.00	2.80	2.79
4	2.90	2.80	3.00	2.70	2.55	2.85
5	3.40	2.50	3.30	2.65	2.50	2.70
6	2.80	2.90	2.65	2.50	2.95	2.65

Bunların rənqini təyin edək

2.5	2.5	2.5	2.5	5.5	5.5	8	8	8	11
2.50	2.50	2.50	2.50	2.55	2.55	2.60	2.60	2.60	2.65
11	11	13.5	13.5	16	16	16	18	21	
2.65	2.65	2.70	2.70	2.75	2.75	2.75	2.79	2.80	
21	21	21	21	24	25	26.5	26.5	29	
2.80	2.80	2.80	2.80	2.85	2.89	2.90	2.90	2.95	
29	29	31.5	31.5	33	34	35	36		
2.95	2.95	3.00	3.00	3.12	3.15	3.30	3.40		

Burada üst sətirdə rənqlər, alt sətirdə həqiqi qiymətlər verilmişdir. Rənqlər təyin edildikdən sonra cədvəl aşağıdakı şəkil alır:

Cədvəl 38

j	i					
	1	2	3	4	5	6
1	2.5	5.5	21	34	16	33
2	29	16	8	29	8	25
3	21.0	8	16	31.5	21	18
4	26.5	21.0	31.5	13.5	5.5	24
5	36	2.5	35	11	2.5	13.5
6	21.0	26.5	11	2.5	29	11
$R_i$	$R_1=136$	$R_2=79$	$R_3=122.5$	$R_4=121.5$	$R_5=82$	$R_6=124.5$

Buradan

$$H_{hes} = \frac{12}{36(36+1)} \left( \frac{136^2}{6} + \frac{79^2}{6} + \frac{122.5^2}{6} + \frac{121.5^2}{6} + \frac{82^2}{6} + \frac{124.5^2}{6} \right) - 3(36+1) = 115.2 - 111 = 4.2$$

$$\alpha = 0.05 \quad k = 6 - 1 = 5 \text{ sərbəstlik dərəcəsinə } H_{kr 0.05,5} = 11.07$$

$$4.2 = H_{hes} < H_{kr} = 11.07$$

Beləliklə, yan suxurların filizin xüsusi çəkisinə təsiri barədə hipotez rədd edilir.

Qeyri parametrik Braun-Mud kriterisi tətbiq edildikdə p seçmələr bir seçmədə birləşdirilir. Dəyişən əlamətin (U) mediana qiyməti ( $\bar{U}$ ) tapılır və aşağıdakı cədvəl qurulur.

Əgər A faktorunun təsiri əhəmiyyətsizdirsə, onda demək olar ki, bütün qruplar (seçmələr) eyni medianaya malik olmalıdır, yəni hər bir i üçün  $m_i = n_i/2$ .



Faktorun qradasiyalari və müşahidələrin sayı

A faktorunun qradasiyalari	1	2	.....	i	.....	p	Σ	
Müşahidələrin sayı	$\geq \bar{0}$	$m_1$	$m_2$	.....	$m_i$	.....	$m_p$	$N/2$
	$< \bar{0}$	$n_1 - m_1$	$n_2 - m_2$	.....	$n_i - m_i$	.....	$n_i - m_p$	$N/2$
Qruplarda müşahidələrin ümumi sayı	$n_1$	$n_2$	.....	$n_i$	.....	$n_p$	$N$	

Eynicinslilik barədə bu yolla formalaşdırılmış hipotezi

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^p \frac{(m_i - \frac{n_i}{2})^2}{n_i / 4} \quad (149)$$

statistikası vasitəsilə yoxlayırlar. Bu statistika  $(p-1)$  sərbəstlik dərəcəsi olan  $\chi^2$  kimi asimptotik paylanmışdır. Əgər  $\chi^2_{hes} < \chi^2_{\alpha, p-1}$  A faktorunun təsiri əhəmiyyətsiz sayılır.

Yuxarıda nəzərdən keçirdiyimiz misalı (cədv.37) Braun-Mud kriterisi ilə də yoxlayaq, burada  $N=36$ . Müşahidələrin sayı cüt olduğu üçün mediana ( $\bar{0}$ ) 1-dən 36-ya qədər artma sırası ilə düzülmiş qiymətlər 18 və 19-cu qiymətlərin cəminin yarısına bərabərdir. Yəni

$$\bar{0} = \frac{2.79 + 2.80}{2} = 2.795, \text{ onda cədvəl 39-un tələblərinə əsasən}$$

aşağıdakı cədvəli alırıq.

Cədvəl 40

A faktorunun qradasiyalari	1	2	3	4	5	6	Σ	
Müşahidələrin sayı	$\geq \bar{0}$	5	2	3	3	2	3	18
	$< \bar{0}$	1	4	3	3	4	3	18
Qruplarda müşahidələrin sayı	6	6	6	6	6	6	36	

$$X^2_{\text{hes}} = \sum_{i=1}^p \frac{(m_i - \frac{n_i}{2})^2}{n_i / 4} =$$

$$= \frac{(5 - \frac{6}{2})^2}{\frac{6}{4}} + \frac{(2 - \frac{6}{2})^2}{\frac{6}{4}} + \frac{(3 - \frac{6}{2})^2}{\frac{6}{4}} + \frac{(3 - \frac{6}{2})^2}{\frac{6}{4}} + \frac{(2 - \frac{6}{2})^2}{\frac{6}{4}} + \frac{(3 - \frac{6}{2})^2}{\frac{6}{4}} = 4$$

$\chi^2_{0.05,5}$  (əlavələr cədv.4)=11.07  $\chi^2_{\text{hes}} < \chi^2_{0.05,5}$ . Beləliklə, Braun-Mud kriterisinə görə də yan suxurların filizin xüsusi çəkisinə təsiri (A faktoru) əhəmiyyətsiz sayılır.

İkifaktorlu qeyri-parametrik Fridman analizində ilkin məlumat cədvəl şəklində yazılır.

A faktorunun təsirini yoxlamaq üçün cədvəlin sətirlərində olan qiymətlərə rənglər verilir, yəni onlar böyüklüyünə görə sıra ilə düzüldükdə (1-dən q-yə qədər) onların sıra nömrəsi rəngi olur. Beləliklə, sətirlərdə qiymətlər yerinə onların rəngi yazılır. Hər bir sütun üzrə rənglərin cəmi hesablanır- $R_j$  ( $j=1, \dots, p$ ). Sonra

$$S = \sum_{j=1}^q R_j^2 - \frac{\left( \sum_{j=1}^q R_j \right)^2}{q} = \left( R_1^2 + R_2^2 + \dots + R_q^2 \right) - \frac{(R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_q)^2}{q} \quad (150)$$

$$\text{və} \quad \chi^2_R = 12S/pq(q+1) \quad (151)$$

kriteri statistikasını hesablanır (burada p-sətirlərin, q isə sütunların sayıdır). Əgər A və ya B faktoru üçün səviyyələrin sayı  $> 4$  olsa,  $\chi^2_R$  statistikasının kritik qiyməti  $\chi^2$  cədvəli üzrə verilmiş  $\alpha$  və  $f=q-1$  sərbəstlik dərəcəsinə təyin edilir. Əgər səviyyələrin sayı az olsa xüsusi cədvəllərdən istifadə edilir.

B faktorunun təsirini yoxlamaq üçün cədvəldə sətirlərin və sütunların yerini dəyişirlər.

Misal. Baltik dənizinin sahilinin bir hissəsində sualtı yamac çöküntülərində sınağa işləri aparılmış və ağır fraksiyanın miqdarı %-lə təyin edilmişdir (cədv.41). Burada profillər sahilə perpendikulyar istiqamətdə, nümunə götürülən stansiyalar isə müxtəlif dərinliklərdə yerləşmişlər. Burada profillərin vəziyyətinin (A faktoru) və dənizin dərinliyinin (B faktoru) ağır fraksiyanın miqdarına təsirini qiymətləndirmək tələb olunur.

Cədvəl 41

Profili n № si	Dənizin dərinliyi (m) üzrə ağır fraksiyanın miqdarı %-lə				
	4	5	6	7	8
1	1.5	2.1	6.0	6.6	1.8
2	1.8	6.0	11.7	3.4	10
3	1.8	0.5	7.9	8.0	0.2
4	1.6	0.8	0.1	0	0
5	8.8	4.9	3.3	1.09	0.5
6	2.1	1	1.3	0.3	0
7	4.0	1.9	0.9	1.0	1.4
8	0.9	1.9	2.3	1.6	4.6
9	2.2	0.6	2.3	2.3	5.5

İndi cədvəldəki qiymətlərin yerinə rənglərini yazacaq:

Cədvəl 42

Profili n № si	Dənizin dərinliyi üzrə (m) ağır fraksiyanın miqdarının rəngləri				
	4	5	6	7	8
1	1	3	4	5	2
2	1	3	5	2	4
3	3	2	4	5	1
4	5	4	3	1.5	1.5
5	5	4	3	2	1
6	5	3	4	2	1
7	5	4	1	2	3
8	1	3	4	2	5
9	2	1	3.5	3.5	5
	$R_1=28$	$R_2=27$	$R_3=31.5$	$R_4=25$	$R_5=23.5$

$$\sum_{j=1}^5 R_j = (28+27+31.5+25+23.5)=135$$

$$\left(\sum_{j=1}^5 R_j^2\right) = (R_1^2+R_2^2+R_3^2+R_4^2+R_5^2)=28^2+27^2+31.5^2+25^2+23.5^2=$$

$$= 3682.5$$

$$\left(\sum_{j=1}^5 R_j\right)^2 / q = (135)^2 / 5 = \frac{18225}{5} = 3645$$

$$S=3682.5-3645=37.5$$

$$\chi^2_R = 12S/pq(q+1) = \frac{12 \cdot 37.5}{9 \cdot 5 \cdot 6} = 1.67$$

$$\alpha=0.05 \quad q-1=5-1=4$$

$$\chi^2_{0.05,4}=9.49$$

$$\chi^2_R < \chi^2_{0.05,4}$$

Beləliklə, profillərin vəziyyətinin (A faktoru) ağır fraksiyanın paylanmasına təsiri barədə hipotez rədd edilir.

İndi isə B faktorunun təsiri barədə hipotezi yoxlayaq.

Cədvəl 43

Dəniz dərin.(m) ağır fraksiyanın payl.	Profillərin №-si								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	1.5	1.8	1.8	1.6	8.8	2.1	4.0	0.9	2.2
5	2.1	6.0	0.5	0.8	4.9	1	1.9	1.9	0.6
6	6.0	11.7	7.9	0.1	3.3	1.3	0.9	2.3	2.3
7	6.6	3.4	8.0	0	1.09	0.3	1	1.6	2.3
8	1.8	10	0.2	0	0.5	0	1.4	4.6	5.5

Ranqları təyin edək:

Cədvəl 44

Dəniz dər.üzrə (m) ağır fr.paylan.	Profillərin №-si								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	2	4.5	4.5	3	9	6	8	1	7
5	7	9	1	3	8	4	5.5	5.5	2
6	7	9	8	1	6	3	2	4.5	4.5
7	8	7	9	1	4	2	3	5	6
8	6	9	3	1.5	4	1.5	5	7	8
	30	38.5	25.5	9.5	31	16.5	23.5	23	27.5

$$\sum_{j=1}^q x_j = 30 + 38.5 + 25.5 + 9.5 + 31 + 16.5 + 23.5 + 23 + 27.5 = 225$$

$$\sum_{j=1}^q x_j^2 = 30^2 + 38.5^2 + 25.5^2 + 9.5^2 + 31^2 + 16.5^2 + 23.5^2 + 23^2 + 27.5^2 = 6203.5$$

03.5

$$S = 6203.5 - \frac{225^2}{9} = 6203.5 - 5625 = 578.5$$

$$\chi^2_R = 12S/pq(q+1) = \frac{12 \cdot 578.5}{5 \cdot 9 \cdot 10} = 46.3$$

$$\alpha = 0.05; \quad f = q - 1 = 9 - 1 = 8$$

$$\chi^2_{0.05,8} = 15.51$$

$$\chi^2_R > \chi^2_{0.05,8}$$

Deməli, dərinliyin (B faktoru) ağır fraksiyanın paylanmasına təsiri vardır.

Qradasiyalarında variantların sayı müxtəlif olan dispersiya kompleksləri qeyri- müntəzəm və ya qeyri-ortoqonal komplekslər adlanır. Bunların analizi müntəzəm komplekslərin analizindən prinsipcə fərqlənməyə də bəzi xüsusiyyətlərə malikdirlər. Bu barədə Q.F.Lakinin (1980) monoqrafiyasında (səh.223-227 və səh.240-245) müfəssəl məlumat verilmişdir.

Qeyd etməliyə ki, bu fəsildə istifadə olunmuş riyazi aparat bir sıra ehtimal nəzəriyyəsi və riyazi statistika üzrə xüsusi vəsaitlərdə təsvir edilmişdir. Kütləvi müşahidələrin nəticələrinin ilkin analiz üsulları C.Tükinin monoqrafiyasında nəzərdən keçirilmişdir. Statistikanın hesablama metodları üzrə bir çox faydalı tövsiyələri C. Pollardın və D. Rodionovun sorğu kitablarından əldə etmək olar.

Neft geologiyasında struktur, litoloji-fasial, proqnoz qurmalarında riyazi metodların tətbiqinə M. S. Arabacının monoqrafiyası həsr edilmişdir.

Geokimyəvi tədqiqatlarda statistik metodların tətbiqi V. N. Bondarenko, D.A. Rodionov və bir sıra başqa alimlərin əsərlərində verilmişdir. Bunlardan xüsusilə S. V. Sirotinskayanın geoloji informasiyanın analizinin məntiqi metodları monoqrafiyası diqqətə cəlb edir. Bu monoqrafiyada geoloji obyektlər çoxluğunun qruplara bölünməsi metodları və metallogenik qanunauyğunluqların aşkar edilməsi məsələlərinin riyazi qoyuluşu

və buna dair bir sıra metodlar konkret misallar üzərində nəzərdən keçirilmişdir . Geologiyanın müxtəlif sahələrində birölçülü statistik modellərin istifadə edilməsinə dair küllü miqdar misallar R.Miller və C. Kanın , U. Krambeyn və F. Qreybillin , C. Devisin və bir sıra alimlərin əsərlərində verilmişdir .

Bucaq ölçülərinin statistik analizinə K. Mardianın monoqrafiyası həsr edilmişdir .

## FƏSİL VI. KORRELYASIYA ANALİZİ

### 6.1. Korrelyasiya analizi haqqında məlumat

57

Dispersiya analizinin hesablama modelləri məcmuları nəinki müqayisə etməyə və həm də tədqiq edilən geoloji əlamətin müxtəlif faktorlardan asılılığını da müəyyən etməyə imkan verir.

Bu əlaqələrin öyrənilməsi, onların sıxlığının miqdarı qiymətləndirilməsi və riyazi funksiyalarla modelləşdirilməsi korrelyasiya analizinin predmetini təşkil edir.

Geoloji obyektlərin statistik tədqiq üsullarından ən geniş yayılanı korrelyasiya analizidir. Korrelyasiya əmsallarının hesablanması və sonra təsadüfi kəmiyyətlərin (geoloji, geofiziki və geokimyəvi və başqa xarakteristikaların modelləri) qarşılıqlı əlaqəsinin qiymətləndirilməsi praktiki olaraq geoloji tədqiqatlarda riyazi metodlar tətbiq edilən hər bir işdə vardır. Məsələn, kimyəvi elementlərin paragenetik analizində, tektonik strukturların elementləri ilə çatların istiqamətlərinin əlaqəsinin müəyyən edilməsində, geoxronoloji və tektonik bölmələrin qarşılıqlı əlaqəsinin öyrənilməsində, mədən geofizikasında petrofiziki əlaqələrin müəyyən edilməsində, maqmatizm ilə filizləşmənin əlaqəsinin müəyyən edilməsində, qravitasiya və maqnit anomaliyalarının geoloji interpretasiyasında, geoloji xarakteristikaların başqa geoloji xarakteristikalar kompleksi ilə proqnozlaşdırılmasında və s. korrelyasiya analizi geniş tətbiq edilir.

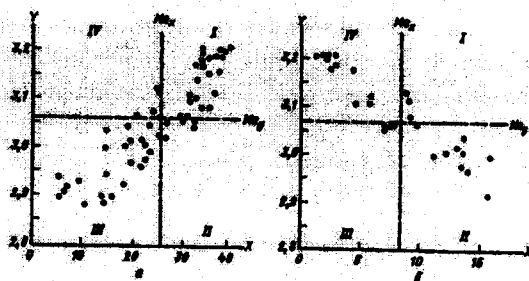
Korrelyasiya geoloji obyektlərin kompleks xassələrini tədqiq etməyə imkan verən əlverişli model olub, çoxölçülü statistik analizin hər hansı prosedurasının zəruri elementidir.

Beləliklə, korrelyasiya analizi ancaq çoxölçülü məcmulara tətbiq edilə bilər. Məcmunun strukturundan asılı olaraq, ikiölçülü, çoxölçülü korrelyasiyanı ayırırlar. Əgər tədqiq edilən statistik əlaqələr düz xətt tənliyi ilə approksimasiya edilirsə, korrelyasiya analizinin bu növü xətti korrelyasiya adlanır. Daha mürəkkəb asılılıqların approksimasiyası üçün üstlü polinomlar, loqarifmik, triqonometrik və başqa funksiyalardan istifadə edilir ki, belə hallarda korrelyasiya qeyri-xətti adlanır və s.

Korrelyasiya analizinə keçməmişdən əvvəl ikiölçülü təsadüfi kəmiyyətlərin tədqiqatını sadə qrafik çevrilmələrlə onların xassələrinin ilkin öyrənilməsindən başlamaq məqsəduyğundur.

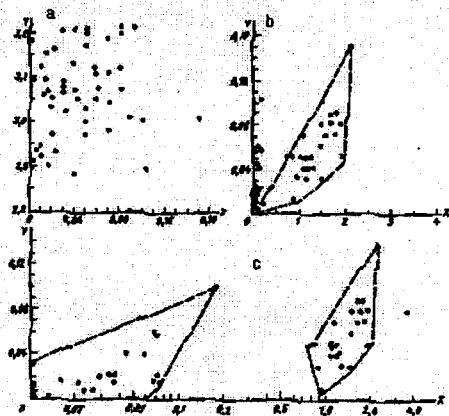
X,Y ikiölçülü təsadüfi kəmiyyətini əyani surətdə nöqtələrin korrelyasiya sahəsi şəklində təsvir etmək olar. Bu zaman hər cüt qiymət koordinatları  $x_i$  və  $y_i$  olan nöqtə şəklində göstərilir. Əgər fərz etsək ki, xassələrdən biri (Y) o birindən (X) asılı olaraq dəyişir, onda absis oxu üzrə X (arqument), ordinat oxu üzrə Y (funksiya) götürülməlidir. Əgər bunların bir-birindən asılılığı barədə məlumat yoxsa, oxlar ixtiyari seçilir. Hər ox üzrə miqdar və başlanğıc hər əlamətin dəyişməsinin vüsətinə (amplitudasına) görə elə götürülür ki, X:Y 2:1 nisbətindən böyük olmasın. Əgər əlamətin qiymətləri 0-dan uzaq intervalda dəyişirsə, onda koordinat başlanğıcını uyğun ox üzrə minimal qiymətdən bir qədər az qiymət qədər sürüşdürmək lazımdır. Nöqtələrin korrelyasiya sahəsi vasitəsilə ikiölçülü təsadüfi kəmiyyətin xassələri barədə qiymətli məlumatlar əldə etmək olar.

Nöqtələrin korrelyasiya sahəsinin forma və istiqamətlənməsi korrelyasiya əlaqəsinin varlığı, onun xarakteri (düz və ya əks) və növü (xətti və ya qeyri-xətti) barədə mülahizə yürütməyə imkan verir. Əgər öyrənilən xassələr arasında əlaqə varsa, nöqtələrin korrelyasiya sahəsi uzanmış ellips şəklində olur. Onun oxu koordinat oxlarına nisbətən meyillidir. Meylin istiqamətinə görə əlaqənin xarakteri təyin edilir: müsbət (şək.24a) və ya mənfi (şək.24b). Əlaqə yoxdursa, korrelyasiya sahəsi izometrik formada (şək.25a) və ya uzun oxu koordinat oxlarından birinə paralel olan ellips şəklində olur. Əgər korrelyasiya sahəsinin oxunun əyilmələri varsa, bu qeyri-xətti əlaqəyə işarə edir.



Şək.24. Koaşva yatağının apatit-nefelin filizləri üçün  $P_2O_5$  (a),  $Al_2O_3$ (b)-n Y həcmi kütlə ( $t/m^3$ ) və X miqdarlarının (%-lə) nisbətləri nöqtələrinin korrelyasiya sahələri.





Şək.25. Koaşva yatağı apatit-nefelin filizlərinin fiziki xassələri üçün nöqtələrin korrelyasiya sahələri;

a) nəmlik X (%-lə)-həcmi kütlə Y ( $t/m^3$  ilə); b) məsaməlilik X (%-lə)-nəmlik Y (%-lə); məsaməlilik (%-lə) (X loqarifmik miqyasda)-nəmlik Y (%-lə)

Nöqtələrin korrelyasiya sahəsi həm də seçmə məcmunun eynicinsliliyini də yoxlamağa imkan verir. Əgər qrafikdə əsas sahədən çox aralanmış nöqtələr varsa, bu seçmənin anomal qiymətlərlə zibillənməsinə işarə edə bilər. belə qiymətlər ölçülmə nəticəsində və ya hesablama zamanı buraxılan səhvlər nəticəsində meydana gələ bilər.

Bu anomal qiymətləri yoxlamaq və lazım gəlsə seçmənin tərkibindən çıxarmaq lazımdır.

Geoloji təcrübədə elə hallara rast gəlmək olur ki, bu zaman korrelyasiya sahəsi iki və daha az hallarda üç müstəqil sahəyə bölünür. Bu tədqiq olunan məcmunun eynicinsli olmadığını göstərir. məs. məsaməlilik- nəmlik qrafikində (şək 25b) kəskin fərqlənən məsaməlilikli (3.66%) anomal nümunədən başqa, çox az məsaməlilikli, lakin yüksək nəmlikli nümunələr də müşahidə edilir ki, bunlar da nöqtələrin əsas sahəsinə düşürlər. Bu qrupu daha dəqiq nəzərdən keçirmək üçün X oxu üzrə loqarifmik miqyasa keçmək məqsədəuyğundur (şək 25c). Bunun nəticəsində seçmənin nümunələrinin məsaməlikə görə eyni cinsli olmadığı aydın məlum olur. Qrafikdə 2 qrup aydın seçilir və hər iki qrup üçün məsaməlik və

nəmlik arasında düz korrelyasiya asılılığı vardır. Korrelyasiya sahəsi təsadüfi ikiölçülü kəmiyyətin statistik paylanması növü barədə də mülahizə yürütməyə imkan verir. Bunun üçün qrafikdə X və Y-i medianalarına uyğun gələn xətlər çəkmək lazımdır. Əgər medianalar qrafikin mərkəzində kəsişirsə və kəsişmə yeri sahə vahidinə düşən nöqtələrin maksimal sayı ilə üst-üstə düşürsə, onda tədqiq edilən ikiölçülü təsadüfi kəmiyyətin paylanması simmetrik olub, yəqin ki, ikiölçülü normal paylanmaya yaxındır (şək 26a). Əgər nöqtələrin çoxu və medianaların kəsişmə nöqtəsi koordinat başlanğıcına yaxın yerləşmişsə, ikiölçülü təsadüfi kəmiyyət asimmetrik paylanmış və güman ki, ikiölçülü loqnormal paylanma ilə üzleşmişik (şək.26b).



Şək.26. Koaşva yatağı filizlərində mineralların faizlə miqdarları nisbətleri nöqtələrinin korrelyasiya sahələri.

Bəzən medianalardan biri koordinat başlanğıcına doğru sürüşür ki, bu da nəzərdən keçirilən xassələrdən biri üçün asimmetrik paylanmanın səciyyəvi (şək.26a) olduğunu göstərir. Son 2 halda nöqtələrin korrelyasiya sahəsini quranda loqarifmik (şək 27) və yarımloqarifmik miqyasdan istifadə etmək məqsədəuyğundur.

İndi isə korrelyasiya analizinin müxtəlif növlərini araşdıraraq.

## 6.2. Cüt korrelyasiya

**6.2.1. Dixotomik əlamətlərin korrelyasiyası.** Belə situasiya o hallar üçün səciyyəvidir ki, tədqiqatçı müəyyən bir xassənin tədqiq edilən obyektlərdə olub-olmamasını qeyd edir. Tutaq ki, təsadüfi X və Y kəmiyyətləri  $\{x, \bar{x}\}$  və  $\{y, \bar{y}\}$  qiymətlərini alırlar. Burada X və Y həmin əlamətin varlığı,  $\bar{X}$  və  $\bar{Y}$  isə bu əlamətlərin olmamasını

göstərir. Daha ümumi halda  $x$  və  $\bar{x}$   $X$  dəyişəninin iki fərqlənən qiymətinin (bu  $Y$  üçün də doğrudur) qeyd edilməsinə uyğun gəlir.

Tək müşahidə nəticəsində belə cütlərin meydana gəlməsini gözləmək olar:  $X$  və  $Y$ ,  $X$  və  $\bar{Y}$ ,  $\bar{X}$  və  $Y$  və  $\bar{X}$  və  $\bar{Y}$ .  $N$  müşahidə nəticəsində uyğun tezlikləri alırıq:  $n_{11}=n(x, y)$ ,  $n_{12}=n(x, \bar{y})$ ,  $n_{21}=n(\bar{x}, y)$  və  $n_{22}=n(\bar{x}, \bar{y})$ .

Bu tip məlumat üçün seçmənin  $\rho$ -nün qiymətləndirilməsi (baş məcmuda əlaqə əmsalı) nəticəsi olan  $r$  əlaqə əmsalı aşağıdakı düsturla hesablanır. Bu əmsal K.Pirson tərəfindən təklif edilmiş və assosiasiya əmsalı və ya əlaqənin tetraxorik göstəricisi adlanır.

$$r = \frac{n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21}}{(n_1n_2n_3n_4)^{\frac{1}{2}}} \quad (151);$$

burada  $n_1=n_{11}+n_{12}$ ;  $n_2=n_{21}+n_{22}$ ;

$n_3=n_{11}+n_{21}$ ;  $n_4=n_{12}+n_{22}$ ;

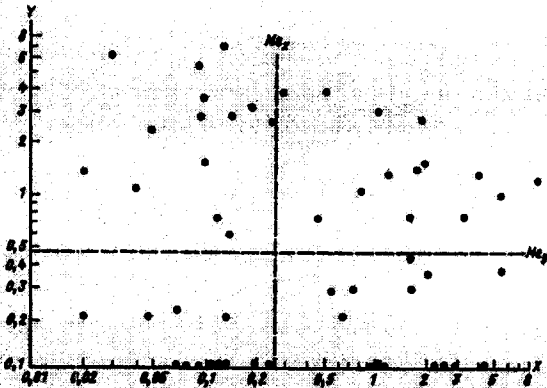
$r$ -nin qiyməti  $-1$ -dən  $+1$ -ə qədər dəyişir.

$n_{12}=n_{21}=0$  halında  $r=1$

$n_{11}=n_{22}=0$  halında isə  $r=-1$ .

$X$  və  $Y$  arasında baş məcmuda əlaqə olduğu haqqında fikiri əsaslandırmaq üçün  $H_0:\rho=0$  və alternativ  $H_1:\rho\neq 0$  hipotezləri yoxlanmalıdır.

Bunu yoxlamaq üçün kriteri



Şək.27. Koaşva yatağı filizlərində çöl şpatı ( $X$ ) və titano-maqnetitin ( $Y$ ) faizlə miqdarı nöqtələrinin korrelyasiya sahəsi.

$$K=Nr^2 \quad (152);$$

Burada N müşahidələrin sayı, r-assosiasiya əmsəlidir.

K paylanması sıfır hipotezi şəraitində bir sərbəstlik dərəcəsi olan  $\chi^2$  paylanması ilə təsvir edilir.

Beləliklə,  $\alpha$  əhəmiyyətlik səviyyəsində əgər  $K < \chi^2_{\alpha,1}$  olsa,  $H_0$  qəbul edilir. Əgər  $K \geq \chi^2_{\alpha,1}$  isə  $H_0$  rədd edilir və  $H_1$  qəbul edilir.  $H_1$ -n qəbul edilməsi X və Y arasında asılılığın olmasını göstərir. Bu asılılığın sıxlığını r qiyməti, istiqamətini isə (düz və ya əks) r-in işarəsi göstərir.

Mis. Şotlandiyada porfiroblast qneyslərin yayıldığı Skay rayonunda 90 nümunə götürülmüşdür. Həmin porfiroblastların tərkibində biotit və horiblend mineralları vardır. Yoxlamaq lazımdır ki, biotitin bu suxurlarda yayılması horiblendin olub-olmaması ilə əlaqədardır mı? (Çini, 1986).

Horiblendin nümunədə olmasını H, olmamasını- $\bar{H}$ , biotitin olmasını B, olmamasını- $\bar{B}$  ilə işarə edək. Onda horiblend ilə biotitin qoşmaıq cədvəli aşağıdakı şəkildə olacaqdır.

Cədvəl 45

Əlamət	H	$\bar{H}$	Sətirlər üzrə cəm
B	15 $n_{11}$	18 $n_{12}$	33 $n_1$
$\bar{B}$	48 $n_{21}$	9 $n_{22}$	57 $n_2$
Sütunlar üzrə cəm	63 $n_3$	27 $n_4$	N=90

$$r = \frac{15 \cdot 9 - 18 \cdot 48}{(33 \cdot 57 - 63 \cdot 27)^{1/2}} = \frac{-729}{1789} = -0.41$$

$$\chi^2 = Nr^2 = 90 \cdot (-0.41)^2 = 15.13$$

$\alpha = 0.05$  və 1 sərbəstlik dərəcəsinə

$$\chi^2_{0.05,1} = 3.84$$

$$K > \chi^2_{0.05,1}$$

Beləliklə,  $H_0$  hipotezi rədd edilir və biotit ilə hornblend arasında əks asılılıq (r mənfə işarəlidir) vardır.

Bu r əmsəlindən başqa dixotomik əlamətlər üçün başqa əlaqə ölçüləri də vardır. Bunlardan ən çox istifadə edilən Q əlaqə əmsəli və Yul tərəfindən daxil edilmiş Y kolloqiasiya əmsəlidir (Kendall, Styuart 1973).

$$Q = \frac{n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21}}{n_{11}n_{22} + n_{12}n_{21}} ;$$

$$Y = \frac{1 - (n_{22}/n_{11})^{\frac{1}{2}}}{1 + (n_{22}/n_{11})^{\frac{1}{2}}} \quad (153)$$

Bundan əlavə

$$Q = \frac{2Y}{1+Y^2} ;$$

Bu 2 əmsalın da qiyməti -1-dən +1-ə qədər dəyişir. Əgər  $n_{12}, n_{21}$ -n heç olmasa biri sıfıra bərabədirsə,  $Q=Y=+1$  və ya  $n_{11}, n_{22}$ -dən biri sıfıra bərabədirsə  $Q=Y=-1$  olur ki, bu da həmin əlaqə ölçülərini r əmsalından fərqləndirir.

**6.2.2. Sıra geoloji məlumatın korrelyasiyası.** Geoloji tədqiqatlarda sıra şkalası üzrə ölçülərə misal olaraq yarım miqdarı və təqribi miqdarı spektral analizləri misal göstərmək olar. Bunlardan birincilər kimyəvi elementlərin miqdarını çox təqribi qiymətləndirir və nəticələr çox böyük, böyük, az, izlər, tapılmayıb kimi yazılır.

Təqribi miqdarı analizlərin nəticələri daha dəqiqdir. Lakin burada da qonşu qradasiyalar arasındakı sərhədlər dəqiq deyildir. Buna baxmayaraq bu 2 analizlərin nəticələri detallıq dərəcəsinə görə xeyli fərqlənirlər. Buna görə də yarım miqdarı analizlə (bunları kateqoriyalara ayrılmış tənzimlənmiş məlumat da adlandırırlar), təqribi miqdarı analizlərin əlaqə ölçülərini ayrı-ayrılıqda nəzərdən keçirərək (ikincilər asanlıqla rənglərə ayrıldığına görə onları rəngli məlumat da adlandırırlar).

A. Kateqoriyalara ayrılmış məlumat. Tutaq ki,  $\xi$  və  $\eta$  təsadüfi kəmiyyətlərinin qiymətləri sınaq nəticəsində uyğun olaraq aşağıdakı qiymətlər alırlar:  $\{A_i; i=1,2,\dots,r\}$  və  $\{B_j; j=1,2,\dots,s\}$ . Ümumi halda  $r$  və  $s$  kateqoriyalarının sayı bərabər olmur.

Bunların birgə paylanmasının nəticələri aşağıdakı cədvəl şəklində yazılır:

$n_{11}$	$n_{12}$	...	$n_{1s}$	$n_{1.}$
$n_{21}$	$n_{22}$	...	$n_{2s}$	$n_{2.}$
.....	.....	.....	.....	.
.....	.....	.....	.....	.
.....	.....	.....	.....	.
$n_{.1}$	$n_{.2}$	.....	$n_{.s}$	$n_{.r}$
<hr/>				
$n_{.1}$	$n_{.2}$	...	$n_{.s}$	$N$
<hr/>				

Bir neçə keyfiyyət əlamətləri arasında qoşma dərəcəsini təyin etmək üçün Pirson tərəfindən qarşılıqlı qoşma əmsal təklif edilmişdir:

$$c = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}} \quad (154),$$

$$\text{Burada } \varphi^2 = n \left\{ \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{n_{ij}^2}{n_i n_j} - 1 \right\} \quad (155);$$

$\varphi^2$ -kontingensiya əmsalıdır.

$$\text{Bundan əlavə } c = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}} \quad (156);$$

Qeyd etmək lazımdır ki,  $c$ -nin qiymətinə cədvəlin xanalarında yerləşmiş qrupların sayı təsir edir. bunu nəzərə alaraq A.Çuprov Pirson düsturunu çevirmişdir:

$$K = \sqrt{\frac{\varphi^2}{(r-1)(s-1)}} \quad (157);$$

$\varphi^2 = \chi^2/n$  olduğunu nəzərə alaraq

$$K = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(r-1)(s-1)}} \quad (158);$$

$0 \leq k \leq 1$  Əgər  $\chi^2_{hes} = n\varphi^2 \geq \chi^2_{st(cədvəl\ qiyməti)}$  (qəbul olunmuş  $\alpha$  və  $(r-1)(s-1)$  sərbəstlik dərəcəsində)  $H_0$  hipotezi rədd edilir.

Bu əmsal geologiyada elə xassələr arasında asılılıqların öyrənilməsi üçün tətbiq edilir ki, onları müşahidə nəticəsində almaq mümkün deyildir. Keyfiyyət əlamətlərini tənzimləmək (sıraya düzmək) mümkün olmadıqda bu əmsal əvəz edilməzdir. Bu əmsal, paylanma qanunu və gözlənilən əlaqənin forması barədə məlumat olmadıqda kəsilməz təsadüfi kəmiyyətlər arasındakı əlaqəni tədqiq etmək üçün də tətbiq edilir.

Fərz edək ki, X dəyişəni  $r$  və Y dəyişəni isə  $s$  sinif ilə səciyyələnir. Onda X və Y arasındakı əlaqənin gücünü və istiqamətini təyin etmək üçün istifadə edilən seçmə məlumatını qoşma cədvəl kimi təqdim etmək əlverişlidir (cədvəl 46).

Cədvəl 46

X	Y					$\Sigma$
	$Y_1$	...	$Y_j$	...	$Y_s$	
$X_1$	$n_{11}$	...	$n_{1j}$	...	$n_{1s}$	$n_{1.}$
...	...	...	...	...	...	...
$X_i$	$n_{i1}$	...	$n_{ij}$	...	$n_{is}$	$n_{i.}$
...	...	...	...	...	...	...
$X_r$	$n_{r1}$	...	$n_{rj}$	...	$n_{rs}$	$n_{r.}$
$\Sigma$	$n_{.1}$	...	$n_{.j}$	...	$n_{.s}$	$N$

Bu cədvəlin xanalarına müəyyən siniflərə mənsub olan X və Y təsadüfi kəmiyyətlərinin qiymətlərinin birlikdə rast gəlmə tezlikləri yazılmışdır.

Burada,  $n_{i.} = \sum_{j=1}^s n_{ij}$ ,  $n_{.j} = \sum_{i=1}^r n_{ij}$ ;

$$N = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s n_{ij} = \sum_{j=1}^s n_{.j} = \sum_{i=1}^r n_{i.}$$

Seçmənin əlaqə əmsalı aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$r_{qk} = \frac{\sum_{i>i'}^r \sum_{j>j'}^s (n_{ij}n_{i'j'} - n_{ij'}n_{i'j})}{N^2 - \sum_{i=1}^r n_{i.}^2 - \sum_{j=1}^s n_{.j}^2 + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s n_{ij}} \quad (159);$$

Burada  $i'=1,2,\dots,r-1$ ;  $j'=1,2,\dots,s-1$ ;

$r_{qk}$  Qudmen və Kraskl tərəfindən təklif edilmiş və -1-dən +1-ə qədər olan intervalda dəyişir. Əgər X və Y əks asılılığa malikse onun işarəsi mənfi, əks halda müsbətdir.  $r_{qk}$  əlaqə əmsalının əhəmiyyətliyi, yəni  $H_0: \rho=0$  hipotezinin yoxlanmasını bu əmsalın onun standart sapması ilə tutuşdurmaqla yerinə yetirək.  $R_{qk}$  əmsalının dispersiyasının üst sərhəddi aşağıdakı ifadədən tapılır:

$$D(r_{qk}) \leq \frac{2N(1 - r_{qk}^2)}{N^2 - \sum_{i=1}^r n_{i.}^2 - \sum_{j=1}^s n_{.j}^2 + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s n_{ij}^2} \quad (160);$$

$\sqrt{N}(\rho-r_{qk})$  paylanması asimptotik normal olduğu üçün sıfır hipotezi  $r_{qk}$  üçün müəyyən əhəmiyyətlik səviyyəsində hesablanmış vəkalət intervallarının köməyi ilə yoxlana bilər. Əgər  $\alpha=0.05$  olsa,  $F(\alpha)=1.96$ , onda vəkalət sərhədləri uyğun olaraq

$$r_{qk}-1.96\sqrt{D(r_{qk})} \text{ və } r_{qk}+1.96\sqrt{D(r_{qk})} \text{ olur.}$$

Əgər  $r=0$   $r_{qk} \pm F(\alpha)\sqrt{D(r_{qk})}$  intervalına aid deyilsə,  $H_0$  hipotezi rədd edilir.

Misal. Qudmen-Kruskal əmsalını dəmir meteoritlərində Pt və Au miqdarını xarakterizə edən yarımmiqdari verilənlər üçün hesablayaq:

Cədvəl 47

Sıra №	Pt q/t	Au q/t	Sıra №	Pt q/t	Au q/t
1	10-100	1-5	13	1	10
2	10-100	10	14	10	10
3	10-100	5-10	15	5-10	1
4	10-100	1-5	16	10	5
5	10-100	5	17	10-100	5-10
6	10	5-10	18	10-100	1
7	10-100	5	19	10-100	0.5
8	10-100	5	20	10-100	0.5
9	10	5	21	5	5
10	10	5	22	5	5
11	10	5	23	10-100	5-10
12	10-100	5	24	10	1-5

Bu cədvəlin analizi göstərir ki, Pt və Au-n miqdarı sıra şkalasında yerinə yetirilmiş və siniflərin sayı hər misal üçün  $\leq 5-6$ . Pt və Au-n birgə yayılması aşağıdakı cədvəldə verilmişdir.

Cədvəl 48

Pt q/t	Au q/t						$\Sigma$
	0.5	1	1-5	5	5-10	10	
1						1	1
5				2			2
5-10		1					1
10			1	4	1	1	7
10-100	2	1	2	4	3	1	13
$\Sigma$	2	2	3	10	4	3	24



Bu məlumata görə

$$r_{qk} = -0.08 \quad D(r_{qk}) = -0.0796; \quad \sqrt{D(r_{qk})} = 0.28$$

5 % vəkalət intervalının alt və üst sərhəddi

$$r_{qk} \pm 1.96 \sqrt{D(r_{qk})} = -0.08 \pm 1.96 \cdot 0.28 = -0.08 \pm 0.56$$

Beləliklə, vəkalət intervalının aşağı və yuxarı sərhədləri uyğun olaraq -0.64 və 0.46 olur. Deməli əldə olan analitik məlumata görə dəmir meteoritlərində Au və Pt arasında xətti əlaqənin olmadığı haqqında hipotezi rədd etməyə heç bir əsas yoxdur.

**B. Ranqlaşdırılan verilənlər.** X dəyişəninə qiymətlərini onların artma sırası ilə yerləşdirək:

$$x_1 < x_2 < \dots < x_i < \dots < x_n$$

Burada  $x_i$ -nin ranqı onun sıra nömrəsi, yəni  $i$ -dir.  $Y$  dəyişəni üçün ranqlaşdırma eyni cür aparılır. Əgər təkrarlanan qiymətlər varsa, onlar üçün orta ranq hesablanır. Məs. tənzimlənmiş sırada  $x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m}$  qiymətləri bərabərdirsə, onda bir qiymətlərin hamısına eyni ranq  $[i+(i+m)]/2$  verilir.

Ranqlaşdırılan məlumat üçün Spirmen tərəfindən  $r_s$  Spirmen ranq korrelyasiya əmsalı təklif edilmişdir (Kendel, 1975).

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n+1)} \quad (161);$$

Burada  $d_i = X_i - Y_i$ , yəni  $X$  və  $Y$  əlamətlərinin qoşma qiymətlərinin ranqlarının fərqi,  $n$ -seçmənin həcmidir. Əgər seçmə verilənlərinin içində üst-üstə düşən qiymətlər çoxsa, onda yuxarıdakı düstura  $T_x$  və  $T_y$  təshihlərini əlavə etmək lazımdır.

$$T_x = \sum_{j=1}^m \frac{t_j^3 - t_j}{12} \quad (162);$$

Burada  $m$ -eyni ranqla səciyyələnən qrupların sayı,  $t_j$  isə  $j$  qrupunun həcmidir.  $T_y$  təshihə də analogi olaraq hesablanır.

Onda  $r_s$ -n dəqiqləşdirilmiş düsturu aşağıdakı şəkildə olur:

$$r_s = \frac{(n^3 - n)/6 - \sum_{i=1}^n d_i^2 - T_x - T_y}{[(n^3 - n)/6 - 2T_x]^{\frac{1}{2}} [(n^3 - n)/6 - 2T_y]^{\frac{1}{2}}} \quad (163);$$

$r_s$  qiyməti -1-dən +1-ə qədər dəyişir. Əgər bu əlamətlər arasında tam əlaqə varsa, onda əlamətlərin uyğun ranqları bərabər və  $r_s = 1$  olur. Əgər əlamətlər bir-birindən asılı deyilsə, korrelyasiya əmsalı = 0

və birinin rənglərinin artması ilə o biri əlamətin uyğun rəngləri azalırsa  $r_s = -1$  olur.

Burada  $H_0: \rho = 0$ .

Sıfır hipotezi Styudentin t kriterisi ilə yoxlanılır:

$$t = r_s \sqrt{\frac{n-2}{1-r_s^2}} \geq t_{st} \quad (164)$$

$k = n - 2$  sərbəstlik dərəcəsi üçün  $t > t_{st}$  olsa,  $H_0$  rədd edilir.

t-kriterisinin kritik qiymətləri ( $t_{st}$ ) aşağıdakı düsturlarla hesablanır (Urbax, 1975)

$$\alpha = 0.05 \text{ olduqda, } t_{st} = \frac{1.96}{\sqrt{n-1}} \left( 1 - \frac{0.16}{n-1} \right) \quad (165);$$

$$\alpha = 0.01 \text{ olduqda, } t_{st} = \frac{2.58}{\sqrt{n-1}} \left( 1 - \frac{0.69}{n-1} \right) \quad (166);$$

Bundan əlavə əgər hesablanmış seçmə rəng korrelyasiya əmsali cədvəldəki ( əlavələr cədv.20) qiymətdən artıq isə (qəbul edilmiş  $\alpha$  və  $k = n - 2$  sərbəstlik dərəcəsinə) sıfır hipotezi rədd edilir.

Misal. Qədim vulkanın bu günə qədər qalmış hissəsinin kəsilişində dabandan tavana qədər 15 lava axını tədqiq edilmişdir. Bu axınların hər birində 8 kimyəvi element və oksidin miqdarı təyin edilmişdir. Bu tədqiqatlar maqmatik ocaqda vulkanın fəaliyyəti ərzində elementlərin miqdarının dəyişmə qanunauyğunluqlarını lava axınlarının tərkibinə görə aydınlaşdırmaq üçün aparılmışdır. Bu axınların kəsilişdə vəziyyəti vulkanik materialın yer üzünə daxil olması növbəsinə uyğun gəlir.

Aşağıdakı cədvəldə lava axınlarının ardıcılığı və onlarda MgO və Na<sub>2</sub>O-nin miqdarı verilmişdir. Biz MaO və Na<sub>2</sub>O arasındakı əlaqəni qiymətləndirmək üçün, nümunələrin sayı az və axınlarının yaşının təyini nisbi olduğuna görə Spirmenin korrelyasiya əmsalından istifadə etməliyik. Cədvəldə bu verilənlərin rəngi hesablanmış və sonra rənglər fərqlinin kvadratları ( $d_i^2$ ) tapılmışdır.

$$\text{Buradan } r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \cdot 444.5}{15(225-1)} \approx 1 - 0.79 \approx 0.21$$

$\alpha = 0.05$   $k = 15 - 2 = 13$  sərbəstlik dərəcəsinə

$r_{st} = 0.56$

$r_s < r_{st}$

Cədvəl 49

Lava axınlarının №-si	MgO		Na <sub>2</sub> O		Ranqlar fərqi d <sub>i</sub>	Ranqlar fərqi d <sub>i</sub> <sup>2</sup>
	%	Ranq	%	Ranq		
1	3.66	8.5	2.57	4	4.5	20.25
2	2.71	1	2.03	1	0	0
3	3.13	2	2.33	2	0	0
4	3.48	6	2.74	6	0	0
5	4.20	11	2.51	3	8	64
6	7.35	15	2.78	8	7	49
7	4.03	10	2.75	7	3	9
8	5.83	14	3.26	12	2	4
9	4.39	12	2.89	9	3	9
10	3.5	7	3.25	11	-4	16
11	4.6	13	3.10	10	3	9
12	3.66	8.5	3.27	13	-4.5	20.25
13	3.24	3	3.37	15	-12	144
14	3.40	5	2.67	5	0	0
15	3.39	4	3.29	14	-10	100
						Σd <sub>i</sub> <sup>2</sup> =444.5

Deməli, H<sub>0</sub> hipotezi rədd edilmir və MgO ilə Na<sub>2</sub>O arasında statistik əhəmiyyətli əlaqə yoxdur.

Spirmen əmsalından başqa, Kendallın ranq əmsali (Kendell, 1975) da tətbiq edilir. O aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$r_k = 1 - \frac{2Q}{0.5N(N-1)} \quad (167)$$

Burada N-seçmənin həcmi, Q isə R<sub>XY</sub> ranqları arasında, X dəyişəninin ranqları natural sıra ilə düzldüyü 1,2,...,N hal üçün, Y dəyişəninin ranqlarının düzülməsində X-ə görə nizamsızlıq dərəcəsini səciyyələndirən inversiyalar sayıdır. Belə inversiyaların, yəni natural sıranın pozulmalarının sayı 0-dan 0.5N(N-1)-ə qədər dəyişə bilər.

Qeyd etməliyik ki, tədqiq edilən obyektlər müəyyən bir sıra üzrə düzldüyü halda X dəyişəninin (eləcə də Y dəyişəninin) ranqları cütlərində ranqlar natural sıraya uyğun düzülmüşsə (kiçikdən böyüyə) bu cütlərə +1, əks halda isə -1 qiyməti veririk. Sonra X və Y dəyişəninə görə eyni adlı cütlərin aldığı qiymətlər bir-birinə vurulur. +1-ə bərabər qiymətlərin cəmini P, -1-ə bərabər qiymətlərin cəmini isə Q ilə işarə edirlər. Burada

$$P+Q=\frac{1}{2} N(N-1) \text{ və } S=P-Q.$$

$$\text{Buradan} \quad r_k=1-\frac{2Q}{0.5N(N-1)}=2P/(0.5N(N-1))-1=S/(0.5N(N-1))$$

(168)

Kendallın ranq korrelyasiya əmsalı təcrübədə Spirmen ranq korrelyasiya əmsalına nisbətən daha az işlənir.

Biserial korrelyasiya əmsalı ( $r_{bs}$ ) alternativ (+ və -) qruplara qruplaşdırılan keyfiyyət əlamətləri ilə kəsilməz variasiya edən miqdarı əlamətlər arasında əlaqənin sıxlığı ölçüldüyü zaman tətbiq edilir.. O aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$r_{bs}=\frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2}{S_x} \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{N(N-1)}} \quad (169)$$

Burada  $\bar{x}_1$  və  $\bar{x}_2$  alternativ qrupların orta qiyməti;  $n_1$  və  $n_2$  qrupların həcmi;  $N=(n_1+n_2)$ -müşahidələrin ümumi sayı və ya seçmənin həcmi;  $S_x$ -bütün seçmə üçün orta kvadratik sapmadır. Biserial korrelyasiya əmsalı -1-dən +1-ə qədər dəyişir.  $\bar{x}_1=\bar{x}_2$  olduqda,  $r_{bs}=0$ . Lakin biserial korrelyasiya əmsalı üçün işarə mənə daşımır.

$r_{bs}$ -n əhəmiyyətliyi Styudentin t-kriterisi ilə qiymətləndirilir.  $H_0$  hipotezi

$$t_{hes}=\frac{r_{bs} \sqrt{N-2}}{1-r_{bs}^2} \geq t_{st} \quad (170);$$

$k=N-2$  sərbəstlik dərəcəsinə və qəbul edilmiş əhəmiyyətlik səviyyəsində rədd edilir.

$r_{bs}$  -nin kritik qiymətini korrelyasiya əmsalı üçün olan cədvəldən də tapmaq olar (əlavələr, cədv.21).

Misal. Törəmə səpinti oreolları üzrə geokimyəvi planalma zamanı kövrək çöküntülərdən nümunələr götürülür və yarımmiqdarı spektral analiz vasitəsilə bunlarda bir sıra elementlərin miqdarını təyin edirlər. Güman edilir ki, bunlardakı elementlərin miqdarı geoloji şəraitdən başqa, ərazisinin landşaft şəraitindən də asılıdır. 2 landşaft tipində molibdenin miqdarı təyin edilmişdir (cədv.50). Bunlardan hansının molibdenin miqdarı ilə əlaqəsinin daha sıx olduğunu təyin etmək üçün biserial korrelyasiya əmsalını hesablamalı.

Cədvəl 50

## Landsaft tiplərinə görə geokimyəvi planalmanın nəticələri

Sıra № si	I tip landsaft	II tip landsaft
	$M_0, 10^{-6}$	$M_0, 10^{-6}$
1	5	1
2	10	5
3	2	2
4	5	10
5	20	20
6	10	10
7	5	20
8	10	30
9	5	20
10	30	30
11	2	40
12	2	50
13	10	20
14	20	30
15	1	40
16	2	40
17	20	30
18	10	40
19	10	40
20	1	50

$r_{bs}$ -i tapmaq üçün aşağıdakı cədvəl üzrə hesablamaları aparaq (cədv.51).

Cədvəl 51

$M_0, 10^{-6}$	Landsaft		$P_i$	$P_i X_i$	$P_i X_i^2$
	tip I	Tip II			
1	2	1	3	3	3
2	4	1	5	10	20
5	4	1	5	25	125
10	6	2	8	80	800
20	3	4	7	140	2800
30	1	4	5	150	4500
40	-	5	5	200	8000
50	-	2	2	100	5000
Cəm	$n_1=20$	$n_2=20$	$N=40$	708	21248

$$\bar{X}_I = (2 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 10 + 3 \cdot 20 + 1 \cdot 30) / 20 = 8$$

$$\bar{X}_{II} = (1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 10 + 4 \cdot 20 + 4 \cdot 30 + 5 \cdot 40 + 2 \cdot 50) / 20 = 26.4$$

$$S_x^2 = \frac{1}{N-1} \left[ \sum P x^2 - \frac{(\sum P x)^2}{N} \right] = \frac{1}{40-1} \left[ 21248 - \frac{(708)^2}{40} \right] \approx 224$$

$$S_x \approx 15$$

$$r_{bs} = \frac{\bar{X}_{II} - \bar{X}_I}{S_x} \sqrt{\frac{n_1 n_2}{N(N-1)}} = \frac{26.4 - 8}{15} \sqrt{\frac{20 \cdot 20}{40 \cdot 39}} \approx 0.63$$

$$r_{kr.0.05,38} = 0.30$$

$$r_{bs} = 0.63 > r_{kr.0.05,38} = 0.30$$

Beləliklə, molibden II tip landşaftla daha sıx əlaqədardır və landşaft şəraitinin geokimyəvi planlaşmanın nəticələrinə təsiri müəyyən olduğuna görə, ya «landşafta görə təshih» və ya hər landşaft tipinə görə məlumatın ayrı-ayrılıqda hesablanması məsələsi nəzərdən keçirilə bilər.

**6.2.3. Miqdari geoloji informasiya.** Miqdari verilənlərlə tədqiqat aparıldıqda adətən onların arasındakı əlaqənin sıxlığını və istiqamətini təyin etmək üçün cüt korrelyasiya (xətti korrelyasiya) parametrik əmsalından istifadə edilir.

Korrelyasiya əmsalının seçmədə qiyməti aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n S_x S_y} \quad (171);$$

Burada,  $n$ -seçmənin həcmi,  $\bar{X}$  və  $\bar{Y}$   $X$  və  $Y$  təsadüfi kəmiyyətlərinin seçmə üzrə orta qiymətləri,  $S_x$  və  $S_y$  onların standart sapmalarının seçmə üzrə qiymətidir. Adətən, hesablamaları daha asan aparmaq üçün aşağıdakı düsturdan istifadə edilir:

$$r_{xy} = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n X_i \right)^2} \cdot \sqrt{n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n Y_i \right)^2}} \quad (172);$$

Burada,  $X_i$ ,  $Y_i$  qoşma  $X$  və  $Y$  əlamətlərinin cüt qiymətləri,  $n$ -seçmənin həcmi,  $\bar{X}$  və  $\bar{Y}$  orta qiymətdir.  $r_{xy}$ -in xətası  $S_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$  ilə, əgər

$n \leq 100$  olsa,  $S_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$  ilə hesablanır. Korrelyasiya əmsalı -1 ilə +1

arasında dəyişir. Əgər tədqiq edilən əlamətlər bir-birindən asılı deyilsə,  $r=0$ , əlamətlər arasında əlaqə güclü olduqca bu əmsalın qiyməti də böyük olur. Əgər bir əlamətin böyük qiymətlərinə o biri əlamətin də böyük qiymətləri uyğun gəlsə, korrelyasiya müsbət işarəli, əks halda bir əlamətin kiçik qiymətlərinə o birinin böyük qiymətləri uyğun gəlsə, o mənfi işarəli olur.

Müşahidələrin sayı az olduqda ( $n < 10$ ),  $r$ -in qiyməti korrelyasiya əmsalının həqiqi qiymətindən az alınır. Buna görə belə hallarda aşağıdakı düsturdan istifadə etmək lazımdır:

$$r^* = r \left[ 1 + \frac{1-r^2}{2(n-3)} \right] \quad (173);$$

Korrelyasiya əmsalının təxmini qiymətini qrafik yolla nöqtələrin korrelyasiya sahəsi vasitəsilə təyin etmək olar. Bu sahə  $X$  və  $Y$  kəmiyyətlərinin medianlarına uyğun olan xətlərlə 4 kvadranta bölünür (şək.24). Bu halda korrelyasiya əmsalı aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad (174);$$

Bu əmsala Blomkvistin tetraxorik korrelyasiya əmsalı deyilir. Burada,  $n_1$ -I və III kvadrantlardakı nöqtələrin cəmi,  $n_2$ -II və IV kvadrantlardakı nöqtələrin cəmidir.

Əgər bütün kvadrantlardakı nöqtələrin sayı təxminən bərabər olsa,  $r$ -in qiyməti sıfıra yaxın olacaqdır. Əgər nöqtələrin çoxu I və III kvadranta düşsə əlaqə müsbət, II və IV kvadranta düşsə isə əksinə mənfi olacaqdır. Məs.Şək.24-də həcmi kütlə ilə  $P_2O_5$  arasında

korrelyasiya əmsalı  $r = \frac{(23 + 24) - (3 + 5)}{(23 + 24) + (3 + 5)} \approx 0.71$ ;

həcmi kütlə və  $Al_2O_3$  arasında isə

$$r = \frac{(4 + 3) - (10 + 10)}{(4 + 3) + (10 + 10)} \approx -0.48$$

$r$ -in əhəmiyyətliliyini, yəni baş məcmuda həqiqi korrelyasiyanın sıfıra bərabər olması barədə hipotezi ( $H_0; \rho(X, Y) = 0$ ) xüsusi cədvəl vasitəsilə (əlavələr cədv.21) yoxlayırlar. Bu cədvəldə  $n-2$  sərbəstlik dərəcəsinə ( $\nu$ ) və qəbul edilmiş  $\alpha$  (adətən 0.05) əhəmiyyətlik

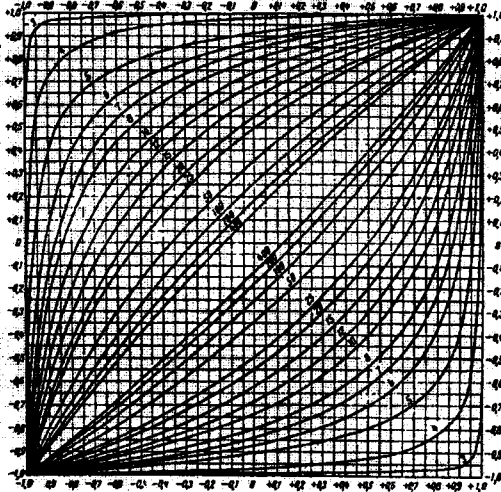
səviyyəsində  $r_{\alpha, v}$  kritik qiyməti tapırlar. Əgər  $r > r_{\alpha, v}$  olsa,  $H_0: \rho = 0$  hipotezi rədd edilir və  $r < r_{\alpha, v}$  olduğu halda isə o təsdiq olunur.

Seçmə üzrə korrelyasiya əmsalının əhəmiyyətliliyi Styudent paylanmasının cədvəlləri vasitəsilə də təyin edilə bilər. Bunun üçün

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{1-r^2} \quad (175)$$

statistikası hesablanır. Bu statistika  $v = n - 2$  sərbəstlik dərəcəsi ilə Styudent qanunu üzrə paylanır. Sonra verilmiş  $\alpha$  və  $n - 2$  sərbəstlik dərəcəsinə  $t$ -nin kritik qiyməti ( $t_{st}$ ) cədvəldən (əlavələr cədv.8) götürülür. Əgər  $t > t_{st}$   $H_0$  rədd edilir, əksinə  $t_{st} \geq t$  olsa, bu hipotez qəbul edilir.

Korrelyasiya əmsalı üçün vəkalət intervalı 95%-li vəkalət sərhədləri qrafikinə köməyi vasitəsilə təyin edilə bilər (şək.28). Bunun üçün absis oxu üzrə seçmə korrelyasiya əmsalının qiyməti qeyd edilir və bu nöqtədən əyri xətlər məcmuunu kəsən normal qaldırılır. Bu xəttin seçmənin verilmiş həcminə uyğun əyriylə kəsişmə nöqtələri tapılır. Bu nöqtələrin ordinatları vəkalət sərhədlərinin qiyməti qəbul edilir. Əgər alınmış sərhədlərə 0 qiyməti daxil deyilsə, onda  $H_0: \rho = 0$  hipotezi rədd edilir, əks halda  $H_0$  qəbul edilir.



Şək.28. Korrelyasiya əmsalı üçün 95%-li vəkalət intervalı qrafiki



Korrelyasiya əmsalının düzgün tətbiq edilməsi üçün X və Y təsadüfi dəyişən kəmiyyətlərinin ikiölçülü qoşma qiymətləri məcmuu normal paylanmalıdır. Riyazi statistikadan məlumdur ki, sınaqların sayı az və korrelyasiya nisbətən güclü olduqda ( $r > 0.5$ ) normal məcmudan götürülmüş  $n$  seçmənin korrelyasiya əmsalının paylanması normal əyridən fərqlənir.  $\rho$ -nun vahidə yaxınlaşan qiymətlərində empirik korrelyasiya əmsalının ( $r$ ) paylanma əyrisi getdikcə daha çox asimmetrik olur. Buna görə az saylı seçmə üzrə hesablanmış və 0.5-dən çox fərqlənən empirik korrelyasiya əmsalı baş parametrin ( $\rho$ ) dəqiq qiyməti ola bilməz.

Bunu nəzərə alaraq Fişer  $r$ -in qiymətinə görə  $\rho$ -nun daha dəqiq qiymətləndirilməsi üsulunu tapa bilmişdir. Bu korrelyasiya əmsalını çevrilmiş  $Z$  kəmiyyəti ilə əvəz etməkdən ibarətdir.

$$Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} = 1.15129 \lg \frac{1+r}{1-r} \quad (176);$$

$Z$ -in paylanması seçmənin həcmindən və baş məcmuda  $\rho$ -nun qiymətindən az asılıdır.  $Z$   $-\infty$  ilə  $+\infty$  arasında dəyişir və onun paylanması sürətlə normal paylanmaya yaxınlaşır. Korrelyasiya əmsalına görə  $Z$ -in qiyməti Əlav. cədvəl 22-dən tapılır.  $Z$ -in həqiqilik kriterisi

$$t_z = Z \sqrt{n-3} \quad (177)$$

düsturu ilə yoxlanılır. Bu kriteri hər hansı həcmli seçmə üçün yararlıdır. Sıfır hipotezi Styudentin  $t$  kriterisi vasitəsilə qəbul edilmiş əhəmiyyətlik səviyyəsi və  $k = n-2$  sərbəstlik dərəcəsində yoxlanılır (əlavələr, cədv. 8).

Əgər  $t_z > t_{\alpha, n-2}$   $H_0$  rədd edilir, əks halda o qəbul edilir.

Misal. Polimetal yatağının filizlərində Cu və Zn-in miqdarı 50 nümunədə %-lə təyin edilmişdir (cədv. 52). Onların arasındakı korrelyasiyanı yoxlamalı və korrelyasiya əmsalının əhəmiyyətliliyini qiymətləndirməli.

Burada Cu üçün artma sırası ilə düzdükdə 25-ci ədəd 0.20, 26-cı ədəd isə 0.23-dür. Buna görə Cu üçün  $Me_{Cu} = 0.22\%$ . Eynilə  $Z_n$  üçün  $Me_{Zn} = 3.25\%$ .

Onda medianlara görə yuxarıda deyildiyi kimi korrelyasiya sahəsini 4 kvadranta bölsək (şək. 24-də olduğu kimi) I kvadranta-20, II kvadranta-4, III kvadranta-22 və IV kvadranta isə 4 nöqtə düşür.

Cədvəl 52

Sıra № si	Cu %	Zn %	Sıra № si	Cu %	Zn %
1	0.26	8.67	26	0.02	1.18
2	0.20	4.47	27	0.15	2.90
3	1.26	2.02	28	0.25	2.90
4	0.34	8.46	29	1.17	9.25
5	0.06	0.42	30	0.06	1.00
6	0.11	3.20	31	0.05	1.58
7	0.14	3.49	32	0.23	3.12
8	0.09	1.70	33	0.09	0.63
9	0.26	3.82	34	0.15	0.90
10	0.29	4.66	35	0.06	1.71
11	0.12	3.30	36	0.10	3.20
12	0.02	1.85	37	0.44	8.20
13	0.12	2.60	38	0.08	1.05
14	0.38	5.53	39	0.02	0.65
15	0.30	8.41	40	0.02	1.30
16	0.02	1.76	41	0.02	0.94
17	0.34	8.46	42	1.06	29.30
18	1.26	22.82	43	0.58	18.28
19	2.22	15.88	44	0.54	6.15
20	0.75	4.20	45	0.11	1.92
21	4.64	13.48	46	0.08	7.44
22	3.64	35.97	47	0.52	3.30
23	0.95	8.02	48	0.3	24.37
24	0.09	1.47	49	0.26	2.60
25	0.02	0.85	50	0.37	11.34

Beləliklə,  $n_1=20+22=42$  və  $n_2=4+4=8$ .

Onda korrelyasiya əmsalının təxmini qiyməti

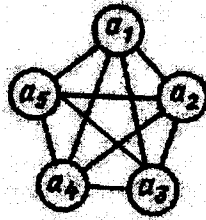
$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = \frac{42 - 8}{42 + 8} = \frac{34}{50} = 0.68$$

Xətti korrelyasiya əmsalını verilənlərə əsasən dəqiq hesabladığımızda  $r=0.63$  alırıq. Əlav. cədvəl 21-ə əsasən  $\alpha=0.05$  və 50-2 sərbəstlik dərəcəsinə  $r_{kr} \approx 0.28$

$r > r_{kr}$  olduğu üçün  $H_0$  hipotezi rədd edilir. Deməli Cu və Zn arasında statistik əhəmiyyətli əlaqə vardır.

Biz bunu Z kriterisi ilə də yoxlaya bilərik.

$$t_z = Z \sqrt{\frac{1+r}{n-3}} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} \sqrt{n-3} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+0.63}{1-0.63} \sqrt{50-3} = \frac{1}{2} \ln \frac{1.63}{0.37} \sqrt{0.47} = 5.09$$



Şək.29. Tam qraf.

Styudent paylanmasının cədvəlinə görə  $\alpha=0.05$  və  $50-2=48$  sərbəstlik dərəcəsində  $t_{kr}=2.01$ . Beləliklə,  $t_{hes} > t_{kr}$  olduğu üçün bu halda da  $H_0$  hipotezi rədd edilir. Eynilə, 95% vəkalət sərhədləri qrafikindən korrelyasiya əmsalı üçün 0.4 və 0.8 vəkalət sərhədləri tapırıq. 0 bura daxil olmadığı üçün  $H_0$  hipotezi rədd edilir.

Az həcmli seçmə üzrə hesablanmış korrelyasiya əmsalının statistik əsaslılığı hələ heç nəyi sübut etmir, çünki təkrar seçmədə sıfır hipotezi əsassız ola bilər. Korrelyasiya əmsalının verilmiş dəqiqliyi üçün seçmənin tələb olunan həcmi aşağıdakı düsturla hesablamaq olar:

$$n = \frac{t^2}{Z^2} + 3 \quad (178);$$

Burada, n-seçmənin axtarılan həcmi, t-Styudent cədvəlinə görə qəbul edilmiş əhəmiyyətlik səviyyəsində qiymət, Z-empirik korrelyasiya əmsalının çevrilmiş (Fişerə görə) qiymətidir.

Misal.  $n=14$  üçün  $r=0.482$ . Bu qiymətə  $Z=0.523$  uyğundur.

$t_Z = 0.523 \sqrt{14 - 3} = 1.73$ . Styudent cədvəlinə görə  $\alpha=0.05$  və  $k=14-2=12$ -də  $t_{kr}=2.18$ . Deməli,  $H_0$  öz qüvvəsində qalır. Yuxarıdakı düsturdan istifadə edərək  $\alpha=0.01$  -də (buna  $t=3.05$  uyğun gəlir) seçmənin korrelyasiya əmsalının həqiqiliyi barədə fikir yürütmək üçün zəruri olan müşahidələrin sayını təyin edək:

$$n = \frac{3.05^2}{(0.523)^2} + 3 = 37.$$

Deməli, müşahidələrin sayını (n) heç olmasa 37-yə çatdırmaq lazımdır ki,  $P > 0.99$  ehtimalla sıfır hipotezini rədd etmək və seçmə üzrə

korrelyasiya əmsalını statistik həqiqi olduğunu hesab etmək mümkün olsun.

Korrelyasiya əmsalları arasındakı fərqin qiymətləndirilməsi. Müstəqil seçmələrdə hesablanmış korrelyasiya əmsallarını müqayisə edərkən sıfır hipotezi baş məcmuda bu göstəricilər arasındakı fərqin sıfıra bərabər olmasından ibarətdir. Bunu Z metodundan istifadə edib, t kriterisi ilə yoxlamaq olar. Bu zaman t  $Z_1-Z_2$ -nin öz xətasına bölünməsi ilə müəyyən edilir:

$$t_{dz} = \frac{Z_1 - Z_2}{\sqrt{\frac{1}{n_1 - 3} + \frac{1}{n_2 - 3}}} \quad (179);$$

Misal. Polimetal yatağında götürülmüş eyni həcmli seçmələrdə ( $n=50$ ) Cu ilə Zn arasında korrelyasiya əmsalı  $r_1=0.56$  və  $r_2=0.69$ ,  $r_1-r_2=0.13$ . Bu fərqin həqiqiliyini yoxlayaq. Bunun üçün korrelyasiya əmsallarının qiymətlərini Z-in qiymətlərinə keçirək:

$$Z_1=0.633 \text{ və } Z_2=0.848$$

$$t_{dz} = \frac{0.848 - 0.633}{\sqrt{\frac{1}{47} + \frac{1}{47}}} \approx 1.05$$

Burada t-nin kritik qiymətini cədvəldən verilmiş  $\alpha$  və  $k=(n_1-2)+(n_2-2)$  sərbəstlik dərəcəsində təyin edirik.  $\alpha=0.05$  və  $k=(50-2)+(50-2)=96$  üçün  $t_{kr}=1.98$ .  $t_{dz} < t_{kr}$  olduğu üçün sıfır hipotezi öz qüvvəsində qalır.

Korrelyasiyaya münasibəti. Tədqiq edilən dəyişənlərin arasında əlaqə qeyri-xətti olduqda, əlaqə sıxlığını K.Pirson tərəfindən təklif edilmiş korrelyasiya münasibəti göstəricisi ilə qiymətləndirmək lazımdır.

Korrelyasiya münasibəti aşağıdakı yolla hesablanır. Tutaq ki, Y dəyişəninin X-dən asılılığı tədqiq edilir. X-in qiymətlərini k sinifə bölək və hər sinif üçün orta qiymət hesablayaq.

$$\bar{Y}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij} \quad (180);$$

burada  $n_j$ -j intervalına düşən nöqtələrin sayı,  $\sum_{j=1}^k n_j = N$ ;  $Y_{ij}$ -Y-in

j intervalına mənsub olan qiymətləridir.

Korrelyasiya münasibəti aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$\eta_{yx} = \frac{\tilde{S}_{Y_i}}{S_Y} = \left[ \frac{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^k (\bar{Y}_j - \bar{Y})^2 n_j}{(N-1)S_Y^2} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \frac{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^k (\bar{Y}_j - \bar{Y})^2 n_j}{(N-1) \left[ \sum_{i=1}^N Y_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^N Y_i \right)^2}{N} \right]} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (181);$$

Burada-  $\bar{Y}$ -orta qiymət,  $S_Y^2$  -Y-in dispersiyasıdır (seçmə üzrə),  $\tilde{S}_{Y_i}$  qrup orta qiymətlərinin standart sapması,  $S_Y$  isə Y-in ümumi standart sapmasıdır. Analoji olaraq  $\eta_{x/y} = S_{\tilde{x}} / S_x$  (182);

Korrelyasiya münasibətinin qiyməti 0 ilə 1 arasında dəyişir. Ümumi halda  $\eta_{y/x} \neq \eta_{x/y}$ .

Korrelyasiya münasibətinin sıfırdan fərqliliyinin statistik əhəmiyyətliyi bir neçə üsulla müəyyən edilə bilər:

I. Student kriterisi vasitəsilə. Qəbul edilmiş  $\alpha$  və  $m=n-2$  üçün

$$t_{hes} = \eta \sqrt{\frac{n-2}{1-\eta^2}} \geq t_{kr} \quad (182);$$

olduqda  $H_0$  rədd edilir. Burada  $\alpha$ -əhəmiyyətlik səviyyəsi, m-sərbəstlik dərəcəsi, n-seçmənin həcmidir.

II. Fişer kriterisi vasitəsilə.

$$F_{hes} = \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \frac{n-k}{k-1} > F_{kr} \quad (184);$$

Burada, n-seçmənin həcmi, k-siniflərin sayıdır. Qəbul edilmiş əhəmiyyətlik səviyyəsində- $\alpha$ , və  $k_1=k-1$  (sətir üzrə götürülür) və  $k_2=n-k$  (birinci sütundan götürülür) sərbəstlik dərəcəsinə  $F_{hes} > F_{kr}$  olsa,  $H_0$  hipotezi rədd edilir.

III.  $\theta$  kriterisi vasitəsilə .

$$\theta = \frac{\eta^2(N-k-2)}{(1-\eta^2)(k-2)} \sqrt{\frac{(k-2)(N-k-4)}{2(N-4)}} \quad (185);$$

Burada, N-seçmənin həcmi, k-siniflərin sayıdır. Həqiqi korrelyasiya münasibəti sıfıra bərabər olanda  $\theta$ -riyazi gözləməsi 0 və dispersiyası 1 olmaqla normal paylanır. Bu da normal paylanma cədvəllərinə görə verilmiş güvənilmə ehtimalına görə  $\theta$ -nın kritik qiymətini təyin etməyə imkan verir.

Tədqiq edilən asılılığın xətti və qeyri-xətti olub-olmaması barədə statistik əsaslandırılmış nəticə çıxarmaq üçün

$$V_2 = \frac{N-k}{k-2} \frac{\eta^2_{YX} - r^2_{XY}}{1-\eta^2_{YX}} \quad (186);$$

kriterisini hesablamaq və  $V_2$ -ni  $F_{\alpha,k-2,N-k}$  ilə müqayisə etmək lazımdır. Əgər  $V_2 < F_{\alpha,k-2,N-k}$ , onda xətti modeli inkar etməyə heç bir əsas yoxdur.

Misal. Polimetal yataqda 60 nümunə götürülmüş və onlarda qızıl (q/t) və qurğuşunun (%) miqdarı təyin edilmişdir. Hesablamalara görə bunların arasında xətti korrelyasiya əmsali  $r = -0.081$ , qızılın standart sapması isə  $S_Y = 1.006$ -r. Qızıl və qurğuşunun arasında korrelyasiya münasibətini, onun statistik əhəmiyyətliliyini və asılılığın xətti və ya qeyri-xətti olmasını yoxlamaq lazımdır. Lazım olan məlumatlar cədvəldə verilmişdir.

Cədvəl 53

Sıra №-si	Qurğuşun üzrə qruplaşma sinifləri X	Qızılın siniflər də orta qiyməti $Y_i$	Siniflər də nümun ələrin sayı $n_i$	$\bar{Y}_i - \bar{Y}$	$(\bar{Y}_i - \bar{Y})^2$	$(\bar{Y}_i - \bar{Y})^2 n_i$
1	0.20-0.75	0.80	10	-0.99	0.980	9.800
2	0.76-1.25	1.75	15	-0.04	0.002	0.030
3	1.26-1.75	2.90	11	1.11	1.232	1.367
4	1.75-2.25	3.10	6	1.31	1.716	10.296
5	2.26-2.75	2.45	3	0.66	0.436	1.308
6	2.76-3.25	0.28	3	-1.51	2.280	6.840
7	3.26-3.75	0.92	4	-0.87	0.757	3.028
8	3.76-4.25	1.80	3	0.01	0	0
9	4.26-4.75	1.47	2	-0.32	0.102	0.204
10	4.76-5.25	1.34	3	-0.45	0.202	0.606

$$\sum_{i=1}^k (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2 n_i = 33.479$$

$$\tilde{S}_{Y_i} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^k (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2 n_i} = \sqrt{\frac{1}{60} \cdot 33.479} = 0.747$$

$$\eta_{y/x} = \frac{\tilde{S}_{Y_i}}{S_Y} = \frac{0.747}{1.006} = 0.743$$

Korrelyasiya münasibətinin sıfırdan fərqliliyinin statistik əhəmiyyətliliyini Styudentin t-kriterisi ilə müəyyən edək:

$$t_{hes} = \eta \sqrt{\frac{n-2}{1-\eta^2}} = 0.743 \sqrt{\frac{60-2}{1-0.743^2}} = 8.46$$

$\alpha=0.05$  və  $60-2=58$  sərbəstlik dərəcəsinə  $t_{kr}=2.00$

$t_{hes}=8.46 > t_{kr}=2.00$  olduğu üçün  $H_0$  hipotezi rədd edilir və alınmış korrelyasiya münasibəti statistik əhəmiyyətlidir.

Tədqiq edilən asılılığın xətti və ya qeyri-xətti odlub-olmamasını yoxlayaq:

$$V_2 = \frac{N-k}{k-2} \cdot \frac{\eta^2_{y/x} - r^2_{xy}}{1-\eta^2_{y/x}} = \frac{60-10}{10-2} \cdot \frac{0.743^2 - 0.081^2}{1-0.743^2} = 7.61$$

$$F_{0.05,10-2,60-10} = 3.00. \quad V_2 > F$$

$V_2 > F_{0.05,8,50}$  olduğu üçün xətti modeli rədd etmək lazımdır. Deməli polimetal yataqda Au və Pb arasında statistik əhəmiyyətli qeyri-xətti asılılıq vardır.

### 6.3. Çoxölçülü korrelyasiya analizi

**6.3.1. Çoxölçülü korrelyasiya haqqında anlayış.** Geologiyada ikiölçülü analizlə bərabər, korrelyasiya əlaqələrinin çoxölçülü analizi də tətbiq edilir. Bu zaman korrelyasiya eyni vaxtda bir neçə dəyişən əlamət arasında ölçülür.

N-ölçülü normal paylanmaya malik təsadüfi kəmiyyətlərin statistik xassələri onların kovariasiya və korrelyasiya matrisaları vasitəsilə verilir. Bu məqsədlə  $m \times n$  tərtibli [A] matrisi özünün soldan transpozislənmiş (sətirlərlə sütunların yeri dəyişilmiş) analoquna [A<sup>T</sup>]

vurulur və bu zaman əlavə vuruq  $\left( \begin{matrix} [E] \\ -\frac{[J]}{m} \end{matrix} \right)$  daxil edilir. Burada [E]

$n \times n$  tərtibli vahid matris,  $[J]$ -ancaq vahidlərdən ibarət  $n \times n$  tərtibli matris,  $m$ -ilkın matrisin sətirlərinin sayıdır.

$$[A]^T \left( [E] - \frac{[J]}{m} \right) [A] = [L] \quad (187);$$

Alınmış  $[L]$  matrisi  $n \times n$  tərtibli.  $[L]$  matrisini  $\frac{1}{m-1}$ -ə

vurmaqla  $[C]$  kovariasiya matrisini alırıq. Bu matrisin diaqonal elementləri dispersiyalar, qalan elementləri isə kovariasiyalardır. Əgər kovariasiya matrisini standartlaşdırılmış dəyişənlər üçün hesablasaq (yəni onu  $\frac{1}{S_i \cdot S_j}$ -ə vursaq)  $[R]$  korrelyasiya matrisini alırıq. Bu

matrisdə diaqonal elementlər vahidə, qalan elementlər isə uyğun əlamətlər arasında cüt korrelyasiya əmsallarına bərabərdir.

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & r_{x_1 x_2} & \dots & r_{x_1 x_n} \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ r_{x_n x_1} & r_{x_n x_2} & \cdot & 1 \end{bmatrix} \quad (188);$$

Bir neçə təsadüfi kəmiyyətin qarşılıqlı əlaqəsini öyrənmək üçün uyğun cüt və xüsusi korrelyasiya əmsalları, bir təsadüfi kəmiyyətin qalan təsadüfi kəmiyyətlərdən asılılığını qiymətləndirmək üçün isə çoxluq korrelyasiya əmsalı hesablanır.

Xüsusi korrelyasiya əmsalı bütün başqa təsadüfi kəmiyyətlərin təsiri aradan götürüldüyü halda iki təsadüfi kəmiyyət arasında xətti asılılığın ölçüsünü qiymətləndirir. Xüsusi korrelyasiya əmsalı  $r_{ij,q}$  kimi göstərilir. Burada  $q$  1, 2, 3, ...,  $m$  indeksləri yığındır ( $i$  və  $j$ -siz). Bu halda  $r_{ij,q}$  korrelyasiya əmsalı  $i$  və  $j$  əlamətlərinin xətti əlaqəsini qiymətləndirir. O biri əlamətlərin isə təsiri kənar edilmişdir.  $r_{ij,q}$  aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$r_{ij,q} = \frac{r_{ij} - r_{iq} \cdot r_{jq}}{\sqrt{(1 - r_{iq}^2)(1 - r_{jq}^2)}} \quad (189);$$

məsələn, əlamətlərin sayı 3 olsa;

$$r_{123} = \frac{r_{12} - r_{13} r_{23}}{\sqrt{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}} \quad (190);$$

Matris şəklində yazdıqda



$$r_{ij,q} = \frac{C_{ij}}{\sqrt{C_{ii} \cdot C_{jj}}} \quad (191);$$

Burada  $C_{ij}$  -korrelyasiya matrisinin determinantında uyğun  $r_{ij}$  elementinin cəbri tamamlayıcısıdır. Xüsusi korrelyasiya əmsalının qiyməti -1 ilə +1 arasında dəyişir. Çoxluq korrelyasiya əmsalı

$$R_{i,k} = \sqrt{1 - \frac{1}{C_{ii}}} \quad (192);$$

düsturu ilə hesablanır. Burada,  $k$   $m-1$  indeksin yığını,  $C_{ii}$  isə  $[R]$   $^1$  matrisinin diaqonal elementidir.  $0 \leq R_{i,k} \leq 1$ . Əgər əlamətlər arasında əlaqə yoxdursa,  $k=0$ . Əlamətlərin sayı 3 olsa,

$$R = \sqrt{\frac{r_{13}^2 + r_{23}^2 - 2r_{12}r_{13}r_{23}}{1 - r_{12}^2}} \quad (193);$$

Misal. Polimetal yataqların birində 50 nümunə götürülmüş və onlarda başqa elementlərlə bərabər Cu, Zn və Pb-in %-lə miqdarı təyin edilmişdir. Bu elementlər arasında korrelyasiya əmsalları hesablanmışdır:  $r_{Cu-Zn}=0.629$ ,  $r_{Cu-Pb}=0.046$  və  $r_{Pb-Zn}=0.572$ . Üçüncü elementlərin təsirini yox etməklə Cu və Zn, Cu və Pb, Pb və Zn arasında xüsusi korrelyasiya əmsallarını təyin edək:

$$R_{Cu-Zn-Pb} =$$

$$\frac{r_{Cu-Zn} - r_{Cu-Pb} \cdot r_{Zn-Pb}}{\sqrt{(1 - r_{Cu-Pb}^2)(1 - r_{Zn-Pb}^2)}} = \frac{0.629 - 0.046 \cdot 0.572}{\sqrt{(1 - 0.046^2)(1 - 0.572^2)}} = \frac{0.603}{\sqrt{0.672}} \approx 0.735$$

$$R_{Cu-Pb-Zn} = \frac{0.046 - 0.629 \cdot 0.572}{\sqrt{(1 - 0.629^2)(1 - 0.572^2)}} = \frac{0.046 - 0.36}{\sqrt{0.389}} = -0.503$$

$$r_{Pb-Zn-Cu} = \frac{0.572 - 0.629 \cdot 0.046}{\sqrt{(1 - 0.629^2)(1 - 0.046^2)}} = \frac{0.543}{\sqrt{0.604}} = 0.777$$

Çoxluq korrelyasiya əmsalı R isə

$$R = \sqrt{\frac{r_{Cu-Pb}^2 + r_{Zn-Pb}^2 - 2r_{Cu-Zn} \cdot r_{Cu-Pb} \cdot r_{Zn-Pb}}{1 - r_{Cu-Zn}^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{0.064^2 + 0.572^2 - 2 \cdot 0.629 \cdot 0.064 \cdot 0.572}{1 - (0.629)^2}} = 0.472$$

Xüsusi korrelyasiya əmsallarının sifıra bərabər olması barədə hipotezi yoxlamaq üçün əlamətlərin sayı 3 olduqda, t kriterisindən aşağıdakı düstur vasitəsilə istifadə etmək olar:

$$t = \frac{r_{xüs} \sqrt{n-m}}{\sqrt{1-r_{xüs}^2}} \quad (194);$$

Burada n-seçmənin həcmi, m-asılı əlamətlərin sayıdır.  $t_{hes} > t_{\alpha, n-3}$  olduqda, sıfır hipotezi rədd edilir. Burada  $\alpha$ -əhəmiyyətlik səviyyəsi, n-3 sərbəstlik dərəcəsidir.

$H_0$  hipotezini hesabladığımız xüsusi korrelyasiya əmsalları üçün yoxlayaq:

$$t_{Cu-Zn} = \frac{0.735 \sqrt{50-2}}{\sqrt{1-0.735^2}} = 7.51$$

$$t_{Cu-Pb} = \frac{-0.503 \sqrt{50-2}}{\sqrt{1-0.503^2}} = -4.03$$

$$t_{Pb-Zn} = \frac{0.777 \sqrt{50-2}}{\sqrt{1-0.777^2}} = 8.54$$

$\alpha=0.05$  və  $50-3=47$  sərbəstlik dərəcəsinə  $t_{0.05,47}=2.01$ . Deməli, hesablanmış xüsusi korrelyasiya əmsalının üçü üçün də sıfır hipotezi rədd edilir. Çoxluq korrelyasiya əmsalının sifıra bərabər olması barədə sıfır hipotezi Fişer kriterisi ilə yoxlanır. Bu zaman

$F = \frac{(n-m)R^2}{(m-1)(1-R^2)}$  (195) kəmiyyəti hesablanır. O sıfır hipotezi

şəraitində m-1 və n-m sərbəstlik dərəcəsi olan F paylanmasına malikdir. Əgər  $\alpha$  əhəmiyyətlik səviyyəsində  $F_{hes} > F_{\alpha, m-1, n-m-S\theta}$  sıfır hipotezi rədd edilir.

Bizim misalda

$$F_{hes} = \frac{(50-3) \cdot 0.472^2}{(3-1)(1-0.472^2)} = 6.75$$

$$F_{\alpha, m-1, n-m} = F_{0.05, 2, 47} = 19.5$$

$$F_{hes}=6.75 < F_{kr}=19.5$$

Beləliklə, çoxluq korrelyasiya əmsalı üçün sıfır hipotezi qəbul edilir.

**Kanonik korrelyasiya.** Kanonik korrelyasiya təsadüfi kəmiyyətlər çoxluqları arasındakı əlaqənin sıxlığını təyin edir. Tutaq ki,

$$X^{(1)} = \{X_i, i=1,2,\dots,k\};$$

$$X^{(2)} = \{X_j, j=k+1, k+2, \dots, l\}$$

$$X^{(1)} \cap X^{(2)} = \emptyset; X = X^{(1)} \cup X^{(2)}$$

Tutaq ki,  $P_1=k$ ,  $P_2=l-k$ ,  $P=k+1$  və şərtləşək ki,  $P_1 \leq P_2$ . Ölçüsü  $p \times p$  olan  $R$  korrelyasiya matrisini aşağıdakı bloklara bölək:  $R_{11}-X^{(1)}$  yarımçoxluğunun elementləri arasındakı cüt korrelyasiya əmsallarının  $p_1 \times p_1$  matrisi;  $R_{22}-X^{(2)}$  yarımçoxluğuna aid olan analoji  $p_2 \times p_2$  matrisi;  $R_{12}=R_{21}$   $p_1 \times p_2$  və  $p_2 \times p_1$  ölçülü matrislər:

$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \quad (196);$$

$X^{(1)}$  və  $X^{(2)}$  təsadüfi kəmiyyətlər yarımçoxluqları arasında xətti əlaqənin sıfıra bərabər olduğunu güman edən sıfır hipotezi aşağıdakı şəkildə olur:

$$H_0: R = \begin{pmatrix} R_{11} & 0 \\ 0 & R_{22} \end{pmatrix} \quad (197);$$

$H_1$  hipotezi isə bu yarım çoxluqların bir-birindən asılı olduğunu göstərir.  $H_0$  və ya  $H_1$ -in seçilməsi kanonik korrelyasiya əmsallarının qiymətləri əsasında həyata keçirilir ki, bunların qiymətləri  $(v_1, v_2, \dots, v_{p-1} \in v)$

$$R_{12}R_{22}^{-1}R_{21} - v^2R_{11} = 0 \quad (198)$$

tənliyinin sıfıra bərabər olmayan kökləri kimi təyin edilir. Burada  $R_{11}, R_{22}, R_{21}, R_{12}$   $R$  korrelyasiya matrisinin bloklarıdır.

Kanonik korrelyasiyanın məzisi ondan ibarətdir ki,  $X^{(1)}$  və  $X^{(2)}$  yarımçoxluqlarını təşkil edən kəmiyyətlərin elə xətti kombinasiyaları tapılır ki, onlar  $(U_1)$  maksimal korrelyasiya versinlər. Sonra hər bir yarımçoxluqda elə yeni xətti kombinasiyalar tapılır ki, onlar

maksimal korrelyasiya ( $U_2$ ) şərtini ödəsinlər. Bu zaman  $U_1 \geq U_2$  və alınmış xətti kombinasiyalar ortoqonaldır, yəni korrelyasiyaları yoxdur. Bu kombinasiyaları davam etdirdikdə (onların ümumi sayı  $p$ -ə bərabərdir) getdikjə daha kiçik  $v$ -ləri alırız ki, bunlar da aşağıdakı sıranı təşkil edir:

$$v_1 \geq v_2 \geq \dots \geq v_s \geq \dots \geq v_p$$

$H_0$  hipotezinin yoxlanması aşağıdakı kriteriyə əsaslanır:

$$I = (N - P_2 - 1) \sum_{i=1}^{P_1} \frac{v_i^2}{1 - v_i^2} \quad (199);$$

Burada,  $N - P$  ölçülü seçmənin həcmidir ki, onun əsasında  $R$  matrisi formalaşmışdır. Sıfır hipotezinin düzlüyü şərtində  $I$  kriterisi  $\chi^2$  paylanmasına malikdir. Sıfır hipotezi  $\alpha$  əhəmiyyətlik səviyyəsində və  $f = P_1 - P_2$  sərbəstlik dərəcəsində  $I > \chi^2_{\alpha, f}$  olsa, rədd edilir.  $I > \chi^2_{\alpha, f}$  bərabərsizliyi yerinə yetiriləndə təsadüfi kəmiyyətlərin korrelyasiya edən yarımqoxluqları asılı sayılırlar.

Misal. Tutaq ki,  $A$  çoxluğu verilmişdir.  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ . Onun elementləri arasındakı xətti korrelyasiya əmsalları aşağıdakı cədvəldə (Smirnov, 1981) verilmişdir.

Cədvəl 54

Elementlə $r$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
$a_1$	1	0.8	0.4	0.2	0.1
$a_2$	0.8	1	0.3	0.2	0.2
$a_3$	0.4	0.3	1	0.3	0.3
$a_4$	0.1	0.2	0.3	1	0.7
$a_5$	0.2	0.2	0.3	0.7	1

Seçmənin həcmi  $N=38$ , kanonik korrelyasiya vasitəsilə bu elementləri qruplaşdırmaq tələb olunur.

Bu matrisin maksimal korrelyasiya əmsalı

$$\max r_{kc} = r_{12} = 0.8$$

$$N=38, P_1=1, P_2=1$$

$$I = (38 - 1 - 1) \frac{0.8^2}{1 - 0.8^2} = 64.0$$

$I \chi^2_{0.05, 1} = 3.84$ -dən çox böyük olduğundan  $a_1$  və  $a_2$  arasında əhəmiyyətli əlaqə olduğu haqqında nəticə çıxarılır.

Sonra alınmış  $A_1$  qrupu ilə  $A$  çoxluğunun qalan elementləri arasında kanonik korrelyasiyalar hesablanır.  $A_1$  və  $a_3$  arasında kanonik korrelyasiyanı hesablayaq. Daha kiçik həcmli  $a_3$  qrupuna uyğun gələn yarımmatrisi  $R_{11}$ ,  $\{a_1, a_2\}$  qrupuna uyğun gələn isə  $R_{22}$  ilə işarə edək.

Onda  $P_1=2$ ;  $P_2=1$ .

$$R_{11}=1 \quad R_{22}=\begin{bmatrix} 1 & 0.8 \\ 0.8 & 1 \end{bmatrix}; \quad R_{12}=[0.4; 0.3]; \quad R_{21}=\begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.3 \end{bmatrix};$$

Buradan

$R_{12}R_{22}^{-1}R_{21} - v^2=0$ . Qiymətləri yerinə qoysaq

$$[0.4, 0.3] \begin{bmatrix} 2.78 & -2.22 \\ -2.22 & 2.78 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.3 \end{bmatrix} - v^2=0$$

$v^2=0.1768$ ;  $v=0.42$ .

Alınmış kanonik korrelyasiya əmsalının əhəmiyyətliliyini yoxlayaq:

$$I=(38-1-1) \frac{0.1768}{1-0.1768} = 7.73$$

$$\chi^2_{0.05, 2} = 5.99 < I$$

Beləliklə,  $a_3$  elementinin də  $\{a_1, a_2\}$  qrupu ilə əhəmiyyətli əlaqəsi var və onu bu qrupa daxil edirik və nəticədə  $A_1=\{a_1, a_2, a_3\}$ . Sonrakı hesablamalar  $a_4$  və  $a_5$  elementlərinin də bağlı olduğunu göstərir. Beləliklə,  $A_2=\{a_4, a_5\}$  qrupunu almış oluruq. Son nəticədə bir-birindən asılı olmayan  $A_1=\{a_1, a_2, a_3\}$  və  $A_2=\{a_4, a_5\}$  qruplarını alırıq.

### 6.3.2. Korrelyasiya matrisləri strukturunun tədqiqi üsulları.

Geoloji obyektlərin məcmularının təsnifatının əsasını onların miqdarlarının tədqiq edilən həcmərdə (suxurlarda, minerallarda, filizlərdə) korrelyasiya matrisləri, oxşarlıq ölçüsünü isə cüt korrelyasiya əmsallarının qiymətləri təşkil edir. Geoloji obyektlərin assosiasiyalarının ayrılması  $[R]$  korrelyasiya matrisinin daxilində eynicinsli blokların ( $[R_i]$  tipli yarımmatrislərin) aşkar edilməsindən ibarətdir. Bu yarımmatrislər elə elementlər məcmularına uyğun gəlirlər ki, onların miqdarları xətti müsbət asılılıqla bağlıdırlar.

Geoloji təcrübədə korrelyasiya matrislərinin strukturlarının bir sıra tədqiq üsulları təklif olunmuşdur ki, bunların içində B.İ.Smirnov (1981) altı qrup ayırır:

1. Korrelyasiya matrisinin qraflar nəzəriyyəsinə əsasən analizi;
2. Dendrogramlar vasitəsilə iyerarxik qruplaşdırma (klaster-analiz);
3. Kompakthlıq (yığıcamlıq) məfhumuna əsaslanan metodlar;
4. Korrelyasiya profilləri metodu;
5. Kanonik korrelyasiya;
6. Faktor analizi ideya və üsullarından istifadə edən metodlar.

Korrelyasiya matrisinin qraf nəzəriyyəsinə görə analizi və təsnifatı ən sadə üsullar ilə seçilir. Sonlu  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k, \dots, a_i, \dots, a_p\}$  çoxluğunun arasında xətti korrelyasiya əlaqələri müəyyən edilmişsə, xətlərlə birləşdirilmiş iki və daha çox nöqtəni əhatə edən həndəsi sxem  $G(A)$  qrafı adlanır. Hər bir nöqtə müəyyən bir obyekt (elementi) göstərir.  $A$  çoxluğunun elementləri təpələr, onları birləşdirən xətlər isə tillər adlanır. Tillərlə birləşdirilmiş təpələr qonşu, birləşdirilməyənlər isə təcrid olunmuş adlanır. Əgər qrafın bütün təpələri qonşudursa və onların birləşməsini bütün imkanları həyata keçirilmişsə, qraf tam adlanır (şək.29).

2 və daha çox təpənin dolanmağa imkan verən ( $\dots g_{kl}, g_{lm}, \dots$ ) tillər ardıcılığı zəncir adlanır. Əgər zəncirdə təpələrin hər biri iki dəfə təkrar olunursa, o elementar zəncir adlanır. ( $g_{kl}, \dots, g_{mk}$ ) ardıcılığı sikl adlanır. Sadə sikldə bütün tillər fərqli olur.

$A$  çoxluğunda elementləri müəyyən əlamətə malik olan  $A'$  yarımçoxluğunu ayıraq. Onda  $a_k \in A'$  təpələri, onları birləşdirən tillərlə birlikdə  $G(A)$  qrafının  $G(A')$  yarımqrafını təşkil edəcəklər. Əgər  $A'$ -i qonşu təpələrə uyğun elementlər təşkil edirsə və  $G(A')$  çərçivəsində bütün mümkün olan tillər reallaşmışsa, onda  $G(A')$  tam yarımqraf adlanır. Tam yarımqraf  $G(A)$ -nın daha böyük tam yarımqrafına daxil deyilsə, o maksimal yarımqraf adlanır. Məs.şək.30 b-də olan  $G(A') = \{a_3, a_4, a_5\}$  yarımqrafı tam və maksimaldır. Əgər  $G(A)$  qrafının tilləri nəzərdən keçirilsə,  $G = \{g_{kl}\}$  çoxluğunda elementləri müəyyən şərti ödəyən  $G' = \{g_{kl}\}'$  yarımçoxluğunu ayırmaqla  $G'(A)$  natamam qrafını almış oluruq. Əgər  $G(A)$  qrafının heç bir tili qoyulan tələbə uyğun gəlmirsə, onda  $G'(A)$  natamam qrafı sıfır qrafına çevrilir.

İki  $a_k$  və  $a_l$  ( $k \neq l$ ) təpələri o vaxt rabitəli adlanır ki, ucları bu təpələrdə yerləşmiş zəncir mövcud olsun. Əgər qrafın hər hansı cüt təpəsi rabitəlidirsə, qraf rabitəli adlanır.

Əgər qrafın hər tili ilə bağlı bir ədəd qoyulmuşsa, o çəkili (çəkilməmiş) qraf adlanır.

Bir sıra geoloji məsələlərin həllində korrelyasiya matrisinin hesablanmış nəticələri çox vaxt əlavə riyazi hesablama aparılmadan qraf şəklində göstərilir. Bu məqsədlə cüt korrelyasiya əmsallarının qiymətlərinin diapazonu şərti olaraq bir neçə intervala bölünür (məs. yüksək-  $>0.75$ , orta- $0.5-0.75$ , aşağı- $0.3,-0.5$  və əhəmiyyətsiz- $<0.3$ ) və tillərin uzunluğu uyğun korrelyasiya cüt əmsallarının qiymətlərinə əks mütənəsb götürülür. Yüksək qiymətlər üçün onlar qalın xətlə, orta qiymətlər-nazik bütöv, aşağı qiymətlər isə qırıq-qırıq xətlə göstərilir. Elementlərin çox ölçülü xətti əlaqələrinin bu cür qraflarla təsviri çox ayanidir və cüt korrelyasiya əmsalları üçün sərhəd hədləri artdıqca qruplaşmanın mümkün variantlarının sayı da nəzərə cərpacaq dərəcədə azalır (şək.30).

Qrafların təsvirini, təpələrin sayı çox və onların əksəriyyəti qonşu olduqda, elementləri 0 və 1 olan qonşuluq matrisinin əsasında aparmaq əlverişlidir. Qrafın strukturunu müəyyən edən  $c$  sərhəd qiyməti adətən sıfır hipotezi şəraitində ( $\alpha$  əhəmiyyətlik səviyyəsində) seçmə korrelyasiya əmsalının ən böyük icazə verilən qiymətinə (kritik qiymət) uyğun gəlir. Bu yolla alınmış matrisdə uyğun sətir ( $k$ ) və sütunun ( $l$ ) kəsişməsində 1 varsa ( $r_{kl} > c$  halı), bu müəyyən cüt elementin qarşılıqlı əlaqəsini, sıfır ( $r_{kl} < c$ ) olsa isə, bunların arasında xətti əlaqənin olmamasını göstərir. Bunu aşağıdakı misal ilə izah edək. Tutaq ki,  $A$  çoxluğu verilmişdir.  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ . 38 müşahidədən ibarət seçmədə bu elementlər arasında korrelyasiya əmsalları hesablanmış və nəticədə korrelyasiya matrisi (cədv.54) alınmışdır.

$\alpha=0.05$  və  $f=N-2=36$  sərbəstlik dərəcəsində seçmə korrelyasiya əmsalının kritik qiyməti 0.32-dir. Buradan  $c=0.32$  və qonşuluq matrisi aşağıdakı şəkil alır (cədv.55).

Cədvəl 55

Elementlə $r$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
$a_1$	1	1	1	0	0
$a_2$	1	1	0	0	0
$a_3$	1	0	1	0	0
$a_4$	0	0	0	1	1
$a_5$	0	0	0	1	1

Bu qonşuluq matrisinə uyğun gələn qraf şəkl.30b-də göstərilmişdir. Əgər qonşuluq matrisinin hər bir elementi vahidə bərabədirsə, A çoxluğunun bütün elementləri bir sinifə aiddirlər (bu tam qraf halıdır). Əgər bu matrisin elementlərinin hamısı sıfıra bərabədirsə (sıfır qraf halı), onda qrafın bütün təpələri təcrid olunmuşdur və çoxluq hər biri bir elementdən ibarət siniflərə bölünür.

Korrelyasiya matrisini analiz edən tədqiqatçıların rast gəldiyi ən böyük çətinlik qruplaşdırma nəticələrinin çoxvariantlılığıdır. Məsələ burasındadır ki, tədqiq olunan elementlərin elə assosiasiyalarını ayırmaq lazımdır ki, onlar bir-birilə sıx əlaqədar olsun və deməli tam qraf təşkil etsinlər və ayrılan qrupun tərkibi mümkün qədər geniş olsun.

A çoxluğundan  $a_k$  elementini seçək. Onda  $a_k$  və onunla birləşən bütün təpələr və onları birləşdirən tillər (onlara insident olan tillər)  $G'(A)$  natamam qrafını təşkil edir ki, bu da rabitəlilik komponenti adlanır.

G qonşuluq matrisinin analizini rabitəlilik komponentlərinin müəyyən edilməsindən başlamaq məqsədəuyğundur. Əgər sonuncular tam yarımqrafdırlarsa, eyni zamanda onlar həm də maksimaldırlar. Belə halda verilmiş c sərhəddində A çoxluğunun birmənalı bölgüsü aparılmış və hər rabitəlilik komponenti müəyyən assosiasiyaya uyğun gəlir. Əgər rabitəlilik komponentlərindən heç olmasa biri tam qraf deyildirsə, assosiasiyaların axtarışını davam etdirmək lazımdır. Əlaqəli yarımqrafların sonrakı analizi üçün B.İ.Smirnov (1981) 2 yol təklif edir. Bunlardan birincisinə görə G matrisi əsasında maksimal təcrid olunmuş qrupların formalaşması aşağıdakı şəkildə aparılır. G matrisinin  $g_k = \{g_{1k}, g_{2k}, \dots, g_{pk}\}$  kimi  $g_1, \dots, g_k, g_s, \dots, g_p$  vektorlarının p vektorlar məcmuu kimi nəzərdən keçirək. İki vektor arasında Tanimoto əmsalına əsaslanmış yaxınlıq ölçüsünü daxil edək:

$$S_{kl} = \frac{C_{kl}}{C_{kk} + C_{ll} - C_{kl}} \quad (200);$$

Burada,  $C_{kk}, C_{ll}$  uyğun olaraq  $a_k$  və  $a_l$  elementlərinə məxsus  $g_k$  və  $g_l$  vektorlarında vahidlərin sayı,  $C_{kl}$  vahidlərə görə üst-üstə düşmələrin sayıdır.

$S_{kl}$ -in qiymətləri yeni S matrisinin elementlərini təşkil edirlər. Müəyyən c sərhəd qiymətini seçməklə S rabitə massivini  $G'$  massivinə çevirmək olar:



$$\text{əgər } S_{kl} \geq C \quad g'_{kl} = 1$$

$$\text{əgər } S_{kl} < C \quad g'_{kl} = 0$$

Bu proseduru o vaxta qədər təkrar edirlər ki, tələb olunan təcridedilmə dərəcəsinə malik qruplar əldə edilsin. G qonşuluq matrisinin (cədv.55) verilənlərindən istifadə edərək  $S_{kl}$  Tanimoto əmsalını hesablayaq. Məs.  $a_1$  və  $a_2$  elementlərinə uyğun gələn  $g_1$  və  $g_2$  vektorları üçün

$$S_{12} = \frac{C_{12}}{C_{11} + C_{22} - C_{12}} = \frac{2}{3 + 2 - 2} \approx 0.67$$

Alınan nəticələri  $S_{kl}$  əmsallar matrisi şəklində yazaq:

Cədvəl 56

$S_{kl}$  əmsallarının S matrisi

Elementlə r	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
$a_1$	1	0.67	0.67	0	0
$a_2$	0.67	1	0.33	0	0
$a_3$	0.67	0.33	1	0	0
$a_4$	0	0	0	1	1
$a_5$	0	0	0	1	1

Cədvəl 57

G' qonşuluq matrisi

Elementlə r	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
$a_1$	1	1	1	0	0
$a_2$	1	1	1	0	0
$a_3$	1	1	1	0	0
$a_4$	0	0	0	1	1
$a_5$	0	0	0	1	1

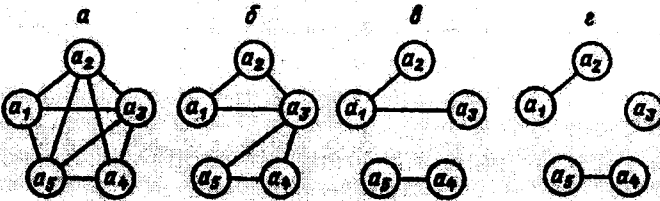
Alınmış S matrisini  $\{S_{kl}; k=1, \dots, p, l=1, \dots, p\}$  (Cədv.56) əlaqə matrisi kimi nəzərdən keçirək və  $C=0.32$  qəbul edək. Onda yeni G' qonşuluq matrisini (cədv.57) almış olarıq. Bu matrisdə A çoxluğunun birmənalı olaraq  $A_1 = \{a_1, a_2, a_3\}$  və  $A_2 = \{a_4, a_5\}$  qruplarına bölündüyü aydın görünür və buna görə də təsnifat proseduru başa çatır.

İkinci yol korrelyasiya matrisindəki dəqiq informasiyadan müxtəlif üsullarla istifadə etməkdən ibarətdir. Bunlardan Terentyevin

P.V. (1964), Vıxandunun L.K. (1960) və “Budaqlanan əlaqələr” (Miller, Kan,1965) üsullarını nəzərdən keçirək.

P.V.Terentyevin metodu ondan ibarətdir ki, müəyyən verilmiş  $c$  (korrelyasiya halqası) sərhəddinə uyğun qurulmuş bir qrafın yerinə eyni  $R$  matrisi əsasında  $\{c_1, \dots, c_l\}$  yığını üçün bir-birindən eyni sabit qiymətlə fərqlənən bir neçə qraf qurulur. Belə qraflar məcmuunu Terentyev P.V. “korrelyasiya silindri” adlandırır. Bu qrafları ardıcıl nəzərdən keçirərək tədqiqatçı elementlərin ən dəyanətli qruplarını ayırır. Bu üsulla aparılan qruplaşdırma şəkl.30-da göstərilmişdir. Burada  $c$ -nin 0.2, 0.3,0.4 və 0.5 qiymətlərindən istifadə edilmişdir. Göründüyü kimi belə yanaşmada tədqiq olunan çoxluğun müxtəlif təsnifatları ola bilər. Bunlardan birinə üstünlük vermək üçün əlavə informasiyanın cəlb edilməsi zəruridir.

R.Kettelin “budaqlanan əlaqələr” metodu məğzinə görə maksimal tam yarımqrafların axtarılma üsulundan ibarətdir. Bu zaman alınmış bir-birini örtən qrupların ümumi üzvlərini çıxarmaq və ya heç olmasa sayını minimuma endirmək üçün aşağıdakıları etmək lazımdır. Korrelyasiya matrisinin verilənlərinə əsasən “əsas cütlər” seçilir. Bunlar  $A$  çoxluğuna daxil olan  $l$  element cütləridir ki, onların arasındakı  $r_{kl}$  korrelyasiya asılılığı,  $A$  çoxluğunun bu cütə daxil olmayan hər hansı elementi ilə  $A \setminus \{a_k, a_l\}$  bu cütün hər hansı elementi arasındakı əlaqədən sıxdır. Belə qrupların sayı bir neçə ola bilər.



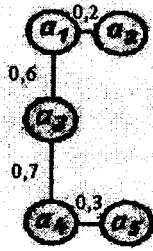
Şəkl.30. Dəyişən sərhəd qiymətinə uyğun qraflar.

Bu üsulun işini nəzərdən keçirdiyimiz misal (cədv.54) üzərində göstərək. Tutaq ki,  $r_{\alpha, \Gamma} = 0.2$ . Onda  $r_{kl} > r_{\alpha, \Gamma}$   $k$  və  $l$  elementləri arasında əhəmiyyətli əlaqənin olduğunu göstərəcəkdir. Buna uyğun qraf şəkl.30a-da göstərilmişdir. İki-elementli yarımqrafları göstərməsək, bu qrafda aşağıdakı tam yarımqrafları ayırmaq olar:  $a_1 a_2 a_3$ ;  $a_1 a_3 a_5$ ;  $a_1 a_2 a_5$ ;  $a_2 a_4 a_5$ ;  $a_2 a_3 a_5$ ;  $a_2 a_3 a_4$ ;  $a_1 a_2 a_3 a_5$ ;  $a_2 a_3 a_4 a_5$ . Göründüyü kimi, bu

qruplarda ümumi üzvlər çoxdur. Buna görə hər şeydən əvvəl əsas cütləri ayıraq. Uyğun korrelyasiya əmsalları ( $r_{12}=0.8$ ,  $r_{45}=0.7$ ) R matrisinin diaqonalında yerləşməyən elementlərindən xeyli böyük qiymətə malikdir. Sonrakı addım tərkibinə müxtəlif əsas cütlərə mənsub elementlər daxil olan maksimal tam yarımqrafların çıxarılmasıdır. Bundan əlavə əsas cütlər daxil olmayan bütün qruplar kənar edilir. Bu əməliyyatdan sonra 2 qrup qalır: 1)  $a_1a_2a_3$  və 2)  $a_3a_4a_5$ . Lakin bu assosiasiyalarda da ümumi üzv ( $a_3$ ) vardır. Buna görə burada R.Miller və C.Kan (1965) tərəfindən aşağıdakı kimi formalaşdırılmış “prioritet qaydasından” istifadə etmək lazımdır. Qrupdan başqa bir qrupun əsas cütü ilə daha güclü əlaqəsi olan hər hansı bir element kənar edilir.  $a_3$  elementi  $a_1a_2$  cütünün  $a_1$  elementi ilə 0.4 korrelyasiya əmsalına malikdir. Onun  $a_4$  və  $a_5$  ilə korrelyasiya əmsalları 0.3 olduğundan,  $a_3$  elementi  $a_3a_4a_5$  qrupundan çıxarılmalıdır. Deməli, son nəticədə  $A_1=\{a_1,a_2,a_3\}$  və  $A_2=\{a_4,a_5\}$  assosiasiyaları alınır.

L.K.Vixandunun “maksimal korrelyasiya yolu” metodu aşağıdakı alqoritmlə həyata keçirilir. R matrisində  $r_{kl}$  ( $k \neq l$ ) maksimal korrelyasiya əmsalı tapılır. A çoxluğunun  $a_k$  və  $a_l$  elementləri qrafın təpələri kimi qəbul edilir.  $a_k$  və  $a_l$  elementlərini qeyd edəndən sonra matrisdə  $r_{kl}$  pozulur və  $k$  və  $l$  sütunlarında maksimal korrelyasiya əmsalı yenidən tapılır. Tutaq ki, bu  $r_{fl}$  əmsalıdır  $f \neq l$ .  $a_f$  elementi qrafa  $a_l$  təpəsi ilə birləşən yeni təpə kimi daxil edilir. Matrisdən  $r_{fl}$ -i və  $k$  indeksli sətir və sütunu çıxarıb,  $f$  və  $l$  sütunlarında maksimal əmsalları axtarmağa keçirik. Prosedur R matrisi tam qurtarana qədər və ya maksimal əmsallar arasında mənfi qiymətlər alınana qədər davam etdirilir. Sonra  $c$  sərhəd qiyməti seçib, alınmış qrafı yarımqraflara bölürlər. Qrafın “təbii” qruplara bölünməsi, onun tillərinə  $1-r_{kl}$ -ə bərabər qiymətlər verməklə asanlaşır.

Vixandu üsulu ilə analiz etdiyimiz R matrisinin (cədv.54) çəkilmiş qrafı aşağıdakı şəkildə(şək.31) alınır. Beləliklə, Vixandu üsulu üzrə A çoxluğu 3 kəşiməyən qrupa bölünür: 1) $a_1,a_2$ ; 2) $a_4,a_5$ ; 3) $a_3$ .



Şək.31. «Maksimal korrelyasiya yolu» qrafı.

**Klaster-analiz.** Geoloji tədqiqatlar apararı zaman geoloq həmişə müəyyən geoloji obyektlərin və ya proseslərin təsnifatının aparılması zərurəti ilə üzləşir. Klassifikasiya (təsnifat) - elmdə ən fundamental proseslərdən biridir. Biz əvvəlcə faktları və hadisələri nizama salmalı və sonra isə onları dərk etməli və meydana gəlmələrini və aralarında müşahidə edilən qaydaları izah edə bilən ümumi prinsipləri tərtib etməliyik. Klassifikasiya obyektlərin oxşarlığına görə nizama salınmasıdır.

İlkin çoxluqların ierarxik qruplaşdırma metodları klaster-analiz, yəni qrupların analizi adlanır. Onlar əvvəlcə biologiya və paleontologiyada tətbiq edilmiş, indi isə geologiya-mineralogiya elmlərinin müxtəlif sahələrində geniş tətbiq olunur. Klaster-analizin məqsədi ondan ibarətdir ki, [R] korrelyasiya matrisinin elementləri qruplara ehtə bölünsün ki, onlarda oxşarlıq xarakteristikası ən yüksək olan obyektlər birləşsin. Oxşarlıq ölçüsü kimi bilavasitə cüt korrelyasiya əmsalları, m-ölçülü evklid məsafəsi və başqa məsafə funksiyaları istifadə edilə bilər (Minkovski, Maxalanobis, Xemminq, supremum-norma və s.).

Matrisin elementlərinin cüt-cüt birləşdirilməsi metodu ilə qrupların analizinin birinci addımı ayrı-ayrı elementlər arasında ən yüksək korrelyasiya əmsallarının aşkar edilməsidir. Alınmış cütlər gələcək qrupların mərkəzi qəbul edilir. Bu mərkəzlərin sayı adətən bir və ya bir neçə olur.

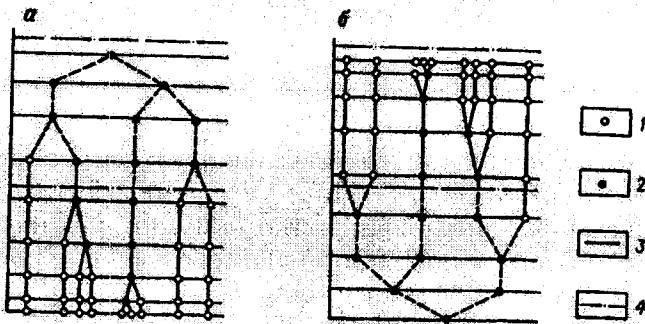
Sonra matris yenidən hesablanır və qruplaşdırılmış elementlər bir element kimi sayılır və onların başqa qruplar ilə korrelyasiyası müxtəlif ortalaşdırma metodları vasitəsilə yenidən hesablanır. Hesablama nəticəsində daha kiçik tərtibli yeni matris təşkil edilir. Bu matrisdə yalnız birləşdirilmiş qrupların elementləri ilə bağlı əmsalların

qiyməti dəyişir. Kiçilmiş matris yenidən əlamətlərin oxşarlığının maksimal qiymətlərinə görə cütlərin aşkar edilməsi və birləşdirilməsi yolu ilə qısaldılır və sonra yeni qrup əmsallarının ortalaşdırılması aparılır. Bu cür matrisin ardıcıl qısalması və əmsallarının yenidən hesablanması əməliyyatı sərhəd qiyməti əldə edilənədək və matrisin tərtibi minimal olana qədər təkrar edilir.

Adətən klaster-analiz tədqiq edilən elementlərin siniflərinin sayı məlum olmadıqda aparılır. Bu zaman ierarxik ağaclar-dendroqramlar qurulur. Bunların 2 növü vardır: aqlomerativ və divizim.

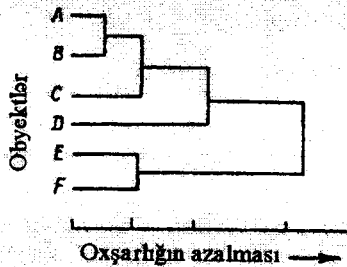
Aqlomerativ klaster prosedurunda bütün obyekt cütləri arasında məsafə funksiyaları və oxşarlıq ölçüləri hesablanır və hər addımda aralarında minimum (maksimum) məsafə və oxşarlıq ölçüsü əldə edilmiş elementlərin cütü (qrupu) ayrılır. Klasterləşdirmə əvvəlcə təcrid olunmuş  $k$  obyektin birləşdirilməsi yolu ilə aparılır (şək.32a). Divizim klaster prosedurunda obyektlərin bütün cütləri arasında məsafə funksiyaların və oxşarlıq ölçüləri hesablanır və hər addımda onların maksimumu (minimumu) əldə edilmiş obyektlər cütü ayrılır. Klasterləşdirmə əvvəlcə  $k$  obyektədən ibarət vahid qrupun bölünməsi yolu ilə aparılır (şək.32b).

Qeyd etməliyik ki, dendroqram bir ölçülü qraf olub, onlarda obyektlər bir-birindən ixtiyari surətdə seçilmiş bərabər məsafədə yerləşdirilir, lakin burada obyektlər arasındakı ierarxik əlaqələr əks olunmur.



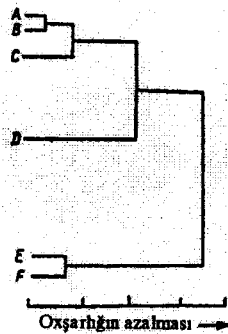
Şək.32. Obyektlərin təsnifatının ierarxik ağacı. Ordinat oxunda statistikanın mütləq qiyməti qoyulur: α-aqlomerativ ağac; δ-divizim ağac; 1- obyektlər; 2-eynincisli qruplar; 3-təsnifatın mərhələləri; 4-kritik qiymətlər.

Dendroqraf ikiölçülü dendroqramdır. Dendroqraf həm obyekt qrupları içindəki və həm də qruplar arasındakı asılılıqları əks etdirir. Nəticədə obyektlər arasındakı əlaqələr daha əyani surətdə göstərilir (şək.33 və 34).



Şək.33. Dendrogramma

Klaster analiz ilə təsnifata misal olaraq Türkmənistanın Lam kütəpəsində qırmızırəngli qatın (məhsuldar qatın analoqu) VIII horizontunun laylarının mädən-geofiziki materiallara əsasən təsnifatını (Buryakovski, Cəfərov, Cavanşir,1990) göstərmək olar. Burada 9 parametr əsasında 109 lay ümumiləşdirilmiş Evklid məsafəsinə əsasən klaster-analiz metodu ilə 3 qrupa bölünmüşdür (şək.35): məhsuldar kollektorlar (I qrup), qeyri-məhsuldar kollektorlar (III<sub>1</sub> və III<sub>2</sub> yarımqrupları) və qeyri-kollektorlar (II<sub>1</sub>, II<sub>2</sub>, II<sub>3</sub>, II<sub>4</sub> yarımqrupları). Qeyd etmək lazımdır ki, klaster-analiz metodu geologiyada çox geniş istifadə olunur və buna aid külli miqdar misal gətirmək olar.



Şək.34. Dendroqraf

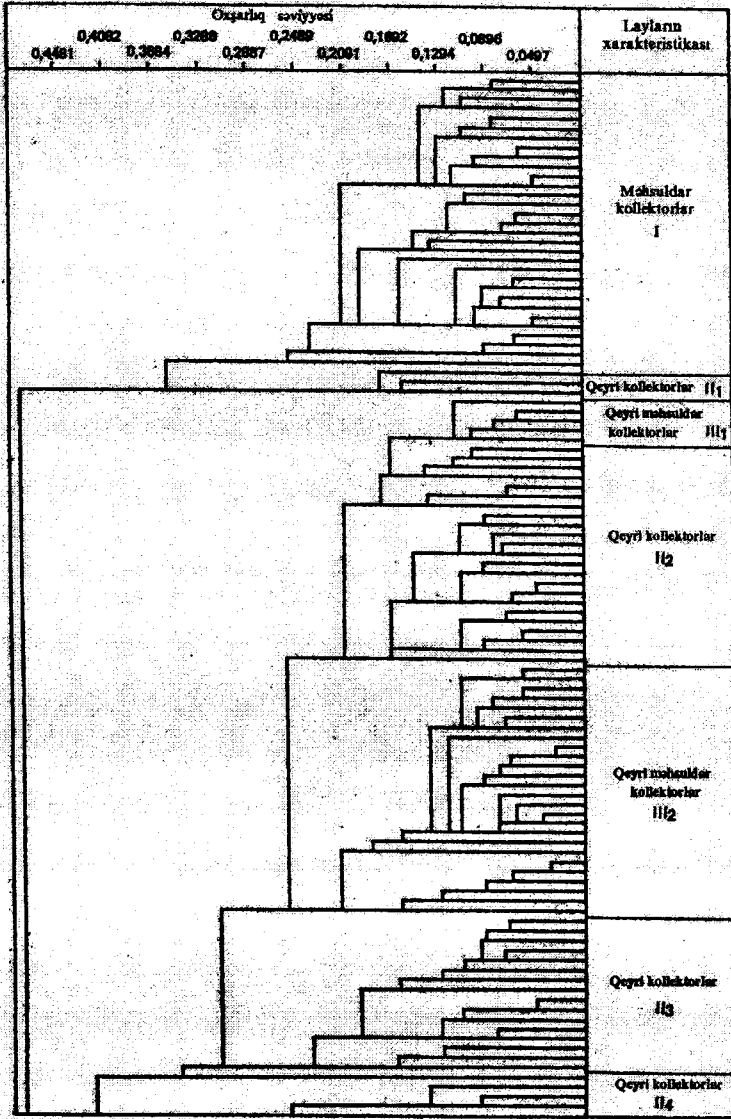
III Kompakthıq məfhumuna əsaslanan metodlar B.İ.Smırnovun (1981) monoqrafiyasında geniş şərh edilmişdir və biz burada onların üzərində dayanmayacağıq.

IV Korrelyasiya profilləri metodu. Bu metodu Trayon 1939-cu ildə təklif etmişdir (Miller, Kan,1965).

Bu metod üzrə verilmiş təsadüfi kəmiyyətin başqa kəmiyyətlər ilə korrelyasiya əmsallarının qiymətləri daha doğrusu onların  $Z=0.5\ln(1+r_{kl})/(1-r_{kl})$  şəklində çevrilmiş qiymətləri ordinat oxu, təsadüfi kəmiyyətlərin nömrələri isə absis oxu üzrə qoyulur. Qrafikdə bu cür alınmış nöqtələri birləşdirdikdə korrelyasiya profili alınır. Tədqiqat prosesində başqa təsadüfi kəmiyyətlər üçün də birinci profil və qrupa daxil olan başqa profillərə uyğun gələn korrelyasiya profilləri qurulur. Bu üsul ilə qrup təşkil edən dəyişənlər bir-birinə uyğun gələn korrelyasiya profilləri qrupu ilə təmsil ediləcəklər.

Bu məqsədlə Trayon məsləhət görür ki, əvvəlcə başqa təsadüfi kəmiyyətlərlə korrelyasiya əmsalları cəmi ( $\Sigma r$ ) maksimal olan təsadüfi kəmiyyət üçün korrelyasiya profili qurulsun. Sonra bu təsadüfi kəmiyyətlə ən böyük korrelyasiya əmsalına malik təsadüfi kəmiyyət üçün korrelyasiya profili qurulur və bu profillərin uyğunluğu nəzərdən keçirilir. Bu münval ilə sonrakı profillər də qurulur və nəticədə tədqiq olunan təsadüfi kəmiyyətlər çoxluğu müəyyən qruplara bölünür (şək.36).

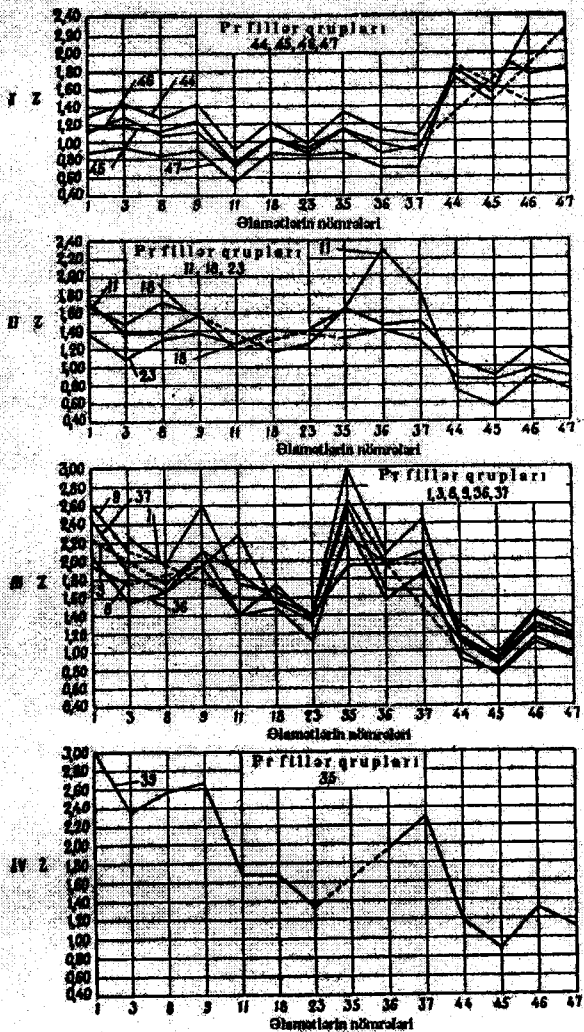
V. Kanonik korrelyasiya barədə irəlidə məlumat verilmişdir.



Şək.35. LAM küpəsi yatağının VIII horizontunun kəsilişində layların təsnifatı.



Faktor analizinə dair metodlar “baş komponentlər” bölməsində nəzərdən keçiriləcəkdir.



Şək.36. Tədqiqat nəticəsində dörd qrupa bölünmüş (I-IV) korrelyasiya profilləri. Burada korrelyasiya əmsalinin (r) qiyməti

$$Z = \frac{1}{2} \ln[(1+r)/(1-r)] \text{ ilə əvəz edilmiş-dir.}$$

## FƏSİL VII. REQRESSİYA ANALİZİ

### Regressiya analizi haqqında anlayış

Y dəyişəninin  $\{x_j\}=(x_1, x_2, \dots, x_p)$  dəyişənlərindən stoxastik asılılığının tədqiqinə yönəlmiş statistik metodlar məcmuu regressiya analizi adlanır (Düran, Odell, 1977; Koqan, Belov, Rodionov, 1983). Regressiya analizi aşağıdakı əsas məsələləri həll edir: 1) Y-n  $\{x_j\}$ -dən asılılıq formasının müəyyən edilməsi; 2) regressiya tənliyinin müəyyən edilməsi; 3) Y dəyişəninin qiymətlərini  $x_1, x_2, \dots, x_p$  dəyişənlərinin məlum qiymətlərinə görə proqnozlaşdırmaq.

Regressiya analizi bir çox geoloji məsələlərin həllində geniş tətbiq olunur: neft-qaz geologiyası məsələlərində mədən-geofiziki məlumatlarının kompleks interpretasiyasında, qravitasiya və maqnit anomaliyalarının geoloji interpretasiyasında, geoloji və geofiziki informasiyaya görə yer qabığının riyazi modelləşdirilməsində, ilkin oreollar üzrə geokimyəvi axtarışlarda, maqmatik komplekslərin fasial-formasiya analizində, mineral xammal ehtiyatlarının qiymətləndirilməsində və s.

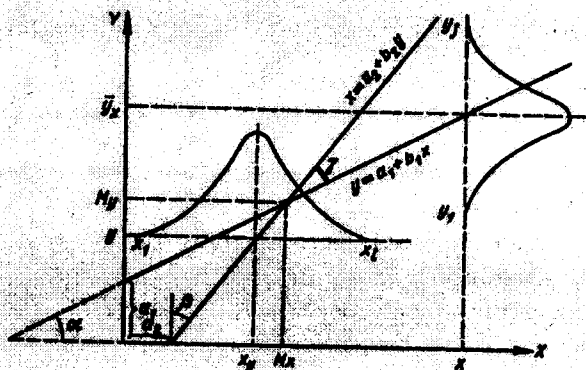
Regressiya analizinin əsas tənliyi aşağıdakı şəkildədir:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_m x_m = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i \quad (201);$$

Burada,  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$  regressiya modelinin əmsallarıdır. Regressiya tənliyi dəyişənlər və onların birləşmələri arasında bütün mümkün qarşılıqlı təsirlərin nəzərə alınması əsasında qurulur. Bu metodun məsələləri sırasına Y-in dəyişənliyində bütün dəyişənlərin ümumi payının ( $R^2$ ) qiymətləndirilməsi və həm də onların hər birinin nisbi təsirinin  $\beta_i$  əmsalları vasitəsilə təyin edilməsi daxildir. Beləliklə, regressiya analizi  $x_1, x_2, \dots, x_m$  və Y dəyişənləri üzərində n müşahidə məcmuuna görə regressiya modelinin  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$  əmsallarının hesablanması, hər bir dəyişənin Y-ə təsirinin təyini və dəyişənlərin Y-in qiymətləndirilməsində ümumi payını müəyyən etməkdən ibarətdir.

İkiölçülü statistik modeldə tədqiqat obyektini ikiölçülü statistik məcmu kimi nəzərdən keçirilir və onun əsas xarakteristikası təsadüfi X və Y kəmiyyətlərinin ikiölçülü paylanma funksiyasıdır.  $X=x$  təsadüfi kəmiyyətinin verilmiş qiymətinə Y-n  $y_1, y_2, \dots, y_n$  qiymətləri yığını uyğun gəlsə (bunların hər birinə müəyyən  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$  ehtimalları xasdır), iki təsadüfi kəmiyyət arasında stoxastik əlaqələr

təzahür edir. Y-n X-n seçilmiş qiymətlərinə uyğun gələn paylanmaları şərti paylanmalar, dispersiyaları isə şərti dispersiyalar adlanır. Şərti paylanmaların mərkəzlərinə uyğun gələn nöqtələrin həndəsi yeri reqressiya xətti, bu xəttin tənliyi isə reqressiya tənliyi adlanır. İki təsadüfi kəmiyyətdən ibarət sistemə həmişə iki reqressiya xətti uyğun gəlir:  $y_x=f(x)$  - X üzrə Y-in reqressiyası və  $x_y=f(y)$  - Y üzrə X-in reqressiyası (şək.37). Əgər reqressiya xətləri düzxəttidirlərsə, onda iki kəmiyyətin reqressiyası xətti reqressiya adlanır. Daha mürəkkəb hallarda reqressiya xətləri əyri xətlərə uyğun gəlir və təsadüfi kəmiyyətlərin reqressiyası qeyri-xətti reqressiya adlanır./



Şək.37. XY ikiölçütlü təsadüfi kəmiyyətinin parametrləri.  $M_x$  və  $M_y$ -X və Y kəmiyyətlərinin riyazi gözləmələri (orta qiyməti);  $\bar{Y}-X=x$  üçün Y şərti paylanmasının mərkəzi  $\bar{X}-Y=y$  üçün X şərti paylanmasının mərkəzi  $b_1=\text{tg}\alpha$ ;  $b_2=\text{tg}\beta$ .

Xətti reqressiya üçün reqressiya tənliyi aşağıdakı şəkildədir:

$$Y=a_1+b_1X \text{ (Y-in X-ə reqressiyası)}$$

$$X=a_2+b_2Y \text{ (X-in Y-ə reqressiyası)} \quad (202);$$

Xətti reqressiya tənliyinin a və b əmsalları aşağıdakı tənliklərdən tapılır:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n Y \sum_{i=1}^n x^2 - \sum_{i=1}^n x \sum_{i=1}^n xy}{n \sum_{i=1}^n x^2 - \left( \sum_{i=1}^n x \right)^2}$$

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n xy - \sum_{i=1}^n x \sum_{i=1}^n y}{n \sum_{i=1}^n x^2 - \left( \sum_{i=1}^n x \right)^2} \quad (203);$$

Burada, n-seçmənin həcmi, y-asılı dəyişən, x-müstəqil dəyişən, a və b-əmsallardır. Seçmənin reqressiya əmsalının xətası aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$S_{byx} = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \bar{Y})^2 - \frac{\sum [(Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})]}{\sum (X_i - \bar{X})^2}}{(n-2) \sum (X_i - \bar{X})^2}} = \frac{S_y}{S_x} \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} \quad (204);$$

Burada, n-seçmənin həcmi,  $\bar{Y}$  və  $\bar{X}$  uyğun olaraq seçmədə Y və X dəyişənlərinin orta qiyməti,  $S_y$  Y-in  $S_x$  isə X-in standart sapması, r isə korrelyasiya əmsalıdır.

Bundan sonra t kriterisinin faktiki qiyməti hesablanır:

$$t_f = \frac{b_y}{S_{byx}} \quad (205);$$

Seçmə üzrə reqressiya əmsalının həqiqiliyi  $k=n-2$  sərbəstlik dərəcəsi və qəbul edilmiş  $\alpha$  əhəmiyyətlik səviyyəsində t kriterisinin cədvəl qiymətilə tutuşdurulur. Əgər  $t_f > t_{n-2, \alpha}$  isə onda  $H_0$  hipotezi (baş məcmuda reqressiya əmsalının sifra bərabərliyi) rədd edilir.

Xətti reqressiya tənliklərinin statistik xətası ( $S_{yx}$ ) aşağıdakı tənliklə təyin edilir.

$$S_{yx} = S_y \sqrt{1 - r^2} \quad (206);$$

Burada,  $S_y$ -standart sapma, r-korrelyasiya əmsalıdır.

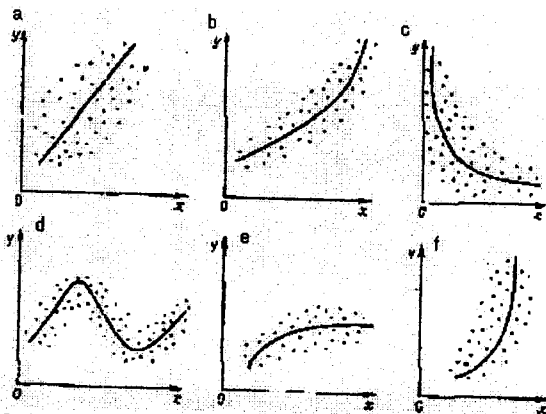
Reqressiya xəttinin statistik xətasına görə reqressiyanın güvənilmə zonasını aşağıdakı tənliklə təyin edirlər:

$$\bar{Y}_x = (a + b_{yx}x) \pm t S_{yx} \quad (207);$$

5%-li əhəmiyyətlik səviyyəsi üçün  $t=1.96$ . Onda  $\alpha=0.05$  üçün

$\bar{Y}_x = (a + b_{yx}x) \pm 1.96 S_{yx}$  olur. Əyrixətli reqressiyanın sadə növlərindən  $Y = a + bx + cx^2$ ;  $Y = a + \frac{b}{x}$ ;  $Y = a + bx + cx^2 + dx^3$ ;  $Y = a + b \log x$ ;  $Y = a + b + cx$

(şək.38) və s. göstərmək olar.



Şək.38. Reqressiya asılılıqlarının sadə növləri.

$$a-y=ax+b; \quad b-y=a+bx+cx^2; \quad c-y=a+\frac{b}{x}; \quad d-y=a+bx+cx^2+dx^3;$$

$$e-y=a+b \log x; \quad f-y=a+b+c$$

Ümumi halda reqressiya tənliyi matris şəklində aşağıdakı tənlik şəklində yazılır:

$$[\Sigma Y] = [X][\beta] \quad (208);$$

Burada,  $[\Sigma Y]$  vektor-sütun olub,  $Y$  dəyişənin kvadratları və  $x_1, x_2, \dots, x_m$  dəyişənləri ilə qarışıq hasilərin cəmindən ibarət matris,  $[X]$   $x_1, x_2, \dots, x_m$ -in kvadratları və qarışıq hasilərin cəmindən ibarət matris,  $[\beta]$ -naməlum reqressiya əmsallarının vektor-sütunudur.

$$\text{Buradan } [\beta] = [X]^{-1} \cdot [\Sigma Y];$$

$\beta_i$  reqressiya əmsalları xüsusi reqressiya əmsalları kimi hesablanır. Onlar verilmiş müstəqil dəyişənin başqa dəyişənlərin təsiri aradan qaldırıldığı halda, dəyişməsinə xarakterizə edir.

Tənliklərin həlli üçün adətən asılı və müstəqil dəyişənlərin korrelyasiya matrislərindən ( $R$ ) və standartlaşdırılmış  $\beta_k = b_k \frac{S_k}{S_y}$  tipli xüsusi reqressiya əmsallarından istifadə edilir.

Burada,  $S_k$   $x_k$  dəyişənin standart sapmasının,  $S_y$ - $Y$  dəyişənin standart sapmasının qiymətidir.

Matris şəklində tənlik  
[R][β]=[r<sub>xy</sub>] kimi yazılır.

Burada [r<sub>xy</sub>]

Y və X<sub>1,2,...,m</sub> dəyişənləri arasında korrelyasiya əmsalları vektorudur.

$$[B]=[R]^{-1}[r_{xy}] \quad (209);$$

Hesablanmış B əmsalları β-ya b<sub>k</sub>=β<sub>k</sub>(S<sub>y</sub>/S<sub>k</sub>) düsturu ilə keçirilir.  
b<sub>0</sub> isə

b<sub>0</sub>=Ŷ -b<sub>1</sub>x<sub>1</sub>-b<sub>2</sub>x<sub>2</sub>-...-b<sub>m</sub>x<sub>m</sub> (210) düsturu ilə hesablanır. Bütün müstəqil dəyişənlərin y-in qiymətindəki payı çoxluq korrelyasiya əmsalının kvadratının- R<sup>2</sup> qiyməti ilə təyin olunur.

R=1-1/C<sup>ii</sup> (211) (burada C<sup>ii</sup> [R]<sup>-1</sup> matrisinin diaqonal elementidir).

Hər bir dəyişənin payının müqayisəli qiymətləndirilməsi üçün R<sup>2</sup> əvvəlcə maksimal korrelyasiya əmsalı y və x<sub>k</sub> cütü üçün hesablanır, sonra ardıcıl olaraq üç və daha çox (m dəyişənə qədər) dəyişənlər üçün hesablama aparılır.

Regressiya tənliyinin keyfiyyətinin ümumiyyətlə aşağıdakı şəkildə qiymətləndirmək olar. Sıfır hipotezini formalaşdıraraq:

H<sub>0</sub>:β<sub>1</sub>=β<sub>2</sub>=.....=β<sub>p</sub>; onun alternativi

H<sub>1</sub>:β<sub>j</sub>≠0 heç olmasa bir j üçün (j=1,2,...,p).

Bu hipotezi yoxlamaq üçün F kriterisindən istifadə edilir:

$$F=\frac{n-p-1}{p} \cdot \frac{R^2}{1-R^2} \quad (212);$$

R<sup>2</sup> aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$R^2=\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (213);$$

Burada, n-seçmənin həcmi, p-əmsalların sayı, R-çoxluq korrelyasiya əmsalı, Y<sub>i</sub>-asılı dəyişənin müşahidə edilən qiyməti, Ŷ<sub>i</sub>-asılı dəyişənin regressiya tənliyinə görə hesablanmış qiyməti,  $\bar{Y}$ -asılı

dəyişənin orta qiymətidir.  $H_0$  şəraitində  $F$  kriterisi  $p$  və  $n-p-1$  sərbəstlik dərəcəli  $F$ -paylanmasına malikdir. Əgər  $F_{\text{fak}} > F_{\alpha, p, n-p-1}$  olsa, onda  $H_0$  rədd edilir və reqressiyanın empirik məlumatla uyğunluğunun kafi olduğu barədə qərar çıxarılır.

Çoxölçülü reqressiya modelləri müstəqil dəyişənlər məcmuuna görə asılı dəyişənin qiymətini proqnozlaşdırmaq üçün istifadə edilir.

Misal. Cənubi Manqışlakda məhsuldar kellovey çöküntülərinin tavanı, alt təbaşirin dabanı və tavanının dərinlikləri (km ilə) barədə məlumatlar vardır (cədvəl 58).

**Cədvəl 58**

Kelloveyin tavanının dərinliyi $H$ km	Təbaşirin dabanının dərinliyi $H_1$ km	Təbaşirin tavanının dərinliyi $H_2$ km
2.11	1.7	0.91
1.87	1.51	0.78
1.91	1.52	0.72
1.91	1.42	0.66
1.7	1.33	0.52
1.28	1.04	0.31
1.06	0.93	0.24
1.6	1.31	0.56

Burada sadə ikifaktorlu xətti model tətbiq etsək reqressiya tənliyi

$H = b_0 + b_1 H_1 + b_2 H_2$  şəklində olacaqdır. Aparılmış hesablamalar nəticəsində  $b_1 = 0.769$ ;  $b_2 = 1.154$ ;  $b_0 = -0.154$ .

Beləliklə, Cənubi Manqışlakda kelloveyin tavanının yatma dərinliyinin təbaşirin dabanı və tavanının yatma dərinliklərindən asılılığının reqressiya tənliyi aşağıdakı şəkildə olacaqdır:

$$H = -0.154 + 0.769H_1 + 1.154H_2$$

## FƏSİL VIII. OBRAZLARIN TANINMASI

### 8.1. Geologiyada obrazların tanınması məsələləri

Praktiki geologiyada bir çox proqnoz və interpretasiya məsələləri tədqiq edilən obyektin əlamətləri kompleksinin etalon obyektin həmin əlamətlər kompleksi ilə tutuşdurulması yolu ilə həll edilir. Analogiya prinsipinə əsaslanan bu cür metodlar çoxluğu obrazların tanınması metodları adlanır.

Geoloji obyektlərin obrazlarının tanınması problemi məlum əlamətlər məcmuu əsasında onların təsnifatı problemləri ilə sıx bağlıdır. Çox ölçülü riyazi analiz baxımından real geoloji obyekt ölçülmüş geoloji, geokimyəvi və geofiziki əlamətlərin qiymətlərini əks etdirən  $x_1, x_2, \dots, x_m$  həqiqi ədədlər yığını səciyyələndirir. Belə ədədlərin hər bir yığını çoxölçülü fəzada vektor və ya nöqtə kimi interpretasiya edilir və bir sinifin obyektlər çoxluqlarına əlamətlər fəzasında bəzi nöqtələr çoxluqları uyğun gəlir. Çoxölçülü fəzada bir sinifin nöqtələrinin cəmləşdiyi oblaslar siniflərin məxsusi oblasları adlanır. Bir-birindən kəskin fərqlənən obyektlərin məxsusi oblasları fəzada kəsişmir. Bir-birilə eyni olan obyektlərin məxsusi obyektləri üst-üstə düşür. Bəzi xassələrinə görə yaxın olan obyektlər üçün isə məxsusi oblasların bu və ya digər dərəcədə kəsişməsi xarakterdir.

İki sinfin kəsişməyən məxsusi oblaslarını bir-birindən hipersəthlər (üçölçülü fəzada-müstəvilər, ikiölçüludə isə xətlər) ilə ayırmaq mümkündür. Kəsişən oblaslar üçün isə, səhv qərarın qəbul edilməsi imkanını minimallaşdıran həlledici funksiyanı axtarıb tapmaq lazımdır. Obyektlərin klassifikasiyasına statistik yanaşma Bayesin qərarların qəbul edilməsi nəzəriyyəsinə əsaslanır. Bu nəzəriyyənin terminlərində təbiətin A halı  $P(A_i)$  ehtimalı və  $P(X/A_i)$  şərti ehtimalı ilə səciyyələnə bilər. Aprior  $P(A_i)$  və şərti  $P(X/A_i)$  ehtimalını qiymətləndirmək mümkün olduqda obyekt səciyyələndirən əlamətlərin hansı X qiymətini almağından asılı olaraq, obyektə təbiətin hansı halının xas olacağını təyin etmək olar.

$$P(A_i/X) = \frac{P(A_i)P(X/A_i)}{\sum_{i=1}^m P(A_i)P(X/A_i)} \quad (214);$$



[ Geoloji obyektlərin çoxölçülü statistik əlamətləri məcmuları üçün əvvəlcədən onların məxsusi oblastlarının kəşib-kəşmədiyi məlum deyildir. Buna görə də onların kəşib biləcəyi ehtimal edilir.

[ Kəşimə ölçüsü kimi şərti ehtimalların hasilini (F) istifadə edilir: ]

$$F = P(X/A_i)P(X/A_j) \quad (215);$$

[ Burada,  $P(x/A_i)$  x nöqtəsinin  $A_i$  sinfinə aid olması şərti ilə kəşimə oblastına düşmə ehtimalı,  $P(x/A_j)$  isə həmin nöqtə  $A_j$  sinfinə aid olduğu halda onun kəşimə oblastına düşmə ehtimalıdır. ]

[ Obyektlərin siniflərə ayrılması hansı qayda üzrə aparılırsa, ona həlledici qayda deyilir. Onu reallaşdırmaq üçün ümumi halda  $g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)$  ayırıcı funksiyalar sistemi axtarılır. ] Əgər  $g_1(x) > g_j(x)$ -sa x nöqtəsi  $A_i$ -yə aiddir və əksinə əgər  $g_i(x) = g_j(x)$ , onda  $A_i$  və  $A_j$  oblastları toxunurlar. Əgər  $x_m$  əlamətlərinin qiymətləri yerinə qoyulduqda, bütün  $i=j$  üçün  $g_i(x) > g_j(x)$  bərabərsizliyi ödənirsə, onda obyektin  $i$  sinfinə aid olmasını təsdiq etmək olar.

i əlaməti normal paylanmışsa,  $g_i(x) = \frac{(x - x_i)^2}{2\sigma^2} \quad (216)$

Obrazların tanınması məsələsinin həlli approksimasiya alqoritminin riyazi modelinin seçilməsi və əlamətlər fəzasında obyektlərin müxtəlif siniflərinə uyğun gələn nöqtələr məcmuunu parçalayan müəyyən bir səthin (ümumi halda-hipermüstəvinin) qurulmasından və ya həlledici qaydanın tapılmasından ibarətdir.

[ Geoloji obyektlərin obrazlarının tanınma modelləri çox müxtəlifdir. Konkret geoloji məsələlərin həlli zamanı onların seçilməsi geoloji obyektlərin təbiətindən, sayından, etalon obyektlərin təsvirinin tamlığından, əlamətlərin tipindən və onların informativliyindən asılıdır. İlk əlamətlərin tipindən asılı olaraq diskret və kəsilməz modellər qruplarını ayırırlar. ]

Diskret modellər ölçülən əlamətlərə sərbəst və ya qismən asılı determinləşmiş kəmiyyətlər kimi baxıldıqda tətbiq edilir. Kəsilməz modellər elə obyektlərin obrazlarının tapılması üçün tətbiq edilir ki, onların əlamətləri təsadüfi kəmiyyətlər kimi nəzərdən keçirilə bilər və ehtimallar sıxlığının çoxölçülü funksiyaları ilə statistik təsvir edilə bilər.

[ Tanınmanın optimal kriteriləri kimi həlledici funksiyaların sərhəd qiymətlərini təyin edən həlledici qaydalar istifadə edilir. Onlar statistik, məntiqi və evristik metodlarla təyin edilə bilər. ]

Obrazların tanınmasının riyazi metodlarından effektiv istifadə etmək məqsədilə ardıcıl olaraq bir neçə qarşılıqlı əlaqəsi olan məsələni

həll etmək lazımdır: etalon obyektlərin əlamətlərinin və tanınma metodlarının seçilməsi; həlledici qaydanın tərtibi və kontrol obyektlərin təsnifatının aparılması. Yalnız kontrol obyektlərin təsnifatının qənaətbəxş nəticələri alındıqdan sonra, yeni obyektlərin obrazlarının tanınmasına keçmək olar.

Etalon obyektlərin seçilməsində (təlim seçməsinin formalaşmasında) bunu nəzərə almaq lazımdır ki, təlim seçməsində obyektlərin sayı əlamətlərin sayından bir neçə dəfə çox olmalıdır. Buna görə də adətən təcrübədə əlamətlərin sayının azaldılması və onların informativliyinin artırılması problemi ortaya çıxır.

Ölçülmüş əlamətlərin determinə olunmuş kəmiyyətlər kimi baxıldığı alqoritmlərdən istifadə edildiyi zaman, təlim seçməsində obyektlərin sayı əlamətlərin sayı qədər və hətta ondan az da ola bilər.

Tədqiq edilən geoloji obyektlərin əlamətlərinin seçilməsində tədqiqatçıların bilikləri və analitik qabiliyyətləri həlledici rol oynayır. Çünki az informativ və qeyri-informativ əlamətlərin düzgün olaraq kənar edilməsi və mümkün qədər əlamətlərin sayının məhdudlaşdırılması tədqiqatçıların erudisiyasından asılıdır.

Tanınma metodunun seçilməsi mütəxəssis geoloqların aprior biliyinə və obyektlərin əlamətlərinin təsvirinə görə ilkin analizinin nəticələrinə əsaslanır.

Hər hansı tanınma alqoritmlərindən istifadə edərkən ən sadə növlü həlledici funksiyalar qurmağa çalışmaq lazımdır. Çünki onlar daha asan reallaşır və daha dəyanətli həlləri təmin edirlər (xüsusilə kiçik təlim seçmələrində).

## 8.2. Əlamətlərin informativliyinin qiymətləndirilməsi

Obrazların tanınması məsələlərinin həlli zamanı tez-tez qeyri-informativ əlamətlərin kənar edilməsi yolu ilə əlamətlər fəzasının tərtibinin azalması problemi ortaya çıxır. Əlamətlərin sayının azaldılması təsnifatın keyfiyyətinin yüksəldilməsinə kömək edir.

Əlamətlərin sayının azaldılması üçün geologiyada bir sıra evristik, deterministik və statistik metodlardan istifadə edilir. Əlamətlərin sayının azaldılması ya m ilkin əlamətdən ən informativ əlamətlərin seçilməsi və ya müəyyən xassəli əlamətlərin yeni sisteminin qurulması və ya eyni zamanda hər iki adı çəkilən metodlardan istifadə etməklə həyata keçirilir.

Məsələnin mürəkkəbliyi bundan ibarətdir ki, başqa əlamətlərdən ayrılıqda hər hansı əlamətin informativliyinin təyini, bu əlamətlər arasında statistik əlaqələr mövcud olduğundan, çox vaxt həqiqətə uyğun nəticələr almağı təmin etmir. Çünki ayrılıqda çox informativ olan nisbətən sərbəst əlamətlər başqa əlamətlər ilə məcmuda çox cüzi əlavə informasiya verə bilər və əksinə az informativ əlamətlər əlamətlər sisteminin cəm informativliyinin əhəmiyyətliliyini keyli artırma bilər.

İnformativliyin qiymətləndirilməsi və əlamətlərin rənglərə görə düzülməsinin evristik metodlarına öyrənilən obyektlər barədə ekspert mütəxəssislərin rəylərinin yığılması və emalı aiddir. Adətən konkret əlamətlərin informativliyi barədə ekspertlərin fikirləri fərqlənir. Sual-cavabın nəticələri rənglərin korrelyasiyası və ya differensial rənglərə ayırma metodları ilə sistemləşdirilir və tədqiq edilir.

Misal. (Mirzəcanzadə və b., 1985). Yataqlarda neftlərin xassələrinin dəyişməsinin əsas səbəbləri kimi aşağıdakıları göstərmək olar:

1. Qravitasiya
2. Yerləşdirici suxurların yaşı
3. Fraksiyalara ayrılma və sorbsiya
4. Litoloji şərait
5. Hidrogeoloji şərait
6. Neftin yer üzərinə çıxışı
7. Gil sementinin mineraloji tərkibi
8. Layın qalınlığı
9. Tektonika

Bu halda neftlərin xassələrinə təsir edən səbəblərin müxtəlifliyinə görə onların bir-birilə uzlaşmasını qiymətləndirmək və neftləri tədqiq edən müəlliflərin ümumi fikrini müəyyən etmək lazımdır. Bunun üçün bir sıra müəlliflərin (ekspertlərin) fikri ekspert qiymətləndirilməsi metodu (Beşev, Qurviç, 1973) əsasında analiz edilmişdir. Cədvəldə (Cədv.59) yuxarıda adı çəkilən 9 faktor və bu faktorları əhəmiyyətli hesab edən ekspertlər verilmişdir.

Kollektiv ekspertiza proseduru neftlərin xassələrinə təsir edən səbəblərin müəyyən edilməsi halında aşağıdakılardan ibarətdir.

1. Ekspertin təsirli (əhəmiyyətli) hesab etdiyi faktorlara uyğun olaraq 1,2,3,... rəngləri verilir. Ekspert tərəfindən nəzərdən keçirilməyən və ya təsirli (əhəmiyyətli) hesab edilməyən faktorlara

eyni rəq verilir. Bu rəqələr qalan əlamətlərin rəqələrinin cəmlənməsi və onların bu əlamətlərin sayına bölünməsi yolu ilə hesablanır.

Mütəxəssislərin kollektiv təcrübəsini ümumiləşdirən informasiyadan istifadə edilmə ilkin məlumatın emalının etibarlılığı artırır.

Cədvəl 59

Ekspertlər	Faktorlar									P	t=P <sup>2</sup> -P
	qəvətiyyə	Çöküntülərin yaşı	fraksiyada, sərbəstə	Litoqiyə	hidrogeoloji şərait	Yer üzünə çıxış	gil və sementin mineraloji tərkibi	Layın qalınlığı	Tektonika		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A.F.Dobryanski	1	6	2	6	6	6	6	6	6	7	336
A.A.Karcev,											
Z.A.Tabasaranski və s.	1	3	2	5	5	4	7,5	7,5	7,5	4	60
N.A.Yeremenko	1	6	2	6	6	6	6	6	6	7	336
L.I.Levorsen	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
P.S.Manovski	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
T.A.Botnava	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
V.V.Devlikamov,											
I.L.Martasin,											
Q.Q.Babayan	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
N.B.Rasoyevç,											
Q.A.Amosov	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
S.P.Mancimov	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
S.R.Silverken	5,5	5,5	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
V.I.Uspenki	5,5	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
O.A.Radçenko	5,5	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
M.A.Bestujev	5,5	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
X.M.Smit	5,5	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
A.S.Haci-Qasumov	7,5	1	7,5	5	2	7,5	7,5	3	4	4	60
M.V.Abramoviç	7	1	7,5	5	2	7,5	7,5	3	4	4	60
F.M.Bağirzadə	7	1	7	7	3	2	7,5	4	7	5	120
V.S.Qutrya	5,5	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
V.S.Xami	5,5	5,5	5,5	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
I.I.Potapov	5,5	5,5	5,5	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
Q.P.Tamrazyan	5,5	5,5	5,5	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
S.Q.Ovnatanov	5,5	5,5	5,5	1	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
Q.A.İsmayilov,											
V.Q.İdrisov	1	6	6	2	6	6	6	6	6	7	336
V.I.Boqomolov,											
L.F.Andreyev və s.	6	6	6	1	2	6	6	6	6	7	336
B.I.Sultanov	5,5	5,5	5,5	5,5	1	5,5	5,5	5,5	5,5	8	504
A.S.Starobines	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	1	8
A.S.Velikovski	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	1	8
Z.A.Tabasaranski	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	1	8
F.I.Somodov	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	1	8
K.X.Hacıyev,											
R.S.Sahibqarev	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	1	5,5	5,5	8	504
	120,5	128,5	156,5	142,5	152	162,5	170,0	167	150,5		

$$\text{Orta qiymət} = \frac{\sum R_j}{9} = \frac{120,5 + 128,5 + 156,5 + 142,5 + 152 + 162,5 + 170 + 167 + 150,5}{9} = \frac{1350}{9} = 150$$

Orta qiymətdən fərq-d <sub>i</sub>	29,5	21,5	-6,5	7,5	-2	-12,5	-20,0	-17	-0,5
Bu fərqlərin kvadratı-d <sub>i</sub> <sup>2</sup>	870,25	462,25	42,25	56,25	4	156,25	400,0	289	0,25

Məs. Birinci sətirdə ekspert iki təsirli faktorunu nəzərdən keçirmişdir: qravitasiyaya 1 rənqi və fraksiyalara ayrılmaya 2 rənqi verilmişdir. Qalan faktorları o nəzərdən keçirməmişdir. Onların sayı 7-dir. Bu 7 faktorun eyni olan rənqları aşağıdakı yolla hesablanır.

$$R = \frac{3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 9}{7} = 6$$

2. Hər bir əlamət üzrə ekspertlərin verdiyi rənqların cəmi təyin edilir:

$$\sum_{i=1}^m R_i ;$$

Burada m-ekspertlərin sayı=30, R<sub>i</sub> isə əlamətlərin rənqlarıdır.

Məsələn birinci əlamət qravitasiya üçün  $\sum_{i=1}^m R_i = 120,5$

3. Bütün əlamətlər üzrə rənqların ümumi cəmi hesablanır:

$$\sum_{j=1}^k R_{ij} \sum_{i=1}^m R_i ;$$

Burada, k-əlamətlərin, m- isə ekspertlərin sayıdır. Bizim halda

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^m R_i = 1350$$

4. Hər bir əlamət üzrə rənqlar cəminin orta qiymətini təyin edirik:

$$\overline{\sum_{i=1}^m} = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^m R_{ij}}{k} = \frac{1350}{9} = 150$$

5. Hər bir əlamət üzrə rənqların cəminin orta qiymətindən sapmanı təyin edirik:

$$d = \overline{\sum_{i=1}^m} R_i - \sum_{i=1}^m R_i ;$$

6. Hər bir ekspert üçün eyni orta rənqlara malik faktorların sayı-P təyin edilir. P-nin əsasında hər bir ekspert üçün

$t_i = P^3 - P$  və  $T = \sum_{i=1}^m t_i$  hesablanır. Bizim halda  $T = 12732$ .

7. Ekspertlərin fikirlərinin uzlaşmasını müəyyən edilməsinə uzlaşma əmsalının-W qiyməti xidmət edir:

$$W = \frac{12 \sum_{j=1}^k d_j^2}{m^2(k^3 - k) - T} \quad (217);$$

$$\sum_{j=1}^k d_j^2 = 2279.5. \quad \text{Onda}$$

$$W = 0.043.$$

W nə qədər vahidə yaxın olsa, ekspertlərin fikri bir o qədər çox uzlaşır. Bizim halda ekspertlərin fikri uzlaşmır. Bu o deməkdir ki, ekspertlərin bir hissəsi diqqətini hər hansı bir faktor üzərində cəmləyib, başqa faktorları təhlil etməmişdir. Bundan əlavə ola bilər ki, faktorların bir qismi müəyyən edilməmiş və nəzərə alınmamışdır.

Bunu da nəzərə almaq lazımdır ki, rənglər cəmi  $(\sum_{i=1}^m R_i)$  ən az olan faktor ən çox informativliyə malikdir və ya təbiətdə ən çox rast gəlinir.

Bizim halda belə faktorlar qravitasiya  $\sum_{i=1}^m R_i = 120.5$ , çöküntülərin yaşı  $\sum_{i=1}^m R_i = 128.5$  və litologiyadır  $\sum_{i=1}^m R_i = 142.5$ .

Aparılan analiz müxtəlif tədqiqatçıların fikrinə nə qədər ehtiyatlı yanaşmaq lazım olduğunu və onların fikirlərinin riyazi emalı zamanı hansı nəticələr alındığını aydın göstərir.

Praktikada çox vaxt təsvirin informativliyini müəyyən dərəcə təyin edən sadələşdirilmiş kriterilərdən istifadə edilir (Vasilyev, 1983).

Əgər obraz binar təsvir edilmişsə, bu kriterilərdən biri əlaməti  $k_1 \leq k_0$  olduqda,  $D_1 = k_1/k_0$  və  $k_1 \geq k_0$  halında isə  $D_1 = k_0/k_1$  nisbətində görə qiymətləndirir. Burada,  $k_1$  eyni qiymətli əlamətə malik obrazların sayı,  $k_0$  isə bu əlamətin olmadığı obrazların sayıdır. Ən faydalı əlamətlər üçün  $D_1 \approx 1$ , yəni  $k_1 \approx k_0$ . Kəsilməz əlamətli sistemlərdə bu kriteri aşağıdakı düsturla təyin edilir:

$$D_{1i} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \frac{|x_{ij} - x_{i,j+1}|}{x_{ij}} \quad (218);$$

$$\text{Burada, } q = \begin{cases} 1 & x_{ij} > x_{i,j+1} \\ j+1 & x_{ij} < x_{i,j+1} \end{cases} \quad \text{olduqda,}$$

Daha effektiv  $D_2$  kriterisi aşağıdaki algoritma üzrə təyin edilir: a) tanınması lazım olan bütün obrazlar mümkün olan cütlərə bölünür ( $C_m^2$ ); b) hər bir cüt üçün  $D_1$  göstəricisi təyin edilir. Əgər əlamətlər binardırlarsa, onda  $D_1$  ya 1, ya da ki, 0 qiymətləri ala bilər. 1-əgər əlamət yalnız cütün bir obrazında varsa, 0-əlamət cütün hər 2 obrazında var;  $D_2$  faydalıq kriterisi vahidlərin cəminin cütlərin ümumi sayına bölünməsi kimi təyin edilir. Ümumi halda

$$D_2 = \frac{m(m - m')}{C_m^2} \quad (219);$$

Burada,  $m$ -fərqlənən obrazların sayı,  $m'$ -həll edilmiş mübahisələrin sayıdır.

Misal: Tutaq ki, 3 obrazın etalonları verilmişdir:

$$V_1 = 110000100010$$

$$V_2 = 001110001111$$

$$V_3 = 101111001111$$

$D_1$  və  $D_2$  faydalıq göstəriciləri cədvəldə verilmişdir (cədv.60).

Cədvəl 60

Əlamətin nömrəsi	$D_1$			$D_2$
	$V_1 - V_2$	$V_2 - V_3$	$V_3 - V_1$	
1	1	1	0	0,66
2	1	0	1	0,66
3	1	0	1	0,66
4	1	0	1	0,66
5	1	0	1	0,66
6	0	1	1	0,66
7	1	0	1	0,66
8	0	0	0	0
9	1	0	1	0,66
10	1	0	1	0,66
11	0	0	0	0
12	1	0	1	0,66

Burada,  $D_2=0.66$  olan əlamətlər (1-7,9,10,12) informativ,  $D_2=0$  olan 8 və 11 əlamətləri verilmiş obrazların tanınması üçün heç fayda vermədiyindən qeyri-informativdirlər. Çoxmodalı əlamətlərin informativliyini hər bir əlamət üçün onun bəzi ehtimal xarakteristikalarını hesablama yolu ilə təyin etmək olar (Adasovski,

1978). Tutaq ki, hər bir  $x_i$ ,  $i=1,2,\dots,n$ , əlamətinə  $\hat{X}_j$ ,  $j=1,2,\dots,k$  qiymətləri uyğun gəlir. Onda hər bir əlamət üçün

$$f(P_j) = \frac{1}{k-1} \sum_{r=1}^{k-1} \sum_{q=r+1}^k (P_{jr} - P_{jq}) \quad (220);$$

funksiyası hesablanır. Burada,  $k$ -obyektlərin bölündüyü siniflərin sayı,  $P_{jr}$ ,  $P_{jq}$ ,  $j$  əlamətinin uyğun olaraq  $r$  və  $q$  siniflərində ehtimallarıdır.  $X_j$  əlamətinin informativliyi

$$D(x_i) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k f(P_j) \quad (221);$$

düsturuna görə təyin edilir.

Siniflər arasındakı fərqi aydın göstərməyə xidmət edən ən informativ əlamətləri seçmək üçün bir sıra metodlar da vardır. Bunlardan Vilkokson-Manna-Uitni (Wilcoxon, 1947), Kulbak (1967) və başqa metodları göstərmək olar. Son vaxtlar təcrübədə obrazların tanınması məsələlərinin həllində əlamətlərin informativliyinin təyini və onların rənglərə ayrılması üçün diskriminant analiz metodları və baş komponentlər metodu istifadə edilir.

### 8.3. Xətti diskriminant funksiyaları

Diskriminant analiz çoxölçülü normal paylanmış məcmuların qruplara bölünməsinin (diskriminasiyasının) ən güclü statistik metodudur ki, bu zaman qruplar daxilində maksimal və onların arasında minimal eynicinslilik əldə edilir.

Diskriminasiya məsələləri onlara yaxın olan təsnifat məsələlərindən onunla fərqlənir ki, burada qrupların sayı (ən sadə halda iki) əvvəlcədən verilir, təsnifat məsələlərində isə ~~klasterlərin~~ (qrupların) sayı əvvəlcədən məlum deyildir.

Xətti diskriminant funksiyası seçməyə daxil olan ölçülər çoxluğunu bir diskriminant ədədinə çevirir. Bu ədəd ilə məcmuların bölünmə sərhəddi təyin edilir.

Xətti diskriminant funksiyasını tapmaq üçün reqressiya tənliyi qurulur. Bu tənlikdə asılı dəyişənlər kimi iki analiz edilən qrupun çoxölçülü orta qiymətləri arasındakı fərqlər çıxış edir.  $\bar{H}_j = \bar{U}_j - \bar{V}_j$ . Bu məqsədlə  $[c][a]=[H]$  şəklində matris tənliyi həll edilir (burada  $c$ - $m \times m$  ölçülü birləşmiş seçmənin kovariasiya matrisi;  $[a]$ -diskriminant



funksiyanın əmsallarının vektor-sütunu; [H]-qrupların əlamətlərinin orta qiymətləri arasındakı fərqlərin vektor-sütunudur.

$[a]=[c]^{-1}[H]$  tənliyindən  $a_1, a_2, \dots, a_p, \dots, a_k$  əmsalları hesablanır və onlara görə  $Dx_1, x_2, \dots, x_p, \dots, x_k = \sum_{p=1}^k a_p x_p$  diskriminant funksiyası qurulur.

Yoxlanan obyektin hansı qrupa aid olduğunu müəyyən edən  $D_0$  diskriminant indeksi

$$D_0 = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^k (\bar{U}_p + \bar{V}_p) \quad (222);$$

düsturu ilə hesablanır. Bu indeks tədqiq edilən əlamətlərin çoxölçülü fəzasında iki qrupun mərkəzləri arasındakı "ümumiləşdirilmiş məsafəyə" uyğun gəlir. Xətti diskriminant funksiyanın qurulması proseduru aşağıdakıdan ibarətdir.  $U_{ij}$  ilə  $i$  nömrəli əlamətin birinci məcmudan götürülmüş  $j$  nömrəli nümunədə ölçülmüş qiymətini işarə edək. Nəticədə biz  $k \times n_1$  tərtibli [U] matrisini alarıq:

$$U = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & \dots & U_{1n_1} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} & \dots & U_{2n_1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ U_{k1} & U_{k2} & U_{k3} & \dots & U_{kn_1} \end{bmatrix}$$

$V_{ij}$  ilə  $i$  nömrəli əlamətin ikinci məcmudan götürülmüş  $j$  nömrəli nümunədə ölçülmüş qiymətini işarə edək. Nəticədə biz  $k \times n_2$  tərtibli [V] matrisini alarıq.

$$V = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} & \dots & V_{1n_2} \\ V_{21} & V_{22} & \dots & V_{2n_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ V_{k1} & V_{k2} & \dots & V_{kn_2} \end{bmatrix};$$

Bu məlumatdan istifadə edərək seçmənin [B] kovariasiya matrisini hesablayırıq. Matris yazılışında

$$B = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} (S_u + S_v) \quad (223);$$

Burada,  $S_u$  və  $S_v$  [U] və [V] matrislərinin elementlərinə görə hesablanmış mərkəzləşdirilmiş cəmlərinin və qarışıq hasilərin matrisləridir. Sonra  $[C_{ij}]$  çevrilmiş matrisi tapıb,  $a_1, a_2, \dots, a_k$  əmsallarını hesablayır və

$$D(x) = \sum_{j=1}^p a_j x_j \quad (224);$$

diskriminant funksiyasını qururuq.  $D_{0-1}$  tapandan sonra ilkin qururların mərkəzlərinin qiymətləri ( $D_{\bar{u}}$  və  $D_{\bar{v}}$ ) təyin edilir (əvvəlcə  $\bar{U}_j$  və  $\bar{V}_j$  -nin qiymətinin disuriminant funksiyasında qiymətinin yerinə qoyulması ilə).  $\Delta$ ki çoxölçülü orta qiymət arasındakı "ümumiləşdirilmiş məsafə" -  $D^2$  Maxalanobis məsafəsi (və ya kriterisi) adlanır.

$$D^2 = \sum_{j=1}^p a_j (\bar{U}_j - \bar{V}_j) \quad (225);$$

$D^2$  nə qədər böyük olsa, obyektləri o qədər inamlı bölmək olar. Səhv təsnifatın nəticəsi birinci obyektə mənsub olan müşahidənin ikinci obyektə təyin edən sahəyə düşməsi ehtimalı ilə təyin edilir və əksinə.

$D^2$ -dan əlamətlərin ardıcıl düzülməsi və təsnifatda onların sayının minimallaşdırılması üçün istifadə etmək olar. Bunun üçün əlamətləri onların  $D(x)$ -ə təsirinin böyüklüyünə görə düzmək lazımdır. Birinci olaraq, ayrılıqda götürdükdə qalanlarına nisbətən  $D^2$ -in ən böyük qiymət aldığı əlamət götürülür. Sonra birinci əlamət çıxılması şərti ilə  $D^2$ -in ən böyük olan əlamət ikinci götürülür və i.a.  $D^2$ -i mənfi qiymət alan əlamətlər kənar edilir.

$j$  dəyişəninin iki qrupun orta qiymətləri arasındakı məsafədəki nisbi payı faizlə

$$E_j = \frac{a_j D_j}{D^2} \cdot 100 \quad (226)$$

ilə ölçülür. Burada,  $D_{j-j}$  dəyişəni üzrə iki qrup üçün orta qiymətlər arasındakı fərqdır. Əgər diskriminant funksiyasının qurulması zamanı istifadə edilən məlumat bəzi şərtlərə tabe olarsa, onda iki qrupa bölmənin əhəmiyyətliliyini yoxlamaq olar (Devis, 1977).

Əsas şərtlər bunlardır:

1. Hər qrupda müşahidələr təsadüfi seçilir;
2. Naməlum müşahidənin bu qruplardan hər hansı birinə aid olması ehtimalları bərabər olmalıdır;
3. Hər qrup daxilində dəyişənlər normal paylanmış təsadüfi kəmiyyətlər kimi baxılır;

4. Müxtəlif qrupların kovariasiya matrisləri eyni tərtibli olmalıdır;
5. Diskriminant funksiyalarının qurulması üçün istifadə edilən müşahidələrin heç biri səhf təsnifat edilməməlidir.

Diskriminant funksiyanın əhəmiyyətliliyi üçün F kriterisi aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$F = \left( \frac{n_1 + n_2 - m - 1}{(n_1 + n_2 - 2)m} \right) \left( \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} \right) \cdot D^2 \quad (227) \quad (\text{Devis, 1977}).$$

Burada,  $n_1$  və  $n_2$  uyğun olaraq birinci və ikinci qrupdakı müşahidələrin sayı,  $m$ -əlamətlərin sayı,  $D^2$  isə Maxalanobis kriterisidir. Burada, alınan statistikanın azadlıq dərəcələri sayı  $m$  və  $(n_1 + n_2 - m - 1)$ -ə bərabərdir. Yoxlanılan sıfır hipotezi bundan ibarətdir ki, iki çoxölçülü orta qiymətlər bir-birinə bərabər və ya onların arasındakı məsafə sıfıra bərabərdir. Yəni

$$H_0: [D_j] = 0$$

$$H_1: [D_j] > 0$$

Misal. Geoloji quruluşunda vulkanogen- çökmə suxurlar iştirak edən rayonda geoloji xəritəalma zamanı yaxın petroqrafik tərkibli, lakin stratigrafik vəziyyəti fərqli olan iki laydüstəsi ayrılmışdır. Ayrı-ayrı sahələrdə onların qarşılıqlı münasibətini düzgün təyin etmək olur, lakin rayonun başqa hissələrində uyğun tərkibli suxurları birmənalı surətdə bu və ya digər laydüstəsinə aid etmək mümkün olmur. Güman edilir ki, vizual oxşarlığa baxmayaraq bu laydüstələrinin suxurları ayrı-ayrı oksidlərin miqdarına və onların qarşılıqlı əlaqələrinə görə fərqlənirlər. Bu fərqləri müəyyən etmək üçün etalon sahələrdə ayrı-ayrı nümunələrdə oksidlərin miqdarı müəyyən edilmişdir. Cədvəldə üstdə yatan lay düstəsinin nümunələri A, altıda yatan lay düstəsinin nümunələri isə B ilə işarə edilmişdir (Cədvəl 61). Bundan əlavə etalon sahələrdən kənarda ayrı-ayrı çıxışlarda nümunələr götürülmüş və onlarda da oksidlərin miqdarı təyin edilmişdir (cədv.62). Laydüstələrinin tərkibinə dair məlumata əsasən diskriminant funksiyanın tənliyini hesablamaq və cədv.62-də olan nümunələrin laydüstələrinin hansına aid olduğunu təyin etmək lazımdır.

Cədvəl 61

Sıra №-si	Na <sub>2</sub> O %	K <sub>2</sub> O %	TiO <sub>2</sub>	Na <sub>2</sub> O %	K <sub>2</sub> O %	TiO <sub>2</sub>
	A			B		
1	3,27	3.39	1.45	4.49	3.72	1.68
2	4.44	2.64	1.10	4.13	3.55	1.56
3	3.20	2.50	1.14	4.00	3.21	1.37
4	3.71	3.68	1.22	3,48	2.93	1.22
5	5,01	3.00	0.98	3.15	2.32	0.87
6	4.40	3.47	0.83	2.79	2.28	0.92
7	4.72	2.81	1.15	3.08	2.47	1.10
8	3.81	3.07	1.09	3.37	2.96	1.15
9	2.22	3.42	1.22	3.65	2.79	1.03
10	3.58	3.05	1.38	3.84	3.34	1.32
11	3.75	2.73	1.33	3.61	2.52	1.17
12	3.84	3.14	1.48	3.96	3.24	1.45
13	3.80	3.80	1,11	3.78	3.07	1.31
14	3.80	3.15	1.22	3.36	2.49	0.73
15	3.48	3.09	1.34	4.01	3.52	1.53
16	3.42	3.13	1.45	4.40	4.14	1.82
17	3.38	3.58	1.63	4.82	3.87	1.55
18	3.56	2.67	1.72	4.21	3.42	1.48
19	4.12	4.12	1.22	4.16	3.18	1.30
20	4.58	3.27	0.75	3.17	3.41	1.52
21	4.20	3.11	0.72	3.56	2.75	1.12
22	4.38	2.16	0.81	2.97	2.16	0.64
23	3.87	2.70	1.06	2.62	2.33	0.68
24	3.28	3.20	1.10	2.37	1.75	0.85
25	2.87	3.21	1.55	2.90	2.04	0.93
26	2.84	3.39	1.22	3.00	2.61	1.25
27	3.23	2.86	1.77	3.61	2.97	1.34
28	3.72	3.35	1.14	4.12	3.31	1.50
29	4.39	3.76	0.63	4.88	3.82	1.72
30	3.71	2.92	0.58	4.31	3.22	1.41

Na<sub>2</sub>O, K<sub>2</sub>O və TiO<sub>2</sub>-ni uyğun olaraq X, Y və Z ilə işarə edək.  
Hesablama nəticəsində

$$\bar{X}_A=3.81; \quad \bar{Y}_A=3.13; \quad \bar{Z}_A=1.20;$$

$$\bar{X}_B=3.66; \quad \bar{Y}_B=2.96; \quad \bar{Z}_B=1.23;$$

$$a_1=0.010; a_2=0.066; a_3=-0.0925.$$

Beləliklə, diskriminant funksiyası

$$D=0.010x+0.066y-0.0925z$$

$$D_0 = \frac{1}{2} [a_1(\bar{X}_A + \bar{X}_B) + a_2(\bar{Y}_A + \bar{Y}_B) + a_3(\bar{Z}_A + \bar{Z}_B)] = \frac{1}{2} [0.010(3.81 + 3.66) + 0.066(3.13 + 2.96) - 0.0925(1.20 + 1.23)] = 0.126$$

$$D_1 = 0.134; \quad D_2 = 0.118$$

Cədvəl 62

Sıra №-si	Na <sub>2</sub> O %	K <sub>2</sub> O %	TiO <sub>2</sub> %
35	3.60	2.92	1.26
36	3.62	3.10	1.20
37	3.20	3.51	1.46
38	3.98	3.16	1.38
39	3.54	2.95	1.32
40	3.00	3.71	1.52
41	4.31	3.00	0.87
42	4.43	3.30	0.73
43	3.31	2.42	1.01
44	3.09	2.27	0.96

Beləliklə, bu məlumatları aldıqdan sonra verilmiş nümunələr üçün D-ni hesablayırıq.  $D > 0,126$  olan nümunələr üstdə yatan laydəstəsinə (A),  $D < 0,126$  olan nümunələr isə altdakı laydəstəsinə (B) aid edilməlidir. Cədvəl 62-də verilmiş nümunələri təsnifat etmək üçün onların D-ni hesablayaq.

$$D_{35} = 0.112; \quad D_{36} = 0.13; \quad D_{37} = 0.13; \quad D_{38} = 0.125; \quad D_{39} = 0.109; \\ D_{40} = 0.134; \quad D_{41} = 0.16; \quad D_{42} = 0.195; \quad D_{43} = 0.099; \quad D_{44} = 0.092.$$

Beləliklə, 35,38,39,43 və 44 №-li nümunələr B laydəstəsinə, 36,37,40,41 və 42 №-li nümunələr isə A laydəstəsinə aiddir.

#### 8.4. Baş komponentlər metodu

Əlamətlər fəzasının ölçüsü artdıqca geoloji obyektlərin tədqiqi çətinləşir və faydalı informasiyanı əhəmiyyətli dərəcədə itirmədən çox miqdar əlamətləri daha az əlamətlə əvəz etmək problemi ortaya çıxır. Bu məsələnin həllinin ən çox yayılmış metodlarından biri baş komponentlər metodudur.

Baş komponentlər metodunun əsasını  $m$  dəyişəni yeni  $m$  dəyişənə xətti çevirmək təşkil edir. Burada, hər bir yeni dəyişən əvvəlkilərin xətti birləşməsindən ibarətdir. Çevirmə prosesində müşahidə edilən dəyişənlərin vektorları yeni vektorlarla (baş komponentlər) əvəz edilir. Bunların çoxölçülü əlamətlərin cəm dispersiyasında payları bir-birindən kəskin fərqlənir. Əlamətlər fəzasının ixtisarı cəm dispersiyasının əsas hissəsini təmin edən bir neçə ən informativ komponentin seçilməsi yolu ilə aparılır. Az informativ komponentlərin kənar edilməsi komponentlərin ümumi sayını xeyli azaldır.

Baş komponentlər - ilkin əlamətlər kovariasiya matrislərinin məxsusi vektorlarıdır. Kovariasiya matrisinin məxsusi vektorlarının sayı tədqiq edilən əlamətlərin sayı ilə təyin edilir, yəni onun sütunlarının (və ya sətirlərinin) sayına bərabərdir. Hər bir məxsusi vektor (baş komponent) öz məxsusi qiyməti və koordinatları ilə səciyyələnir.

Kovariasiya matrisinin məxsusi qiymətləri ( $\lambda_j$ ) - onun məxsusi vektorlarının uzunluğu, yəni onların dispersiyasıdır. Kovariasiya matrisinin məxsusi qiymətlərinin cəmi onun izinə, yəni diaqonal elementlərinin cəminə bərabərdir. Kovariasiya matrisinin məxsusi vektorunun koordinatları ( $\omega_{ij}$ ) onun  $m$  ölçülü əlamət fəzasında vəziyyətini xarakterizə edən ədədi əmsallardır. Onların sayı ( $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m$ ) fəzasının ölçüsü ilə müəyyən edilir. Ədədi qiymətləri isə verilmiş məxsusi vektorun xətti tənliklərinin əmsallarıdır.

Kovariasiya matrisinin məxsusi qiymətləri və bu vektorların koordinatlarının hesablanması mürəkkəb olduğundan bu xüsusi proqramlar ilə kompüterlərin vasitəsilə təyin edilir.

Verilən ilkin əlamətlərin kovariasiya matrisləri simmetrik olduğundan, onların məxsusi vektorları həmişə ortoqonaldır. Onları təşkil edən dəyişənlər isə qarşılıqlı sərbəst, yəni bir-birilə korrelyasiyası yoxdur.

Baş komponentlər metodunda məxsusi vektorların koordinatlarına bu və ya digər faktora uyğun dəyişənlərin yükü kimi baxılır. Onlar məcmuların yeni çoxluqlarının matrislərini verilmiş (ilkin) məlumatın ( $x_1, x_2, \dots, x_m$  əlamətləri) vektorlarının məxsusi vektorların oxlarına ( $v_1, v_2, \dots, v_m$ ) proyeksiya etməklə hesablanması üçün istifadə edilir:

$$v_j = \sum_{i=1}^m \omega_{ij} x_i \quad (228);$$

Burada,  $\omega_{ji}$ -j-ci komponentin əlamətin i-ci dəyişəninə yüküdür. Bu düstur vasitəsilə  $n \times m$  ölçülü müşahidə edilmiş əlamətlər matrisi vektorun qiymətini nəzərə alan yeni dəyişənlər matrisinə hesablanır. Əgər çoxölçülü fəzanın müşahidə edilən əlamətləri arasında statistik əlaqələr kifayət qədər aydın özünü büruzə verirsə, onda verilmiş əvvəlki müşahidələr matrisinin  $m$  yeni komponentlərə ayrılması, yeni komponentlər üzrə dispersiyaların paylanması kontrastlığını verilən vektorlara nisbətən nəzərə çarpan dərəcədə artırır. Bir qayda olaraq, birinci baş komponentin dispersiyası əlamətlərin ümumi dispersiyasının 50 və daha çox faizini təşkil edir. Sonrakı bir-iki komponentin dispersiyaları ilə birlikdə isə onların ümumi dispersiyadakı payı 90 %-i keçir.

Beləliklə, müşahidə edilən əlamətlər barədə informasiyanın əhəmiyyətsiz itkiləriylə fəzanın ölçüsünü nəzərə çarpacaq dərəcədə azaldaraq ( $p \leq m$ -ə qədər) iki-üç ən informativ baş komponentlərə dair məlumatla kifayətlənmək olar. Deməli,  $n \times m$  ölçülü ilk matris əvəzinə geoloji analiz məqsədi ilə baş komponentlərin  $n \times p$  ( $p$  bir qayda olaraq 2-3-dən artıq olmur) matrisindən istifadə etmək olar. Bu matrisdə yeni dəyişənlər korrelyasiyaya malik olmadığından baş komponentlər metodu başlanğıc (ilkin) matrisdə olan xətti sərbəst vektorların həqiqi sayını müəyyən etmək üçün güclü vasitə kimi baxıla bilər.

Misal. Nadir metallı peqmatit yatağında təyin edilmişdir ki, bir çox elementlərin ilkin səpinti oreolları mürəkkəb quruluş və aydın ifadə olunmamış sərhədlərlə seçilir. Geokimyəvi oreolları müəyyən etmək üçün korrelyasiya və birinci baş komponent üçün komponent analizi aparılmışdır (Kajdan, Quskov, 1990) (cədv.63).

Korrelyasiya analizinin nəticələri filiz cisminə qədər olan məsafə faktorunun ətraf suxurlardakı kimyəvi elementlərin miqdarına əhəmiyyətli təsirinin olduğunu güman etməyə imkan verir. Komponent analizi nəticəsində 5 baş komponent müəyyən edilmişdir ki, bunlardan yalnız birinci komponent əhəmiyyətlidir. Onun dispersiyası cəm dispersiyanın 67%-ni təşkil edir. Birinci baş komponent peqmatit damarına qədər olan məsafə ilə mənfi, tədqiq olunan elementlərlə isə müsbət əlaqədədir. Bu komponent ilkin səpinti oreollarında indikator elementlərin paylanması ümumi xarakterini əks etdirərək, onların ayrılması üçün istifadə edilə bilər.

Cədvəl 63

Əlamət	Korrelyasiya əmsali					Faktor yükü
	Li	Rb	Cs	Sn	Be	
Peqmatit damarına qədar məsafə	-0,70	-0,80	-0,67	-0,70	-0,48	-0,81
Miqdar:						
Litium Li	1,00	0,70	0,60	0,55	0,65	0,74
Rubidium Rb		1,00	0,73	0,61	0,45	0,79
Seziyum Cs			1,00	0,41	0,41	0,62
Qalay Sn				1,00	0,49	0,59
Berillium Be					1,00	0,48
Faktorların dispersiyası, %-lə						67,00

Baş komponentlər metodu çoxölçülü məcmuların faktor analizi metodunun əsasını təşkil edir. Təcrübədə faktor analizinin R və Q metodlarından istifadə edilir. R- metoddə kovariasiya matrisinin yerinə korrelyasiya matrisindən istifadə edilir. Adətən belə güman edilir ki, m dəyişənlər arasındakı əlaqə bu dəyişənlərin qarşılıqlı korrelyasiya olunmayan p faktorlarla əlaqəsindən asılıdır ( $p < m$ ). Buna görə də m dəyişən üçün dispersiya p “ümumi faktorların” dispersiyası ilə onlardan asılı olmayan m təsadüfi dəyişənlərin - “spesifiklik faktorunun” dispersiyasının cəminə bərabərdir. Standartlaşdırma prosedurası korrelyasiya matrisinin məxsusi vektorlarını faktorlar, normalaşdırılmış məxsusi vektorun hər bir komponentini uyğun məxsusi vektorun kvadrat kökünə hasilini isə faktor yükü hesab etməyə imkan verir. Bir faktor üzrə faktor yüklərinin kvadrları cəmi onların məxsusi qiymətlərinə bərabərdir.

Faktor analizin nəticələrinin daha məzmunlu interpretasiyası məqsədilə, onlar faktor yüklərinin daha kontrastlı birləşmələrini almaq üçün koordinat oxu ətrafında fırladılır. (“varimaks” metodu).

Misal. İrkutsk vilayətinin Anqar-Kat rayonunda nəhəng Neryundin dəmir filizi yatağı yerləşmişdir (Kajdan, Quskov, 1990). Yatağın filiz cisimləri brekçiyavari-möhtəvi yığınları və maqnetit damarları ilə təmsil edilərək, pnevmohidrotermal məhsullarla əhəmiyyətli dəyişmiş və skarlara və skarnabənzər və ya skarnlaşmış suxurlara çevrilmiş suxurlarda yerləşir. Yatağın filizlərinin keyfiyyəti



əsasən bir çox təbii faktorlarla (yatağın konkret geoloji struktur vəziyyəti, filizə qədər və filizdən sonrakı metasomatik proseslərin inkişafının intensivliyi, geokimyəvi şərait və s.) müəyyən edilir. Bu yatağın formalaşmasında hansı faktorların həlledici rol oynadığını təyin etmək üçün faktor analizindən istifadə edək. Qoyulmuş məsələnin həlli üçün 12 element və oksidə analiz edilmiş qrup nümunələrinin kimyəvi analizlərindən istifadə edilmişdir. Nəticədə cüt korrelyasiya əmsalları, baş komponentlər, faktor yükləri, dispersiyalar (cədv.64) və hər bir nöqtədə baş komponentlərin qiymətləri hesablanmışdır.

Cədvəl 64

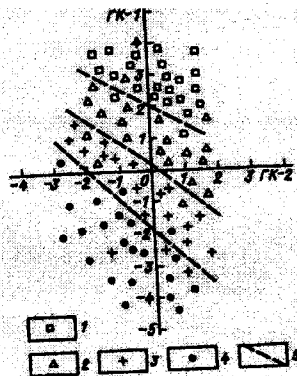
Cüt korrelyasiya əmsalları və faktor yükləri matrisi

Əlamət or	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	FeO	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	MgO	MnO	TiO <sub>2</sub>	P	S	K <sub>2</sub> O	Üç komponentin faktor yükləri		
												1	2	3
												Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1.00	0.63
FeO		1.00	0.64	-0.72	-0.58	-0.71	0.29	-0.57	-0.12	0.11	-0.16	0.77	0.00	0.13
SiO <sub>2</sub>			1.00	-0.57	-0.45	0.13	0.26	-0.40	-0.27	0.06	0.16	0.67	0.20	-0.16
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>				1.00	0.92	0.28	0.46	-0.52	0.77	0.17	-0.02	0.14	-0.78	0.11
CaO					1.00	0.17	0.37	-0.45	0.68	0.06	-0.14	0.18	-0.59	0.09
MgO						1.00	0.48	-0.52	0.77	0.17	-0.02	-0.08	-0.42	-0.37
MnO							1.00	-0.46	0.01	0.14	0.16	0.09	-0.04	0.67
TiO <sub>2</sub>								1.00	0.25	-0.50	-0.08	0.22	-0.23	-0.09
P									1.00	0.14	0.07	-0.51	0.22	0.01
S										1.00	-0.08	-0.29	-0.06	0.04
K <sub>2</sub> O											1.00	0.02	0.03	-0.05
Faktorların dispersiyası, %												42.00	18.70	9.30

Məcmunun öyrənilən əlamətlərinə olan ümumi təsirin 42%-ni nəzərə alan birinci komponent filizləşmənin ümumi xarakterini müəyyən edir. Statistik əhəmiyyətli müsbət faktor yükləri (parametrlər ilə baş komponent arasındakı korrelyasiya əmsalları) dəmir və manqanın gətirilməsini, faktor yüklərinin mənfi qiymətləri isə bir sıra oksidlərin aparılmasını xarakterizə edir. İkinci və üçüncü baş komponentlər filizmələgəlməyə qədərki kalsium-magnezium və kalium metasomatozunun rolunu göstərir.

İki baş komponent üzrə qurulmuş qrafik Neryundin yatağının filizlərini növlərə kifayət qədər bölməyə imkan verir (şək.39).

Faktor analizinin Q-metodunda dəyişənlər arasında deyil, müşahidələr arasında münasibətlər tədqiq edilir. Q metodun məqsədləri klaster-analiz ilə üst-üstə düşür, ancaq onun yerinə yetirilməsi daha mürəkkəb hesablamalar və maşın vaxtı tələb edir. R və Q metodlarının məğzi D.Devisin (1977) monoqrafiyasında verilmişdir.



Şək.39. Birinci və ikinci baş komponentlərin miqdarından asılı olaraq dəmirin miqdarına görə dəmir filizi tiplərinin paylanması  
 Dəmirin miqdarı, %-lə: 1->30, 2-25-30; 3-20-25; 4-<20; 5-müxtəlif filiz tipləri sahələrinin sərhədləri.

### 8.5. Geologiyada çoxölçülü statistik modellərin tətbiq sahəsi

Müxtəlif geoloji əlamətlərin komplekslərinin qarşılıqlı əlaqələrini tədqiq etmək məqsədilə çoxölçülü statistik modellərin tətbiq imkanları demək olar ki, geologiyanın hər hansı sahəsi üçün kifayət qədər genişdir. Paleontologiyada onlar qədim orqanizmlərin qabıqlarının morfoloji əlamətlərinin statistik təsviri və onların düzgün stratigrafiya vəziyyətini və ya rəhbər növlərin qruplarını təyin etmək üçün istifadə edilir. Geokimya və mineralogiyada kimyəvi elementlərin paragenetik analizinin korrelyasiya metodları geniş tətbiq olunur. Çökmə və maqmatik suxurların fiziki xassələrinin, kimyəvi və mineraloji tərkibinin çoxölçülü təsvirinin müxtəlif metodları litologiya və petroqrafiyada onları fasial və formasiya əlamətlərinə görə ayırmaq və ya müxtəlif faydalı qazıntıların aşkar edilməsi perspektivlərini qiymətləndirmək üçün istifadə edilir. İldən ilə faydalı qazıntı yataqlarının "obrazlarının (surətlərinin) tanınması" metodları daha geniş tətbiq edilir. Bunlarda statistik, məntiqi və evristik modellərdən istifadə edilir.

Geoloji dəyişənlərin əlaqələrinin çoxölçülü statistik təsviri onların qarşılıqlı əlaqələri dərəcəsinin sonrakı qiymətləndirilməsi ilə birlikdə geoloji təcrübədə identifikasiya, diskriminasiya, təsnifat

məqsədi ilə və ya proqnoz məsələlərinin həlli üçün əlamətlərin ən informativ kombinasiyasının axtarışında tətbiq edilir.

Geoloji obyektlərin identifikasiya məsələləri, məsələn quyu-geofiziki göstəricilər məcmuuna görə suxurların kollektor xassələrinin və ya qazlılığının qiymətləndirilməsi adətən çoxölçülü reqressiya modellərinin köməyi vasitəsilə yerinə yetirilir.

Geoloji obyektlərin iki əvvəlcədən verilmiş sinifə bölünməsi üçün xətti diskriminant funksiyası istifadə edilə bilər.

Geoloji obyektlərin təsnifatı klaster-analiz, faktor analizi (Q-metodu) və başqa üsullar ilə yerinə yetirilə bilər.

Geoloji obyektlərin xassələrinin proqnozlaşdırılması və çox vaxt onların filizlilik perspektivi və filizləşmə miqyasının müəyyən edilməsi "obrazların (surətlərin) tanınması" alqoritmləri vasitəsilə yerinə yetirilir.

İlkin məlumatın xarakterindən və geoloji tədqiqatların məqsədlərindən asılı olaraq bu alqoritmlərin tərtib edilməsi üçün müxtəlif çoxölçülü modellərdən istifadə edilir. Bu zaman bir qayda olaraq ən informativ əlamətlər məcmuunun tapılması və qeyri-informativ əlamətlərin kənar edilməsi problemi ortaya çıxır ki, bu da baş komponentlər metodu, faktor analizinin R-metodu və başqa məntiqi və evristik metodların köməyi vasitəsilə əldə edilir.

Geoloji məsələlərin həlli üçün çoxölçülü statistik metodların tətbiq imkanları indiki zamanda da tam öyrənilməmiş və şübhəsiz ki, böyük gələcəyə malikdir.

## FƏSİL IX. FƏZA DƏYİŞƏNLƏRİNİN MODELLƏŞDİRİLMƏSİ

Yer qabığının öyrənilməsi zamanı geoloq üçün təkcə süxurların, mineral assosiasiyalarının və ya faydalı qazıntıların xassələrinin müşahidə edilən qarşılıqlı əlaqələri və dəyişkənliyinin orta karakteristikaları deyil, həm də tədqiq edilən həcmlərdə onların fəza dəyişmələrinin qanunauyğunluqları maraq kəsb edir. Statistik modellər bu məqsədlər üçün yararsızdır, çünki hər hansı statistik göstərici müşahidə nöqtələrinin fəzada yerləşməsindən asılı olmayaraq yalnız tədqiq edilən xassənin dəyişkənliyinin orta səviyyəsini əks etdirir.

Bundan əlavə statistik karakteristikalar yalnız seçmə məlumatı sərbəst təsadüfi kəmiyyətlər məcmuu olduqda əlamətin müşahidə edilən dəyişkənliyi səviyyəsini obyektiv qiymətləndirilməsini təmin edir.

Geoloji obyektlərin tədqiq edilən xassələrinin fəzada yerləşməsi qanunauyğunluqlarının riyazi modelləşdirilməsi üçün, onlar təsadüfi kəmiyyətlər kimi deyil, fəza dəyişənləri kimi nəzərdən keçirilir.

Bunların məcmuu, fəza dəyişənləri sahələrini əmələ gətirir. Bu sahələrin daxilində hər bir dəyişənin vəziyyəti fəza koordinatları ilə müəyyən edilir.

Fəza dəyişənlərinin geoloji, geokimyəvi, geofiziki və başqa sahələrinin həndəsi və analitik modelləşdirmə metodları tədqiq edilən təmayüllərin obyektiv ayrılmasına və miqdarı təsvirinə kömək edir və bir sıra hallarda isə yeni, əvvəlcə məlum olmayan qanunauyğunluqları aşkar etməyə imkan verir. Modelləşdirmə məqsədləri üçün bu zaman geoloji xəritəalmanın, geokimyəvi və şlix planalmasının, geofiziki müşahidələrin, geoloji-kəşfiyyat işlərinin nəticələri istifadə edilir.

Terrigen çöküntülərin qranulometrik və mineraloji tərkibinin dəyişməsinin fəza qanunauyğunluqları qırıntı materialın köçürülmə istiqamətini müəyyənləşdirməyə və çökmə suxur qatlarının formalaşması zamanının paleocoğrafi şəraitini bərpa etməyə imkan verir. Müxtəlif mineralların konsentrasiyasının dəyişməsinə görə intruziv massivlərin və faydalı qazıntı yataqlarının zonallığı aydınlaşdırılır. Geofiziki sahələrin fəza qanunauyğunluqları faydalı qazıntıların xəritə alınması və axtarışında geniş istifadə olunur.

Tədqiqatın erkən mərhələlərində filiz cisimləri parametrlərinin dəyişməsində qanunauyğunluqların aşkar edilməsi yataqların geoloji kəşfiyyatın əhatə etmədiyi flanqlarını və dərin horizontlarını daha çox əsasla qiymətləndirməyə və həm də geoloji kəşfiyyat işləri davam etdirildiyi təqdirdə müşahidə şəbəkəsi ölçülərinin düzgün seçilməsinə kömək edir. Geokimyəvi və geofiziki sahələrin riyazi modelləşdirilməsi faydalı qazıntı yataqlarının tapılması üçün perspektivli anomaliyaların daha etibarlı aşkar edilməsinə imkan verir.

Diskret geoloji sahələrin modelləşdirilməsi vasitəsilə intruzivlər, tektonik pozğunluqlar və ya geoloji quruluşun digər elementlərinə görə müəyyən genetik tipli faydalı qazıntı yataqlarının və filiz təzahürlərinin yerləşmə qanunauyğunluqları müəyyən edilir.

### **9.1. Geoloji obyektlər fəza dəyişənləri sahələri kimi**

Fəza dəyişəni sahəsi olaraq fəzanın elə bir sahəsi sayılır ki, onun hər bir nöqtəsinə qarşı tədqiq edilən dəyişənin müəyyən qiyməti uyğun gəlir. Geoloji sahə kimi fəzanın elə bir sahəsi qoyulur ki, sonuncunun hər bir elementinə tədqiq edilən geoloji əlamətin müəyyən qiyməti uyğun gəlir.

Modelləşdirilən əlamətlərin təbiətindən asılı olaraq geofiziki, geokimyəvi, mineraloji, morfometrik və başqa geoloji sahələr fərqləndirirlər. Onlar tədqiq edilən fəzanın ölçüsündən asılı olaraq birölçülü, ikiölçülü, üçölçülü və çoxölçülü sahələrə bölünürlər.

#### **Kəsilməz və diskret geoloji fəza dəyişənləri.**

Yer qabığında yayılma xarakterinə görə geoloji fəza dəyişənləri kəsilməz və diskret dəyişənlərə bölünürlər.

Kəsilməz fəza dəyişənləri süxurların, mineral assosiasiyalarının və ya faydalı qazıntıların sahənin hər bir nöqtəsində (bütün həcmdə), yəni yer qabığının və ya geoloji cisimin tədqiq olunan blokunda özünü büruzə verən xassələrini ifadə edirlər. Belə dəyişənlərə süxurlarda kimyəvi elementlərin miqdarı, onların fiziki xassələri, geoloji cisimlərin başqa xassələri aiddir.

Diskret fəza dəyişənlərinə məhdud sahədə (həcmdə) yayılmış elə geoloji əmələgəlmələr aiddir ki, onların ölçüləri tədqiq olunan sahələr

və ya həcmilər ilə müqayisədə nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçikdir. Onlar spesifik tərkibli geoloji cisimlər (məs. müəyyən süxur növləri), faydalı qazıntı yataqları, ayrı-ayrı mineralların möhtəviləri və s. ilə təmsil edirlər.

**Skalyar və vektor sahələr.** Fəza dəyişənləri skalyar və vektor geoloji sahələrinə ayrılırlar. Tədqiq edilən geoloji dəyişənlərin əksəriyyəti skalyar kəmiyyətlərinə aiddirlər. Onların verilməsi üçün modulunu və işarəsini bilmək kifayətdir. Bu dəyişənlərin məcmuları skalyar geoloji sahələri təşkil edirlər.

Geoloji təcrübədə daha az vektor fəza dəyişənlərindən istifadə olunur ki, bunların verilməsi üçün nəinki modulu və həm də dəyişənin istiqamətini bilmək lazımdır. Təsadüfi vektor sahələri real iki-və ya üç ölçülü fəzada istiqamətlənmiş vektorlar kimi (məs. maqnit sahələri), ya da ki, skalyar dəyişənlərin kompleksləri kimi modelləşdirilə bilər (məs. hər nöqtədə bir neçə kimyəvi elementin miqdarına görə). Bir çox skalyar sahələr, əgər onların öz qiymətləri deyil, törəmələri, yəni geoloji sahələrin qradiəntləri tədqiq edilsə vektor sahələrə çevrilə bilər.

## 9.2. Geoloji sahələrin qeyricinslilik elementləri, dəyişkənliyi və anizotropiyası

Geoloji sahələrin öyrənilməsi son nəticədə onları təşkil edən müxtəlif cinsli əmələgəlmələrin bu və ya digər əlamətlərə görə aşkar edilməsi və təsvirindən ibarətdir. Bu məqsədlə ilkin materialların yığılması zamanı iki ən tipik hadisə baş verə bilər.

- 1) Müşahidə sahəsi olaraq real mövcud olan müxtəlif cinsli məhdud ölçülü, ətraf mühitdən seçilən təbii əmələgəlmələr xidmət edə bilər.
- 2) Çox vaxt müxtəlif cinsli geoloji əmələgəlmələrin aydın təbii sərhədləri olmadığından onların hüdudlarında süni müşahidə sahələri ayırmaq lazım gəlir. Belə süni yaradılmış sahələr üzrə müşahidələrin nəticələri kəsilməz geoloji sahələrin modelləşdirilməsinin əsasını təşkil edir, müşahidə sahələrinin özü isə eksperimentin təsir sahələri adlanır.

Aydındır ki, birinci halda real mövcud olan müxtəlif cinsli geoloji əmələgəlmələr modelləşdirilir və onların fəzada yerləşmə

qanunauyğunluqları praktiki olaraq birmənalı aşkar edilir, ikinci halda isə eksperimentin təsir sahələri üzrə müşahidə sahələri modelləşdirilir. Həmin sahələrin ölçüləri və forması isə tədqiqatçıların məqsədlərindən (və imkanlarından) asılıdır.

Buna görə də kəsilməz geoloji sahələrin modelləşdirilməsi zamanı aşkar edilən qanunauyğunluqlar tədqiq edilən ərazilərin, sahələrin və ya blokların real mövcud olan müxtəlif cinsli hissələrini heç də tamamilə əks etdirmir.

Kəsilməz geoloji sahələrin modelləşdirilməsi zamanı müşahidə edilən əlamətlərdə təsadüfi və qanuna uyğun dəyişən tərkib hissələri olur.

Əlamətin təsadüfi dəyişkənliyi zamanı onun müxtəlif nöqtələrdə müşahidə edilən qiymətləri bir-birindən asılı olmur, qanunauyğun dəyişmə üçün isə bütün nöqtələrdə əlamətin qiymətləri bir-biri ilə funksional surətdə bağlıdırlar. Kəsilməz geoloji sahələrdə təsadüfi və qanunauyğun dəyişmə hər bir konkret halda geoloji əmələgəlmələrin təbii xassələrindən, eksperimentin təsir sahələrinin həndəsi xüsusiyyətlərindən və həm də müşahidə şəbəkəsinin sıxlığından və başqa faktorlardan asılıdır.

Modelləşdirilən kəsilməz geoloji sahələr çox vaxt anizotrop xassələrə malikdirlər. Bu da özünü onda büruzə verir ki, sahənin dəyişənliyinin xarakteristikaları təyin olunduqları yerdən və istiqamətdən asılıdırlar. Kəsilməz geoloji sahələrin anizotropik əlaməti kimi müxtəlif cinsli hissələrin müxtəlif ölçülü elementlərinin uzanmış konturları xidmət edə bilər.

### **9.3. Müşahidə edilən dəyişkənliyin təsadüfi və qanunauyğun tərkib hissələrinin meydana çıxmasını şərtləndirən geoloji, metodik və texniki amillər**

Geoloji sahələrin modelləşdirilməsi zamanı tədqiq edilən əlamətin dəyişkənliyinin qanunauyğun və təsadüfi hissələri hər hansı nisbətdə ola bilərlər. Onların konkret qiymətləri isə yuxarıda adı çəkilən geoloji, metodik və texniki amillərin birləşməsindən asılıdır.

Tədqiq edilən əmələgəlmələrin sadə geoloji quruluşu modelləşdirilən sahələrin dəyişkənliyinin qanunauyğun təşkilədiciyinin meydana çıxmasına və çevrilməsinə səbəb olur. Quruluş o vaxt sadə

hesab edilir ki, modelləşdirilən obyektin struktur elementləri eksperimentin təsir sahəsinin xətti ölçüləri ilə müqayisədə ya çox kiçik (mineral aqreqatlarının struktur və mikroteksturlarının müxtəlifliyi) və ya çox böyük (iri geoloji cisimlərin və ya yer qabığı bloklarının müxtəlif quruluş hissələri) olur. Birinci halda bir sıra əlamətlərin fəzada dəyişkənliyi praktiki olaraq mövcud deyildir, ikinci halda isə əlamətin qanunauyğun dəyişməsi üstünlük təşkil edir.

Struktur elementlərinin ölçüləri eksperimentin təsir həcmələrinin xətti ölçüləri ilə müqayisə edilə bilən tədqiq olunan əmələgəlmələrin mürəkkəb geoloji quruluşu modelləşdirilən əlamətlərin təsadüfi dəyişkənliyinin yaranmasına səbəb olur. Belə quruluş peqmatit cisimlərin brekçiyalaşma və miqmatitləşmə zonaları və həm də bir sıra epigenetik mənşəli faydalı qazıntıların təbii yığınları üçün səciyyəvidir. Ümumi halda obyektin geoloji quruluşu mürəkkəbləşdikcə müşahidə olunan əlamətin təsadüfi dəyişkənliyi də artır ki, bu da özünü onun müxtəlif miqyashı struktur səviyyələrinin meydana gəlməsində özünü büruzə verir. Dəyişkənliyin qanunauyğun və təsadüfi təşkil edicilərinin nisbətini müəyyən edən ən mühüm metodik amillər eksperimentin təsir sahəsinin ölçüləri və müşahidə şəbəkəsinin sıxlığıdır. Bu sahənin ölçüləri nə qədər böyük və qonşu müşahidələr arasındakı məsafə nə qədər az olsa, əlamətin qanunauyğun dəyişkənlik hissəsi (başqa bərabər şəraitdə) bir o qədər çox olur. Lakin müşahidə şəbəkəsinin sıxlığını eksperimentin təsir sahəsinin xətti ölçülərindən daha kiçik ölçülərə qədər azaltmaq praktiki olaraq məqsədəuyğun deyildir. Deyilənlərdən belə məlum olur ki, əlamətin qanunauyğun və təsadüfi dəyişkənliyinə geoloji obyektlərin müxtəlif cinsli hissələrinin həqiqi elementlərinin ölçüləri ilə eksperimentlərin təsir etdiyi seçilmiş sahələrin ölçüləri arasındakı nisbət həlledici təsir göstərir. Buna görə modelləşdirilən obyektin müxtəlif cinsli hissələrinin ölçüləri və ehtimal olunan quruluş səviyyələri barədə aprior təsəvvürlərə əsaslanaraq eksperimentin təsir sahələrinin seçilmiş ölçü və formaları üçün əlamətin dəyişkənliyinin qanunauyğun və təsadüfi təşkilədiciləri arasında gözlənilən nisbətləri proqnozlaşdırmaq olar.



#### 9.4. Fon, anomaliyalar və trend səthi

Kəsilməz skalyar geoloji sahənin ən çox yayılmış modeli additiv təsadüfi sahə modelidir. Bu zaman müstəvidə  $x$  və  $y$  koordinatları ilə  $\hat{U} = f(x,y)$  kəsilməz skalyar dəyişənin qiymətləri verilir və onun qiymətləri  $\hat{U} = f(x,y) + \varepsilon$  additiv skalyar sahənin təsviri üçün istifadə edilir. Burada  $f(x,y) = \hat{U}$  -koordinatların funksiyası,  $\varepsilon$ -təsadüfi dəyişəndir.

Fəza qanunauyğunluqlarının tədqiqinin əsas məsələsi tədqiq edilən ərazinin ayrı-ayrı hissələri üçün səciyyəvi olan qiymətlər səviyyəsini əks etdirən sahənin qanunauyğun komponentinin təsviridir.

Modelləşdirilən geoloji sahənin əsas həssəsini xarakterizə edən qanunauyğun (təsadüfi olmayan) komponent onun fonu adlanır.

Sahənin fon hissəsi tədqiq edilən əlamətin yüksək və ya aşağı qiymətli sahəsini aşkar edir və özündə tədqiq edilən geoloji obyekt barədə faydalı informasiya daşıyır. Fonu ayırmaq üçün sahənin əsas xassələrinin ümumiləşdirilməsi zəruridir. Hər bir konkret halda fondan verilmiş müəyyən şərti səviyyədən artıq olan fərqlənmələr anomaliya kimi nəzərdən keçirilir.

Empirik məlumatlara görə tədqiq edilən əlamətlərin qanunauyğun və təsadüfi tərkib hissələrini ayırmaqla geoloji sahənin fon hissəsinin ayırmaq metodları trend səthlərinin analizi adlanır.

Geoloji təcrübədə trend-analizi məqsədləri üçün iki müxtəlif metodik üsuldan istifadə edilir: 1) sürüşən statistik pəncərələrlə ilkin məlumatların hamarlaşdırılması; 2) sahələrin fəza koordinatlarının vahid funksiya ilə approksimasiya edilməsi (ortoqonal polinomlarla və s.).

Polinomial trend-analiz əsasən regional geoloji qanunauyğunluqların aşkar edilməsi üçün istifadə edilir. Sürüşən orta qiymət metodları daha universal olub, geoloji sahələrin məhdud hissələrinin orta parametrlərinin daha yaxşı qiymətləndirilməsini təmin edirlər.

## 9.5. Təsadüfi sahələrin hamarlaşdırma üsulları

Adətən əlamətin dəyişkənliyinin qanunauyğun və təsadüfi hissələri təbii geoloji obyektlərdə birlikdə müşahidə edilir. Əlamətin ümumi dəyişkənliyini onun qanunauyğun və təsadüfi hissələrinə ayırmaq üçün profil üzrə empirik məlumatların "sürüşən pəncərə" üsulu ilə hamarlaşdırılması təklif edilmişdir. Bunun nəticəsində qanunauyğun dəyişmə sinusoida tipli funksiya ilə təsvir edilə bilən, səlis əyri şəklində üzə çıxır. Təsadüfi dəyişməni xarakterizə etmək üçün isə, sürüşən orta qiymətdən (yəni qanunauyğun dəyişmənin səviyyəsindən) hər bir nöqtədə qiymətin fərqi görə hesablanmış variasiya əmsalından istifadə edilir.

Analoji məsələni sahə üzrə həll etdikdə, kəşfiyyat özləkləri mərkəzləri üçün 2-3 qat hamarlaşdırma yolu ilə əlamətin hesablanmış orta hesabı qiymətlər nöqtələrindən izoxətlər keçirilir və təsadüfi dəyişmənin dispersiyası isə faktik qiymətlərin uyğun izoxətlərdən fərqi görə hesablanır.

İlkin məlumatın ən sadə (çəkilməmiş) hamarlama üsulu aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\Phi(x,y) = \hat{U} = 1/n \sum U_i \quad (229);$$

Burada,  $x,y$ -sürüşən "pəncərənin" mərkəzinin koordinatları,  $n$ -bu "pəncərədə" nöqtələrin sayı,  $U_i$ - "pəncərə" daxilindəki  $i$  nöqtəsində əlamətin qiyməti,  $\hat{U}$ - "pəncərə" daxilindəki nöqtələrdəki əlamətin "pəncərənin" mərkəzinə aid edilmiş orta qiyməti.

Sürüşən "pəncərədə" nöqtələrin sayı çoxaldıqca alınmış sürüşən orta qiymət əlamətin maksimal və minimal qiymətləri müşahidə edilmiş nöqtələri pərdələdiyinə və yerini dəyişdiyinə görə, təcrübədə ilkin məlumatın çəkili hamarlanma üsulları geniş tətbiq olunur.

Ümumi halda çəkili hamarlaşdırma düsturu bu şəkildə yazılır:

$$\Phi(x,y) = U = \theta \sum k(\xi, \eta) U(\xi, \eta) \quad (230);$$

Burada,  $x,y$  transformasiya sahəsinin mərkəzinin koordinatları,  $k(\xi, \eta)$ -koordinatlardan asılı olan əmsallar,  $U(\xi, \eta)$ -transformasiya sahəsinin uyğun nöqtələrində əlamətlərin müşahidə edilən qiymətləridir. Məsələn V.F.Myaqkovun sıranın 5 ardıcıl nöqtəsinə görə təklif etdiyi hamarlaşdırma düsturu

$$\bar{U}_j = 0.0625(U_{i-2} + 4U_{i-1} + 6U_i + 4U_{i+1} + U_{i+2}) \quad (231);$$

şəkildədir.

Bundan başqa Vulkausun, Şeppardın, Spenserin və b. təklif etdiyi hamarlaşdırma düsturları da geniş istifadə edilir.

Aqterberqin düsturunda 9 ardıcıl müşahidənin qiymətindən istifadə edilir. Burada hamarlaşdırılması tələb olunan  $U_0$  kəmiyyətindən hər tərəfə (irəli və geri) 4 müşahidənin qiymətindən istifadə edilir:

$U_0 = 0.31U_0 + 0.16(U_1 + U_{-1}) + 0.08(U_2 + U_{-2}) + 0.04(U_3 + U_{-3}) + 0.02(U_4 + U_{-4})$  (232);  
Spenser düsturunda hər tərəfdən 10 qiymətdən istifadə edilir:

$$U_0 = \frac{1}{350} [60U_0 + 57(U_1 + U_{-1}) + 47(U_2 + U_{-2}) + 33(U_3 + U_{-3}) + 18(U_4 + U_{-4}) + 6(U_5 + U_{-5}) - 2(U_6 + U_{-6}) - 5(U_7 + U_{-7}) - 5(U_8 + U_{-8}) - 3(U_9 + U_{-9}) - (U_{10} + U_{-10})]$$
 (233);

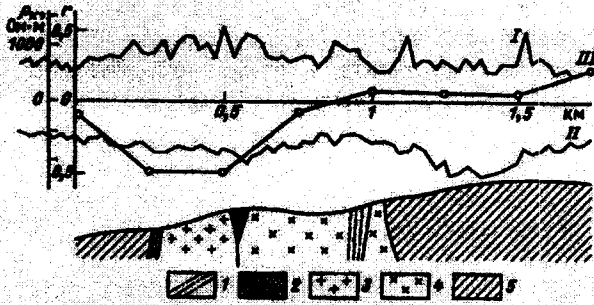
Şeppard tənliyində hər tərəfdən 2 qiymətdən istifadə edilir:

$$\hat{Y}_I = \frac{1}{35} [17Y_I + 12(Y_{I+1} + Y_{I-1}) - 3(Y_{I+2} + Y_{I-2})] \quad (234)$$

sahələrin kompleks tədqiqi zamanı bir sıra xassələr eyni zamanda qiymətləndirilir. Belə şəraitdə qanunauyğunluqlar "sürüşən korrelyasiya" üsulu vasitəsilə təyin edilə bilər. Bu üsul transformasiya sahələri həddlərində tədqiq edilən xassələr arasında korrelyasiya əmsallarının hesablanmasına əsaslanır. Terrigen qatlarda müəyyən mineralların miqdarı arasında korrelyasiya əmsalları xəritəsi qırxıntı materialın daxil olma istiqamətini müəyyən etməyə imkan verir, müxtəlif fiziki xassələr arasında korrelyasiya əmsallarının dəyişmə qrafikləri və sahələri isə geoloji xəritəalma zamanı geofiziki işlərin nəticələrinin interpretasiyasına kömək edir.

Misal. Skarn və qreyzen tipli molibden filizləşməsi leykokrat qranitlərində yerləşir (Kajdan, Quskov, 1990). Bu qranitlərin üzərində xüsusi elektrik müqavimətinin ( $\rho_k$ ) zəif artdığı və qravitasiya sahəsinin ( $\Delta g$ ) səviyyəsinin aşağı düşdüyü qeyd olunur. Lakin filiz yerləşən intruzivin hər hansı bir əlamətə görə ayrılması çətinlik törədir.  $\rho_k$  və  $\Delta g$  arasında profilin uzunluğu 500m olan sahələri üzrə korrelyasiya əmsalı hesablanmış və bunun nəticəsində r-in aşağı qiymətlərinə görə filizli intruziv çox aydın ayrılır (şək.40).

İlkin verilənlərin çevrilməsinə və ya hamarlanmasına əsaslanan üsullar sadə və ayanidir, lakin bir sıra çatışmazlıqlara malikdirlər:



Şək.40. Çemurtay filiz təzahürü üzərində geofiziki müşahidələrin və korrelyasiya əmsalinin qrafiki (Kajdan, Quskov, 1990): I-xüsusi elektrik müqaviməti ( $\rho_{\kappa}$ ); II- $\Delta g$  qravitasiya sahəsinin səviyyəsi; III-korrelyasiya əmsali. 1-qırılma sahəsi; 2-skarnlar; 3-leykokrat qranitlər; 4-mikrodioritlər və qabbrodioritlər; 5-qumdaşları və əhəngdaşları.

-onlar aşkar edilmiş qanunauyğunluqların qiymətləndirilməsi üçün obyektiv miqdari kriterilərə malik deyildirlər;

-hamarlaşdırılmanın nəticələri transformasiya sahəsinin ölçülərindən və çevrilmə növündən asılı olaraq əhəmiyyətli dərəcədə dəyişir.

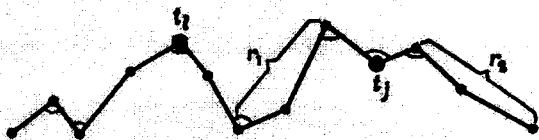
-hər hansı çevrilmə yalnız transformasiya sahəsinin ölçülərinə yaxın olan qanunauyğunluqlara nisbətən selektiv xassələrə malikdir.

## 9.6.Trendin olması barədə hipotezlərinin yoxlanmasının statistik metodları

Geoloji obyektin xassələrinin müşahidə edilmiş dəyişkənliyində hər hansı fəza (zaman) qanunauyğunluqlarının (trend) olması barədə məsələnin həlli üçün işarələrin və sıçrayışların sayının dəyişməsi kimi iki ən sadə və ekspress metoddan istifadə etmək olar.

İşarənin dəyişməsi və ya yuxarı və aşağı sıçrayışlar metodu işarənin dəyişməsi nöqtələrinin sayı və ya yuxarı və aşağı sıçrayışların sayına və həm də bu ədədlərin nisbətində və ardıcılıqdakı elementlərin sayına əsaslanır. Şək.41 bu iki termin haqqında təsəvvür yaradır (Miller,Kan,1965, s.331). Burada artan və azalan ədədlər ardıcılığı təsvir edilmişdir. Burada işarənin dəyişməsi nöqtələrinə misal olaraq  $t_i$  və  $t_j$  nöqtələrini göstərmək olar. Yuxarıya sıçrayış termininə qrafikdə  $r_1$  hissəsi, aşağıya sıçrayışa isə  $r_2$  hissəsi uyğun gəlir. Beləliklə, yuxarıya

sıçrayış elə nöqtələr ardıcılığıdır ki, burada hər sonrakı nöqtədəki qiymət, əvvəlkindən böyükdür, aşağıya sıçrayış isə əks nisbətdə olan nöqtələr ardıcılığıdır.



Şek.41.

Təsadüfi ardıcılıqlarda işarənin dəyişməsi nöqtələrinin sayı yalnız ardıcılığın elementlərinin ümumi sayından ( $N$ ) asılıdır. Əgər  $N > 10$  olarsa, işarənin dəyişməsi nöqtələrinin sayının statistik paylanması normal paylanmaya yaxın olur və onun riyazi gözləməsi

$$M(t) = \frac{2N - 4}{3}; \text{ dispersiyası isə}$$

$$\sigma^2(t) = \frac{16N - 29}{90} \quad (235) \text{ olur.}$$

Qeyd etməliyik ki, yuxarı və aşağı sıçrayışların sayı işarəsi dəyişən nöqtələrin sayından bir artıq olur.

$$\text{Yəni } M(r) = M(t) + 1 = \frac{2N - 4}{3} + 1 = \frac{2N - 1}{3} \quad (236);$$

Burada,  $M(r)$ -yuxarı və aşağı sıçrayışların,  $M(t)$  isə işarəsi dəyişən nöqtələrin riyazi gözləməsidir. Yuxarı və aşağı sıçrayışlar və işarənin dəyişmə nöqtələrinin statistik paylanmasının dispersiyası isə

$$\sigma^2(t) = \sigma^2(r) = \frac{16N - 29}{90} \quad (237);$$

Bu parametrlərin təyini trendin olması barədə hipotezin yoxlanması zamanı normal paylanma funksiyasının cədvəlindən istifadə etməyə imkan verir. Bu hipotezin yoxlanması işarələrin dəyişdiyi nöqtələrin faktik sayı ilə  $(t)$  onun nəzəri qiymətinin  $(M(t))$  müqayisəsinə əsaslanır:

$$Z = \frac{t - M(t)}{\sqrt{\sigma^2(t)}} \quad (238);$$

Aydınlar ki, yuxarı və aşağı sıçrayışların sayından istifadə edildikdə bu düstur

$$Z = \frac{r - M(r)}{\sqrt{\sigma^2(r)}} \quad (239);$$

şəklini alır. Burada r-faktik sıçrayışların sayı, M(r)-onun riyazi gözləməsi,  $\sigma^2(r)$  isə dispersiyasıdır.

Təsadüfi olmayan ardıcılıqda t və M(t)-nin (və ya r və M(r)-in) qiymətləri bir-birindən kəskin fərqlənməməlidir. Buna görə də Z kriterisinin mütləq qiymətinə görə böyük qiymətlərin ehtimalı kiçik olacaqdır. Z kriterisinin qiymətləri 0 və 1 parametrləri ilə normal paylandığı üçün onun qiymətinə görə normal paylanma cədvəli üzrə tədqiq olunan sıra üzrə işarəsi dəyişən nöqtələrin faktik qiymətinin nəzəri qiymətdən fərqi, bu sıra təsadüfi olmaq şərti ilə qiymətləndirmək olar. Əgər bu ehtimal kiçik olsa (məs. <0.05), onda sıranın təsadüfi xarakter daşdığı haqda hipotez rədd edilir və hesab edilir ki, onun trendi vardır.

İkinci tip sıçrayışlar metodu əsasən dioxotomik prosesləri əhatə edir. Belə prosesə misal olaraq, elementləri (+) və (-) olan ardıcılığı göstərmək olar. Bu işarə ilə nöqtələrin median xəttinə görə vəziyyətini (altıda və üstədə), kəsilişdə iki tip süxurun növbələşməsini və s. göstərmək olar. Nəticədə iki tip elementdən ibarət ardıcılıq alınacaq. Belə ardıcılığa misal olaraq ++--++----+-+ göstərmək olar. Onun ən mühüm xarakteristikaları aşağıdakılardır: elementlərin ümumi sayı, hər tipin elementləri sayı və sıçrayışların sayı. Bu halda sıçrayış - başqa tipin elementindən əvvəl və ya sonra gələn bir və ya bir neçə eyni elementlərinin (o biri tipin) əmələ gətirdiyi ardıcılıqdır.

Yuxarıdakı misalda elementlərin ümumi sayı  $n=13$ , (+) elementlərin sayı  $n_1=6$ , (-) elementlərin sayı  $n_2=7$ , sıçrayışların sayı isə  $U=7-p$ .

Təsadüfi ardıcılıqlarda sıçrayışların miqdarının (U) statistik paylanması asimptotik normaldır. Onun riyazi gözləməsi

$$M(U) = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1; \text{ dispersiyası isə}$$

$$\sigma^2(U) = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)} \quad (240);$$

Sıçrayışların faktiki sayı (U) tədqiq olunan sıra üzrə nəzəri qiyməti - M(U) ilə

$$Z = \frac{U - M(U)}{\sqrt{\sigma^2(U)}} \quad (241);$$

kriterisi üzrə tutuşdurulur.

Normal paylanma cədvəllərinin köməyi ilə təsadüfi ardıcılıqda alınmış  $Z$  qiymətinin ehtimalı müəyyən edilir. Əgər bu ehtimal kiçikdirsə, onda tədqiq olunan ardıcılığın təsadüfi olduğu barədə hipotez rədd edilir və hesab olunur ki, onun trendi vardır.

Qeyd edək ki, normal paylanma cədvəllərindən  $n_1$  və  $n_2$ -nin ayrı-ayrılıqda qiymətləri  $>10$  olduğu halda istifadə etmək olar.  $n_1 < 10$  və  $n_2 < 10$  olduğu halda bir tip müşahidələrin sayı -  $n_1$  və ikinci tip müşahidələrin sayı  $n_2$  olan iki tip elementdən ibarət ardıcılıqda  $U$  sıçrayışın olmasının ehtimalı

$U$  cüt olduqda

$$P(U) = \frac{2(n_1 - 1)!(n_2 - 2)!n_1!n_2!}{\left(\frac{U}{2} - 1\right)! \left(\frac{U}{2} - 1\right)! \left(n_1 - \frac{U}{2}\right)! \left(n_2 - \frac{U}{2}\right)! N!} \quad (242);$$

$U$  tək olduqda

$$P(U) = \frac{(n_1 - 1)!(n_2 - 1)!n_1!n_2!}{\left(\frac{U-1}{2}\right)! \left(\frac{U-3}{2}\right)! N!} \left[ \frac{1}{\left(n_1 - \frac{U+1}{2}\right)! \left(n_2 - \frac{U-1}{2}\right)!} + \frac{1}{\left(n_1 - \frac{U-1}{2}\right)! \left(n_2 - \frac{U+1}{2}\right)!} \right] \quad (243);$$

düsturu ilə hesablanır (Hoel, 1947).

Əhəmiyyətlik səviyyəsi ( $\alpha$ ) və iki tip elementdən təşkil edilmiş ardıcılıqda sıçrayışların faktik sayına ( $U$ ) görə ardıcılığın təsadüfi xarakter daşdığını və ya onda trend olduğunu xüsusi cədvəllər ( $N$ ) vasitəsilə də yoxlamaq olar (əlavələr cədv.23,24).

Əlavələr cədvəl 23-də  $\alpha=0.005; 0.995; 0.025; 0.975; 0.05; 0.95;$   $n_1=2,3,\dots,20;$   $n_2=2,3,\dots,20,$   $n_2 \leq n_1$  ( $n_2 > n_1$  qiymətləri lazım deyildir, çünki elementlərin tiplərini elə seçmək olar ki, həmişə  $n_1 \geq n_2$  olar).

Əlavələr cədvəl 24-də  $n_2=n_1=20,21,\dots,100$  üçün  $U$ -nun qiymətləri verilmişdir. ( $\alpha=0.005, 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.975, 0.99, 0.995$  olduqda).

Bu cədvəllər vasitəsilə 3 alternativ hipotez yoxlanır:

a) eyni növlü elementlər qruplara birləşmək təmayülünə malikdirlər; başqa sözlə az miqdar sıçrayışlara malik ardıcılığın ehtimalı başqalarına nisbətən böyükdür;

b) eyni növlü elementlər nadir hallarda böyük qruplar yaradırlar; başqa sözlə böyük miqdar sıçrayışlara malik ardıcılığın başqalarına nisbətən, ehtimalı daha böyükdür;

v) birinci 2 hipotezi birləşdirən alternativ hipotez; ardıcılıq təsadüfi deyildir, çünki onu əmələ gətirən proseslərdə az və çoxsaylı sıçrayışlara malik yerləşmələrin ehtimalı böyükdür.

Təsadüfilik haqqında hipotez aşağıdakı hallarda rədd edilir:

1) Əgər a bəndindəki alternativ hipotezlə müqayisə edildikdə,

$$U < U_{\alpha}$$

2) Əgər b bəndindəki alternativ hipotezlə müqayisə edildikdə,

$$U > U_{1-\alpha}$$

3) Əgər v bəndindəki alternativ hipotezlə müqayisə edildikdə,

$$U \geq U_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad \text{və ya} \quad U < U_{\frac{\alpha}{2}};$$

Əgər  $n_1$  və  $n_2$ -nin tələb olunan qiymətləri cədvəldə yoxsa, onda aşağıdakı düsturlar tətbiq edilir:

$$U_{\alpha} \approx 2N \cdot \frac{n_1}{N} \cdot \frac{n_2}{N} + 2k_{\alpha} \cdot \frac{n_1 n_2}{N^2} \sqrt{N} = 2 \frac{n_1 n_2}{N} + 2k_{\alpha} \cdot \frac{n_1 n_2}{N^2} \sqrt{N} \quad (244);$$

$$\Phi(k_{\alpha}) = \alpha$$

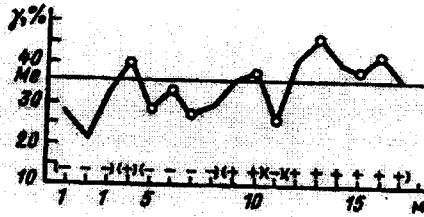
$$U_{1-\alpha} \approx 2N \cdot \frac{n_1}{N} \cdot \frac{n_2}{N} + 2k_{1-\alpha} \cdot \frac{n_1 n_2}{N^2} \sqrt{N} = 2 \frac{n_1 n_2}{N} + 2k_{1-\alpha} \cdot \frac{n_1 n_2}{N^2} \sqrt{N} \quad (245);$$

Burada  $N = n_1 + n_2$ ;  $\alpha$ -əhəmiyyətlik səviyyəsi,  $k_{\alpha}$ -normal paylanma funksiyasının  $\alpha$ -nın qiymətinə uyğun gələn qiymətidir.

Məs;  $\alpha = 0.05$  üçün  $k_{\alpha} = -1.645$ .

Misal. Andezit tərkibli iqnimbritlərin ümumi məsələliyinin vulkan axınının uzanmasına perpendikulyar istiqamətdə dəyişməsinin təsadüfi xarakter daşdığı barədə hipotezi yoxlayaq (şək.42). Profildə medianın qiymətinə uyğun düz xətt keçirdikdə ( $M_c = 36\%$ ) müşahidə edilən qiymətləri 2 sinifə bölürük. Bu zaman mediandan kiçik olan qiymətlərin sayı  $n_1 = 9$ , mediandan böyük olan qiymətlərin sayı  $n_2 = 8$ , sıçrayışların sayı isə  $U = 6$ .





Şək.42. İqнімbritlərin ümumi məsəməliliyinin ( $\gamma$ ) dəyişməsi.

$n_1=9$  və  $n_2=8$  olduqda təsadüfi sıra üçün riyazi gözləmə və dispersiyanı hesablayaq:

$$M(U) = \frac{2 \cdot 9 \cdot 8}{9 + 8} + 1 \approx 9.5$$

$$\sigma^2(U) = \frac{2 \cdot 9 \cdot 8 \cdot (2 \cdot 9 \cdot 8 - 9 - 8)}{(9 + 8)^2 (9 + 8 - 1)} \approx 4$$

Onda Z kriterisinin qiyməti

$$Z = \frac{6 - 9.5}{\sqrt{4}} = -1.75$$

Bu qiymət 0.04 ehtimalına uyğun gəlir. Beləliklə, 0.95 güvənilmə ehtimalında tədqiq edilən süxurların məsəməliyinin verilmiş istiqamət üzrə təsadüfi dəyişməsi haqqında hipotezi rədd etmək lazımdır. Lakin  $n_1 < 10$  və  $n_2 < 10$  olduğu üçün bu halda normal paylanmadan istifadə etmə dəqiq nəticə vermir. Buna görə ehtimalı daha dəqiq düsturla hesablayaq. U cüt olduğu üçün

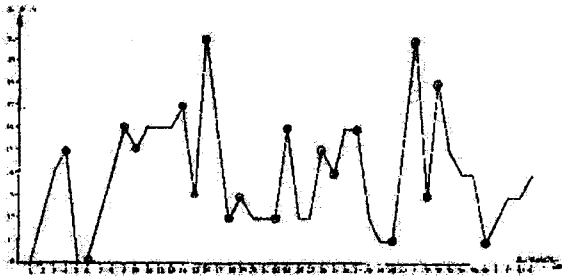
$$P(U) = P(6) = \frac{2(9-1)!(8-1)!9!8!}{\left(\frac{6}{2}-1\right)!\left(\frac{6}{2}-1\right)!\left(9-\frac{6}{2}\right)!\left(8-\frac{6}{2}\right)!17!} \approx 0.052$$

Beləliklə,  $P(U) > \alpha = 0.05$  olduğu üçün məsəməliyin paylanması təsadüfi xarakter daşıyır. Bu halda daha dəqiq düsturdan istifadə etmək daha düzgün nəticə verir.

Bundan başqa Əlavələr, cədvəl 23-dən ( $n_1=9$ ,  $n_2=8$ ,  $U=6$ )  $\alpha=0.05$  üçün  $U_\alpha=5$ ,  $U=6 > U_\alpha=5$  olduğundan bu üsulla da təsadüfilik hipotezi rədd edilmir.

Misal. Uran yataqlarının axtarışı məqsədi ilə qranitoid massivi daxilində 1:50000 miqyasında aeroqamma-spektrometrik planalma aparılmış və toriumun profil üzrə dəyişməsi barədə məlumat əldə edilmişdir (Cədvəl 65). Toriumun paylanmasında trendin olması

barədə hipotezi yoxlamaq tələb olunur. Bunun üçün işarənin dəyişdiyi nöqtələr (yuxarı və aşağı sıçrayış) metodundan istifadə edək (şək.43).



Şək.43. Toriumun 1 nömrəli profil üzrə piketlərdə paylanması.

Şəkildən görüldüyü kimi, bu ardıcılıqda işarəni dəyişmə nöqtələrinin sayı  $T=20$ .  $N=44 > 10$  olduğundan normal paylanmadan istifadə edə bilərik. Onda  $M(t) = \frac{2N - 4}{3} = \frac{2 \cdot 44 - 4}{3} = 28$

$$\sigma^2(t) = \frac{16N - 29}{90} = \frac{16 \cdot 44 - 29}{90} = 75$$

$$\text{Onda } Z = \frac{t - M(t)}{\sqrt{\sigma^2(t)}} = \frac{20 - 28}{\sqrt{75}} = -2.92$$

Cədvəl 65

Toriumun 1 nömrəli profil üzrə piketlərdə paylanması

Piket №-si	To 10 <sup>-4</sup> %	Pik. №-si	To 10 <sup>-4</sup> %	Pik. №-si	To 10 <sup>-4</sup> %	Pik. №-si	To 10 <sup>-4</sup> %
1	10	12	16	23	16	34	20
2	12	13	16	24	12	35	13
3	14	14	17	25	12	36	18
4	15	15	13	26	15	37	15
5	10	16	20	27	14	38	14
6	10	17	15	28	16	39	14
7	12	18	12	29	16	40	11
8	14	19	13	30	12	41	12
9	16	20	12	31	11	42	13
10	15	21	12	32	11	43	13
11	16	22	12	33	16	44	14

Buna uyğun ehtimal  $\Phi(Z) \approx 0.0019$ . Beləliklə, bu ehtimal çox kiçik olduğu üçün  $T_0$ -un profil üzrə paylanması trendin olduğu qəbul edilir.

### 9.7. Trend səthlərinin polinomlarla approksimasiyası və qalıqların analizi

Empirik məlumatların fəza koordinatlarının funksiyası ilə approksimasiya edilməsi yolu ilə regional qanunauyğunluqların ayrılması adətən kompyuterin tətbiqini tələb edən mürəkkəb hesablamalarla bağlıdır. Approksimasiya funksiyası kimi müxtəlif tərtibli polinomlar, Laplas tənliyi, triqonometrik polinomlar və b. istifadə edilir. Ortoqonal polinomlar adətən, müşahidələrin bərabər ölçülü düzbucaqlı şəbəkə şəklində yerləşdiyi halda tətbiq edilir. Bu zaman trend coğrafi koordinatların müşahidələrin məcmuuna görə qurulmuş elə xətti funksiyası kimi təyin edilir ki, trend səthindən əlamətin qiymətlərinin fərqi kvadratları cəmi minimal olsun.

Belə model çoxölçülü regressiya metodunun analoqudur. Bu metodda trend səthini təsvir edən  $\Phi(x,y) = \hat{U}$  funksiyası

$\hat{U} = b_0 + b_1x + b_2y$  kimi qəbul edilir (burada  $x$  və  $y$  fəza koordinatları,  $b_0, b_1, b_2$  isə polinomial əmsallardır). Bu 3 əmsallın tapılması üçün

$$\begin{cases} \sum U = \beta_0 N + \beta_1 \sum X + \beta_2 \sum Y \\ \sum XU = \beta_0 \sum X + \beta_1 \sum X^2 + \beta_2 \sum XY \\ \sum YU = \beta_0 \sum Y + \beta_1 \sum XY + \beta_2 \sum Y^2 \end{cases} \quad (246);$$

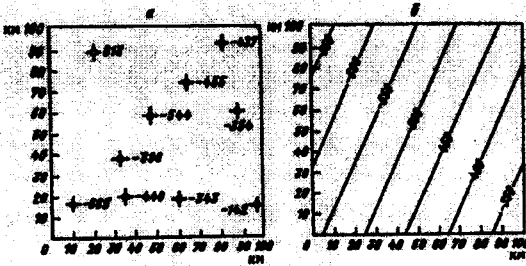
tənliklərindən istifadə edilir. burada  $n$ -müşahidə nöqtələrinin sayı,  $U$ -müşahidə nöqtələrində əlamətin qiyməti,  $x$  və  $y$  nöqtələrin koordinatları,  $\beta_0, \beta_1$  və  $\beta_2$ -polinomial əmsallardır. Tənlikləri həll etmək üçün onları matris şəklində yazmaq:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x & \Sigma y \\ \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma xy \\ \Sigma y & \Sigma xy & \Sigma y^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma U \\ \Sigma xU \\ \Sigma yU \end{bmatrix} \quad (247);$$

Misal. Şimal-şərqi Afrikada neftli qatı ekranlaşdırın təbaşir çöküntülərinin dabanının yatma dərinlikləri xəritəsi və onların şərti koordinatları verilmişdir (şək.44, cədv.66).Təbaşir çöküntülərinin dabanının trend səthini təyin etmək tələb olunur (Devis,1977).

Bu məlumatlara görə

$$\begin{array}{lll} \Sigma x=539 & \Sigma y=482 & \Sigma U=-4579 \\ \Sigma x^2=36934 & \Sigma y^2=31692 & \Sigma xU=-211098 \\ \Sigma xy=27030 & & \Sigma yU=-232342 \end{array}$$



Şək.44. Şimal-şərqi Afrikada təbaşir çöküntülərinin dabanının yatma dərinliklərinin xəritəsi:  
a-təbaşir çöküntülərinin dabanının yatma dərinliyinin mütləq qiymətləri ölçülmüş quyuların yerləşməsi; b-trend səthi.

Bu qiymətləri matris şəklində yazırıq:

$$\begin{bmatrix} 10 & 539 & 482 \\ 539 & 36943 & 27030 \\ 482 & 27030 & 31692 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4579 \\ -211098 \\ -232342 \end{bmatrix}$$

Bu tənliyi həll edərkən aşağıdakı qiymətləri alırıq:  $\beta_0=-621.0$ ;  
 $\beta_1=4.8$ ;  $\beta_2=-2.0$

Beləliklə, trend səthinin tənliyi aşağıdakı şəkildə olur:  $\hat{U} = -621 + 4.8x - 2.0y$

Bu tənlikdə x və y-in qiymətlərini yerinə qoyaraq hər bir quyuda trend səthinin qiymətini və onun müşahidə olunan qiymətdən fərqi ( $U - \hat{U}$ ) hesablamaq olar. Bu fərq hipsometrik səthin təsadüfi dəyişən hissəsini (qalıq) xarakterizə edir (cədv.66).

Cədvəl 66

Sıra	Koordinatlar		Mütəlq	Trend müstəvisinin	Fərq
Nöm rəsi	X, km	Y, km	yüksəklik $U, m$	səviyyəsi $\hat{U}, m$	$(U - \hat{U}), m$
1	10	17	-665	-606.6	-58.4
2	21	89	-613	-695.7	-82.7
3	33	38	-586	-537.8	-48.2
4	35	20	-440	-492.8	52.8
5	47	58	-544	-510.2	-33.8
6	60	18	-343	-369.2	26.2
7	65	74	-455	-455.5	0.5
8	82	93	-437	-411.5	-25.5
9	89	60	-354	-313.0	-41.0
10	97	15	-142	-186.0	44.0

Trend səthinin müşahidə edilən nəticələrə yaxınlaşma dərəcəsi, yəni fərqlərin orta dəyişməsi  $SS_D = SS_T - SS_R$  kəmiyyəti ilə xarakterizə olunur. Burada  $SS_T$  ümumi dəyişmə olub,

$SS_T = \sum U^2 - \frac{(\sum U)^2}{n}$  düsturu ilə hesablanır. Hesablamaya görə

$SS_T = 215324.9$ ,  $SS_R$  isə trendin ( $\hat{U}$ ) dəyişməsini xarakterizə edir və

$SS_R = \sum \hat{U}^2 - \frac{(\sum \hat{U})^2}{n}$  düsturu ilə hesablanır. Hesablamaya görə

$SS_R = 193861.4$ .

$SS_D$  isə trend səthindən fərqlərin dəyişməsini xarakterizə edir.

Beləliklə,  $SS_D = SS_T - SS_R = 215324.9 - 193861.4 = 21463.5$ . Trend

səthi ümumi dəyişmənin  $100R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} 100\% = 90.0\%$ -ni əhatə edir.

Burada  $R^2$ -çoxluq korrelyasiya əmsalının kvadratıdır. Buradan

$$R = \sqrt{R^2} = \sqrt{0.90} \approx 0.95$$

Trend səthi ümumi dəyişmənin 90%-ni əhatə etdiyindən və  $R=0.95$  olduğundan təbaşir çöküntülərinin dabanının birinci tərtib ortoqonal polinomla approksimasiyası qənaətbəxş həll edilir.

Sahə üzrə qanunauyğun dəyişilmənin üzə çıxarılmasını Xəzəryanı çökəkliyin düzüstü qatının məhsuldarlığının analizi misalında da nəzərdən keçirək (Arabadji, 1978).

Çökəkliyin təkinin neft-qazlılığı barədə məlumat sahə və kəsilmiş üzrə karbohidrogenlərin paylanması mürəkkəb xarakterə malik olduğunu göstərir. Sahənin öyrənilmə dərəcəsi məhsuldarlığın analizini yalnız onun cənub-şərq hissəsində aparmağa imkan verir. Burada neft-qazlılığı sübut edilmiş 2 etalon sahə vardır: Cənubi Emba və Ural və Volqa çayarası sahənin cənub hissəsi.

Cənubi Embada bir sıra (~25) yataqlar kəşf edilmişdir. Məhsuldarlıq izohipslərinin (şərti vahidlərdə) xarakteri göstərir ki, düzüstü kompleksdə neft yataqlarının paylanması bir sıra faktorların təsirindən asılıdır və bu da düzüstü kompleksin məhsuldarlığının dəyişməsinin mürəkkəb xarakterli olmasına səbəb olmuşdur.

Məhsuldarlığın belə mürəkkəb dəyişmə şəraitində onun ümumi regional təmayülünü aşkar etmək maraqlıdır. Bunun üçün Cənubi Emba və Volqa və Ural çayarası sahəsində 30 yatağın ehtiyatının hesablama materiallarından istifadə edilmiş və məhsuldarlığın trendinin aşağıdakı tənlikləri alınmışdır:

Cənubi Emba üçün:

$$q = -0.2x + 0.074y + 0.817;$$

Volqa və Ural çayarası sahəsinin cənubu üçün:

$$q = 0.55x + 0.071y + 0.818.$$

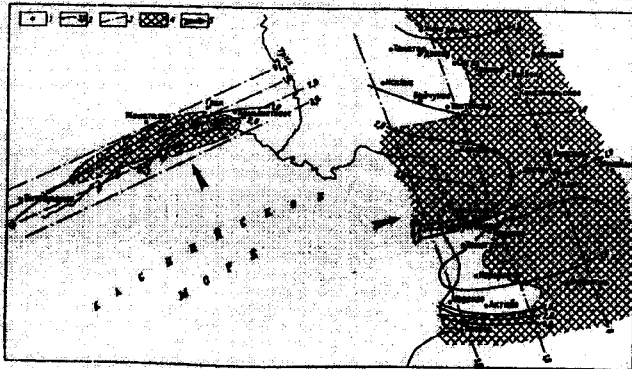
Şəkil 45-də göstərilmiş trend müstəviləri məhsuldarlığın Xəzər dənizi akvatoriyasının şimalına doğru qərb və cənub hissələrində artmasını göstərir.

Məhsuldarlığın faktik dəyişməsi və onun trendi arasındakı fərqin-qalıqın analizi də maraqlıdır. Şəkildən görüldüyü kimi qalıqın müsbət anomaliaları ən böyük yataqların yerləşdiyi sahələri əmələ gətirirlər. Ehtimal ki, bu sahələr karbohidrogenlərin akkumulyasiyası və qorunması üçün ən əlverişli şəraitə malikdirlər. Beləliklə, trend-analiz bu halda məhsuldarlığın dəyişməsinin regional qanunauyğunluğunu müəyyən etməyə və bununla da kəşfiyyatı istiqamətləndirməyə imkan verir. Xətti funksiyalarla approksimasiya edildikdən sonra təsadüfi dəyişmənin payı kifayət qədər çox olsa,

onda daha yüksək tərtibli qanunauyğun dəyişikliyi aşkar etmək üçün iki, üç və nadir hallarda daha yüksək tərtibli polinomlardan istifadə edilir. İki tərtibli trend səthi

$$\hat{U} = b_0 + b_1x + b_2y + b_3x^2 + b_4y^2 + b_5xy \quad (248);$$

tənliyi ilə təsvir edilir. Daha yüksək tərtibli tənliyə keçmək üçün hər bir coğrafi koordinat verilmiş dərəcəyə yüksəldilir və uyğun qarışıq hasilər əlavə edilir. Müxtəlif tərtibli polinomların təsvir etdiyi qanunauyğunluqların əhəmiyyətini dispersiya analizi ilə yoxlamaq olar.



Şek. 45. Xəzəryanı çökəkliyin cənub-şərqinin düzüstü çöküntülərinin məhsul-darlığının trendinin təyini sxemi.

1-yataqlar; 2-şərti vahidlərlə məhsuldarlığın izoxətləri; 3-trendin izoxətləri; 4-məhsuldarlıq səthinin trend səthindən yüksək olduğu sahələr; 5-karbohidrogenlərin ehtimal olunan miqراسiya istiqamətləri.

Dispersiya analizində müşahidələr məcmunun dəyişən ümumi dispersiyası trend və qalıq hissələrinə bölünür. Trend analizində ümumi dəyişməyə uyğun gələn azadlıq dərəcəsinin miqdarı  $v_T = n - 1$ . Burada  $n$ -müşahidələrin sayıdır. Trend tənliyinə uyğun gələn azadlıq dərəcəsi  $v_R = m$ . Burada  $m - b_0$  çıxılmaqla polinomun üzvlərinin sayıdır. Trenddən olan fərqlərə (qalıq) uyğun gələn azadlıq dərəcəsinin sayı  $v_D = v_T - v_R = n - m - 1$ .

Beləliklə, trendin yoxlanması üçün aparılan dispersiya analizinin formal proseduru 67-ci cədvəldə verilmişdir.

## Trendin dispersiya analizi sxemi

Dəyişmə mənbəi	Kvadratların cəmi	Azadlıq dərəcəsi	Kvadratların orta qiyməti	F kriterisi
Regressiya polinomu (trend)	$SS_R$	$M$	$MS_R = \frac{SS_R}{m}$	$F = \frac{MS_R}{MS_D}$
Polinomdan fərq (qalıq)	$SS_D$	$n-m-1$	$MS_D = \frac{SS_D}{n-m-1}$	
Ümumi dəyişmə	$SS_T$	$n-1$		

Yuxarıda göstərilən misalda

$$SS_R = 193861.4$$

$$SS_D = 21463.5$$

$$n-m-1 = 7$$

$$m = 2$$

$$\text{onda } MS_R = \frac{193861.4}{2} = 96930.7$$

$$MS_D = \frac{21463.5}{7} = 3066.2$$

$$F = \frac{MS_R}{MS_D} = \frac{96930.7}{3066.2} = 31.61$$

$\alpha = 0.05$  əhəmiyyətlik səviyyəsi üçün

$$F_{\text{cədv. } 0.05, 2, 7} = 4.74$$

$F \gg F_{\text{cədv.}}$  olduğu üçün

Fişer kriterisinin hesablanmış yüksək qiymətləri təsvir edilən qanunauyğunluqların reallığına işarə edir. Geoloji praktikada regional qanunauyğunluqlar adətən tərtibi üçdən artıq olmayan polinomlarla qənaətbəxş təsvir edilir.

Triqonometrik polinomlarla (Furye sıraları) approksimasiya geoloji obyektlərin xassələrinin qanunauyğun dövrü (periodik) dəyişmələrini təsvir etməyə imkanı verir.

Mümkün olan approksimasiya funksiyalarından ən az parametrlili və əldə olan verilənləri daha dəqiq təsvir edən funksiya seçilir. Lakin bu funksiyanın növü əvvəlcədən məlum olmadığından



bu modellərdən istifadə etmək çətinləşir. Fəza koordinatlarının approksimasiya funksiyalarının geoloji obyektlərin modelləri kimi başqa nöqsanları da vardır:

-onlar tədqiq edilən dəyişənlərin bəzən qeyri-real qiymətlərinin mövcud olduğunu, məsələn süxurlarda kimyəvi elementlərin miqdarının və ya filiz cisimlərinin qalınlığının mənfəi qiymətlərini göstərirlər;

-geoloji sərhədlər üzrə tədqiq olunan xassənin kəskin, sıçrayışvari dəyişmələrini nəzərə almırlar ki, bu da filiz cisimlərinin modeləşdirilməsində faydalı komponentin yüksək qiymətlərinin bəzən boş süxurlara şamil edilməsinə səbəb olur;

-əgər geoloji obyektlərdə tədqiq edilən xassələr fasiləli xarakter daşıyarsa, (məsələn filiz cisimlərində fasiləli filizləşmə), belə obyektlərin təsviri üçün bu funksiyalar yaramır, çünki verilənlərin hamarlaşması baş verir ki, bu da fasiləlik dərəcəsi barədə təsəvvürü təhrif edir (filizlilik əmsalı artır).

Geologiyada tədqiq edilən xassənin anomal qiymətlərini fon qiymətlərindən ayırmağın böyük praktiki əhəmiyyəti vardır, çünki anomalialarla çox vaxt faydalı qazıntı cisimləri və başqa maraqlı geoloji obyektlər əlaqədar olur.

Anomaliyaların aşkar edilməsində və onların geoloji təbiətinin müəyyən edilməsində trenddən "qalıqlar" xəritəsi böyük kömək göstərə bilər. Belə xəritələr sahənin hər bir tədqiq edilən nöqtəsində müşahidələrin qiymətindən hesablanmış trend qiymətinin çıxılmasından alınan "qalıqlar" əsasında qurulur.

## 9.8. Diskret təsadüfi sahələrin modeləşdirilməsi

Diskret təsadüfi sahələrdən obyektlərin fəzada yerləşməsi xüsusiyyətlərini tədqiq etmək üçün istifadə edilir. Geoloji təcrübədə daha çox sonlu sahəyə malik müxtəlif formalı obyektlər və xətlərə görə və ya müstəvidə nöqtəvi\* obyektlərin yerləşməsindəki qanunauyğunluqları müəyyən etmək məsələsi meydana çıxır. Bu zaman ümumi və lokal məsələləri ayırırlar. Ümumi məsələdə tədqiq

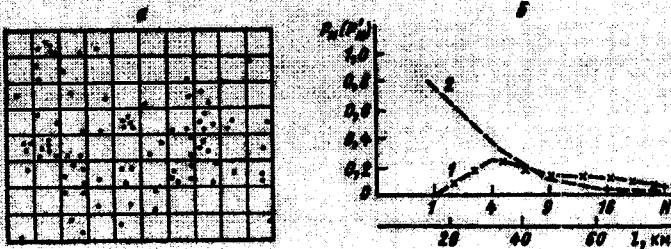
---

\* ölçüləri tədqiq edilən sahəyə nisbətən çox kiçik olan obyekt, nöqtəvi obyekt sayılır.

edilən obyektlərin təsadüfi yerləşməsi haqqında hipotez yoxlanır. Lokal məsələdə isə nöqtəvi obyektlərin nisbi sıxlaşma və seyrəkləşmə sahələrini təyin etmək tələb olunur.

Müstəvidə nöqtəvi obyektlərin yerləşməsini tədqiq etdikdə ümumi məsələni həll etmək üçün öyrənilən sahə sabit ölçülü kvadratlara bölünür. Bu zaman bu kvadratların  $p$  hissəsində heç olmasa 1 nöqtəvi obyekt olur.  $1-p$  hissəsi isə boş olur. Bundan sonra bu kvadratlar (xanalar) hərəsində  $N$  əvvəlki xana yerləşən yeni kvadratlarla qruplaşdırılır. Obyektlər təsadüfi yerləşmişsə, yeni kvadratın boş olma ehtimalı  $P_N = (1-p)^{N-1}$ . İlk xanaların  $N=4, 9, 16$  və s. kvadratlarla birləşdirilməsinin mümkün olan bütün variantları nəzərdən keçirilir və hər bir  $N$  üçün boş xanaların payı  $-P_N$  tapılır. Nəzəri ehtimala nisbətən boş xanaların payı  $-P_N$  artıqdırsa, bu obyektlərin ayrı-ayrı sahələrdə sıxlaşmasını və əksinə bu pay nəzəri ehtimaldan azdırsa, bu hal onların müstəvidə qanunauyğun (requlyar) yerləşməsini göstərir.

Misal. Arizona ştatının (ABŞ) qərb hissəsində mis yataqlarının təsadüfi yerləşməsi barədə hipotez yoxlanır (Kajdan, Quskov, 1990). Bunun üçün tədqiq edilən sahə sahəsi  $250 \text{ km}^2$  olan kvadratlara bölünmüşdür. Xanaların ölçüsündən asılı olaraq nöqtələrin təsadüfi yerləşməsi üçün onların sayının dəyişməsi qrafiki şəkl.46 b-də verilmişdir. Boş xanaların faktik sayı onların nəzəri qiymətindən əhəmiyyətli dərəcədə fərqlənir ki, bu da yataqların tədqiq olunan sahədə yerləşməsinin təsadüfi olmadığını göstərir.



Şəkl.46. Arizona ştatında mis yataqlarının təsadüfi yerləşməsi barədə hipotezin yoxlanması:

a-ştatın qərb hissəsində mis yataqlarının yerləşməsi sxemi;

b-boş xanaların payının kvadratın tərəfinin uzunluğundan asılılığı (1-faktiki, 2-nəzəri).

Lokal məsələnin həlli üçün konsentrik çevrələr və ya kvadratlar şəklində xüsusi paletkalardan istifadə edilir. Bunun üçün onlar ardıcıl olaraq tədqiq edilən sahənin müxtəlif nöqtələrində yerləşdirilir və paletkanın hər vəziyyətində kiçik və böyük fiqurun daxilindəki obyektlər (uyğun olaraq  $m$  və  $n$ ) sayılır. Obyektlərin izafi sıxlığı -  $v$  (paletkanın hər vəziyyətdə) aşağıdakı düsturla təyin edilir:

$$v = \frac{m}{p} - n \quad (249);$$

Burada,  $p$ -kiçik fiqurun sahəsinin böyük fiqurun sahəsinə nisbətidir. Nisbi ölçüləri  $p$  olan sahəyə təsadüfi olaraq  $m$ -dən az olmayaraq obyektin düşməsi ehtimalı

$$P_1 = \sum_{i=0}^n C_n^i p^i (1-p)^{n-i} \quad (250);$$

binomial qanunu ilə təsvir edilir.  $m$  obyektədən çox olmayaraq təsadüfi düşmə ehtimalı həmin şəraitdə

$$P_2 = \sum_{i=0}^m C_m^i p^i (1-p)^{m-i} \quad (251);$$

düsturu ilə təyin edilə bilər.

Müəyyən güvənilmə ehtimalına görə alınmış  $P_1$  və  $P_2$  qiymətlərinə əsasən, nöqtəvi obyektlərin təsadüfi yerləşməsindən əhəmiyyətli fərqlənən nisbi sıxlama və seyrəkləşmə sahələrini ayırmaq olar.

Misal. Dağlıq rayonların birində axtarışlar nəticəsində bir sıra radiometrik anomaliyalar aşkar edilmişdir (şək.47). Anomaliyaların izafi sıxlığını hesablamaq üçün kvadratlarının sahələrinin nisbəti

$p = \frac{1}{9}$  olan kvadrat paletkadan istifadə edilmişdir. Hesablama

$v = \frac{m}{p} - n$  düsturu ilə aparılmışdır.  $P_1 = \sum_{i=0}^n C_n^i p^i (1-p)^{n-i}$  düsturu ilə

anomaliyaların sıxlığı sahələr aşkar edilmiş və sərhədləri müəyyən edilmişdir. Bu sahələr 0.95 güvənilmə ehtimalında nöqtəvi obyektlərin təsadüfi yerləşdiyi sahələrdən fərqlənirlər.

Tədqiq olunan sahənin  $p$  hissəsini təşkil edən sonlu cəm sahəsinə malik obyektlərdən asılı olaraq nöqtəvi obyektlərin

yerləşməsi barədə  $\frac{m}{n} = p$  bərabərliyinin pozulmasına görə fikir

yürütmək olar. Burada  $m$  sonlu sahəyə malik obyektlərə düşən nöqtəsi obyektlərin sayı,  $n$ -isə nöqtəvi obyektlərin ümumi sayıdır.



Şək.47. Dağlıq tayqa rayonda radiometrik anomaliyaların yerləşməsi:

1-radiometrik anomaliyalar; 2-anomaliyaların izofi sıxlığının izoxətləri; 3-anomaliyaların az sıxlıq izoxətləri; 4-anomaliyaların təsadüfi yerləşmə sahələrindən əhəmiyyətli dərəcədə fərqlənən sıxlaşma sahələri.

$n$  obyektədən  $m$  obyektin nisbi ölçüsü  $p$  olan sahəyə düşmə ehtimalı  $P_1 = \sum_{i=m}^n C_n^i p^i (1-p)^{n-i}$  düsturu ilə hesablanır.

Analoji olaraq xətti obyektlərə görə də nöqtəvi obyektlərin yerləşmə asılılığı yoxlanır.

Nöqtələrin sahə üzrə təsadüfi paylanmasının Puasson paylanmasına uyğun gəlməsi barədə hipotezi yoxlamaq üçün Fişerın səpələnmə göstəricisinə əsaslanaraq təklif etdiyi metoddan istifadə etmək olar (Miller, Kan, 1965). Bu statistika əgər yoxlanan hipotez düzgündürsə,  $N-1$  azadlıq dərəcəsi ilə  $\chi^2$  kimi paylanır.

O aşağıdakı ifadə ilə təsvir edilir:

$$I_D = \sum_{i=0}^k \frac{[f_i(x_i - \bar{x})]^2}{\bar{x}} = \sum_{i=0}^k f_i x_i^2 - \bar{x} \sum_{i=0}^k f_i x_i \quad (252);$$

Burada,  $x_i=0,1,2,\dots,k$  kvadratda müşahidə olunan nöqtələrin sayı;  $f_i-x_i$  nöqtəsi olan kvadratların sayı,  $N=\sum f_i$ ;  $\bar{X} = \frac{1}{N} \sum f_i x_i$ ;  $\bar{x}$ -kvadrata düşən nöqtələrin orta sayıdır.

Nöqtələrin müstəvidə bərabər paylanmasını  $\chi^2$  hipotezi ilə yoxlamaq olar. Bu kriteri aşağıdakı şəkildə təyin edilir:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - E)^2}{E} \quad (253);$$

Burada  $k$ -sahələrin (kvadratların) sayı,  $f_i$ -i nömrəli sahədə (kvadratda) nöqtələrin müşahidə edilən sayı,  $E$  bir sahəyə düşən nöqtələrin gözlənilən sayı.  $E = \frac{\text{nöqtələrin ümumsayı}}{\text{sahələrin sayı}} = \frac{E f_i}{k}$ ;

Burada  $k$  kriterisinə  $v=k-2$  azadlıq dərəcəsi uyğun gəlir.

Nöqtələrin sahə üzrə təsadüfi paylanmasının Puasson paylanmasına uyğun gəlməsi hipotezi

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^k \frac{(f_i - n_i)^2}{n_i} \quad (254);$$

ifadəsinin ( $k-2$  azadlıq dərəcəsinə) hesablanması ilə yoxlanılır. Burada,  $k$ -kvadratların sayı,  $x_i$ -i-ci kvadratdakı nöqtələrin sayı,  $\bar{x}$ -isə

bir kvadrata düşən nöqtələrin orta sayı ( $\bar{x} = \frac{n}{k}$ ; Burada  $n$ -nöqtələrin

ümumi sayıdır),  $f_i-x_i$  nöqtəsi olan kvadratların sayıdır.  $n_i$  verilmiş  $x_i$  üçün Puasson paylanmasının nəzəri tezliyidir və

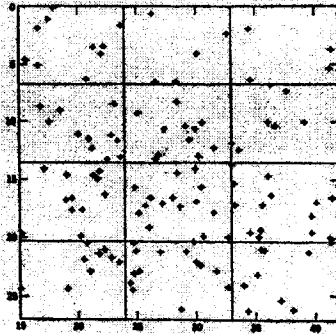
$$n_i = n(\bar{x})^{x_i} / e^{\bar{x}} \cdot x_i! \quad (255)$$

düsturu ilə hesablanır.  $n_i-x_i$  nöqtəsi olan kvadratların gözlənilən (nəzəri) sayıdır. Qeyd etmək lazımdır ki, bu halda kvadratlarda nöqtələrin sayı  $<5$  olsa, həmin kvadratların məlumatları birləşdirilir və azadlıq dərəcəsi  $k$ -nın yeni qiymətinə görə götürülür.

Misal. Şək.48-də (Devis,1977) Mərkəzi Kanzasda 123 neft quyusunun paylanması verilmişdir. Xəritənin sahəsi 12 bərabər sahəyə

bölünmüşdür və hər bir sahəyə düşən nöqtələrin sayı  $\frac{123}{12} \approx 10$ -dir.

Xanalarda olan quyuların sayı cədvəl 68-də verilmişdir.



Şək.48. Mərkəzi Kanzasda 123 neft quyusunun yerləşməsi.

Cədvəl 68

Müşahidə edilən quyuların sayı	$\frac{(f_i - E)^2}{E}$
10	0.0
5	2.60
5	2.60
11	0.06
12	0.32
6	1.73
12	0.32
16	3.30
15	2.26
9	0.14
14	1.42
8	0.48
$\Sigma=123$	$\chi^2=15.23$

$\alpha=0.05$  əhəmiyyətlik səviyyəsində və  $v=k-2=12-2=10$  azadlıq dərəcəsində  $\chi^2$ -in kritik qiyməti 18.3-ə bərabərdir. Kriterinin hesablanmış qiyməti-15.23 18.3-dən kiçik olduğu, belə nəticə çıxarmağa əsas verir ki, bu paylanma bərabər paylanmadan əhəmiyyətli dərəcədə fərqlənir. Həmin misaldan istifadə edərək

nöqtələrin (quyuların) sahə üzrə təsadüfi paylanmasının Puasson paylanmasına uyğun gəlməsi barədə hipotezi yoxlayaq (Cədvəl 69).

Cədvəl 69

$X_i$	$n_i$	$f_i$	$\frac{(f_i - n_i)^2}{n_i}$
5	0.46	2	5.16
6	0.76	1	0.08
7	1.08	0	1.08
8	1.36	1	0.10
9	1.50	1	0.17
10	1.50	1	0.17
11	1.37	1	0.10
12	1.14	2	0.65
13	0.88	0	0.88
14	0.64	1	0.20
15	0.42	1	0.80
16	0.26	1	2.11
			$\chi^2=11.50$

$v=12-2=10$  azadlıq dərəcəsi və  $\alpha=0.05$  əhəmiyyətlik səviyyəsində  $\chi^2$ -in kritik qiyməti - 18.3-dür.  $\chi_{hes^2}=11.50 < \chi_{kr^2}=18.3$  olduğu üçün nöqtələrin təsadüfi paylanması barədə hipotezi rədd etmək olmaz.

Misal. Pensilvan yaşlı Mekka gilli işlərində 5x6 m sahədə *Listrocanthus*-n 163 üzgəc tikanının paylanması tədqiq edilmişdir (cədv.70 )(Miller,Kan,1965). Bu paylanmanın Puasson qanununa uyğun gəlməsi hipotezini yoxlamaq lazımdır. Bunun üçün Fişerin "səpələnmə göstəricisi" metodundan istifadə edək.

Cədvəl 70

Kvadratda tikanların sayı $x_i$	Kvadratların sayı $f_i$
0	31
1	27
2	11
3	16
4	5
5	4
6	2

7	2
---	---

$$\Sigma f_i = 98$$

$$I_D = \frac{1}{\bar{X}} \left[ \sum_{i=0}^k f_i X_i^2 - \bar{X} \sum_{i=0}^k f_i X_i \right];$$

$$\text{Burada } \sum_{i=0}^k f_i X_i = 163; \sum_{i=0}^k f_i X_i^2 = 565; \bar{X} = \frac{\sum_{i=0}^k f_i X_i}{\sum_{i=0}^k X_i} = \frac{163}{98} = 1.663$$

$$\text{Onda } I_D = \frac{1}{1.663} (565 - 1.663 \cdot 163) = 176.75$$

Bildiyimiz kimi paylanma Puasson qanununa yaxınsa,  $I_D$  N-1 azadlıq dərəcəsi olan  $\chi^2$  kimi paylanır.  $\chi^2_{hes} = 176.75$  0.05 əhəmiyyətlik səviyyəsi və N-1=98-1=97 azadlıq dərəcəsinə  $\chi^2$  kriterisinin kritik qiymətindən  $\chi^2 = 125$ -dən çox böyük olduğu üçün

Puasson paylanması haqqındaki hipotez və deməli, tikanların təsadüfi yerləşməsi barədə hipotez rədd edilir.

**Ən yaxın qonşu metodu.** Bu üsulda tədqiq edilən verilənlər müəyyən bir sahədə yayılmış nöqtələr çoxluğunu deyil, ən yaxın cüt nöqtələr arasındakı məsafələri təmsil edir.

Müstəvidə nöqtələrin təsadüfi paylanması şəraitində hər bir nöqtə ilə ona ən yaxın olan qonşu nöqtə arasındakı məsafənin riyazi gözləməsi (gözlənilən orta məsafə)  $\bar{\Delta}$  aşağıdakı düsturla təyin edilir:

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{2\sqrt{p}} \quad (256);$$

Burada, p-tədqiq edilən sahədə nöqtələrin sıxlığıdır:

$$p = \frac{n}{S} \quad (257);$$

n-nöqtələrin ümumi sayı, S-öyrənilən sahədir. Qeyd etmək lazımdır ki, məsafə hansı vahidlərlə ölçülürsə, sahə həmin vahidin kvadratı ilə ölçülür. Məs. Əgər məsafə km ilə ölçülürsə, onda p 1 kvadrat km-ə düşən nöqtələrin sayıdır.

Əgər biz hər nöqtə ilə ona ən yaxın olan qonşu nöqtə arasında məsafəni ölçsək, onda bu məsafələrin müşahidə edilən orta qiymətini ( $\bar{D}$ ) hesablaya bilərik:



$$R = \frac{\bar{D}}{\bar{\Delta}} \quad (258);$$

nisbəti ən yaxın qonşu metodunun statistikasını təmsil edir:  $0 \div 2.15$  intervalında dəyişir. Sıfır qiyməti bütün nöqtələrin bir nöqtədə cəmlənməsi halına uyğun gəlir. Bu zaman onların arasındakı məsafə sıfıra bərabərdir. Əgər kriterinin qiyməti 1-ə bərabədirsə, bu nöqtələrin təsadüfi paylanmasına uyğun gəlir. 2.15 qiyməti isə səpələnmə tendensiyasına malik nöqtələrin paylanmasını xarakterizə edir. Əgər nöqtələr təsadüfi yerləşmişsə, onda ən yaxın nöqtələr arasında orta məsafənin standart sapmasının qiyməti aşağıdakı ifadə ilə təyin edilir:

$$\sigma_A = 0.26136/(Np)^{0.5} \quad (259);$$

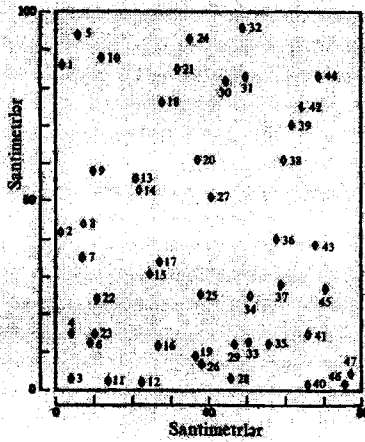
Burada N-cüt nöqtələr arasındakı məsafələrin ölçülmə sayıdır.

Nəzərdən keçirilən nöqtələr çoxluğunun təsadüfi paylanması barədə hipotezi aşağıdakı kriteri ilə yoxlayırlar:

$$Z = \frac{\bar{D} - \bar{\Delta}}{\sigma_A} \quad (260);$$

Əgər bu hipotez həqiqətə uyğundursa, onda Z paylanması normal paylanmaya yaxın olan təsadüfi kəmiyyətin qiyməti olacaqdır. Əgər Z verilmiş əhəmiyyətlik səviyyəsində cədvəl qiymətindən böyüksə, onda sıfır hipotezi rədd edilir.

Misal. Şəkil 49-da (Devis, 1977) anortozit lövhəsi üzərində maqnetit kristallarının paylanması göstərilmişdir. Cədvəl 71-də həmin lövhənin alt sol küncündən bu kristalların məsafəsi (üfqi və şaquli) verilmişdir. Bu maqnetit kristallarının lövhə üzərində paylanması barədə hipotezi yoxlamaq tələb olunur.



Şək.49. Anortozit lövhəsi üzərində maqnetit kristallarının paylanması.

Cədvəl 71

Andezit lövhəsi üzərində maqnetit kristallarının koordinatları

Lövhənin alt sol küncündən olan məsafə, sm

Nöqtələrin sıra nömrəsi	Üfüqi	Şaqlı	Ən yaxın nöqtə	Ən yaxın nöqtəyə qədər olan məsafə	Nöqtələrin sıra nömrəsi	Üfüqi	Şaqlı	Ən yaxın nöqtə	Ən yaxın nöqtəyə qədər olan məsafə
1	1	86	10	11.18	25	38	25	19	11.04
2	2	41	8	6.71	26	38	7	19	7.07
3	4	3	11	10.05	27	41	51	20	10.77
4	4	15	6	5.39	28	46	2	26	9.43
5	8	95	10	8.06	29	47	12	33	3.16
6	9	13	4	5.39	30	45	82	31	5.1
7	7	35	2	7.81	31	50	83	30	5.1
8	8	44	2	6.71	32	49	96	31	13.04
9	10	58	13	11.18	33	50	13	29	3.16
10	12	88	5	8.06	34	51	25	37	8.54
11	14	2	12	8	35	56	12	33	6.08
12	22	2	11	8	36	58	40	43	11.18
13	21	56	14	3.16	37	59	28	34	8.54
14	22	53	13	3.16	38	60	61	39	9.22
15	24	31	17	4.24	39	62	70	42	5.83
16	27	12	19	10.02	40	66	0	46	10.05

17	27	34	15	4.24	41	66	15	35	10.44
18	28	76	21	9.06	42	65	75	39	5.83
19	37	14	26	7.07	43	69	38	36;	11.18
20	37	61	27	10.77	44	69	83	45	8.94
21	27	85	18	9.06	45	71	27	42	11.18
22	11	25	7;23	10.77	46	76	1	43	3.16
23	15	15	6	6.32	47	77	4	47	3.16
24	35	93	21	11.31				46	

Məsafələr santimetr ilə ölçüldüyü üçün

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{2\sqrt{p}} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{47}{80 \cdot 100}}} = 6.52$$

$$R = \frac{\bar{D}}{\bar{\Delta}} = \frac{6.7}{6.52} \approx 1.03$$

$$\sigma_{\Delta} = 0.26136 / (Np)^{0.5} = 0.26136 / (47 \cdot (47/8000))^{0.5} = 0.4974$$

$$\text{Buradan } Z = \frac{\bar{D} - \bar{\Delta}}{\sigma_{\Delta}} = \frac{6.70 - 6.52}{0.4974} \approx 0.36$$

0.05 əhəmiyyətlik səviyyəsində ( $\alpha$ ) Z-in kritik qiyməti -1.96-dan kiçik və 1.96-dan böyük intervala düşür. Aldığımız qiymət ( $Z=0.36$ ) kritik oblasta düşmədiyi üçün ( $-0.96 < Z < +1.96$ ) nöqtələrin təsadüfi paylanması barədə hipotez öz qüvvəsində qalır.

Bu metodun başqa modifikasiyası R.Miller, D.Kan (1965) tərəfindən təsvir edilmişdir.

## FƏSİL X. TƏSADÜFİ FUNKSİYALAR VASİTƏSİLƏ GEOLOJİ OBYEKTŁƏRİN MODELŁƏŞDİRİLMƏSİ

### 10.1. Təsadüfi funksiyaların köməyi ilə geoloji obyektlərin xassələrinin modelləşdirilmə prinsipləri

Bir çox geoloji məsələlərin həlli zamanı geoloji obyektlərin xassələrinin fəza dəyişkənliyinin miqdarca qiymətləndirilməsi zəruriyyəti meydana çıxır. Təsadüfi kəmiyyətlərin statistik metodları bu məqsədlər üçün yararsızdır, çünkü bütün statistik modellər müşahidə nöqtələrinin fəzada yerləşməsinə nəzərə almırlar. Geoloji əlamətlərin fəza dəyişkənliyini qiymətləndirmək üçün elm və texnikanın müxtəlif sahələrində geniş tətbiq olunan təsadüfi funksiyalar nəzəriyyəsinin riyazi aparatından istifadə etmək olar.

Təcrübə nəticəsində hansı şəkil alacağı əvvəlcədən məlum olmayan funksiya təsadüfi funksiya adlanır. Bu zaman arqument kimi zaman (təsadüfi proseslər) və ya fəza koordinatları (təsadüfi sahələr və ya ardıcılıqlar) götürülür.

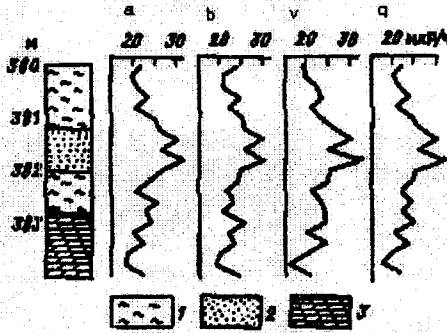
Təsadüfi proseslər sahil yanı dəniz hidrodinamik proseslərinin, qrunut sularının səviyyələrinin fəsil dəyişmələrinin təsviri üçün, süxurların hidrodinamik xassələrinin tədqiqi, quyulardan sınaq su çıxarmaları zamanı və s. model kimi istifadə edilir.

Geoloqlar daha çox bir, iki və üçölçülü fəzada ən müxtəlif geoloji əlamətlərin dəyişməsinə təsvir edən təsadüfi sahələr və ardıcılıqların modelləri ilə işləməli olurlar.

Sınaq nəticəsində funksiyanın aldığı konkret şəkilə onun realizasiyası (reallaşması) deyilir. Məsələn quyu üzrə karotaj diaqramını qazılmış intervalda süxurların tədqiq edilən fiziki xassəsinin dəyişməsinə təsvir edən təsadüfi funksiyanın realizasiyası kimi qəbul etmək olar. Bir neçə kontrol karotaj diaqramlarının məcmuu təsadüfi funksiyanın realizasiyalarının ailəsini və ya ansamblını əmələ gətirir (şək50). Hər bir realizasiya tədqiq edilən xassənin dəyişməsində ümumi tendensiyaları əks etdirir, lakin onlar bir-birindən bir qədər fərqlənirlər. Bu halda həmin fərqlər aparatura xətalari, ölçmə nöqtələrinin bir qədər üst-üstə düşməməsi və başqa təsadüfi amillərlə bağlıdır.

X(l) təsadüfi funksiyanının l arqumentinin hər hansı qeyd edilmiş qiymətində qiymətlər məcmuu təsadüfi funksiyanın kəsiyi

adlanır və adi təsadüfi kəmiyyətdir (şək.50,a,b,v), yəni bu funksiya həm təsadüfi kəmiyyət və həm də funksiya xassələrinə malikdir. Əgər arqumentin qiymətini qeyd etsək o adi təsadüfi kəmiyyətə çevrilir, bir realizasiya isə adi (təsadüfi olmayan) funksiya kimi baxıla bilər.



Şək.50. Quyu üzrə qamma-karotajın nəticələri (mkr/saat): a-əsas karotaj; b,v-kontrol karotaj; q-orta qiymətə gətirilmiş karotaj əyrisi; 1-alevrolitlər; 2-qumdaşları; 3-əhəngdaşları.

Təsadüfi funksiya tipli model, statistik modeldə olduğu kimi ehtimal nəzəriyyəsi müddəalarına əsaslanır.

Modeləşdirmə prosesi son nəticədə seçmə qiymətlərinin alınmasından və razılaşdırma kriteriləri vasitəsilə statistik hipotezlərin yoxlanması yolu ilə onların statistik qiymətləndirilməsindən ibarətdir. Təsadüfi funksiyalarla əməliyyatlır apararkən riyazi statistikanın funksiyalar, paylanma momentləri, hadisələrin əhəmiyyətlik səviyyəsi və güvənilmə ehtimalı kimi əsas məfhumlarından geniş istifadə olunur. Təsadüfi funksiyanın baş xarakteristikaları onun riyazi gözləməsi- $M_x(l)$ , dispersiyası- $D_x(l)$  və korrelyasiya funksiyasıdır- $K_x(l)$ .

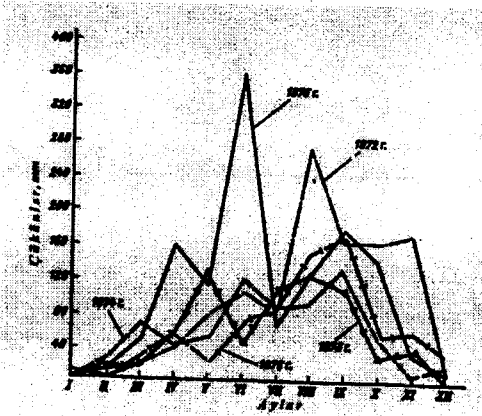
Təsadüfi kəmiyyətlərin müəyyən ədədlərdən ibarət olan ədədi xarakteristikalarından fərqli olaraq, təsadüfi funksiyaların xarakteristikaları funksiyalardır. l arqumentinin hər bir qiymətində təsadüfi funksiyanın uyğun kəsiyinin riyazi gözləməsinə bərabər olan qeyri-təsadüfi  $M_x(l)$  funksiyası  $X(l)$  təsadüfi funksiyanın riyazi gözləməsi adlanır.

Kəsiyinin N realizasiya ansamblı üzrə riyazi gözləmənin qiyməti

$$\overline{X(l)} = \sum_{i=1}^N X_i(l) / N \quad (261);$$

düsturu ilə hesablanır və o, tədqiq edilən xassənin kəsiklər üzrə orta qiymət nöqtələrinin həndəsi yeridir. Yuxarıdakı misalda riyazi gözləmənin qiyməti üç realizasiya üzrə hesablanaraq orta qiymətə gətirilmiş karotaj diaqramıdır (şək.50,q).

Çox dəfələrlə təkrarlanan proseslərin tədqiqi zamanı riyazi gözləmənin qiyməti olaraq prosesin parametrinin onun başlanmasından etibarən keçən vaxtın qeyd olunmuş qiymətlərinə və ya intervallarına görə hesablanmış orta qiymətlərə görə qurulmuş qrafik olur. Belə qrafikə misal olaraq Dalneqorsk yatağı rayonunda beş il ərzində atmosfer çöküntülərinin orta aylıq temperaturunun dəyişmə əyrisini göstərmək olar (şək.51).



Şək.51. Dalneqorsk yatağı rayonunda yağıntının orta aylıq miqdarı

Hər bir  $l$  üçün qiyməti təsadüfi funksiyanın uyğun kəsiyinin dispersiyasına bərabər olan qeyri-təsadüfi funksiya  $X(l)$  təsadüfi funksiyanın dispersiyası adlanır. O, təsadüfi funksiyanın riyazi gözləməsinə görə təsadüfi funksiyanın realizasiyalarının səpələnmə zolağının enini xarakterizə edir. Təsadüfi funksiyanın dispersiyasının qiyməti:

$$D_x(l) = \frac{\sum_{k=1}^N [X_k(l) - \overline{X(l)}]^2}{N-1} \quad (262);$$

düsturu ilə hesablanır.

Təsadüfi funksiyanın əsas xassələrini xarakterizə etmək üçün riyazi gözləmə və dispersiya kifayət deyildir. Bunların heç biri belə funksiyanın ayrı-ayrı kəsikləri arasındakı daxili əlaqələrin xüsusiyyətlərini əks etdirmir. Bu məqsədlə l-in müxtəlif qiymətlərində təsadüfi funksiyanın kəsikləri arasında əlaqənin dərəcəsini əks etdirən xüsusi xarakteristikadan-korrelyasiya funksiyasından istifadə edilir.

Arqumentin hər qiymətlər cütündə təsadüfi funksiyanın uyğun kəsiklərinin korrelyasiya momentinə bərabər olan iki arqumentin  $K_x(l', l'')$  qeyri-təsadüfi funksiyası  $X(l)$  təsadüfi funksiyanının korrelyasiya funksiyası adlanır:

$$K_x(l', l'') = M[\overset{\circ}{X}(l') \overset{\circ}{X}(l'')] \quad (263);$$

Bu ifadədə  $\overset{\circ}{X}(l')$  və  $\overset{\circ}{X}(l'')$  arqumentin  $l'$  və  $l''$  qiymətlərində mərkəzləşdirilmiş təsadüfi funksiyanın qiymətləridir. Təsadüfi funksiyanın mərkəzləşdirilməsi təsadüfi funksiyanın qiymətlərindən onun riyazi gözləməsini çıxmaqla həyata keçirilir:

$$\overset{\circ}{X}(l) = X(l) - M_x(l) \quad (264);$$

Təsadüfi funksiyanın arqumentinin ikisi də üst-üstə düşdükdə, yəni  $l' = l''$  olduqda,  $k_x(l', l'')$  korrelyasiya funksiyası təsadüfi funksiyanın dispersiyasına çevrilir.

$$k_x(l', l'') = M[X(l')]^2 = D_x(l') \quad (265);$$

Geoloji-riyazi modelləşdirmə məqsədləri üçün təsadüfi funksiyalardan istifadə etdikdə geoloji obyektlər təsadüfi sahələr kimi nəzərdən keçirilir. Bu sahələr hər biri bir müşahidənin ekstrapolyasiya zonasına uyğun gələn elementar sahələrdən təşkil olunur. Hər bir elementar sahənin hüdudlarında tədqiq edilən xassə özünün müəyyən orta qiymətinə nisbətən dəyişən təsadüfi kəmiyyət kimi nəzərdən keçirilir. Bu təsadüfi kəmiyyətlərin riyazi gözləmələrinin və dispersiyalarının dəyişməsini elementar sahələrin mərkəzlərinin koordinatlarının qeyri-təsadüfi funksiyaları ilə təsvir etmək və bu funksiyaları təsadüfi funksiyanın riyazi gözləməsi və dispersiyası kimi nəzərdən keçirmək olar.

Əlamətin verilmiş sahənin daxilində müəyyən nöqtələrdə verilmiş istiqamət üzrə sınaq yolu ilə alınmış qiymətlərinin nizamlanmış sırası, arqumentin müşahidə nöqtələri arasında məsafə olan təsadüfi funksiyanın mümkün realizasiyalarından birini təmsil

edir. Parametrin bir müstəvidə yerləşən nöqtəbənöqtə qiymətləri qrupu təsadüfi funksiyanın müstəvi kəsiyinin realizasiyasını, nöqtəbənöqtə ölçmələrin bütün məcmuu isə onun həcm realizasiyalarından birini təmsil edir. Belə modelin prinsipal xüsusiyyəti ondan ibarətdir ki, o nəinki geoloji obyektlərin təbii dəyişməsinin spesifikasiyasını və həm də onların tədqiq metodikasını da əks etdirir. Yer in təkinin eyni sahəsinin eksperimental məlumatın məcmuuna görə qurulmuş modelləri, nümunələrin həcmindən və müşahidə şəbəkəsinin sıxlığından asılı olaraq əhəmiyyətli dərəcədə bir-birindən fərqlənə bilərlər. Praktiki olaraq hər hansı xassənin dəyişkənliyini təsvir etmək üçün təbii geoloji cisimlərin anizotropiya oxları ilə üst-üstə düşən üç qarşılıqlı ortoqonal istiqamət üzrə təsadüfi funksiyaların xarakteristikalarını bilmək kifayətdir.

İkiölçülü geoloji sahələrin dəyişkənliyinin xarakterini təsvir etmək üçün iki ölçülü avtokorrelyasiya funksiyasından (İAKF) istifadə edilir. Bu funksiya sahənin  $X$  və  $Y$  koordinatlarına nisbətən bir-birindən müxtəlif məsafədə yerləşən nöqtələrinə əlamətin qiymətləri arasındakı korrelyasiya əlaqəsinin gücünü əks etdirir.

Təsadüfi funksiya nəzəriyyəsi aparatının geoloji məsələlərinin həlli üçün istifadə edilməsi bir sıra çətinliklər və məhdudiyətlər ilə əlaqədardır.

Ən başlıca çətinlik ondan ibarətdir ki, belə funksiya, təsadüfi kəmiyyətə oxşar olaraq, xüsusi realizasiyaların məcmuudur, geoloji müşahidələrin nəticələri isə çox vaxt təsadüfi funksiyaların bir realizasiyasını təmsil edirlər. Təsadüfi funksiyanın bir realizasiyaya görə qiymətləndirilməsi yalnız, o stasionarlıq və erqodiklik xassələrinə malik olduqda, mümkündür. Təbii geoloji obyektlərin xassələrinin müşahidə edilən dəyişkənliyini xarakterizə edən funksiyalar isə bir qayda olaraq bu xassələrdən məhrumdurlar. Buna görə də təsadüfi funksiya tipli modellərdən istifadə etdikdə bir sıra ehtimallar daxil edilir.

Empirik təsadüfi funksiyaların ən mühüm xarakteristikalarını hesablamaq üçün empirik məlumatın kütləviliyini təmin etmək lazımdır. Buna görə də yalnız vahid müşahidələrin sayı kifayət qədər çox olduqda və onların sıxlığı əlamətin müşahidə edilən qiymətlərinin avtokorrelyasiyasının aydın təzahürünü təmin etdikdə belə modelin geniş tətbiqi rəasional nəticə verir.



## 10.2. Avtokorrelyasiya funksiyalarının geoloji məsələlərin həllində istifadə olunması

$X(l)$  təsadüfi funksiyasının bütün ehtimal xarakteristikaları l-dən asılı deyilsə, (daha dəqiq desək l oxu üzrə arqumentlərin hər hansı yerdəyişməsində dəyişmirsə) o, stasionar funksiya adlanır.

Stasionar təsadüfi funksiya riyazi gözləmənin, dispersiyanın sabitliyi və korrelyasiya funksiyasının iki arqumentdən deyil, yalnız birinci və ikinci arqument arasındakı məsafədən asılılığı ilə fərqlənir:

$$K_x(l, l+r) = K_x(r) \quad (266);$$

Beləliklə, stasionar təsadüfi funksiyanın avtokorrelyasiya funksiyası bir arqumentin funksiyasını təmsil edir ki, bu da onun üzərindəki riyazi əməliyyatları xeyli sadələşdirir.

Stasionar təsadüfi funksiyanın korrelyasiya funksiyası təsadüfi funksiyanın uyğun kəsiklərinin korrelyasiya momenti vasitəsilə ifadə edilir və arqumentin qiymətlərindən asılı olaraq onların arasındakı əlaqə dərəcəsini ifadə edir. Ümumi halda o, aşağıdakı düsturla ifadə edilə bilər:

$$K_x(r) = \frac{1}{L-r} \int_0^{L-r} [f(x_i) - M_x][f(x_{i+r}) - M_x] dx \quad (267);$$

Burada, L-tədqiq edilən profilin (sahənin) uzunluğu; r-nöqtələr arasında intervalların sayı ilə ifadə edilmiş, məsafə (bəzən ona laq da deyilir),  $f(x_i)$ -dəyişən kəmiyyət (məs. $x_i$  qiyməti ilə başlayıb,  $x_{n-r}$  ilə qurtaran sırada metalın miqdarının qiyməti);  $f(x_{i+r})$ -dəyişən kəmiyyət (məs. $x_{i+r}$  ilə başlayıb  $x_n$  ilə qurtaran sırada nümunələrdə metalın miqdarının qiyməti);  $M_x$   $f(x)$  dəyişən kəmiyyətin 0-dan L-ə qədər olan intervalda orta qiymətidir.

Təcrübədə çox vaxt dispersiya üzrə normalaşdırılmış korrelyasiya funksiyasından istifadə edilir:

$$\rho_x(r) = K_x(r) / D_x \quad (268);$$

$\rho_x(r)$  funksiyasının qiymətləri təsadüfi funksiyanın r məsafəsi ilə bir-birindən ayrılan kəsikləri arasında korrelyasiya əmsallarıdır. Aydınır ki,  $\rho_x(0) = 1$ .

Qeyd etməliyik ki, təsadüfi ədədlər ardıcılığı üçün korrelyasiya (avtokorrelyasiya) funksiyasının orta qiyməti və ya riyazi gözləməsi sifra bərabərdir.

Təsadüfi ardıcılığın avtokorrelyasiyasının gözlənilən nəzəri dispersiyası hər hansı r (laq) üçün

$$\sigma_r = \frac{1}{n-r} \quad (269);$$

Bu iki parametr  $n$  uzunluqlu təsadüfi ardıcılığın elementləri məcmuunu təyin edir. Məlumdur ki, müəyyən təsadüfi hadisənin baş verməsi ehtimalını məlum orta qiymətli və verilmiş dispersiyalı normal paylanma üçün  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$  kəmiyyətini daxil etməklə təyin etmək olar. Onda avtokorrelyasiya üçün bunu tətbiq etdikdə

$$Z = \frac{\rho_x(r) - 0}{\sqrt{\frac{1}{n-r}}} = \rho_x(r) \sqrt{n-r} \quad (270);$$

alarıq.

Bu kəmiyyətdən bir statistika kimi istifadə edərək  $\rho_x(r)$ -in  $n > r$  halı üçün avtokorrelyasiyanın ( $\rho_x(r)$ ) sifıra bərabər olması hipotezini yoxlaya bilərik. Adətən  $n \leq 50$  və  $r \leq n/4$  götürülür.

Stasionar təsadüfi funksiyaların dəyişmə xarakterini miqdarca təsvir etmək üçün həm də struktur funksiyadan (varioqramma) istifadə edilir. Onun qiyməti bir-birindən  $r$ -məsafədə olan nöqtələrdə əlamətin qiymətlərinin fərqlərinin kvadratları vasitəsilə hesablanır:

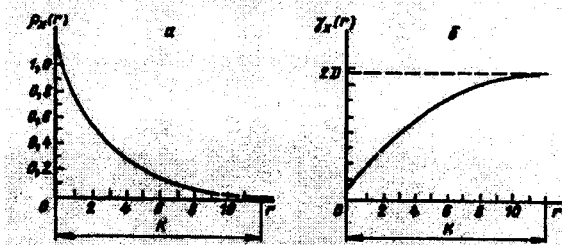
$$\gamma_x(r) = \frac{1}{L-r} \int_0^{L-r} [f(i+r) - f(x)]^2 dx \quad (271);$$

$r < l$  halında struktur və korrelyasiya funksiyaları arasında aşağıdakı asılılıq vardır:

$$\gamma_x(r) = 2[K_x(0) - K_x(r)] \quad (272);$$

Stasionar təsadüfi funksiyanın korrelyasiya funksiyası arqumentin müəyyən qiymətə qədər artması ilə (bu qiymət korrelyasiya limiti adlanır) azalır və korrelyasiya limitindən artıq qiymətlərdə sifıra bərabərdir (şəkl.52a). Onun struktur funksiyası  $r$ -in həmin intervallarında artır və korrelyasiya limitindən artıq məsafədə tədqiq edilən xassənin statistik dispersiyasının ikiqat qiymətinə bərabərdir (şəkl 52b).

Empirik korrelyasiya və struktur funksiyalarının hesablanması zamanı müşahidə şəbəkəsi diskret olduğu üçün integral işarəsi cəm işarəsi ilə əvəz edilir. Müşahidələrin bərabər diskret şəbəkəsində empirik korrelyasiya və struktur funksiyaları aşağıdakı düsturlarla hesablanır:



Şək.52. Korrelyasiya (a) və struktur (b) funksiyaları

$$K_x(r) = \frac{\sum_{i=1}^{n-r} (x_i - \bar{x})(x_{i+r} - \bar{x})}{(n-r)} \quad (273);$$

$$\gamma_x(r) = \frac{\sum_{i=1}^{n-r} (x_i - x_{i+r})^2}{(n-r)} \quad (274);$$

Burada  $i$   $x$ -in tədqiq edilən qiymətləri sırasında ölçünün sıra nömrəsi,  $n$ -ölçülərin ümumi sayıdır.  $r$ -ardıcıl olaraq  $1, 2, 3, \dots, (n-1)$  qiymətlərini qəbul edir.

Empirik normalaşdırılmış korrelyasiya funksiyasının qiymətinin hesablanması tədqiq olunan sıranın sıra nömrəsi  $1$ -dən  $n-r$ -ə qədər olan qiymətləri ilə həmin sıranın başlanğıc vəziyyətinə nisbətən  $r$ -qiymət qədər sürüşdürülmüş qiymətləri arasında, yəni sıra nömrələri  $r$ -dən  $n$ -ə qədər olan qiymətləri arasında korrelyasiya əmsallarının hesablanmasından ibarətdir.

Deyilənlərə misal olaraq quyunun qamma-karotajına əsasən normalaşdırılmış korrelyasiya funksiyasının birinci nöqtəsinin hesabı aşağıda verilmişdir (cədv.72).

i	$X_i$	$X_i - \bar{X}$	$X_{i+1}$	$X_{i+1} - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})(X_{i+1} - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$
1	21.5	-2.0	20.0	-3.5	7.00	4.00
2	20.0	-3.5	21.0	-2.5	8.75	12.25
3	21.0	-2.5	23.5	0	0	6.25
4	23.5	0	21.0	-2.5	0	0
5	21.0	-2.5	24.5	1.0	-2.50	6.25
6	24.5	1.0	26.0	2.5	2.50	1.00
7	26.0	2.5	30.0	6.5	16.25	6.25
8	30.0	6.5	26.5	3.0	19.50	42.25
9	26.5	3.0	31.5	8.0	24.00	9.00
10	31.5	8.0	26.5	3.0	24.00	64.00
11	26.5	3.0	24.5	1.0	3.00	9.00
12	24.5	1.0	21.0	-2.5	-2.50	1.00
13	21.0	-2.5	25.5	2.0	-5.00	6.25
14	25.5	2.0	22.5	-1.0	-2.00	4.00
15	22.5	-1.0	24.0	0.5	-0.50	1.00
16	24.0	0.5	20.00	-3.5	-1.75	0.25
17	20.0	-3.5	22.0	-1.5	5.25	12.25
18	22.0	-1.5	18.5	-5.0	7.50	2.25
19	18.5	-5.0	18.0	-5.5	27.50	25.00
20	18.0	-5.5	22.5	-1.0	5.50	30.25
21	22.5	-1.0	-	-	-	1.00
$\Sigma$	490.5				134.00	243.50

$$\bar{x} = \frac{490.5}{21} \approx 23.5;$$

$$S^2 = \frac{243.50}{21 - 1} = 12.175;$$

$$\rho_x(1) = \frac{134.00}{20 \cdot 12.175} = 0.555;$$

Əgər stasionar təsadüfi funksiyanın kifayət qədər böyük intervalda bir realizasiyası məhdud intervalda çox saylı realizasiyalara ekvivalentdirsə belə funksiya erqodik xassəyə malikdir. Bu halda onun orta qiyməti kifayət qədər böyük sahədə təxminən çox müşahidələrə görə orta qiymətə bərabərdir. Stasionar funksiyaların hamısı bu xüsusiyyətə malik deyildir. Təsadüfi stasionar funksiyaların 2 yarım sinifini fərqləndirirlər-erqodik və qeyri-erqodik.

$X_1(l)$  erqodik təsadüfi funksiyasının hər bir realizasiyası təxminən eyni orta qiymətə, eyni orta amplitudlu və orta dövrü rəqslərə malik olur. Əgər bu funksiyanın hər hansı realizasiyasının  $l$  oxu boyunca kifayət qədər böyük məsafə uzandığını fərz etsək, onda funksiyanın bu tək realizasiyaya üzrə təsadüfi funksiyanın əsas xarakteristikalarının orta qiymətə gətirilmiş qiymətləri realizasiyalar ansamblı üzrə hesablanmış orta xarakteristikalar ilə üst-üstə düşür.

Qeyri-erqodik  $x_2(l)$  təsadüfi funksiyasının realizasiyaları bir-birindən orta qiymətə və rəqslərin amplitudasına görə fərqlənirlər, buna görə də bu tip təsadüfi funksiyalar üçün riyazi gözləmə və dispersiyanın qiymətləri ancaq realizasiyalar çoxluğuna görə alın bilər.

Stasionarlıq və erqodiklik xassələrinə geoloji dəyişənlərin yalnız elə eynicinsli sahələri malikdir ki, onların hüdudlarında sahənin mərkəzindən kənarlarına doğru hər hansı istiqamətlərdə tədqiq edilən xassələrin qiymətlərinin artma təmayülü və ya dövrləri sahənin ölçüləri ilə müqayisə edilə bilən dövrü rəqsləri yoxdur. Eynicinsli sahələrdə dəyişmənin qanunauyğun hissəsi yalnız təsadüfi dövrləri tədqiq edilən sahənin ölçülərindən heç olmasa bir tərtib aşağı olan lokal rəqslər şəklində təzahür edə bilər.

Quruluşuna və mənşəinə görə bir olan iri geotektonik strukturların (Rus platforması, Qərbi-Sibir plitəsi) maqnit sahələri eyni cinsli sahələrə misal ola bilər. Lokal anomaliyaların orta ölçüləri adətən 100km-dən böyük olmayıb, bu rejonların ölçülərindən müqayisə edilməz dərəcədə kiçikdir.

Təsadüfi funksiyanın stasionarlığı barədə onun korrelyasiya funksiyasının şəklinə görə mülahizə yürütmək olar. o stasionar olduğu halda  $r$  artdıqca sıfıra yaxınlaşır, yəni nəzəri korrelyasiya funksiyasının (şək.52a) qrafikinə yaxın olur. Tədqiq edilən sahə daxilində müxtəlifcinsli iri elementlər varsa, bu empirik korrelyasiya funksiyalarının mənfi qiymətlər sahəsinə keçməsinə gətirib çıxarır və ya onlar sönməyən dövrülük ilə səciyyələnirlər.

**Korrelyasiya və ya struktur funksiyaları vasitəsilə** tədqiq edilən əlamətin fəza dəyişkənliyinin əsas xüsusiyyətləri əks etdirilə bilər:

-onun qiymətlərinin dəyişməsinin ümumi səviyyəsi, qonşu nöqtələr arasından başlayaraq tədqiq olunan əlamətlərin qiymətlərinin bir-birindən praktiki olaraq asılı olmadığı məsafə;

-müşahidə şəbəkəsinin sıxlığından asılı olaraq dəyişmənin təsadüfi və qanunauyğun hissələrinin səviyyələri və nisbətləri.

Bu xüsusiyyətlər korrelyasiya və struktur funksiyalarını aşağıdakı geoloji məsələlərin həlli üçün istifadə etməyə imkan verir:

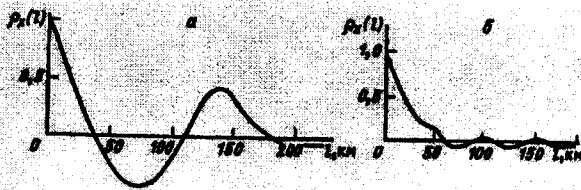
**1. Tədqiq edilən xassənin qiymətləri ardıcılığında qanunauyğunluğun (trendin) varlığı barədə hipotezlərin yoxlanması.** Bu məqsədlə tədqiq edilən ardıcılığın normalaşdırılmış korrelyasiya funksiyasının birinci iki-üç nöqtəsi nəzərdən keçirilir və onların sıfırdan fərqi statistik əhəmiyyəti qiymətləndirilir. Bu üsul trendin olması barədə hipotezin statistik üsullarla yoxlanmasına nisbətən daha etibarlıdır, çünki zəif ifadə olunmuş qanunauyğunluqları üzə çıxarmağa imkan verir.

Misal. Quyu üzrə qamma-şüalanmanın intensivliyinin dəyişməsində (bax cədv.72) qanunauyğunluğun olması barədə hipotezi yoxlayaq:

$$t = \frac{\rho \cdot (1)}{\sqrt{1 - \rho^2} \cdot (1)} \sqrt{n - 2} = \frac{0.555}{\sqrt{1 - 0.555^2}} \sqrt{20 - 2} = 2.83$$

Stüdent kriterisinin hesablanmış qiyməti (2.83) onun 0.95 güvənilmə ehtimalı və 18 azadlıq dərəcəsinə görə cədvəl qiymətindən (2.10) böyükdür. Deməli, tədqiq olunan ardıcılıqda qanunauyğunluğun olmaması barədə hipotez rədd edilməlidir.

**2. Geoloji obyektlərin əlamətlərinin fəzada dəyişməsinin xarakterinə görə təsnifatı.** Məsələn anomal maqnit sahələrinin (AMS) korrelyasiya funksiyasının şəklinə görə müxtəlif tektonik inkişaf tarixinə malik yer qabığı sahələrini təsnifat etmək olar. Cavan okean qabığı sahələri üçün aralıq-okean sıra dağlarının zirvələrinin nizamlanmış xətti sistemi xarakterdir ki, bu da AMS-nin korrelyasiya funksiyası qrafikində aydın görünən qanunauyğun dövrü ehtizazlarını şərtləndirir (şək.53b). Riftlərdən uzaqlarda isə okean dibinin topoqrafiyasının nizamlanması tektonik aktivliyin bir neçə mərhələsinin bir-birinin üstünə gəlməsinə görə aydın bilinmir. Okean qabığı böyük inkişaf tarixinə malik olan sahələrin korrelyasiya funksiyaları isə kontinental qabıq üçün xarakter olan stasionar korrelyasiya funksiyaları şəklindədir (şək.53b).



Şek.53. Anomal maqnit sahəsinin korrelyasiya funksiyaları.  
V.N.Luqovenkoya görə: a) 23 profili üzrə; b) "Anabar" profili üzrə

Mineral xammalın ən mühüm növlərinin sənaye tipli yataqlarının təsnifatı üçün etalon və əsas olaraq, faydalı qazıntı yataqlarının ən mühüm xassələrinin təsadüfi funksiyalarının xarakteristikalarının ümumiləşdirilmiş eksperimental məlumat üzrə tərtib edilmiş tipik qrafikləri xidmət edə bilər.

Metamorfik süxur qatlarının kəşillərinin müxtəlif intervalları üçün hesablanmış korrelyasiya funksiyalarının şəklinə görə onları daha kiçik stratigrafik bölgələrə ayırmaq olar.

**3. Tədqiq edilən xassələr arasındakı korrelyasiya əlaqələrinin saxlandığı məsafələrin limit qiymətlərinin təyini nəticələrin miqdar analiz üsullarının əsaslandırılması üçün istifadə edilir, çünki ancaq korrelyasiya intervallında eksperimental məlumatın interpretasiyası düzgün nəticə verə bilər.** Korrelyasiya həddlərindən kənarında əlamətlərin qiymətləri təsadüfi sərbəst kəmiyyətlərin məcmuu kimi nəzərdən keçirilə bilər və onlar yalnız adi statistik üsullarla emal edilə bilər.

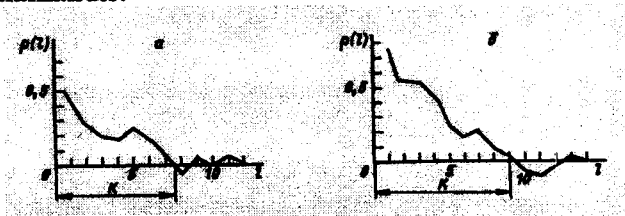
Müxtəlif istiqamətlərə yönəlmiş xətlər üzrə limit korrelyasiya (K) məsafələrinin nisbətləri, tədqiq edilən xassənin bu istiqamətlər üzrə anizotropiya göstəriciləri kimi istifadə edilə bilər.

Misal. Xətti ehtiyatların (faydalı komponentin miqdarının qalınlıq ilə hasil) qiymətlərinin limit korrelyasiya məsafələri filiz yatağının uzanması üzrə ( $K_1$ ) 75m və yatması üzrə ( $K_2$ ) 135 m-dir (şek.54). Deməli, yataq müstəvisində bu xassənin anizotropiya göstəricisi

$$A = K_2 / K_1 = 135 / 75 = 1.8$$

Anizotropiya əmasalının qiyməti müşahidə şəbəkəsinin seçilmiş növü üçün ehtimallıq kriterisi kimi istifadə edilə bilər. Belə ki, verilmiş yatağın kəşfiyyatı zamanı kəşfiyyat şəbəkəsi xanasının uzun tərəfi filiz

yatağı müstəvisində yatım istiqamətində yerləşməli və yatağın uzanması üzrə kəşfiyyət profillərin arasındakı məsafədən 1.8 dəfə böyük olmalıdır. Bu zaman profillər arasındakı kəşfiyyət məlumatının etibarlı interpretasiyası üçün şəbəkə 75x135 m-dən seyrək olmamalıdır.



Şək.54. Filiz yatağı üzrə metalın xətti ehtiyatlarının korrelyasiya funksiyaları: a-uzanma istiqaməti üzrə ( $r=10m$ ); b-yatım istiqaməti üzrə ( $r=15m$ )

#### 4. Müşahidə nöqtələri arasında verilmiş məsafələr üçün əlamətin ümumi dispersiyasının təsadüfi və qanunauyğun hissələrə bölünməsi.

Stasionar ardıcılıqların empirik korrelyasiya funksiyaları aşağıdakı düsturla aproksimasiya edilə bilər:

$$\rho_x(r) = e^{-\alpha r} \quad (275);$$

Bu halda təsadüfi dispersiyanı təyin etmək üçün

$$\sigma^2_{tas} = \sigma^2_0(1 - \rho^2_x(r)) \quad (276);$$

düsturundan istifadə etmək olar. Burada  $\sigma^2_0$ -ümumi dispersiya,  $\rho_x(r)$ -müşahidə nöqtələri arasındakı məsafə  $r$ -ə bərabər olduqda, normalaşdırılmış korrelyasiya funksiyasının qiymətidir. Qanunauyğun dispersiya isə

$$\sigma^2_{qan} = \sigma^2_0 - \sigma^2_{tas} \quad (277);$$

düsturundan tapılır.

Tədqiq edilən xassənin dəyişkənliyində qanunauyğun hissə varsa, onda interval qiymətlərinin hesablanması zamanı əlaqəyə görə düzəliş vermək lazımdır. Bunun üçün

$$P\left(\bar{x} - t_{r,1-\alpha} \frac{S}{\sqrt{n-1}} \leq M_i \leq \bar{x} + t_{r,1-\alpha} \frac{S}{\sqrt{n-1}}\right) = 1 - \alpha$$

düsturunda ümumi dispersiyanın qiyməti yerinə təsadüfi dispersiyanın qiyməti yazılır.

Misal. Şəkil 54-də verilmiş korrelyasiya funksiyasından istifadə etməklə filiz yatağının yatım istiqaməti üzrə xətti ehtiyatın dəyişməsində təsadüfi hissənin payını 15,75 və 120m üçün təyin edək:



$$l=15m, \sigma_{tas}^2 = \sigma_0^2(1-0.78^2) = 0.38\sigma_0^2;$$

$$l=75m, \sigma_{tas}^2 = \sigma_0^2(1-0.25^2) = 0.94\sigma_0^2;$$

$$l=120m, \sigma_{tas}^2 = \sigma_0^2(1-0.10^2) = 0.99\sigma_0^2.$$

Beləliklə, qonşu kəşfiyyat profilləri arasında məsafə 15 m olduqda, xətti ehtiyatın 60%-dən çoxu qanunauyğun dəyişmənin səbəbinədir, buna görə də interval qiyməti hesablayarkən əlaqəyə görə düzəliş əhəmiyyətli olacaqdır. Lakin müşahidə şəbəkəsinin 5 dəfə seyrəldilməsi qanunauyğun dəyişmənin payını kəskin azaldır (6%-ə qədər) ki, bunun nəticəsində xətti ehtiyatın orta qiymətinin hesablanma dəqiqliyi müşahidələrin sayı sabit qaldığı halda belə, əhəmiyyətli dərəcədə azalacaqdır. 120m məsafədən başlayaraq xətti ehtiyatın hesablanma dəqiqliyi praktiki olaraq tamamilə müşahidələrin sayından asılı olacaqdır. Dispersiyanın təsadüfi və qanunauyğun hissələrinin nisbətləri də yataqların kəşf edilmə dərəcəsinin göstəricisi kimi xidmət edə bilər.

Geoloji kəşfiyyat parametrlərinin dəyişməsinə təsvir etmək üçün stasionar təsadüfi funksiyaların xarakteristikalarından istifadə edən zaman onların statistik paylanma qanunlarını nəzərə almaq lazımdır.

Məsələn loqnormal paylanmış xassələrin korrelyasiya və struktur funksiyalarının hesablanmasını onların qiymətlərinin loqarifmləri üçün aparmaq lazımdır.

Geoloji obyekt bir neçə profil üzrə tədqiq edilmişsə, yuxarıda adı çəkilən məsələlərin həlli üçün orta qiymətə gətirilmiş korrelyasiya və ya struktur funksiyalarından istifadə edilir. Bu zaman hər bir ayrıca profilə məxsus olan müxtəlifliklər nivelirlənir və orta qiymətə gətirilmiş xarakteristikaların şəkli stasionar təsadüfi funksiyaların uyğun xarakteristikalarına yaxınlaşır.

### 10.3. Qarşılıqlı korrelyasiya funksiyalarının və ikiqat avtokorrelyasiya funksiyalarının geologiyada tətbiq sahəsi

İki təsadüfi prosesin və ya ardıcılıqların xassələrinin korrelyasiya xassələrinin qiymətləndirilməsi üçün qarşılıqlı korrelyasiya funksiyalarından (QKF) istifadə olunur. Erqodik funksiyalar üçün QKF ayrı-ayrı realizasiyalar  $-X_1$  və  $X_2$  üzrə hesablamaq olar. Belə realizasiyalar kimi bir xassənin iki profil üzrə müşahidələrinin nəticələri və ya bir profil üzrə iki müxtəlif xassənin ölçülmə nəticələri götürülə bilər. QKF aşağıdakı düstur ilə hesablanır:

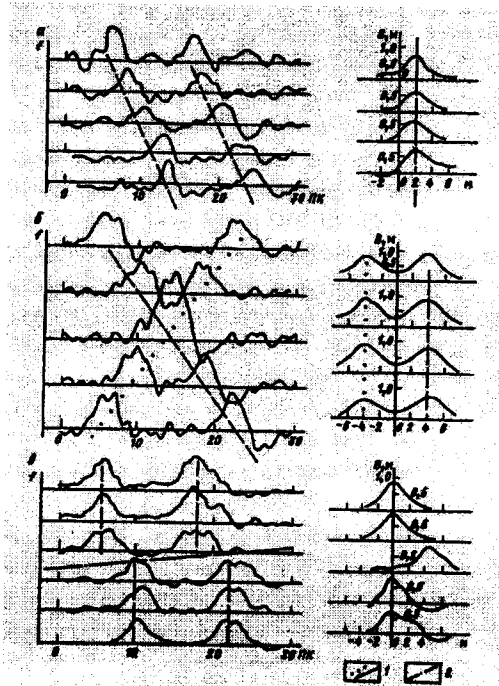
$$\beta_{\cdot}(r) = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2(i+r)} - \bar{x}_2)}{n - |r|} \quad (278);$$

Burada,  $X_{1i}$ -birinci realizasiya üzrə qiymətlər, məs. geokimyəvi planalma profili üzrə müəyyən kimyəvi elementin miqdarı,  $x_{2(i+r)}$   $X_{1i}$  ölçüsünə görə başqa profil üzrə  $r$  piket qədər yerini dəyişmiş nöqtədə həmin elementin miqdarıdır. Bu zaman nöqtə öz yerini həm bu və həm də o biri tərəfə doğru dəyişə bilər. Geoloji- kəşfiyyat işlərində QKF daha çox iki tip məsələnin həlli üçün istifadə edilir.

Geokimyəvi və geofiziki sahələrin, qonşu profillər üzrə hesablanmış QKF köməyi ilə analizi zamanı xətti geokimyəvi və geofiziki anomaliyaların istiqamətlənmə xarakterini təyin etmək olar (şək.55). Anomaliyaların oxlarının subparalel səmtlənməsi zamanı QKF qrafikində koordinat başlanğıcına görə profillərin istiqamətinə nisbətən anomaliyaların oxlarının çəp istiqamətlənməsi nəticəsində qonşu profillərdə anomaliyaların maksimumlarının yerdəyişməsi qədər yerini dəyişmiş bir maksimum müşahidə edilir (şək. 55a). Anomaliyaların qeyri-paralel səmtlənməsi zamanı QKF qrafikində iki maksimum meydana çıxır (şək.55b), tektonik pozğunluq üzrə anomaliyaların oxlarının yerdəyişməsi nəticəsində QKF-nın aralarından pozğunluq keçən profillər üçün maksimumunun sürüşməsi müşahidə edilir (şək.55v).

2. Metasomatik əmələgəlmələrin geokimyəvi zonallığının və səpələnmə oreollarının öyrənilməsi prosesində QKF kimyəvi elementlərin nisbi mütəhərrikliyini qiymətləndirməyə imkan verir. Bunun üçün bir profil üzrə kimyəvi elementlərin müxtəlif cütləri üçün QKF-nı hesablayırlar. Daha mütəhərrik elementlərin konsentrasiyalarının maksimumları filizə nəzarət edən strukturlardan (intruziv süxurların kontaktları, tektonik pozğunluqlar və s. az mütəhərrik elementlərə nisbətən daha böyük məsafədə yerləşirlər.

Əgər geoloji sahə bərabər ölçülü müşahidə şəbəkəsi üzrə tədqiq edilmişsə, yuxarıda göstərilən bəzi məsələlərin həlli üçün ikiölçülü avtokorrelasiya funksiyasını hesablamaq məqsədəuyğundur (İAKF).



Şək.55. Sahənin verilmiş qiymətlərinin və qarşılıqlı korrelyasiya funksiyasının (QKF) grafiki: a-bir uzanma istiqaməti; b-müxtəlif uzanma istiqaməti; v-anomaliyaların sürüşməsi zamanı A.A.Nikitinə görə: 1-anomaliyaların oxları; 2-tektonik pozğunluqlar.

Tədqiq edilən geoloji sahəni matris şəklində göstərmək olar:

$$U = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1j} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2j} & \dots & X_{2n} \\ X_{j1} & X_{j2} & \dots & X_j & \dots & X_j \\ X_{k1} & X_{k2} & \dots & X_{ki} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix}$$

Burada sütunlar və sətirlər qarşılıqlı perpendikulyar olan istiqamətlər üzrə ölçülmüş qiymətlərə uyğundur (məsələn meridional və eninə; n-meridional profillərin, k isə eninə profillərin sayıdır).

Meridional istiqamət üzrə qonşu nöqtələr arasındakı intervalların sayı ilə ifadə edilmiş məsafəni - p, eninə istiqamətdə isə-r ilə ifadə etsək, İAKF qiymətlərinin hesablanması üçün aşağıdakı düsturları alırıq: p=0 halında İAKF bütün eninə profillərin avtokorrelyasiya funksiyalarının cəminə görə hesablanmış orta qiymətə gətirilmiş birözlülü avtokorrelyasiya funksiyasına bərabərdir:

$$R_x(0, r) = \frac{1}{k} \left[ \frac{1}{n-r} \sum_{i=1}^{n-r} (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{1(i+r)} - \bar{x}_1) + \frac{1}{n-r} \sum_{i=0}^{n-r} (x_{2i} - \bar{x}_2)(x_{2(i+1)} - \bar{x}_2) + \dots + \frac{1}{n-r} \sum_{i=1}^{n-r} (x_{ki} - \bar{x}_k)(x_{k(i+r)} - \bar{x}_k) \right] \quad (279)$$

P=1 olduqda, İAKF qonşu profillərin bütün cütləri üçün hesablanmış QKF cəmi üçün hesablanmış orta qiymətə gətirilmiş birözlülü QKF bərabərdir.

$$R_x(1, r) = \frac{1}{k-1} \left[ \frac{1}{n-r} \sum_{i=1}^{n-r} (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2(i+r)} - \bar{x}_2) + \frac{1}{n-r} \sum_{i=0}^{n-r} (x_{2i} - \bar{x}_2)(x_{3(i+1)} - \bar{x}_3) + \dots + \frac{1}{n-r} \sum_{i=1}^{n-r} (x_{(k-1)i} - \bar{x}_{(k-1)})(x_{k(i+r)} - \bar{x}_k) \right] \quad (280);$$

P=2 olduqda, İAKF bir profildən bir götürülmüş bütün eninə profil cütləri üçün QKF cəminə görə, P=3 olduqda, iki profildən bir və i. hesablanır. P=0 və r=0 olduqda, İAKF əlamətin dispersiyasına bərabər olur.

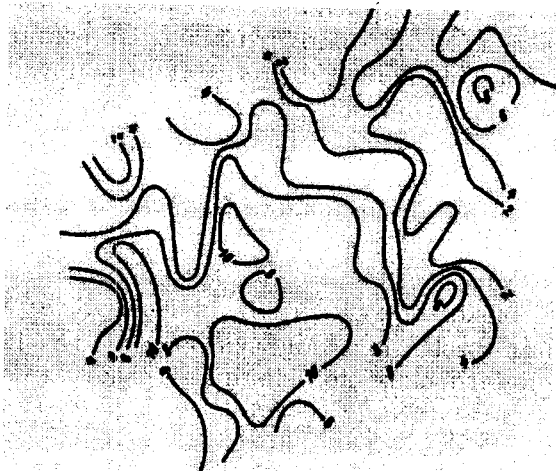
İAKF üçün  $R_x(p, r) = R_x(-p, -r)$ , yəni o simmetrikdir, buna görə də hesablama zamanı adətən ya  $R_x(p \pm r)$  ya da  $R_x(\pm pr)$  hesablanır.

İAKF ya matris, ya da ki, izoxətlərlə qrafik şəklində təsvir edilir. Qrafik təsvir geoloji sahələrin əsas xassələrini daha əyani əks

etdirir. İAKF qrafikinə görə tədqiq edilən sahənin maksimal və minimal dəyişmə istiqamətlərini təyin etmək olar ki, bunlar da İAKF dəyişməsinin maksimal və minimal qrafikləri istiqamətləri ilə üst-üstə düşür. Bu istiqamətlər üzrə qradientlərin nisbəti isə anizotropiya əmsalının qiymətinə bərabərdir. Bununla əlaqədar olaraq İAKF geoloji-kəşfiyyat işlərinin layihələşdirilməsi zamanı müşahidə şəbəkəsinin formasının, istiqamətlənməsinin sıxlığının seçilməsi üçün istifadə edilir.

İAKF hesablanması zamanı bütün profillər üzrə verilənlər orta qiymətə gətirilir. Buna görə də İAKF görə tədqiq edilən sahənin dəyişməsinin hətta profillər üzrə ölçmələr az olduğu halda belə, kifayət qədər etibarlı miqdarı xarakteristikalarını əldə etmək olar. Adətən İAKF dispersiyaya görə normalaşdırırlar. Bu halda onun qiymətləri korrelyasiya əmsalları ölçüsünə malikdir.

Misal. Nikel yatağının işlənmiş hissəsi üzrə ultramafitlərin aşınma qabığında ölçüləri 100x100m olan sahələr üzrə oxralı filiz zonasının orta qalınlığı hesablanmışdır. Bu parametrin dəyişməsi verilənlərin matrisi kimi cədvəl 73-də və topofunksiya şəklində şəkl.56-da təsvir edilmişdir.



Şəkl.56. Nikel yatağında oxralı filizlərin qalınlığı (m ilə) U.Lavauta görə

Cədvəl 73

## Yatağın işlənmiş sahəsi üzrə oxralı filiz zonasının qalınlığı

Pro filin №si	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1									2,0	4,0	4,5			
2								2,2	3,7	4,4	3,3	4,9	1,2	1,0
3					4,2	5,2	1,5	2,0	7,0	1,5	4,0	8,5	6,0	4,0
4			5,1	3,4	3,7	7,2	4,7	3,8	2,0	1,5	1,6	6,0	2,0	4,0
5	4,1	1,0	4,4	4,4	8,5	6,7	5,4	5,1	5,3	4,3	1,1	2,9	4,3	
6	5,0	4,3	7,3	4,3	10,2	8,7	9,1	9,6	6,6	1,0	3,6	1,0		
7	7,0	10,9	9,6	4,5	10,8	10,6	9,5	9,9	7,7	3,6	1,3	1,5		
8	2,5	2,7	12,1	8,0	8,2	7,2	9,7	9,9	9,3	3,7	8,2	4,0		
9	2,0	5,1	11,1	8,0	11,6	14,5	13,2	12,6	8,6	6,5	5,5	5,2	2,0	
10				7,7	11,7	21,8	15,5	9,1		5,0		2,7		
11	1,0	3,0	3,0	5,8	6,1	15,8	6,3							
12	4,3			1,0	8,0									

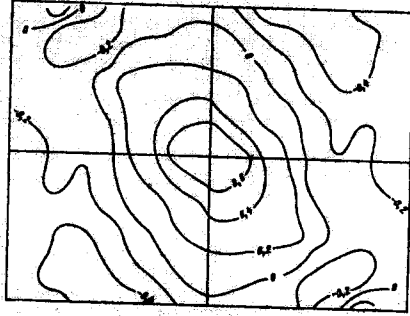
Eninə və meridional profillər üzrə ölçülərin sayı 2 və 13 arasında dəyişir, buna görə də ayrı-ayrı profillərə görə dəyişmənin xarakteri barədə mülahizə yürütmək olmaz. eyni zamanda normallaşdırılmış İAKF matrisinə (cədv.74) və qrafikinə (şək.57) görə inamla aşağıdakı nəticələri çıxarmaq olar:

$R_x(\pm p, r)$  qiymətləri üçün oxralı filiz zonasının qalınlığının normalaşdırılmış İAKF matrisi

Cədvəl 74

↑ p									
-6	-0,05	-0,26	-0,44	-0,52	-0,62	-0,62	-0,29	-0,33	
-5	0,06	-0,12	-0,25	-0,33	-0,59	-0,65	-0,58	-0,38	
-4	0,13	0,09	-0,04	-0,17	-0,49	-0,67	-0,54	-0,26	
-3	0,36	0,28	0,06	-0,10	-0,38	-0,41	-0,40	-0,30	
-2	0,43	0,30	0,16	0,05	-0,17	-0,28	-0,31	-0,32	
-1	0,69	0,52	0,31	0,15	-0,12	-0,25	-0,14	0,29	
0	1,00	0,62	0,41	0,21	-0,01	0,20	-0,15	-0,34	
1	0,69	0,52	0,42	0,31	-0,01	-0,20	-0,19	-0,22	
2	0,43	0,45	0,38	0,37	0,06	-0,13	-0,10	-0,11	
3	0,36	0,34	0,33	0,36	0,15	-0,04	-0,11	-0,11	
4	0,13	0,22	0,16	0,12	-0,04	-0,21	-0,29	-0,15	
5	0,06	0,08	-0,01	-0,04	-0,36	-0,35	-0,22	-0,02	
6	0,05	0,09	-0,05	-0,08	-0,23	-0,04	-0,31	-0,11	
r→	0	1	2	3	4	5	6	7	

-sahənin daxilində zonanın qalınlığı qanunauyğun surətdə dəyişir, çünki eninə və meridional profillər üzrə qonşu ölçülər arasındakı korrelyasiya əmsalları uyğun olaraq 0.62 və 0.69-dur ki, bunlar da sıfırdan seçilir.



Şək.57. Oxralı filizlər zonasının ikiölçülü avtokorrelyasiya funksiyası

-planda qalınlığın dəyişməsi anizotrop xarakterlidir, çünki İAKF izoxətləri bir istiqamətdə uzanmışdır.

-minimal dəyişmə şimali-qərb-cənub-şərq, maksimal dəyişmə isə cənub-qərb-şimal-şərq istiqaməti üçün xarakterdir.

-İAKF sahəsinin uzun və qısa oxlarının nisbətində görə təyin olunmuş anizotropiya əmsalı

$$k = \frac{L}{l} \approx \frac{10}{5} \approx 2;$$

-oxralı filiz zonasının qalınlığını tədqiq etmək üçün optimal müşahidə şəbəkəsi zonasının tərəflərinin nisbəti 2:1 olan və xananın uzun tərəfi ilə şimali-qərbə istiqamətlənmiş şəbəkədir.

#### 10.4. Poliharmonik təsadüfi funksiyaların geologiyada tətbiq sahəsi

Bir çox geoloji obyektlər xassələrinin dəyişməsinin dövrü xarakteri ilə fərqlənirlər. Neft-qazlı çökmə qatların məsaməliyinin dəyişməsində, metamorfik süxurların mineral tərkibində və s. dövrü dəyişmələr müəyyən edilmişdir. Həm regional və həm də lokal miqyasda tektonik pozğunluqların yerləşməsində də müəyyən ritmlilik qeyd olunur. Lakin bu zaman qanunauyğun dövrü ehtizazlar adətən qeyri-müntəzəm təsadüfi fluktuasiyalar ilə mürəkkəbləşir. Bu cür geoloji obyektlərin dəyişməsinin riyazi modeli kimi poliharmonik təsadüfi funksiya istifadə edilə bilər. Bu təsadüfi funksiyanın riyazi gözləməsi

$$M_x(l) = A_0 + \sum_{k=1}^{\nu} A_k \cos(\omega_k l + \varphi_k) \quad (281)$$

şəklində olan triqonometrik funksiya ilə ifadə edilir. Burada  $\nu$ -harmonikaların sayı,  $A_k, \omega_k, \varphi_k$ -uyğun olaraq hər bir harmonikanın amplitudası, tezliyi və fazası,  $A_0$  isə sabitdir.

Bu model vasitəsilə tədqiq edilən əlamətin qiymətlərinin hər hansı sırası, müşahidə nöqtələri arasında  $r$  bərabər məsafə olduqda

$$X(r) = M_x(r) + h_x(r) \quad (282);$$

funksiyası ilə təsvir edilə bilər. Burada  $h_x(r)$  tədqiq edilən əlamətin qiymətlərinin dövrü dəyişmələrini mürəkkəbləşdirən təsadüfi hissəsidir.

Bu tip dəyişmənin miqdarı təsviri texnikada geniş yayılmış təsadüfi maneələr fonunda gizli periodikliyi müəyyən etmək məsələsindən ibarətdir. Bu məsələnin həlli dəyişməni iki tərtib hissəsinə ayırmaq və qanunauyğun hissənin harmonikalarının dövrlərini və amplitudalarını tapmaqdan ibarətdir. İndiki zamana qədər gizli periodikliyi aşkara çıxarmaq üçün küllü miqdar metodlar tərtib edilmişdir. Bu metodlarda verilmiş  $X(r)$  müşahidə sırasını müxtəlif cür çevirməklə çevrilmiş  $X'(r)$  sırasında periodik tərkib hissəsinin rolunu gücləndirirlər.

Bu metodlardan ən əlverişlisi korrelyasiya funksiyasını Fürye sırasına ayırmaq nəticəsində alınan dispersiyanın spektral sıxlığının ( $S_x(\omega)$ ) qiymətinə əsaslanmış metoddur.

$$S_{x(\omega)} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_x(r) \cos \omega r dr \quad (283);$$

Parametrin dəyişməsini diskret müşahidə şəbəkəsi ilə öyrəndikdə spektral sıxlıq xətti energetik spektr ilə əvəz olunur.

Məhdud sayda müşahidələrə əsasən hesablanmış təsadüfi poliharmonik ardıcılığın

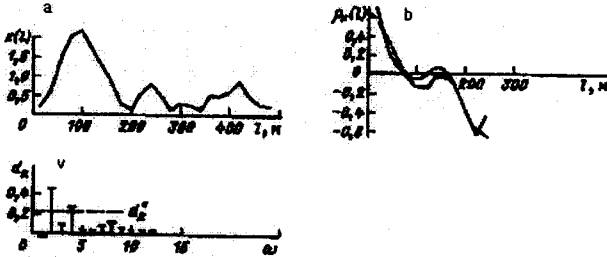
$$M_x(l) = A_0 + \sum_{k=1}^{\nu} A_k \cos(\omega_k l + \varphi_k) \quad (284);$$

tipi energetik spektri qanunauyğun harmonik rəqslərə uyğun gələn tezliklərdə kəskin piklərin bütün başqa tezliklərdə təsadüfi



rəqslərin şərtləndirdiyi nisbətən sabit  $\varphi_k$  qiymətləri ilə birləşməsindən ibarətdir (şək.58b). Piklərin sayı  $\nu$  harmonikalarının sayına uyğun gəlir, onların hündürlüyü isə verilmiş tezliyin harmonikasının amplitudasının kvadratının yarısına bərabərdir, yəni

$$d_k = 0.5A_k^2 \quad (285);$$



Şək.58. Dəmirin xətti ehtiyatının ilmenit-maqnetitli qumların sahilyanı-filiz səpinti yatağının uzanmasına normal istiqamətdə dəyişməsinin xarakteristikası: a-xətti ehtiyatın profil üzrə dəyişməsi; b-korrelyasiya funksiyası; v-energetik spektr.

Qanuna uyğun rəqslərin periodunun (dövrünün) ölçüsünü

$$T_k = (N-1)r/\omega_k \quad (286);$$

düsturu ilə müəyyən etmək olar. Burada,  $N$ -profil üzrə ölçmələrin ümumi sayı,  $r$ -qonşu müşahidə nöqtələri arasındakı məsafədir. Təsadüfi dəyişmənin şərtləndirdiyi  $d_k$  qiymətləri Fişerin beta-paylanmasına tabedirlər. Bu paylanmanın sıxlığı

$$P(x) = (n-1)(1-x)^{n-2} \quad (287);$$

burada,  $n$ -spektrin qiymətlərinin ümumi sayıdır. Bu paylanmanın riyazi gözləməsi və standart sapması uyğun olaraq

$$d_k = 1/n; \quad \sigma_d = ((n-1)/n^2(n+1))^{0.5} \quad (288)-ə$$

bərabərdir.

Bu düsturlardan istifadə edərək, əvvəlcədən verilmiş güvənilmə ehtimalına görə spektrin bu və ya digər piklərinin təsadüfi fluktuasiyalara mənsub olduğu barədə hipotezləri yoxlamaq olar. Limit qiymətindən artıq olan piklər (məs.  $d_k + 3\sigma_d = d_k$ , 99% güvənilmə ehtimalında) harmonikaların olması ilə izah edilir və harmonik tərkib hissənin periodlarının və amplitudlarının qiymətləndirilməsi üçün istifadə edilə bilər. Əlamətin ümumi dispersiyasında qanuna uyğun

hissənin payı spektrin anomal qiymətləri cəmindən fonun təshih edilmiş qiymətini ( $d'_{k(tash.)}$ ), çıxmaqla təyin edilir: Burada  $\sum_1^m d'_k$  -spektrin anomal qiymətlərinin cəmi,  $m$ -spektrin anomal qiymətlərinin sayıdır.

$$\bar{d}_{k(tash)} = \frac{1 - \sum_1^m d'_k}{n - m} \quad (289);$$

Spektrin anomal qiymətlərinin periodları və amplitudaları korrelyasiya funksiyasının və verilmiş qiymətlər sırasının triqonometrik polinomlarla approksimasiya etmək üçün əsas təşkil edirlər.

Misal. İlmenit-maqnetitli qumların sahilyanı dəniz səpinti yatağının 200x20m şəbəkəsi üzrə kəşfiyyatı aparılmışdır. Dəmirin xətti ehtiyatlarının dəyişmə xarakteri kəşfiyyat profillərinin biri üzrə şək.58a-da göstərilmişdir. Bu profil üçün xətti ehtiyatın avtokorrelyasiya funksiyası və energetik hesablanmışdır (şək.58b,v).

Spektrin fon qiyməti:

$$\bar{d}_k = \frac{1}{n} = \frac{1}{12} = 0.083$$

0.95 güvənilmə ehtimalında minimal anomal qiymət:

$$d'_k = \bar{d}_k + 2\sigma_d = 0.083 + 2\sqrt{\frac{11}{12^2(12+1)}} \approx 0.235$$

Beləliklə, spektrin 1 və 3 tezliklərində qiymətləri anomal hesab edilməlidir. Bunlar xətti ehtiyatın periodları 480 və 160 m olan qiymətlərinin rəqslərinə uyğun gəlirlər. Fonun təshih edilmiş qiyməti

$$\bar{d}_{tash.} = \frac{1 - (0.460 + 0.260)}{12 - 2} = 0.028$$

Spektrin anomal qiymətlərinin cəmi, təshih edilmiş fonun qiyməti çıxıldıqdan sonra 0.664 təşkil edir. Bu o deməkdir ki, xətti ehtiyatın dispersiyasının yarısından çoxu qanunauyğun dəyişmələrlə əlaqədardır. Empirik korrelyasiya funksiyası (şək.59,b) aşağıdakı polinomla kafi dərəcədə approksimasiya edilir:

$$\rho_x(r) = 0.432 \cos \frac{2\pi}{480} + 0.232 \cos \frac{2\pi}{160}$$

Lakin müşahidə edilən dəyişmənin poliharmonik və təsadüfi tərkib hissələrinə bölünməsinə əsaslanan model bir qədər sadələşdirilmişdir. Geoloji obyektlərin dəyişməsi üçün periodik dəyişmələrlə yanaşı, adətən qanunauyğun lakin qeyri-periodik lokal dəyişikliklər də xarakterdir. Buna görə də  $X(r) = Mx(r) + hx(r)$  düsturunda  $hx(r)$  təsadüfi kəmiyyəti yox, stasionar təsadüfi funksiyanın realizasiyasını təmsil edir.  $hx(r)$ -in korrelyasiya funksiyaının təxmini qiymətini empirik korrelyasiya funksiyaından ardıcıl olaraq, onun harmonik tərkib hissələrini çıxmaqla almaq olar.

Beləliklə, amplitud spektrinin köməyi ilə geoloji obyektlərin hər hansı xassəsinin müşahidə edilən dəyişməsini 3 hissəyə bölmək olar: koordinasiya edilmiş, korrelyasiya edilmiş və təsadüfi.

Koordinasiya edilmiş hissə tədqiq edilən sahənin bütün uzanması boyu xassənin qanunauyğun dəyişmələri ilə şərtlənir və triqonometrik polinomla təsvir edilir.

Korrelyasiya edilmiş hissə ancaq nöqtələr arasındakı məsafədən asılı olan korrelyasiya funksiyaının köməyi ilə lokal sahədə xassənin qanunauyğun dəyişmələrini təsvir edir. Təsadüfi hissə xassənin qanunauyğun olmayan təsadüfi dəyişmələrini təsvir edir. Onu təsadüfi kəmiyyətin realizasiyası kimi qəbul etmək olar.

Koordinasiya edilmiş hissə fəzada xassələrin dəyişməsinin ümumi qanunauyğunluğunu səciyyələndirərək, geoloji obyektlərin quruluşunun ümumi xüsusiyyətlərini əks etdirir. Bu hissənin köməyi ilə aşağıdakıları həyata keçirmək olar:

- obyektlərin tədqiqinin müxtəlif mərhələlərində onların quruluşundakı müxtəlifcinsli hissələri ayırmaq;

- tədqiq edilən profilin hər hansı nöqtəsində xassənin ən ehtimal olunan qiymətini proqnozlaşdırmaq;

- müşahidə şəbəkəsinin sıxlığından asılı olaraq qanunauyğun dəyişikliklərin aşkar edilmə dərəcəsini aydınlaşdırmaq.

Korrelyasiya edilmiş qanunauyğun hissə korrelyasiya məsafəsi daxilində tədqiq edilən xassənin dəyişmələrinin yalnız orta gradientini səciyyələndirir və o tədqiq edilən obyektin kiçik həcmində empirik məlumatın yayılması ilə əlaqədar olan məsələlərin həllində istifadə edilir. Təsadüfi hissə parametrlərin qanunauyğun olmayan fluktuasiyalarını əks etdirir və parametrlərin orta qiymətlərinin

dəqiqliyini hesablayarkən nəzərə alınmalıdır. Geoloji obyektlərin xassələrinin dəyişməsinin qanunauyğun hissəsinin spektral parçalama yolu ilə ifadə üsulu ən geniş yayılmış hamarlama və trend-analiz üsullarına nisbətən bir sıra əhəmiyyətli üstünlüklərə malikdir:

1) Dəyişmənin bu üsulun əsaslandığı riyazi modeli real geoloji obyektlərin dəyişməsində müxtəlif tərtibli qanunauyğunluqların olması barədə intuitiv təsəvvürlərə uyğun gəlir;

2) Bu üsul həmin tərtiblərin olması barədə aprior ehtimallar tələb etmir, çünki onların miqdarını üsul özü müəyyən edir;

3) Korrelyasiya funksiyasının spektral parçalanması hər hansı miqyash qanunauyğunluqların aşkar edilməsi üçün effektiv selektiv çevrilmədir;

4) Amplitudaların spektri parametrlərin qanunauyğun dəyişmələrini periodik və qeyri-periodik və onları şərtləndirən geoloji amilləri isə ümumi və xüsusi hissələrə bölməyə imkan verir;

5) Amplitudaların spektri əlamətin ümumi dispersiyasının müxtəlif miqyash qanunauyğunluqlar arasında necə bölündüyün göstərir və aşkar edilmiş qanunauyğunluqların əhəmiyyətliliyini qiymətləndirməyə imkan verir.

## FƏSİL XI. GEOLOJİ İNFORMASIYANIN ÇEVİRMƏ METODLARI

### Geoloji obyektlərin müxtəlifcinsliliyinin nisbi entropiya xəritələri vasitəsilə tədqiqi

Faydalı qazıntı yataqlarının formalaşması çox vaxt müxtəlif amillərin və bir sıra geoloji şəraitin birləşməsinin birgə təsirinin nəticəsindən baş verir. Bu amillərdən hər birinin geoloji mühitdə öz əksi vardır. Bu nöqtəyi nəzərdən faydalı qazıntı yataqları üçün perspektiv olan sahələr geoloji quruluşun maksimal müxtəlifcinsliliyi ilə səciyyələnəcəklər. Bu sahələrin ayrılması axtarışın əsas məsələləindən biridir.

Nəzərə almaq lazımdır ki, sahənin quruluşunun müxtəlifcinsliliyi müəyyən elementar meydançaya nisbətən qiymətləndirilir. Meydançanın ölçüsünün dəyişməsi müxtəlifcinsliliyin qiymətlərinin də dəyişməsinə səbəb olur. Elementar meydançanın böyüklüyü faydalı qazıntı obyektinin ehtimal olunan ölçülərinə uyğun olaraq götürülür. Orta hesabla müxtəlif miqyaslı xəritələr üçün belə meydançanın böyüklüyü 16-25 sm<sup>2</sup> (4x4 sm-dən 5x5 sm-ə qədər) təşkil edə bilər.

Verilən məsələnin həlli zamanı nisbi entropiyanın qiymətindən (Peltó,1952) istifadə etmək olar:

$$100H_r = \frac{-\sum_{i=1}^N P_i \ln P_i}{H_m} \cdot 100\% = \frac{-\sum_{i=1}^n P_i \ln P_i}{\ln N} \cdot 100\% \quad (290);$$

Burada, N-tədqiq edilən geoloji komponentlərin sayı, P<sub>i</sub>-sistemdə i komponentinin payı, H<sub>m</sub>=ln N isə sistemdə maksimal entropiyadır (H<sub>m</sub>). Nisbi entropiyanın qiyməti faizlə ifadə olunur və 0-dan (1 komponentin payı 1, qalanlarınkı isə 0 olsa) 100%-ə (bütün komponentlərin payı bərabər olsa) qədər dəyişir. Bu göstərici tədqiq edilən sahə daxilində bütün elementar meydançalar üçün təyin edilir.

Geoloji əlamətlər öz təzahür xarakterinə görə xətti (süxurların təmas xətti, qırılmalar, qırışıqların oxları və s.) və sahəvi (müxtəlif tərkibli süxurların yayılma sahələri, geofiziki və geokimyəvi sahələr və s.) əlamətlərə bölünürlər. Sahəvi əlamətlər bir-birilə kəsişməyən, yəni

sahə üzrə üst-üstə düşməyən əlamətlər qruplarına bölünürlər. Əlamətlərin hər bir qrupu ayrılıqda analiz olunur.

Analiz əlamətlər qrupunun formalaşması ilə başlanır. Məsələn sahəvi geoloji əlamətlərə sahədə rast gələn müxtəlif tərkibli süxurlar-əhəngdaşları, şistlər, sienitlər, I və II faza qranitləri, tuflar, riolitlər aid ola bilər. Hər bir ayrı elementar meydança daxilində hər bir əlamətin payı paletka vasitəsilə təyin edilir. Bu paletka kalka, şəffaf təbəqə və s. üzərində çəkilir. Ölçüləri 5x5sm olan elementar meydançanı hər tərəfi üzrə hər biri 0.5 sm olan 10 parçaya bölmək əlverişlidir. Onda paletkanın hər bir xanası onun sahəsinin 0.01 hissəsini səciyyələndirəcəkdir. Bu və ya digər süxurun rast gəldiyi xanaların sayına görə həmin əlamətin ( $P_i$ ) payı qiymətləndirilir, hər bir elementar meydança üçün bu məlumatlar cədvələ yazılır (cədv.75). Hər bir meydança üçün  $\sum P_i=1$  olmalıdır.  $-P_i \ln P_i$  hesablanıb, cədvələ yazılır və sonra bu göstəricilər hər bir meydança üçün cəmlənir. Alınmış qiymətlər entropiya funksiyasının maksimal qiymətinə ( $H_{max}=\ln N$ ) bölünməklə normalaşdırılır. Cədvələ görə  $n=7$ . Onda  $H_{max}=\ln N= 1.943$ . Cədvəldəki 1.2 və 3 meydançaları üçün nisbi entropiya funksiyasının qiyməti uyğun olaraq 77.7, 24.2 və 94.8 %-dir. Alınmış qiymətlər elementar meydançanın mərkəzinə aid edilir və miqyası xəritənin miqyasına bərabər olan blank-xəritəyə keçirilir.

Cədvəl 75

Nisbi entropiyanın hesablanması

Sıra №-si	Süxur	Elementar meydançalar							
		1		2		3		4	
		$P_i$	$-P_i \ln P_i$	$P_i$	$-P_i \ln P_i$	$P_i$	$-P_i \ln P_i$	$P_i$	$-P_i \ln P_i$
1	Əhəngdaşı	0.21	0.328	0.82	0.162	0.31	0.364		
2	Şistlər	0.15	0.285	0.18	0.309	0.12	0.254		
3	I fazanın qranitləri	0.32	0.365	0	0	0.11	0.243		
4	II fazanın qranitləri	0.25	0.346	0	0	0.13	0.265		
5	Sisnitlər	0.07	0.186	0	0	0.15	0.285		
6	Tuflar	0	0	0	0	0.10	0.230		
7	Riolitlər	0	0	0	0	0.08	0.202		
Cəm		1.00	1.510	1.00	0.471	1.00	1.843		

Başqa sahəvi əlamət qrupları olduğu təqdirdə (məs. dəyişmiş süxurlar zonaları, müxtəlif elementlərin geokimyəvi oreolları, geofiziki sahələr və s.) hesablamalar analoji surətdə aparılır. Bu halda hər hansı xassənin müəyyən dəyişmə intervallı sahəsi ayrıca əlamət kimi nəzərdən keçirilə bilər. Məs. metasomatitlərin tədqiqi zamanı dəyişməmiş, zəif dəyişmiş, dəyişmiş və güclü dəyişmiş süxurları ayırmaq olar.

Geofiziki və geokimyəvi sahələri öyrənərkən izoxətlər arasındakı sahə əlamət kimi istifadə edilə bilər.

Nisbi entropiyanın hesablanmasını sürətləndirmək üçün R. Miller, C. Kan (1965) aşağıdakı cədvəli (cədv. 76) tərtib etmişlər.

**Xətti əlamətlərə süxurların kontaktları, qırılma pozğunluqları daxil ola bilər.** Özü də ayrı-ayrı əlamət kimi müxtəlif tərtibli və müxtəlif istiqamətli pozğunluqlar, azqalınlıqlı daykalar, damarlar və i.a. baxıla bilər. Elementar meydança daxilində bu əlamətlərin hər birinin payı ( $P_i$ ) uzunluqların nisbətində görə müəyyən edilir. Bütün xətti əlamətlərin ümumi uzunluğu vahidə bərabər götürülür.

Əlamətlərin hər bir qrupu üzrə alınmış nisbi entropiya xəritələri ümumiləşdirilmiş bir xəritəyə gətirilə bilər. Hər bir əlamətin informativliyi bərabər götürülsə, bu ümumiləşdirmə hər bir qrup üzrə nisbi entropiyanın qiymətini çəki əmsalına vurmaqla və hasilərin toplanması ilə əldə edilir. Çəki əmsalları aşağıdakı düsturla təyin edilir:

$$k_j = \frac{n_j}{\sum_{j=1}^m n_j} \quad (291);$$

Burada,  $n_j$ -hər bir  $j$  qrupunda əlamətlərin sayı;  $m$ -qrupların ümumi sayıdır. Sahənin ümumi müxtəlifcinsliliyi və onun fəzada dəyişməsi izoxətlər ilə əks edilir. Şərti olaraq, nisbi entropiya funksiyasının qiyməti 60-70%-dən çox olan sahələr faydalı qazıntıların aşkar edilməsi üçün perspektivli hesab edilir.

Qeyd etməliyik ki, nisbi entropiyadan geologiyada fasial tədqiqatlarda və çöküntünün «sahə üzrə çeşidlənmə» ölçüsü kimi də istifadə edilmişdir (Miller, Kan, 1965).

Entropiyanın hesablanması üçün cədvəl.  
 $H_m$  (maksimal entropiya)

Komponentlərin sayı	$H_m$
3	1.0986
4	1.3863
5	1.608
6	1.795
7	1.943
8	2.076
9	2.187
10	2.303

P	-plnp	P	-plnp	P	-plnp	P	-plnp
0.001	0.007	0.19	0.315	0.46	0.356	0.73	0.236
0.02	0.012	0.20	0.322	0.47	0.355	0.74	0.223
0.003	0.017	0.21	0.328	0.48	0.354	0.75	0.216
0.004	0.022	0.22	0.333	0.49	0.350	0.76	0.208
0.005	0.027	0.23	0.340	0.50	0.346	0.77	0.200
0.006	0.031	0.24	0.342	0.51	0.344	0.78	0.194
0.007	0.035	0.25	0.346	0.52	0.340	0.79	0.186
0.008	0.038	0.26	0.350	0.53	0.336	0.80	0.178
0.009	0.042	0.27	0.353	0.54	0.334	0.81	0.170
0.01	0.046	0.28	0.357	0.55	0.329	0.82	0.162
0.02	0.084	0.29	0.359	0.56	0.325	0.83	0.152
0.03	0.106	0.30	0.361	0.57	0.320	0.84	0.147
0.04	0.129	0.31	0.364	0.58	0.316	0.85	0.139
0.05	0.150	0.32	0.365	0.59	0.312	0.86	0.126
0.06	0.168	0.33	0.366	0.60	0.307	0.87	0.121
0.07	0.186	0.34	0.366	0.61	0.302	0.88	0.113
0.08	0.202	0.35	0.3675	0.62	0.297	0.89	0.102
0.09	0.216	0.36	0.368	0.63	0.291	0.90	0.094
0.10	0.230	0.37	0.370	0.64	0.286	0.91	0.086
0.11	0.243	0.38	0.368	0.65	0.280	0.92	0.077
0.12	0.254	0.39	0.3675	0.66	0.274	0.93	0.067
0.13	0.265	0.40	0.366	0.67	0.268	0.94	0.058
0.14	0.275	0.41	0.366	0.68	0.61	0.95	0.050
0.15	0.285	0.42	0.364	0.69	0.256	0.96	0.036
0.16	0.293	0.43	0.364	0.70	0.250	0.97	0.029
0.17	0.301	0.44	0.361	0.71	0.243	0.98	0.019
0.18	0.309	0.45	0.360	0.72	0.236	0.99	0.010



## NƏTİCƏ

Kitabın məzmunundan göründüyü kimi geologiyanın inkişafının müasir səviyyəsində geoloqlar geoloji proseslərin və obyektlərin məzmununu dərinlən təhlil etmək və onu miqdarca qiymətləndirmək üçün ehtimal nəzəriyyəsini, riyazi statistikanı və riyaziyyatın bəzi başqa sahələrini bilməlidirlər.

Əlbəttə, kitabda geologiyada tətbiq edilən bütün riyazi metodlar barədə məlumat vermək mümkün deyildir. Lakin müəllif praktikada ən çox işlənən metodlar barədə kifayət qədər sadə dildə məlumat verməyə çalışmış və statistik metodların tətbiqinin əsas prinsipal metodik əsaslarının işıqlandırılmasına üstünlük vermişdir. Geoloji-geofiziki məlumatın miqdarı emalının ən geniş yayılmış üsullarının başa düşülməsinə kömək edən və müfəssəl hesablamaların aparılması mümkün olan məsələlərə kitabda daha çox yer verilmişdir.

Müxtəlif geoloji məsələlərdə dispersiya, korrelyasiya, diskriminant, faktor analizi və s. riyazi metodların praktikada tətbiqinə dair misallar onların effektivliyini və ilkin verilənlərdən əlavə informasiyanın alınması imkanlarını qabarıq göstərir.

Qeyd etməliyik ki, belə informasiya, adətən miqdarı xarakter daşıyır ki, bu da geoloji tədqiqatlarda xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Riyazi üsulların tətbiqi zamanı konkret geoloji şərait nəzərə alınmalıdır. Bu məsələyə kifayət qədər fikir verilməyəndə riyazi üsulların tətbiqi mənasız nəticələrə gətirib çıxara bilər ki, bu da riyazi üsulların geologiyada tətbiqinin qeyri-effektivliyi kimi yanlış fikirlərə səbəb olar.

*Babayev Sh.A.*  
**MATHEMATICAL GEOLOGY**

**SUMMARY**

The book is for acquaintance of researchers with peculiarities of geological bodies and processes which are the objects of mathematical research and modelling, with specific nature of geological problems solved by mathematical terms and also with possibilities of various mathematical methods and factors affecting their effective application.

The book focuses on issues of 1D, 2D and multi-D statistic modelling and terms of their using, mathematical methods of spatial geological patterns, factors which define efficiency and option of mathematical methods application in geology and a number of other questions. A special attention is paid to use of computers in various fields of geology. The book is supplied by statistic tables and graphs for solvation of geological problems.

The book can be used for high educational establishments students-geologists, bachelors, masters, post-graduates and geologists and as a help in their work.

## ƏDƏBİYYAT

1. Адасовский Б.И. Метод вычисления информативности многомодальных признаков – ДАН, СССР, 1978, 239, №2, с.286-289.
2. Арабаджи М.С. Применение математических методов при структурных, литологофациальных и прогнозных построениях в нефтяной геологии, М.,Недра,1978..
3. Бешелев С.Д., Гурвич Ф.Г. Экспертные оценки. М., Наука, 1973.
4. Васильев В.И. Распознающие системы. Справочник Киев, Наукова Думка, 1983, 408 с.
5. Выханду Л.К. Об исследовании многопризнаковых биологических систем. В кн. Применение математических методов в биологии, Л., 1960, с.19-22.
6. Гнеденко Б.В., Хинчин А.Я. Элементарное введение в теорию вероятностей, М., «Наука», 1982, 160с.
7. Гуськов О.И., Кушнарев П.Н., Таранов С.М. Математические методы в геологии. Сборник задач.М.,Недра, 1991, 203 стр.
8. Девис Дж. Статистика и анализ геологических данных М., Мир, 1977,572стр.
9. Дюран Б., Оделл П. Кластерный анализ, М. Статистика, 1977.
10. Закс Л. Статистическое оценивание М., 1976.
11. Имамвердиев Н.А. Геохимия позднекайнозойских вулканических комплексов Малого Кавказа, Баку, «Nafta Press», 2000,192стр.
12. Истратов И.В. Принципы и методы многофакторной геометризации геологических тел и процессов нефтегазонакопления. Ростов на Дону, Изд.Ростовского Университета, 1990, 64стр.
13. Каждан А.Б., Гуськов О.И. Математические методы в геологии, М., «Недра», 1990, 251стр.
14. Кендел М. Ранговые корреляции, М., «Статистика», 1975,213стр.
15. Кимбл Г.Как правильно пользоваться статистикой, М., «Финансы и статистика», 1982, 293 стр.
16. Коган Р.И., Белов Ю.П., Родионов Д.Л. Статистические ранговые критерии в геологии, М. Недра, 1983.

17. Кульбак С. Теория информации и статистика, М., Наука, 1967, 408 с.
18. Лакин Г.Ф. Биометрия, М., Высшая школа, 1980, 293 стр.
19. Миллер Р., Кан Дж. Статистический анализ в геологических науках., М., Мир, 1965, 470 с.
20. Мирзаджанзаде А.Х. и др. Прикладная геохимия нефти и газа. Азерб. Госуд. Изд., Баку, 1985, 291 с.
21. Миллер П., Нойман П., Шторм Р. Таблицы по математической статистике, М., Финансы и статистика, 1982, 278 стр.
22. Смирнов Б.Н. Корреляционные методы при парагенетическом анализе. М., Недра, 1981, 176 стр.
23. Терентьев П.В. Дальнейшее развитие методов корреляционных исследований В кн: Применение математических методов в биологии, Л., 1964, стр. 19-22.
24. Тьюки Дж. Анализ результатов наблюдений Разведочный анализ. М., Мир, 1981, 693 стр.
25. Урбах В.Ю. Статистический анализ в биологических и медицинских исследованиях., 1975.
26. Чини Р.Ф. Статистические методы в геологии, М., Мир, 1986, 189 стр.
27. Янко Я. Математико-статистические таблицы. М., Госстатиздат, 1961, 243 стр.
28. Babazadə V.M., Çıraçov M.İ., Ramazanov V.K. Riyazi statistikanın geologiyada tətbiqi, Bakı Universiteti nəşriyyatı, 1992, 223 s.
29. Hoel P.G. Introduction to mathematical statistics, New York, 1947.
30. Pelto C.R. The mechanical analysis of sediments from thin section data; a discussion, Journ. Geol., 60, 1952.
31. Wilcoxon F. Probability tables for individual comparisons by ranking methods, Biometrics, 1957, 3, 119.

## ƏLAVƏLƏR

*Cədvəl 1*

### Təsadüfi ədədlər

3393	6270	4228	6069	9407	1865	8549	3217	2351	8410
9108	2330	2157	7416	0398	6173	1703	8132	9065	6717
7891	3590	2502	5945	3402	0491	4328	2365	6175	7695
9085	6307	6910	9174	1753	1797	9229	3422	9861	8357
2638	2908	6368	0398	5495	3283	0031	5955	6544	3883
1313	8338	0623	8600	4950	5414	7131	0134	7241	0651
3897	4202	3814	3505	1599	1649	2784	1994	5775	1406
4380	9543	1646	2850	8415	9120	8062	2421	6161	4634
1618	6309	7909	0874	0401	4301	4517	9197	3350	0434
4858	4676	7363	9141	6133	0549	1972	3461	7116	1496
5354	9142	0847	5393	5416	6505	7156	5634	9703	6221
0905	6986	9396	3975	9255	0537	2479	4589	0562	5345
1420	0470	8679	2328	3939	1292	0406	5428	3789	2882
3218	9080	6604	1813	8209	7039	2086	3369	4437	3798
9697	8431	4387	0622	6893	8788	2320	9358	5904	9539
0912	4964	0502	9683	4636	2861	2876	1273	7870	2030
4636	7072	4868	0601	3894	7182	8417	2367	7032	1003
2515	4734	9878	6761	5636	2949	3979	8650	3430	0635
5964	0412	5012	2369	6461	0678	3693	2928	3740	8047
7848	1523	7904	1521	1455	7089	8094	9872	0898	7174
5192	2571	3643	0707	3434	6818	5729	8615	4298	4129
8438	8325	9886	1805	0226	2310	3675	5058	2515	2388
8166	6349	0319	5436	6838	2460	6433	0644	7428	8556
9158	8263	6504	2562	1160	1526	1816	9690	1215	9590
6061	3525	4048	0382	4224	7148	8259	6526	5340	4064

Normal paylanma funksiyası (0,1 parametrlil) (z-in mənfii qiymətləri üçün)

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
-0.1	4602	4562	4522	4483	4443	4404	4364	4325	4286	4247
-0.2	4207	4168	4129	4090	4052	4013	3974	3936	3897	3859
-0.3	3821	3783	3745	3707	3669	3632	3594	3557	3520	3483
-0.4	3446	3409	3372	3336	3300	3264	3228	3192	3156	3121
-0.5	3085	3050	3015	2981	2946	2912	2877	2843	2810	2776
-0.6	2743	2709	2676	2643	2611	2578	2546	2514	2483	2451
-0.7	2420	2389	2358	2327	2297	2266	2236	2206	2177	2148
-0.8	2090	2061	2033	2005	1977	1949	1922	1894	1867	1840
-0.9	1841	1814	1788	1762	1736	1711	1685	1660	1635	1611
-1.0	1587	1562	1539	1515	1492	1469	1446	1423	1401	1379
-1.1	1357	1335	1314	1293	1271	1251	1230	1210	1190	1170
-1.2	1151	1131	1112	1093	1075	1056	1038	1020	1003	0985
-1.3	0968	0951	0934	0918	0901	0885	0869	0853	0838	0823
-1.4	0808	0793	0778	0764	0749	0735	0721	0708	0694	0681
-1.5	0668	0655	0643	0630	0618	0606	0594	0582	0570	0559
-1.6	0548	0537	0526	0515	0505	0495	0485	0475	0465	0455
-1.7	0446	0436	0427	0418	0409	0401	0392	0384	0375	0367
-1.8	0359	0351	0344	0336	0329	0322	0314	0307	0300	0294
-1.9	0287	0281	0274	0268	0262	0256	0250	0244	0238	0233
-2.0	0227	0222	0217	0212	0207	0202	0197	0192	0188	0183
-2.1	0179	0174	0170	0166	0162	0158	0154	0150	0146	0143
-2.2	0139	0135	0132	0129	0125	0122	0119	0116	0113	0110
-2.3	0107	0104	0102	0099	0096	0094	0091	0089	0087	0084
-2.4	0082	0080	0078	0076	0073	0071	0069	0068	0066	0064
-2.5	0062	0060	0059	0057	0055	0054	0052	0051	0049	0047
-2.6	0047	0045	0044	0043	0041	0040	0039	0038	0037	0036
-2.7	0035	0034	0033	0032	0030	0030	0029	0028	0027	0026
-2.8	0026	0025	0024	0023	0022	0021	0021	0020	0020	0019
-2.9	0019	0018	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014
-3.0	0013	0013	0012	0012	0012	0011	0011	0011	0010	0010
-3.1	0010	0009	0009	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007
-3.2	0007	0007	0006	0006	0006	0006	0006	0005	0005	0005
-3.3	0005	0005	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003
-3.4	0003	0003	0003	0003	0003	0003	0003	0003	0003	0002
-3.5	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002
-3.6	0002	0002	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001
-3.7	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001
-3.8	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0000

## Normal paylanma funksiyası (0.1 parametrlif) (z-in müsbət qiymətləri üçün)

0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5040	0.5080	0.5120	0.5136	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	5398	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0.2	5793	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0.3	6179	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0.4	6554	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0.5	6915	6950	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0.6	7257	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0.7	7580	7642	7673	7703	7734	7764	7794	7823	7852
0.8	7881	7919	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0.9	8159	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1.0	8413	8461	8285	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1.1	8643	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1.2	8849	8888	8907	8925	8925	8944	8962	8980	9015
1.3	9032	9066	9082	9100	9115	9131	9147	9162	9177
1.4	9192	9207	9222	9236	9251	9278	9292	9306	9319
1.5	9331	9345	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441
1.6	9452	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1.7	9554	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1.8	9641	9648	9654	9661	9671	9678	9686	9699	9706
1.9	9713	9719	9732	9738	9744	9756	9756	9761	9767
2.0	9772	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2.1	9821	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2.2	9861	9864	9871	9874	9878	9881	9884	9887	9890
2.3	9893	9896	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2.4	9918	9922	9924	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2.5	9938	9940	9941	9943	9945	9948	9949	9951	9952
2.6	9953	9956	9957	9959	9961	9962	9962	9963	9964
2.7	9965	9967	9968	9969	9970	9971	9971	9973	9974
2.8	9974	9975	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981
2.9	9981	9982	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
3.0	9986	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990
3.1	9990	9991	9991	9991	9992	9992	9992	9993	9993
3.2	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9995	9995	9995
3.3	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9996
3.4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997
3.5	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998
3.6	9998	9998	9998	9998	9999	9999	9999	9999	9999

## Paskal üçbucağı

n	Binomial əmsallar																			$2^n$		
1										1											2	
2									1												4	
3								1		1											8	
4							1		3											16		
5						1		5		10										32		
6					1		6		15		20									64		
7				1		7		21		35		35						1		128		
8			1		8		28		56		70		56		28		8		1	256		
9		1		9		36		84		126		126		84		36		9		1	512	
10	1		10		45		120		210		252		210		120		45		10		1	1024



Pirsonun  $\chi^2$  kriterisinin müxtəlif əhəmiyyətlik səviyyəsi ( $\alpha$ ) və sərbəstlik dərəcəsi ədədinə ( $k$ )  
uyğun gələn kritik qiymətləri

Sərbəstlik dərəcəsinin ədədləri ( $k$ )	Əhəmiyyətlik səviyyəsi, %				
	10	5	2	1	0,1
1	2,71	3,84	5,41	6,64	10,83
2	4,60	5,99	7,82	9,21	13,82
3	6,25	7,81	9,84	11,34	16,27
4	7,78	9,49	11,67	13,28	18,46
5	9,24	11,07	13,39	15,09	20,52
6	10,64	12,59	15,03	16,81	22,46
7	12,02	14,07	16,62	18,48	24,32
8	13,36	15,51	18,17	20,09	26,12
9	14,68	16,92	19,68	21,67	27,88
10	15,99	18,31	21,16	23,21	29,59
11	17,28	19,68	22,62	24,72	31,26
12	18,55	21,03	24,05	26,22	32,91
13	19,81	22,36	25,47	27,69	34,53
14	21,06	23,68	26,87	29,14	36,12
15	22,31	25,00	28,26	30,58	37,70
16	23,54	26,30	29,63	32,00	39,25
17	24,77	27,59	31,00	33,41	40,79
18	25,99	28,87	32,35	34,81	42,31
19	27,20	30,14	33,69	36,19	43,82
20	28,41	31,41	35,02	37,57	45,32
P	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001

Relyefin müntəzəmlik kriterisinin  $\bar{R}$  statistikasının kritik qiymətləri

	N		$\alpha$		
	0,10	0,05	0,025	0,01	0,001
5	0,677	0,754	0,816	0,879	0,991
6	0,618	0,690	0,753	0,825	0,940
7	0,572	0,642	0,702	0,771	0,891
8	0,535	0,602	0,660	0,725	0,847
9	0,504	0,569	0,624	0,687	0,808
10	0,478	0,540	0,594	0,655	0,775
11	0,456	0,516	0,567	0,627	0,743
12	0,437	0,494	0,544	0,602	0,716
13	0,420	0,475	0,524	0,580	0,692
14	0,405	0,458	0,505	0,560	0,669
15	0,391	0,443	0,489	0,542	0,649
16	0,379	0,429	0,474	0,525	0,630
17	0,367	0,417	0,460	0,510	0,613
18	0,357	0,405	0,447	0,496	0,597
19	0,348	0,394	0,436	0,484	0,583
20	0,339	0,385	0,425	0,472	0,569
21	0,331	0,375	0,415	0,461	0,556
22	0,323	0,367	0,405	0,451	0,544
23	0,316	0,359	0,397	0,441	0,533
24	0,309	0,351	0,389	0,432	0,522
25	0,303	0,344	0,381	0,423	0,512
30	0,277	0,315	0,348	0,387	0,470
35	0,256	0,292	0,323	0,359	0,436
40	0,240	0,273	0,302	0,336	0,409
45	0,226	0,257	0,285	0,318	0,386
50	0,214	0,244	0,270	0,301	0,367
100	0,15	0,17	0,19	0,21	0,26
2n $\bar{R} \approx x^2_2$	4,605	5,991	7,378	9,210	13,816

Açışon ve Brauna göre  $\psi_{\alpha}(t)$  funksiyanının qiymetleri

	T					N				
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	
0,05	1,0458	1,0458	1,0494	1,0499	1,0502	1,0504	1,0505	1,0506	1,0507	
0,10	0933	0992	1012	1022	1028	1032	1034	1037	1038	
0,15	1427	1521	1553	1569	1579	1585	1590	1596	1596	
0,20	1938	2072	2118	2142	2156	2166	2173	2178	2182	
0,25	2468	2648	2710	2742	2761	2774	2784	2791	2796	
0,30	3018	3248	3329	3370	3395	3413	3424	3434	3441	
0,35	3587	3874	3975	4028	4060	4081	4097	4108	4117	
0,40	4177	4527	4652	4716	4756	4782	4801	4816	4827	
0,45	4788	5207	5359	5437	5485	5517	5540	5558	5571	
0,50	5421	5917	6097	6191	6248	6287	6315	6332	6352	
0,55	6076	6657	6869	6980	7048	7094	7127	7152	7172	
0,60	6754	7428	7676	7806	7886	7940	7979	8009	8031	
0,65	7437	8231	8519	8670	8763	8826	8871	8906	8933	
0,70	8184	9068	9399	9574	9681	9754	9807	9847	9879	
0,75	1,8936	1,9940	2,0319	2,0519	2,0643	2,0727	2,0788	2,0834	2,0870	
0,80	9714	2,0848	1,279	1,508	1,650	1,746	1,816	1,869	1,911	
0,85	2,0519	1,794	2,283	2,542	2,703	2,813	2,893	2,954	3,001	
0,90	1,352	2,779	3,330	3,624	3,807	3,932	4,022	4,091	4,145	
0,95	2,214	3,804	4,424	4,755	4,962	5,103	5,206	5,284	5,345	
1,00	3,104	4,872	5,565	5,938	6,170	6,330	6,445	6,534	6,603	
1,05	4,025	5,984	6,757	7,174	7,435	7,614	7,745	7,844	7,922	
1,10	2,4977	2,7141	2,8002	2,8467	2,8759	2,8959	2,9106	2,9217	2,9305	
1,15	2,5961	2,7145	2,9300	2,9818	3,0144	3,0368	3,0532	3,0656	3,0755	
1,20	2,6978	2,9597	3,0655	3,1231	3,1594	3,1849	3,2026	3,2165	3,2275	
1,25	2,8028	3,0901	3,069	2,707	3,110	3,388	3,591	3,746	3,868	
1,30	9114	2,257	3,544	4,250	4,696	5,005	5,230	5,403	5,539	
1,35	3,0235	3,668	5,084	5,862	6,356	6,697	6,947	7,139	7,290	
1,40	1,393	5,135	6,689	7,547	8,092	8,469	8,746	8,958	9,125	
1,45	2,589	6,661	8,364	9,307	9,908	10,324	10,630	10,864	11,049	
1,50	3,824	8,247	4,0111	4,1146	4,1807	2,266	2,603	2,861	3,065	
1,55	5,099	9,897	1,933	3,068	3,793	4,297	4,669	4,953	5,178	
1,60	6,415	4,1612	3,832	5,074	5,870	6,424	6,832	7,145	7,393	
1,65	7,774	3,394	5,819	7,171	8,042	8,649	9,097	9,441	9,714	
1,70	9,176	5,247	7,878	9,360	5,0113	5,0978	5,1469	5,1847	5,2146	
1,75	4,0623	7,173	8,0031	5,1646	2,687	3,415	3,953	4,366	4,694	
1,80	2,116	9,174	2,275	4,034	5,170	5,965	6,559	7,005	7,365	
1,85	3,657	5,1253	4,614	6,527	7,764	8,832	9,275	9,700	10,016	
1,90	5,246	7,052	7,052	9,129	6,0477	6,1423	6,2124	6,2665	6,3094	
1,95	6,885	5,657	9,992	6,1847	3,312	4,342	5,107	5,896	6,615	
2,00	8,575	7,988	6,2239	4,684	6,276	7,396	8,229	8,871	9,383	

## Mizes paylanmasının k konsentrasiya parametri

R	k	R	k	R	k	R	k
0,00	0,00000	0,25	0,51649	0,50	1,15932	0,76	2,45490
0,01	0,02000	0,26	0,53863	0,51	1,19105	0,77	2,54686
0,02	0,04001	0,27	0,56097	0,52	1,23350	0,78	2,64613
0,03	0,06003	0,28	0,58350	0,53	1,25672	0,79	2,75382
0,04	0,08006	0,29	0,60625	0,54	1,29077	0,80	2,87129
0,05	0,10013	0,30	0,62922	0,55	1,32570	0,81	3,00020
0,06	0,12022	0,31	0,65242	0,56	1,36156	0,82	3,14262
0,07	0,14034	0,32	0,67587	0,57	1,39842	0,83	3,30114
0,08	0,16051	0,33	0,69958	0,58	1,43635	0,84	3,47901
0,09	0,18073	0,34	0,72356	0,59	1,47543	0,85	3,68041
0,10	0,20101	0,35	0,74783	0,60	1,51574	0,86	3,91072
0,11	0,22134	0,36	0,77241	0,61	1,55738	0,87	4,17703
0,12	0,24175	0,37	0,79730	0,62	1,60044	0,88	4,48876
0,13	0,26223	0,38	0,82253	0,63	1,64506	0,89	4,85871
0,14	0,28279	0,39	0,84812	0,64	1,69134	0,90	5,3047
0,15	0,30344	0,40	0,87408	0,65	1,73945	0,91	5,8522
0,16	0,32419	0,41	0,90043	0,66	1,78953	0,92	6,5394
0,17	0,34503	0,42	0,92720	0,67	1,84177	0,93	7,4257
0,18	0,36599	0,43	0,95440	0,68	1,89637	0,94	8,6104
0,19	0,38707	0,44	0,98207	0,69	1,95357	0,95	10,2716
0,20	0,40828	0,45	1,01022	0,70	2,01363	0,96	12,7661
0,21	0,42962	0,46	1,03889	0,71	2,07685	0,97	16,9266
0,22	0,45110	0,47	1,06810	0,72	2,14359	0,98	25,2522
0,23	0,47273	0,48	1,09788	0,73	2,21425	0,99	50,2421
0,24	0,49453	0,49	1,12828	0,74	2,28930	1,00	∞

Verilmiş  $k$  sərbəstlik dərəcəsi və  $\alpha$  əhəmiyyətlik səviyyəsi üçün

## Student kriterisinin qiymətləri

	K												
	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	$\alpha$	0,02	0,01	0,001
1	0,16	0,33	0,51	0,73	1,00	1,38	1,96	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	639,62
2	14	29	45	62	82	1,06	1,39	1,89	2,92	4,30	6,97	9,93	31,60
3	14	28	42	58	77	0,98	1,25	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	12,94
4	13	27	41	57	74	94	1,19	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
5	13	27	41	56	73	92	1,16	1,48	2,02	2,57	3,37	4,03	6,86
6	13	27	40	55	72	91	1,13	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
7	13	26	40	55	71	90	1,12	1,41	1,90	2,37	3,00	3,50	5,41
8	13	26	40	55	71	89	1,11	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
9	13	26	40	54	70	88	1,10	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
10	13	26	40	54	70	88	1,09	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
11	13	26	40	54	70	88	1,09	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
12	13	26	40	54	70	87	1,08	1,36	1,78	2,18	2,68	3,06	4,32
13	13	26	39	54	69	87	1,08	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
14	13	26	39	54	69	87	1,08	1,35	1,76	2,15	2,62	2,98	4,14
15	13	26	39	54	69	87	1,07	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
16	13	26	39	54	69	87	1,07	1,34	1,75	2,13	2,58	2,92	4,02
17	13	26	39	53	69	86	1,07	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,97
18	13	26	39	53	69	86	1,07	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
19	13	26	39	53	69	86	1,07	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
20	13	26	39	53	69	86	1,06	1,33	1,73	2,09	2,53	2,85	3,85
21	13	26	39	53	69	86	1,06	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,82
22	13	26	39	53	69	86	1,06	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,79
23	13	26	39	53	69	86	1,06	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,77
24	13	26	39	53	69	86	1,06	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,75
25	13	26	39	53	68	86	1,06	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,73
26	13	26	39	53	68	86	1,06	1,32	1,71	2,06	2,48	2,79	3,71
27	13	26	39	53	68	86	1,06	1,31	1,71	2,06	2,48	2,78	3,69
28	13	26	39	53	68	86	1,06	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,67
29	13	26	39	53	68	86	1,06	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,66
30	13	26	39	53	68	85	1,06	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,65
40	13	26	39	53	68	85	1,06	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,65
60	13	26	39	53	68	85	1,05	1,30	1,68	2,02	2,46	2,75	3,55
120	13	25	39	53	68	85	1,05	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66	3,46
~	13	25	39	53	67	84	1,04	1,29	1,66	1,98	2,36	2,62	3,37
							1,04	1,28	1,65	1,96	2,33	2,58	3,29

$\psi\left(\frac{R}{n+1}\right)$  funksiyasının qiymətləri

$\left(\frac{R}{n+1}\right)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,00	∞	-3,09	-2,88	-2,75	-2,65	-2,58	-2,51	-2,46	-2,41	-2,37
0,01	-2,33	-2,29	-2,26	-2,23	-2,20	-2,17	-2,14	-2,12	-2,10	-2,07
0,02	-2,03	-2,00	-1,98	-1,96	-1,94	-1,92	-1,90	-1,93	-1,91	-1,90
0,03	-1,88	-1,87	-1,85	-1,84	-1,83	-1,81	-1,80	-1,79	-1,77	-1,76
0,04	-1,75	-1,74	-1,73	-1,72	-1,71	-1,70	-1,68	-1,67	-1,66	-1,65
0,05	-1,64	-1,64	-1,63	-1,62	-1,61	-1,60	-1,59	-1,58	-1,57	-1,57
0,06	-1,55	-1,55	-1,54	-1,53	-1,52	-1,51	-1,51	-1,50	-1,49	-1,48
0,07	-1,48	-1,47	-1,46	-1,45	-1,45	-1,44	-1,43	-1,43	-1,42	-1,41
0,08	-1,41	-1,40	-1,39	-1,39	-1,38	-1,37	-1,36	-1,36	-1,35	-1,35
0,09	-1,34	-1,33	-1,33	-1,32	-1,32	-1,31	-1,30	-1,30	-1,29	-1,29
0,10	-1,28	-1,28	-1,27	-1,26	-1,26	-1,25	-1,25	-1,24	-1,24	-1,23
0,11	-1,23	-1,22	-1,22	-1,21	-1,21	-1,20	-1,20	-1,19	-1,19	-1,18
0,12	-1,18	-1,17	-1,17	-1,16	-1,16	-1,15	-1,15	-1,14	-1,14	-1,13
0,13	-1,13	-1,12	-1,12	-1,11	-1,11	-1,10	-1,10	-1,09	-1,09	-1,09
0,14	-1,08	-1,08	-1,07	-1,07	-1,06	-1,06	-1,05	-1,05	-1,05	-1,04
0,15	-1,04	-1,03	-1,03	-1,02	-1,02	-1,02	-1,01	-1,01	-1,00	-1,00
0,16	-0,99	-0,99	-0,99	-0,98	-0,98	-0,97	-0,97	-0,97	-0,96	-0,96
0,17	-0,95	-0,95	-0,95	-0,94	-0,94	-0,93	-0,93	-0,93	-0,92	-0,92
0,18	-0,92	-0,91	-0,91	-0,90	-0,90	-0,90	-0,89	-0,89	-0,89	-0,88
0,19	-0,88	-0,87	-0,87	-0,87	-0,86	-0,86	-0,86	-0,85	-0,85	-0,85
0,20	-0,84	-0,84	-0,83	-0,83	-0,83	-0,82	-0,82	-0,82	-0,81	-0,81
0,21	-0,81	-0,80	-0,80	-0,80	-0,79	-0,79	-0,79	-0,78	-0,78	-0,78
0,22	-0,77	-0,77	-0,77	-0,76	-0,76	-0,76	-0,75	-0,75	-0,75	-0,74
0,23	-0,74	-0,74	-0,73	-0,73	-0,73	-0,72	-0,72	-0,72	-0,71	-0,71
0,24	-0,71	-0,70	-0,70	-0,70	-0,69	-0,69	-0,69	-0,68	-0,68	-0,68
0,25	-0,67	-0,67	-0,67	-0,67	-0,66	-0,66	-0,66	-0,65	-0,65	-0,65
0,26	-0,64	-0,64	-0,64	-0,63	-0,63	-0,63	-0,63	-0,62	-0,62	-0,62
0,27	-0,61	-0,61	-0,61	-0,60	-0,60	-0,60	-0,60	-0,59	-0,59	-0,59
0,28	-0,58	-0,58	-0,58	-0,57	-0,57	-0,57	-0,56	-0,56	-0,56	-0,56
0,29	-0,55	-0,55	-0,55	-0,54	-0,54	-0,54	-0,54	-0,53	-0,53	-0,53
0,30	-0,53	-0,52	-0,52	-0,52	-0,51	-0,51	-0,51	-0,50	-0,50	-0,50

Cădvāl 9 (ardi)

$\left(\frac{R}{n+1}\right)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,31	-0,50	-0,49	-0,49	-0,49	-0,48	-0,48	-0,48	-0,47	-0,47	-0,47
0,32	-0,47	-0,46	-0,46	-0,46	-0,46	-0,45	-0,45	-0,45	-0,45	-0,44
0,33	-0,44	-0,44	-0,43	-0,43	-0,43	-0,43	-0,43	-0,42	-0,42	-0,42
0,34	-0,41	-0,41	-0,41	-0,40	-0,40	-0,40	-0,40	-0,39	-0,39	-0,39
0,35	-0,39	-0,38	-0,38	-0,38	-0,37	-0,37	-0,37	-0,37	-0,36	-0,36
0,36	-0,36	-0,36	0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,34	-0,34	-0,34	-0,33
0,37	-0,33	-0,33	-0,33	-0,32	-0,32	-0,32	-0,32	-0,31	-0,31	-0,31
0,38	-0,31	-0,30	-0,30	-0,30	-0,30	-0,29	-0,29	-0,29	-0,28	-0,28
0,39	-0,28	-0,28	-0,27	-0,27	-0,27	-0,27	-0,26	-0,26	-0,26	-0,26
0,40	-0,25	-0,25	-0,25	-0,25	-0,24	-0,24	-0,24	-0,24	-0,23	-0,23
0,41	-0,23	-0,23	-0,22	-0,22	-0,22	-0,21	-0,21	-0,21	-0,21	-0,20
0,42	-0,20	-0,20	-0,20	-0,19	-0,19	-0,19	-0,19	-0,18	-0,18	-0,18
0,43	-0,18	-0,17	-0,17	-0,17	-0,17	-0,16	-0,16	-0,16	-0,16	-0,15
0,44	-0,15	-0,15	-0,15	-0,14	-0,14	-0,14	-0,14	-0,13	-0,13	-0,13
0,45	-0,13	-0,12	-0,12	-0,12	-0,12	-0,11	-0,11	-0,11	-0,11	-0,10
0,46	-0,10	-0,10	-0,10	-0,09	-0,09	-0,09	-0,09	-0,08	-0,08	-0,08
0,47	0,08	-0,07	-0,07	-0,07	-0,07	-0,06	-0,06	-0,06	-0,06	-0,05
0,48	-0,05	-0,05	-0,05	-0,04	-0,04	-0,04	-0,04	-0,03	-0,03	-0,03
0,49	-0,03	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,00
0,50	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02
0,51	0,03	0,03	0,03	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05
0,52	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,07	0,07	0,07	0,07
0,53	0,08	0,08	0,08	0,08	0,09	0,09	0,09	0,09	0,10	0,10
0,54	0,10	0,10	0,11	0,11	0,11	0,11	0,12	0,12	0,12	0,12
0,55	0,13	0,13	0,13	0,13	0,14	0,14	0,14	0,14	0,15	0,15
0,56	0,15	0,15	0,16	0,16	0,16	0,16	0,17	0,17	0,17	0,17
0,57	0,18	0,18	0,18	0,18	0,19	0,19	0,19	0,19	0,20	0,20
0,58	0,20	0,20	0,21	0,21	0,21	0,21	0,22	0,22	0,22	0,23
0,59	0,23	0,23	0,23	0,24	0,24	0,24	0,24	0,25	0,25	0,25
0,60	0,25	0,26	0,26	0,26	0,26	0,27	0,27	0,27	0,27	0,28
0,61	0,28	0,28	0,28	0,29	0,29	0,29	0,30	0,30	0,30	0,30
0,62	0,31	0,31	0,31	0,31	0,32	0,32	0,32	0,32	0,33	0,33
0,63	0,33	0,33	0,34	0,34	0,34	0,35	0,35	0,35	0,35	0,36
0,64	0,36	0,36	0,36	0,37	0,37	0,37	0,37	0,38	0,38	0,38
0,65	0,39	0,39	0,39	0,39	0,40	0,40	0,40	0,40	0,41	0,41

	$\frac{(R)}{(n+1)}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.66	0.41	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.43	0.43	0.43	0.43	0.44
0.67	0.44	0.44	0.47	0.47	0.48	0.48	0.48	0.48	0.49	0.49	0.49
0.68	0.47	0.50	0.50	0.50	0.50	0.51	0.51	0.51	0.52	0.52	0.52
0.69	0.50	0.62	0.62	0.62	0.63	0.63	0.63	0.63	0.67	0.67	0.67
0.70	0.52	0.58	0.59	0.59	0.59	0.57	0.57	0.57	0.57	0.58	0.58
0.76	0.55	0.56	0.56	0.56	0.56	0.57	0.57	0.57	0.57	0.58	0.58
0.78	0.61	0.62	0.62	0.62	0.62	0.63	0.63	0.63	0.67	0.67	0.67
0.79	0.64	0.65	0.65	0.65	0.65	0.66	0.66	0.66	0.69	0.69	0.69
0.80	0.67	0.68	0.68	0.68	0.68	0.69	0.69	0.69	0.70	0.70	0.70
0.82	0.71	0.71	0.71	0.71	0.72	0.72	0.72	0.73	0.73	0.73	0.74
0.83	0.74	0.74	0.74	0.75	0.75	0.75	0.76	0.76	0.76	0.77	0.77
0.84	0.77	0.78	0.78	0.78	0.79	0.79	0.79	0.80	0.80	0.80	0.80
0.85	0.81	0.81	0.81	0.82	0.82	0.82	0.82	0.83	0.83	0.83	0.84
0.86	0.84	0.85	0.85	0.85	0.85	0.86	0.86	0.86	0.87	0.87	0.87
0.88	0.88	0.88	0.89	0.89	0.89	0.89	0.90	0.90	0.90	0.91	0.91
0.87	0.92	0.92	0.92	0.93	0.93	0.93	0.93	0.94	0.94	0.95	0.95
0.88	0.95	0.95	0.96	0.97	0.97	0.97	0.98	0.98	0.98	0.99	0.99
0.89	0.99	1.00	1.00	1.01	1.01	1.02	1.02	1.02	1.03	1.03	1.03
0.90	1.04	1.04	1.05	1.05	1.05	1.06	1.06	1.06	1.07	1.07	1.08
0.91	1.08	1.09	1.09	1.09	1.10	1.10	1.11	1.11	1.11	1.12	1.12
0.92	1.13	1.13	1.14	1.14	1.15	1.15	1.16	1.16	1.17	1.17	1.17
0.93	1.18	1.18	1.19	1.19	1.20	1.20	1.21	1.21	1.22	1.22	1.22
0.94	1.23	1.23	1.24	1.24	1.25	1.25	1.26	1.26	1.27	1.27	1.28
0.95	1.28	1.29	1.29	1.30	1.30	1.31	1.32	1.32	1.33	1.33	1.33
0.96	1.34	1.35	1.35	1.36	1.37	1.37	1.38	1.39	1.39	1.39	1.40
0.97	1.41	1.41	1.42	1.43	1.43	1.44	1.45	1.45	1.46	1.46	1.47
0.98	1.48	1.48	1.49	1.50	1.51	1.51	1.52	1.53	1.54	1.54	1.55
0.99	1.55	1.56	1.57	1.58	1.59	1.60	1.61	1.62	1.63	1.63	1.64
	1.64	1.65	1.66	1.67	1.68	1.70	1.71	1.71	1.72	1.73	1.74
	1.75	1.76	1.77	1.79	1.80	1.81	1.83	1.84	1.85	1.85	1.87
	1.88	1.90	1.91	1.93	1.94	1.96	1.98	2.00	2.01	2.03	2.03
	2.05	2.10	2.12	2.12	2.14	2.17	2.20	2.23	2.26	2.29	3.09
	2.33	2.37	2.41	2.46	2.51	2.58	2.65	2.75	2.88		

Card 9 (cont)



Van-der-Vardenin X-kriterisinin kritik qiymətləri

n	n <sub>1</sub> =n <sub>2</sub> =0 və ya 1		n <sub>1</sub> =n <sub>2</sub> =2 və ya 3		n <sub>1</sub> =n <sub>2</sub> =4 və ya 5	
	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01
1		3		5		7
8	2,40		2,30			
9	2,48		2,40			
10	2,60	3,20	2,49	3,10	2,30	
11	2,72	3,40	2,58	3,40	2,40	
12	2,86	3,60	2,79	3,58	2,68	3,40
13	2,96	3,71	2,91	3,64	2,78	3,50
14	3,11	3,94	3,06	3,88	3,00	3,76
15	3,24	4,07	3,19	4,05	3,06	3,88
16	3,39	4,26	3,36	4,25	3,28	4,12
17	3,49	4,44	3,44	4,37	3,36	4,23
18	3,63	4,60	3,60	4,58	3,53	4,50
19	3,73	4,77	3,69	4,71	3,61	4,62
20	3,86	4,94	3,84	4,92	3,78	4,85
21	3,98	5,10	3,92	5,05	3,85	4,96
22	4,08	5,26	4,06	5,24	4,01	5,17
23	4,18	5,40	4,15	5,36	4,08	5,27
24	4,29	5,55	4,27	5,53	4,23	5,48
25	4,39	5,68	4,36	5,65	4,30	5,58
26	4,50	5,83	4,48	5,81	4,44	5,76
27	4,59	5,95	4,56	5,92	4,51	5,85
28	4,68	6,09	4,68	6,07	4,64	6,03
29	4,78	6,22	4,76	6,19	4,72	6,13
30	4,88	6,35	4,87	6,34	4,84	6,30
31	4,97	6,47	4,95	6,44	4,91	6,39
32	5,07	6,60	5,06	6,58	5,03	6,55
33	5,15	6,71	5,13	6,69	5,10	6,64
34	5,25	6,84	5,24	6,82	5,21	6,79
35	5,33	6,95	5,31	6,92	5,28	6,88
36	5,42	7,06	5,41	7,05	5,38	7,02
37	5,50	7,17	5,48	7,15	5,45	7,11
38	5,59	7,28	5,58	7,27	5,55	7,25
39	5,67	7,39	5,65	7,37	5,62	7,33
40	5,75	7,50	5,74	7,49	5,72	7,47
41	5,83	7,62	5,81	7,60	5,79	7,56
42	5,91	7,72	5,90	7,71	5,88	7,69
43	5,99	7,82	5,97	7,81	5,95	7,77
44	6,04	7,93	6,06	7,92	6,04	7,90
45	6,14	8,02	6,12	8,01	6,10	7,98
46	6,21	8,15	6,21	8,12	6,19	8,10
47	6,29	8,22	6,27	8,21	6,25	8,18
48	6,36	8,32	6,35	8,31	6,34	8,29
49	6,43	8,41	6,42	8,40	6,39	8,37
50	6,50	8,51	6,51	8,50	6,48	8,48

U və U'-in  $\alpha=0.025$  (birtərəfli kriteri) və ya  $\alpha=0.05$  (2 tərəfli kriteri) üçün kritik qiymətləri

$n_1/n_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1																				
2								0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
								16	18	20	22	23	25	27	29	31	32	34	36	38
3					0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
					15	17	20	22	25	27	30	32	35	37	40	42	45	47	50	52
4				0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
				16	19	22	25	28	32	35	38	41	44	47	50	53	57	60	63	67
5			0	1	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
			15	19	23	27	30	34	38	42	46	49	53	57	61	65	68	72	76	80
6			1	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
			17	22	27	31	36	40	44	49	53	58	62	67	71	75	80	84	89	93
7			1	3	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
			20	25	30	36	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96	101	106
8		0	2	4	6	8	10	13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
		16	22	28	34	40	46	51	57	63	69	74	80	86	91	97	102	108	111	119
9		0	2	4	7	10	12	15	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
		18	25	32	38	44	51	57	64	70	76	82	89	95	101	107	114	120	126	132
10		0	3	5	8	11	14	17	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
		20	27	35	42	49	56	63	70	77	84	91	97	104	111	118	125	132	138	145
11		0	3	6	9	13	16	19	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
		22	30	38	46	53	61	69	76	84	91	99	106	114	121	129	136	143	151	158
12		1	4	7	11	14	18	22	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
		23	32	41	49	58	66	74	82	91	99	107	115	123	131	139	147	155	163	171
13		1	4	8	12	16	20	24	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
		25	35	44	53	62	71	80	89	97	106	115	124	132	141	149	158	167	175	184
14		1	5	9	13	17	22	26	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
		27	37	47	51	67	76	86	95	104	114	123	132	141	151	160	171	178	188	197
15		1	5	10	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
		29	40	50	61	71	81	91	101	111	121	131	141	151	161	170	180	190	200	210
16		1	6	11	15	21	26	31	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
		31	42	53	65	75	86	97	107	118	129	149	149	160	170	181	191	202	212	222
17		2	6	11	17	22	28	34	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
		32	45	57	68	80	91	102	114	125	136	147	158	171	180	191	202	213	224	235
18		2	7	12	18	24	30	36	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
		34	47	60	72	84	96	108	120	132	143	155	167	178	190	202	213	225	236	248
19		2	7	13	19	25	32	38	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
		36	50	63	76	89	101	114	126	138	151	163	175	188	200	212	224	236	248	261
20		2	8	13	20	27	34	41	48	55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127
		38	52	67	80	93	106	119	132	145	158	171	184	197	210	222	235	248	261	273

Uayın T-kriterisinin kritik qiymətləri ( $\alpha=0.05$ )

Müşahidə ərin çox sayı	Müşahidələrin az sayı													
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5		6	11	17										
6		7	12	18	26									
7		7	13	20	27	36								
8	3	8	14	21	29	38	49							
9	3	8	15	22	31	40	51	63						
10	3	9	15	23	32	42	53	65	78					
11	4	9	16	24	34	44	55	68	81	96				
12	4	10	17	26	35	46	58	71	85	99	115			
13	4	10	18	27	37	48	60	73	88	103	119	137		
14	4	11	19	28	38	50	63	76	91	106	123	141	160	
15	4	11	20	29	40	52	65	79	94	110	127	145	164	185
16	4	12	21	31	42	54	67	82	97	114	131	150	169	
17	5	12	21	32	43	56	70	84	100	117	135	154		
18	5	13	22	33	45	58	72	87	103	121	139			
19	5	13	23	34	46	60	74	90	107	124				
20	5	14	24	35	48	62	77	93	110					
21	6	14	25	37	50	64	79	95						
22	6	15	26	38	51	66	82							
23	6	15	27	39	53	68								
24	6	16	28	40	55									
25	6	16	28	42										
26	7	17	29											
27	7	17												

Birtərəfli sərthədlər üçün Vilkokson kriterisinin  $W_1$  və 2MW statistikalarının kritik qiymətləri

$N_1$	$N_2$	$W_1$		2MW	$N_1$	$N_2$	$W_1$		2MW	
		$\alpha=0,025$	$\alpha=0,010$				$\alpha=0,025$	$\alpha=0,010$		
10	10	78	87	210	11	11	96	106	253	
	11	81	91	220	12	12	99	110	264	
	12	84	94	230	13	13	103	114	275	
	13	88	98	240	14	14	106	118	286	
	14	91	102	250	15	15	110	123	297	
	15	94	106	260	16	16	113	127	308	
	16	97	109	270	17	17	117	131	319	
	17	100	113	280	18	18	121	135	330	
	18	103	117	290	19	19	124	139	341	
	19	107	121	300	20	20	128	144	352	
	20	110	125	310	21	21	131	148	363	
	21	113	128	320	22	22	135	152	374	
	22	116	132	330	23	23	139	156	385	
	23	119	136	340	24	24	142	161	396	
	24	122	140	350	25	25	146	165	407	
	25	126	144	360						
	12	12	115	127	300	13	13	136	149	351
		13	119	131	312	14	14	141	154	364
		14	123	136	314	15	15	145	159	377
		15	127	141	336	16	16	150	165	390
		16	131	145	348	17	17	154	170	403
		17	135	150	360	18	18	158	175	416
		18	139	155	372	19	19	163	180	429
		19	143	159	384	20	20	167	185	442
		20	147	164	396	21	21	171	190	455
21		151	169	400	22	22	176	195	468	
22		155	173	420	23	23	180	200	481	
23		159	178	432	24	24	185	205	494	
24		163	183	444	25	25	189	211	507	
25		167	187	456						
14		14	160	174	406	15	15	184	200	465
		15	164	179	420	16	16	190	206	480
		16	169	185	434	17	17	195	212	495
		17	174	190	448	18	18	200	218	510
		18	179	196	462	19	19	205	224	525
		19	183	202	476	20	20	210	230	540
		20	188	207	490	21	21	216	236	555
		21	193	213	504	22	22	221	242	570
		22	198	218	518	23	23	226	248	585
		23	203	224	532	24	24	231	254	600
						25	25	237	260	615

Birtərəfli sərhədlər üçün Vilkokson kriterisinin  $W_1$  və  $2MW$  statistikalarının kritik qiymətləri

$N_1$	$N_2$	$W_1$		$N_1$	$N_2$	$2MW$		$W_1$	$2MW$
		$\alpha=0.025$	$\alpha=0.010$			$\alpha=0.025$	$\alpha=0.010$		
16	24	207	229	543					
	25	212	235	560					
	16	211	229	528	17	17	240	259	595
	17	217	235	544	18	18	246	266	612
	18	222	242	560	19	19	252	273	629
18	18	228	248	576	20	20	258	280	646
	19	238	255	592	21	21	264	287	663
	20	234	255	608	22	22	270	294	680
	21	239	261	624	23	23	276	300	697
	22	245	267	640	24	24	282	307	714
	23	251	274	656	25	25	288	314	731
	24	256	280	672					
	25	262	287		19	19	303	325	741
	18	270	291	666	20	20	309	333	760
	19	277	299	684	21	21	316	341	779
20	20	283	306	702	22	22	323	349	798
	21	290	313	720	23	23	330	357	817
	22	296	321	738	24	24	337	364	836
	23	303	328	756	25	25	344	372	855
	24	309	335	774					
	25	316	343	792	21	21	373	399	903
	20	337	361	820	22	22	381	408	924
	21	344	370	840	23	23	388	417	945
	22	351	378	860	24	24	396	425	966
	23	359	386	880	25	25	404	434	987
22	24	366	394	900	23	23	451	481	1081
	25	373	403	920	24	24	459	491	1104
	22	411	439	990	25	25	468	500	1127
	23	419	448	1012					
	24	427	457	1034	24	24	492	525	1176
25	25	435	467	1056	25	25	501	535	1200
							536	570	1275

## Viljer-Vatson- Xoces müntəzəm nişanlar kriterisinin kritik qiymətləri

n1	n2	$\alpha$			
		0,001	0,01	0,05	0,10
8	4				6,83
9	3			8,29	6,41
10	4				4,88
	3				6,85
	4			9,47	6,24
	5			10,47	6,85
11	3			7,20	5,23
	4			10,42	7,43
	5			8,74	6,60
12	3		12,34	7,46	5,73
	4		11,20	8,46	7,46
	5		13,93	10,46	7,46
	6		14,93	11,20	7,46
13	3			7,68	6,15
	4		11,83	9,35	7,03
	5		15,26	10,15	7,39
	6		17,31	10,42	8,04
14	3			7,85	6,49
	4		12,34	9,30	7,60
	5		16,33	10,30	7,85
	6		19,20	12,21	7,94
	7		20,20	11,65	8,85
15	3			7,99	6,78
	4		12,78	8,24	7,91
	5		14,52	10,36	7,91
	6		17,48	11,61	9,21
	7		16,14	11,57	9,06
16	3			8,11	5,83
	4		13,14	9,44	7,38
	5		15,55	10,44	9,03
	6		18,16	11,54	9,11
	7		22,43	12,66	9,78
	8		25,27	7,23	6,14
17	3				
	4		11,76	9,76	7,64
	5		16,44	11,03	8,76
	6		17,76	12,21	9,41
	7		17,98	12,63	10,11
	8		19,11	13,36	10,15
18	2				3,88
	3		8,29	7,41	6,41
	4		13,70	9,94	8,06

## Viler-Vatson- Xoces müntəzəm nişanlar kriterisinin kritik qiymətləri

n <sub>1</sub>	n <sub>2</sub>	α			
		0,001	0,01	0,05	0,10
19	5	19,46	16,05	11,45	8,76
	6	24,87	17,40	12,25	9,94
	7	26,28	19,46	13,41	10,29
	8	28,40	20,11	13,82	10,60
	9	29,28	20,23	13,99	11,04
	2				3,89
	3		8,36	7,56	6,48
	4	13,93	12,52	9,69	7,54
	5	19,98	15,98	11,29	8,96
	6	25,87	18,19	12,56	9,87
20	7	27,71	19,34	13,54	10,55
	8	31,04	21,12	14,29	11,12
	9	29,46	21,07	14,58	11,37
	2				3,90
	3		8,42	7,70	6,70
	4	14,12	12,83	9,87	7,80
	5	20,43	16,29	11,49	9,08
	6	26,75	18,64	12,93	9,98
	7	29,36	20,43	14,05	11,03
	8	30,08	21,77	14,77	11,47
9	32,44	22,99	15,45	11,97	
10	33,26	22,67	15,39	12,19	
20	R <sup>2</sup> =X <sup>2</sup> <sub>3</sub>	13,816	9,210	5,991	4,605

II	0,01	0,025	a	0,10
3	1,414	1,414	1,412	1,406
4	1,723	1,710	1,689	1,645
5	1,955	1,917	1,869	1,791
6	2,130	2,067	1,996	1,894
7	2,265	2,182	2,093	1,974
8	2,374	2,273	2,172	2,041
9	2,464	2,349	2,237	2,097
10	2,540	2,414	2,294	2,146
11	2,606	2,470	2,343	2,190
12	2,663	2,519	2,387	2,229
13	2,714	2,562	2,426	2,264
14	2,759	2,602	2,461	2,297
15	2,800	2,638	2,493	2,326
16	2,837	2,670	2,523	2,354
17	2,871	2,701	2,551	2,380
18	2,903	2,728	2,577	2,404
19	2,932	2,754	2,600	2,426
20	2,959	2,778	2,623	2,447
21	2,984	2,801	2,644	2,467
22	3,008	2,823	2,664	2,486
23	3,030	2,843	2,683	2,504
24	3,051	2,862	2,701	2,520
25	3,071	2,880	2,717	2,537

Seçimin orta değerinden maksimal farkın kritik değerleri (bir taraflı kriter)



$X_1 - X_2$  - զիստեմին կրիկ գլյմեղերի

N	$X_1 - X_2$	$X_1 - X_2$
3	0,994	0,599
4	,926	,033
5	,821	,023
6	,740	,018
7	,680	,016
8	,634	,014
9	,598	,013
10	,568	,012
11	,542	,011
12	,522	,011
13	,503	,010
14	,488	,010
15	,475	,010
16	,463	,009
17	,452	,009
18	,442	,009
19	,433	,008
20	,425	,008
21	,418	,008
22	,411	,008
23	,404	,008
24	,399	,008
25	,393	,008
26	,388	,007
27	,384	,007
28	,380	,007
29	,376	,007
30	,372	,007
3	0,976	0,959
4	,846	,033
5	,729	,023
6	,644	,018
7	,560	,016
8	,482	,014
9	,412	,013
10	,349	,012
11	,292	,011
12	,232	,011
13	,182	,010
14	,147	,010
15	,120	,010
16	,103	,009
17	,082	,009
18	,078	,009
19	,076	,008
20	,074	,008
21	,072	,008
22	,071	,008
23	,069	,008
24	,068	,008
25	,067	,008
26	,066	,007
27	,065	,007
28	,064	,007
29	,063	,007
30	,062	,007
3	0,781	0,781
4	,560	,560
5	,451	,451
6	,386	,386
7	,344	,344
8	,309	,309
9	,290	,290
10	,273	,273
11	,259	,259
12	,247	,247
13	,237	,237
14	,228	,228
15	,220	,220
16	,213	,213
17	,207	,207
18	,202	,202
19	,197	,197
20	,193	,193
21	,189	,189
22	,185	,185
23	,182	,182
24	,179	,179
25	,176	,176
26	,173	,173
27	,171	,171
28	,168	,168
29	,166	,166
30	,164	,164
3	0,591	0,591
4	,394	,394
5	,308	,308
6	,261	,261
7	,230	,230
8	,208	,208
9	,191	,191
10	,178	,178
11	,160	,160
12	,153	,153
13	,147	,147
14	,141	,141
15	,136	,136
16	,132	,132
17	,128	,128
18	,125	,125
19	,122	,122
20	,119	,119
21	,117	,117
22	,115	,115
23	,113	,113
24	,111	,111
25	,109	,109
26	,108	,108
27	,106	,106
28	,105	,105
29	,103	,103
30	,103	,103

Baş məcmu normal paylandıqda kəskin fərqlənən müşahidələrin kənar edilməsi kriteriləri :  $z_{m,\alpha}$ -nın kritik qiymətləri (Tompson qaydası)

m	$\alpha$ 0,001	0,005	0,01	0,05	0,10	m	$\alpha$ 0,001	0,005	0,01	0,05	0,10
1	1,414	1,414	1,414	1,410	1,397	31	3,092	2,699	2,501	1,946	1,648
2	1,730	1,723	1,715	1,645	1,559	32	3,098	2,702	2,503	1,946	1,648
3	1,982	1,948	1,917	1,757	1,611	33	3,103	2,705	2,505	1,947	1,648
4	2,178	2,106	2,051	1,814	1,631	34	3,108	2,708	2,507	1,947	1,648
5	2,329	2,218	2,142	1,848	1,640	35	3,114	2,711	2,509	1,947	1,648
6	2,447	2,301	2,207	1,870	1,644	36	3,118	2,713	2,511	1,948	1,648
7	2,541	2,364	2,256	1,885	1,647	37	3,123	2,716	2,513	1,948	1,648
8	2,616	2,414	2,294	1,896	1,648	38	3,127	2,718	2,514	1,948	1,648
9	2,679	2,454	2,324	1,904	1,649	39	3,131	2,720	2,516	1,949	1,647
10	2,731	2,486	2,348	1,910	1,649	40	3,135	2,723	2,518	1,949	1,647
11	2,775	2,513	2,368	1,915	1,649	41	3,139	2,725	2,519	1,949	1,647
12	2,812	2,536	2,385	1,920	1,650	42	3,142	2,727	2,520	1,950	1,647
13	2,845	2,556	2,399	1,923	1,650	43	3,145	2,729	2,522	1,950	1,647
14	2,874	2,573	2,411	1,926	1,650	44	3,149	2,730	2,523	1,950	1,6471,647
15	2,899	2,588	2,422	1,929	1,649	45	3,152	2,732	2,524	1,950	1,647
16	2,921	2,601	2,431	1,931	1,649	46	3,155	2,734	2,525	1,951	1,647
17	2,941	2,613	2,440	1,933	1,649	47	3,158	2,735	2,526	1,951	1,647
18	2,959	2,623	2,447	1,934	1,649	48	3,161	2,736	2,527	1,951	1,647
19	2,975	2,632	2,454	1,9361,937	1,649	49	3,163	2,738	2,528	1,951	1,647
20	2,990	2,641	2,460	1,938	1,649	50	3,165	2,739	2,529	1,951	1,647
21	3,003	2,649	2,465	1,939	1,649	55	3,176	2,746	2,533	1,952	1,647
22	3,015	2,655	2,470	1,940	1,649	60	3,186	2,750	2,537	1,953	1,646
23	3,026	2,662	2,475	1,941	1,649	65	3,194	2,755	2,540	1,953	1,646
24	3,037	2,668	2,479	1,942	1,649	70	3,201	2,759	2,542	1,954	1,646
25	3,047	2,673	2,483	1,943	1,648	75	3,207	2,762	2,545	1,954	1,646
26	3,055	2,678	2,486	1,943	1,648	80	3,212	2,765	2,547	1,955	1,646
27	3,064	2,683	2,490	1,944	1,648	85	3,216	2,767	2,548	1,955	1,646
28	3,071	2,687	2,493	1,945	1,648	90	3,220	2,769	2,550	1,955	1,646
29	3,078	2,691	2,496	1,945	1,648	95	3,224	2,771	2,551	1,955	1,646
30	3,085	2,695	2,498	1,945	1,648	100	3,227	2,773	2,553	1,956	1,646

Kolmoqorov kriterisi statistikasına üçün  $K_{n,\alpha}$ -nın kritik qiymətləri

n	$\alpha$ 0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	n	$\alpha$ 0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
1	.90000	.95000	.97500	.99000	.99500	51	.14697	.16790	.18659	.20864	.22386
2	.68377	.77639	.84189	.90000	.92929	52	.14558	.16637	.18482	.20667	.22174
3	.56481	.63604	.70760	.78456	.82900	53	.14423	.16483	.18311	.20475	.21968
4	.49263	.56522	.62394	.68887	.73424	54	.14292	.16332	.18144	.20289	.21768
5	.44698	.50945	.56328	.62718	.66853	55	.14164	.16186	.17981	.20107	.21574
6	.41037	.46799	.51926	.57741	.61661	56	.14040	.16044	.17823	.19930	.21384
7	.38148	.43607	.48342	.53844	.57581	57	.13919	.15906	.17669	.19758	.21199
8	.35831	.40962	.45427	.50654	.54179	58	.13801	.15771	.17519	.19590	.21019
9	.33910	.38746	.43001	.47960	.51332	59	.13686	.15639	.17373	.19427	.20844
10	.32260	.36866	.40925	.45662	.48893	60	.13573	.15511	.17231	.19267	.20673
11	.30829	.35242	.39122	.43670	.46770	61	.13464	.15385	.17091	.19112	.20506
12	.29577	.33815	.37543	.41918	.44905	62	.13357	.15263	.16956	.18960	.20343
13	.28470	.32549	.36143	.40362	.43247	63	.13253	.15144	.16823	.18812	.20184
14	.27481	.31417	.34890	.38970	.41762	64	.13151	.15027	.16693	.18667	.20029
15	.26588	.30397	.33760	.37713	.40420	65	.13052	.14913	.16567	.18525	.19877
16	.25778	.29472	.32733	.36571	.39201	66	.12954	.14802	.16443	.18387	.19729
17	.25039	.28627	.31796	.35528	.38086	67	.12859	.14693	.16322	.18252	.19584
18	.24360	.27851	.30936	.34569	.37062	68	.12766	.14587	.16204	.18119	.19442
19	.23735	.27136	.30143	.33685	.36117	69	.12675	.14483	.16088	.17990	.19303
20	.23156	.26473	.29408	.32866	.35241	70	.12586	.14381	.15975	.17863	.19167
21	.22617	.25858	.28724	.32104	.34427	71	.12499	.14281	.15864	.17739	.19034
22	.22115	.25283	.28087	.31394	.33666	72	.12413	.14183	.15755	.17618	.18903
23	.21645	.24746	.27490	.30728	.32954	73	.12329	.14087	.15649	.17498	.18776
24	.21205	.24242	.26931	.30104	.32286	74	.12247	.13993	.15544	.17382	.18650
25	.20790	.23768	.26404	.29516	.31657	75	.12167	.13901	.15442	.17268	.18528
26	.20399	.23320	.25907	.28962	.31064	76	.12088	.13811	.15342	.17155	.18408
27	.20030	.22898	.25438	.28438	.30502	77	.12011	.13723	.15244	.17045	.18290
28	.19686	.22497	.24993	.27942	.29971	78	.11935	.13636	.15147	.16938	.18174
29	.19348	.22117	.24571	.27471	.29466	79	.11860	.13551	.15052	.16832	.18060
30	.19032	.21756	.24170	.27023	.28987	80	.11787	.13467	.14960	.16728	.17949

Kolmoqorov kriterisi statistikası üçün  $K_{n,\alpha}$ -nın kritik qiymətləri

n	$\alpha$ 0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	n	$\alpha$ 0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
31	.18732	.21412	.23788	.26596	.28530	81	.11716	.13385	.14868	.16626	.17840
32	.18445	.21085	.23424	.26189	.28094	82	.11645	.13305	.14779	.16526	.17732
33	.18171	.20771	.23076	.25801	.27677	83	.11576	.13226	.14691	.16428	.17627
34	.17909	.20472	.22743	.25429	.27279	84	.11508	.13148	.14605	.16331	.17523
35	.17659	.20185	.22425	.25073	.26897	85	.11442	.13072	.14520	.16236	.17421
36	.17418	.19910	.22119	.24732	.26532	86	.11376	.12997	.14437	.16143	.17321
37	.17188	.19646	.21826	.24404	.26180	87	.11311	.12923	.14355	.16051	.17223
38	.16966	.19392	.21544	.24089	.25843	88	.11248	.12850	.14274	.15961	.17126
39	.16753	.19148	.21273	.23786	.25518	89	.11186	.12779	.14195	.15873	.17031
40	.16547	.18913	.21012	.23494	.25205	90	.11125	.12709	.14117	.15786	.16938
41	.16349	.18687	.20760	.23213	.24904	91	.11064	.12640	.14040	.15700	.16846
42	.16158	.18468	.20517	.22941	.24613	92	.11005	.12572	.13965	.15616	.16755
43	.15974	.18257	.20283	.22679	.24332	93	.10947	.12506	.13891	.15533	.16666
44	.15796	.18053	.20056	.22426	.24060	94	.10889	.12440	.13818	.15451	.16579
45	.15623	.17856	.19837	.22181	.23798	95	.10833	.12375	.13746	.15371	.16493
46	.15457	.17665	.19625	.21944	.23544	96	.10777	.12312	.13675	.15291	.16408
47	.15295	.17481	.19420	.21715	.23298	97	.10722	.12249	.13606	.15214	.16324
48	.15139	.17302	.19221	.21493	.23059	98	.10668	.12187	.13537	.15137	.16242
49	.14987	.17128	.19028	.21277	.22828	99	.10615	.12126	.13469	.15061	.16161
50	.14840	.16959	.18841	.21068	.22604	100	.10563	.12067	.13403	.14987	.16081

Kolmoqorov və Kolmoqorov-Smirnov statistikaları üçün  $K_{1-\alpha}$ -nın asimptotik kritik qiymətləri

$\alpha$	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
$K_{1-\alpha}$	1,073	1,224	1,358	1,517	1,628

Ranqların korrelyasiya əmsalının  $\alpha$  əhəmiyyətlik səviyyəsi və n seçmə həcminə uyğun gələn kritik qiymətləri

n	$\alpha$		N	$\alpha$		n	$\alpha$	
	5%	1%		5%	1%		5%	1%
5	0.94	-	17	0.48	0.62	29	0.37	0.48
6	0.85	-	18	0.47	0.60	30	0.36	0.47
7	0.78	0.94	19	0.46	0.58	31	0.36	0.46
8	0.72	0.88	20	0.45	0.57	32	0.36	0.45
9	0.68	0.83	21	0.44	0.56	33	0.34	0.45
10	0.64	0.79	22	0.43	0.54	34	0.34	0.44
11	0.61	0.76	23	0.42	0.53	35	0.33	0.43
12	0.58	0.73	24	0.41	0.52	36	0.33	0.43
13	0.56	0.70	25	0.40	0.51	37	0.33	0.42
14	0.54	0.68	26	0.39	0.50	38	0.32	0.41
15	0.52	0.66	27	0.38	0.49	39	0.32	0.41
16	0.50	0.64	28	0.38	0.48	40	0.31	0.40
P	0.05	0.01	-	0.05	0.01	-	0.05	0.01

Korrelyasiya əmsalının (r) kritik qiymətləri

Azadlıq dərəcəsi $k=n-2$	Əhəmiyyətlik səviyyəsi ( $\alpha$ )		Azadlıq dərəcəsi $k=n-2$	Əhəmiyyətlik səviyyəsi ( $\alpha$ )	
	5	1		5	1
5	0.75	0.87	27	0.37	0.47
6	0.71	0.83	28	0.36	0.46
7	0.67	0.80	29	0.36	0.46
8	0.63	0.77	30	0.35	0.45
9	0.60	0.74	35	0.33	0.42
10	0.58	0.71	40	0.30	0.39
11	0.55	0.68	45	0.29	0.37
12	0.53	0.66	50	0.27	0.35
13	0.51	0.64	60	0.25	0.33
14	0.50	0.62	70	0.23	0.30
15	0.48	0.61	80	0.22	0.28
16	0.47	0.59	90	0.21	0.27
17	0.46	0.58	100	0.20	0.25
18	0.44	0.56	125	0.17	0.23
19	0.43	0.55	150	0.16	0.21
20	0.42	0.54	200	0.14	0.18
21	0.41	0.53	300	0.11	0.15
22	0.40	0.52	400	0.10	0.13
23	0.40	0.51	500	0.09	0.12
24	0.39	0.50	700	0.07	0.10
25	0.38	0.49	900	0.06	0.09
26	0.37	0.48	1000	0.06	0.09
P	0.05	0.01	P	0.05	0.01

Səcmənin korrelyasiya əmsalının (r) qiymətlərinə uyğun gələn Z qiymətləri

	R									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,000	0,010	0,020	0,030	0,040	0,050	0,060	0,070	0,080	0,090
0,1	0,100	0,110	0,121	0,131	0,141	0,151	0,161	0,172	0,182	0,192
0,2	0,203	0,213	0,224	0,234	0,245	0,255	0,266	0,277	0,288	0,299
0,3	0,310	0,321	0,332	0,343	0,354	0,365	0,377	0,388	0,400	0,412
0,4	0,424	0,436	0,448	0,460	0,472	0,485	0,497	0,510	0,523	0,536
0,5	0,549	0,563	0,576	0,590	0,604	0,618	0,633	0,648	0,663	0,678
0,6	0,693	0,709	0,725	0,741	0,758	0,775	0,793	0,811	0,829	0,848
0,7	0,867	0,887	0,908	0,929	0,951	0,973	0,996	1,020	1,045	1,071
0,8	1,099	1,127	1,157	1,188	1,221	1,256	1,293	1,333	1,376	1,422
0,9	1,472	1,528	1,589	1,658	1,738	1,832	1,946	2,092	2,298	2,647
0,99	2,647	2,700	2,759	2,826	2,903	2,995	3,106	3,250	3,453	3,800

## Seriya l ar ın m ı q d ar ı u  u m k r i t i k q i y m  l  r

	N										m									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
2																				
3																				
4																				
5																				
6				2	2															
7				2	2	3														
8			2	2	3	3	3													
9			2	2	3	3	3	4												
10			2	3	3	3	4	4	5											
11			2	3	3	4	4	5	5	5										
12		2	2	3	3	4	4	5	5	6	6									
13		2	2	3	3	4	5	5	5	6	6	7								
14		2	2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7							
15		2	3	3	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8						
16		2	3	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9					
17		2	3	3	4	5	5	6	7	7	8	8	8	9	9	10				
18		2	3	4	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11			
19		2	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	10	11	11		
20		2	3	4	4	5	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	
	u <sub>0,95</sub>																			
2	4																			
3	5																			
4	5	6																		
5	5	7	8																	
6	5	7	9	10																
7	5	7	9	10	11															
8	5	7	9	11	12	12														
9	5	7	9	11	12	13	14													
10	5	7	9	11	13	14	15	15												
11	5	7	9	11	13	14	15	16	16											
12	5	7	9	11	13	15	16	17	18	18										
13	5	7	9	11	13	15	16	17	18	19	19									
14	5	7	9	11	13	15	16	17	18	19	20	20								
15	5	7	9	11	13	15	17	18	19	20	21	21	21							
16	5	7	9	11	13	15	17	18	19	20	21	22	22	23						
17	5	7	9	11	13	15	17	18	19	21	21	22	23	23	24					
18	5	7	9	11	13	15	17	19	20	21	22	23	24	24	25	25				
19	5	7	9	11	13	15	17	19	20	21	22	23	24	25	26	26	26			
20	5	7	9	11	13	15	17	19	20	21	22	23	24	25	26	27	27	28	28	
	N										m									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	



US 975													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													

US 975													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													

		N										m									
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
2																					
3																					
4																					
5																					
6																					
7																					
8																					
9																					
10																					
11																					
12																					
13																					
14																					
15																					
16																					
17																					
18																					
19																					
20																					
Days																					
2																					
3																					
4																					
5																					
6																					
7																					
8																					
9																					
10																					
11																					
12																					
13																					
14																					
15																					
16																					
17																					
18																					
19																					
20																					
Days																					
2																					
3																					
4																					
5																					
6																					
7																					
8																					
9																					
10																					
11																					
12																					
13																					
14																					
15																					
16																					
17																					
18																					
19																					
20																					

## Seriyaaların miqdarı üçün kritik qiymətlər

100- $\alpha$	100- $\beta$	100- $\gamma$	100- $\delta$	100- $\epsilon$	100- $\zeta$	100- $\eta$	100- $\theta$	100- $\iota$	100- $\kappa$	100- $\lambda$	100- $\mu$	100- $\nu$	100- $\xi$	100- $\omicron$	100- $\pi$	100- $\rho$	100- $\sigma$	100- $\tau$	100- $\upsilon$	100- $\phi$	100- $\chi$	100- $\psi$	100- $\omega$	
20	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
21	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
22	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
23	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
24	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
25	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
26	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
27	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
28	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
29	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
30	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
31	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
32	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
33	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
34	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
35	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47
36	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
37	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
38	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
39	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51
40	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
41	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
42	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53
43	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
44	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
45	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
46	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57
47	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58
48	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58
49	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
50	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
51	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61
52	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62
53	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
54	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
55	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
56	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
57	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
58	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
59	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68
60	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69

# MUNDƏRİCAT

Giriş	3
Fəsil I. Geologiyada riyazi metodların tətbiq xüsusiyyətləri	
1.1. Tədqiqat obyektini kimi geoloji əmələgəlmələrin və proseslərin spesifikasiyası	5
1.2. Geoloji obyektlərin tədqiq metodları	7
1.3. Geoloji informasiyanın xarakteri	9
1.4. Geologiyada modelləşdirmə	11
1.5. Geoloji-riyazi modellərin tipləri	14
1.6. Geoloji-riyazi modelləşdirmənin prinsipləri və metodları	16
Fəsil II. Bir ölçülü statistik metodlar	
2.1. Statistik modellərin məzmununu və tətbiq şəraiti	18
2.2. Seçmə üsulu və ilkin məlumatların qruplaşdırılması	19
2.3. Miqdarı geoloji informasiyanın ən sadə çəvrilmələri	31
Fəsil III. Orta qiymətlər və variasiya göstəriciləri	
3.1. Orta qiymətlər	38
3.2. Variasiya göstəriciləri	40
3.3. Başqa orta qiymətlər	44
Fəsil IV. Ehtimal nəzəriyyəsi və riyazi statistikanın əsasları	
4.1. Ehtimal nəzəriyyəsinin əsas müddəaları	51
4.2. Təsadüfi kəmiyyətlər və onların paylanması	65
4.3. Geologiyada istifadə olunan əsas statistik paylanma qanunları	74
4.4. Geoloji obyektlərin parametrlərinin paylanma qanunu haqqında hipotezlərin yoxlanması	86
4.5. Geoloji obyektlərin xassələrinin nöqtəvi və interval qiymətləndirilməsi	92
4.6. Geoloji hipotezlərin statistik yoxlanması	103

Fəsil V. Geologiyada bir və ikifaktorlu dispersiya analizi	130
5.1. Birfaktorlu dispersiya analizi	131
5.2. İkifaktorlu dispersiya analizi	133
Fəsil VI. Korrelyasiya analizi	
6.1. Korrelyasiya analizi haqqında məlumat	147
6.2. Cüt korrelyasiya	150
6.2.1. Dixotomik əlamətlərin korrelyasiyası	150
6.2.2. Sıra geoloji məlumatın korrelyasiyası	153
6.2.3. Miqdari geoloji informasiya	162
6.3. Çoxölçülü korrelyasiya analizi	171
6.3.1. Çoxölçülü korrelyasiya haqqında anlayış	171
6.3.2. Korrelyasiya matrisləri strukturunun tətbiqi üsulları	177
Fəsil VII. Reqressiya analizi	
Reqressiya analizi haqqında anlayış	190
Fəsil VIII. Obrazların tanınması	
8.1. Geologiyada obrazların tanınması məsələləri	196
8.2. Əlamətlərin informativliyinin qiymətləndirilməsi	198
8.3. Xətti diskriminant funksiyaları	204
8.4. Baş komponentlər metodu	209
8.5. Geologiyada çoxölçülü statistik modellərin tətbiq sahəsi	214
Fəsil IX. Fəza dəyişənlərinin modelləşdirilməsi	216
9.1. Geoloji obyektlər fəza dəyişənləri sahələri kimi	217
9.2. Geoloji sahələrin qeyrcinslilik elementləri, dəyişkənliyi və anizotropiyası	218
9.3. Müşahidə edilən dəyişkənliyin təsadüfi və qanunauyğun tərkib hissələrinin meydana çıxmasını şərtləndirən geoloji, metodik və texniki amillər	219
9.4. Fon, anomaliyalar və trend səthi	220
9.5. Təsadüfi sahələrin hamarlaşdırma üsulları	222

9.6. Trendin olması barədə hipotezlərin yoxlanılmasının statistik metodları	224
9.7. Trend səthlərinin polinomlarla approximasıyası və qalıqların analizi	231
9.8. Diskret təsadüfi sahələrin modelləşdirilməsi	237
<b>Fəsil X. Təsadüfi funksiyalar vasitəsilə geoloji obyektlərin modelləşdirilməsi</b>	
10.1. Təsadüfi funksiyaların köməyi ilə geoloji obyektlərin xassələrinin modelləşdirmə prinsipləri	248
10.2. Avtokorrelyasiya funksiyalarının geoloji məsələlərin həllində istifadə olunması	253
10.3. Qarşılıqlı korrelyasiya funksiyalarının və ikiqat avtokorrelyasiya funksiyalarının geologiyada tətbiq sahəsi	261
10.4. Poliharmonik təsadüfi funksiyaların geologiyada tətbiq sahəsi	267
<b>Fəsil XI. Geoloji informasiyanın çevirmə metodları</b>	
Geoloji obyektlərin müxtəlifcinsliyinin nisbi entropiya xəritələri vasitəsilə tədqiqi	273
<b>Nəticə</b>	277
<b>Summary</b>	278
<b>Ədəbiyyat</b>	279
<b>Əlavələr</b>	281

**Babayev Şixəli Əli-İkram oğlu**

# **RİYAZİ GEOLOGİYA**

**Bakalavr tədris pilləsi üçün dərs vəsaiti**

---

Yığılmağa verilmişdir: 14.07.2006

Çapa imzalanmışdır: 15.08.2006

Sifariş № 119; tiraj 300