

İ.R.SADIQOV

MATERİALLAR MÜQAVİMƏTİ

DƏRSLİK

I HİSSƏ

*Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyinin
15.04.2010-cu il tarixli 435 №-li əmri ilə təsdiq olunmuşdur.*



BAKI – 2010

R ə y ç i l ər :

Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universitetinin
«İnşaat mexanikası» kafedrası (*kafedra müdiri, prof. Ə.İsayev*),
Azərbaycan Texniki Universitetinin
«Materiallar müqaviməti» kafedrası
(*kafedra müdiri, prof. V.Mirsəlimov*)

539.4
S16

Sadıqov İ.

S15 Materiallar müqaviməti. Texniki ali təhsil müəssisələri üçün dərslik.
I hissə. Bakı, «Təhsil», 2010, 376 səh.

Dərslik «Materiallar müqaviməti» fənni üzrə texniki ali təhsil müəssisələri üçün Azərbaycan Respublikasının Təhsil Nazirliyi tərəfindən təsdiq olunmuş tədris proqramlarına uyğun olaraq hazırlanmışdır və tam kursu əhatə edir. İki hissədən ibarət olan dərslikdə hər fəslin sonunda misalların həlli, əsas düstur və asılılıqlar, özünüyoxlama sualları verilir.

Dərslik bakalavr və magistr pilləsində təhsil alan tələbələr, habelə müxtəlif ixtisas sahələrində çalışan mühəndis-texniki işçilər üçün nəzərdə tutulmuşdur.

S $\frac{2004030000}{053}$ 2010

© «Təhsil», 2010

FƏSİL I

GİRİŞ. ƏSAS ANLAYIŞLAR

- §1.1. Materiallar müqaviməti, onun vəzifələri və qısa inkişaf tarixi
- §1.2. Hesablama sxemi və onun seçilməsi
1. Hesablanan obyektin müəyyənləşdirilməsi (seçilməsi).
Cisimlərin təsnifatı
 2. Xarici qüvvələrin təyin olunması.
Qüvvələrin təsnifatı
 3. Materialın fiziki-mexaniki xassələrinə və deformasiyasının xarakterinə dair bəzi fərziyyə və prinsiplərin qəbul edilməsi.
Əsas fərziyyə və prinsiplər
- §1.3. Daxili qüvvələr. Kəsmə üsulu. Daxili qüvvə toplananları
- §1.4. Dayaq və dayaq reaksiyaları
- §1.5. Normal qüvvə epyurları
- §1.6. Burucu moment epyurları
- §1.7. Kəsici qüvvə və əyici moment epyurları
- §1.8. Əyici moment, kəsici qüvvə və yayılmış yükün intensivliyi arasında diferensial asılılıqlar
- §1.9. Daxili qüvvə toplananları epyurlarının qurulmasına aid misallar
- §1.10. Gərginlik və deformasiya. Daxili qüvvə toplananları ilə gərginliklər arasında asılılıqlar
Əsas düstur və asılılıqlar
Özünüyoxlama sualları

§ 1.1. Materiallar müqavimətinin vəzifələri və qısa inkişaf tarixi

Hər hansı maşın və ya digər mühəndis konstruksiyasının layihələndirilməsi və sonradan hazırlanması üçün, ilk növbədə onun ayrı-ayrı hissələrinin məqsədəuyğun, uzun müddət etibarlı işləməsinə təmin edən ölçü və formasını müəyyən etmək lazımdır. Çox böyük əhəmiyyət kəsb edən bu məsələnin düzgün həll edilməsində mühəndis hesablamaları həlledici rol oynayırlar.

Materiallar müqaviməti müxtəlif konstruksiya ünsürlərinin möhkəmliyə, sərtliyə və dayanıqlığa görə hesablama üsullarından bəhs edən elmdir.

Möhkəmliyə görə hesablama konstruksiya ünsürlərinin dağılmadan müəyyən yükə davam gətirməsini təmin etməlidir. Bəzən konstruksiya qarşısında qoyulan məqsədə nail olmaq üçün onun hissələrinin deformasiyasının nəzərdə tutulmuş qiymətlərdən kənara çıxmamasını tələb etmək lazım gəlir. Belə hallarda **sərtliyə görə hesablama** aparılır.

Dayanıqlığa görə hesablama konstruksiya ünsürlərinin istismar zamanı ilkin müvazinət formasının saxlanılmasını (itirilməməsini) təmin edir.

Möhkəmliyə, sərtliyə və dayanıqlığa görə aparılmış hesablamalar yalnız o vaxt effektiv hesab edilə bilərlər ki, nəticədə alınmış konstruksiya mümkün qədər yüngül, qənaətli və səmərəli olsun.

Müasir dövrdə mühəndis hazırlığı sahəsində qarşıya qoyulan məsələlərdən biri də effektiv, etibarlı, təhlükəsiz işləyən, ümumi material tutumu və eyni zamanda maya dəyəri az konstruksiyaların yaradılmasından ibarətdir.

Bu məsələnin layiqincə həll edilməsində materiallar müqaviməti nəzəri tədqiqatlarla yanaşı, təcrübə axtarışlardan da istifadə edir. Bununla əlaqədar olaraq materiallar müqavimətində texnikanın müxtəlif sahələrində istifadə olunan materialların mexaniki xassələrinin tədqiq üsulları öyrənilir.

Materiallar müqaviməti müxtəlif profilli yüksəkixtisaslı mühəndis kadrların hazırlanmasını təmin edən başlıca mühəndis fənlərindən biridir. Onun digər ümumtəhsil və ümumi texniki elmlərlə sıx əlaqəsi vardır. Materiallar müqaviməti elmi real cisimlərdə xarici qüvvə təsirindən baş verən proseslərin öyrənilməsində və habelə bir çox düstur və nəticələrin hasil edilməsi üçün riyaziyyat, fizika, nəzəri mexanika və s. kimi əsaslı elmlərin nəzəri tədqiq üsullarından istifadə edir. Bununla yanaşı, materiallar müqavimətinin əldə etdiyi nəticələr maşın hissələri, inşaat mexanikası, elastiklik və plastiklik nəzəriyyəsi, inşaat konstruksiyaları, metalkəsən dəzgahların konstruksiya edilməsi və hesablanması, habelə digər mühəndis fənlərinin öyrənilməsi üçün zəmin yaradır.

Materiallar müqavimətinin bir elm kimi yaradılmasında məşhur italyan alimi Qalileo Qalileyin apardığı bəzi təcrübə və nəzəri tədqiqatların böyük rolu olmuşdur. Belə ki, 1638-ci ildə dərc etdiyi «İki yeni elmlər haqqında söhbətlər» əsəri əslində materiallar müqavimətinə dair ilk elmi axtarış hesab edilir. XVI əsrin axırları və XVII əsrin əvvəlləri sənayenin və elmin yüksəliş dövrünü keçirən İtaliyada dünyada ilk təbiət elmləri akademiyası yaradılmış və aktiv fəaliyyətdə olmuşdur. Buna görə də materiallar müqavimətinin məhz bu ölkədə meydana çıxması heç də təəccübü deyildir.

XVII əsrdən başlayaraq riyaziyyat, fizika, fəlsəfə, mexanika sahəsində işləyən bir çox ölkələrin görkəmli alimləri əsaslı tədqiqatlar aparmış və bununla da materiallar müqaviməti elmini daha da inkişaf etdirmişlər.

Məşhur ingilis alimi R.Huk 1660-cı ildə materiallar müqavimətinin əsas qanunu sayılan qüvvə ilə deformasiya arasındakı düzxətli asılılıq qanununu kəşf etmişdir.

Materiallar müqaviməti sahəsində əhəmiyyətli tədqiqatlar aparmış alimlərdən Yakov və Daniil Bernulliləri, L.Eyleri, Mariottu, Laqranji, C.V.Ponseleni, T.Yunqu, A.Navyeni, O.Koşini, D.Puassonu, Sen-Venanı və başqalarını göstərmək olar. Rusiya alim və mühəndislərindən D.İ.Juravski, F.S.Yasinski, A.V.Bubnov, S.P.Timoşenko materiallar müqaviməti sahəsində böyük işlər görmüşlər.

XIX–XX əsrlərdə fəaliyyət göstərmiş tanınmış mexanik-alimlərdən A.N.Krılovun, V.Z.Vlasovun, V.Q.Qalyorkinin, B.N.Jemoçkinin, N.M.Belyayevin, A.A.Umanskinin, S.D.Pononyovun, N.N.Bezuxovun, N.M.Filonenko-Borodiçin, P.F.Papkoviçin, N.N.Musxelişvilinin, A.A.İlyuşinin, A.F.Smironun, V.V.Bolotinin, Q.S.Pisarenkonun və bir çox başqalarının qiymətli axtarışları materiallar müqavimətinin inkişafına böyük təsir göstərmişdir.

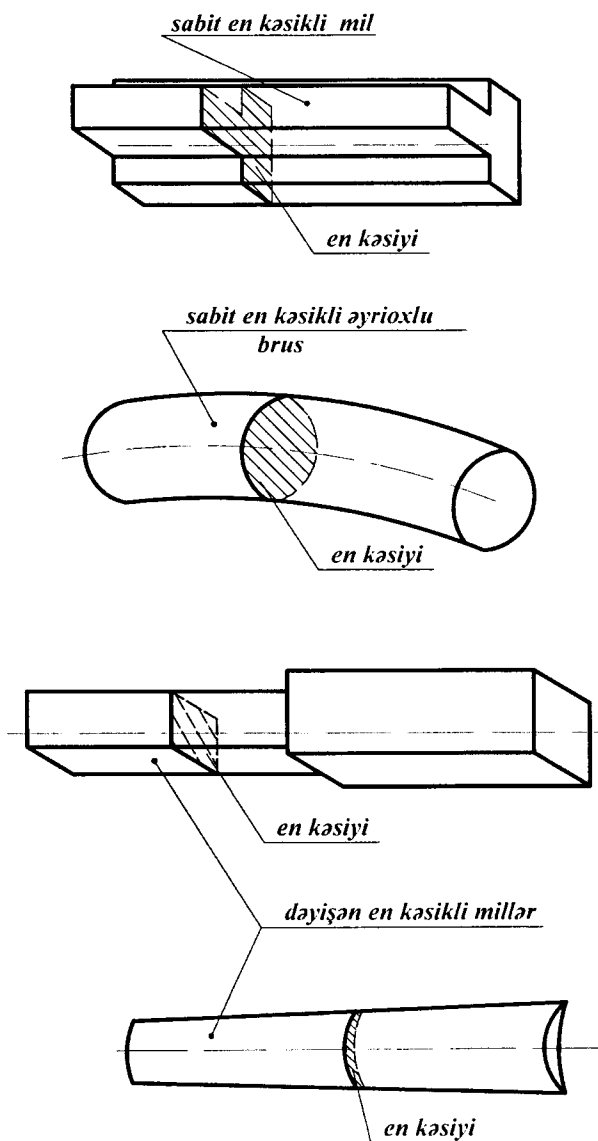
§ 1.2. Hesablama sxemi və onun seçilməsi

Bu və ya digər konstruksiya üsurlərini hesablamaq üçün birinci növbədə onların hesablama sxemi seçilməlidir. Hesablama sxeminin seçilməsi aşağıdakı mərhələlərdən ibarətdir.

1. Hesablanan obyektin müəyyənləşdirilməsi (seçilməsi)

Hesablanan obyekt (ünsür) konstruksiya və forma etibarını ilə sadələşdirilir, yəni bəzi əhəmiyyətsiz konstruktiv elementlərdən azad edilir və beləliklə, müəyyən bir cisimlər qrupuna aid edilir.

Cisimlərin təsnifatı



Şək. 1.2.1

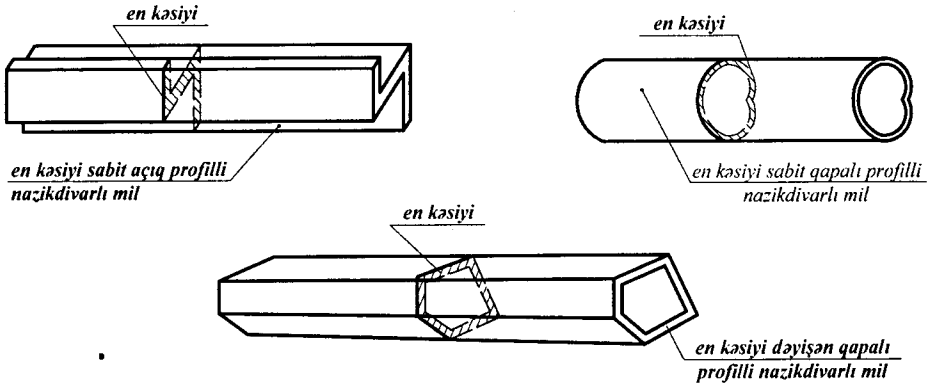
ların qarmağını, fermaların özünü (bütünlüklə) və yaxud ayrı-ayrı elementlərini və s. göstərmək olar.

Bir ölçüsü (qalınlığı) digər ölçülərinə nisbətən çox kiçik olan cisimlərə **lövə** və ya **qabıq** deyilir (şək.1.2.3).

Materiallar müqavimətində bütün cisimlər bir-birinə oxşarlıq əlamətinə görə və ölçüləri nisbətlərindən asılı olaraq **brus (mil)**, **lövə (qabıq)**, **massiv kimi üç qrupa** ayrılırlar. Bir ölçüsü (uzunluğu) digər iki ölçülərinə nisbətən çox böyük olan cisimlərə **brus (mil)** deyilir. Brus və mərkəzi oxu və bu oxa perpendikulyar müstəvi ilə kəsiyin (en kəsiyin) forması ilə xarakterizə edilir. Belə ki, bruslar düz oxlu (mil) və əyrioxlu, sabit və dəyişən kəsikli olurlar (şək.1.2.1). Brusların en kəsiyinin sahəsi A ilə işarə olunur.

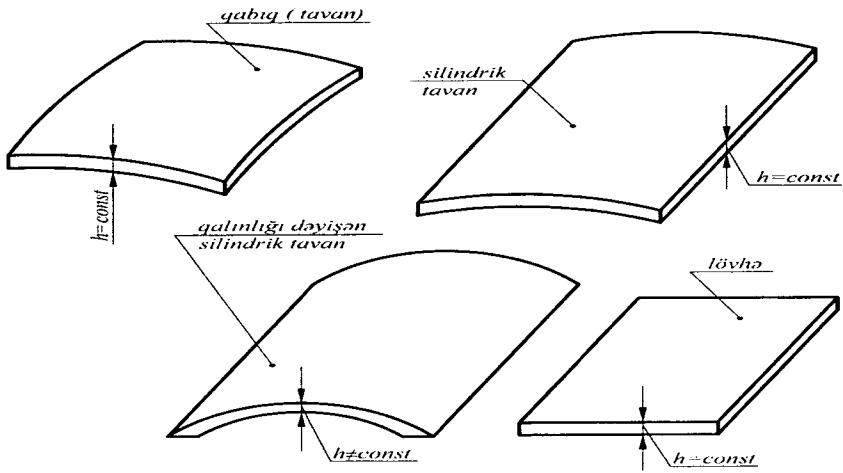
En kəsiyi nazik sahələrdən təşkil olunmuş bruslara **nazikdivarlı bruslar** deyilir. Bu sahələrin orta xətti brusun profilini müəyyən edir. Profili qapanmış xətt olduqda **bruslara qapalı profilli bruslar**, əks halda isə **açıq profilli bruslar** deyilir (şək.1.2.2).

Bruslar bir konstruksiya ünsürü kimi çox geniş yayılmış cisimlərdəndirlər. Bruslara misal olaraq, müxtəlif valları, sütunları, qüllələri, tağları, qaldırıcı kran-



Şək. 1.2.2

Binaların arakəsmələri, döşəmə piltələri, müxtəlif cihazların (qurğuların) eni böyük yastı hissələri və s. lövhə kimi qəbul edilə bilər. Qabıq (tavana) misal olaraq maye, qaz və yaxud digər məhsulların saxlanması üçün nəzərdə tutulan qabları (çənləri), binaların əyri səthli örtüklərini, gəmi və təyyarələrin gövdə örtüklərini və s. göstərmək olar. Lövhə və qabıqlar da sabit və dəyişən qalınlıqlı ola bilərlər.



Şək. 1.2.3

Hər üç ölçüsü eyni tərtibdən olan cisimlərə massiv adı verilir. Müxtəlif dəzgahların gövdələrinə, sütunların bünövrələrinə və s. massiv kimi baxmaq olar.

2. Xarici qüvvələrin təyin olunması.

Qurğu və maşın hissələrinin istismarı zamanı onlara digər hissələr və ətraf mühit tərəfindən müəyyən təsir göstərilir. Bu amillər bu və ya digər cismə xarici təsir və yaxud qüvvə kimi qəbul edirlər. Xarici qüvvələrin qiymət və xarakterinin müəyyən olunması hesablama sxeminin (modelinin) seçilməsində (konkretləşməsində) növbəti mərhələni təşkil edir.

Qüvvələrin təsnifatı

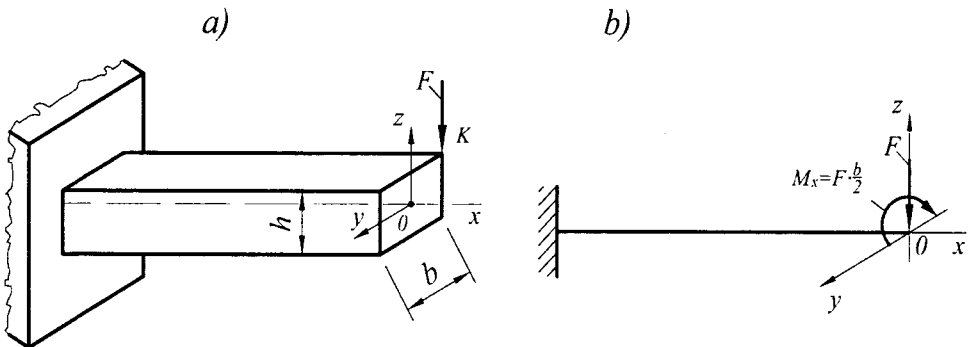
Müxtəlif əlamətlərə görə xarici qüvvələr aşağıdakı qruplara bölünür:

a) Təsir nöqtələrinin (sahələrinin) yerləşməsindən asılı olaraq bütün qüvvələr **səth və həcm qüvvələrinə** ayrılırlar. Səth qüvvələri cismin səthi (xarici və daxili) üzrə təsir edirlər.

Bir cismin (bərk, maye, qaz cisimlərin) digərinə təsiri səth qüvvələri olur.

Cismin həcmi üzrə bütün hissəciklərinə təsir olan qüvvələrə **həcmi** və ya **kütləvi qüvvələr** deyilir. Həcmi qüvvələrə misal olaraq ağırlıq qüvvələrini, ətalet və maqnit qüvvələrini göstərmək olar.

b) Bəzi hallarda cisimlərin toxunma (kontakt) səthinin ölçüləri hesablama sxemi seçilən cismin ölçülərinə nisbətən çox kiçik olurlar. Bu halda təsir edən qüvvəyə şərti olaraq bir nöqtədə cəmlənmiş **topa qüvvə** kimi baxmaq olar (real cisimlərdə hətta toxunma nəzəri bir nöqtədə olsa da, deformasiya nəticəsində kontakt baş verən hissə kiçik bir sahə şəklində olacaqdır). Topa qüvvələr F ilə işarə edilir və N , kN -la ölçülürlər.



Şək. 1.2.4

Qatarın çarxları tərəfindən relslərə təzyiqlər topa qüvvə qəbul edilə bilər. Lakin külək, qar yükləri və s. qüvvələr sahə üzrə yayılmış qüvvələr kimi qəbul edilir.

Yayılmış yüklər vahid sahəyə düşən yükün miqdarı olan q intensivliyi ilə xarakterizə edilir və N/m^2 , kN/m^2 -la ölçülür. Çox vaxt ensiz uzun zolaq üzrə təsir edən yayılmış yükü bu zolağın orta xətti boyunca (xətt üzrə) yayılmış qüvvə kimi qəbul etmək məqsədəuyğun olur. Bu halda yükün intensivliyi q N/m , kN/m -lə ölçüləcəkdir.

Materiallar müqavimətində bəzən həcmi qüvvələrin təsirini təqribi nəzərə almaq məqsədilə onları səth və ya xətt üzrə yayılmış qüvvələr kimi qəbul edirlər. Məsələn, lövhələrin, tavanların ağırlıq qüvvələrini sahə üzrə, tirlərin ağırlıq qüvvələrini isə tirin oxu boyunca yayılmış yüklər hesab etmək olar.

Hesablama sxemi seçilərkən bir çox hallarda tək qüvvələrlə yanaşı, momenti M ilə işarə edilən **topa cüt qüvvələri** də tətbiq etmək lazım gəlir. Məsələn, 1.2.4, a şəklində göstərilmiş brusun K nöqtəsində tətbiq edilən F qüvvəsini brusun mərkəzi O nöqtəsinə köçürərək (şəkl.1.2.4, b) F topa qüvvəsi və $M = F \frac{b}{2}$ topa momenti ilə əvəz etmək olar. **Yayılmış**

moment qüvvələrinin intensivliyi \bar{m} -lə işarə edilir və $\frac{Nm}{m}$ -lə (xətt üzrə yayıldıqda) $\frac{Nm}{m^2}$ -la (sahə üzrə yayıldıqda) ölçülür.

c) Konstruksiyaya təsir müddətindən asılı olaraq bütün **yüklər daimi və müvəqqəti** ola bilərlər.

Daimi yüklər (məsələn, binanın özülə təsiri) konstruksiyanın bütün istismar müddətində, müvəqqəti yüklər isə (məsələn, qatarın körpüyə təsiri) qısa bir müddətdə təsir edirlər.

ç) Yüklərin qiymət və istiqaməti zamandan asılı olaraq dəyişdikdə onlara **dəyişən yüklər**, əks halda isə **sabit yüklər** deyilir.

d) Təsir xarakterindən, tətbiqi və ya dəyişmə sürətindən asılı olaraq qüvvələri **statiki və dinamik qüvvələrə** ayırmaq olar.

Qiyməti sıfırdan başlayaraq kiçik sürətlə dəyişən qüvvələrə statiki qüvvələr deyilir. Statiki qüvvələrin konstruksiya ünsürlərində yaratdığı daxili qüvvə və deformasiyaların dəyişmə təcili kiçik olduğundan nəzərə alınmır. **Dinamik qüvvələr** (məsələn, zərbə, ətalət qüvvələri) **konstruksiya ünsürlərində böyük təcilə malik deformasiyalar yaratdığı üçün daha təhlükəli sayılırlar.**

3. Materialın fiziki-mexaniki xassələrinə və deformasiyanın xarakterinə aid bəzi fərziyyə və prinsiplərin qəbul edilməsi

Məlumdur ki, hər hansı hesablama sxemi seçilən obyekt (cisim) müəyyən fiziki xassələrə malikdir. Real cisimlər quruluş etibarı ilə çox müəkkəb və müxtəlif ola bilərlər. Materialın quruluşunun bütün xüsusiyyətlərini hesablamalarda nəzərə almaq çox çətin olur. Buna görə də materiallar müqavimətində hesablama sxemi seçilən cismin materialının aşağıdakı xassələrdən birinə və ya bir neçəsinə (məsələnin qoyuluşundan asılı olaraq) malik olduğunu fərz edirlər.

Əsas fərziyyə və prinsiplər

Bircinslilik – bütün nöqtələrdə eyni istiqamətlərdə xassələrin eyni olmasıdır.

İzotropluq – bütün nöqtələrdə bütün istiqamətlərdə xassələrin eyni olmasıdır. Məsələn, ağac və digər lifli və yaxud armaturlanmış materialları bircinsli anizotrop hesab etmək olar. Polad, çuqun izotrop bircinsli materiallar kimi qəbul edilirlər.

Qeyd etmək lazımdır ki, izotropluq və bircinslilik xassələri cismə müəyyən həcm daxilində aid edilə bilərlər. Belə ki, tərəflərin uzunluğu 30 sm olan beton kubcuqlar izotropluq xassəsinə malik ola bildiyi halda, bu ölçü 1 sm götürüldükdə kubcuqlar müxtəlif xassələrə malik olacaqlar.

Bütövlük – cismin həndəsi həcmi arasıkəsilmədən materialla doldurulmasıdır. Bütövlük xassəsi hesablama sxemi seçilən obyektə kəsilməz funksiyaların riyazi aparatının tətbiqinə imkan yaradır.

Elastiklik – cismin öz ölçü və formasının xarici qüvvələrin təsirdən azad olunduqdan sonra bərpa etməsidir.

Plastiklik – cismin deformasiya nəticəsində ölçü və forma dəyişməsinin xarici yüklər götürüldükdən sonra da saxlanmasıdır. Bütün materiallar müəyyən dərəcədə həm elastiklik və həm də plastiklik xassələrinə malik olurlar. Xarici mühitdən asılı olaraq bu xassələrdən biri daha kəskin şəkildə aşkar oluna bilər.

Hesablama sxeminin seçilməsində cismin deformasiya xüsusiyyətlərini sadələşdirməyə imkan yaradan aşağıdakı bəzi fərziyyə və prinsiplərdən də istifadə edilir.

Deformasiyaların kiçik olması fərziyyəsi – deformasiyaya uğrayan cismin müvazinət tənlikləri və habelə digər hesablama asılılıqlarını tərtib edərkən cismin ilkin (deformasiyadan əvvəlki) vəziyyətini əsas tutmağa imkan verir və bununla da hesablama düsturlarının xeyli sadələşməsinə səbəb olur.

Bernullinin yastı kəsiklər fərziyyəsi – brusun en kəsiklərinin deformasiyadan sonra da yastı qaldığını qəbul edir. Bu fərziyyə materiallar müqavimətinin bruslar nəzəriyyəsində mühüm rol oynayır.

Qüvvələr təsirinin bir-birindən asılı olmaması prinsipi (üstə salma prinsipi) konstruksiyaya hər hansı qüvvələr sisteminin təsiri nəticəsinə ayrı-ayrı qüvvələrin təsiri nəticələrinin müvafiq cəmi kimi baxmağa imkan verir. Bu prinsip yalnız tam elastiki (xətti elastiki) və kiçik deformasiyalar daxilində doğru olacaqdır.

Sen-Venan prinsipinə əsasən xarici qüvvə təsir edən hissədən müəyyən məsafədə cismin deformasiya xarakteri bu qüvvələrin təsir vasitəsindən deyil, yalnız əvəzləyicisindən asılı olur.

Qeyd etmək lazımdır ki, materiallar müqavimətində əsasən brusların və qismən lövhə (qabıqların) hesablamə nəzəriyyəsi öyrənilir. Digər cisimlərin lazımi dəqiqliyə malik hesablamə nəzəriyyəsində nisbətən mürəkkəb analitik və təcrübi üsullardan istifadə edildiyindən, onlarda yaranan gərginlik və deformasiyaların tapılması məsələləri materiallar müqaviməti kursunun əhatə sahəsindən kənara çıxır.

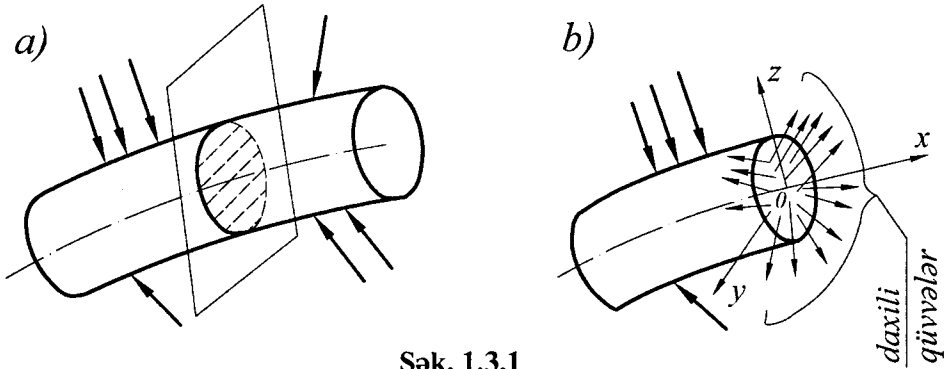
Bundan əlavə, əgər materiallar müqavimətinin hər hansı məsələsinin qoyuluşu və həllində hesablamə sxemi seçilərkən xüsusi qeyd edilmirsə, cismin materialı ideal elastiki, izotrop qəbul olunmalı, deformasiyaları isə kiçik fərz edilməlidir.

Materiallar müqaviməti nəzəri mexanikanın bir çox prinsip və qaydalarından geniş istifadə edir. Lakin yadda saxlamaq lazımdır ki, bəzi prinsip və aksiomların tətbiqi yanlış nəticələrin alınmasına səbəb ola bilər. Bunlara misal olaraq qüvvənin öz təsir xətti boyunca köçürülməsi, bir qüvvələr sisteminin digər (ekvivalent) qüvvələr sistemi ilə əvəz edilməsi kimi qaydaları göstərmək olar.

§ 1.3. Daxili qüvvələr. Kəsmə üsulu. Daxili qüvvə toplananlarının epyurları

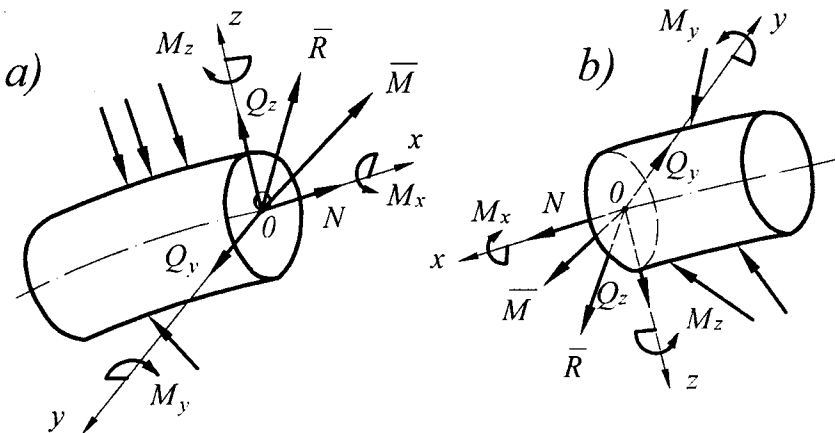
Hər hansı real cismin bütövlüyünü təmin etmək üçün onun bütün həcmi üzrə yayılmış ilişmə qüvvələri mövcuddur. Bu qüvvələrə ilkin və ya başlanğıc daxili qüvvələri demək olar. Xarici qüvvələrin tətbiqi nəticəsində cisimdə əlavə daxili qüvvələr əmələ gələcəkdir ki, bunlara da mexaniki **daxili qüvvələr** deyilir. Materiallar müqavimətində məhz bu daxili qüvvələr təyin edilir və bu zaman fərz edilir ki, cismin ilkin (yüklənməmiş) vəziyyətində onun daxili qüvvələri sıfır bərabərdir. Daxili qüvvələri aşkar edib tapmaq üçün **kəsmə üsulundan** istifadə edilir. Tutaq ki, hər hansı xarici qüvvələr sistemi təsirindən cisim (brus) deformasiyaya uğra-

miş halda müvazinətdədir (şək. 1.3.1). Bu brusun istənilən en kəsiyinə təsir edən daxili qüvvələri təyin etmək üçün bu kəsikdən keçən müstəvi ilə brusu xəyalən iki hissəyə ayıraraq onlardan birini ataraq digərinin müvazinətinə baxırıq. Atılmış hissənin saxlanmış hissəyə təsiri keçirilən kəsik üzrə yayılmış daxili qüvvələrlə əvəz olunur (şək. 1.3.2, a).



Şək. 1.3.1

Həmin daxili qüvvələr sisteminin kəsiyin ağırlıq mərkəzinə (O nöqtəsinə) gətirilmiş əvəzləyicilərini \bar{R} (baş vektor) və \bar{M} (baş moment) ilə işarə edək (şək. 1.3.2, b). Bu əvəzləyiciləri xOz koordinat sistemində toplananlarına ayıraraq (x – kəsiyə perpendikulyar mərkəzi ox , y və z isə – kəsiyin üzərində yerləşən baş mərkəzi oxlardır*) onları N , Q_y , Q_z , M_x , M_y və M_z ilə işarə edək. Daxili qüvvə toplananlarının hər biri brusun ümumi deformasiyasının müəyyən bir hissəsinin yaranmasında iştirak edir.



Şək. 1.3.2

* Kəsiyin baş mərkəzi oxları haqqında VI fəsilə izahat verilmişdir.

Belə ki, N – brusda mərkəzi ox istiqamətində boyuna deformasiyanın, Q_y, Q_z – y və z oxları istiqamətlərində sürüşmələrin, M_x – burulma deformasiyasının, M_y və M_z – əyilmə deformasiyalarının baş verməsinə səbəb olurlar. Odur ki, N – boyuna ox qüvvəsi (normal qüvvə), Q_y, Q_z – eninə (kəsici) qüvvələr, $M_x = M_b$ – burucu moment, M_y və M_z – əyici momentlər adlanırlar.

En kəsiklərində bu və ya digər daxili qüvvə toplananlarının təsir etməsindən asılı olaraq düzoxlu brusun (milin) aşağıdakı ən sadə deformatsiya növləri olur: **dartılma və sıxılma** (təkcə normal qüvvənin sıfıra bərabər olmadığı hal, yəni $N \neq 0$), **sürüşmə** ($Q_y \neq 0, Q_z \neq 0$) **burulma** ($M_b \neq 0$) və **xalis əyilmə** ($M_y \neq 0, M_z \neq 0$). Praktiki məsələlərdə çox vaxt əyilməyə işləyən düzoxlu brusun (tirin) en kəsiyində əyici momentlə yanaşı, eninə (kəsici) qüvvələr də təsir edirlər. Belə əyilməyə **eninə əyilmə** deyilir. Əgər brusun en kəsiyində eyni vaxtda bir neçə daxili qüvvə toplananları təsir edərsə, onda brus müvafiq sadə deformatsiyaların birgə təsiri olan **mürəkkəb deformatsiyaya məruz qalacaqdır**. Bu nöqtəyi-nəzərdən elə eninə əyilməyə də mürəkkəb deformatsiya kimi baxmaq olar.

Qeyd etmək lazımdır ki, kəsikdən sağ tərəfdəki hissəyə baxmaq lazım gəlsə, təsirin əks təsirə bərabər olduğuna görə brusun sol hissəsinin sağ hissəsinə təsirini əvəz edən daxili qüvvə toplananları 1.3.2, b şəklində göstəriləndiyi istiqamətlərin əksinə yönələcəklər (şək.1.3.2, ç).

Baxılan hissədəki xarici qüvvələrlə daxili qüvvə toplananlarının müvazinətini ifadə edən statikanın aşağıdakı 6 ədəd müvazinət tənliklərindən (ümumi halda fəza qüvvələr sistemi üçün)

$$\begin{aligned} \sum x &= 0; & \sum m_x &= 0; \\ \sum y &= 0; & \sum m_y &= 0; \\ \sum z &= 0; & \sum m_z &= 0; \end{aligned}$$

bütün daxili qüvvə toplananlarını təyin etmək olar. Aydınır ki, daxili qüvvə toplananları baxılan hissədəki xarici qüvvələrdən asılı olacaqdır. Ona görə də bu və ya digər hissənin baxılması yazılacaq müvazinət tənliklərinin hansı halda daha sadə alınmasından asılıdır. **Sol və ya sağ hissəyə baxılması nəticəsində tapılan daxili qüvvə toplananlarının işarələrinin eyni alınması üçün xüsusi işarə qaydaları qəbul edilmişdir.**

Brusların hesablama nəzəriyyəsində onların istənilən en kəsiyində daxili qüvvə toplananlarının təyin edilməsi mühüm yer tutur. Bu məsələnin həllini praktiki cəhətdən asanlaşdırmaq məqsədilə daxili qüvvə toplananlarının brusun oxu boyunca dəyişməsinə əyani təsvir edən xüsusi qrafiklər

(epyurlar) qurulur. Daxili qüvvə epyurlarını aşağıdakı qaydada qurmaq məsləhət görülür:

1) Brusun oxuna paralel xətt, yəni epyurun xətti (epyurun oxu) keçirilir və epyur bu ox üzərində qurulur. Başqa sözlə, hər hansı daxili qüvvə amilinin epyuru «**o-x-d.q.a.** (daxili qüvvə amili)» düzbucaqlı koordinatlarında qurulur.

2) Daxili qüvvə ifadələrindən brusun xarakterik kəsikləri üçün daxili qüvvə toplananları hesablanır, müəyyən miqyasda həmin qiymətlər (ordinatlar) oxa perpendikulyar istiqamətdə (müsbət qiymətlər – oxdan yuxarı, yəni daxili qüvvə amili oxunun müsbət istiqamətində, mənfi qiymətlər isə – oxdan aşağı) ayrılır və alınmış nöqtələr tərtib olunmuş ifadələrə əsasən lazımı xətlərlə birləşdirilir.

3) Epyurlar oxa perpendikulyar istiqamətdə ştrixlənir. Bəzi hallarda (sınıqoxlu millərdə, əyrioxlu bruslarda və ümumiyyətlə millər sistemində) onların sahəsində dairəciklərdə ümumi işarələr qoyulur və xarakterik ordinatların ədədi qiymətləri göstərilir.

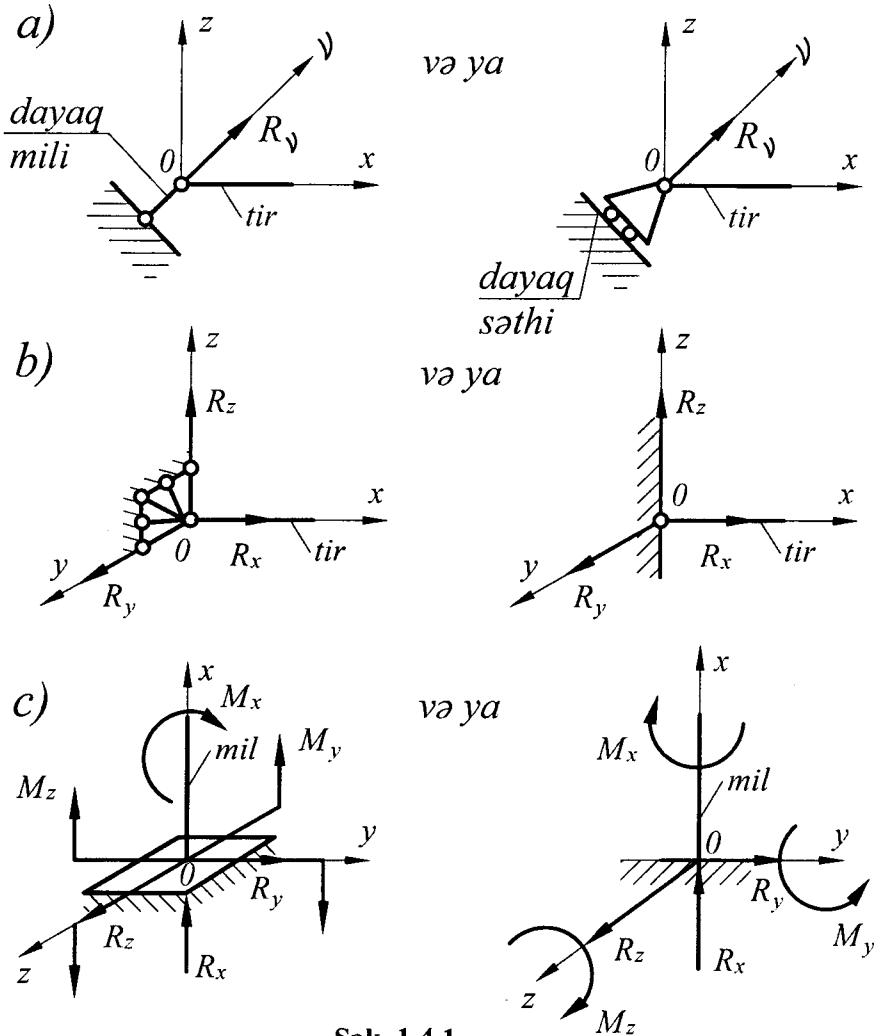
§ 1.4. Dayaqlar və dayaq reaksiyaları

Daxili qüvvə toplananlarını (xüsusən əyici momenti və kəsici qüvvəni) təyin etdikdə kəsikdən bir tərəfdəki xarici qüvvələr içərisində çox vaxt reaksiya qüvvələri də (bərkidilmələrdə, yəni dayaqalarda yaranan qüvvələr) ola bilər. Reaksiya qüvvələrinin tapılması üçün birinci növbədə onların istiqamətləri müəyyən edilir (dayaq növündən asılı olaraq), sonra isə bütün sistem üçün müvazinət tənlikləri yazılaraq onlar birgə həll edilir. Əgər sistemin reaksiya qüvvələrini və eləcə də istənilən kəsiyində daxili qüvvə toplananlarını təkcə müvazinət tənliklərinin köməyi ilə tapmaq mümkündürsə, onda belə sistem statik həll olunan sistem olacaqdır. Kəsmə üsulunun mahiyyətini mənimsəmək, onun tətbiqini öyrənmək və eləcə də daxili qüvvə toplananları epyurlarının qurulması vərdişləri əldə etmək üçün statik həll olunan sistemləri nəzərdən keçirmək kifayət ola bilər.

Millərdə və mil sistemlərində əsasən üç növ bərkidilmə (dayaq) istifadə edilir.

Oynaqlı tərپәнən dayaqda bir ədəd dayaq rabitəsi (mili) mövcuddur (şək. 1.4.1, a). Bu mil baxılan sistemdə və sistemi saxlayan dayaq səthi ilə oynaqla birləşdirilmişdir. Odur ki, belə dayağın reaksiya qüvvəsi dayaq rabitəsi istiqamətində olacaqdır.

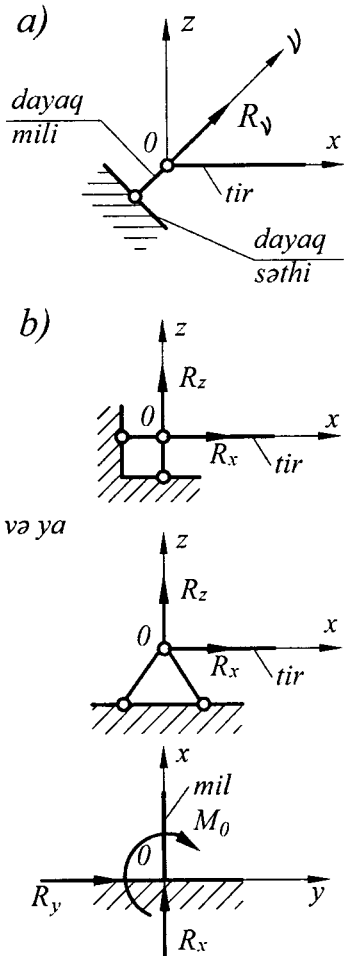
Oynaqlı tərپәнməz dayaqda (şək. 1.4.1, b) azı üç ədəd dayaq rabitəsi (mili) qoyulduğundan reaksiya qüvvəsinin istiqaməti əvvəlcədən məlum olmur. Ona görə də reaksiya qüvvəsini istənilən üç bir-birinə perpendikulyar istiqamətdə toplananlarına ayırırlar. Deməli, oynaqlı tərپәнməz dayaqda üç ədəd məchul reaksiya qüvvəsi təsir edir.



Şək. 1.4.1

Sərt bərkidilmədə (şək. 1.4.1, c) altı ədəd dayaq rabitəsinin mövcud olması nəticəsində bərkidilən nöqtədə milin dayaq reaksiyası ilə dayaq momentinin birlikdə altı ədəd toplananları olacaqdır.

Dayaq reaksiyalarını (statik həll olunan sistemlərdə) təyin etmək üçün sistemin ümumi halda altı ədəd müvazinət tənliklərindən istifadə edirlər. Bir çox praktiki məsələlərin həllində müstəvi sistemlərə təsadüf olunur. Belə sistemlərin həm hündəsi oxu və həm də onlara təsir edən xarici qüvvələr eyni müstəvi üzərində yerləşirlər. Aydındır ki, reaksiya qüvvələri də bu halda həmin müstəvidə təsir edəcəklər. 1.4.2-ci şəkildə müstəvi sistemlərin bərkidilmə (dayaq) növləri və müvafiq dayaq reaksiyaları göstərilmişdir.



Şək. 1.4.2

Buradan

alırıq.

Deməli, brusun hər hansı en kəsiyinin normal qüvvəsi qiymətcə kəsikdən bir tərəfdə qalan xarici qüvvələrin kəsiyə perpendikulyar ox (brusun mərkəzi oxuna) proyeksiyalarının cəbri cəminə bərabərdir.

Dartılma yaradan (kəsiyin xarici normalı istiqamətində olan) normal qüvvə müsbət, sıxılma yaradan (daxili normal istiqamətindəki) normal qüvvə isə mənfi hesab edilir.

Göstərilən halda dayaq reaksiyalarını təyin etmək üçün cəmi üç ədəd müvazinət tənlikləri yazmaq lazım gələcəkdir. Əgər müstəvi sistemlərin xüsusi halı olan tirlərə təsir edən məlum xarici qüvvələr tirin oxuna perpendikulyardısa, onda müvazinət tənliklərindən biri $0 \equiv 0$ kimi eyniliyə çevriləcək və reaksiya qüvvələri qalan iki tənlikdən təyin olunacaqdır. Reaksiya qüvvələrinin düzgünlüyünü yoxlamaq məqsədilə, həmçinin müvazinət tənliklərindən istifadə edilir.

§ 1.5. Normal qüvvə epyurları

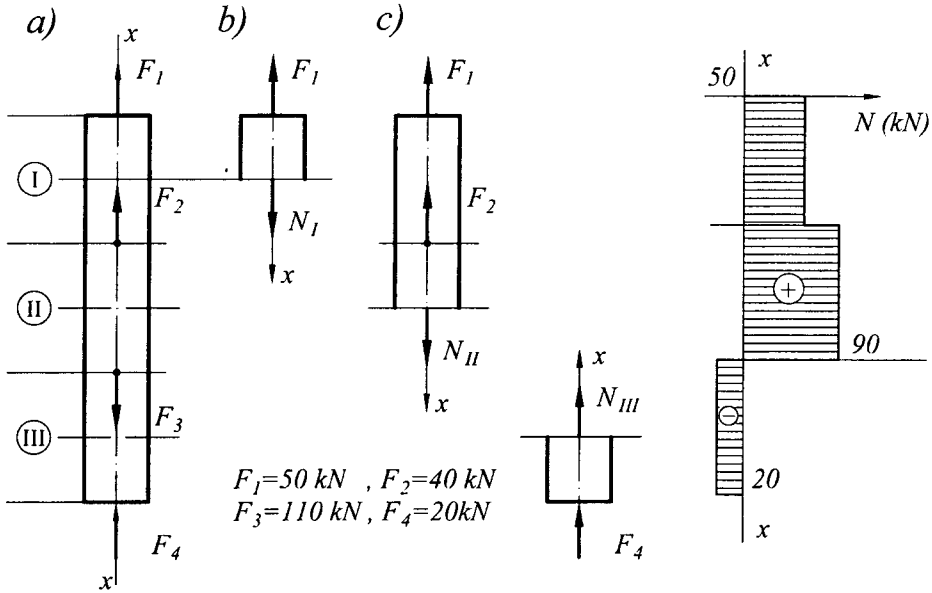
Milin en kəsiyinin daxili qüvvələrinin kəsiyin mərkəzi normalına proyeksiyalarının cəbri cəminə normal qüvvə deyilir.

Yuxarıda göstəriləyi kimi, normal qüvvələri təyin etmək üçün brusun kəsikdən sol və ya sağ tərəfdəki hissələrinin $\sum x = 0$ müvazinət tənliyini tərtib etmək lazımdır.

Bu tənlik kəsiyin normal qüvvəsi N ilə sol və ya sağ tərəfdəki xarici qüvvələrin x oxuna proyeksiyalarının cəmi arasındakı tarazlığı ifadə edir. Odur ki, tənlikdə onlar müxtəlif işarəli olacaqlar, yəni

$$\begin{aligned} N - \sum x (F_i)^{sol} &= 0; \\ N - \sum x (F_i)^{sağ} &= 0. \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$N = \sum x (F_i)^{sol} = \sum x (F_i)^{sağ} \quad (1.2)$$



Şək. 1.5.1

Başqa sözlə, (1.2) tənliyini tərtib edərkən baxılan hissədə (sol və ya sağ) hər hansı xarici qüvvənin kəsiyin normalına proyeksiyası bu hissəni digərindən uzaqlaşdırmağa çalışırsa, onda onu həmin tənlikdə müsbət işarə ilə götürmək lazımdır və əksinə.

Normal qüvvə epyurlarının qurulmasına aid bir neçə misalları nəzərdən keçirək.

Misal 1. 1.5.1, a şəklində göstəriləyi kimi, yüklənmiş milin öz çəkisini nəzərə almamaqla N epyurunu qurmalı.

Həlli: Milin oxunu x ilə işarə edək. Qüvvələrin tətbiq nöqtələri mili üç qüvvə məntəqəsinə ayırır. Hər məntəqədə milin ixtiyari en kəsiyi üçün normal qüvvə ifadələrini yazırıq (şək. 1.5.1, b):

$$N_I = F_1 = 50 \text{ kN};$$

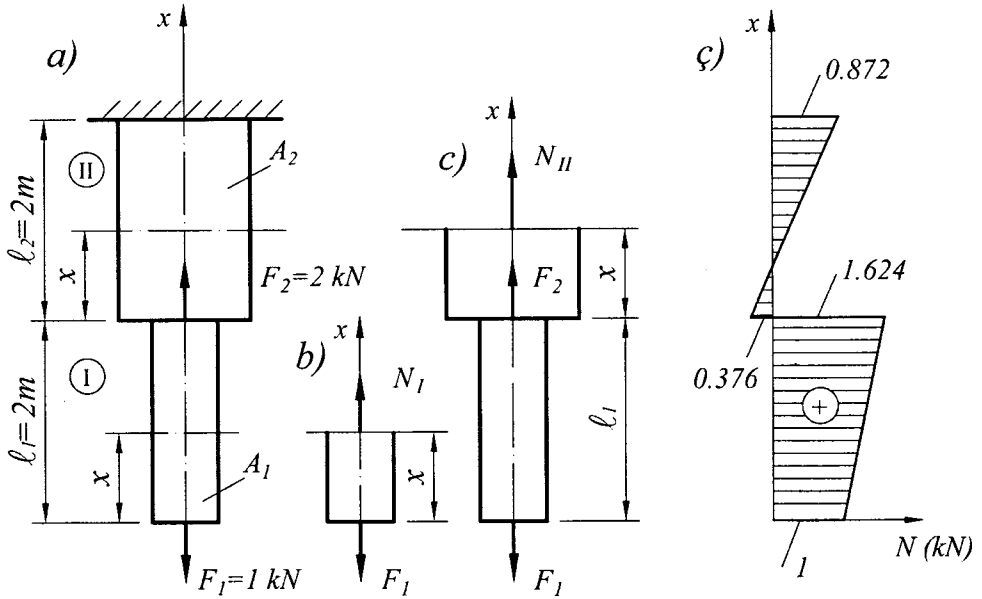
$$N_{II} = F_1 + F_2 = 50 + 40 = 90 \text{ kN};$$

$$N_{III} = -F_4 = -20 \text{ kN}.$$

Normal qüvvələr epyuru 1.5.1, c şəklində göstərilmişdir.

Misal 2. 1.5.2, a şəklində göstərilmiş pilləvari milin normal qüvvə epyurunu qurmalı. Milin xüsusi çəkisini $\gamma = 78 \text{ kN/m}^3$, en kəsiyinin sahələrini isə $A_1 = 40 \text{ sm}^2$; $A_2 = 80 \text{ sm}^2$ qəbul etməli.

Həlli. Kəsmə üsulundan istifadə etməklə normal qüvvə ifadələrini yazıb, xarakterik qiymətləri hesablayırıq (şək. 1.5.2, b, c)



Şək. 1.5.2

I məntəqə. $0 \leq x \leq l_1 = 2\text{ m}$

$$N_I = F_1 + \gamma A_1 x . \text{ Buradan,}$$

$$x=0 \text{ olduqda } N_I = F_1 = 1\text{ kN}$$

$$x = l_1 \text{ olduqda } N_I = F_1 + \gamma A_1 l_1 = 1 + 78 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 2 = 1,624\text{ kN.}$$

II məntəqə. $0 \leq x \leq l_2 = 2\text{ m}$

$$N_{II} = F_1 + \gamma A_1 l_1 + \gamma A_2 x - F_2 . \text{ Buradan,}$$

$$x=0 \text{ olduqda } N_{II} = F_1 + \gamma A_1 l_1 - F_2 = 1,624 - 2 = -0,376\text{ kN}$$

$$x = l_2 \text{ olduqda } N_{II} = F_1 + \gamma A_1 l_1 - F_2 + \gamma F_2 l_2 =$$

$$= -0,376 + 78 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 2 = -0,376 + 1,248 = 0,872\text{ kN.}$$

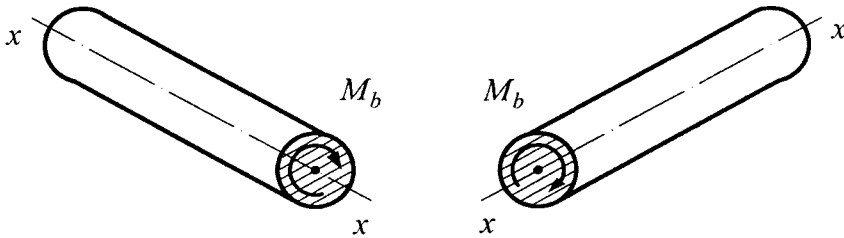
Normal qüvvə ifadələrindən görünür ki, epyur maili düz xətlər şəklində olacaqdır (şək. 1.5.2, ç).

§ 1.6. Burucu moment epyurları

En kəsiyinin daxili qüvvələrinin brusun mərkəzi oxuna nəzərən momentlərinin cəbri cəminə burucu moment deyilir. Hər hansı kəsiyin burucu momenti brusun bu kəsiyindən sol və ya sağ tərəfinin $\sum m_x = 0$ müvazinət tənliyindən tapılır. (1.1) və (1.2) ifadələrinə uyğun olaraq yazıla bilər:

$$M_x = M_b = \sum m_x(F_i)^{sol} = \sum m_x(F_i)^{sağ} \quad (1.3)$$

Buradan görünür ki, burucu moment qiymətcə kəsikdən bir tərəfdə qalan xarici qüvvələrin brusun bu kəsiyinə perpendikulyar mərkəzi oxuna nəzərən momentlərinin cəbri cəminə bərabər olur.



Burucu momentlərin müsbət istiqamətləri

Şək. 1.6.1

En kəsiyinə brusun oxu boyunca baxdıqda saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində təsir edən burucu moment müsbət qəbul edilir (şək. 1.6.1). Buna görə də (1.3) ifadələrini yazdıqda xarici qüvvənin saat əqrəbi hərəkətinin əksinə yaratdığı momentini müsbət işarə ilə götürmək lazımdır.

Burucu momentlər epyurunun qurulmasını bir neçə misallar üzərində göstərek.

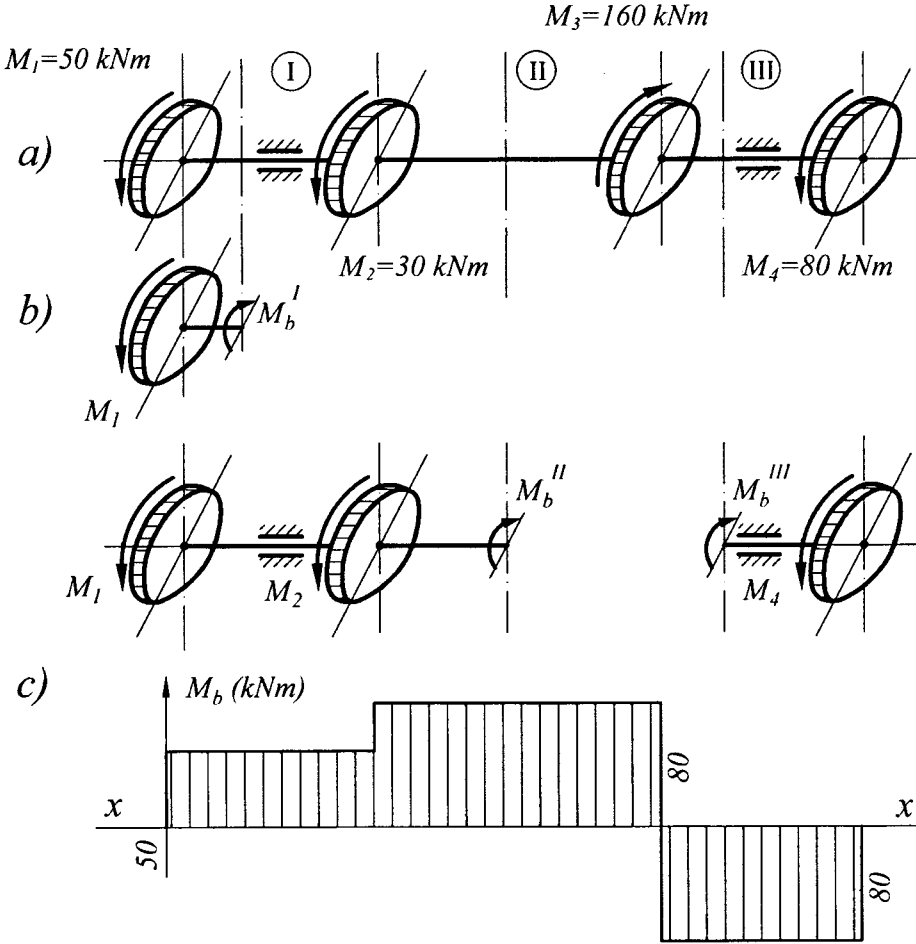
Misal 1. 1.6.2, a şəklində göstərilmiş transmissiya valına onun oxuna perpendikulyar müstəvilərdə bir neçə cüt qüvvələr tətbiq edilmişdir. Valın burucu momentlər epyurunu qurmalı. $M_1=50 \text{ kNm}$, $M_2=30 \text{ kNm}$, $M_3=160 \text{ kNm}$, $M_4=80 \text{ kNm}$ qəbul etməli.

Həlli: Hər bir məntəqənin burucu momentini kəsmə üsulundan istifadə etməklə (şək. 1.6.2,b) $\sum m_x = 0$ müvazinət tənliklərindən tapırıq.

$$M_b^I = M_1 = 50 \text{ kNm};$$

$$M_b^{II} = M_1 + M_2 = 50 + 30 = 80 \text{ kNm};$$

$$M_b^{III} = -M_4 = -80 \text{ kNm}.$$



Şək. 1.6.2

Burucu momentlər epyuru 1.6.2, c şəklində göstərilmişdir.

Misal 2. 1.6.3, a şəklində göstərilən milə topa və müntəzəm yayılmış momentlər tətbiq edilmişdir. Milin burucu momentlər epyurunu qurmalı.

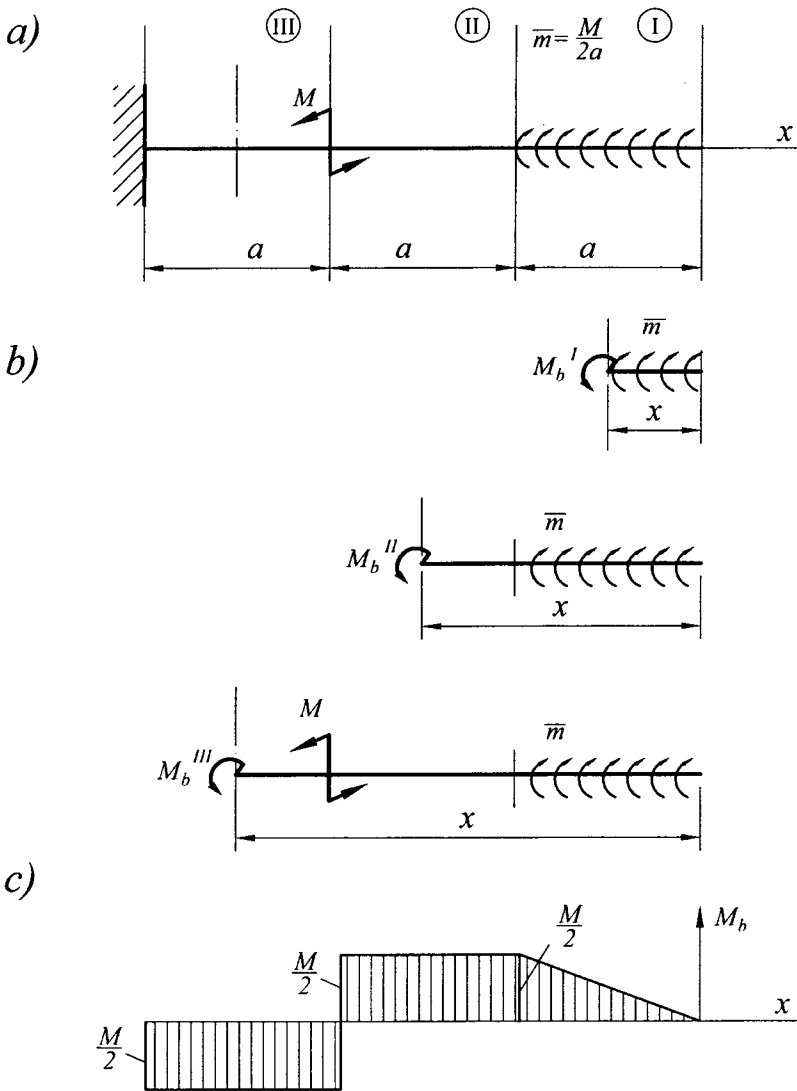
Həlli: Milin hər üç qüvvə məntəqəsində xəyalən en kəsikləri keçirməklə burucu moment ifadələrini yazırıq.

I məntəqə $0 \leq x \leq a$

$$M_b^I = \bar{m}x$$

$$x = 0 \text{ olduqda, } M_b^I = 0.$$

$$x = a \text{ olduqda, } M_b^I = \frac{M}{2}.$$



Şək. 1.6.3

I məntəqə burucu moment epyuru maili düz xətt olacaqdır. II və III məntəqələr üçün alırıq:

$$M_b^{II} = \bar{m}a = \frac{M}{2};$$

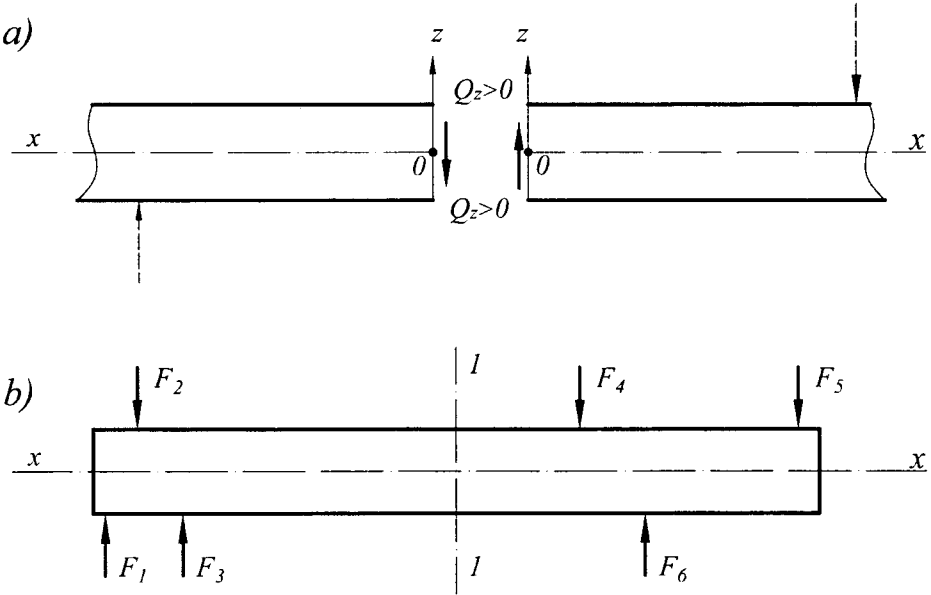
$$M_b^{III} = \bar{m}a - M = -\frac{M}{2}.$$

§ 1.7. Kəsici qüvvə və əyici moment epyurları

Ey kəsiyinin daxili qüvvələrinin kəsiyin baş mərkəzi oxuna proyeksiyalarının cəminə kəsici (eninə) qüvvə deyilir. Kəsici qüvvə brusun kəsikdən bir tərəfdə qalan hissəsinin $\Sigma y=0$ və $\Sigma z=0$ müvazinət tənliklərinin köməyi ilə tapılır. Bu tənliklərdən

$$Q_y = \Sigma y (F_i)^{sol} = \Sigma y (F_i)^{sağ} ; \quad Q_z = \Sigma z (F_i)^{sol} = \Sigma z (F_i)^{sağ} \quad (1.4)$$

yaza bilərik. (1.4) ifadələrinə əsasən deyə bilərik ki, kəsici qüvvə qiymətə kəsikdən bir tərəfdə qalan xarici qüvvələrin kəsiyin baş mərkəzi oxuna proyeksiyalarının cəbri cəminə bərabərdir.



Şək. 1.7.1

Müsbət kəsici qüvvə vektorları ayrılmış hissələri saat əqrəbi istiqamətində fırlatmağa çalışır (şək. 1.7.1, a). Kəsici qüvvə ifadələrini tərtib etdikdə kəsiyə nəzərən saat əqrəbi istiqamətində moment yaradan xarici qüvvələrin proyeksiyalarını (1.4) tənliyinin sağ tərəfinə müsbət işarə ilə daxil etmək lazımdır. Məsələn, 1.7.1, b şəklində göstərilmiş düzoxlu brusun 1-1 kəsiyi üçün kəsici qüvvə soldan $Q_z = F_1 - F_2 + F_3$ və yaxud sağdan $Q_z = F_4 + F_5 - F_6$ olacaqdır.

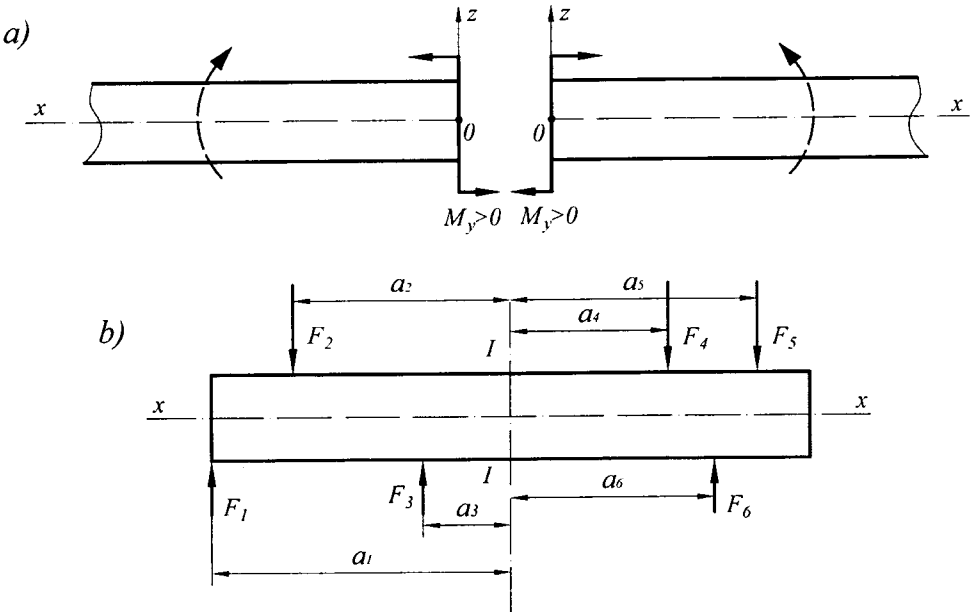
Daxili qüvvələrin kəsiyin baş mərkəzi oxuna nəzərən momentlərinin cəminə əyici moment deyildir. Əyici moment brusun kəsikdən bir

tərəfdə qalan hissəsinin $\Sigma m_y=0$ və ya $\Sigma m_z=0$ müvazinət tənliklərindən tapılır. Həmin tənliklərdən

$$M_y = \Sigma m_y (F_i)^{sol} = \Sigma m_y (F_i)^{sağ};$$

$$M_z = \Sigma m_z (F_i)^{sol} = \Sigma m_z (F_i)^{sağ} \quad (1.5)$$

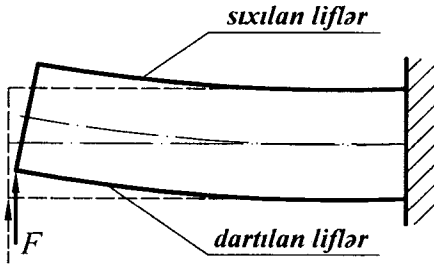
alınır. Bu ifadələrə əsasən deyə bilərik ki, **əyici moment qiymətcə kəşikdən bir tərəfdəki xarici qüvvələrin kəsiyin baş mərkəzi oxuna nəzərən momentlərinin cəbri cəminə bərabərdir**. Əyici moment üçün işarə qaydası digər daxili qüvvə toplananları üçün qəbul edilmiş işarə qaydalarından fərqli olaraq brusun sol və ya sağ tərəfinə baxılmasından asılı olaraq müxtəlifdir.



Şək. 1.7.2

Belə ki, əyici moment sol tərəfdə saat əqrəbi hərəkətinin əksinə, sağ tərəfdə isə düzünə olduqda müsbət sayılır (şək. 1.7.2, a).

Buna görə də əyici moment ifadələrini yazarkən kəsiyə nəzərən sol-dan saat əqrəbi hərəkətinin istiqamətindəki, sağdan isə əksinə olan momentləri (1.5) tənliyinin sağ tərəfinə müsbət işarə ilə daxil etmək lazımdır (şək. 1.7.2, a).

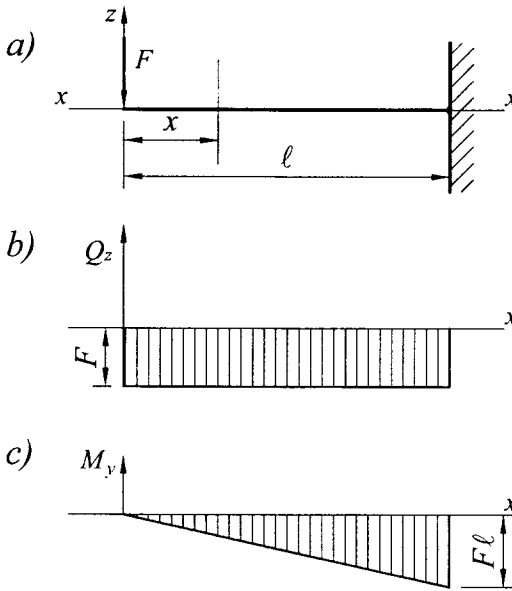


Şək. 1.7.3

duğumuz əyici moment epyuru sıxılan liflər tərəfdə yerləşəcəkdir (şək. 1.7.3).

1.7.2, b şəklində göstərilmiş düzoxlu brusun I-I kəsiyinin əyici momenti soldan $M_y = F_1 a_1 - F_2 a_2 + F_3 a_3$, sağdan isə $M_y = -F_4 a_4 - F_5 a_5 + F_6 a_6$ olacaqdır.

Əyici momentin yuxarıda qeyd etdiyimiz işarə qaydaları düzoxlu üfüqi yerləşmiş bruslara aiddir. Əyri bruslarda və eləcə də çərçivələrdə (bir neçə brusların bir-biri ilə bərkidilməsindən alınan sistemlərdə) əyici moment üçün



Şək. 1.7.4

Başqa sözlə, əgər üfüqi tirdə xarici qüvvə aşağıdan yuxarı yönəlmişsə, sağ və ya sol tərəfin götürülməsindən asılı olmayaraq onun kəsiyə nəzərən momenti müsbət işarəli olur. Bu cür qüvvələr təsirindən əyilmiş brusun sıxılan boyuna lifləri yuxarıda, dartılan lifləri isə aşağıda olacaqdır. Deməli, müsbət ordinatları yuxarı, mənfi lifləri isə aşağı ayırmaqla qurduqumuz əyici moment epyuru sıxılan liflər tərəfdə yerləşəcəkdir (şək. 1.7.3).

xüsusi işarə qaydaları qəbul edilmişdir. Bu hallarda əyici moment ifadələrini yazarkən müəyyən bir istiqaməti müsbət qəbul etmək və alınmış eyni işarəli ordinatları həmişə bir tərəfdə ayırmaq lazımdır (adətən, epyurlar sıxılan liflər üzərində yerləşdirilir).

İndi isə bir neçə sadə misallar üzərində kəsici qüvvə və əyici moment epyurlarının qurulmasını göstərək.

Misal 1. 1.7.4, a şəklində göstərilmiş konsola* sərbəst ucunda topa F qüvvəsi təsir edir. Tirin kəsici qüvvə və əyici moment epyurlarını qurmalı.

Həlli: Konsolların epyurlarını qurarkən dayaq reaksiyalarının tapılmasına ehtiyac yox-

* Bir üzü sərt bərkidilmiş, digər ucu isə sərbəst buraxılan ara dayağı olmayan tircə konsol deyilir. l – konsolun uzunluğudur. Bəzən ara dayaqları üzərində oturmmuş tirin sərbəst çıxıntıları olur. Belə tirlərə konsollu tirlər deyilir.

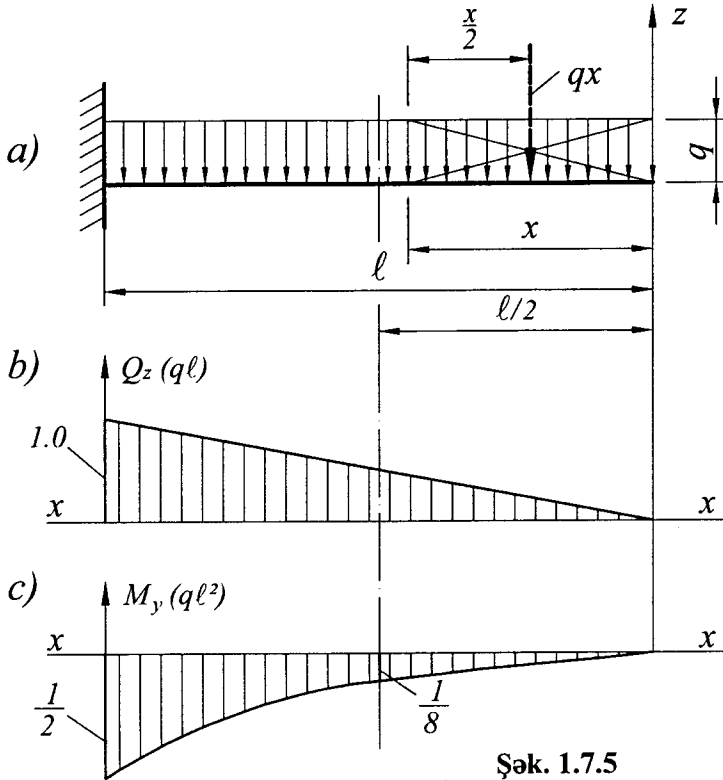
dur, ona görə ki, həmişə tirin kəsikdən dayaq olmayan tərəfdəki hissəsinə baxmaqla kəsici qüvvə və əyici moment ifadələrini asanlıqla yazmaq olar. Tirin (əyilməyə məruz qalan milə tir deyilir) sərbəst ucundan x məsafəsində keçirilmiş ixtiyari en kəsiyinin kəsici qüvvəsi Q_z , əyici momenti isə M_y ilə işarə olunmalıdır, çünki x -tirin boyuna mərkəzi oxu, z , y uyğun olaraq ixtiyari kəsiyin şaquli və üfüqi mərkəzi baş oxlarıdır. Kəsikdən sol tərəfə baxmaqla $Q_z = -F$; $M_y = -F \cdot x$ ifadələrini yazırıq. Bu ifadələrdəki x arqumenti 0-la ℓ arasında dəyişilir. Yazılmış ifadələrdən görünür ki, kəsici qüvvə tir boyunca sabit qalır, əyici moment isə düz xətt qanunu ilə dəyişir. Bu düz xətti qurmaq üçün iki nöqtəni tapmaq kifayətdir.

Sonuncu M_y tənliyindən təyin edirik:

$$x = 0 \text{ olduqda } M_y = 0;$$

$$x = \ell \text{ olduqda } M_y = -F\ell$$

Kəsici qüvvə və əyici moment epyurları 1.7.4, b, c şəkillərində göstərilmişdir.



Şək. 1.7.5

Misal 2. Müntəzəm yayılmış yük altında olan konsolun (şək. 1.7.5, a) Q_z və M_y epyurlarını qurmalı.

Həlli: Kəsici qüvvə və əyici moment ifadələri

$$Q_z = q x; \quad M_y = -q x \frac{x}{2} = -q \frac{x^2}{2} \quad \text{olur. Burada } 0 \leq x \leq \ell$$

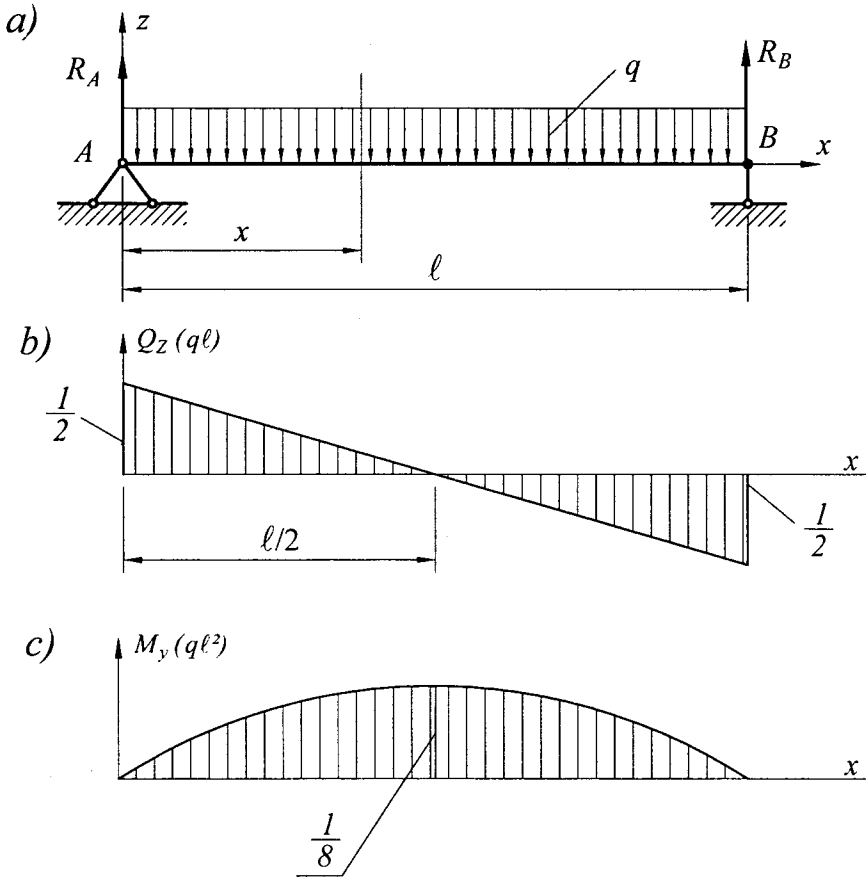
$$x = 0 \text{ olduqda, } Q_z = 0; \quad M_y = 0$$

$$x = \ell \text{ olduqda, } Q_z = q \ell; \quad M_y = -q \frac{\ell^2}{2}$$

Əyici moment epyurunu qurmaq üçün üçüncü nöqtəni də tapmaq lazımdır, çünki əyici moment (M_y) ifadəsi kvadratik funksiyadır.

$$x = \frac{\ell}{2} \text{ olduqda, } M_y = -q \frac{\ell^2}{8}$$

Q_z və M_y epyurları 1.7.5 b, c şəkillərində göstərilmişdir.



Şək. 1.7.6

Misal 3. İki oynaqlı dayaq üzərində oturmuş aşırımı ℓ olan tirə bütün uzunluğu boyunca müntəzəm yayılmış yük təsir edir (şək. 1.7.6, a). Tirin kəsici qüvvə və əyici moment epyurlarını qurmalı.

Həlli: Dayaqlarının sayı birdən çox tirlərin kəsici qüvvə və əyici moment ifadələrini tərtib etməzdən əvvəl dayaq reaksiyalarını tapmaq lazımdır.

Verilmiş tirin dayaq reaksiyalarını $\sum m_A = 0$ və $\sum m_B = 0$ müvazinət tənliklərindən tapırıq. Birinci tənlikdən

$$-q\ell \cdot \frac{\ell}{2} + R_B \ell = 0, \text{ buradan } R_B = q \frac{\ell}{2} \text{ olur.}$$

İkinci tənlikdən

$$q\ell \cdot \frac{\ell}{2} - R_A \ell = 0, \text{ buradan } R_A = q \frac{\ell}{2} \text{ alırıq.}$$

Reaksiya qüvvələrinin düzgün tapıldığını yoxlamaq üçün $\sum z = 0$ tənliyindən istifadə edirik. Bu tənliyi tərtib edək.

$$R_A - q\ell + R_B = 0$$

Reaksiya qüvvələrinin tapılmış qiymətlərini axırıncı tənlikdə yerinə yazıb

$$q \frac{\ell}{2} - q\ell + q \frac{\ell}{2} = 0 \quad \text{və ya} \quad 0 \equiv 0$$

eyniliyini alırıq. Deməli, reaksiya qüvvələri üçün qiymətlər düzgün tapılmışdır.

Kəsici qüvvə və əyici moment ifadələrini kəsikdən sol tərəfə baxmaqla tərtib edirik:

$$Q_z = R_A - qx; \quad M_y = R_A x - q \frac{x^2}{2}$$

Bu tənliklərdə $0 \leq x \leq \ell$ olduğunu nəzərə alaraq epyurların xarakter ordinatlarını təyin edirik.

$$x = 0 \text{ olduqda, } Q_z = R_A = q \frac{\ell}{2}; \quad M_y = 0;$$

$$x = \ell \text{ olduqda, } Q_z = R_A - q\ell = q \frac{\ell}{2} - q\ell = -q \frac{\ell}{2};$$

$$M_y = R_A \ell - q \frac{\ell^2}{2} = q \frac{\ell}{2} \cdot \ell - q \frac{\ell^2}{2} = 0$$

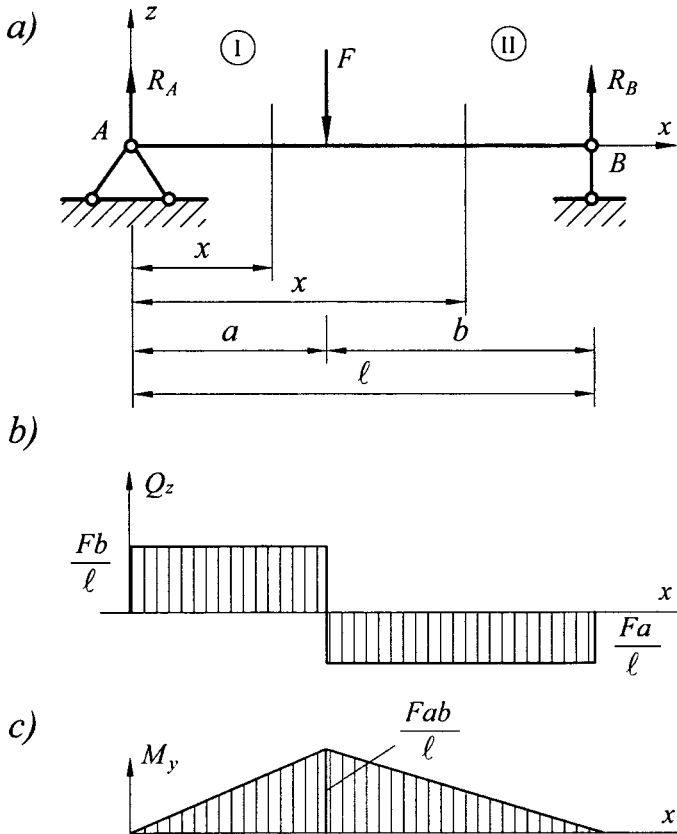
$$x = \frac{\ell}{2} \text{ olduqda, } M_y = R_A \frac{\ell}{2} - q \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\ell}{2} \right)^2 = q \frac{\ell}{2} \frac{\ell}{2} - q \frac{\ell^2}{8} = q \frac{\ell^2}{8}$$

Bu qiymətlərə əsasən qurulmuş epyurlar 1.7.6, b, c şəkillərində göstərilmişdir.

Yuxarıda nəzərdən keçirilən misallarda hər bir tir üçün bir kəsici qüvvə və bir əyici moment ifadəsi yazılmışdır. Belə tirlərə **birməntəqəli tirlər** deyilir.

İxtiyari en kəsiyini tirin uzunluğu boyunca hərəkət etdirərək yeni qüvvələrə rast gəlinirsə, deməli, tir **çoxməntəqəli tirdir**. Aydındır ki, çoxməntəqəli tirlərin hər bir məntəqəsi üçün ayrı-ayrılıqda kəsici qüvvə və əyici moment ifadələri tərtib edilməli və onlara əsasən müvafiq epyurlar qurulmalıdır.

Misal 4. Tutaq ki, 1.7.7, a şəklində verilmiş tirin kəsici qüvvə və əyici moment epyurlarını qurmaq tələb olunur.



Şək. 1.7.7

Həlli: Əvvəlcə tirin dayaq reaksiyalarını təyin edək. $\sum m_A = 0$ müvazinət tənliyindən

$$-Fa + R_B \ell = 0; R_B = F \frac{a}{\ell},$$

$$\Sigma m_B = 0 \text{ tənliyindən isə } -R_A \ell + Fb = 0, R_A = F \frac{b}{\ell} \text{ alırıq.}$$

Verilmiş tirin $\Sigma z = 0$ və ya $R_A - F + R_B = 0$ tənliyinə R_A və R_B -nin qiymətlərini yazmaqla onun $0 \equiv 0$ eyniliyinə çevrildiyini asanlıqla görmək olar. Bu o deməkdir ki, reaksiya qüvvələri düzgün tapılmışdır. Tirin üzərində iki qüvvə məntəqəsi vardır.

I məntəqədə $0 \leq x \leq a$

$$Q_z = R_A; M_y = R_A x \text{ olacaqdır.}$$

Buradan görünür ki, tirin uzunluğu boyunca kəsici qüvvə sabit qalır, əyici moment isə düz xətt üzrə dəyişilir. Xarakterik ordinatları tapaq.

$$x = 0 \text{ olduqda, } M_y = 0; x = a \text{ olduqda } M_y = R_A a = F \frac{ab}{\ell} \text{ olur.}$$

II məntəqə üçün $a \leq x \leq \ell$

$$Q_z = R_A - F = -\frac{Fa}{\ell}; M_y = R_A x - F(x-a) \text{ olur.}$$

$$x = a \text{ olduqda, } M_y = F \frac{ab}{\ell}; x = \ell \text{ olduqda, } M_y = 0 \text{ alınır.}$$

Axırınıcı məntəqənin tənliklərini yazdıqda ixtiyari kəsiyin absisi sağ dayaqdan da hesablanı bilər. Bu halda kəsikdən sağ tərəfə baxmaqla tərtib edilmiş tənliklər daha sadə şəkildə alınardı. Kəsici qüvvə və əyici moment epyurları 1.7.7, b, c şəkillərində göstərilmişdir.

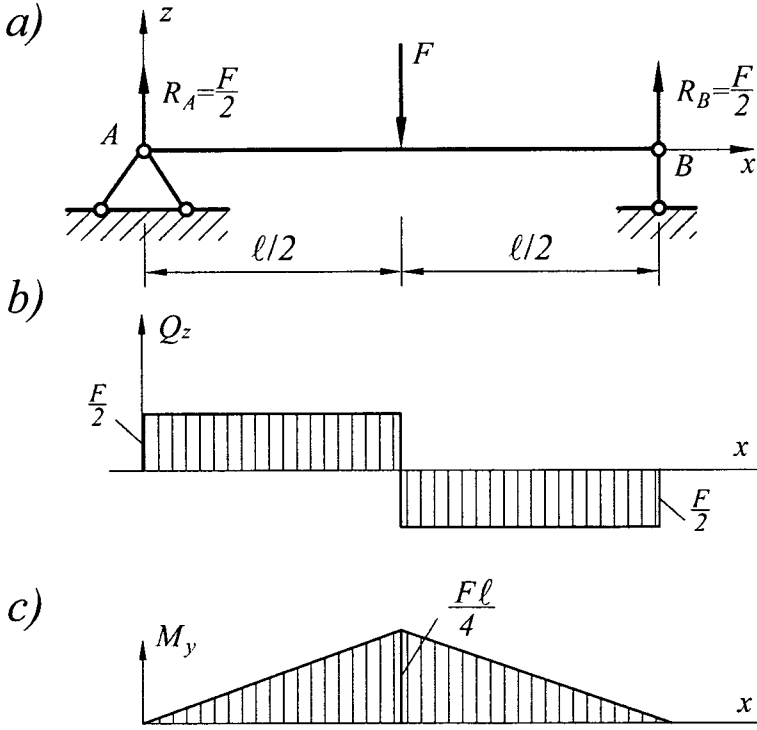
Misal 5. Xüsusi halda topa qüvvə tirin (şək.1.7.8, a) orta kəsiyində tətbiq edildikdə $a=b=\frac{\ell}{2}$ olacaqdır. Müvafiq epyurlar 1.7.8, b, c şəkillərində göstərilib.

Misal 6. Topa cüt qüvvə təsiri altında olan iki dayaq üzərində bərkidilmiş tirin (şək. 1.7.9, a) epyurlarını qurmalı.

Həlli: Dayaqlar reaksiyalarını aşağıdakı tənliklərdən təyin edirik.

$$\Sigma m_A = 0; -M + R_B \ell = 0, R_B = \frac{M}{\ell},$$

$$\Sigma m_B = 0; -M + R_A \ell = 0, R_A = \frac{M}{\ell}$$



Şək. 1.7.8

Qeyd etmək lazımdır ki, iki dayaq üzərində oturmuş tirin istənilən kəsiyində tətbiq olunan cüt qüvvədən reaksiya qüvvələrinin qiymətləri $\frac{M}{\ell}$, istiqamətləri isə bir-birinin əksinə olacaqdır.

I məntəqədə $0 \leq x \leq a$, $Q_z = -R_A = -\frac{M}{\ell}$; $M_y = -R_A x$

$x = 0$ olduqda, $M_y = 0$

$x = a$ olduqda isə $M_y = \frac{M \cdot a}{\ell}$

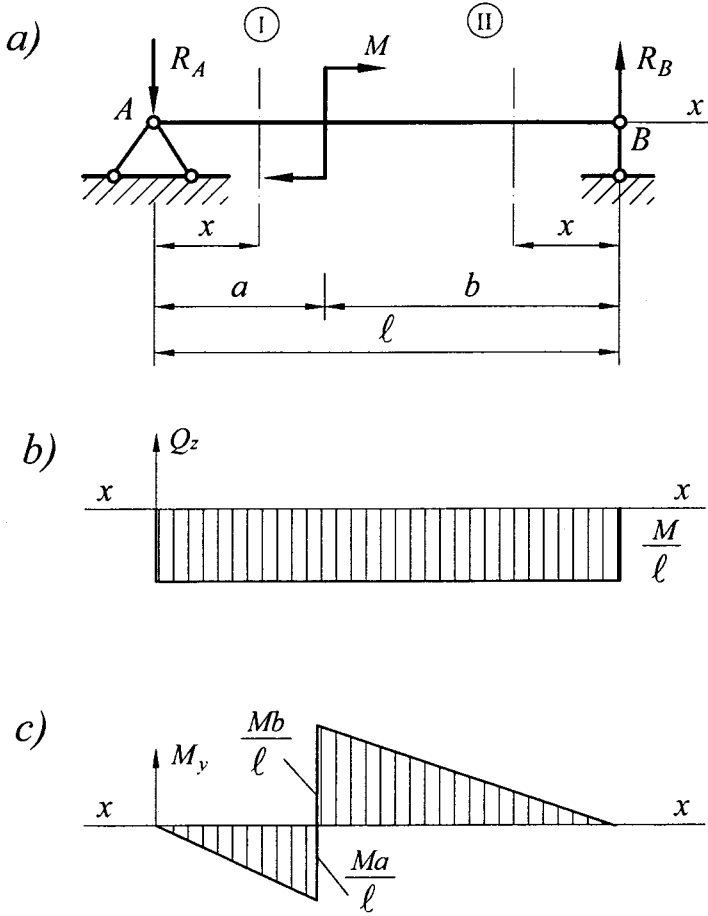
alınır.

II məntəqədə $0 \leq x \leq b$,

$Q_z = -R_B = -\frac{M}{\ell}$; $M_y = R_B x$. Buradan:

$x = 0$ olduqda, $M_y = 0$; $x = b$ olduqda, $M_y = \frac{M b}{\ell}$ alınır.

Müvafiq epyurlar 1.7.9 b, c şəkillərində göstərilmişdir.

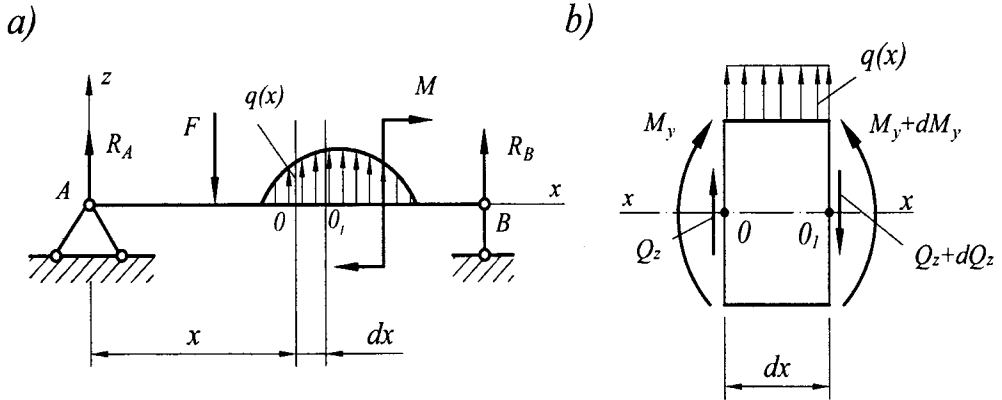


Şək. 1.7.9

Əyici moment və kəsici qüvvə epyurlarının qurulmasına aid nisbətən mürəkkəb hallarda epyurların düzgünlüyünü yoxlamaq böyük əhəmiyyət kəsb edir. Bunun üçün növbəti paragrafda çıxarılmış asılılıqlardan istifadə edilir.

§ 1.8. Əyici moment, kəsici qüvvə və yayılmış yükün intensivliyi arasında diferensial asılılıqlar

Müxtəlif yüklər təsiri altında olan tirin (şək. 1.8.1, a) yayılmış yük tətbiq olunan hissəsindən iki en kəsiklər vasitəsilə dx uzunluğunda bir elementar OO_1 hissəciyi ayırıq. Sol kəsiyin kəsici qüvvəsi Q_z , əyici momenti M_y , sağ kəsiyin müvafiq daxili qüvvə toplananları isə sol kəsikdəkilərə nisbətən dQ_z və dM_y , qədər artım alacaqlar (şək. 1.8.1, b). Şəkildə daxili qüvvə toplananlarının müsbət istiqamətlərdə təsir etmələri qəbul olunmuşdur. Yayılmış yükün intensivliyi $q(x)$ tirin uzunluğu boyunca dəyişilir. Lakin dx uzunluğundakı sonsuz kiçik hissə boyu qüvvə intensivliyini sabit (yükü müntəzəm yayılmış) qəbul edə bilərik. Ayrılmış elementar hissəciyin müvazinət tənliklərini yazacağıq.



Şək. 1.8.1

$\Sigma z = 0$ tənliyini tərtib edib

$Q_z - (Q_z + dQ_z) + q(x) dx = 0$ alırıq. Buradan

$$\frac{dQ_z}{dx} = q(x) \quad (1.6)$$

Bu diferensial asılılıqdan görünür ki, kəsici qüvvədən kəsiyin absisi-nə görə birinci tərtibdən törəmə yayılmış yükün intensivliyinə bərabərdir.

$\Sigma m_{O_1} = 0$ tənliyini tərtib edib

$-M_y - Q_z dx + M_y + dM_y - q(x) dx \frac{dx}{2} = 0$ alırıq. Bu tənliyin ikinci tərtibdən kiçik kəmiyyət olan axırıncı həddini nəzərdən atmaqla

$$\frac{dM_y}{dx} = Q_z \quad (1.7)$$

asılılığını müəyyən edirik.

Buradan görünür ki, əyici momentdən kəsiyin absisinə görə birinci tərtibdən törəmə kəsici qüvvəyə bərabər olur. (1.7) asılılığını (1.6) ifadəsində yerinə yazmaqla

$$\frac{d^2 M_y}{dx^2} = q(x) \quad (1.8)$$

asılılığını alırıq.

Buradan görünür ki, əyici momentdən kəsiyin absisinə görə ikinci tərtibdən törəmə yayılmış yükün intensivliyinə bərabərdir.

(1.6)+(1.8) diferensial asılılıqlarından Q_z və M_y epyurlarının düzgünlüyünün yoxlanması üçün istifadə ediləcək aşağıdakı qaydalar müəyyən olunmuşdur. Həmin qaydalar 1.8.2-ci şəkildə göstərilən tirin kəsici qüvvə və əyici moment epyurlarının qurulmasında əyani olaraq öz əksini tapmışdır (şək. 1.8.2,b,c).

1. Funksiyanın birinci tərtibdən törəməsinin həndəsi mənasına görə (1.6) və (1.7) asılılıqlarından uyğun olaraq

$$q = tg\alpha_Q; \quad Q_z = tg\alpha_M \quad (1.9)$$

yaza bilərik.

Burada α_Q – kəsici qüvvə epyuruna, α_M – isə əyici moment epyuruna çəkilmiş toxunanın x oxu ilə əmələ gətirdiyi bucaqlardır. Deməli, hər hansı kəsiyin kəsici qüvvəsi Q_z həmin nöqtədə əyici moment epyuruna çəkilmiş toxunanla x oxu arasındakı bucağın tangensinə bərabərdir. Eləcə də yayılmış yükün intensivliyinin hər hansı kəsik səviyyəsindəki qiyməti (q) bu nöqtədə kəsici qüvvə epyuruna çəkilmiş toxunanla x oxu arasındakı bucağın tangensinə bərabər olacaqdır. Absisi $x = x_1$ olan en kəsiyi üçün (1.9) ifadələri aşağıdakı kimi yazılacaqdır (şək. 1.8.2):

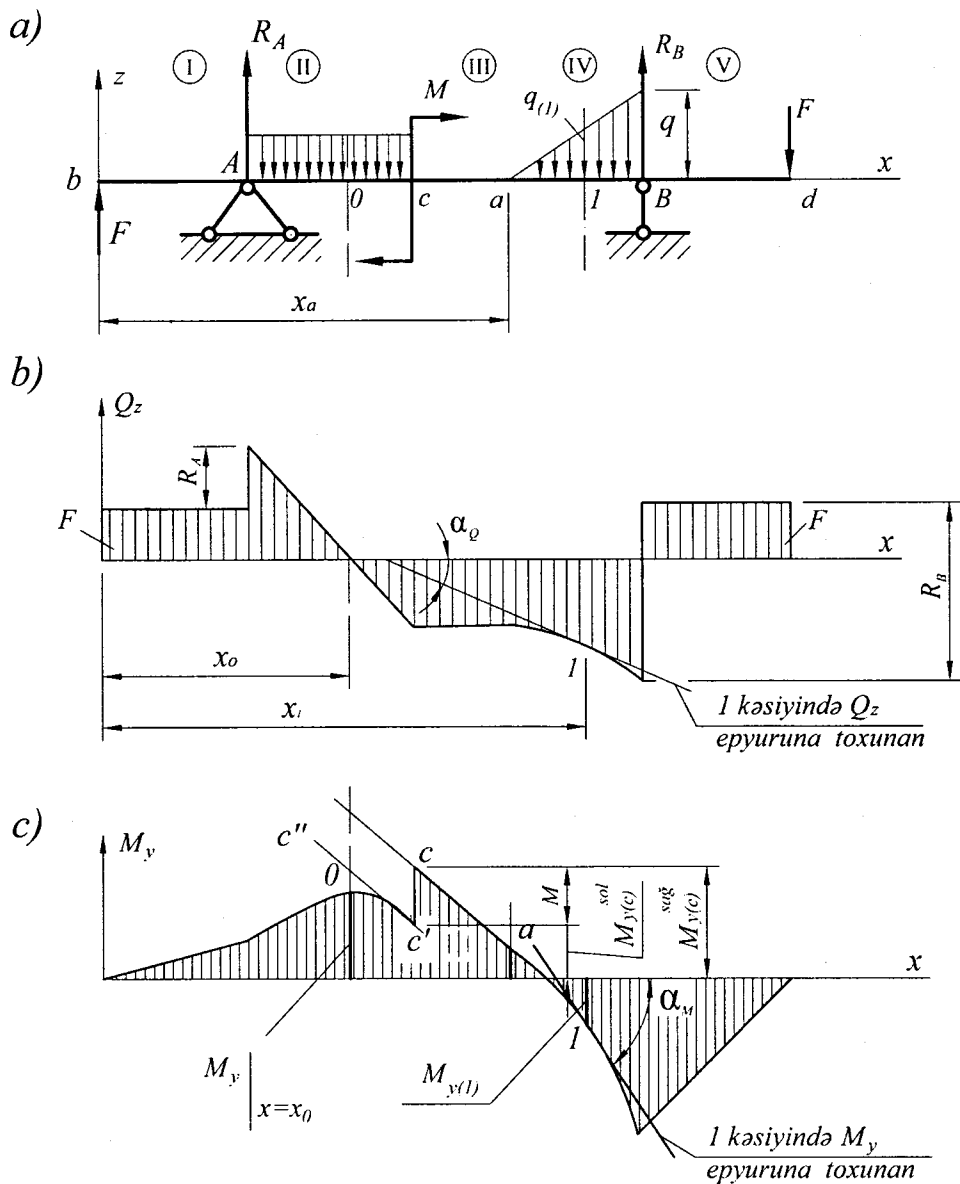
$$q_{(1)} = tg\alpha_Q, \quad Q_{z(1)} = tg\alpha_M.$$

2. (1.7) düsturundan

$$M_y = \int Q_z dx \quad (1.10)$$

alırıq. Buradan görünür ki, hər hansı kəsiyin əyici momenti kəsici qüvvə epyurunun həmin kəsiyə qədərki hissəsi sahəsinin cəbri cəminə bərabərdir (topa cüt qüvvələrin momentlərini əlavə etmək şərti ilə). Məs., 1.8.2-ci şəkildə göstərilmiş tirin I kəsiyinin əyici momenti $M_{y(I)} = A_Q + M$ olacaqdır. Burada A_Q – kəsici qüvvə epyurunun soldan I kəsiyinə qədər olan his-

səsinin sahəsidir (mənfi ordinatları olan epyurun sahəsi mənfi işarə ilə götürülür).



Şək. 1.8.2

3. $q(x)=0$ olduqda (1.6) ifadəsindən $\frac{dQ_z}{dx} = 0$ və ya $Q = const$, (1.8)

asıllığından isə $\frac{d^2 M_y}{dx^2} = 0$ və ya M_y funksiyasının xətti funksiya olduğunu görürük. Deməli, tirin yayılmış yük təsir etməyən hissəsində kəsici qüvvə epyuru oxa paralel düz xətlər, əyici moment epyuru isə maili düz xətlər şəklində olacaqdır (şək. 1.8.2, I, III, V məntəqələr).

4. Müntəzəm yayılmış yük təsir edən hallarda ($q = const$) həmin asıllıqlara əsasən deyə bilərik ki, kəsici qüvvə epyuru maili düz xətt, əyici moment epyuru isə qabarıqlığı yayılmış yükün istiqamətinin əksinə yönələn kvadratik parabola şəklində olur (şək. 1.8.2, II məntəqə).

5. Yayılmış yükün intensivliyi tirin müəyyən nöqtəsində, məs., $x = x_a$ nöqtəsində, sifıra bərabədirsə, həmin nöqtədə $\left. \frac{dQ_z}{dx} \right|_{x=x_a} = 0$ olacaq, yəni Q_z funksiyası öz ekstremumunu alacaqdır. Q_z epyurunda həmin nöqtədəki toxunan x oxuna paralel olmalıdır (şək. 1.8.2, III məntəqənin son «a» nöqtəsi).

6. $Q_z = 0$ olduqda (1.7) ifadəsindən $\frac{dM_y}{dx} = 0$, $M_y = const$ alınır, yəni kəsici qüvvə olmayan məntəqələrdə əyici moment sabit qalır. Əgər kəsici qüvvə tirin müəyyən nöqtəsində (məs. $x = x_0$ nöqtəsində, şək. 1.8.2) sifra bərabədirsə, onda həmin nöqtədə, $\left. \frac{dM_y}{dx} \right|_{x=x_0} = 0$ olacaq, yəni M_y funksiya-sı öz ekstremumunu alacaqdır. M_y epyurunda bu nöqtədəki toxunan x oxuna paralel olmalıdır (şək. 1.8.2, ikinci məntəqənin 0 nöqtəsi).

7. $Q_z > 0$ olan məntəqələrdə əyici momentin müsbət ordinatları soldan-sağa doğru artır (BAO məntəqəsi), mənfi ordinatları isə azalır (Bd məntəqəsi) və əksinə, o məntəqələrdə ki, $Q_z < 0$, M_y -in müsbət ordinatları azalır, mənfi ordinatları isə artır (OC, III və IV məntəqələr).

8. Topa qüvvə tətbiq edilmiş kəsiklər səviyyəsində kəsici qüvvə epyurunda mütləq qiymətçə həmin qüvvələrə bərabər sıçrayışlar alınmalıdır (b, A, B, d kəsikləri). Əyici moment epyurlarında belə nöqtələrdə istiqaməti qüvvənin əksinə olan sınıqlar baş verəcəkdir.

9. Topa cüt qüvvə tətbiq olunmuş kəsiklər səviyyəsində (məsələn, 1.8.2-ci şəkildəki C kəsiyi) M_y epyurunda mütləq qiymətçə cütün momentinə bərabər sıçrayış alınmalı, kəsici qüvvə epyurunda isə heç bir dəyişiklik olmamalıdır. Əgər həmin kəsikdə topa qüvvə tətbiq olunmayıbsa, onda

sıçrayışın kənar nöqtələrində (c və c') əyici moment epyurlarına çəkilmiş toxunanlar bir-birinə paralel olmalıdır, çünki bu kəsikdə kəsici qüvvə bir qiymət alır və ona görə də (1.9.)-un ikinci düsturuna əsasən α_M bucağı da bir qiymət almalıdır.

Qeyd etmək lazımdır ki, daxili qüvvə toplananlarının epyurlarını qurmaq üçün hər bir məntəqənin uyğun analitik ifadələrini yazmaq heç də məcburi deyil. Çox vaxt xarakterik kəsiklərin (məntəqələrin sərhədi) daxili qüvvə toplananlarının qiymətlərini hesablayıb yuxarıda göstərilən qaydalara əməl etməklə epyurları qurmaq daha əlverişli olur.

§ 1.9. Daxili qüvvə toplananları epyurlarının qurulmasına aid misallar

Misal 1. İki oynaqly dayaq üzərində oturmuş tirin (şək. 1.9.1, a) kəsici qüvvə və əyici moment epyurlarını qurmalı.

Həlli. Tirin reaksiya qüvvələrini təyin edək.

$$\sum m_A = 0; \quad -q \cdot 4a \cdot 2a - M - F \cdot 8a + R_B \cdot 6a = 0;$$

$$\text{buradan } R_B = 3qa,$$

$$\sum m_B = 0; \quad q \cdot 4a \cdot 4a - M - F \cdot 2a - R_A \cdot 6a = 0; \quad \text{buradan } R_A = 2qa.$$

Yoxlama:

$$\sum Z = 0; \quad R_A - q \cdot 4a + R_B - F = 0; \quad 2qa - 4qa + 3qa - qa = 0; \quad 0 \equiv 0$$

I məntəqədə $0 \leq x \leq 4a$;

$$Q_z = R_A - qx; \quad M_y = R_A x - q \frac{x^2}{2},$$

$$x=0 \text{ olduqda, } Q_z = R_A = 2qa; \quad M_y = 0,$$

$$x=4a \text{ olduqda, } Q_z = -2qa; \quad M_y = 0,$$

$$x=2a \text{ olduqda, } Q_z = 0; \quad M_y = 2qa^2$$

II məntəqədə $2a \leq x \leq 4a$;

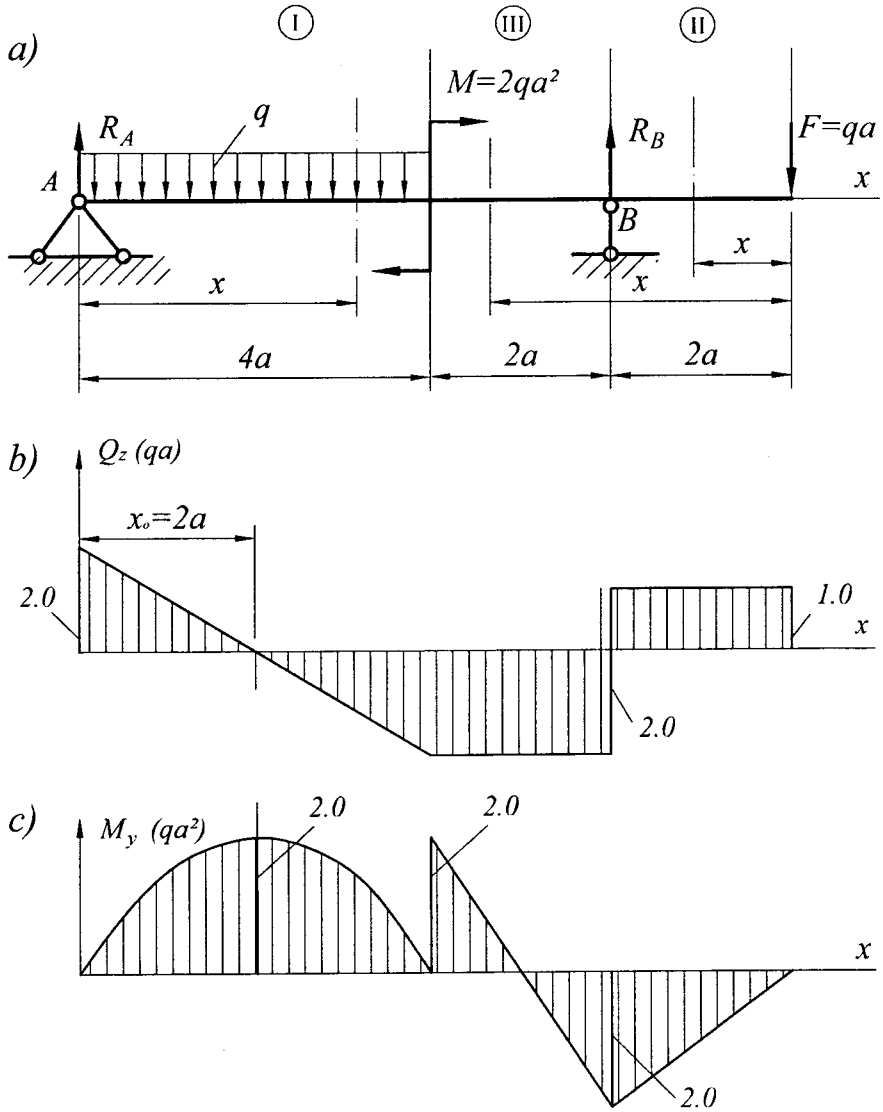
$$Q_z = F - R_B = -2qa; \quad M_y = -Fx + R_B(x - 2a)$$

$$x=2a \text{ olduqda, } M_y = -2qa^2, \quad x=4a \text{ olduqda, } M_y = 2qa^2$$

III məntəqədə $0 \leq x \leq 2a$;

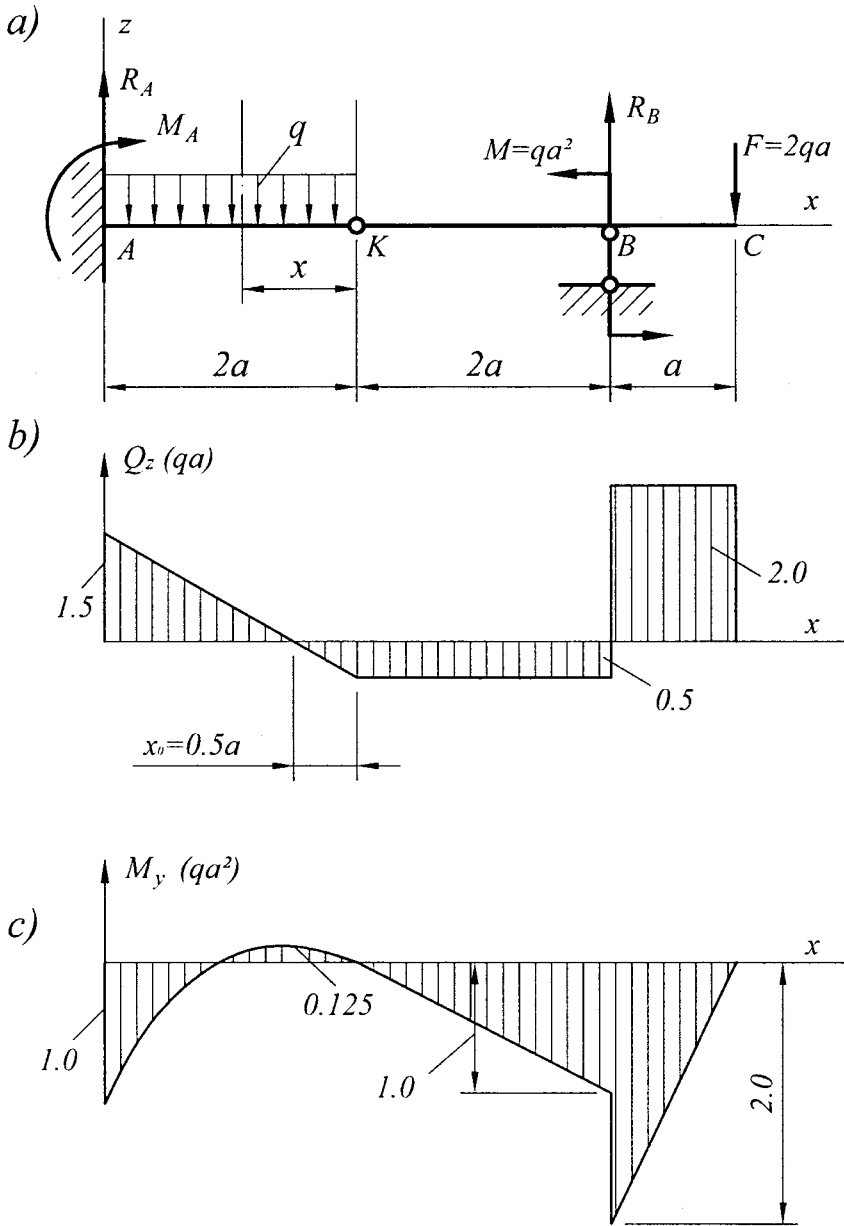
$$Q_z = F = qa; \quad M_y = -Fx$$

$$x=0 \text{ olduqda, } M_y = 0; \quad x=2a \text{ olduqda, } M_y = -2qa^2$$



Şək. 1.9.1

Hesablamalar əsasında Q_z və M_y epyurları qurulmuşdur (şək. 1.9.1, b,c).



Şək. 1.9.2

Misal 2. 1.9.2, a şəklində göstərilmiş K asılı oynaqı olan tirin əyici moment və kəsici qüvvə epyurlarını qurmalı. Ordinatları q və a ilə ifadə etməli.

Həlli: Asılı K oynaqında əyici moment sıfıra bərabər olmalıdır, yəni

$$\sum m_k(F_y)^{sağ} = 0$$

Bu şərtə görə $R_B \cdot 2a + M - F \cdot 3a = 0$ buradan $R_B = 2,5qa$

Tirin xarakterik kəsiklərinin əyici moment və kəsici qüvvələrini hesablayaq.

$$M_C = 0; \quad Q_C = F = 2qa$$

Məntəqələrarası kəsiklərin əyici moment və kəsici qüvvəsi üçün iki qiymət hesablanmalıdır. Bunlardan biri sərhəddəki qüvvələri nəzərə almaqla, digəri isə onları nəzərə almadan tapılır. Məsələn, M_{BC} – B kəsiyinin sağdan yanaşdıqda əyici momenti, M_{BK} isə həmin kəsiyin sol tərəfdəki (tirin kəsikdən sağ tərəfinə baxmaqla hesablandıqda sərhəd qüvvələri daxil edilmiş) əyici momentidir.

$$Q_{BC} = 2qa; \quad M_{BC} = -Fa = -2qa^2;$$

$$Q_{BK} = -0,5qa; \quad M_{BK} = -Fa + M = -qa^2;$$

$$Q_{KB} = Q_{KA} = -0,5qa; \quad M_{KB} = M_{KA} = M_K = 0;$$

$$Q_{AK} = R_A = F - R_B + q \cdot 2a = 1,5qa.$$

$$M_{AK} = M_A = -F5a + R_B \cdot 4a + M - q \cdot 2a \cdot a = -qa^2$$

AK məntəqəsində yayılmış yük təsir etdiyindən əyici moment epyuru kvadratik parabola əyrisi şəklində olacaqdır. Ona görə də əyrini qurmaq üçün üçüncü nöqtəni tapmaq lazımdır. Əgər məntəqə daxilində həmin əyrinin təpə nöqtəsi varsa, onu tapmaqla əyrini daha dəqiq qurmağa müvəffəq ola bilərik. Baxdığımız misaldakı tirin AK məntəqəsinin kənar nöqtələrində kəsici qüvvə müxtəlif işarəli qiymətlərə malikdir. Deməli, bu məntəqə daxilində elə bir kəsik vardır ki, kəsici qüvvə sıfıra bərabər qiymət alır. Həmin kəsikdə əyici momentin ekstremal qiyməti mövcud olmalıdır. Aydındır ki, bu kəsiyin vəziyyəti $Q_z = F - R_A + qx_0 = 0$ şərtindən tapılmış $x_0 = 0,5a$ ilə müəyyən edilir. Əyici momentin

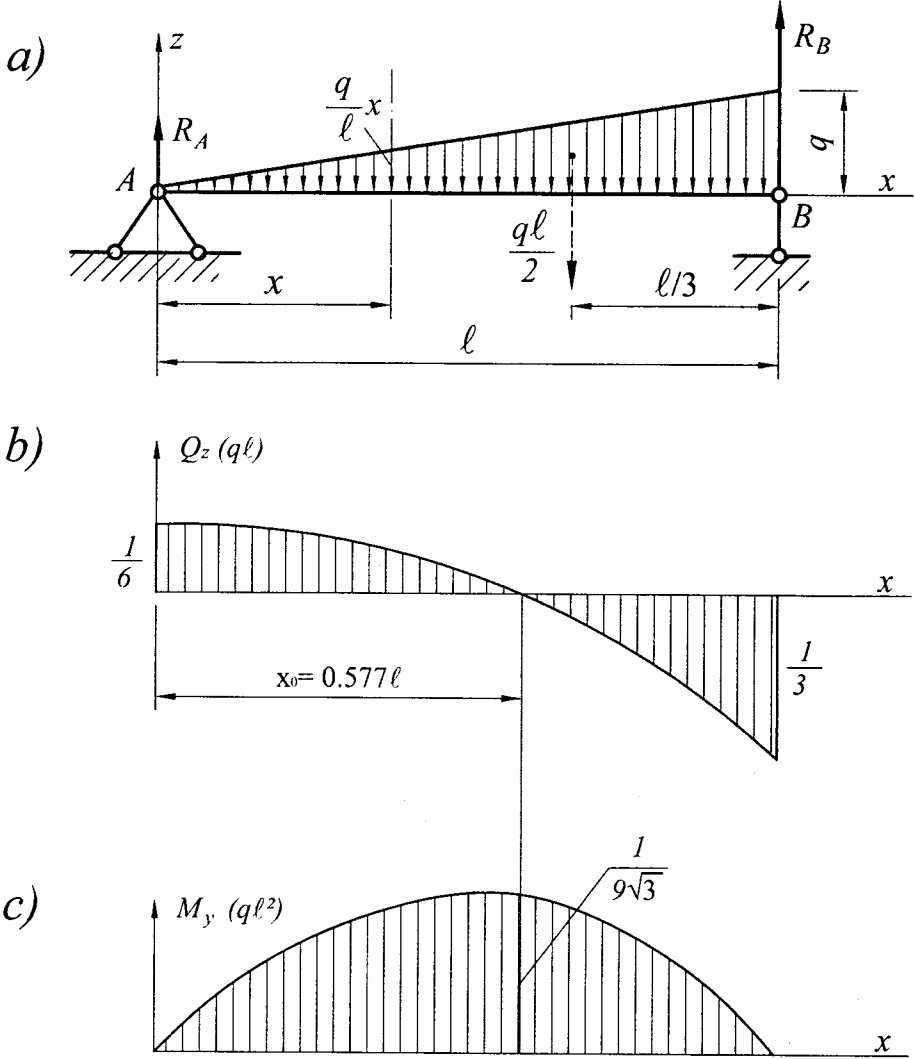
$$M_y = -F(3a + x) + M + R_B(2a + x) - q \frac{x^2}{2}$$

ifadəsindən $x_0 = 0,5$ olduqda

$$M_{y_{\max}} = 2qa \cdot 3,5a + qa^2 + 2,5qa \cdot 2,5a - \frac{q}{2}(0,5a)^2 = 0,125qa^2 \quad \text{alırıq. Tirin}$$

Q_z və M_y epyurları 1.9.2,b,c şəkillərində göstərilmişdir.

Misal 3. İntensivliyi üçbucaq qanunu ilə dəyişilən yayılmış yük tətbiq olunmuş tirin (şək.1.9.3a) kəsici qüvvə və əyici moment epyurlarını qurmalı.



Şək. 1.9.3

Həlli: Reaksiya qüvvələrini müvazinət tənliklərindən tapırıq.

$$\sum m_A = 0; \quad -q \frac{\ell}{2} \cdot \frac{2}{3} \ell + R_B \ell = 0; \quad R_B = q \frac{\ell}{3}$$

$$\sum m_B = 0; \quad q \frac{\ell}{2} \cdot \frac{\ell}{3} - R_A \ell = 0; \quad R_A = q \frac{\ell}{6}$$

Kəsici qüvvə və əyici moment ifadələrini yazmaq üçün ixtiyari kəsik səviyyəsində yayılmış yükün intensivliyini tapaq.

$$q_x = \frac{q}{\ell} x \quad (0 \leq x \leq \ell).$$

Onda

$$Q_z = R_A - q_x \frac{x}{2}; \quad M_y = R_A x - q_x \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{3} x,$$

və yaxud

$$Q_z = q \frac{\ell}{6} - q \frac{x^2}{2\ell}; \quad M_y = q \frac{\ell}{6} x - q \frac{x^3}{6\ell}$$

Buradan görünür ki, Q_z funksiyası kvadratik, M_y funksiyası isə kubik parabola üzrə dəyişən funksiyadır. Bu tənliklərdən:

$$x=0 \text{ olduqda, } Q_z = q \frac{\ell}{6}; \quad M_y = 0;$$

$$x=\ell \text{ olduqda, } Q_z = -q \frac{\ell}{3};$$

$M_y = 0$ olur.

$$Q_z = q \frac{\ell}{6} - q \frac{x_0^2}{2\ell} = 0 \text{ şərtindən } x_0 = \frac{\ell}{\sqrt{3}} = 0,577\ell$$

Onda əyici momentin ekstremal qiyməti

$$M_y \Big|_{x=x_0} = \max M_y = q \frac{\ell}{6} \frac{\ell}{\sqrt{3}} - q \frac{\ell^2}{18\sqrt{3}} = \frac{q\ell^2}{9\sqrt{3}}$$

Q_z və M_y epyurları 1.9.3,b,c şəkillərində qurulmuşdur. Bu epyurlardan görünür ki, həm Q_z həm də M_y epyurunun qabarıqlığı yayılmış yükün istiqamətinin əksinə yönəlir.

Misal 4. Verilmiş müstəvi çərçivəyə onun müstəvisi üzərində bir neçə qüvvə tətbiq edilmişdir (şək. 1.9.4, a). Çərçivənin daxili qüvvə toplanmalarının epyurlarını qurmalı.

Həlli: Çərçivənin reaksiya qüvvələrini təyin edək. Bunun üçün müvazinət tənliklərini yazırıq:

$$\sum m_A = 0; \quad M - q \cdot 2a \cdot a - F \cdot 3a + R_B \cdot 2a = 0$$

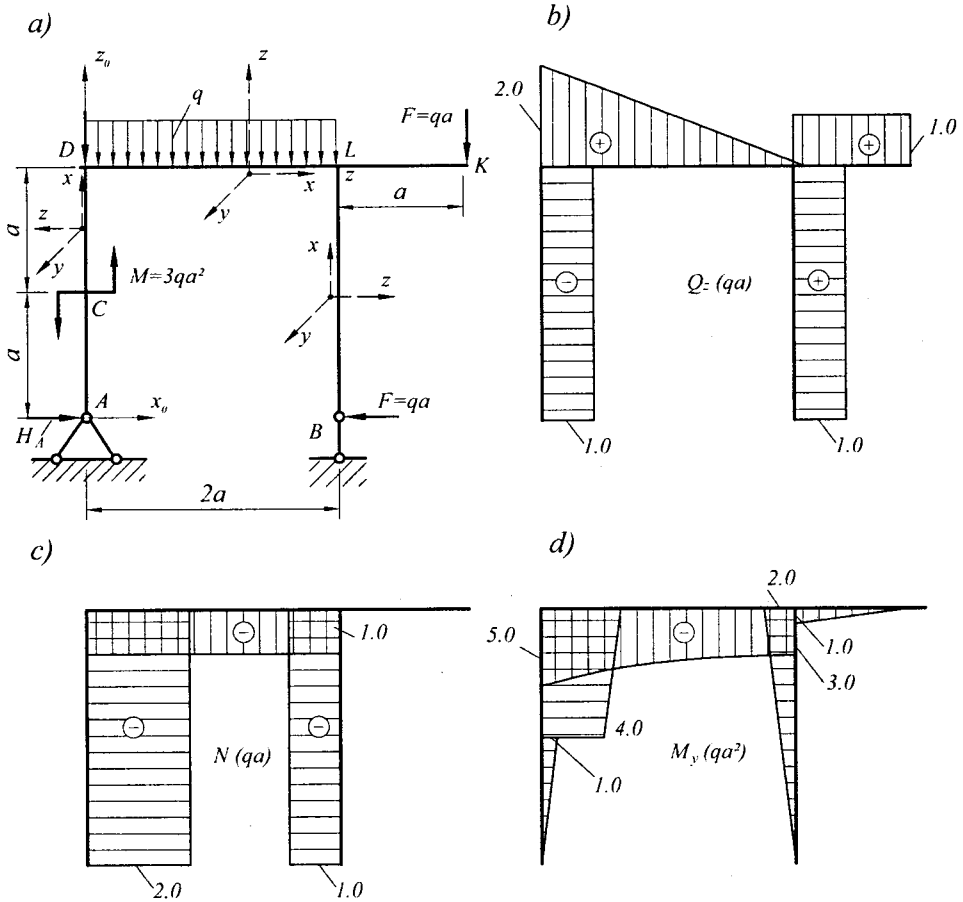
$$\sum m_B = 0; \quad q \cdot 2a \cdot a - Fa + M - R_A \cdot 2a = 0$$

$$\sum x_0 = 0; \quad H_A - F = 0$$

Buradan $H_A = F$; $R_A = 2q a$; $R_B = q a$.

$$\text{Yoxlama } \sum z_0 = 0; ; R_A + R_B - q \cdot 2a - F = 0$$

$$2qa + qa - q \cdot 2a = 0; 0 \equiv 0$$



Şək. 1.9.4

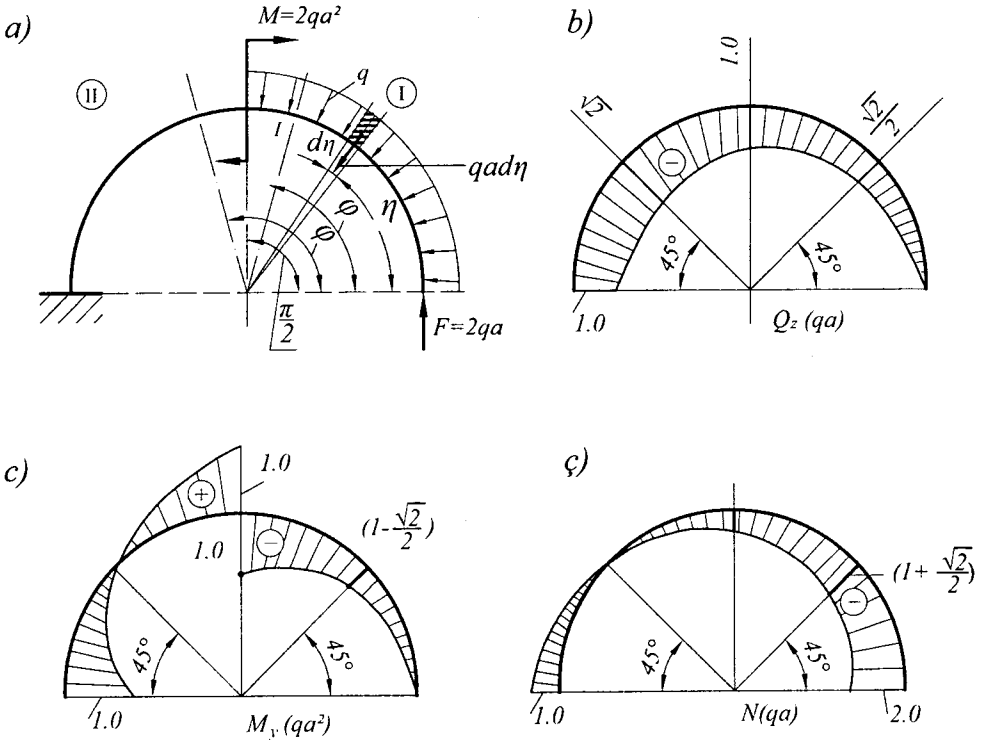
Verilmiş çərçivənin en kəsiklərində onun müstəvisi üzərində yerləşən daxili qüvvə toplananları Q_z , M_y və N təsir edəcəklər. Çərçivə üzərində 5 məntəqə vardır. Onların hər birinin Q_z , M_y və N ifadələrini yazmaqla epyurlarını qura bilərik. Bunun üçün x oxunu çərçivənin uyğun məntəqəsinin oxu üzərinə salmalı, y oxunu çərçivə müstəvisinə perpendikulyar, z oxunu isə bu müstəvi üzərində götürmək lazımdır. Bir məntəqədən digərinə keçdikdə koordinat sistemi də müvafiq surətdə köçürülməlidir. Baxdığımız çərçivənin xarakterik kəsiklərində Q_z , M_y və N -in qiymətlərini hesablayaq.

$$\begin{aligned}
 Q_{BL} &= Q_B = F = qa; & M_B &= M_{BL} = 0; \\
 N_{BL} &= N_B = -R_B = -qa; \\
 Q_{LB} &= qa; & M_{LB} &= -F \cdot 2a = -2qa^2; & N_{LB} &= -qa; \\
 Q_{KL} &= F = qa; & M_{KL} &= 0; & N_{KL} &= 0; \\
 Q_{LK} &= qa; & M_{LK} &= -F a = -qa^2; & N_{LK} &= 0; \\
 Q_{LD} &= F - R_B = 0 & M_{LD} &= -F a - F \cdot 2a = -3qa^2; & N_{LD} &= -F = -qa; \\
 Q_{DL} &= q \cdot 2a = 2qa & M_{DL} &= M_{DC} = -H_A \cdot 2a - M = -5qa^2; & N_{DL} &= -qa; \\
 Q_{CD} &= Q_{CA} = Q_{AC} = -H_A = -qa; & M_{CA} &= -H_A \cdot a = -qa^2; & M_A &= 0; \\
 M_{CD} &= -H_A \cdot a - M = -4qa^2; & N_{CD} &= N_{CA} = N_{AC} = -R_A = -2qa.
 \end{aligned}$$

Q_z , N və M_y epyurları 1.9.4,b,c,d şəkillərində göstərilmişdir.

Əyici moment epyuru sıxılan liflər üzərində qurulmuşdur.

Misal 5. 1.9.5, a şəklində göstərilmiş dairəvi yastı əyri brusun Q_z , N və M_y epyurlarını qurmali.



Şək. 1.9.5

Həlli: Verilmiş əyri brusun mərkəzi oxu çevrə olduğundan onun en kəşik müstəviləri əyrilik mərkəzindən keçəcəkdir. Ona görə də istənilən en kəşiyinin vəziyyəti qütb bucağı ilə müəyyən edilir. Deməli, daxili qüvvə toplananları da bu cari koordinat ilə (dəyişənlə) ifadə olunacaqlar. Əyri brusun en kəşiyində kəsici və normal qüvvələr və əyici moment təsir edir.

Əvvəlcə əyri bruslarda daxili qüvvə toplananlarını təyin etmək üçün aşağıdakı işarə qaydalarını qəbul edək. Normal və kəsici qüvvələr üçün işarə qaydaları düzoxlu bruslarda olduğu kimidir (§1.5 və §1.7).

Əyici moment əyri brusun əyriliyini artırmağa yönəlmiş olduqda müsbət, əksinə isə mənfii işarəli qəbul olunur.

Yayılmış yük təsir etdikdə əyri brusun daxili qüvvə toplananlarını hesablayarkən intensivliyi q olan yayılmış yükün $0+\varphi$ arasında cari η bucağı səviyyəsində götürülmüş elementar $qa \cdot d\eta$ hissəsinin (şəkl.1.9.5, a) proyeksiya və momentini tapıb inteqrallamaq lazımdır.

I məntəqədə $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$

$$Q_z = -F \sin \varphi + \int_0^{\varphi} qa \cdot d\eta \cdot \cos(\varphi - \eta) = -F \cdot \sin \varphi + qa \cdot \sin \varphi =$$

$$= (-F + qa) \sin \varphi = -qa \cdot \sin \varphi;$$

$$N = -F \cos \varphi - \int_0^{\varphi} qa \cdot d\eta \cdot \sin(\varphi - \eta) = -qa(1 + \cos \varphi);$$

$$M_y = -F(a - a \cos \varphi) + \int_0^{\varphi} qa \cdot d\eta \cdot a \cdot \sin(\varphi - \eta) = -qa^2(1 - \cos \varphi).$$

$$\varphi = 0 \text{ olduqda} \quad Q_z = 0; \quad N = -2qa; \quad M_y = 0$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \text{ olduqda} \quad Q_z = -\frac{\sqrt{2}}{2} qa; \quad N = -qa(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}); \quad M_y = -(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})qa^2;$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ olduqda} \quad Q_z = -qa; \quad N = -qa; \quad M_y = qa^2$$

II məntəqədə $\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi$

$$Q_z = -F \sin \varphi + \int_0^{0,5\pi} qa \cdot d\eta \cdot \cos(\varphi - \eta) = -F \cdot \sin \varphi - qa \left[\sin(\varphi - \frac{\pi}{2}) - \sin \varphi \right] =$$

$$= -F \sin \varphi + qa(\sin \varphi + \cos \varphi) = qa(\cos \varphi - \sin \varphi);$$

$$N = -F \cos \varphi - \int_0^{0,5\pi} qa \cdot d\eta \cdot \sin(\varphi - \eta) = -qa(\sin \varphi + \cos \varphi)$$

$$M_y = M - Fa(1 - \cos \varphi) + \int_0^{0,5\pi} qa \cdot d\eta \cdot a \cdot \sin(\varphi - \eta) = qa^2(\cos \varphi + \sin \varphi).$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ olduqda } Q_z = -qa; N = -qa; M_y = qa^2;$$

$$\varphi = \frac{3}{4}\pi \text{ olduqda } Q_z = -\sqrt{2}qa; N = 0; M_y = 0;$$

$$\varphi = \pi \text{ olduqda } Q_z = -qa; N = qa; M_y = -qa^2.$$

Müsbət ordinatları radial istiqamətdə brusun mərkəzi oxu üzərində xaricdə, mənfiyə isə daxildə ayıraraq müvafiq epyurları alırıq (şək. 1.9.5, b,c,ç). Beləliklə, qurulmuş əyici moment epyuru sıxılan liflər üzərində yerləşdirilmiş olur.

Misal 6. 1.9.6,a şəklində göstərilmiş fəza sınıqoxlu brusun daxili qüvvə toplananlarının epyurlarını qurmalı.

Həlli: Sınıqoxlu brusun dörd qüvvə məntəqəsi vardır. Hər bir məntəqənin ixtiyari kəsiyi ilə bağlı koordinat sistemi 1.9.6, a şəklində göstərilmişdir. Xarakterik kəsiklərin daxili qüvvə toplananlarını hesablayaq.

AB məntəqəsi üçün

$$Q_y^{AB} = Q_y^{BA} = -F = -qa; N_{AB} = N_{BA} = 0; Q_z^{AB} = Q_z^{BA} = 0;$$

$$M_y^{AB} = M_y^{BA} = M_b^{AB} = M_b^{BA} = M_z^{AB} = 0; M_z^{BA} = Fa = qa^2.$$

BC məntəqəsi üçün

$$Q_y^{CB} = Q_y^{AC} = -F = -qa; Q_z^{BC} = 0; Q_z^{CB} = qa; N_{BC} = N_{CB} = 0$$

$$M_b^{BC} = M_b^{CB} = -Fa = -qa^2; M_y^{BC} = 0; M_y^{CB} = -q \frac{a^2}{2},$$

$$M_z^{BC} = 0; M_z^{CB} = Fa = qa^2.$$

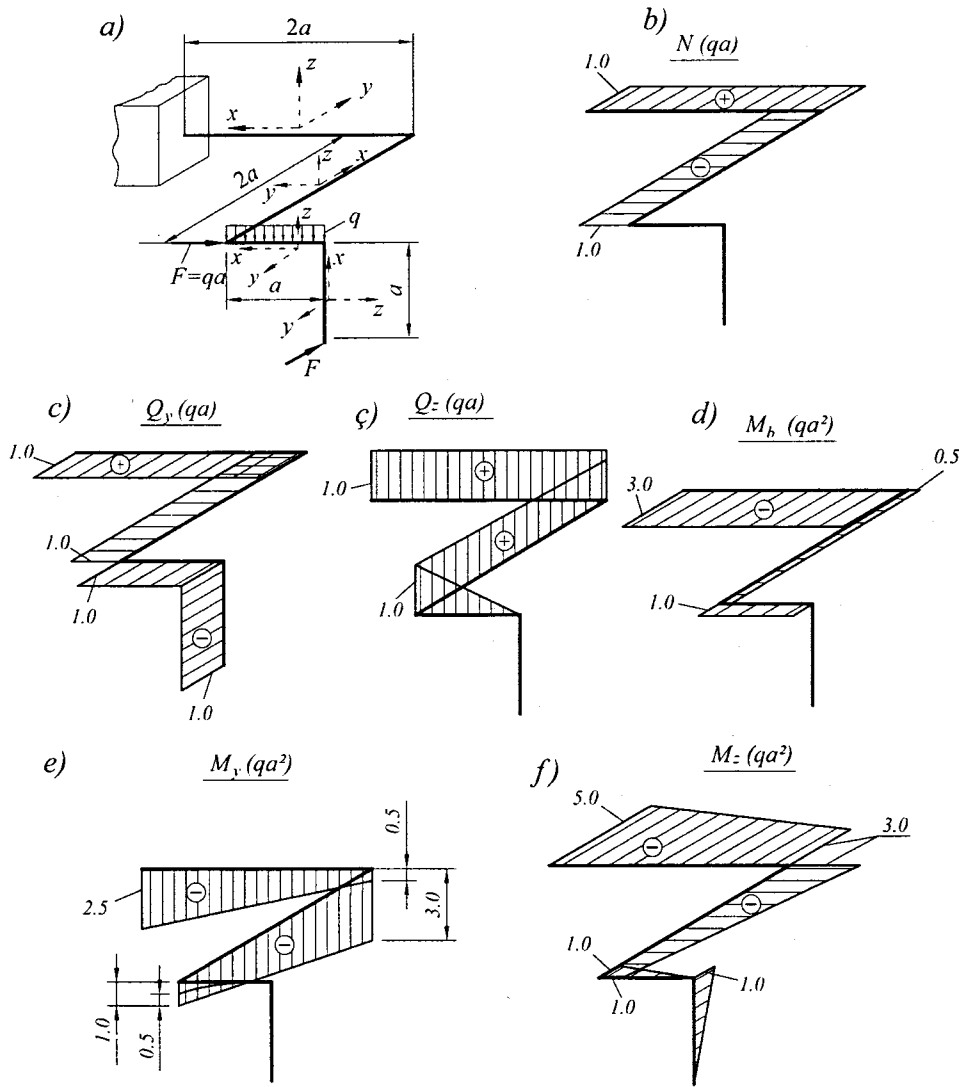
CD məntəqəsi üçün

$$Q_y^{CD} = -F = -qa; Q_y^{DC} = -qa; Q_z^{CD} = Q_z^{DC} = qa;$$

$$N_{CD} = N_{DC} = -F = -qa; M_b^{CD} = M_b^{DC} = q \frac{a^2}{2};$$

$$M_y^{CD} = -Fa = -qa^2; M_y^{DC} = -Fa - qa \cdot 2a = -3qa^2;$$

$$M_z^{CD} = Fa = qa^2; M_z^{DC} = Fa + F \cdot 2a = 3qa^2.$$



Şək. 1.9.6

DL məntəqəsi üçün

$$\begin{aligned}
 Q_y^{DL} = Q_y^{LD} = -F = -qa; & \quad Q_z^{DL} = qa; \quad Q_z^{LD} = qa; \\
 N_{DC} = N_{LD} = F = qa; & \quad M_b^{DL} = M_b^{LD} = -qa \cdot 2a - Fa = -3qa^2; \\
 M_y^{DL} = -q \frac{a^2}{2}, & \quad M_y^{LD} = -2,5qa^2; \\
 M_z^{DL} = Fa + F \cdot 2a = 3qa^2; & \quad M_z^{LD} = F \cdot 3a + F \cdot 2a = 5qa^2.
 \end{aligned}$$

Tapılmış ordinatlara əsasən qurulmuş epyurlar 1.9.6, b, c, ç, d, e şəkillərində göstərilmişdir.

§ 1.10. Gərginlik və deformasiya. Daxili qüvvə toplananları ilə gərginliklər arasında asılılıqlar

Yuxarıda qeyd olunduğu kimi, brusun daxili qüvvə toplananları (N , Q_y , Q_z , M_b , M_y , M_z) daxili qüvvələr sisteminin baş vektoru və baş momentinin x , y , z oxlarına proyeksiyalarıdır. Onlar şərti olaraq en kəsiyin ağırlıq mərkəzinə tətbiq olunmuş müvafiq (oxlar üzrə) əvəzləyicilərdir. Əslində isə daxili qüvvələr cismin hər hansı kəsiyi üzərində müəyyən qanunla yayılırlar. Belə ki, bir nöqtədən digərinə keçdikdə onların ümumi halda qiymət və istiqaməti dəyişilir.

Keçirilmiş kəsik üzərindəki hər hansı nöqtədə daxili qüvvənin təyin edilməsi materiallar müqavimətində mühüm məsələlərdən biridir, çünki daxili qüvvənin bu və ya digər nöqtə ətrafındakı qiyməti cismin (məs. brusun) həmin kəsik üzrə möhkəmliyinə təsir edən başlıca amillərdəndir.

Təkcə daxili qüvvə toplananlarının qiymətinə görə daxili qüvvələrin kəsik üzərində paylanma qanununu müəyyən etmək mümkün deyil.

Daxili qüvvələrin kəsik üzərində paylanmasını xarakterizə etmək məqsədi ilə **gərginlik** anlayışından istifadə edilir.

Deformasiyaya uğrayan brusun en kəsiyinin hər hansı $K(y, z)$ nöqtəsi ətrafında sonsuz kiçik dA sahəciyi ayıraq (şək. 1.10.1, a). Bu sahəciyin daxili qüvvələrinin əvəzləyicisi dR -in koordinat oxlarına proyeksiyaları olan **elementar qüvvələri** dN , dQ_y , dQ_z -lə işarə edək. Aydındır ki, bu qüvvə vektorlarının modulları arasında

$$dR = \sqrt{(dN)^2 + (dQ_y)^2 + (dQ_z)^2} \quad (1.11)$$

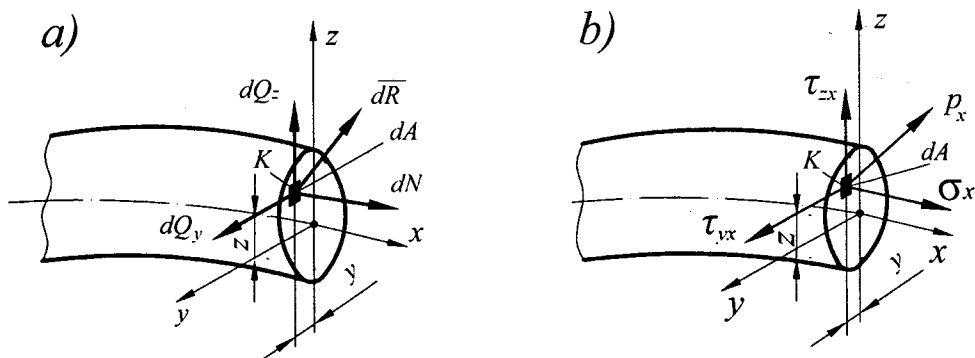
asılılığı mövcuddur. Həmin qüvvələrin qiymətlərini maili olan dA -ya bölməklə vahid sahəyə düşən daxili qüvvələri, yəni gərginlikləri alırıq:

$$p_x = \frac{dR}{dA}; \quad \sigma_x = \frac{dN}{dA}; \quad \tau_{yx} = \frac{dQ_y}{dA}; \quad \tau_{zx} = \frac{dQ_z}{dA}. \quad (1.12)$$

Burada

p_x – milin en kəsiyinin hər hansı «K» nöqtəsində tam gərginlik; σ_x – normal gərginlik; τ_{yx} , τ_{zx} – toxunan gərginliklərdir.

Deməli, **gərginlik daxili qüvvənin vahid sahəyə düşən qiymətinə deyilir**. Başqa sözlə, **gərginlik daxili qüvvələrin intensivliyidir**. Buna görə də gərginliyin ölçü vahidi Pa (paskal), kPa , MPa ($1Pa=1N/m^2$; $1kPa=10^3Pa$) olur.



Şək. 1.10.1

Normal gərginlik kəsiyə perpendikulyar istiqamətlənir, toxunan gərginliklər isə kəsik müstəvisinə paralel yönəlirlər. Tam və normal gərginliklərin işarələrindəki indeks onların hansı oxa perpendikulyar kəsikdə təsir etdiyini göstərir. Toxunan gərginliklərin işarələri ikiqat indekslə təchiz edilir. Bunlardan birincisi gərginliyin hansı oxa paralel olduğunu, ikincisi isə hansı oxa perpendikulyar kəsikdə təsir etdiyini göstərir (şək. 1.10.1, b).

Kəsiyin xarici normalı istiqamətində olan (dartıcı) normal gərginlik müsbət sayılır. Əgər dartıcı (müsbət) normal gərginlik koordinat oxunun müsbət istiqamətindədirsə, onda toxunan gərginliklərin də müsbət istiqamətləri digər oxların müsbət istiqamətləri ilə eyni olacaqlar və əksinə.

Beləliklə, hər hansı nöqtədə gərginliklərin qiymət və istiqaməti bu nöqtədən keçən kəsiyin (müstəvinin) vəziyyətindən asılı olacaqdır. (1.11) ifadəsinin hər iki tərəfini dA -ya bölüb (1.12) düsturlarından istifadə etsək tam, normal və toxunan gərginliklər arasında əlaqə yarıda bilirik.

$$p_x = \sqrt{\sigma_x^2 + \tau_{yx}^2 + \tau_{zx}^2} \quad (1.13)$$

Tam, normal və toxunan gərginliklər verilmiş kəsiyin baxılan nöqtəsi ətrafında təsir edən daxili elastiklik qüvvələri intensivliyinin əsas xarakteristikalarıdır. **Xarici qüvvə təsirinə məruz qalan cismin istənilən nöqtəsi üçün bu gərginliklərin təyin edilməsi materiallar müqavimətinin birinci və başlıca məsələsini təşkil edir.**

(1.12) ifadələrindən elementar daxili qüvvələri təyin edərək ($dN = \sigma_x dA$; $dQ_y = \tau_{yx} dA$; $dQ_z = \tau_{zx} dA$) onları brusun en kəsiyi üzrə inteqrallayıb, normal və kəsici qüvvələrlə gərginliklər arasındakı asılılıqları alırıq:

$$N = \int_A \sigma_x dA; Q_y = \int_A \tau_{yx} dA; Q_z = \int_A \tau_{zx} dA \quad (1.14)$$

1.10.1, *a* şəklindən istifadə edərək elementar daxili qüvvələrin *x*, *y*, *z* oxlarına nəzərən momentlərini kəsiyin sahəsi üzrə cəmləməklə **burucu moment və əyici momentlərlə gərginliklər arasında asılılıqları** əldə edirik:

$$M_x = M_b = \int_A (\tau_{zx}y - \tau_{yx}z) dA;$$

$$M_y = \int_A \sigma_x dA \cdot z; \quad M_z = \int_A \sigma_x dA \cdot y \quad (1.15)$$

(1.14) və (1.15) tənliklərinə statiki tənliklər deyilir. Bu ifadələr **brusun daxili qüvvə toplananları ilə gərginliklər arasındakı asılılıqları** müəyyən edirlər. (1.2)÷(1.5) bərabərliklərini nəzərə alsaq bu ifadələr **eyni zamanda xarici qüvvələrlə gərginliklər arasındakı asılılıqlar** olacaqlar. Gərginliklərin kəsiyin sahəsi üzrə yayılma qanunu məlum olduğu halda, bu tənliklər köməyi ilə gərginlikləri daxili qüvvə toplananlarından asılı olaraq təyin etmək olar.

Xarici qüvvələr təsirindən gərginləşmiş cismin ölçü və forması dəyişir, yəni o, deformasiyaya uğrayır. Bu zaman ayrı-ayrı nöqtələr yerdəyişmələr alırlar. Aydın ki, deformasiyanın baş verməsi üçün nöqtələrin aldığı yerdəyişmələr müxtəlif olmalıdırlar, çünki yalnız nöqtələrin qarşılıqlı yerdəyişmələri deformasiyaya səbəb olur. Əks halda, yəni bütün nöqtələrin yerdəyişmələri həm qiymət və həm də istiqamətcə eyni olduqda cisim bütünlüklə sərt sistem kimi hərəkət etmiş olur və ona görə də onun ölçü və forması dəyişilmir (o deformasiyaya uğramır). **Cismin hər hansı nöqtəsində deformasiyanı xətti və bucaq deformasiyalarla xarakterizə etmək olar.**

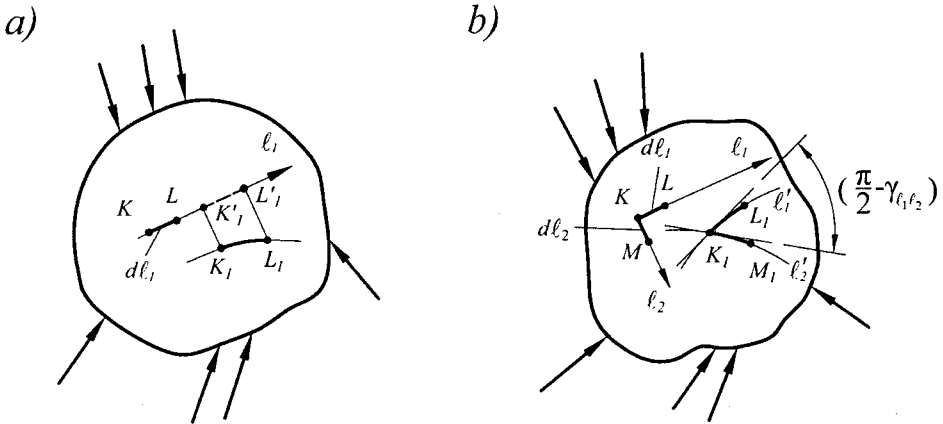
Tutaq ki, cismin hər hansı *K* nöqtəsindən keçən ixtiyari xətti ℓ_1 istiqaməti üzərində həmin nöqtə yaxınlığında sonsuz kiçik $d\ell_1$ uzunluğunda *KL* elementi ayrılmışdır (şək. 1.10.2, *a*). Deformasiya nəticəsində *K* nöqtəsi K_1 vəziyyətinə düşür, xətti element isə azacıq əyilərək K_1L_1 qövsü şəklində olur. K_1L_1 -in ℓ_1 istiqamətinə proyeksiyasının uzunluğunu $K_1L'_1 = d\ell'_1$ -lə işarə edək. Onda $d\ell'_1 - d\ell_1$ - ixtiyari *k* nöqtəsi ətrafında ℓ_1

istiqamətində mütləq xətti deformasiya, $\varepsilon_i = \frac{d\ell'_1 - d\ell_1}{d\ell_1}$ - nisbi xətti de-

formasiya olacaqdır.

Beləliklə, deformasiyaya uğrayan cismin hər hansı nöqtəsində verilmiş istiqamətdə ayrılmış sonsuz kiçik xətti elementin uzunluğunun dəyişməsinə həmin istiqamətdə baş vermiş xətti deformasiya deyilir.

İndi isə cisimdə deformasiyadan qabaq ixtiyari seçilmiş K nöqtəsindən bir-birinə perpendikulyar iki ℓ_1 və ℓ_2 xətti istiqamətləri seçib onların üzərində $KL=d\ell_1$ və $KM=d\ell_2$ sonsuz kiçik elementləri ayıraq (şək.1.10.2, b). Deformasiyaya uğradıqdan sonra əyri xəttlərə çevrilmiş bu elementlərə (K_1 nöqtəsində) toxunanlar arasındakı iti bucaq $\frac{\pi}{2} - \gamma_{\ell_1\ell_2}$ qədər olacaqdır (şəkildə K_1L_1 və K_1M_1 elementlərinin $\ell_1K\ell_2$ müstəvisinə proyeksiyaları göstərilmişdir). Burada



Şək. 1.10.2

$\gamma_{\ell_1\ell_2}$ – cismin K nöqtəsindən keçən ℓ_1 və ℓ_2 istiqamətləri arasındakı düz bucağın dəyişməsi olub, bucaq deformasiyası və ya nisbi sürüşmə adlanır.

Hər hansı nöqtədən keçirilmiş $oxyz$ düzoxlu koordinat sistemində nisbi xətti deformasiyalar ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z , nisbi sürüşmələr isə γ_{xy} , γ_{yz} , γ_{zx} ilə işarə edilir.

Beləliklə, deformasiyaya uğrayan cismin hər hansı nöqtəsindəki xətti deformasiyanın qiyməti bu nöqtədən keçən xətti istiqamətin vəziyyətindən, bucaq deformasiyası isə həmin nöqtədən keçən iki bir-birinə perpendikulyar xətti elementlərin təşkil etdiyi müstəvinin vəziyyətindən asılı olacaqdır.

Materiallar müqavimətinin ikinci başlıca məsələsi cismin hər hansı nöqtəsində deformasiyaların tapılması kimi mühüm məsələdən ibarətdir.

ƏSAS DÜSTUR VƏ ASILILIQLAR

1. Brusun en kəsiyində yaranan daxili qüvvə toplananları:

$$N = \sum x(F_i)^{sol} = \sum x(F_i)^{sağ} \text{ – normal qüvvə}$$

$$M_x = M_b = \sum m_x(F_i)^{sol} = \sum m_x(F_i)^{sağ} \text{ – burucu moment}$$

$$\left. \begin{aligned} Q_y &= \sum y(F_i)^{sol} = \sum y_x(F_i)^{sağ} \\ Q_z &= \sum z(F_i)^{sol} = \sum z(F_i)^{sağ} \end{aligned} \right\} \text{ – kəsici qüvvələr}$$

$$\left. \begin{aligned} M_y &= \sum m_y(F_i)^{sol} = \sum m_z(F_i)^{sağ} \\ M_z &= \sum m_z(F_i)^{sol} = \sum m_z(F_i)^{sağ} \end{aligned} \right\} \text{ – əyici momentlər}$$

Burada F_i – xarici qüvvələrdir.

2. Diferensial asılılıqlar:

$$\frac{dQ_z}{dx} = q(x) \text{ – kəsici qüvvə ilə yayılmış yükün intensivliyi arasında}$$

$$\frac{dM_y}{dx} = Q_z \text{ – əyici moment ilə kəsici qüvvə arasında}$$

$$\frac{d^2 M_y}{dx^2} = q(x) \text{ – əyici moment ilə yayılmış yükün intensivliyi arasında}$$

3. Daxili qüvvə toplananları ilə gərginliklər arasında asılılıqlar:

$$N = \int_A \sigma_x dA; \quad Q_y = \int_A \tau_{yx} dA; \quad Q_z = \int_A \tau_{zx} dA;$$

$$M_x = M_b = \int_A (\tau_{zx} y - \tau_{yx} z) dA; \quad M_y = \int_A \sigma_x z dA; \quad M_z = \int_A \sigma_x y dA$$

Burada σ_x – normal, τ_{yx} , τ_{zx} – toxunan gərginliklərdir.

4. Gərginliklər arasında asılılıq:

$$p_x = \sqrt{\sigma_x^2 + \tau_{yx}^2 + \tau_{zx}^2};$$

p_x – brusun en kəsiyində tam gərginlikdir.

5. $\varepsilon_{\ell_1} = \frac{d\ell_1 - d\ell_1}{d\ell_1}$ – ixtiyari «K» nöqtəsində ℓ_1 istiqamətində nisbi xətti deformasiya.

Burada $d\ell_1 - \ell_1$ istiqamətində «K» nöqtəsi ətrafında götürülmüş sonsuz kiçik xətti element, $d\ell_1$ – həmin elementin deformasiyadan sonrakı uzunluğu,

$\gamma_{\ell_1 \ell_2}$ – ixtiyari «K» nöqtəsi ətrafında götürülmüş iki bir-birinə \perp olan ℓ_1 və ℓ_2 istiqamətləri arasında düz bucağın deformasiya nəticəsində dəyişməsi, yəni nisbi bucaq deformasiyası və ya nisbi sürüşmədir.

Özünüyoxlama sualları

1. Materiallar müqaviməti nədən bəhs edir?
2. Materiallar müqavimətinin yaranmasına hansı alimin işləri səbəb olmuşdur?
3. Möhkəmliyə, sərtliyə və dayanıqlığa görə hesablamalar nədir?
4. Hesablama sxeminin seçilməsi hansı mərhələlərdən ibarətdir?
5. Texnikada rast gəlinən bütün cisimlər (konstruksiya ünsürləri) hansı qruplara ayrılırlar? Brus, qabıq, massiv nədir? Nazikdivarlı milləri xarakterizə edin.
6. Xarici qüvvələr neçə cür olur? Qüvvələrin növlərinə aid misallar göstərin.
7. Materialların bircinslilik, izotropluğu, bütövlük, elastiklik xassələrini izah edin.
8. Kiçik deformasiyalar fərziyyəsi nədir? Üstəsalma prinsipindən nə üçün istifadə edilir?
9. Yastı kəsiklər fərziyyəsi nədən ibarətdir? Sen-Venan Prinsipi nədir?
10. Nəzəri mexanikanın hansı qaydalarından və nə üçün material müqavimətində istifadə etmək olmaz?
11. Hansı qüvvələrə daxili qüvvələr deyilir?
12. Kəsmə üsulunun mahiyyəti nədən ibarətdir?
13. Brusun en kəsiyində ümumi halda daxili qüvvələrin hansı toplananları ola bilər?
14. Normal qüvvə nəyə deyilir, o necə hesablanır (nəyə bərabərdir)?
15. Burucu moment nəyə deyilir və necə hesablanır?
16. Kəsici qüvvə nəyə deyilir və necə hesablanır?
17. Əyici moment nəyə deyilir və necə hesablanır?
18. Daxili qüvvə toplananlarının işarə qaydalarını izah edin, onların epyurları necə qurulur?
19. Brusların hansı ən sadə deformasiya növləri vardır. Onların tərifini verin.
20. Əyilmədə kəsici qüvvə, əyici moment və yayılmış yükün intensivliyi arasında hansı diferensial asılılıqlar vardır? Bu asılılıqlardan epyurların düzgünlüyünü yoxlamaq üçün istifadə edilən hansı qaydalar əldə edilmişdir?
21. Hansı əsas dayaq növləri vardır? Onların reaksiyalarını necə hesablamaq olar?
22. Gərginlik nəyə deyilir və onun ölçü vahidi necədir? Normal və toxunan gərginliklərin işarə qaydaları necədir? Tam, normal və toxunan gərginliklər arasında hansı asılılıq vardır?
23. Daxili qüvvə toplananları ilə gərginliklər arasındakı asılılıqları ifadə edən düsturları yazın.
24. Materiallar müqavimətinin birinci başlıca məsələsi nədən ibarətdir?
25. Cismin nöqtəsi ətrafında deformasiya hansı kəmiyyətlərlə xarakterizə edilir? Xətti və bucaq deformasiyaları nəyə deyilir?
26. Materiallar müqavimətinin ikinci başlıca məsələsi nədən ibarətdir?

FƏSİL II

DARTILMA VƏ SIXILMA

- §2.1. Dartılma və sıxılmada milin eninə və maili kəsiklərində gərginliklər
- §2.2. Boyuna və eninə deformasiya. Huk qanunu
- §2.3. Dartılma və sıxılmaya sınaqlardan materialların mexaniki xassələrinin təyin edilməsi.
Dartılma və sıxılma diaqramları
- §2.4. Materialların mexaniki xassələrinə təsir edən amillər
Deformasiya sürətinin təsiri
Temperaturun təsiri
Sürüngenlik
Gərginliklər relaksasiyası
Miqyas amilinin təsiri
Radioaktiv şüalandırılmanın təsiri
- §2.5. Buraxılabilən gərginliklər və ehtiyat əmsalı.
Dartılma və sıxılmada möhkəmliyə və sərtliyə görə hesablamalar
- §2.6. Dartılma və sıxılmada deformasiyanın potensial enerjisi
- §2.7. Dartılma və sıxılmada milin öz çəkisinin nəzərə alınması
Bərabər müqavimətli mil
Pilləvari millər
Temperaturun təsiri
- §2.8. Dartılma və sıxılmada statik həll olunmayan məsələlər
Xarici qüvvənin təsiri
Temperatur gərginlikləri
Quraşdırma gərginlikləri
- §2.9. Misallar
Əsas düstur və asılılıqlar
Özünüoxlama sualları

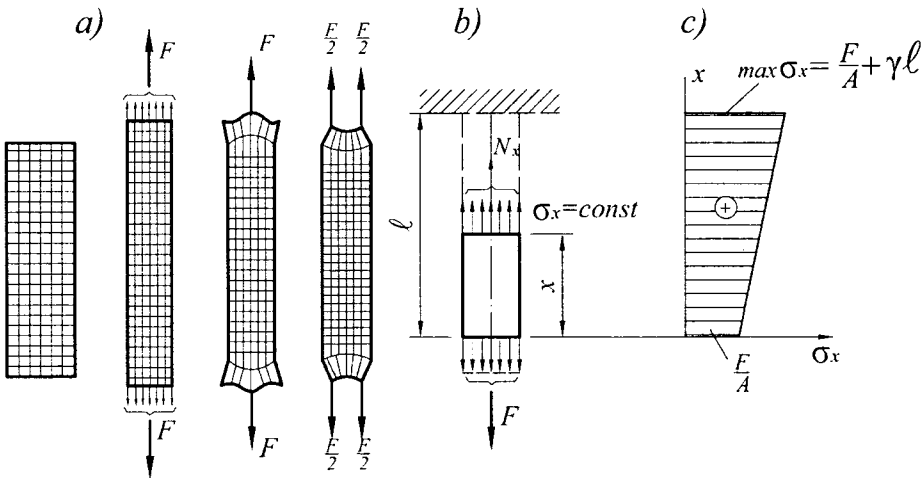
§ 2.1. Dartılma və sıxılmada milin eninə və maili kəsiklərində gərginliklər

Yuxarıda qeyd edildiyi kimi (I fəsil § 10), dartılma və sıxılmada milin en kəsiklərində daxili qüvvə toplananlarından tək cəmi normal qüvvə təsir edir. Normal qüvvə N ilə normal gərginlik σ_x arasında

$$N = \int_A \sigma_x dA$$

asılılıqındakı inteqralı açmaq üçün inteqralaltı σ_x funksiyasının kəsiyin A sahəsi üzrə dəyişmə qanununu müəyyən etmək lazımdır. Bunun üçün belə bir təcrübə aparaq.

En kəsiyi sabit milin yan səthinə eninə və boyuna xətlər çəkək və ona uc kəsikləri üzrə bərabər paylanmış cəmi F -ə bərabər statiki qüvvələr tətbiq edək (şək. 2.1.1.a).



Şək. 2.1.1

Eninə xətlər əslində en kəsik müstəvilərinin yan səth üzərindəki izləridir. Deformasiya prosesində eninə və boyuna xətlər əvvəlki vəziyyətlərinə paralel qalaraq müəyyən yerdəyişmələr alırlar. Belə ki, dartılmada boyuna xətlər arasındakı məsafələr (milin eninə ölçüləri) azalır, eninə xətlər arasındakı məsafələr isə artırlar (mil uzanır), sıxılmada isə bu, əksinə olur. Eninə xətlərin düz (müstəvi üzərində) qalması yastı kəsiklər fərziyyəsinin doğruluğunu təsdiq edir.

Milin xəyalən boyuna liflərdən ibarət olunduğunu təsəvvür etsək, deyə bilərik ki, bütün boyuna liflər bərabər uzanırlar. Onlara milin oxu boyunca (en kəsiyə perpendikulyar) bərabər daxili qüvvələr təsir edirlər. Deməli, milin en kəsiyinin bütün nöqtələrində normal gərginliklər də bəra-

bərdirlər ($\sigma_x = \text{const}$). Onda axırıncı ifadədən dartılma və sıxılmada normal gərginliklər düsturunu alırıq:

$$N = \sigma_x A \quad \text{və ya} \quad \sigma_x = \frac{N}{A} \quad (2.1)$$

Beləliklə, **dartılmada və eləcə də sıxılmada milin en kəsiklərində tək-cə normal gərginliklər yaranır. Kəsiyin formasından asılı olmayaraq normal gərginlik normal qüvvənin kəsiyin sahəsinə nisbəti kimi hesablanır.**

Milin istənilən boyuna kəsiklə ayrılmış hissəsinin tək-cə uc kəsiklərindəki qüvvələrdən müvazinətləşməsi göstərir ki, onun boyuna kəsiklərində daxili qüvvələr və eləcə də normal və toxunan gərginliklər təsir etmirlər.

Milin uc kəsiklərindəki dartıcı qüvvələri başqa üsulla (şək. 2.1.1, a) tətbiq etsək, onun yalnız uclarına yaxın en kəsikləri öz müstəviliyini itirəcək, həmin kəsiklərdə normal gərginliklər isə qeyri-bərabər paylanacaqdır. Milin uclarından en kəsiyinin təxminən böyük ölçüsünə bərabər məsafədən başlayaraq en kəsiklərində normal gərginliklər bərabərləşir və odur ki, onları (2.1) düsturu ilə tapmaq mümkün olur.

2.1.1, b şəklində göstərilmiş milin öz çəkisini nəzərə alsaq $N = F$ və (2.1) düsturundan

$$\sigma_x = \frac{F}{A} \quad (2.2)$$

olar.

Milin öz çəkisini nəzərə almaq lazım gəldikdə onun 2.1.1, b şəklində göstərilən ayrılmış hissəsinin çəkisi $G_x = \gamma A x$ $\sum x = 0$ tənliyinə daxil edilməlidir. Onda həmin tənlikdən $N = F + G_x = F + \gamma A \cdot x$ və (2.1) düsturundan

$$\sigma_x = \frac{F}{A} + \gamma x \quad (2.3)$$

alırıq.

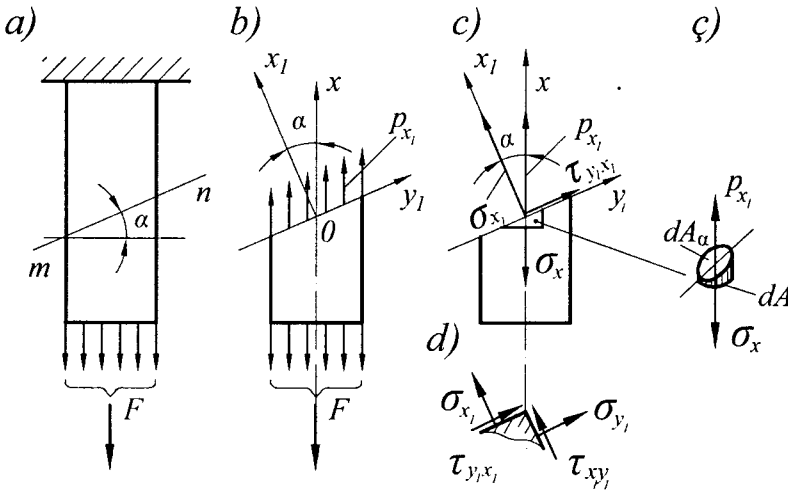
Burada γ - milin materialının həcmi çəkisidir.

(2.3) düsturundan görünür ki, **dartılma və sıxılmada milin öz çəkisi-ni nəzərə almaqla onun en kəsiyində normal gərginlik milin uzunluğu boyunca düz xətt qanunu ilə dəyişilir.** Normal gərginliyin milin uzunluğu boyunca dəyişməsinə əyani təsvir etmək üçün normal gərginlik epyuru qurulur (normal qüvvə epyuruna uyğun).

2.1.1, b şəklindəki milin (2.3) düsturuna əsasən qiymətlərində qurulmuş normal gərginlik epyuru 2.1.1, c şəklində göstərilmişdir. Bu şəkildən görünür ki, **ən böyük normal gərginlik** $x = \ell$ kəsiyində yaranır və aşağıdakı şəkildə olur:

$$\max \sigma_x = \frac{F}{A} + \gamma \ell \quad (2.4)$$

Dartılan milin (şək. 2.1.2, a) en kəsiyi ilə α bucağı əmələ gətirən hər hansı $m-n$ maili kəsiyində gərginlikləri təyin etmək üçün həmin kəsik üzrə mili xəyalən kəsərək kəsikdən aşağıda qalan hissəsinə baxaq (şək. 2.1.2, b).



Şək. 2.1.2

Ayrılmış hissənin müvazinətdə olması üçün maili kəsiyin tam gərginlikləri p_{x_1} sabit qalaraq ($p_{x_1} = \text{const}$) dartıcı qüvvələrə paralel olmalıdır. Milin en kəsiklərindəki normal gərginlik onun uzunluğu boyunca dəyişən hallarda (məsələn, milin öz çəkisi nəzərə alınan hallarda) p_{x_1} tam gərginlikləri maili kəsiyin bütün nöqtələrində eyni olmayacaqdır, çünki maili kəsik üzərindəki nöqtələr müxtəlif en kəsiklərinə aid olduğuna görə onlarda σ_x gərginliyi də (2.3) düsturuna əsasən) müxtəlif olur. Milin ucundan x məsafəsində duran O nöqtəsindən keçən eninə, boyuna və maili müstəvilərlə bir elementar prizmatik hissəcik ayıraq (şək. 2.1.2, c,ç).

Bu hissəciyin oturacağıının sahəciyi dA , maili sahəciyi isə dA_α olsun. Onda $dA = dA_\alpha \cdot \cos \alpha$ yazıla bilər. Ayrılmış hissəciyə təsir edən daxili qüvvələrin $\sum x = 0$ müvazinət tənliyini yazaq.

$$\sum x = -\sigma_x dA + p_{x_1} dA_\alpha = -\sigma_x dA + p_{x_1} \frac{dA}{\cos \alpha} = 0$$

Buradan

$$p_{x_1} = \sigma_x \cdot \cos \alpha \quad (2.5)$$

olur.

Tam gərginliyi normal və toxunan gərginliklərə ayırmaqla 2.1.2, c şəklindən

$$\sigma_{x_1} = p_{x_1} \cdot \cos \alpha; \quad \tau_{y_1 x_1} = p_{x_1} \cdot \sin \alpha$$

və ya (2.5) ifadəsindən istifadə etsək,

$$\sigma_{x_1} = \sigma_x \cdot \cos^2 \alpha; \quad \tau_{y_1 x_1} = \frac{\sigma_x}{2} \cdot \sin 2\alpha \quad (2.6)$$

alırıq. Bu ifadələr dartılma və sıxılmada milin maili kəsiklərində normal və toxunan gərginliklərin düsturlarıdır.

Bu düsturlardan görünür ki, mütləq qiymətcə ən böyük normal gərginliklər $\alpha = 0$ ($\cos^2 \alpha = 1$) olduqda, yəni milin en kəsiklərində təsir edir və $\max \sigma_{x_1} = \sigma_x$ olur, ən böyük toxunan gərginliklər isə $\sin 2\alpha = 1$ və ya

$\alpha = 45^\circ$ olan maili kəsiklərdə baş verir və $\max \tau_{y_1 x_1} = \frac{\sigma_x}{2}$ qiymətini alır. Belə

kəsiklərin normal gərginliyi də $\sigma_{x_1} |_{\alpha=45^\circ} = \frac{\sigma_x}{2}$ olur.

Qeyd etmək lazımdır ki, $\alpha = 0$ və $\alpha = 90^\circ$ olduqda (2.6)-dan $\tau_{y_1 x_1} = 0$ alınır. Deməli, **milin eninə və boyuna kəsiklərində toxunan gərginliklər təsir etmir. Belə kəsiklərə baş kəsiklər deyilir.**

Baş kəsiklərin (normal) gərginliyinə baş gərginliklər deyilir. Deməli, milin en kəsiyindəki σ_x normal gərginliyi baş gərginlikdir.

(2.6) ifadələrində α -nın yerinə ($90^\circ + \alpha$) yazmaqla 0 nöqtəsindən keçən və maili kəsiyə perpendikulyar kəsiyin (şək. 2.1.2, d) normal və toxunan gərginlikləri ifadələrini tapa bilərik.

$$\sigma_{y_1} = \sigma_x \sin^2 \alpha; \quad \tau_{x_1 y_1} = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2\alpha \quad (2.7)$$

(2.6) düsturlarında normal gərginliklər (σ_x) üçün (2.3) ifadəsindən istifadə etsək həmin düsturları milin öz çəkisinin nəzərə alınması halına da tətbiq edə bilərik.

(2.6) və (2.7) ifadələrindən birinciləri tərəf-tərəfə toplamaqla

$$\sigma_{x_1} + \sigma_{y_1} = \sigma_x = \text{const} \quad (2.8)$$

alırıq.

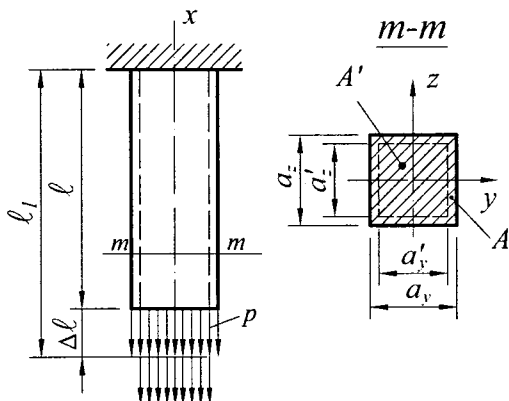
Bu, normal gərginliklərin cəminin sabit qalması qanununun ifadəsidir. Bu ifadəyə əsasən demək olar ki, hər hansı nöqtədən keçirilmiş istənilən iki bir-birinə perpendikulyar sahəciklərdəki normal gərginliklərin cəmi α bucağından asılı olmayaraq sabit qalır və en kəsiyinin normal gərginliyinə bərabər olur. (2.6) və (2.7) ifadələrindəki ikinci düsturları müqayisə etdikdə alırıq:

$$\tau_{x_1 y_1} = -\tau_{y_1 x_1} \quad (2.9)$$

Bu, toxunan gərginliklərin qoşahq (cütlik) qanununun ifadəsidir. Həmin qanuna əsasən, hər hansı nöqtədən keçən istənilən iki bir-birinə perpendikulyar sahəciklərdəki toxunan gərginliklər qiymətcə bərabər, işarəcə əks olurlar, onlar ya sahəciklərin kəsişdiyi tilə doğru yönəlməli, yaxud da tildən çıxmalıdır (şək. 2.1.2, d).

§ 2.2. Boyuna və eninə deformasiya. Huk qanunu

Dartılma və sıxılmaya işləyən milin həndəsi ölçüləri dəyişilir. Tutaq ki, 2.2.1-ci şəkildə göstərilmiş statiki F qüvvəsi ilə dartılan milin deformasiyasından qabaqki uzunluğu ℓ , en kəşik sahəsi $A = a_y a_z$ -dir. Deformasiya nəticəsində onun uzunluğu $\ell_1 > \ell$, en kəşik sahəsi isə $A' = a'_y \cdot a'_z < A$ olmuşdur. $\Delta \ell = \ell_1 - \ell$ boyuna mütləq deformasiya (dartılmada – mütləq uzanma, sıxılmada – mütləq qısalma) olur.



Şək. 2.2.1

Boyuna mütləq deformasiyanın milin əvvəlki uzunluğuna nisbəti

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta \ell}{\ell} \quad (2.10)$$

boyuna nisbi deformasiya (dartılmada-nisbi uzanma, sıxılmada-nisbi qısalma) adlanır. Uyğun surətdə

$$\Delta a_y = a'_y - a_y;$$

$$\Delta a_z = a'_z - a_z$$

mütləq eninə deformasiyalar (dartılmada – mütləq nazilmələr, sıxılmada – mütləq genişlənmələr) olacaqlar.

Bu deformasiyaların en kəşiyinin əvvəlki ölçülərinə nisbətlərinə

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta a_y}{a_y}, \quad \varepsilon_z = \frac{\Delta a_z}{a_z} \quad (2.11)$$

nisbi eninə deformasiyalar (dartılmada-nisbi nazilmələr, sıxılmada-nisbi genişlənmələr) deyilir.

İzotrop bircinsli materiallar üçün $\varepsilon_y = \varepsilon_z$ olur.

Məşhur fransız alimi Puasson müxtəlif materiallardan hazırlanmış millər üzərində apardığı təcrübələr nəticəsində müəyyən etmişdir ki, dar-

ılma və sıxılmada hər bir material üçün eninə nisbi deformasiyanın boyuna nisbi deformasiyaya nisbəti sabit qalır.

Δa_y və Δa_z dartılmada <0 , sıxılmada >0 , çünki dartılmada $a_y^1 < a_y$, $a_z^1 < a_z$ olur. Buna görə də, nisbi eninə deformasiyalar da dartılmada mənfi işarəli, sıxılmada isə müsbət olurlar. Milin nisbi boyuna deformasiyası ε_x dartılmada müsbət ($\varepsilon_x > 0$), sıxılmada isə mənfi ($\varepsilon_x < 0$) olur. Beləliklə, boyuna nisbi deformasiya ε_x ilə ε_y və ε_z eninə nisbi deformasiyalar həm dartılmada, həm də sıxılmada əks işarəli olurlar, onların nisbəti isə həmişə mənfi işarəlidir. Buna görə də **bu nisbətin məhz mütləq qiyməti**

$$\mu = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \quad (2.12)$$

eninə deformasiya əmsalı və ya Puasson əmsalı adlanır. Bütün materiallar üçün Puasson əmsalı $\mu = 0 \div 0,5$ qiymətlər ala bilər. Məsələn, azkarbonlu polad üçün $\mu = 0,24-0,30$, çuqun üçün $\mu = 0,23-0,27$, mis üçün $\mu = 0,31-0,34$, rezin üçün $\mu = 0,5$, probka üçün $\mu = 0$ olur. (2.12) ifadəsindən

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\mu \varepsilon_x \quad (2.13)$$

alırıq.

Deformasiya nəticəsində dartılma və sıxılmada milin həcmi də dəyişilir. 2.2.1-ci şəkildə göstərilmiş milin əvvəlki həcmi $V_0 = a_y \cdot a_z \cdot \ell$, deformasiyadan sonra həcmi isə $V_1 = a_y^1 \cdot a_z^1 \cdot \ell_1$ olur. (2.10), (2.11) və (2.13) düsturlarından istifadə etməklə milin deformasiyadan sonrakı ölçülərini təyin edirik:

$$\begin{aligned} \ell_1 &= \ell + \Delta \ell = \ell + \varepsilon_x \ell = \ell (1 + \varepsilon_x); \\ a_y^1 &= a_y + \Delta a_y = a_y + \varepsilon_y a_y = a_y (1 + \varepsilon_y) = a_y (1 - \mu \varepsilon_x); \\ a_z^1 &= a_z (1 - \mu \varepsilon_x). \end{aligned}$$

Bu ifadələri nəzərə alaraq V_1 həcmi

$$V_1 = a_y^1 \cdot a_z^1 \cdot \ell_1 = a_y a_z \ell (1 + \varepsilon_x) (1 - \mu \varepsilon_x)^2 \quad \text{və yaxud}$$

$$V_1 = V_0 (1 + \varepsilon_x) (1 - \mu \varepsilon_x)^2 \quad \text{şəklinə salırıq.}$$

Bu ifadədəki mötərizələri açıb nisbi deformasiyaların hasillərini (daha yüksək tərtibli kiçik kəmiyyət olduqları üçün) nəzərdən atsaq

$$V_1 = V_0 [1 + \varepsilon_x (1 - 2\mu)].$$

alırıq. Onda **milin həcmi**nin mütləq dəyişməsi

$$\Delta V = V_1 - V_0 = V_0 \varepsilon_x (1 - 2\mu)$$

nisbi dəyişməsi isə

$$\theta = \frac{\Delta V}{V_0} = \varepsilon_x (1 - 2\mu) \quad (2.14)$$

olur. Burada θ həcmi deformasiyadır.

Bu düsturdan aydın görünür ki, $\mu > 0,5$ qiymətlər ala bilməz, çünki bu halda (2.14) düsturundan θ mənfi işarəli alınır ki, bu da dartılmada həcmnin azalması kimi reallığa zidd olan nəticədir. Beləliklə, **bütün materiallar üçün Puasson əmsalı $0 \leq \mu \leq 0,5$ ola bilər.** $\mu=0,5$ olan materialların (məsələn, rezin materiallar) dartılma və sıxılmada həcmi dəyişilmir, çünki (2.14) düsturundan $\theta=0$ alınır. $\mu=0$ olan materiallar (məsələn, man-tar) üçün isə eninə deformasiya $\varepsilon_y = 0$, $\varepsilon_z = 0$ olur.

Təcrübələr göstərir ki, **dartılma və sıxılmada elastik deformasiyalar daxilində boyuna deformasiya $\Delta \ell$ qüvvə və milin uzunluğu ℓ ilə düz, en kəşik sahəsi ilə tərs mütənasibdir, yəni**

$$\Delta \ell = \frac{F\ell}{EA} \quad \text{və ya } F=N \text{ olduqda } \Delta \ell = \frac{N\ell}{EA} \quad (2.15)$$

Bu, Huk qanununun ifadəsidir. Burada $\frac{1}{E}$ mütənasiblik əmsalı,

E isə dartılma və sıxılmada (boyuna) elastiklik modulu (I dərəcəli elastiklik modulu və yaxud Yunq modulu) adlanır. EA hasilinə dartılma və sıxılmada sərtlik deyilir.

Pilləvari mil üçün, habelə müxtəlif eninə kəsiklərdə tətbiq olunmuş bir neçə qüvvələrlə yüklənmiş millərdə deformasiyalar ayrı-ayrı məntəqələrin deformasiyalarının cəminə bərabər olacaqdır.

$$\Delta \ell = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{EA_i} \quad (2.16)$$

Əgər məntəqə daxilində N və A milin uzunluğu boyunca dəyişirlərsə, onda mütləq boyuna deformasiya $\Delta \ell$ aşağıdakı şəkildə:

$$\Delta \ell = \int_l \frac{N(x) \cdot dx}{EA(x)},$$

çoxməntəqəli belə millər üçün isə bu şəkildə olar:

$$\Delta \ell = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{N_i(x) \cdot dx}{E_i A_i(x)} \quad (2.17)$$

(2.16) və (2.17) düsturlarında N_i – məntəqələrin normal qüvvəsi, l_i – uzunluğu, A_i – en kəsiyinin sahəsi, i – nömrəsi, n – sayıdır.

(2.1) və (2.10) düsturlarını nəzərə alaraq Huk qanununun (2.15) ifadəsini daha ümumi

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x \quad (2.18)$$

şəklinə salırıq.

Buradan görünür ki, **boyuna normal gərginliklər boyuna nisbi deformasiya ilə düz mütənasibdir**. Həmin ifadəyə əsasən boyuna elastiklik modulunun ölçü vahidinin gərginlik vahidi ilə eyni olduğunu görürük (ε_x mücərrəd kəmiyyətdir), hər bir material üçün E -nin müəyyən sabit qiyməti mövcuddur. Məsələn, karbonlu polad üçün $E=2,1 \cdot 10^5 \text{MPa}$, çuqun üçün $E=(1,15 \div 1,6) \cdot 10^5 \text{MPa}$, mis üçün $E=(1,0 \div 1,3) \cdot 10^5 \text{MPa}$ və s.

Boyuna elastiklik modulu E və eninə deformasiya əmsalı μ materialların əsas elastiki sabitləri olub, materiallar müqavimətinin hesablamalarında mühüm rol oynayırlar. 2.1-ci cədvəldə bəzi materialların elastiki sabitlərinin qiymətləri verilmişdir.

Cədvəl 2.1.

Elastiklik modulları və Puasson əmsalları

Materialın adı	Elastiklik modulu $E \cdot 10^5 \text{MPa}$	Elastiklik modulu $G \cdot 10^4 \text{MPa}$	Puasson əmsalı μ
Çuqun (boz, ağ)	1,15-1,60	4,5	0,23-0,27
Döymə çuqun	1,55	-	-
Karbonlu poladlar	2,0-2,1	8,0-8,1	0,24-0,28
Xəlitəli poladlar	2,1-2,2	8,0-8,1	0,25-0,30
Mis (yayma)	1,1	4,0	0,31-0,34
Mis (tökmə)	0,89	-	-
Bürünc	0,91-0,99	3,5-3,7	0,32-0,42
Alümin (yayma)	0,69	2,6-2,7	0,32-0,36
Alümin (məftildə)	0,7	-	-
Alüminli tunc (tökmə)	1,05	4,2	-
Düralümin (yayma)	0,71	2,7	-
Şüşə	0,56	2,2	0,25
Qranit	0,49	-	-
Mərmər	0,56	-	-
Beton	-	-	0,16-0,18
möhkəmlik həddi			
10 Mpa	0,146-0,196	-	-
15 Mpa	0,164-0,214	-	-
20 Mpa	0,182-0,232	-	-
Ağac (liflər boyu)	0,1-0,12	0,055	-
Ağac (liflər eni)	0,005-0,01	-	-
Kauçuk	0,00008	-	0,47
Tekstolit	0,06-0,1	-	-
Getinaks	0,1-0,17	-	-
Bakelit	0,02-0,03	-	0,36
Seluloid	0,014-0,028	-	0,33-0,38

§ 2.3. Dartılma və sıxılmaya sınaqlardan materialların mexaniki xassələrinin təyin edilməsi.

Dartılma və sıxılma diaqramları

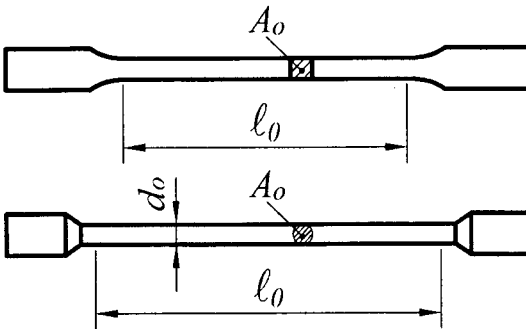
Hər hansı konstruksiya ünsürünün möhkəmliyi, sərtliyi və dayanıqlığına onun materialının mexaniki xassələri də təsir göstərir. Materialların mexaniki xassələri təcrübi yolla təyin edilən bəzi kəmiyyətlərlə xarakterizə olunur və hesablama düsturları və asılılıqlarında məhz bu kəmiyyətlər iştirak edirlər. Buna görə də materialların mexaniki xassələrini xarakterizə edən kəmiyyətlərin tapılması mühüm məsələlərdən biri sayılır.

Təcrübələr laboratoriya şəraitində xüsusi sınaq maşınlarında əvvəlcədən hazırlanmış xüsusi nümunələr üzərində aparılır.

Müxtəlif laboratoriyalarda alınmış sınaq nəticələrinin bir-birilə müqayisə edilməsinin mümkün olması üçün materialın və sınağın (dartılma, sıxılma) növündən asılı olaraq nümunələr müəyyən ölçü və formada hazırlanırlar.

Ən geniş yayılmış sınaqlardan dartılmaya sınaqlar hesab edilir.

Dartılma diaqramı

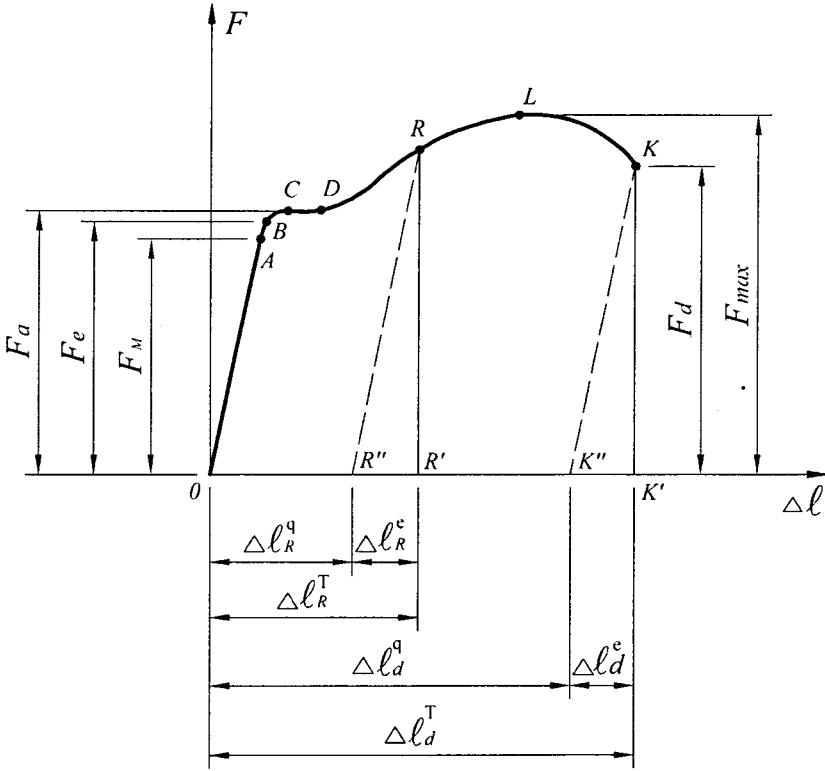


Şək. 2.3.1

2.3.1-ci şəkildə metalların dartılmaya sınağı üçün dairəvi və düzbucaqlı en kəsikli nümunələr göstərilmişdir.

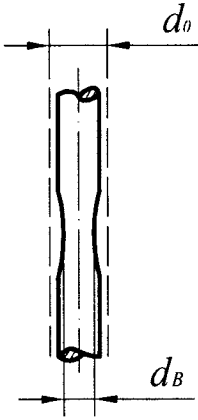
Dairəvi nümunələrin ölçüləri arasında $l_0 = 5d_0$ ($l_0 = 5,65 \sqrt{A_0}$) və yaxud $l_0 = 10d_0$ ($l_0 = 11,3 \sqrt{A_0}$) nisbətlər qəbul edilir. Düzbucaqlı nümunələrin də uzunluğu ilə en kəsik sahəsi ara-

sındakı nisbətlər dairəvi nümunələrdə olduğu kimi götürülür. Dartılmaya müasir sınaq maşınları dartılma zamanı nümunənin deformasiyası ilə qüvvə arasındakı asılılıq qrafikini (başqa sözlə, **dartılma diaqramını**) avtomatik surətdə müəyyən miqyasla çəkilməmiş şəkildə əldə etməyə imkan verirlər. Azkarbonlu poladın $F-\Delta l$ koordinatlarında qurulmuş dartılma diaqramı 2.3.2-ci şəkildə göstərilmişdir.



Şək. 2.3.2

Bu diaqram üzərində nümunənin deformasiyasının müxtəlif mərhələlərinə uyğun bir sıra xarakter hissə və nöqtələri qeyd etmək olar. Diaqramın OA düzxətli hissəsi daxilində qüvvə ilə deformasiya arasında düz mütənasiblik (Huk qanununun doğruluğu) müşahidə olunur. A nöqtəsindən (bu nöqtəyə uyğun qüvvə F_M ilə işarə olunur) sonra bu asılılıq pozulur, lakin hələ ki, B nöqtəsinə qədər qalıcı deformasiyalar əmələ gəlmir, yəni OA mərhələsində olduğu kimi, AB mərhələsində də təkəcə elastiki deformasiyalar baş verir. B nöqtəsindən (bu nöqtəyə uyğun qüvvə F_e ilə işarə olunur) başlayaraq elastiki deformasiyalarla yanaşı nümunədə plastiki deformasiya əmələ gəlir. Dartıcı qüvvənin qiyməti F_a -ya çatdıqdan sonra bir müddət CD hissəsi daxilində qüvvə sabit qalır, deformasiya isə artmaqda davam edir. Bu hadisəyə materialın axması hadisəsi, CD -yə isə **axma sahəciyi** deyilir. Əgər nümunənin səthi təmiz cilalanmışsa, onda bilavasitə A nöqtəsindən sonra yan səthin üzərində milin oxuna təxminən 45° -li bucaq altında maili tutqun xətlər müşahidə olunur. Bu xəttlərə **Çernov xətləri** adı verilir. D nöqtəsindən sonra nümunəni deformasiya etdirmək üçün qüvvəni yenidən artırmaq lazım gəlir, nümunə bir



Şək. 2.3.3

növ öz müqavimətini artırır. Bu hadisəyə **özümöhkəmlənmə hadisəsi** deyilir.

L nöqtəsi (bu nöqtəyə uyğun qüvvə $F_{M.h.}$ və ya $F_{M.M.}$ ilə işarə olunur) qüvvənin ən böyük qiymətə çatmasına uyğun gəlir. Əgər bu nöqtəyə qədər deformasiya nümunənin bütün uzunluğu boyunca bərabər paylanmış olurdusa, həmin nöqtədən sonra ümumi deformasiya nümunənin kiçik bir hissəsində cəmlənir və bunun da nəticəsində o bu hissədə şiddətlə nazilməyə başlayır (boyuncuq əmələ gəlir) və nəhayət K nöqtəsinə uyğun qüvvədən qırılır (şək. 2.3.3). Qırılan zaman nümunənin uzunluğu $\ell + \Delta \ell_d^q$, boyuncuğunun diametri d_b , en kəşik sahəsi

$$\text{isə } A_b = \frac{\pi d_b^2}{4} \text{ (boyuncuğun ən kiçik en kəşik sahəsi)}$$

olur. Dartılan nümunəni diaqramın hər hansı R nöqtəsində yükədən azad etsək, yükədən azad olma (elastiki deformasiyaların itməsi) OA xəttinə paralel R'' xətti üzrə gedəcəkdir. Yükədən tamamilə azad olunduqdan sonra nümunədə $\Delta \ell_R^q$ qədər qalıcı deformasiya əmələ gələcək, yəni onun uzun-

luğu $\Delta \ell_R^q$ qədər artmış olacaqdır. Tam deformasiya $\Delta \ell_R^T$ -nin $\Delta \ell_R^e$ -yə bərabər hissəsi elastiki deformasiya olacaqdır.

Nümunənin dağılmada tam, elastiki və plastiki (qalıq) deformasiyaları uyğun olaraq $\Delta \ell_d^T$, $\Delta \ell_d^e$ və $\Delta \ell_d^q$ ilə işarə edilmişdir (şək. 2.3.2). Yükədən azad olunmuş nümunə fasilə verilmədən təkrarən yükləndikdə yüklənmə əvvəlcə SR düz xətti, sonra isə RLK əyrisi üzrə gedəcək, nümunənin mütənasiblik həddi yüksəlmiş, materialın elastikliyi artmış olacaqdır. Texnikanın bir çox sahələrində geniş istifadə olunan bu hadisəyə **tavlanma hadisəsi** deyilir. $F - \Delta \ell$ koordinatlarında qurulmuş dartılma diaqramının xarakterik nöqtələrinə uyğun qüvvə və deformasiyaların qiymətləri materialın xassələrindən başqa, habelə nümunənin ölçülərindən də asılı olacaqdır. Nümunənin mütləq ölçülərinin materialın mexaniki xassələrinə təsirini aradan qaldırmaq və bununla da material üçün ümumi bir xarakteristikalar əldə etmək məqsədilə $F - \Delta \ell$ diaqramını $\sigma - \varepsilon$ koordinatlarında qurulmuş şəkllə salırlar. Bunun üçün onun ordinatlarını nümunənin əvvəlki en kəşik sahəsinə, absislərini isə əvvəlki uzunluğuna bölürlər. Beləliklə, alınmış diaqrama nümunənin ölçülərinin dəyişməsi nəzərə alınmadığından bəzən **şərti gərginliklər diaqramı** adı verilir. Bu diaqramın (şək. 2.3.4) xarakterik nöqtələri a, b, c, d, ℓ, k ($F - \Delta \ell$) diaqramının A, B, C, D, L, K

nöqtələrinə uyğun olur və materialın aşağıdakı **möhkəmlik xarakteristikalarını** təyin etməyə imkan verir.

$$\sigma_M = \frac{F_M}{A_0} \quad \text{mütənasiblik həddi – gərginliyin elə bir ən böyük qiyməti}$$

tidir ki, buna qədər baş vermiş deformasiyalarla gərginliklər arasında düz mütənasiblik mövcud olur. Burada F_M – mütənasiblik həddinə uyğun qüvvədir.

$$\sigma_e = \frac{F_e}{A_0} \quad \text{elastiklik həddi – gərginliyin elə bir ən böyük qiyməti}$$

dir ki, bu qiymətə qədər plastiki deformasiyalar yaranmır. Bəzi materiallar üçün (xüsusən poladlar üçün) mütənasiblik və elastiklik hədləri bir-birinə çox yaxın olurlar. Burada F_e – elastiklik həddinə uyğun qüvvədir.

$$\sigma_a = \frac{F_a}{A_0} \quad \text{axıcılıq həddi – gərginliyin elə bir qiymətidir ki, bu vaxt}$$

deformasiya qüvvənin sabit qiymətində artır. Burada F_a – axıcılıq həddinə uyğun qüvvədir.

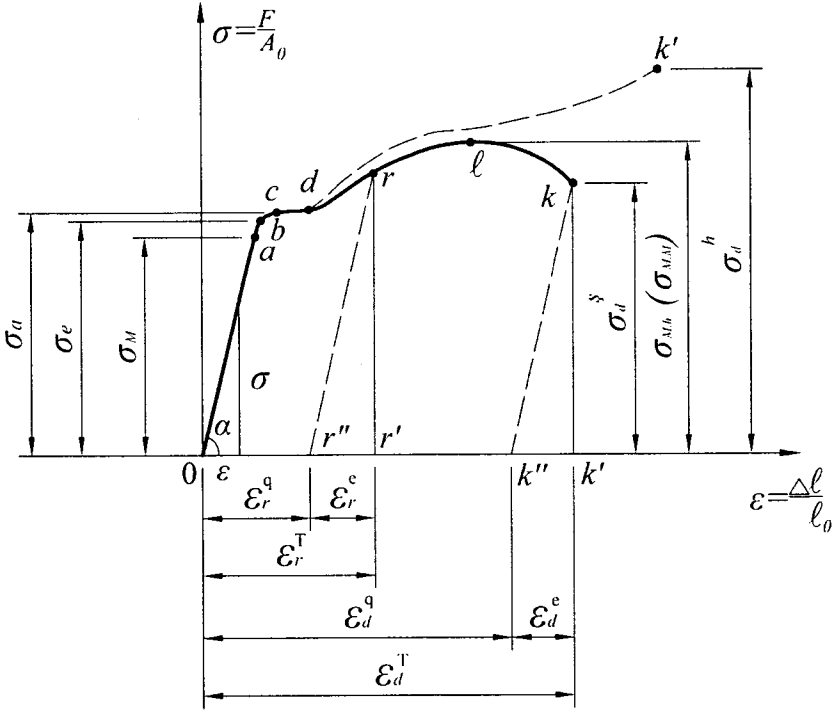
$$\sigma_{M.h}(\sigma_{M.M}) = \frac{F_{\max}}{A_0} \quad \text{möhkəmlik həddi və ya müvəqqəti müqavimət –}$$

gərginliyin elə bir qiymətidir ki, bu zaman nümunəyə ən böyük qüvvə təsir etmiş olur. Burada F_{\max} – möhkəmlik həddinə uyğun qüvvədir.

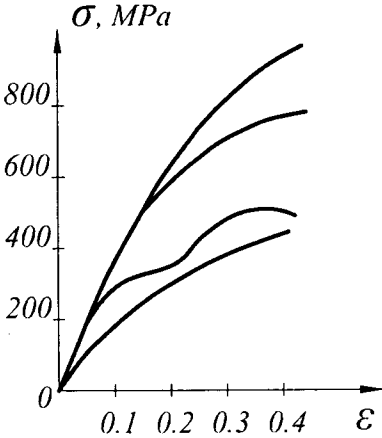
Gərginliklər diaqramını qurduqda nümunənin əvvəlki ölçülərinin sınaq zamanı dəyişməsi nəzərə alınmırdı. Əgər L nöqtəsinə qədər bu şərtlik diaqramın formasına az təsir göstərirdisə, bu nöqtədən sonra (LK hissəsində) en kəskin sahəsinin şiddətlə azalması (boyuncuğun əmələ gəlməsi) mərhələsində o belə bir anlaşılmazlığa səbəb olur ki, guya dağılma zamanı nümunənin en kəsinindəki gərginlik σ_d^s ən böyük gərginlik deyil, çünki diaqramın ℓ nöqtəsinə uyğun gərginliyin qiyməti $\sigma_{MM} > \sigma_d^s$. Nümunənin ölçülərinin dəyişməsinə nəzərə almaqla qurulmuş **həqiqi gərginliklər diaqramı (2.3.4-cü şəkildə ştrix xətti) göstərir ki, əslində dağılma (K' nöqtəsi) gərginliyin ən böyük qiymətində ($\sigma_d^h = \frac{F_d}{A_b}$) baş verir.**

Qeyd etmək lazımdır ki, bəzi materialların dartılma diaqramlarında aşkar şəkildə axma sahəciyi olmadığından axıcılıq həddi şərti olaraq 0,2% qalıcı deformasiyaya uyğun gərginliyə bərabər götürülür və $\sigma_{0,2}$ ilə işarə edilir.

Dartılmaya sınaqlardan, habelə **materialın aşağıdakı plastiklik xarakteristikaları** da təyin edilir (şək. 2.3.4).



Şək. 2.3.4



Şək. 2.3.5

Bunlar dağılmada nisbi qalıcı uzanma

$$\delta = \frac{\ell^q_d}{\ell_0} \cdot 100\% \quad (2.19)$$

və dağılmada nisbi qalıcı nazılmə

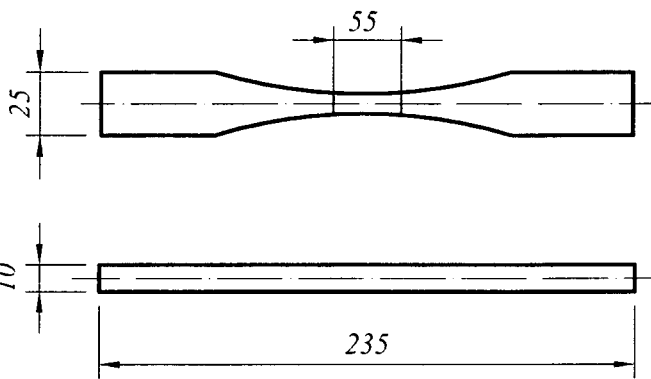
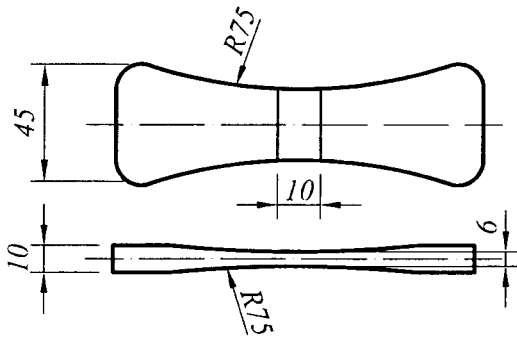
$$\psi = \frac{A_0 - A_b}{A_0} \cdot 100\% \quad (2.20)$$

adlanırlar. Şerti gərginliklər diaqramından görünür ki, materialın elastiki deformatsiyaları daxilində (mütənəsiblik həddinə qədər)

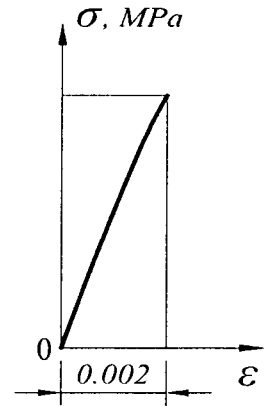
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E \quad (2.21)$$

Buradan elastiklik modulunun həndəsi mənası aşkar olunur.

2.3.5-ci şəkildə bəzi plastikliyi böyük materialların, 2.3.6-cı şəkildə isə tipik kövrək material hesab edilən çuqunun dartılma diaqramları göstərilmişdir.

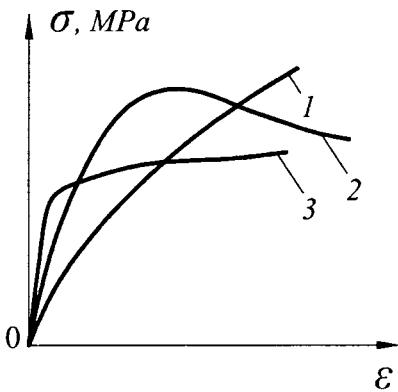


Şək. 2.3.7



Şək. 2.3.6

Texnikanın müxtəlif sahələrində geniş tətbiq olunan plastik kütlələrin dartılmada mexaniki xassələrini öyrənmək üçün 2.3.7, a şəklində göstərilmiş ştamplama üsulu ilə hazırlanan və yaxud yonulma üsulu ilə alınmış (lifli və laylı plastik kütlələrdən) (şək. 2.3.7, a) nümunələrdən istifadə edirlər. Bəzi plastik kütlələrin möhkəmlik həddi CT 3 markalı poladinkından çox, onların plastiklik xarakteristikaları isə nisbətən aşağı ($\delta=1-2\%$) olurlar. Lakin plastik kütlələrin xüsusi çəkisinin polada nisbətən 3-4 dəfə, duralüminə nisbətən 1,5 dəfə az olduğuna görə, onların texnikada bir çox hallarda istifadə edilməsi əlverişli olur, çünki konstruksiyaların çəkisinin azal-



Şək. 2.3.8

dılmasına imkan verir. **Plastik kütlələrin bu xüsusiyyəti xüsusi möhkəmliklə xarakterizə edilir. Xüsusi möhkəmlik, möhkəmlik həddinin xüsusi çəkiyə nisbətinə bərabərdir.** 2.2-ci cədvəldə bəzi materialların dartılmada möhkəmlik həddi, xüsusi çəkisi və xüsusi möhkəmliyi verilmişdir. Həmin cədvəldən görünür ki, CBAM markalı plastik kütlələrin xüsusi möhkəmliyi polada nisbətən çox böyükdür. 2.3.8-ci şəkildə bəzi

termoplastların dartılma diaqramları göstərilmişdir (1-polietilen, 2-poli-propilen, 3 – polivinilxlorid).

Cədvəl 2.2.

Materialın adı	Dartılmada möhkəmlik həddi, $\sigma_{Mh} (\sigma_{MM}) MPa$	Xüsusi çəki $\gamma \cdot 10^{-4} N/m^3$	Xüsusi möhkəmlik $10^3 \cdot \frac{MPa}{N/m^3}$
Polad St · 3	40	7,85	0,51
Polad 35 XQSA	165	7,85	2,10
Düralümin D16	49	2,8	1,75
Titan ərintisi VT4	85	4,5	1,89
Tekstolit PTK	10	1,35	0,74
SVAM I:I	50	1,9	2,63
SVAM 10:1	90	1,9	4,74

2.3-cü cədvəldə bəzi materialların möhkəmlik və plastiklik xarakteristikalarının qiymətləri verilmişdir.

Cədvəl 2.3.

Materialların bəzi mexaniki xarakteristikaları

Materialın adı	Möhkəmlik həddi, $\sigma_{Mh} (\sigma_{MM}) MPa$	Axıcılıq həddi, mütənəsiblik həddi $\sigma_a, \sigma_M MPa$	Nisbi qalıcı uzanma (nisbi qalıcı nazilmə) %
Karbonlu poladlar			
St. 3	380-470	210-240	21-23
St. 40	580-700	340	19 (45)
St. 45	610-750	360	16 (40)
Xəlitəli poladlar			
40X	730-1050	650-900	-
45X	850-1050	700-950	9 (45)
40XH	1000-1450	800-1300	-
40XHMA	1100-1700	850-1600	-
Çuqunlar			
SÇ15-32	150 dartılmada	-	-
	650 sıxılmada	-	-
SƏ32-52	320 dartılmada	$\sigma_a = 0,85 \sigma_{mm}$	1,0-1,2
	1200 sıxılmada		
Əlvan metallar			
Alümin xəlitələri			
AMQ6	320	170	24
AMQ6M	300	150	18
D16, D16P	410	220	18 (30)
Bürünc LM 58-2			
yumşaq	400	156	40
bərk	700	-	10
Tunc Br.A5			
yumşaq	380	160	65 (70)
bərk	800	500, 480	4

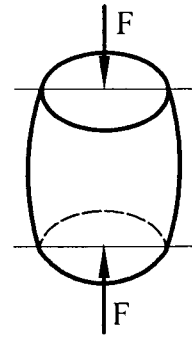
Sıxılma diaqramları

Materialların sıxılmaya sınağı xüsusi preslərdə və yaxud universal sınaq maşınlarında aparılır. Nümunələr, adətən hündürlüyü diametrin üç mislinə bərabər ölçüdə hazırlanmış silindr və ya kubcuq şəklində olurlar. Sınaq maşınlarının piltələri və nümunənin oturacaqları arasında yaranan sürtünmə sınağın nəticələrinə və eləcə də nümunənin dağılma xarakterinə çox böyük təsir göstərir.

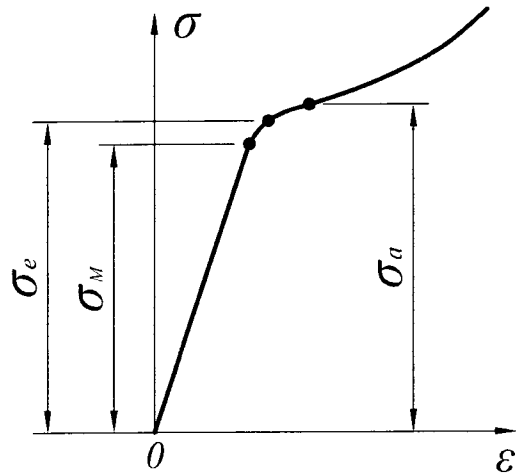
Azkarbonlu poladdan silindrik nümunə sıxılmada boçaşəkilli formaya düşür. (şək. 2.3.9). Bu material üçün sıxılma diaqramı 2.3.10-cu şəkildə göstərilmişdir.

Mütənasiblik həddi σ_M , elastilik həddi σ_e və axıcılıq həddi σ_a -nın qiymətləri dartılma diaqramında alınmış qiymətlərlə eyni olur. Belə materialların sıxılma diaqramlarından heç bir yeni nəticə əldə etmək mümkün olmadığından, onların sıxılmaya sınağı adətən aparılmır. 2.3.11, a şəklində çuqun nümunənin sıxılmadan dağılma xarakteri, 2.3.11, b şəklində isə onun sıxılma diaqramı göstərilmişdir. Ağac kubcuqların sıxılma diaqramları (1-liflər boyu sıxılmada, 2-liflərin eni istiqamətdə sıxılmada) 2.3.12-ci şəkildə verilmişdir. Kövrəkliyi

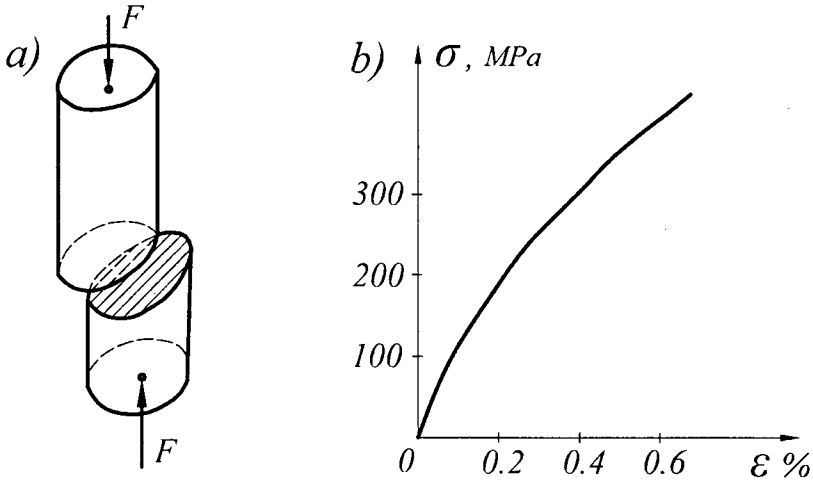
böyük olan materiallar sıxılmada qalıcı deformasiyalar olmadan dağılırlar. 2.3.13, a şəklində daş nümunənin sıxılmadan dağılma xarakteri göstərilmişdir. Həmin nümunənin oturacaqlarına parafin sürtməklə sürtünmə qüvvəsini azaltsaq onun dağılma xarakteri dəyişəcəkdir (şək, 2.3.13, b). Kövrək materialların sıxılma diaqramı 2.3.14-cü şəkildə göstərilmişdir. Bu diaqramlar əyri xətt şəklində olurlar, ona görə də onlarda mütənasiblik və axıcılıq hədləri müşahidə olunmur, elastiklik həddi isə σ_{Mh} möhkəmlik həddinə yaxın alınır. Kövrək materialların sıxılmada möhkəmlik həddi onların dartılmadakı möhkəmlik həddindən bir neçə dəfə böyük olur. Buna görə də mühəndis konstruksiyalarında belə materiallardan elə istifadə edilməlidir ki, onlardan hazırlanmış qurğu hissələri dartılma deformasiyasına məruz qalmasınlar.



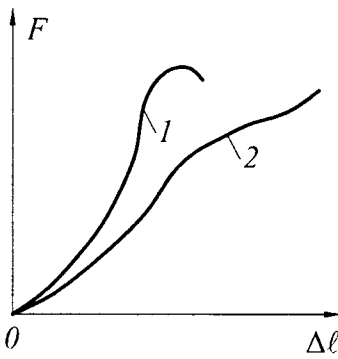
Şək. 2.3.9



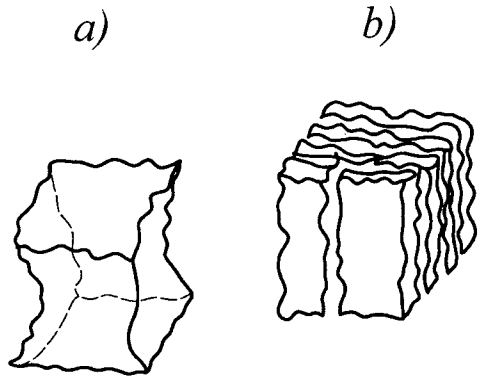
Şək. 2.3.10



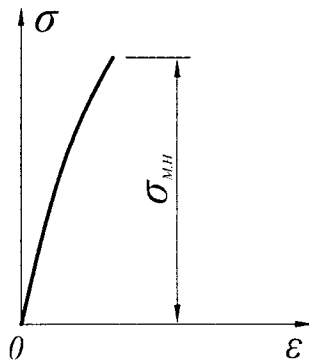
Şək. 2.3.11



Şək. 2.3.12



Şək. 2.3.13



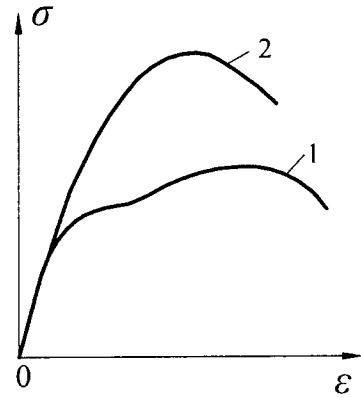
Şək. 2.3.14

§ 2.4. Materialların mexaniki xassələrinə təsir edən amillər

Təcrübələr nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, bu və ya digər materialın mexaniki xassələrinə kimyəvi tərkibin, hazırlanma texnologiyasının, termiki və mexaniki emalın, yüklənmə xarakterinin, temperaturun, radioaktiv şüalandırılmanın, mühitin və digər amillərin böyük təsiri olur. Bu amillərdən bir neçəsini nəzərdən keçirək.

Deformasiya sürətinin təsiri

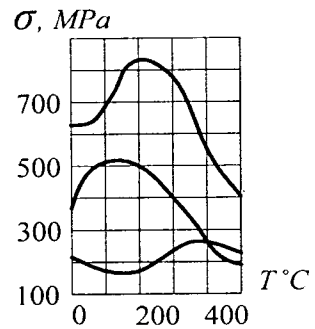
Yüklənmə sürətinin artırılması bütün materiallarda, xüsusən plastik kütlələrdə, deformasiyaya müqavimətin artmasına səbəb olur, belə ki, onların elastiklik həddi, axıcılıq həddi və möhkəmlik həddi yüksəlir, 2.4.1-ci şəkildə poladın statiki (1 əyrisi) və dinamiki (2 əyrisi) dartılma diaqramları göstərilmişdir. Bu diaqramlardan görünür ki, dinamiki (böyük sürətlə) yüklənmədə möhkəmlik həddinə uyğun deformasiya statiki qüvvənin təsirindəkine nisbətən kiçik olur, lakin elastiklik modulu və Puasson əmsalının qiymətləri praktiki olaraq dəyişmirlər.



Şək. 2.4.1

Temperaturun təsiri

Bir çox maşın və konstruksiya hissələri yüksək temperatur şəraitində işləyirlər. Buna misal olaraq reaktiv mühərriklərin, turbinlərin hissələrini və s. göstərmək olar. Təcrübələr göstərir ki, temperaturdan asılı olaraq bütün materialların mexaniki xassələri dəyişirlər. 2.4.2-ci şəkildə karbonlu poladın axıcılıq həddi, möhkəmlik həddi və dağılmada nisbi qalıcı deformasiyanın temperaturdan asılı olaraq dəyişmə qrafikləri göstərilmişdir. Həmin əyriyə əsasən demək olar ki, möhkəmlik həddinin ən böyük eləcə də δ -nın ən kiçik qiymətləri temperaturun 150–250°C intervalında olur.



Şək. 2.4.2

Temperatur artdıqca materialın elastiklik modulu E əhəmiyyətli dərəcədə azalır. Puasson əmsalı isə azacıq artır, daha yüksək temperaturda

belə poladların möhkəmliyi şiddətlə azalır. Odur ki, karbonlu poladlar 350–400°C temperaturlarda işlədilmirlər. Bununla əlaqədar olaraq yüksək temperatur şəraitində xüsusi odadavamlı poladlardan istifadə edilir.

Adətən plastiki materialların mənfi temperaturlarda kövrəklik xassəsi və eləcə də möhkəmlik və axıcılıq hədləri artır, plastikliyi isə azalır.

Sürüngenlik (zamanın təsiri)

Az müddətli sınaqlarda heç bir plastiki deformasiya yaratmayan **sabit gərginlik yüksək temperatur şəraitində müəyyən uzun müddət ərzində plastiki deformasiyaların yaranmasına və artmasına səbəb olur. Buna sürüngenlik hadisəsi deyilir.**

Sürüngenlik nəticəsində baş verən deformasiya dayanır və yaxud gərginlik səviyyəsindən və temperaturdan asılı olaraq dağılmaya gətirib çıxara bilər.

Gərginliklərin relaksasiyası

Yüklənmiş detallın tam deformasiyasının sabit qaldığı şəraitdə vaxt keçdikcə sürüngenlik nəticəsində gərginliklərin azalmasına gərginliklərin relaksasiyası deyilir və bir çox metallarda yalnız yüksək temperatur şəraitində baş verir.

Miqyas amilinin təsiri

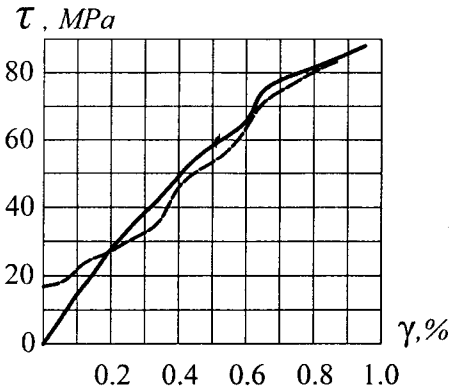
Nümunənin və ya məmulatın dağılmaya müqaviməti əsasən onun ölçülərindən asılıdır. Bu təsire möhkəmliyin **miqyas amili** deyilir.

Təcrübələr göstərir ki, mütləq ölçülərin artması materialın mexaniki xassələrinin müəyyən həddə qədər aşağı düşməsinə və sonradan sabit qalmasına səbəb olur. Bunu cismin ölçülərinin artdıqda onun quruluşunda zəiflədici mövcud zədələrin sayının çoxalma ehtimalı ilə izah etmək olar.

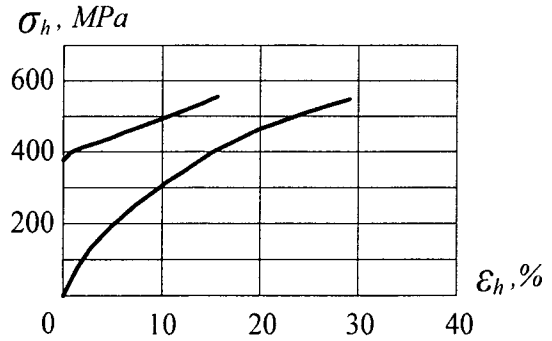
Nümunənin ölçülərinin müəyyən qiymətə çatdıqdan sonra materialın mexaniki xassələrinin sabit qalmasının səbəbi isə həmin zədələrin nümunədə paylanma xarakteri bu materialdan daha böyük həcmli məmulatdakına yaxınlaşması ola bilər. Aydınır ki, nümunənin ölçüləri nə qədər böyük götürülsə, onun sınağı nəticəsində təyin olunmuş xassələri məmulatdakı materialın xassələrinə daha yaxın olar.

Radioaktiv şüalandırılmanın təsiri

Radioaktiv şüalandırılmaya nüvə reaktorları, elektrik stansiyaları, sinxrotronlar və s. kimi konstruksiyalar məruz qala bilərlər.



Şək. 2.4.3



Şək. 2.4.4

Böyük enerjiyə malik elementar hissəciklərlə şüalandırılmış bərk cisimlər öz mexaniki və o cümlədən elastiki xassələrini dəyişirlər. Bunun səbəbi yüksək enerjiyə malik hissəciklər tərəfindən materialın kristallik qəfəsində zədələrin (qüsurların) əmələ gəlməsidir. Şüalandırılma nəticəsində metalların gərginliklər diaqramı dəyişir.

2.4.3-cü şəkildə $2 \cdot 10^{22}$ neytron/m² dozası olan şüalandırılma mis monokristalının gərginliklər diaqramı, 2.4.4-cü şəkildə isə nikelin həqiqi gərginliklər diaqramı (10^{24} neytron/m² dozasında) göstərilmişdir. Həmin diaqramlarda 1-ci ayrılar şüalandırılmış nümunələrə aiddirlər. Bu şəkillərdən görünür ki, şüalandırılma onun dozasından asılı olaraq əksər materialların möhkəmlik xarakteristikalarının artmasına, plastikliyinin isə azalmasına səbəb olur.

§ 2.5. Buraxılabilən gərginlik və ehtiyat əmsalı. Dartılma və sıxılmada möhkəmliyə və sərtliyə görə hesablamalar

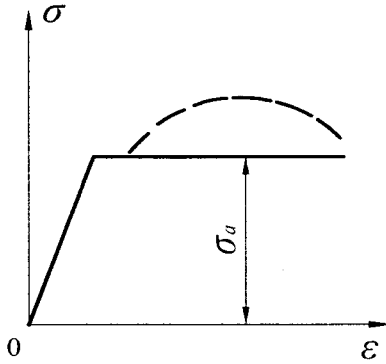
Materialın mexaniki xarakteristikaları təcrübi yolla təyin olunduqdan sonra, konstruksiya üçün təhlükəsiz gərginlik səviyyəsini və başqa sözlə, materialın buraxılabilən gərginliyini müəyyən etmək olar.

Buraxılabilən normal gərginlik $[\sigma]$ ilə işarə olunur və material üçün qorxulu sayılan ən böyük gərginliklərin müəyyən hissəsinə bərabər olur, yəni

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{K}$$

Burada

σ_T – materialın təhlükəli gərginliyi;
 K – möhkəmlik ehtiyatı əmsalıdır.



Şək. 2.5.1

düsturlarının təqribiliyindən, hansı gərginliyin təhlükəli qəbul olunduğundan (σ_a və ya σ_{MM}) və s. amillərdən asılı olaraq müəyyənləşdirilir.

Statiki yüklənmədə plastiki materiallar üçün

$$[\sigma] = \frac{\sigma_a}{K_a}$$

$K_a = 1,4 \div 1,6$, kövrək materiallar üçün isə

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{M \cdot h}}{K_{M \cdot h}}$$

$K_{M \cdot h} = 2,4 \div 2,6$ qəbul edilir. Burada K_a – axıcılıq həddinə, $K_{M \cdot h}$ – möhkəmlik həddinə görə ehtiyat əmsallarıdır.

Dartılmaya və sıxılmaya görə buraxılabilən gərginliklər uyğun olaraq $[\sigma]^+$, $[\sigma]^-$ -la işarə edirlər. Bəzi materialların buraxılabilən gərginlikləri 2.4-cü cədvəldə verilmişdir.

Dartılma və sıxılmaya işləyən brusların və onlardan təşkil olunmuş konstruksiyaların uzun müddət etibarlı işləməsini təmin etmək üçün xüsusi hesablamalar aparmaq lazım gəlir.

Qeyd etmək lazımdır ki, texnikanın inkişafı ilə əlaqədar olaraq materialların keyfiyyəti, hissələrin hesablamaya və hazırlanma dəqiqliyi getdikcə artır. Bunun da nəticəsində buraxılabilən gərginliyin qiyməti artır, ehtiyat əmsallarının qiyməti isə azalır və beləliklə, müasir yüngül və eyni zamanda uzun müddət etibarlı, möhkəm istismar oluna biləcək konstruksiyaların yaradılması üçün yeni imkanlar meydana çıxır.

Bunlardan **möhkəmliyə və sərtliyə görə hesablamaları** nəzərdən keçirək. **Möhkəmliyə görə hesablamaya** aşağıda göstərilən üç üsul ilə:

1. Buraxılabilən gərginliklərə görə,
2. Dağıdıcı yükə görə və
3. Həddi hallara görə aparıla bilər.

Cədvəl 2.4.

Dərtılma və sıxılmaya əsas buraxılabilən gərginliklərin qiymətləri

Materialın adı	Buraxılabilən gərginlik, MPa	
	dərtılmaya $[\sigma]^+$	sıxılmaya $[\sigma]^-$
Boz çuqun (tökmə məmulatda)	28-80	120-180
Polad OS və Ct. 2	140	140
Polad Ct.3	160	160
Polad Ct.3 (körpülərdə)	140	140
Karbonlu konstruksiya poladı (maşınqayırma)	60-250	60-250
Xəlitəli konstruksiya poladı (maşınqayırma)	100-400 və artıq	100-400 və artıq
Mis	30-120	30-120
Bürünc	70-140	70-140
Tunc	60-120	60-120
Alümin	30-80	30-80
Alüminli tunc	80-120	80-120
Düralümin	80-150	80-150
Tekstolit	30-40	30-40
Getinaks	50-70	50-70
Şam ağacı (liflər eninə)	-	1,5-2
Şam ağacı (liflər boyu)	7-10	10-12
Palıd (liflər boyu)	9-13	13-15
Palıd (liflər eninə)	-	2-3,5
Daş hörgü	0,3-ə qədər	0,4-4
Kərpic hörgü	0,2-yə qədər	0,6-2,5
Beton	0,1-0,7	1-9

1. Buraxılabilən gərginliklərə görə hesablamalar mütləq qiymətə ən böyük normal gərginliyin buraxılabilən gərginlikdən çox olmamasını ifadə edən aşağıdakı

$$\max \sigma_x \leq [\sigma] \quad (2.23)$$

dərtılma və sıxılmada möhkəmlik şərtinə əsasən aparılır.

$\sigma_x = \frac{N}{A}$ olduğunu nəzərə alsaq (2.23) möhkəmlik şərtini

$$\frac{N}{A_{netto}} \leq [\sigma] \quad (2.24)$$

şəklinə salırıq.

Burada: A_{netto} – təhlükəli en kəsiyin (ən böyük gərginlik təsir edən en kəsiyin) təmiz sahəsidir.

(2.24) şərtindən üç növ hesablamalar aparılır:

– verilmiş qüvvədə milin təhlükəsiz lazımı ölçülərinin tapılması:

$$A_{netto} = \frac{N}{[\sigma]} ;$$

– verilmiş ölçülərə görə isə ən böyük buraxılabilən qüvvənin təyin olunması:

$$[N] = A_{netto} [\sigma] ;$$

– möhkəmlik şərtinə daxil olan bütün kəmiyyətlər məlum olduğu halda bu şərtin ödənilməsinin yoxlanılması.

2. Dağıdıcı yüklərə görə hesablama

$$F_{max} \leq [F] \quad (2.25)$$

şərtinə əsasən aparılır. Burada

F_{max} – qurğuya təsir edən ən böyük yük;

$$[F] = \frac{F_{dağ}}{K} \text{ – buraxılabilən yüküdür.}$$

Ehtiyat əmsalının (K) qiyməti yuxarıda qeyd edildiyi kimi təyin olunur. Buraxılabilən yük $F_{dağ}$ dağıdıcı yükün K ehtiyat əmsalına olan nisbətində bərabərdir.

Dağıdıcı yük konstruksiyanın həddi halına uyğun qüvvəyə deyilir.

Plastikliyi çox olan materiallardan (məsələn, karbonlu poladdan) hazırlanmış milin və ya millər sisteminin dağıdıcı yükünü tapmaq məqsədilə dartılma diaqramını şərti olaraq maili və üfüqi düz xətlərlə əvəz olunmuş şəkllə salırlar (şək. 2.5.1). Belə diaqramın axıcılıq sahəciyi sonsuz hesab edilir. Əgər milin və ya millər sisteminin bir və ya bir neçə millərində gərginliyin axıcılıq həddinə çatması onları həndəsi dəyişilən sistemə (mexanizmə) çevirirsə, deməli, sistem həddi hala çatmışdır.

Bu anda sistemə təsir edən qüvvə dağıdıcı yük olacaqdır.

Kövrək materiallar üçün hesablamalarda axıcılıq həddinin yerinə möhkəmlik həddi götürülür.

3. Həddi hallar üsulu yuxarıda göstərilən üsullardan fərqli olaraq müxtəlif amillərin konstruksiyaya təsirini daha geniş və dəqiq nəzərə almaq məqsədilə bir neçə ehtiyat əmsallarından istifadə edir. Bu hesablamalarda üç qrup həddi hala təsadüf olunur:

– **yükgötürmə qabiliyyətinin itirilməsi (dağılma, materialın axması və s. nəticəsində);**

– **normal istismarın yararsız şəkllə düşməsi (həddindən artıq yer-dəyişmələrin, rəqslərin yaranması);**

– **çatların və digər zədələnmələrin əmələ gəlməsi.**

Bunlardan birincisini nəzərdən keçirək. Bu halda möhkəmlik şərti

$$\max \sigma_x = \frac{N}{A} \leq R \quad (2.26)$$

şəklində yazılır. Burada

$$R = \frac{R^n}{K} \text{ – materialın hesabi müqavimətidir.}$$

Normativ müqavimət adlanan R^n və təhlükəsizlik əmsalı K hər bir material üçün xüsusi layihələndirmə normaları ilə müəyyən olunur.

Hesabi yük

$$N = N_1^n n_1 + N_2^n n_2 + \dots \quad (2.27)$$

düsturu ilə hesablanır. Burada

N_1^n, N_2^n – müxtəlif normativ yüklərdən konstruksiya elementlərində yaranan qüvvələrdir.

n_1, n_2, \dots – normativ yüklərdən artıq yüklənmələri nəzərə alan əmsallardır.

Normativ yüklərin və n_1, n_2, \dots əmsallarının qiymətləri layihələndirmə normalarında verilir.

Qeyd etmək lazımdır ki, birinci və ikinci növ hesablamalardan əsasən maşınqayırma, həddi hallar üsulundan isə inşaat konstruksiyalarının hesablanması istifadə edilir.

Bəzi hallarda maşın hissəsinin və ya qurğu elementinin normal işləməsi üçün onun deformasiyasının müəyyən verilmiş buraxılabilən həddən artıq olmaması tələb olunur. Belə hallarda

$$\max \varepsilon_x \leq [\varepsilon] \quad (2.28)$$

sərtlik şərtindən istifadə edilir. Burada $\max \varepsilon_x$ – ən böyük nisbi boyuna deformasiya, $[\varepsilon]$ – buraxılabilən nisbi xətti deformasiyadır.

§ 2.6. Dartılma və sıxılmada deformasiyanın potensial enerjisi

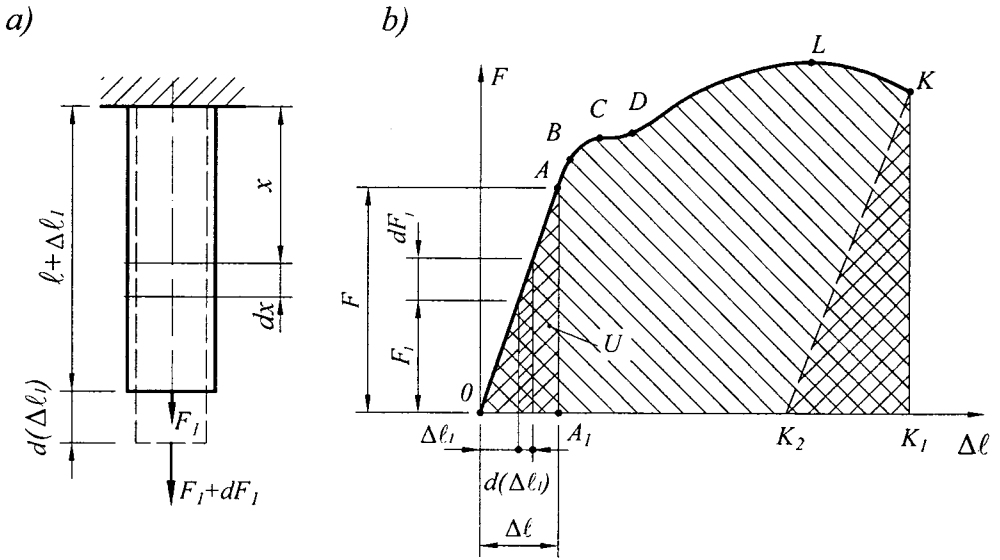
Statiki qüvvə təsirindən dartılan milin deformasiyasına müəyyən iş sərf olunur.

Bu iş elastik deformasiyalar daxilində potensial enerji şəklində mildə yığılır. Yükdən azad olunduqda toplanmış enerji hesabına cisim tamamilə öz əvvəlki ölçü və formasını bərpa edir. İdeal elastiki deformasiyalar üçün

xarici qüvvənin gördüyü iş W deformasiyanın U potensial enerjisinə bərabər olmalıdır.

$$W = U \quad (2.29)$$

Tutaq ki, sabit en kəsikli dartılan mildə qüvvənin mütənasiblik həddinə uyğun F_M qiymətinə çatana qədər alınan elastiki $\Delta \ell$ deformasiyasında (şək. 2.6.1, a) görülən işi hesablamaq lazımdır. Bunun üçün qüvvənin hər hansı F_1 qiymətinə uyğun deformasiyasını $\Delta \ell_1$ ilə işarə edib, F_1 qüvvəsinə dF_1 artımı verək. dF_1 qüvvəsi təsirindən mil $d(\Delta \ell_1)$ qədər əlavə deformasiya alır və bu zaman qiyməti sabit qalan F_1 yükü (şək. 2.6.1, a) $d(\Delta \ell_1)$ yerdəyişməsində dW işi görür.



Şək. 2.6.1

Aydınır ki, bu iş qüvvə ilə yerdəyişmənin hasilinə bərabər olur:

$$dW = F_1 \cdot d(\Delta \ell_1) \quad (2.30)$$

2.6.1, b şəklindəki üçbucaqların oxşarlığından yazıla bilər:

$$F_1 = \frac{F}{\Delta \ell} \cdot \Delta \ell_1 \quad (2.31)$$

(2.31) düsturunu (2.30) ifadəsində yerinə yazıb inteqrallasaq alarıq.

$$W = \frac{F}{\Delta \ell} \int_0^{\Delta \ell} \Delta \ell_1 \cdot d(\Delta \ell_1) = \frac{F \cdot \Delta \ell}{2} \quad (2.32)$$

Deməli, (2.29)-a əsasən milin tam potensial enerjisini

$$U = \frac{F \Delta \ell}{2} \quad (2.33)$$

və yaxud (2.15) düsturlarından istifadə etməklə

$$U = \frac{F^2 \ell}{2EA} \quad \text{və ya} \quad U = \frac{N^2 \ell}{2EA} \quad (2.34)$$

şəklinə sala bilərik. Buradan görünür ki, potensial enerji normal daxili qüvvənin kvadratından asılı olduğundan, o həmişə müsbət olur və onun hesablanması üçün qüvvələr təsirinin bir-birindən asılı olmaması prinsipindən istifadə oluna bilməz. Bu düsturlardan yalnız N normal qüvvənin milin uzunluğu boyunca sabit qaldığı halda, enerjinin hesablanması üçün istifadə oluna bilər.

Əgər normal qüvvə milin uzunluğu boyu dəyişirsə, onda onun dx uzunluğundakı elementar hissəsinin enerjisini (2.34) düsturuna oxşar şəkildə yazıb

$$dU = \frac{N^2(x) \cdot dx}{2E \cdot A}$$

inteqrallasaq, milin tam enerjisi üçün

$$U = \int_{\ell} \frac{N^2(x) \cdot dx}{2EA} \quad (2.35)$$

düsturunu alırıq.

Çoxməntəqəli dəyişən kəsikli millərdə tam enerji üçün alırıq:

$$U = \sum_{i=1}^n \int_{\ell_i} \frac{N_i^2(x) \cdot dx}{2E_i \cdot A_i(x)} \quad (2.36)$$

Dartılma və sıxılmada milin U tam enerjisinin onun V həcminə olan nisbətinə

$$\bar{U} = \frac{U}{V} \quad (2.37)$$

xüsusi potensial enerji deyilir.

(2.33) və $V=A\ell$ düsturlarını (2.37) ifadəsində yerinə yazıb, sadələşdirdikdən sonra **milin deformasiyasının xüsusi potensial enerjisi** üçün

$$\bar{U} = \frac{\sigma_x \varepsilon_x}{2} \quad (2.38)$$

düsturunu əldə edirik. Burada Huk qanunundan

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$$

olduğunu nəzərə alsaq

$$\bar{U} = \frac{\sigma_x^2}{2E} \quad (2.39)$$

olar.

(2.38) düsturundan görünür ki, xüsusi potensial enerji σ - ε koordinatlarında qurulmuş dartılma diaqramında ΔOaa_1 -in sahəsinə bərabərdir. $F - \Delta \ell$ koordinatlarında qurulmuş dartılma diaqramının bütün ($OABCDLKK_1$) sahəsi nümunənin dağılmasında F qüvvəsinin gördüyü iş, ΔKK_1K_2 -nin sahəsi isə bu işin elastiki deformasiyaların itməsinə sərf olunan hissəsidir.

§ 2.7. Dartılma və sıxılmada milin öz çəkisinin nəzərə alınması

Fəslin 1-ci paragrafında müəyyən edilmişdir ki, bir ucu sərt bərkidilmiş, digər ucundakı F qüvvəsi və öz çəkisi təsirindən dartılan milin istənilən en kəsiyində normal gərginlik (şək. 2.7.1,a)

$$\sigma_x = \frac{F}{A} + \gamma x,$$

ən böyük gərginlik isə

$$\max \sigma_x = \frac{F}{A} + \gamma \ell$$

olur. Milin normal gərginliklər epyuru şək. 2.7.1,b-də göstərilmişdir.

Buraxılabilən gərginliklər üsuluna əsasən milin möhkəmlik şərti

$$\frac{F}{A} + \gamma \ell \leq [\sigma] \quad (2.40)$$

şəklində yazıla bilər.

Bu şərtədən milin lazımi en kəşik ölçülərini tapa bilərik.

$$A = \frac{F}{[\sigma] - \gamma \ell} \quad (2.41)$$

Bu düsturdan görünür ki, uzunluğu $\frac{[\sigma]}{\gamma}$ -ya bərabər milin en kəşik sahəsinin qiymətindən asılı olmayaraq öz çəkisindən başqa heç bir qüvvə ilə yükləmək olmaz. Uzunluğu

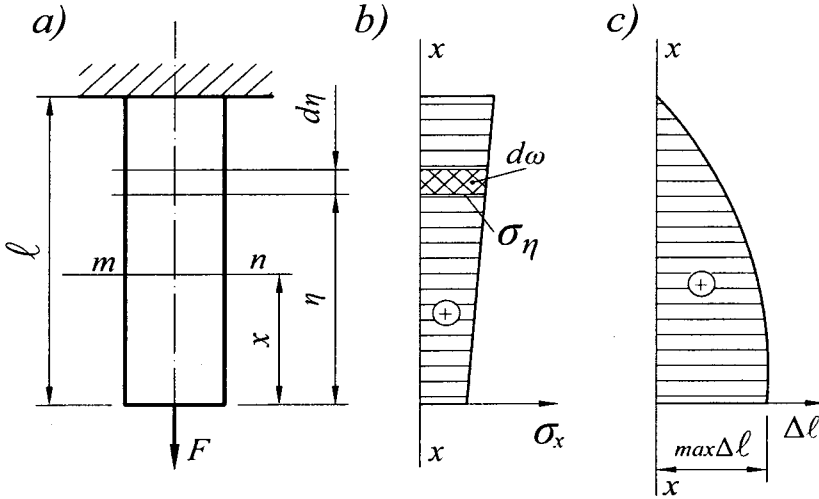
$$\ell_k = \frac{\sigma_{M \cdot h}}{\gamma}$$

olan millər yalnız öz çəkisi təsirindən dağılırlar. Burada ℓ_k – milin təhlükəli (kritik) uzunluğudur. Məsələn, möhkəmlik həddi $\sigma_{M \cdot h} = 400 \text{ MPa}$, həcmi çəkisi $\gamma = 8 \cdot 10^4 \text{ N/m}^3$ olan polad mil üçün kritik uzunluq

$$\ell_k = \frac{400 \cdot 10^6}{8 \cdot 10^4} = 5000 \text{ m}$$

olur.

İndi işə milin deformasiyası nəticəsində onun en kəsiqlərinin yerdəyişməsini təyin edək.



Şək. 2.7.1

2.7.1. şəkildə göstərilmiş milin sərbəst ucundan x məsafəsində duran m - n kəsiyinin yerdəyişməsi Δl_{m-n} onun uzunluğu $l-x$ olan hissəsinin tam mütləq deformasiyasına bərabər olacaqdır. Həmin hissədə cari η məsafəsində ayrılmış elementar $d\eta$ hissəsinin deformasiyası Huk qanununa əsasən

$$\Delta(d\eta) = \frac{N_{(\eta)}d\eta}{EA} = \frac{\sigma_\eta d\eta}{E} \quad (2.42)$$

olur.

Axırıncı ifadəni $x+\ell$ intervalında inteqrallamaqla x məsafəsindəki ixtiyari kəsiyin yerdəyişməsini təyin edə bilərik.

$$\Delta l_{m-n} = \int_x^\ell \frac{\sigma_\eta d\eta}{E} \quad (2.43)$$

Həmin kəsiyin gərginliyi

$$\sigma_\eta = \sigma_x \Big|_{x=\eta} \quad \text{və ya} \quad \sigma_\eta = \frac{F}{A} + \gamma\eta$$

ifadəsini (2.43)-də yerinə yazıb, sadələşdirsək

$$\Delta l_{m-n} = \frac{F(\ell-x)}{EA} + \frac{\gamma(\ell^2-x^2)}{2E} \quad (2.44)$$

alırıq. Bu ifadəyə əsasən yerdəyişmələr epyurunu qururuq (şək. 2.7.1, c). Axırıncı ifadədən $x=0$ olduqda milin tam uzanması üçün

$$\max \Delta \ell = \frac{F\ell}{EA} + \frac{\gamma \ell^2}{2E} \quad (2.45)$$

və yaxud burada $\gamma \ell^2 = \frac{\gamma \ell A}{A} \ell = \frac{G}{A} \ell$ olduğunu nəzərə alsaq

$$\max \Delta \ell = \frac{F\ell}{EA} + \frac{\frac{G}{A} \ell}{EA} = \frac{\left(F + \frac{G}{2}\right) \ell}{EA} \quad (2.46)$$

düsturunu alırıq. Burada G -milin tam çəkisidir.

(2.46) düsturundan görünür ki, (2.7.1) şəklindəki milin öz çəkisini nəzərə almaqla tam uzanmasını təyin etmək üçün milin öz çəkisinin yarısını sərbəst ucunda tətbiq edib (2.15) düsturunda $N = F + \frac{G}{2}$ yerinə yazmaq lazımdır.

(2.43) ifadəsindəki $\sigma_\eta d\eta$ hasili 2.7.1, b şəklinə əsasən gərginliklər epyurunun elementar $d\omega$ sahəciyinə bərabər olduğunu nəzərə alsaq milin istənilən en kəsiyinin boyuna yerdəyişməsinə təyin etmək üçün aşağıdakı çox sadə düstur hasil edə bilərik.

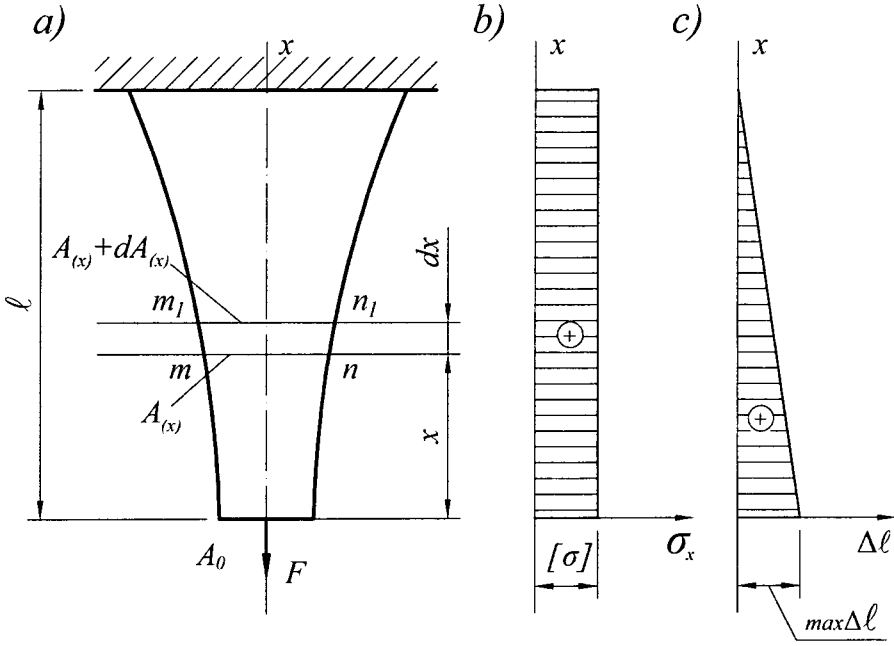
$$\Delta \ell_{m-n} = \frac{\omega_{(\ell-x)}}{E} \quad (2.47)$$

Burada $\omega_{(\ell-x)}$ – gərginliklər epyurunun $\ell-x$ hissəsinin sahəsidir. Çoxməntəqəli pilləvari millərin istənilən kəsiyinin yerdəyişməsinə (2.47) düsturu ilə təyin etmək xüsusilə əlverişli olur.

Bərabər müqavimətli mil

2.7.1, b şəklindəki normal gərginliklər epyurundan görünür ki, öz çəkisi böyük olan (nəzərə alındıqda) milləri sabit en kəsikli hazırlamaq əlverişli deyil, çünki onların en kəsik sahəsi təkcə ən qorxulu yuxarı kəsiyin gərginliyinin buraxılabilən gərginliyə bərabər olması şərtindən (2.41) düsturuna görə tapılsa, başqa kəsiklərin gərginlikləri $[\sigma]$ -dan az olacaq və materialdan səmərəsiz istifadə ediləcəkdir.

Bütün en kəsiklərində gərginlikləri buraxılabilən gərginliyə bərabər olan milə bərabər müqavimətli (bərabər möhkəmliyə malik) mil deyilir. Aydındır ki, belə milin en kəsiyinin sahəsi də onun uzunluğu boyunca dəyişən olacaqdır. Belə ki, ən böyük normal qüvvəsi olan kəsiyin sahəsi maksimal qiymət alacaq, normal gərginliklər isə bütün en kəsikləri üçün eyni olacaqdır (şək. 2.7.2,a,b)



Şək. 2.7.2

Bərabər müqavimətli milin (şək. 2.7.2, a) en kəsik sahəsinin dəyişmə qanununu tapmaq üçün bir-birindən sonsuz kiçik dx məsafəsində keçən $m-n$ və m_1-n_1 kəsiklərinin gərginlik ifadələrini yazaq:

$m-n$ kəsiyi üçün

$$\frac{N_{m-n}}{A_{(x)}} = [\sigma] \quad (2.48)$$

m_1-n_1 kəsiyi üçün

$$\frac{N_{m-n} + dG}{A_{(x)} + dA_{(x)}} = [\sigma] \quad (2.49)$$

Axırıncı ifadədən milin m_1-n_1 en kəsinin normal qüvvəsini təyin edirik:

$$N_{m-n} + dG = A_{(x)}[\sigma] + dA_{(x)}[\sigma] \quad (2.50)$$

(2.48) ifadəsindən tapılmış

$$N_{m-n} = A_{(x)}[\sigma]$$

düsturunu (2.50)-də yerinə yazıb, alırıq:

$$\frac{dG}{dA_{(x)}} = [\sigma] \quad (2.51)$$

alarıq. Burada $dA_{(x)} - m - n$ kəsiyindən $m_1 - n_1$ kəsiyinə keçdikdə $A_{(x)}$ sahəsinin sonsuz kiçik artımı, dG – normal qüvvənin artımı və ya $m n m_1 n_1$ elementinin çəkisidir. Bu elementin hündürlüyü dx çox kiçik olduğu üçün onu oturacağıının sahəsi A_x , hündürlüyü isə dx olan silindrik cisim kimi qəbul edirik. Onda $dG = \gamma A_{(x)} dx$ olduğunu qəbul edərək (2.51)-də yerinə yazsaq,

$$\gamma A_{(x)} \cdot dx = dA_{(x)} \cdot [\sigma] \quad \text{və ya} \quad \frac{dA_{(x)}}{A_{(x)}} = \frac{\gamma dx}{[\sigma]} \quad (2.52)$$

olar.

Bu ifadəni inteqrallayıb alırıq:

$$\ln A_{(x)} = \frac{\gamma x}{[\sigma]} + C \quad (2.53)$$

Buradakı C inteqral sabitini $x=0$ olduqda $A_{(x)} = A_0$ başlanğıc şərtindən təyin edirik

$$C = \ln A_0$$

Bu ifadəni (2.53)-də yerinə yazaraq

$$\ln A_{(x)} - \ln A_0 = \frac{\gamma x}{[\sigma]}, \quad \text{buradan isə}$$

$$\frac{A_{(x)}}{A_0} = e^{\frac{\gamma x}{[\sigma]}} \quad \text{və ya} \quad A_{(x)} = A_0 e^{\frac{\gamma x}{[\sigma]}} \quad (2.54)$$

olduğunu müəyyən edirik. Burada $A_{(x)}$ – bərabər müqavimətli milin ixtiyari en kəsiyinin, A_0 isə sərbəst en kəsiyinin sahəsidir. A_0 -ın qiyməti (2.48)-dən $x=0$ olan sərbəst en kəsiyi üçün alınan $\frac{F}{A_0} = [\sigma]$ ifadəsindən təyin edilir:

$$A_0 = \frac{F}{[\sigma]}$$

(2.54) düsturundan görünür ki, bərabər müqavimətli milin en kəsiyinin sahəsi uzunluğu boyunca hiperbolik qanunla dəyişilir.

Bərabər müqavimətli milin hər hansı $m-n$ en kəsiyinin yerdəyişməsi bu kəsikdən yuxarıda qalan hissəsinin uzanmasına ($\Delta \ell_{m-n}$) bərabər olacaq-

dır. Buna görə də dx elementinin uzanmasını, yəni $\Delta(dx) = \frac{N_{(x)} \cdot dx}{EA_{(x)}}$ ifadəsini $x - \ell$ intervalında inteqrallayıb alırıq:

$$\Delta \ell_{m-n} = \int_x^\ell \Delta(dx) = \int_x^\ell \frac{N_{(x)}}{A_{(x)}} \cdot \frac{dx}{E} = \int_x^\ell [\sigma] \cdot \frac{dx}{E} = \frac{[\sigma](\ell - x)}{E}$$

və ya $\Delta \ell_{m-n} = \frac{[\sigma](\ell - x)}{E}$ (2.55)

Bərabər müqavimətli milin hər hansı $m-n$ kəsiyinin yerdəyişməsini və tam uzanmasını (2.47) düsturuna əsasən də 2.7.2, b şəklindəki gərginliklər epyurundan asanlıqla tapırıq:

$$\Delta \ell_{m-n} = \frac{\omega_{m-n}}{E} = \frac{[\sigma](\ell - x)}{E}; \quad \max \Delta \ell = \frac{[\sigma]\ell}{E}$$
 (2.56)

burada $\omega_{m-n} = [\sigma](\ell - x)$ – gərginliklər epyurunun $\ell - x$ hissəsinin sahəsidir.

Buradan görünür ki, bərabər müqavimətli milin hər hansı kəsiyinin boyuna yerdəyişmələri onun uzunluğu boyunca xətti qanunla dəyişir. Onun epyuru 2.7.2, c şəklində göstərilmişdir.

Bərabər müqavimətli millər dartılma və sıxılmada çox səmərəli konstruksiya olmasına baxmayaraq onların həmin formada hazırlanması çətin olduğundan belə milləri təqribi olaraq bir neçə kəsik piramidalardan (konuslardan və s.) ibarət, yaxud pilləvari formada (hər pilləni silindrik və ya prizmatik şəkildə) hazırlayırlar.

Pilləvari millər

Bərabər müqavimətli millərdən fərqli olaraq pilləvari millərin (şək. 2.7.3, a) hər məntəqəsinin təkə yuxarı kəsiyindəki gərginlik $[\sigma]$ -ya bərabər olur. Buna görə də birinci pillənin sahəsi (2.41) düsturuna əsasən

$$A_1 = \frac{F}{[\sigma] - \gamma \ell_1}$$
 (2.57)

İkinci pillənin ucuna təsir edən qüvvə $A_1[\sigma]$ hasilinə bərabər olduğundan onun sahəsi

$$A_2 = \frac{A_1[\sigma]}{[\sigma] - \gamma \ell_2}$$
 (2.58)

(2.57) düsturunu (2.58) ifadəsində yerinə yazıb, alırıq:

$$A_2 = \frac{F[\sigma]}{([\sigma] - \gamma \ell_1)([\sigma] - \gamma \ell_2)}$$
 (2.59)

(2.58) düsturuna analogi olaraq üçüncü pillənin en kəsiyinin sahəsi aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$A_3 = \frac{F[\sigma]^2}{([\sigma] - \gamma \ell_1)([\sigma] - \gamma \ell_2)([\sigma] - \gamma \ell_3)} \quad (2.60)$$

(2.57), (2.59) və (2.60) düsturlarının quruluşundakı qanunauyğunluqdan istifadə edərək n -ci pillənin en kəşik sahəsi düsturunu yazı bilərik:

$$A_n = \frac{F[\sigma]^{n-1}}{([\sigma] - \gamma \ell_1)([\sigma] - \gamma \ell_2) \dots ([\sigma] - \gamma \ell_n)} \quad (2.61)$$

Pillələrin uzunluqları eyni olan halda

$$\ell_1 = \ell_2 = \ell_3 \dots = \ell_n = \frac{L}{m}$$

Burada

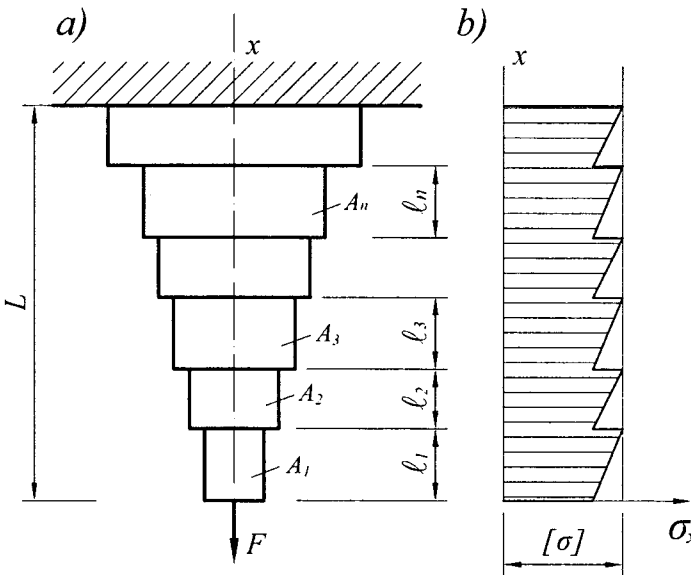
m – pillələrin sayı,

L – milin ümumi uzunluğudur.

Onda

$$A_n = \frac{F}{[\sigma] \left(1 - \frac{\gamma L}{[\sigma] m}\right)^n} \quad (2.62)$$

olur.



Şək. 2.7.3

Pilləvari milin gərginliklər epyuru 2.7.3, b şəklində göstərilmişdir. Bu şəkildən görünür ki, pillələrin sayı artdıqca pilləvari mil bərabərmüqavimətli milə yaxınlaşacaqdır.

(2.47) düsturuna əsasən pilləvari milin tam uzanması gərginliklər epyurunun sahəsinin (trapesiyaların sahəsinin cəminin) E elastiklik moduluna nisbətində bərabər olur. Pillələrin uzunluğu $\ell = \frac{L}{m}$ eyni olduqda tam uzanma üçün aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$\Delta L = \frac{1}{E} \left[[\sigma] \cdot L - m \cdot \frac{1}{2} \gamma \left(\frac{L}{m} \right)^2 \right] \quad \text{və ya} \quad \Delta L = \frac{L}{E} \left([\sigma] - \frac{\gamma L}{2m} \right) \quad (2.63)$$

§ 2.8. Dartılma və sıxılmada statik həll olunmayan məsələlər

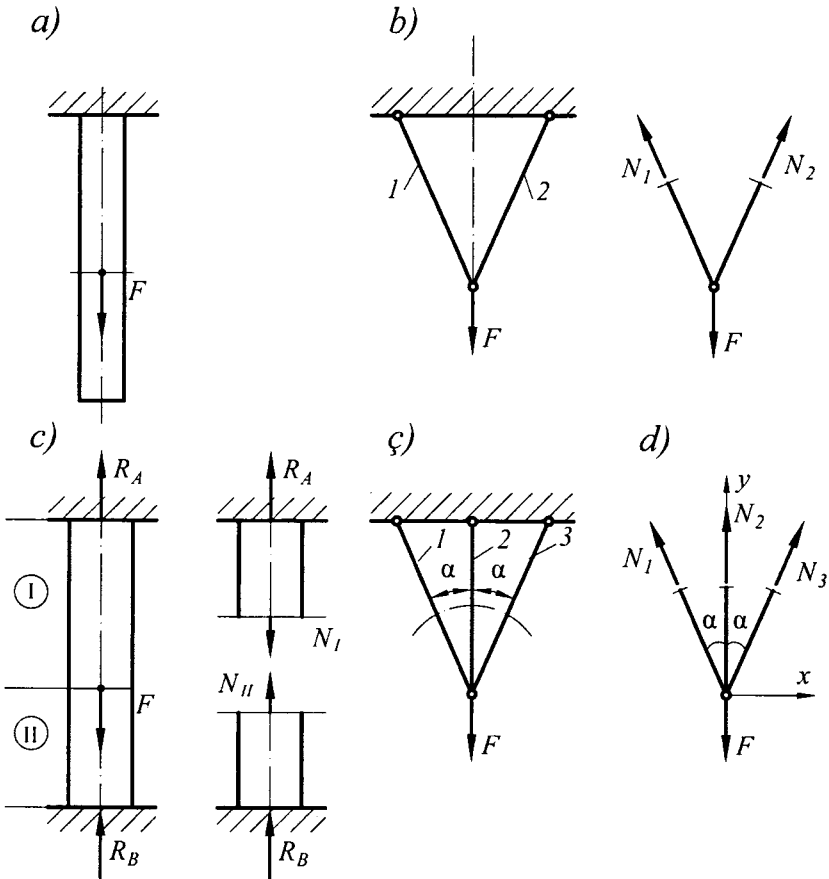
Bütün daxili qüvvələri təkcə müvazinət tənlikləri ilə tapıla bilməyən milə və ya millər sisteminə statik həll olunmayan mil və ya millər sistemi, belə sistemlərdə daxili qüvvə amillərinin təyin olunmasına aid məsələlərə statik həll olunmayan məsələlər deyilir.

2.8.1, a, b şəkillərində göstərilmiş milin və ya iki mildən ibarət sistemin daxili qüvvələrini kəsmə üsulu ilə müvazinət tənliklərindən təyin etmək olar. Deməli, bu mil və sistem statik həll olunandırlar. Əgər həmin konstruksiyaların hər birinə bir rabitə (bərکیدilmə) əlavə etsək, onlar bir dəfə statik həll olunmayan olacaqlar.

2.8.1, c şəklindəki milin hər bir məntəqəsində normal qüvvə $R_A = R_B$ məchul dayaq reaksiyaları ilə ifadə ediləcəkdir. Bu iki məchul reaksiyaları tapmaq üçün isə bütün milin yeganə $\sum x = R_A + R_B - F = 0$ müvazinət tənliyini yazmaq mümkündür. Eləcə də 2.8.1, ç şəklindəki sistemin N_1, N_2, N_3 daxili qüvvələrini tapmaq üçün millər üzrə eninə müstəvilərlə kəsilib ayrılmış A düyününün (şək. 2.8.1,d) $\sum x = 0, \sum y = 0$ müvazinət tənliklərini yaza bilərik. Deməli hər iki halda sistem 1 dəfə statik həll olunmayandır.

Beləliklə, sistemin məchullarının sayı ilə bütün məchul qüvvələrin təyin edilməsi üçün yazıla biləcək müvazinət tənliklərinin sayı arasındakı fərq sistemin statik həll olunmazlıq dərəcəsini müəyyən edir.

Digər tərəfdən sistemin statik həll olunmazlıq dərəcəsi onun «artıq rabitə»lərinin sayına bərabər olur. Burada artıq sözləri ona görə dırnaqlar arasına alınmışdır ki, bu rabitənin artırılması statik olunan sistemin statik həll olunmayan sistemə çevrilməsinə səbəb olur. Konstruktiv cəhətdən isə bu rabitə heç də artıq deyildir. Əksinə, onun əlavə olunması sistemi daha səmərəli və etibarlı sistemə çevirir.



Şək. 2.8.1

Statik həll olunmayan məsələləri həll etmək üçün sistemin statik həll olunmazlıq dərəcəsinə bərabər sayda əlavə yerdəyişmə tənliklərini yazmaqla məchulların sayını tənliklərin ümumi sayı ilə bərabərləşdirirlər.

Müvazinət tənlikləri ilə yerdəyişmə tənlikləri birlikdə həll edildikdə bütün məchullar tapılır. Yerdəyişmə tənliyi sistemin deformasiya xarakterinə «artıq rabitə»nin təsirini ifadə edir və onun ayrı-ayrı elementlərinin deformasiyalarını əlaqələndirir. Statik həll olunan sistemlərdən fərqli olaraq statik həll olunmayan konstruksiyalarda xarici qüvvədən başqa, yalnız elementlərin dəqiqliyi və ya temperaturun dəyişməsi kimi amillər də daxili qüvvələrin yaranmasına səbəb ola bilər.

Bu amillərin təsirini ayrı-ayrılıqda nəzərdən keçirək.

1. Xarici qüvvənin təsiri

Tutaq ki, 2.8.1, ç şəklində göstərilmiş bir dəfə statik həll olunmayan sistem həndəsi və fiziki simmetriyaya malikdir, yəni

$$\ell_1 = \ell_3; A_1 = A_3; E_1 = E_3$$

Məsələnin müvazinət tənliklərini yazsaq (şək. 2.8.1,d):

$$\sum X = 0; N_1 = N_3; \sum Y = 0; 2N_1 \cdot \cos \alpha + N_2 - F = 0 \quad (2.64)$$

Əlavə yerdəyişmə tənliyini yazmaq üçün sistemin deformatsiyadan sonrakı (punktir xəttlər ilə göstərilib) və əvvəlki vəziyyətlərini üst-üstə salıb (şək. 2.8.2) müqayisə etməklə, aa_1, a_2 düzbucaqlı üçbucağından ayrı-ayrı millərin mütləq deformatsiyaları arasında asılılıq tərtib edirik.

$$\Delta \ell_1 = \Delta \ell_2 \cdot \cos \alpha$$

Huk qanununa əsasən bu tənliyi

$$\frac{N_1 \ell_1}{E_1 A_1} = \frac{N_2 \ell_2}{E_2 A_2} \cdot \cos \alpha$$

şəklinə salırıq. $\ell_2 = \ell_1 \cdot \cos \alpha$ olduğunu nəzərə almaqla axırıncı tənlikdən

$$N_1 = \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} \cdot N_2 \cdot \cos^2 \alpha \quad (2.65)$$

alırıq. (2.65)-i (2.64)-də yerinə yazmaqla məchul qüvvələri təyin edirik.

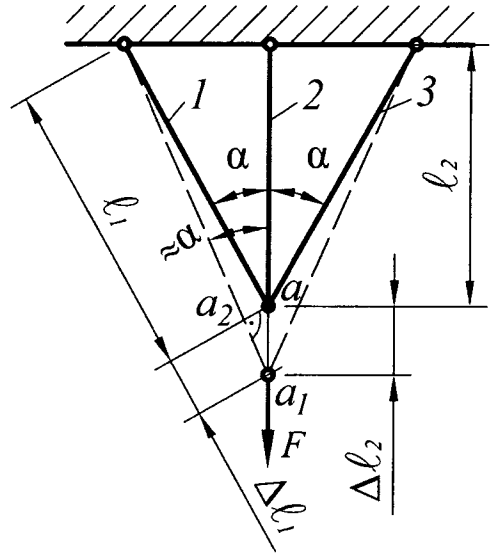
$$N_1 = N_3 = \frac{F \cdot \cos^2 \alpha}{\frac{E_2 A_2}{E_1 A_1} + 2 \cos^3 \alpha}; \quad (2.66)$$

$$N_2 = \frac{F}{1 + 2 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} \cdot \cos^3 \alpha}$$

Statik həll olunmayan sistemlərin xüsusiyyətlərindən biri ondan ibarətdir ki, onun elementlərindəki daxili qüvvələr elementlərin sərtliyi nisbətindən asılı olur. Belə ki, (2.66) düsturlarından görüldüyü kimi

$$\frac{E_1 A_1}{E_2 A_2}$$

nisbətini artırırdıqda (bu $E_1 A_1$ sərtliyinin artırılması və yaxud $E_2 A_2$ sərtliyinin azaldılması yolu ilə mümkündür) N_1 böyüyür, N_2 isə azalır, yəni birinci



Şək. 2.8.2

milin sərtliyinin artırılması, yaxud ikinci milin sərtliyinin azaldılması I milə düşən qüvvənin artmasına, II milə düşən qüvvənin isə azalmasına səbəb olur və əksinə.

Beləliklə, statik həll olunmayan sistemin elementinin sərtliyi nə qədər böyük olsa, o, xarici qüvvənin bir o qədər çox hissəsini öz üzərinə götürür.

Baxılan statik həll olunmayan məsələdə millərin en kəsiyinin ölçülərini təyin etmək üçün dartılma və sıxılmada (2.24) möhkəmlik şərtindən istifadə edirik. Millərin sərtliklərinin nisbətini « n » ilə işarə edək:

$$\frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} = n \quad (a)$$

(a)-nı (2.66)-da nəzərə alaraq millərin möhkəmlik şərtini aşağıdakı şəkildə yazı bilərik:

$$\frac{N_1}{A_1} \leq [\sigma]_1; \quad \frac{N_2}{A_2} \leq [\sigma]_2 \quad \text{və yaxud}$$

$$\frac{Fn \cdot \cos^2 \alpha}{(1 + 2n \cos^3 \alpha) \cdot A_1} \leq [\sigma]_1; \quad \frac{F}{(1 + 2n \cos^3 \alpha) \cdot A_2} \leq [\sigma]_2 \quad (b)$$

Buradan millərin en kəsiklərinin sahələri üçün alırıq:

$$A_1 = \frac{Fn \cdot \cos^2 \alpha}{(1 + 2n \cos^3 \alpha) \cdot [\sigma]_1}; \quad A_2 = \frac{F}{(1 + 2n \cos^3 \alpha) \cdot [\sigma]_2} \quad (c)$$

(c)-nin birinci düsturundan « n » nisbətini verilmiş qiymətində birinci milin en kəsiyinin sahəsini təyin etdikdən sonra (a) ifadəsindən ikinci milin en kəsiyinin sahəsini hesablayırıq. A_2 -nin alınmış qiymətini (b)-nin ikinci şərtində yerinə yazırıq. Bu şərt ödənilmədiyi halda, A_2 -ni (c)-dən təyin edib (a)-dan isə $A_1 = n \cdot A_2 \cdot \frac{E_2}{E_1}$ alırıq. Bu qayda ilə alınmış A_1 və A_2

sahələri müvafiq millərin möhkəmlik şərtini ödəmiş olacaqdır.

Beləliklə, statik həll olunmayan millər sistemində qüvvənin verilmiş qiymətində « n » nisbətini dəyişməklə qüvvənin millər arasında paylanmasına dair çox variant alın bilər. Lakin (b) düsturundan istifadə etməklə « n » nisbətindən asılı olmayaraq konstruksiyada α bucağının elə bir qiymətini tapmaq olar ki, bu halda bütün millərin en kəsiklərindəki gərginliklər müvafiq buraxıla bilən gərginliklərə bərabər olsunlar. Doğrudan da, (b) möhkəmlik şərtlərində bərabərlik işarəsini saxlamaqla hər iki ifadələri tərəf-tərəfə bölsək alırıq:

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{[\sigma]_1}{[\sigma]_2} \cdot \frac{E_2}{E_1}} \quad (d)$$

Bu düsturdan görünür ki, α bucağının qiyməti millərin materialından (onların mexaniki xarakteristikalarından) asılıdır və ən səmərəli millər sisteminin konstruksiyasını müəyyən edir.

2. Temperatur gərginlikləri

2.8.3 şəklində göstərilmiş statik həll olunan sistemin millərindən biri (məsələn, 1 mili) Δt° qədər qızdırıldıqda onun uzunluğunun $\Delta l_{1t} = \alpha l_1 \Delta t$ ($\Delta t^\circ > 0$, α -xətti genişlənmə əmsalidir) qədər maneəsiz olaraq artması nəticəsində sistem öz əvvəlki formasını azacıq dəyişərək, $1'2'$ vəziyyətini alacaq, lakin onun millərində heç bir daxili qüvvə əmələ gəlməyəcəkdir (şək.2.8.3).

İndi isə tutaq ki, 2.8.4-cü şəkildəki statik həll olunmayan konstruktiv simmetrik ($A_1 = A_3$; $E_1 = E_3$) sistemin milləri müvafiq olaraq Δt_1 , Δt_2 və $\Delta t_3 = \Delta t_1$ dərəcəyə qədər qızdırılırlar.

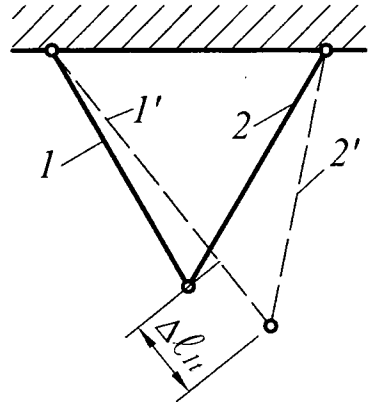
Əgər millər bir-biri ilə a düyünündə bağlı olmasaydılar onlar tək-cə temperaturdan müvafiq olaraq

$$\Delta l_{1t} = \alpha l_1 \Delta t_1, \quad \Delta l_{2t} = \alpha l_2 \Delta t_2, \quad \Delta l_{3t} = \Delta l_{1t}$$

qədər uzanardılar (tutaq ki, $\Delta l_{2t} > \Delta l_{1t}$). Əslində isə baxılan sistemin a düyünündə görüşən millərdə əmələ gələn qüvvələrin təsirindən Δl_{1t} , Δl_{2t} , Δl_{3t} uzanmaları uyğun olaraq Δl_{1N_1} ; Δl_{2N_2} ; Δl_{1N_1} qədər dəyişəcəklər. Fərz edək ki, 1, 3 millərinin dartılması və 2 milinin sıxılması nəticəsində a düyünü a_1 vəziyyətini alır. Bu halda millərin ümumi deformasiyaları

$$\begin{aligned} \Delta l_1 &= \Delta l_{1t} + \Delta l_{1N_1} = \alpha_1 l_1 \Delta t_1 + \frac{N_1 l_1}{E_1 A_1}, \\ \Delta l_2 &= \alpha_2 l_2 \Delta t_2 - \frac{N_2 l_2}{E_2 A_2}, \\ \Delta l_3 &= \Delta l_1 \end{aligned} \quad (2.67)$$

olacaq.



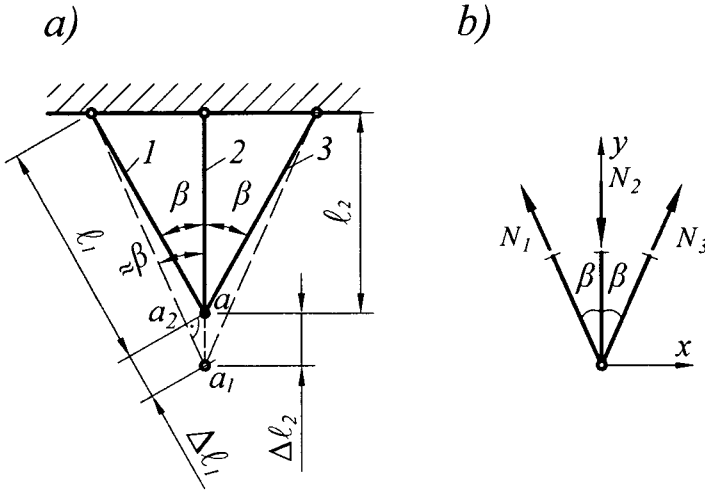
Şək. 2.8.3

Baxılan sistemin (şək. 2.8.4,a) $\Delta l_1 = \Delta l_2 \cdot \cos \beta$ yerdəyişmə tənliyinə (2.67)-dən Δl_1 və Δl_2 ifadələrini yazdıqda, alırıq:

$$\frac{N_1 \ell_1}{E_1 A_1} + \alpha_1 \ell_1 \Delta t_1 = (\alpha_2 \ell_2 \Delta t_2 - \frac{N_2 \ell_2}{E_2 A_2}) \cos \beta \quad (2.68)$$

Müvazinət tənliklərini 2.8.4, b şəklinə görə tərtib edirik:

$$\sum X = 0; \sum Y = 0 \text{ və ya } N_1 = N_3; 2N_1 \cos \beta - N_2 = 0 \quad (2.69)$$



Şək. 2.8.4

(2.68) və (2.69) tənliklərini birgə həll etməklə məchul qüvvələri tapırıq.

$$N_1 = N_3 = \frac{E_1 A_1 (\alpha_2 \cos^2 \beta \Delta t_2 - \alpha_1 \Delta t_1)}{2n \cos^3 \beta + 1};$$

$$N_2 = \frac{2E_1 A_1 \cos \beta (\alpha_2 \cos^2 \beta \Delta t_2 - \alpha_1 \Delta t_1)}{2n \cos^3 \beta + 1} \quad (2.70)$$

Bütün millər eyni materialdan hazırlandıqda $E_1 = E_2 = E$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ olur və (2.70) düsturları aşağıdakı şəkllə düşürlər:

$$N_1 = N_3 = \frac{A_1}{2n \cos^3 \beta + 1} E \alpha (\cos^2 \beta \Delta t_2 - \Delta t_1);$$

$$N_2 = \frac{2A_1 \cos \beta}{2n \cos^3 \beta + 1} E \alpha (\cos^2 \beta \Delta t_2 - \Delta t_1) \quad (2.71)$$

Bu düsturlardan görünür ki, temperatur qüvvələrinin qiymətləri bütün millərin temperatur dəyişməsi, materialının xətti genişlənmə əmsalı, sərtliklərindən, habelə β bucağından asılı olur.

(2.70) düsturları göstərir ki, bu halda da temperatur qüvvələri ayrı-ayrı elementlərin sərtlikləri nisbətələrindən asılı olurlar. Nəzərdə tutmaq lazımdır ki, yuxarıda deyilənlər materialın E və α sabitlərinin temperaturdan asılı olmadığı hallar üçün doğrudur.

(2.70) və (2.71) düsturlarından normal qüvvələri təyin etdikdən sonra millərin en kəsiklərindəki normal gərginlikləri $\sigma_{x(1)} = \frac{N_1}{A_1}$; $\sigma_{x(2)} = \frac{N_2}{A_2}$ düsturları ilə tapa bilirik.

(2.70) düsturlarında sürətdəki mötərizələri sıfıra bərabər etsək hər üç mildə normal qüvvənin sıfıra bərabər olması şərtini alırıq:

$$\alpha_2 \cdot \Delta t_2 \cdot \cos^2 \beta - \alpha_1 \cdot \Delta t_1 = 0$$

Buradan

$$\cos \beta = \sqrt{\frac{\alpha_1 \Delta t_1}{\alpha_2 \Delta t_2}} \quad (e)$$

Xüsusi hal üçün isə (millərin materialı eyni olduqda) (2.71) düsturlarından

$$\cos \beta = \sqrt{\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}} \quad (f)$$

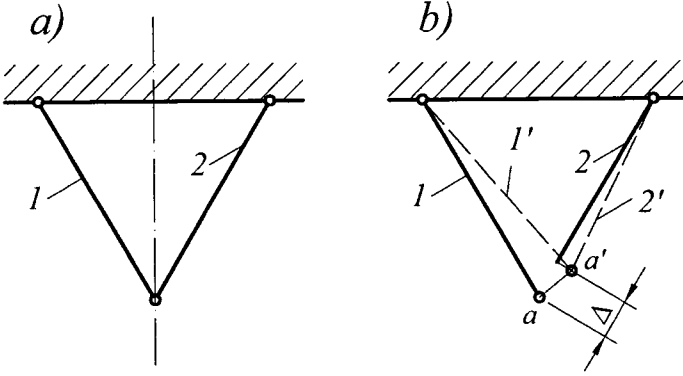
alırıq. Buradan belə nəticəyə gəlirik ki, β bucağının (e) və (f) qiymətlərində müvafiq hallarda temperatur dəyişməsi millərdə heç bir qüvvə yaratmır.

3. Quraşdırma gərginlikləri

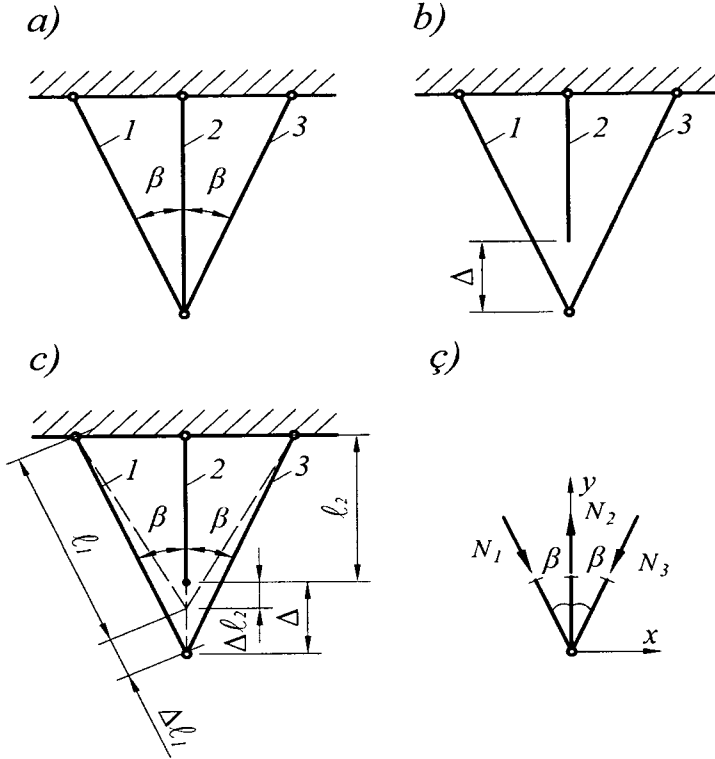
Sistemin elementlərinin dəqiqliyindən əmələ gələn gərginliklərə quraşdırma gərginlikləri deyilir. Hər hansı statik həll olunan sistemin millərindən biri (məsələn mil 2) layihə üzrə (şək. 2.8.5, a) nəzərdə tutulmayan Δ qədər xəta ilə hazırlanmış olsa müvafiq qaydada (1 və 2 milləri şəkildə göstərilmiş punktir oxlar istiqamətində tərpenməz ucları ətrafında sərbəst ucları O nöqtəsində üst-üstə düşənədək fırlatmaqla) quraşdırılmış sistem 2.8.5, b şəklinde ştrix xətlər ilə göstərilirdiyi kimi öz layihəsinə görə bir qədər vəziyyətini dəyişəcək, lakin onun elementlərində heç bir daxili qüvvə yaranmayacaqdır.

Deməli, statik həll olunan sistemlərdə quraşdırma gərginlikləri əmələ gəlmir. Statik həll olunmayan sistemlərdə isə əksinə olur. Tutaq ki, bir dəfə statik həll olunmayan sistemin ikinci mili layihəsində (şək. 2.8.6, a) nəzərdə tutulmayan Δ qədər qısa hazırlanmışdır (şək. 2.8.6, b). Quraşdırıldıqdan sonra sistemin (şək. 2.8.6, c ştrixli xətlər) 1, 3 millərində sıxıcı, 2 milində isə dartıcı qüvvə yaranacaqdır. 2.8.6, c şəklinə sistemə yerdəyişmə (deformasiya) tənliliyini tərtib edirik.

$$\Delta = \Delta l_2 + \frac{\Delta l_1}{\cos \beta}$$



Şək. 2.8.5



Şək. 2.8.6

Bu tənlikdə deformasiyaların Huk qanununa görə ifadələrini yazsaq:

$$\Delta = \frac{N_2 \ell_2}{E_2 A_2} + \frac{N_1 \ell_1}{E_1 A_1 \cos \beta} \quad (2.72)$$

olar. Müvazinət tənliklərini 2.8.6, ç şəklinə görə tərtib edirik.

$$\Sigma X=0; N_I=N_3; \Sigma Y=0; 2N_I \cos \beta=N_2 \quad (2.73)$$

(2.72) və (2.73) tənliklərini birgə həll edib, məchul qüvvələri tapırıq.

$$N_1 = N_3 = \frac{\Delta}{\frac{\ell_2 \cos \beta}{E_1 A_1} \left(2 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} + \frac{1}{\cos^2 \beta} \right)};$$

$$N_2 = \frac{\Delta}{\frac{\ell_2}{E_1 A_1} \left(\alpha \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} + \frac{1}{\cos^2 \beta} \right)}$$

Sonuncu ifadələrdə (α) işarəsini və $\ell_1 \cos \beta = \ell_2 = \ell$ yerinə yazıb alırıq:

$$N_1 = N_3 = \frac{E_1 A_1 \Delta \cos^2 \beta}{\ell(1 + 2n \cos^3 \beta)}; \quad N_2 = \frac{2E_1 A_1 \Delta \cos^3 \beta}{\ell(1 + 2n \cos^3 \beta)} \quad (2.73')$$

§ 2.9. Misallar

Misal 1. 2.9.1, a şəklində göstərilmiş milin en kəsiyindəki normal gərginliklərin milin uzunluğu boyu dəyişmə epyurunu qurmalı, tam boyuna mütləq deformasiyasını və potensial enerjisini hesablamalı (milin öz çəkisini nəzərə almamalı, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ qəbul etməli).

Həlli: Verilmiş milin üç qüvvə məntəqələrinin (I, II, III) hər birindəki normal qüvvəsini kəsmə üsulu ilə tapırıq.

$$N_I = -30 \text{ kN.}$$

$$N_{II} = -30 + 80 = 50 \text{ kN.}$$

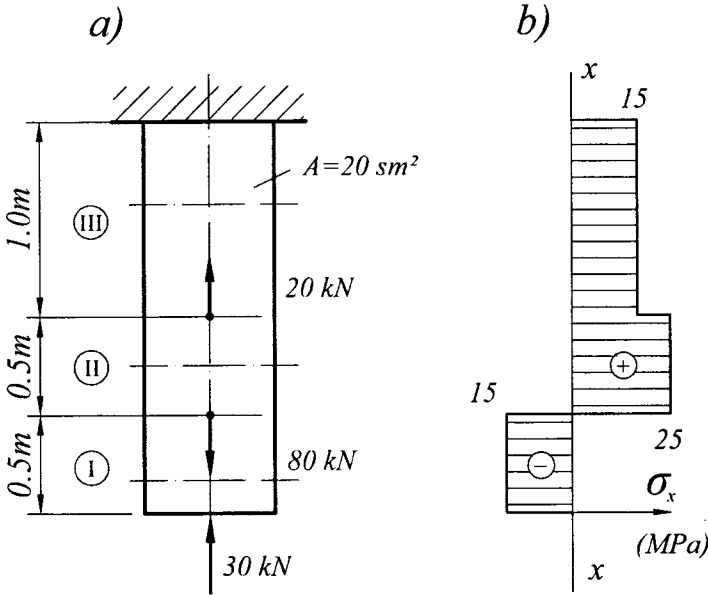
$$N_{III} = -30 + 80 - 20 = 30 \text{ kN.}$$

Milin en kəsiklərindəki normal gərginliyi (2.1) düsturu ilə təyin edirik.

$$\sigma_x^I = \frac{N_I}{A} = \frac{-30}{20} = -1,5 \frac{\text{kN}}{\text{sm}^2} = -15 \text{ MPa};$$

$$\sigma_x^{II} = \frac{N_{II}}{A} = \frac{50}{20} = 2,5 \frac{\text{kN}}{\text{sm}^2} = 25 \text{ MPa};$$

$$\sigma_x^{III} = \frac{N_{III}}{A} = \frac{30}{20} = 1,5 \frac{\text{kN}}{\text{sm}^2} = 15 \text{ MPa.}$$



Şək. 2.9.1

Normal gərginliklər epyuru 2.9.1, b şəklində qurulmuşdur. Milin ümumi mütləq boyuna deformasiyası onun ayrı-ayrı məntəqələrinin deformasiyaları cəminə bərabər olmalıdır.

$$\Delta l = \Delta l_I + \Delta l_{II} + \Delta l_{III}$$

Burada $\Delta l_I, \Delta l_{II}, \Delta l_{III}$ Huk qanununun (2.15) ifadəsinə əsasən təyin edilir:

$$\Delta l_I = \frac{N_I \ell_I}{EA} = \frac{-30 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^8 \cdot 0,002} = -3,75 \cdot 10^{-5} \text{ m};$$

$$\Delta l_{II} = \frac{N_{II} \ell_{II}}{EA} = \frac{50 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^8 \cdot 0,002} = 6,25 \cdot 10^{-5} \text{ m};$$

$$\Delta l_{III} = \frac{N_{III} \ell_{III}}{EA} = \frac{30 \cdot 1,0}{2 \cdot 10^8 \cdot 0,002} = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}.$$

Onda $\Delta l = -3,75 \cdot 10^{-5} + 6,25 \cdot 10^{-5} + 7,5 \cdot 10^{-5} = 10^{-4}$ m olur.

(2.35) düsturundan $N = \text{const}$ halı üçün alınmış

$$U = \frac{N^2 \ell}{2EA}$$

düsturu ilə milin ayrı-ayrı məntəqələrində toplanmış enerjisini hesablayırıq.

$$U_I = \frac{(-30)^2 \cdot 0,5}{2 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 0,002} = 56,25 \cdot 10^{-5} \text{ kNm};$$

$$U_{II} = \frac{50^2 \cdot 0,5}{2 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 0,002} = 156,125 \cdot 10^{-5} \text{ kNm};$$

$$U_{III} = \frac{30^2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 0,002} = 225 \cdot 10^{-5} \text{ kNm}.$$

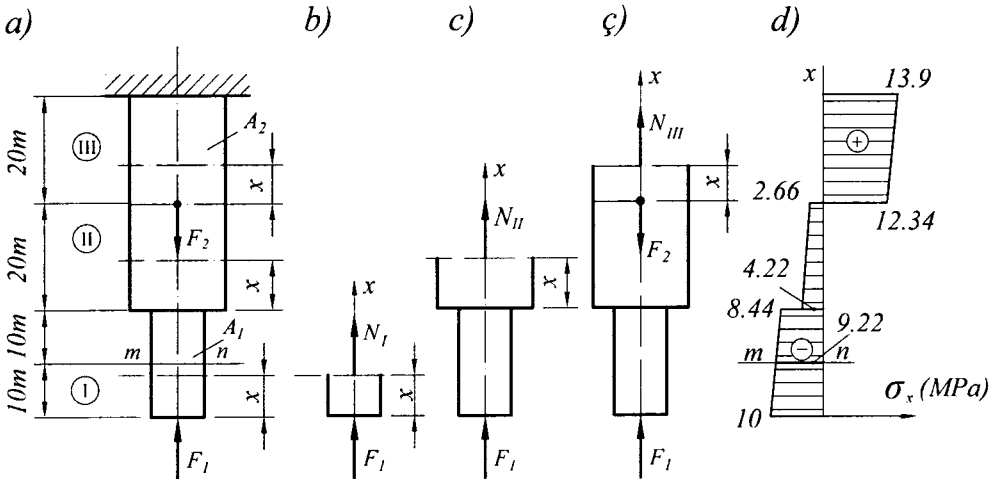
Milin tam potensial enerjisi

$$U = U_I + U_{II} + U_{III} = 56,125 \cdot 10^{-5} + 156,125 \cdot 10^{-5} + 225 \cdot 10^{-5} = 437,5 \cdot 10^{-5} \text{ kNm} \text{ olur.}$$

Misal 2. 2.9.2, a şəklində verilmiş pilləvari polad milin öz çəkisini nəzərə almaqla ən kəsiyindəki normal gərginliklərin milin uzunluğu boyunca dəyişmə əpyurunu qurmali və m - n kəsiyinin yerdəyişməsini təyin etməli.

$$(F_1 = 10 \text{ kN}, F_2 = 30 \text{ kN}, A_1 = 10 \text{ sm}^2, A_2 = 20 \text{ sm}^2,$$

$$E = 2 \cdot 10^8 \text{ kPa}, \gamma = 78 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \text{ qəbul etməli}).$$



Şək. 2.9.2

Həlli: Milin hər üç məntəqəsi üçün kəsmə üsulundan istifadə edərək normal qüvvə ifadələrini tərtib edirik.

I məntəqə üçün (şək. 2.9.2, b). $0 \leq x \leq 20 \text{ m}$

$$\sum X = 0; \quad N_I + F_1 - \gamma A_1 x = 0; \quad N_I = -F_1 + \gamma A_1 x$$

II məntəqə üçün (şək. 2.9.2, c) $0 \leq x \leq 20 \text{ m}$

$$\Sigma x = 0; \quad N_{II} + F_1 - \gamma A_1 20 - \gamma A_2 x = 0; \quad N_{II} = -F_1 + \gamma A_1 20 + \gamma A_2 x;$$

III məntəqə üçün (şək. 2.9.2, ç). $0 \leq x \leq 20$

$$\Sigma x = 0; \quad N_{III} + F_1 - F_2 - \gamma A_1 20 - \gamma A_2 (20 + x) = 0;$$

$$\text{Buradan } N_{III} = -F_1 + F_2 + \gamma A_1 20 + \gamma A_2 (20 + x);$$

Bu ifadələrə əsasən milin xarakterik kəsiklərinin normal qüvvələrini və (2.1) düsturu ilə həmin kəsiklərin normal gərginliklərini hesablayaq.

I məntəqə üçün

$$x = 0 \quad N_I = -F_1 = -10 \text{ kN};$$

$$\sigma_x^I = \frac{N_I}{A_1} = \frac{-10}{0,001} = -10^4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = -10 \text{ MPa};$$

$x = 20 \text{ m}$ olduqda,

$$N_I = -F + \gamma A_1 20 = -10 + 78 \cdot 0,001 \cdot 20 = -8,44 \text{ kN};$$

$$\sigma_x^I = -\frac{8,44}{0,001} = -8,44 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = -8,44 \text{ MPa};$$

II məntəqə üçün

$$x = 0 \text{ olduqda } N_{II} = -F_1 + \gamma A_1 \cdot 20 = -8,44 \text{ kN};$$

$$\sigma_x^{II} = \frac{N_{II}}{A_2} = -\frac{8,44}{0,002} = -4,22 \text{ MPa};$$

$x = 20 \text{ m}$ olduqda,

$$N_{II} = -F_1 + \gamma A_1 20 + \gamma A_2 20 = -10 + 78 \cdot 0,001 \cdot 20 + 78 \cdot 0,002 \cdot 20 = -5,32 \text{ kN};$$

$$\sigma_x^{II} = \frac{-5,32}{0,002} = -2,66 \text{ MPa}.$$

III məntəqə üçün

$x = 0$ olduqda,

$$N_{III} = -F_1 + F_2 + \gamma A_1 \cdot 20 + \gamma A_2 \cdot 20 =$$

$$= -10 + 30 + 78 \cdot 0,001 \cdot 20 + 78 \cdot 0,002 \cdot 20 = 24,68 \text{ kN};$$

$$\sigma_x^{III} = \frac{N_{III}}{A_3} = \frac{24,68}{0,002} = 12,34 \text{ MPa};$$

$x = 20 \text{ m}$ olduqda,

$$N_{III} = -10 + 30 + 78 \cdot 0,001 \cdot 20 + 78 \cdot 0,002 \cdot 40 = 27,8 \text{ kN};$$

$$\sigma_x^{III} = \frac{27,8}{0,002} = 13,9 \text{ MPa}.$$

Normal gərginliklərin epyuru 2.9.2, d şəklində göstərilmişdir.

$m-n$ kəsiyinin yerdəyişməsini tapmaq üçün həmin kəsikdən yuxarıda

qalan i məntəqələrinin tam mütləq deformasiyasını $\Delta \ell_i = \frac{N_i|_{x=10} \cdot \ell_i}{EA} + \frac{\gamma \ell_i^2}{2E}$

düsturuna əsasən tapıb toplayırıq:

$$\begin{aligned} \Delta \ell_{m-n} &= \frac{N_I|_{x=10} \cdot 10}{EA_1} + \frac{N_{II}|_{x=0} \cdot 20}{EA_2} + \frac{N_{III}|_{x=0} \cdot 20}{EA_3} + \frac{\gamma 10^2}{2E} + \frac{\gamma 20^2}{2E} + \frac{\gamma 20^2}{2E} = \\ &= \frac{(-10 + 78 \cdot 0,001 \cdot 10) \cdot 10}{2 \cdot 10^8 \cdot 0,001} + \frac{8,44 \cdot 20}{2 \cdot 10^8 \cdot 0,002} + \frac{24,68 \cdot 20}{2 \cdot 10^8 \cdot 0,002} + \frac{78 \cdot 10^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^8} + \\ &+ \frac{78 \cdot 20^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^8} + \frac{78 \cdot 20^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^8} = 5,265 \cdot 10^{-4} \text{ m} \end{aligned}$$

Alınmış qiyməti yoxlamaq məqsədilə (2.47) düsturuna görə də həmin yerdəyişməni tapaq. Bunun üçün gərginliklər epyurunun $m-n$ kəsiyindən yuxarıda qalan hissənin (üç trapesdən ibarət) sahəsini hesablayıb (2.47) düsturunda yerinə yazırıq:

$$\begin{aligned} \omega_{m-n} &= \frac{12,34 + 13,9}{2} \cdot 20 - \frac{4,22 + 2,66}{2} \cdot 20 - \frac{9,22 + 8,44}{2} \cdot 10 = 262,4 - 68,8 - 88,3 = \\ &= 105,3 \text{ MPam} \end{aligned}$$

$$\Delta \ell_{m-n} = \frac{\omega_{m-n}}{E} = \frac{105,3}{2 \cdot 10^5} = 5,265 \cdot 10^{-4} \text{ m.}$$

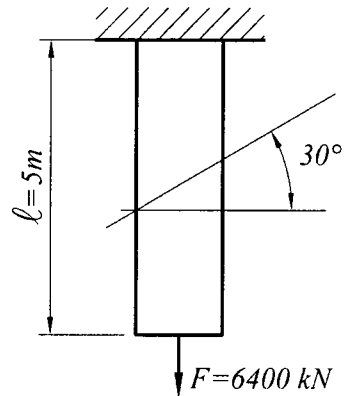
Deməli, məsələ düzgün həll edilmişdir.

Misal 3. 2.9.3-cü şəkildə göstərilmiş en kəsiyi kvadrat (tərəfi a) olan polad milin ($E=2 \cdot 10^8 \text{ kPa}$, $\mu=0,3$, $[\sigma]=16 \cdot 10^4 \text{ kPa}$) $\alpha=30^\circ$ -li bucaq altında keçən maili kəsiyinin normal və toxunan gərginliklərini təyin etməli. Milin həcmnin və en kəsik ölçülərinin dəyişməsini tapmalı. Milin öz çəkisini nəzərə almamalı.

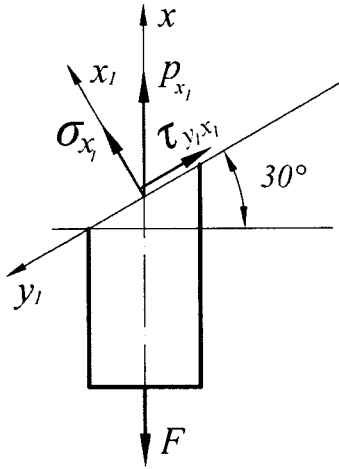
Həlli: Dartılma və sıxılmada (2.24) möhkəmlik şərtindən istifadə edib milin lazımi en kəsik ölçülərini təyin edirik.

$$\sigma_x = \frac{F}{A} \leq [\sigma];$$

$$A = \frac{F}{[\sigma]} = \frac{6400}{16 \cdot 10^4} = 0,04 \text{ m}^2; \quad a = \sqrt{A} = 0,2 \text{ m}$$



Şək. 2.9.3



Şək. 2.9.4

(2.6) düsturları ilə maili kəsiyin gərginliklərini hesablayırıq (şək. 2.9.4).

$$\begin{aligned}\sigma_{x_1} &= \sigma_x \cdot \cos^2 \alpha = [\sigma] \cdot \cos^2 \alpha = 16 \cdot 10^4 \cdot \frac{3}{4} = \\ &= 12 \cdot 10^4 \text{ kPa} = 120 \text{ MPa}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau_{y_1x_1} &= \frac{\sigma_x}{2} \cdot \sin 2\alpha = \frac{[\sigma]}{2} \cdot \sin 2\alpha = \frac{16 \cdot 10^4}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx \\ &\approx 6,93 \cdot 10^4 \text{ kPa} = 69,3 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Milin həcmnin dəyişməsini xarakterizə edən həcmi deformasiyanı (2.14) düsturu ilə təyin edə bilərik

$$\theta = (1 - 2\mu)\varepsilon_x = (1 - 2\mu) \frac{\sigma_x}{E} = (1 - 2 \cdot 0,3) \frac{16 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^8} = 3,2 \cdot 10^{-4}$$

Eninə nisbi deformasiyanı (2.13) düsturuna əsasən tapırıq.

$$\varepsilon_y = -\mu\varepsilon_x = -\mu \frac{\sigma_x}{E} = -0,3 \cdot \frac{16 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^8} = -2,4 \cdot 10^{-4}$$

Eninə mütləq nazilmə

$$|\Delta a| = |\varepsilon_y| a = 2,4 \cdot 10^{-4} \cdot 0,2 = 0,48 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

olur.

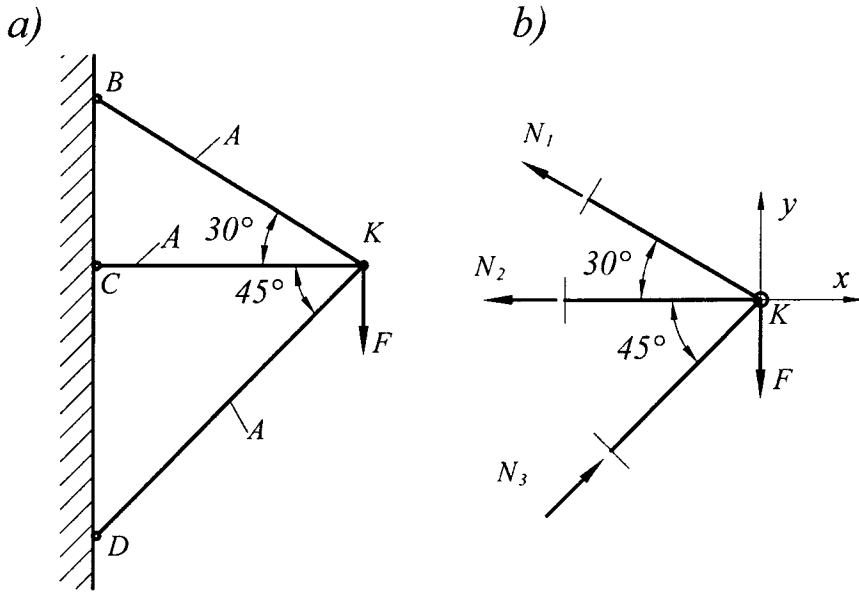
Misal 4. En kəşik sahələri bərabər (A) olan üç polad mildən ibarət yastı kronşteyn (şək. 2.9.5, a) F yükünü saxlamaq üçün nəzərdə tutulmuşdur. Millərdə yaranan normal qüvvələri F qüvvəsi ilə ifadə etməli.

Həlli: Verilmiş sistemin millərində təkcə normal qüvvələr təsir edəcəklər, çünki millərin ucları oynaqla birləşdirilmişdir. Millərdəki normal qüvvələri tapmaq üçün kəsmə üsulundan istifadə edirik. Bütün milləri eninə müstəvilərlə xəyalən kəsərək sistemin bir hissəsini ayırıb, onun müvazinətinə baxırıq (şək. 2.9.5, b).

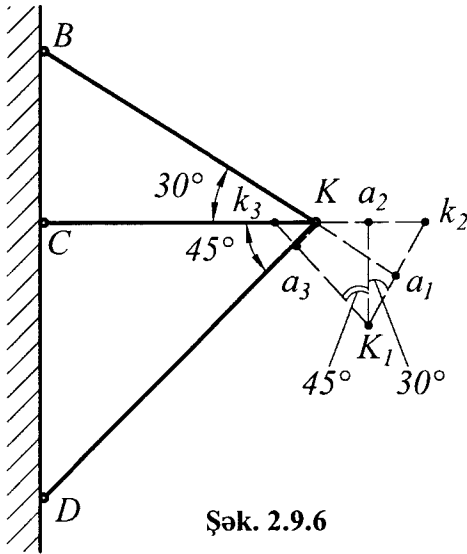
Atılmış hissənin saxlanmış hissəyə təsirini normal qüvvələrlə əvəz edirik. Ayrılmış hissəyə təsir edən qüvvələr sisteminə bir nöqtədə görüşən müstəvi qüvvələr sistemi kimi baxmaq olar. Belə sistem üçün cəmi iki müvazinət tənliyi yazmaq mümkündür.

$$\sum x=0; -N_1 \cos 30^\circ - N_2 + N_3 \cdot \cos 45^\circ = 0; \quad (a)$$

$$\sum y=0; N_1 \cos 60^\circ + N_3 \cdot \cos 45^\circ - F = 0; \quad (b)$$



Şək. 2.9.5



Şək. 2.9.6

Bu iki tənlikdə üç məchul iştirak etdiyindən baxılan məsələ bir dəfə statik həll olunmayıdır. Əlavə deformatsiya tənliyini tərtib etmək üçün K düyünündə görünən milləri bir-birindən ayırıb onların həqiqi alacağı deformatsiyanı ($\Delta l_1 = Ka_1$; $\Delta l_2 = Ka_2$; $\Delta l_3 = Ka_3$;) öz istiqamətlərində qeyd edək (şək. 2.9.6).

Quraşdırılmış konstruksiyada a_1 , a_2 və a_3 nöqtələri üst-üstə düşməli və K düyününün yeni K_1 vəziyyətini müəyyən etməlidirlər. K_1 nöqtəsini tapmaq üçün a_1 ,

a_2 və a_3 nöqtələrindən millərin sonrakı Ba_1 , Ca_2 və Da_3 uzunluqlarına bərabər radiuslarla çevrə qövsləri keçirmək lazımdır. Bu qövslər K_1 nöqtəsində kəsişməlidirlər. Deformatsiyaların kiçik olması fərziyyəsinə əsaslanaraq qövsləri onların a_1 , a_2 və a_3 nöqtələrindəki toxunanları ilə əvəz edirik. $K_1a_1 \perp Ba_1$ və $a_2K_1 \perp Ca_2$ toxunanları K_1 nöqtəsində görüşürlər.

Həmin nöqtəyə KD milinin də ucu kəlib düşməlidir. Buna görə də K_1 nöqtəsindən KD istiqamətinə perpendikulyar endirməklə a_3 nöqtəsini tapırıq. K_1a_1 və K_1a_3 xətlərini CK xəttinin istiqaməti ilə kəşisənədək davam edək. Beləliklə, deformasiya planı alınır.

$$\Delta K_1a_2k_3\text{-dən } K_1a_2 = a_2k_3 \cdot ctg45^\circ = (a_2K + Kk_3) \cdot ctg45^\circ;$$

$$\Delta Ka_3k_3\text{-dən } Kk_3 = Ka_3 / \cos 45^\circ = \Delta \ell_3 / \cos 45^\circ.$$

Bu ifadəni əvvəlki tənlikdə yerinə yazıb, alırıq:

$$K_1a_2 = (\Delta \ell_2 + \frac{\Delta \ell_3}{\cos 45^\circ}) \cdot ctg45^\circ. \quad (c)$$

Digər tərəfdən K_1a_2 parçasını $\Delta K_1a_2k_2$ üçbucağından da təyin edə bilərik:

$$K_1a_2 = a_2k_2 ctg30^\circ = (Kk_2 - Ka_2) \cdot ctg30^\circ;$$

Əgər ΔKa_1k_2 -dən $Kk_2 = \frac{\Delta \ell_1}{\cos 30^\circ}$, şəkl.2.9.6-dan isə $Ka_2 = \Delta \ell_2$ olduğunu sonuncu ifadədə nəzərə alsaq yaza bilərik:

$$K_1a_2 = (\frac{\Delta \ell_1}{\cos 30^\circ} - \Delta \ell_2) \cdot ctg30^\circ. \quad (ç)$$

(c) və (ç) ifadələrinin sağ tərəflərini də bir-birinə bərabər etsək, alırıq:

$$\Delta \ell_2 + \frac{\Delta \ell_3}{\cos 45^\circ} = (\frac{\Delta \ell_1}{\cos 30^\circ} - \Delta \ell_2) \cdot ctg30^\circ,$$

$$\text{və yaxud } \Delta \ell_2(1 + ctg30^\circ) + \sqrt{2} \cdot \Delta \ell_3 - 2\Delta \ell_1 = 0 \quad (d)$$

Bu tənlik sistemin deformasiya tənliyidir.

Huk qanununa əsasən (d) tənliyini aşağıdakı şəklə sala bilərik.

$$\frac{N_2 \cdot CK}{EA}(1 + ctg30^\circ) + \sqrt{2} \frac{N_3 \cdot DK}{EA} - \frac{2N_1 \cdot BK}{EA} = 0$$

$$\text{Şəkl. 2.9.6-dan } DK = \frac{CK}{\cos 45^\circ}; \quad BK = \frac{CK}{\cos 30^\circ}$$

olduğunu nəzərə aldıqda axırncı deformasiya tənliyini bəzi sadələşdirmələrdən sonra

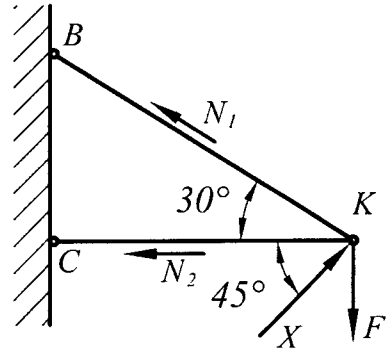
$$N_2(1 + ctg30^\circ) + 2N_3 - \frac{4}{\sqrt{3}}N_1 = 0 \quad (e)$$

şəklinə salırıq. (a), (b) və (e) tənliklərini birgə həll edib, normal qüvvələri tapırıq:

$$N_1 = 0,746F; \quad N_2 = -0,018F; \quad N_3 = 0,887F.$$

İndi isə baxılan məsələnin həllinə energetik üsulu tətbiq edək.

Məsələ bir dəfə statik həll olunmayıb, yəni bir ədəd «artıq» rabitə mövcuddur. Tutaq ki, KD mili artıq rabitədir. Bu rabitədə (KD milində) yaranan normal qüvvəni «artıq» məchul X ilə işarə edirik. Xəyalən KD milini atıb onun millər sisteminin qalan hissəsinə təsirini X qüvvəsi ilə əvəz edirik, yəni $N_3 = X$ (şək.2.9.7). Beləliklə, alınmış sistem konstruksiya etibarilə statik həll olunan şəkə düşür: sistem BK və CK millərindən ibarətdir, onun A düyünündə F və X qüvvələri təsir edir. Bu qüvvələrin təsirindən BK və CK millərində yaranan N_1 və N_2 qüvvələrini $\sum y = 0$ və $\sum x = 0$ müvazinət tənliklərindən təyin edək.



Şək. 2.9.7

Bu tənlikləri (a) və (b) tənliklərində $N_3 = X$ qəbul etməklə də ala bilərik:

$$\sum y = 0; N_1 \cdot \cos 60^\circ + X \cdot \cos 45^\circ - F = 0,$$

$$\text{buradan } N_1 = 2F - 1,414X.$$

$$\sum x = 0; -N_1 \cdot \cos 30^\circ - N_2 + X \cdot \cos 45^\circ = 0.$$

N_1 qüvvəsinin birinci müvazinət tənliyindən alınmış ifadəsini burada yerinə yazıb, alırıq:

$$N_2 = -1,732F + 1,932 \cdot X$$

Sistemin potensial enerjisini təyin edirik:

$$U = \frac{1}{2EA} \sum_{i=1}^3 N_i^2 l_i = \frac{1}{2E} (N_1^2 \cdot BK + N_2^2 \cdot CK + N_3^2 \cdot DK) =$$

$$= \frac{1}{2EA} \left[(2F - 1,414X)^2 \cdot \frac{CK}{\cos 30^\circ} + (-1,732F + 1,931X)^2 \cdot CK + \right.$$

$$\left. + X^2 \cdot \frac{CK}{\cos 45^\circ} \right] = \frac{CK}{2EA} \left[\frac{(2F - 1,414X)^2}{\cos 30^\circ} + (-1,732F + 1,932X)^2 + \frac{X^2}{\cos 45^\circ} \right].$$

Buradan görünür ki, sistemin potensial enerjisi X məchul qüvvəsinin funksiyasıdır, yəni $U = f(X)$. **Ən kiçik iş prinsipi qanununa** əsasən hər hansı elastiki sistemin həqiqi müvazinət halında deformasiyanın potensial enerjisi minimum qiymət alır. Onda $U = f(X)$ funksiyasının minimumu şərtini aşağıdakı kimi yaza bilərik

$$\frac{\partial U}{\partial X} = 0$$

U ifadəsini bu şərtə yerinə yazıb, alırıq:

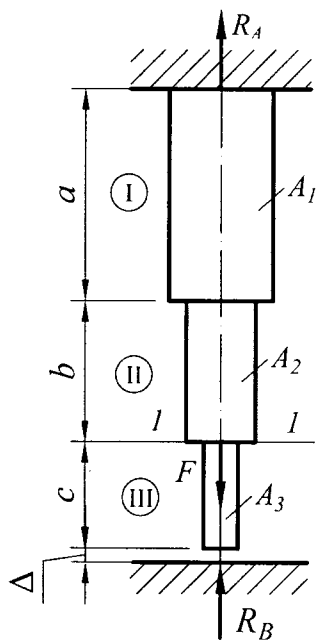
$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{(2F - 1,414X)(-1,414)}{\frac{\sqrt{3}}{2}} + (-1,732F + 1,932X) \cdot 1,932 + \frac{X}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 0$$

$$\text{və ya } \frac{\partial U}{\partial X} = -6,612F + 7,455X = 0$$

Buradan $X = N_3 = 0,887F$ alırıq. Bu qiyməti N_1 və N_2 ifadələrində yerinə yazıb həmin qüvvələri təyin edirik:

$$N_1 = -2 \cdot F + 1,414X = -2F + 1,414 \cdot 0,887F = 0,746F$$

$$N_2 = -1,732F + 1,932X = -1,732F + 1,932 \cdot 0,887F = -0,018F$$



Şək. 2.9.8

Buradan görünür ki, energetik üsulla alınmış nəticələr deformasiyaların müqayisəsi üsulu ilə alınmış nəticələrlə üst-üstə düşür, lakin energetik üsulla məsələnin həllini almaq digər üsula nisbətən daha asan və olduqca az hesablamalar aparmaqla mümkün oldu.

Misal 5. 2.9.8-ci şəkildə göstərilmiş pilləvari polad milin hər bir məntəqəsinin en kəsiyindəki gərginlikləri və 1-1 kəsiyinin yerdəyişməsini hesablamalı.

$$F = 800 \text{ kN}; \quad a = 0,5 \text{ m};$$

$$b = 0,7 \text{ m}; \quad c = 0,8 \text{ m};$$

$$\Delta = 0,2195 \cdot 10^{-3} \text{ m}; \quad A_1 = 0,004 \text{ m}^2;$$

$$A_2 = 0,0035 \text{ m}^2; \quad A_3 = 0,002 \text{ m}^2;$$

$E = 2 \cdot 10^8 \text{ kPa}$ qəbul etməli. Milin öz çəkisini nəzərə almamalı.

Həlli: Sistemin aşağı dayağı olmadıqda F qüvvəsinin təsirindən I və II pillələrin sərbəst uzanması

sərbəst uzanması

$$\Delta \ell = \frac{Fa}{EA_1} + \frac{Fb}{EA_2} = \frac{800}{2 \cdot 10^8} \left(\frac{0,5}{0,004} + \frac{0,7}{0,0035} \right) = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ m} \text{ olar.}$$

Beləliklə, $\Delta \ell = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ araboşluğunun qiymətindən ($\Delta = 0,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$) böyükdür. Deməli, sistemin araboşluğu örtüləcək və aşağı dayağa təzyiq veriləcəkdir. Bunun da nəticəsində hər üç məntəqələrdə normal qüvvə əmələ gələcəkdir. R_A və R_B dayaq reaksiyalarını tapmaq üçün bütün sistemin cəmi bir müvazinət tənliyini yazıb bilərik.

$$\sum x = 0, R_A + R_B - F = 0 \quad (a)$$

Məchul reaksiyaların sayı iki olduğundan sistem bir dəfə statik həll olunmayıdır. Əlavə deformasiya (yerdəyişmə) tənliyi brusun tam uzanmasının Δ -ya bərabər olması şərtini ifadə etməlidir, yəni

$$\Delta \ell = \Delta \quad \text{və yaxud}$$

$$\Delta \ell = \Delta \ell_1 + \Delta \ell_2 + \Delta \ell_3 = \frac{N_I a}{EA_1} + \frac{N_{II} b}{EA_2} - \frac{N_{III} c}{EA_3} = \frac{R_A a}{EA_1} + \frac{R_A b}{EA_2} - \frac{R_B c}{EA_3} = \Delta. \quad (b)$$

(a) və (b) tənliklərini birgə həll edib, R_A və R_B reaksiya qüvvələrini təyin edirik.

(a)-dan $R_B = F - R_A$ olur. Bu ifadəni (b)-də yerinə yazıb alırıq:

$$R_A \cdot \left(\frac{a}{A_1} + \frac{b}{A_2} \right) - (F - R_A) \frac{c}{A_3} = \Delta \cdot E \quad \text{və yaxud}$$

$$R_A = \frac{E \cdot \Delta + \frac{Fc}{A_3}}{\frac{a}{A_1} + \frac{b}{A_2} + \frac{c}{A_3}} = \frac{2 \cdot 10^8 \cdot 0,2195 \cdot 10^{-3} + \frac{800 \cdot 0,8}{0,002}}{\frac{0,5}{0,004} + \frac{0,7}{0,0035} + \frac{0,8}{0,002}} = 500 \text{ kN};$$

$$R_B = 800 - 500 = 300 \text{ kN};$$

$$\text{Deməli, } N_I = N_{II} = 500 \text{ kN}; \quad N_{III} = -300 \text{ kN}$$

Milin en kəsiyindəki gərginliklər $\sigma_x = \frac{N}{A}$ düsturuna əsasən tapılır.

$$\sigma_x^I = \frac{N_I}{A_1} = \frac{500}{0,004} = 125 \cdot 10^3 \text{ kPa} = 125 \text{ MPa};$$

$$\sigma_x^{II} = \frac{N_{II}}{A_2} = \frac{500}{0,0035} = 142,86 \text{ MPa};$$

$$\sigma_x^{III} = \frac{N_{III}}{A_3} = \frac{-300}{0,002} = -150 \text{ MPa}.$$

1-1 kəsiyinin yerdəyişməsi həmin kəsikdən yuxarıda qalan məntəqələrin uzanmalarının cəminə bərabərdir.

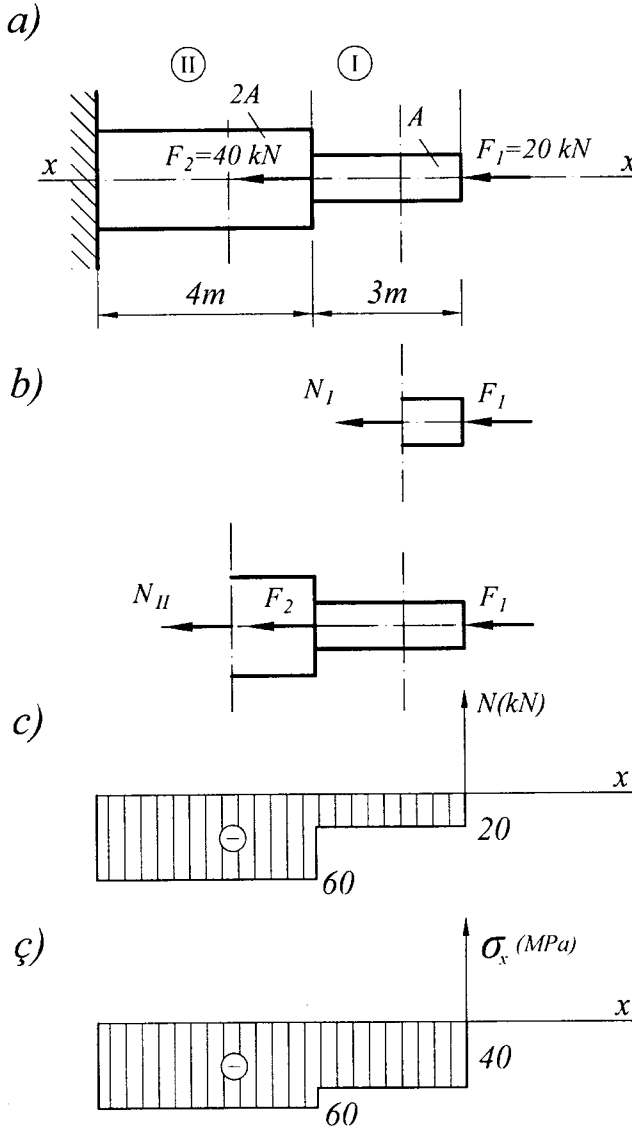
$$\Delta \ell_{1-1} = \frac{N_I a}{EA_1} + \frac{N_{II} b}{EA_2} = \frac{500 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^8 \cdot 0,004} + \frac{500 \cdot 0,7}{2 \cdot 10^8 \cdot 0,0035} =$$

$$= 0,3125 \cdot 10^{-3} + 0,5 \cdot 10^{-3} = 0,8125 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta \ell_{1-1} = 0,8125 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Misal 6. Şək.2.9.9, *a*-da göstərilən polad milin en kəsiyində normal qüvvələri və gərginlikləri təyin etməli və onların epyurlarını qurmalı.

Həlli: Normal qüvvə epyurunu qurmaq üçün hər iki məntəqədə en kəsikləri vasitəsilə normal daxili qüvvələri aşkar edib tapırıq (şək.2.9.9, *a*).



Şək. 2.9.9

I məntəqədə normal qüvvə N_I müvazinət tənliyindən təyin olunur.

$$\sum x = -F - N_I = 0; \quad N_I = -F = -20 \text{ kN}$$

II məntəqədə normal qüvvəni həmin qayda ilə təyin edirik:

$$\sum x = -N_{II} - F_2 - F_1 = 0; \quad N_{II} = -F_1 - F_2 = -20 - 40 = -60 \text{ kN}$$

Gərginlikləri təyin edək.

I məntəqədə

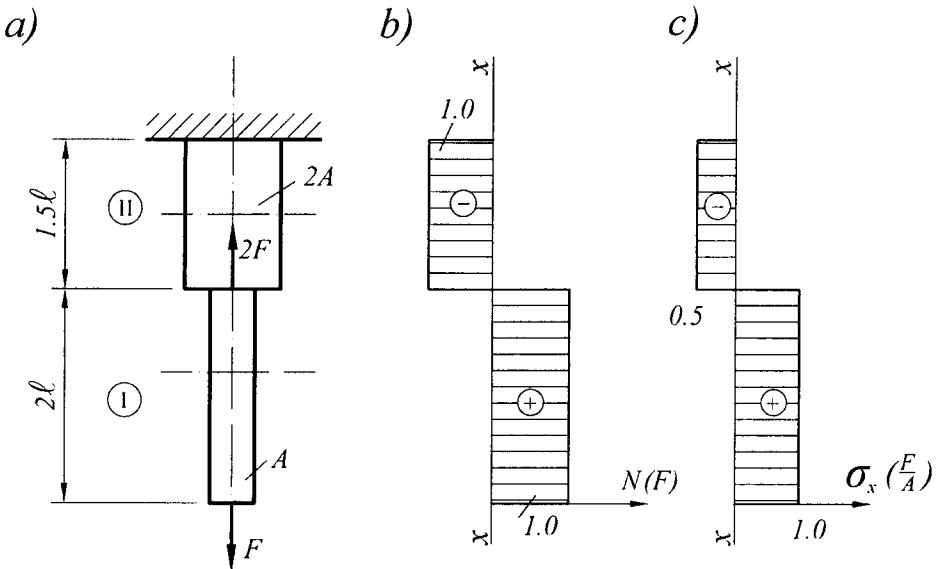
$$\sigma_x^I = \frac{N_I}{A} = \frac{-20 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-4}} = -\frac{200}{5} \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = -40 \text{ MPa}.$$

II məntəqədə

$$\sigma_x^{II} = \frac{N_{II}}{2A} = \frac{-60 \cdot 10^3}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = -\frac{600}{10} \cdot 10^6 = -60 \text{ MPa}.$$

Alınan nəticələrə əsasən normal qüvvə və normal gərginliklər epyurları qurulmuşdur (şək.2.9.9, c, ç).

Misal 7. Verilmiş pilləvari milin normal qüvvə və normal gərginlik epyurlarını qurmalı (şək.2.9.10, a).



Şək. 2.9.10

Həlli: Normal qüvvələr:

I məntəqədə

$$N_I = F$$

Normal gərginliklər:

II məntəqədə

$$N_{II} = F - 2F = -F$$

I məntəqədə

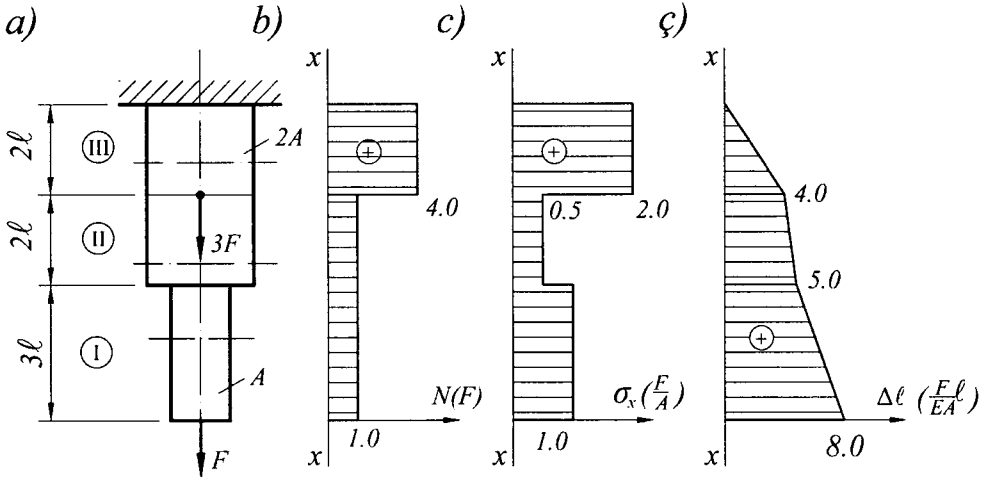
$$\sigma_x^I = \frac{N_I}{A} = \frac{F}{A}$$

II məntəqədə

$$\sigma_x^{II} = \frac{N_{II}}{2A} = -\frac{F}{2A}$$

Bu nəticələrə əsasən epyurla qurulmuşdur (şək.2.9.10, b,c).

Misal 8. Pilləvari milin (şək 2.9.11, a) normal qüvvə, normal gərginlik və yerdəyişmələrini təyin edib epyurlarını qurmalı.



Şək. 2.9.11

Həlli:

I məntəqədə

$$N_I = F; \quad \sigma_x^I = \frac{N_I}{A} = \frac{F}{A}$$

$$N_{II} = F; \quad \sigma_x^{II} = \frac{N_{II}}{2A} = -\frac{F}{2A}$$

$$N_{III} = F + 3F = 4F; \quad \sigma_x^{III} = \frac{N_{III}}{2A} = \frac{4F}{2A} = \frac{2F}{A}$$

Yerdəyişmələrin təyini.

$$\Delta l_4 = 0; \quad \Delta l_3 = \Delta l_4 + \frac{N_{III} \cdot 2l}{E \cdot 2A} = 0 + \frac{4F \cdot 2l}{2EA} = \frac{4Fl}{EA}$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_3 + \frac{N_{II} \cdot 2l}{2EA} = \frac{4Fl}{EA} + \frac{Fl}{EA} = \frac{5Fl}{EA}$$

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 + \frac{F \cdot 3l}{EA} = \frac{5Fl}{EA} + \frac{3Fl}{EA} = \frac{8Fl}{EA}$$

Müvafiq epyurlar şəkl.2.9.11, b, c, ç-də göstərilmişdir.

Misal 9. Divara bərkidilmiş kronşteynin millərinin biri kvadrat en kəsikli ağacdən, digəri isə dairəvi en kəsikli poladdan hazırlanmış və düyün nöqtəsində şaquli istiqamətdə $F=50kN$ yük asılmışdır (şəkl.2.9.12 a). Millərin en kəsiyi ölçülərini (a və d) təyin etməli:

$$[\sigma]_a = 10MPa, [\sigma]_p = 160MPa.$$

Həlli: Ağac mildə normal qüvvəni N_a , poladda isə N_p ilə işarə edirik. Düyünü millər üzrə oxuna \perp müstəvilərlə xəyalən kəsinib ayıraq və onun müvazinət tənliklərini tərtib edək (şəkl.2.9.12, b).

$$\sum x = -N_a + N_p \cos 30^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum y = -F + N_p \cos 60^\circ = 0 \quad (2)$$

(2) tənliyindən

$$N_p = \frac{F}{\cos 60^\circ} = \frac{50}{0,5} = 100kN$$

N_p -nin bu qiymətini (1) tənliyində yerinə yazıb, alırıq:

$$N_a = N_p \cdot \cos 30^\circ = 100 \cdot 0,866 = 86,6kN$$

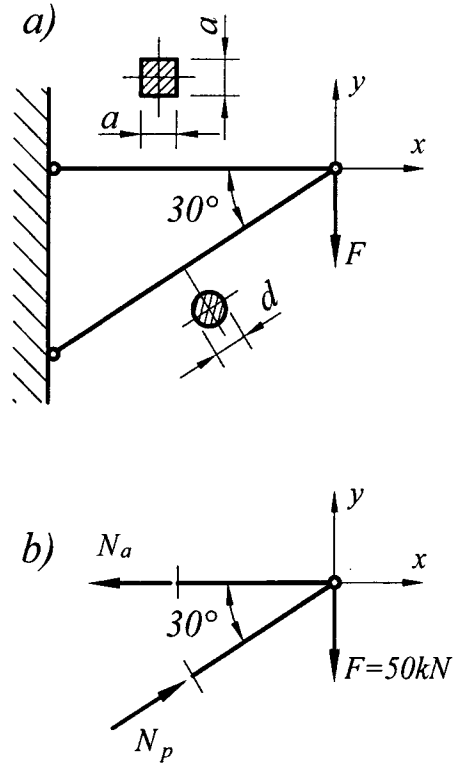
Millərin en kəsiyinin sahəsini möhkəmlik şərtindən təyin edək.

Ağac milin en kəsiyinin sahəsini və tərəfini hesablayaq

$$A_a = \frac{N_a}{[\sigma]_a} = \frac{86,6}{1,0} = 86,6 \cdot sm^2. \quad a = \sqrt{A} = \sqrt{86,6} = 9,31sm.$$

Polad milin en kəsiyinin sahəsini və diametrini tapaq:

$$A_p = \frac{N_p}{[\sigma]_p} = \frac{100}{16,0} = 6,25sm^2.$$

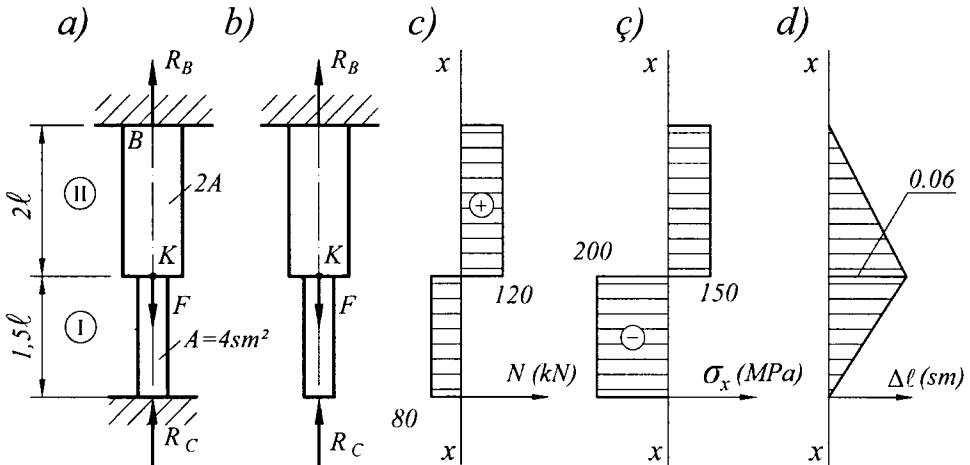


Şəkl. 2.9.12

$$A_p = \frac{\pi d^2}{4} = 6,25 \text{ buradan } d = \sqrt{\frac{6,25 \cdot 4}{3,14}} = 2,82 \text{ sm}$$

Misal 10. Verilmiş polad milin (şək.2.9.13, a) möhkəmliyini yoxlamalı və qüvvənin tətbiq nöqtəsinin (k) yerdəyişməsini (Δl_k) tapmalı və normal qüvvə, normal gərginliklər və yerdəyişmələrin epyurlarını qurmalı. $[\sigma] = 160 \text{ MPa}$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $F = 200 \text{ kN}$, $l = 0,4 \text{ m}$.

Həlli: Məsələ 1 dəfə statik həll olunmayıdır, çünki məsələdə iki məchul (R_C, R_B) olduğu halda, onların təyin olunması üçün bir müvazinət tənliyi yazıla bilər (bir xətt üzərində təsir edən qüvvələr sisteminə aid məsələ olduğu üçün).



Şək. 2.9.13

Müvazinət tənliyini tərtib edirik.

$$\sum x = R_C + R_B - F = 0 ; R_C + R_B = F \quad (a)$$

Milin əlavə (deformasiya) tənliyini tərtib etmək üçün «artıq rabitə» kimi C dayaqdakı şaquli istiqamətdə yerdəyişməyə uyğun rabitə götürülmüş. Bu rabitədə yaranan «artıq məchul» şək. 2.9.13,b-də göstərilmişdir.

Deformasiya tənliyi milin hər iki ucunun sərt bərkildiyi üçün onun tam uzanmasının sıfıra bərabər olmasını ifadə etməlidir, yəni:

$$\Delta l_c = 0 \text{ və ya } \Delta l_c = -\frac{R_C \cdot 1,5l}{EA} - \frac{R_C \cdot 2l}{2EA} + \frac{F \cdot 2l}{2EA} = 0$$

Buradan

$$-3R_C \ell - 2R_C \ell + 2F\ell = 0 \text{ və ya } 5R_C \ell = 2F\ell; R_C = \frac{2}{5}F.$$

Bu ifadəni (a)-da nəzərə alsaq

$$\frac{2}{5}F + R_B = F \text{ və ya } R_B = F - \frac{2}{5}F = \frac{3}{5}F \text{ olar.}$$

Normal qüvvələri təyin edirik.

I məntəqədə

$$N_I = -\frac{2}{5}F;$$

II məntəqədə

$$N_{II} = \frac{3}{5}F.$$

Normal gərginlikləri hesablayaq.

I məntəqədə

$$\sigma_x^I = \frac{N_I}{A_1} = -\frac{\frac{2}{5}F}{A} = -\frac{2}{4 \cdot 5}F = -\frac{2 \cdot 200}{20} = -200 \text{MPa},$$

$$|\sigma_x^I| = 200 > 160$$

II məntəqədə

$$\sigma_x^{II} = \frac{N_{II}}{A_2} = \frac{\frac{3}{5}F}{2A} = \frac{\frac{3}{5}F}{2 \cdot 4} = \frac{3}{40}F = \frac{3 \cdot 200}{40} = 150 \text{MPa}.$$

Buradan görünür ki, I məntəqədə milin möhkəmlilik şərti ödənilmir.

Qüvvənin tətbiq nöqtəsinin yerdəyişməsi

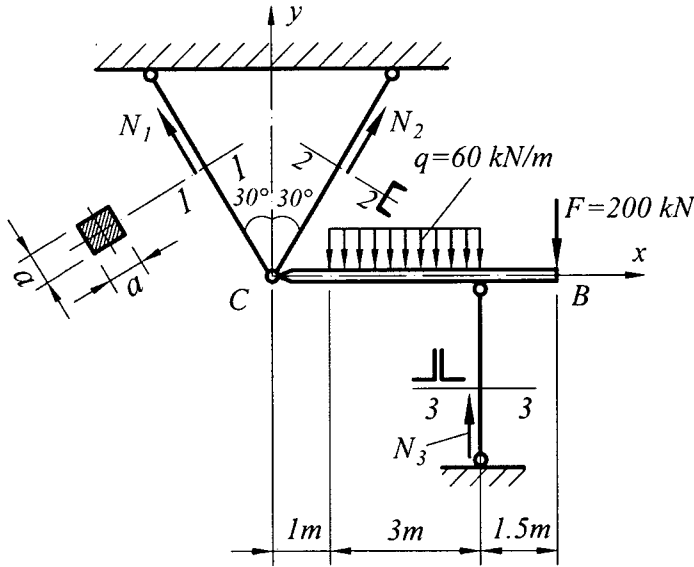
$$\Delta l_k = -\frac{R_C \cdot 2\ell}{2EA} + \frac{F \cdot 2\ell}{2EA} = \frac{-\frac{2}{5} \cdot F \cdot 2\ell + F \cdot 2\ell}{2EA} = \frac{\frac{6F\ell}{5}}{2EA} = \frac{3F\ell}{5EA}.$$

$$\Delta l_k = \frac{3F\ell}{5EA} = \frac{3 \cdot 200 \cdot 0,4 \cdot 10^2}{5 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 4} = 0,06 \text{ sm}.$$

Alınmış qiymətlərə görə müvafiq epyurlar şək.2.9.13, c, ç, d-də göstərilmişdir.

Misal 11. CB sərt tiri saxlayan millərin (şək. 2.9.14) en kəsiyinin ölçülərini təyin etməli. Millərin polad materialı üçün $[\sigma] = 160 \text{MPa}$.

Həlli: Milləri (şək.2.9.14) 1-1, 2-2 və 3-3 en kəsikləri ilə xəyalən kəsək, uyğun normal qüvvələri N_1 , N_2 , N_3 -lə işarə edək. Sistemin ayrılmış hissəsinin (BC sərt tirinin) müvazinət tənliklərini tərtib edib N_1 , N_2 , N_3 -ü təyin edək.



Şək. 2.9.14

$$\sum M_c = -q \cdot 3(1+1.5) + N_3 \cdot 4 - F \cdot 5.5 = 0 \quad (1)$$

$$\sum x = -N_1 \cdot \cos 60^\circ + N_2 \cdot \cos 60^\circ = 0 \quad (2)$$

$$\sum y = N_1 \cdot \cos 30^\circ + N_2 \cdot \cos 30^\circ - q \cdot 3 + N_3 - F = 0 \quad (3)$$

(1) tənliyindən

$$N_3 = \frac{q \cdot 3 \cdot 2.5 + F \cdot 5.5}{4} = \frac{60 \cdot 7.5 + 200 \cdot 5.5}{4} = \frac{450 + 550 \cdot 2}{4} = \frac{1550}{4} = 387.5 \text{ kN}$$

(2) tənliyindən $N_1 = N_2$

$$(3) \text{ tənliyindən } N_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + N_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 60 \cdot 3 + 250 - 200 = 0. \text{ Buradan}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{2} N_1 = 380 - 250 = 130 \text{ kN}$$

$$1.73 N_1 = 130$$

$$N_1 = N_2 = \frac{130}{1.73} = 75.1 \text{ kN}$$

1-ci milin en kəsiyinin sahəsi

$$A_1 = \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{75.1}{16.0} = \frac{75.1}{16} = 4.69 \text{ sm}^2$$

kvadratin tərəfi $a = \sqrt{A_1} = \sqrt{4,69} = 2,17 \text{ sm}$.

2-ci milin en kəsiyinin sahəsi $A_2 = A_1 = 4,69 \text{ sm}^2$.

Cədvəldən sahəsi $A_2^{\text{cədvəl}} = 6,16 \text{ sm}^2$ olan 5 N-li şveller profili seçirik:
N5: $h = 5 \text{ sm}$, $b = 3,2 \text{ sm}$, $d = 4,4 \text{ mm}$, $t = 7,0 \text{ mm}$.

3-cü milin en kəsiyinin sahəsi

$$A_3 = \frac{N_3}{[\sigma]} = \frac{387,5}{16,0} = 24,2 \text{ sm}^2$$

1 bucaqlığın sahəsi $A = \frac{A_3}{2} = \frac{24,2}{2} = 12,1 \text{ sm}^2$.

Cədvəldən 7,5x7,5x9 bərabərrəfli bucaqlığını seçirik:

N7,5; $b = 7,5 \text{ sm}$, $y_0 = 2,18 \text{ sm}$, $t = 9,0 \text{ mm}$, $A = 12,8 \text{ sm}^2$.

ƏSAS DÜSTUR VƏ ASILILIQLAR

1. $\sigma_x = \frac{N}{A}$ – dartılma və sıxılmada milin en kəsiyindəki normal gərginlik-

lər. Burada N – normal (boyuna) qüvvə, A – milin en kəsiyinin sahəsidir.

2. $p_{x_1} = \sigma_x \cdot \cos \alpha$ – milin maili kəsiklərində tam gərginlik,

$\sigma_{x_1} = \sigma_x \cdot \cos^2 \alpha$ – normal gərginlik,

$\tau_{y_1 x_1} = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2\alpha$ – toxunan gərginlik.

Burada α – maili kəsiyə \perp olan x_1 oxu ilə x oxu arasında (eninə və maili kəsiklər arasında) bucaq.

3. $\varepsilon_x = \frac{\Delta \ell}{\ell}$ – dartılma və sıxılmada nisbi boyuna deformasiya,

$\varepsilon_y = \frac{\Delta a_y}{a_y}$, $\varepsilon_z = \frac{\Delta a_z}{a_z}$ – nisbi eninə deformasiyalar

Burada $\Delta \ell = \ell_1 - \ell$ mütləq boyuna deformasiya.

$\Delta a_y = a'_y - a_y$; $\Delta a_z = a'_z - a_z$ – mütləq eninə deformasiyalar

ℓ_1 , a'_y , a'_z – milin deformasiyadan sonrakı boyuna və eninə ölçüləridir.

4. $\mu = \frac{\left| \varepsilon_y \right|}{\left| \varepsilon_x \right|} = \frac{\left| \varepsilon_z \right|}{\left| \varepsilon_x \right|}$ – eninə deformasiya (Pouasson) əmsali.

5. $\theta = \varepsilon_x (1 - 2\mu)$ – həcmi deformasiya, yəni həcmnin nisbi dəyişməsi.

6. $\Delta \ell = \frac{N \ell}{EA}$ – dartılma və sıxılmada Huk qanunu.

$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x$ – Huk qanununun başqa forması, E – dartılma və sıxılmada və ya I dərəcəli elastiklik modulu.

$\Delta \ell = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \ell_i}{EA_i}$ – pilləvari (çoxməntəqəli) milin mütləq boyuna deformasiyası

$\Delta \ell = \int_{\ell} \frac{N(x) \cdot dx}{E \cdot A(x)}$ – en kəsiyinin sahəsi və normal qüvvəsi bir məntəqəli

milin uzunluğu üzrə dəyişən hal üçün mütləq boyuna deformasiya

$\Delta \ell = \sum_{i=1}^n \int_{\ell_i} \frac{N_i(x) \cdot dx}{E_i A_i(x)}$ – bundan əvvəlki hal üçün, lakin mil çoxməntəqəli

olsa, mütləq boyuna deformasiya

i – məntəqələrin nömrəsi, n – sayıdır.

7. Materialların mexaniki xarakteristikaları

$$\sigma_M = \frac{F_M}{A_0} \text{ mütənasiblik həddi, } \sigma_e = \frac{F_e}{A_0} \text{ - elastiklik həddi, } \sigma_a = \frac{F_a}{A_0} \text{ -}$$

axıcılıq həddi

$$\sigma_{M.h} (\sigma_{M.M}) \text{ - mühkəmlilik həddi, yaxud müvəqqəti müqavimət.}$$

8. Materialların plastikliyinin xarakteristikaları

$$\delta = \frac{\Delta \ell_d^q}{\ell_0} 100\% \text{ - nisbi qalıq uzanma, } \Delta \ell_d^q \text{ - dağılmada qalıq uzanma}$$

$$\psi = \frac{A_0 - A_b}{A_0} 100\% \text{ - nisbi qalıq nazılmə, } A_0 \text{ - nümunənin əvvəlki en}$$

kəsiyinin sahəsi, A_b - boyuncuğun en kəsiyinin sahəsi

$$9. [\sigma] = \frac{\sigma_T}{k} \text{ - buraxılabilən normal gərginliklər.}$$

Burada σ_T - təhlükəli gərginlik, k - ehtiyat əmsəlidir.

$$\sigma_T = \sigma_a \text{ - plastik, } \sigma_T = \sigma_{M.h} \text{ - kövrək materiallar üçün.}$$

$$10. \max \sigma_x = \frac{N}{A_n} \leq [\sigma] \text{ - dartılma və sıxılmada buraxılabilən gərginliklərə}$$

görə möhkəmlilik şərti. Burada A_n - milin en kəsiyinin netto (təmiz) sahəsi

$$F_{\max} \leq [F] = \frac{F_d}{k_d} \text{ - dağıdıcı yükə görə möhkəmlilik şərti}$$

Burada F_d - dağıdıcı yük, k_d - dağıdıcı yükə görə ehtiyat əmsəlidir.

$$11. \max \sigma_x = \frac{N}{A} \leq R \text{ - həddi hallara görə möhkəmlilik şərti, } R = \frac{R^n}{K} \text{ -}$$

hesabı müqavimət, K - ehtiyat əmsəlidir.

Burada $N = N_1^n n_1 + N_2^n \cdot n_2 + \dots$ - hesabı yük, R^n - normativ müqavimət, N_i^n - müxtəlif normativ yüklərdən yaranan qüvvələr, n_i - yüklərin normativ qiymətdən artıq olmasına görə əmsallardır.

12. $\max \mathcal{E}_x \leq [\mathcal{E}]$ - sərtliyə görə hesablama şərti. Burada $\max \mathcal{E}_x$ - ən böyük nisbi boyuna deformasiya, $[\mathcal{E}]$ - buraxılabilən nisbi deformasiya

$$13. U = \frac{F \Delta \ell}{2}, \text{ və ya (6.) bəndində göstərilən hallar üçün deformasiyanın}$$

potensial enerji düsturları:

$$U = \frac{N^2 \ell}{2EA}; \quad U = \int_{\ell} \frac{N^2(x) dx}{2EA(x)};$$

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{N_i^2 \ell_i}{2EA_i(x)}; \quad U = \sum_{i=1}^n \int_{\ell_i} \frac{N_i^2(x) \cdot dx}{2EA_i(x)}$$

$$\bar{U} = \frac{\sigma_x \varepsilon_x}{2}; \quad \bar{U} = \frac{\sigma_x^2}{2E} \text{ – xüsusi potensial enerji.}$$

14. $\sigma_x = \frac{F}{A} + \gamma x$ – bir ucu sərt bərkidilmiş digər sərbəst ucunda F qüvvəsi təsir edən sabit en kəsiqli milin öz çəkisi nəzərə alınmaqla hər hansı en kəsiyində normal gərginlik,

$$\max \sigma_x = \frac{F}{A} + \gamma \ell \text{ – qorxulu en kəsiyində ən böyük normal gərginlik,}$$

$$\frac{F}{A} + \gamma \ell \leq [\sigma] \text{ – möhkəmlik şərti. Burada } \gamma \text{ – materialın həcmi çəkisidir}$$

$\Delta \ell = \frac{F(\ell - x)}{EA} + \frac{\gamma(\ell^2 - x^2)}{2E}$ – milin hər hansı en kəsiyi səviyyəsində mütləq boyuna deformasiyası (yerdəyişmə)

$$\Delta \ell = \frac{\left(F + \frac{G}{2}\right) \ell}{EA} \text{ – həmin milin tam mütləq deformasiyası}$$

$\Delta \ell_{m-n} = \frac{\omega_{m-n}}{E}$ – milin hər hansı $m-n$ en kəsiyi səviyyəsində deformasiya və ya yerdəyişməsinə qrafoanalitik üsulla təyin etmək üçün düstur

Burada ω_{m-n} – normal gərginliklər epyurunun müvafiq hissəsinin sahəsidir.

15. $A_{(x)} = A_0 e^{\frac{\gamma x}{[\sigma]}}$ – bərabər müqavimətli milin en kəsiyi sahəsinin onun uzunluğu üzrə dəyişməsi. A_0 – F qüvvəsi təsir edən sərbəst en kəsiyinin sahəsi.

$$\Delta \ell = \frac{[\sigma] \cdot \ell}{E} \text{ – tam uzanması}$$

$$\Delta l_{m-n} = \frac{[\sigma](\ell - x)}{E} - \text{hər hansı kəsiyin milin oxu boyunca yerdəyişməsi}$$

Burada x – kəsiyin absisidir.

$$A_n = \frac{F[\sigma]^{n-1}}{([\sigma] - \gamma \ell_1)([\sigma] - \gamma \ell_2) \dots ([\sigma] - \gamma \ell_n)} - \text{pilləvari milin pillələrinin en kəsiyinin sahəsi.}$$

$$A_n = \frac{F}{[\sigma] \cdot \left(1 - \frac{\gamma L}{m[\sigma]}\right)^n} - \text{pillələrin uzunluğu eyni olan hal üçün sahəsi}$$

$$\Delta L = \frac{L}{E} \left([\sigma] - \frac{\gamma L}{2m}\right) - \text{bu hal üçün tam uzanmadır.}$$

Özünüyoxlama sualları

1. Dartılma və sıxılma hansı deformasiyaya deyilir?
2. Dartılma və sıxılmada milin en kəsiklərində hansı gərginlik təsir edir və necə tapılır?
3. Dartılma və sıxılmada baş kəsiklər hansılardır?
4. Dartılma və sıxılmada maili kəsiklərin gərginlikləri necə hesablanır? Onlar maili kəsik üzrə hansı qanunla paylanırlar?
5. Normal və toxunan gərginliklərin ən böyük qiymətləri hansı kəsiklərdə alınır? Toxunan gərginliklərin qoşalığ qanunu nədən ibarətdir?
6. Boyuna və eninə deformasiya nəyə deyilir? Onların arasında asılılıq varmı? Puasson əmsalı hansı qiymətlər ala bilər?
7. Milin dartılma və sıxılmada sərtliyi nədir?
8. Huk qanununun mahiyyəti nədən ibarətdir?
9. Dartılma və sıxılmada materialların mexaniki xassələri necə tapılır? Təcrübələr hansı nümunələr üzərində aparılır? Dartılma diaqramı hansı koordinatlarda qurulur?
10. Mütənasiblik həddi, elastiklik həddi, axıcılıq həddi, möhkəmlik həddi (və ya müvəqqəti müqavimət) nəyə deyilir?
11. Elastiki və plastiki deformasiyalar hansılardır?
12. Möhkəmlənmə və tavlama hadisələrini izah edin.
13. Şərti axıcılıq həddi nədir? O hansı materiallar üçün tapılır?
14. Plastik materialların sıxılma diaqramları nə ilə xarakterizə edilir?
15. Kövrək materialların hansı əsas mexaniki xarakteristikaları təyin edilir?
16. Nisbi qalıcı uzanma və nisbi qalıcı nazılmə nəyə deyilir?
17. Materialların mexaniki xassələrinə hansı əsas amillər təsir edir? Sürüngenlik və relaksasiya nəyə deyilir?
18. Dartılma və sıxılmada elastiki deformasiyaların potensial enerjisi necə tapılır? Nümunənin qırılmasına sərf olunan işi necə hesablamaq olar?
19. Buraxıla bilən gərginlik nəyə deyilir? Necə hesablanır? Ehtiyat əmsalı necə tapılır?
20. Dartılma və sıxılmada möhkəmliyə və sərtliyə görə hesablama şərtləri necə yazılır?
21. Dağıdıcı yükə və həddi hallara görə hesablamalar necə aparılır?
22. Statik həll olunmayan sistemlər hansı sistemlərə deyilir? Belə məsələlərin həlli ardıcılığı necədir? Yerdəyişmə (deformasiya) tənlikləri necə tərtib edilir?
23. Hansı gərginliklərə quraşdırma və temperatur gərginlikləri deyilir?
24. Bərabər müqavimətli mil hansı milə deyilir? Onların en kəsik sahəsi hansı düsturla hesablanır?

25. Milin öz çəkisini nəzərə almaqla en kəsiyinin normal gərginliyi və yerdəyişməsi hansı düsturla tapılır? Təkcə öz çəkisi təsirindən mil dağla bilərmi?
26. Pillevari milin en kəşik sahələrini hansı düsturla tapmaq olar?
27. Bərabər müqavimətli milin mütləq və nisbi boyuna deformasiyasını necə hesablamaq olar?
28. Yalnız öz çəkisi təsiri altında olan mil bərabər müqavimətli ola bilərmi?
29. Statik həll olunmayan sistemlər hansı xüsusiyyətlərə malikdirlər?
30. Dartılma və sıxılmada statik həll olunmayan məsələlərin həllinə energetik üsul hansı prinsipə əsasən və necə tətbiq olunur?

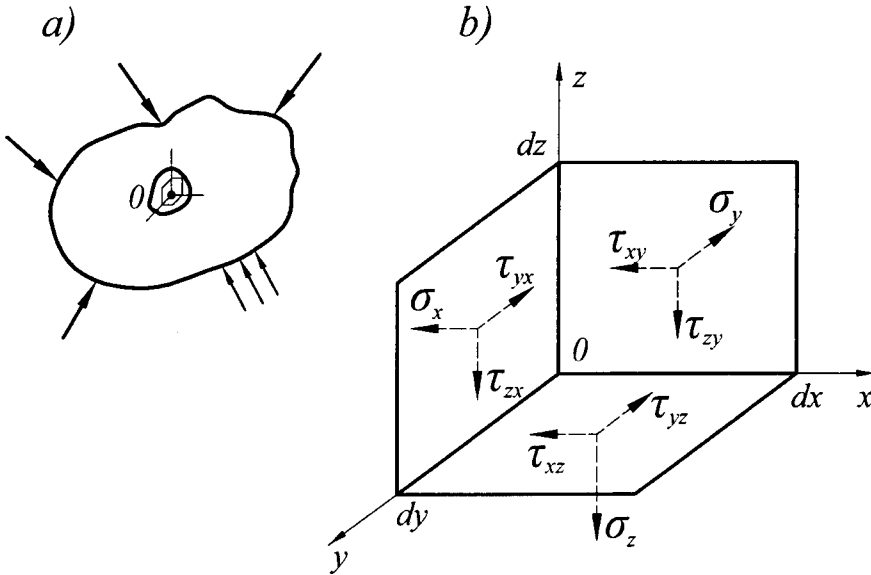
FƏSİL III

GƏRGİN VƏ DEFORMASIYA HALININ TƏDQIQI

- § 3.1. Gərgin hallar. Gərginliklər tenzoru
- § 3.2. Müstəvi gərgin hal.
Məli kəsiklərdə gərginliklər
- § 3.3. Müstəvi gərgin halda baş kəsiklər
və baş gərginliklər
- § 3.4. Müstəvi gərgin halın qrafik üsulla tədqiqi
- § 3.5. Həcmi gərgin halın tədqiqi
- § 3.6. Mürəkkəb gərgin halda deformasiyalar.
Deformasiyalar tenzoru
- § 3.7. Baş deformasiyalar.
Hər hansı istiqamətdə deformasiyalar
- § 3.8. Deformasiyalarla gərginliklər arasında asılılıqlar.
Ümumiləşmiş Huk qnnunu
- § 3.9. Deformasiyanın potensial enerjisi energisi.
Mexaniki enerjinin xassələri
- § 3.10. Mürəkkəb gərgin halda möhkəmliyə görə
hesablamalar. Möhkəmlik nəzəriyyələri
- § 3.11. Misallar
Əsas düstur və asılılıqlar
Özünüyoxlama sualları

§ 3.1. Gərgin hallar. Gərginliklər tenzoru

Deformasiya olunan bərk cismin (şək.3.1.1, a) hər hansı «0» nöqtəsindən keçən üç bir-birinə perpendikulyar ixtiyarı müstəvilər (məsələn, koordinat müstəvilərinə paralel) vasitəsilə ayrılmış bu nöqtəyə bitişik sonsuz kiçik sahəciklər üzərində gərginlikləri göstərək (şək.3.1.1, b). Sahəciklər tərəfləri dx , dy , dz olan düzbucaqlılar şəklindədir. Hər bir sahəcikdə normal gərginliklər dartıcı (yəni müsbət işarəli) göstərilib. Onlar x , y , z oxlarının mənfi istiqaməti tərəfinə yönəlidiyi üçün, toxunan gərginliklər də müsbət işarəli göstərilmişlər (yəni x , y , z oxlarının mənfi istiqaməti tərəfə).



Şək. 3.1.1

Normal gərginliklər σ_x , σ_y , σ_z , toxunan gərginliklər isə τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx} , τ_{yx} , τ_{xy} , τ_{xz} kimi işarə olunurlar.

Toxunan gərginliyin işarəsində birinci indeks onun hansı ox istiqamətində olduğunu, ikinci indeksi isə gərginliyin hansı koordinat oxuna perpendikulyar sahəcikdə təsir etdiyini göstərir. **Bu sahəciklər sonsuz kiçik qəbul edildiyindən deyə bilərik ki, onlarda təsir edən 9 ədəd gərginlik komponentləri «0» nöqtəsi ətrafında gərgin halı tamamilə müəyyən edirlər. Bu gərginliklərin qiymətlərindən asılı olaraq həmin nöqtədən keçən istənilən sahəcikdə gərginlikləri tapa bilərik.**

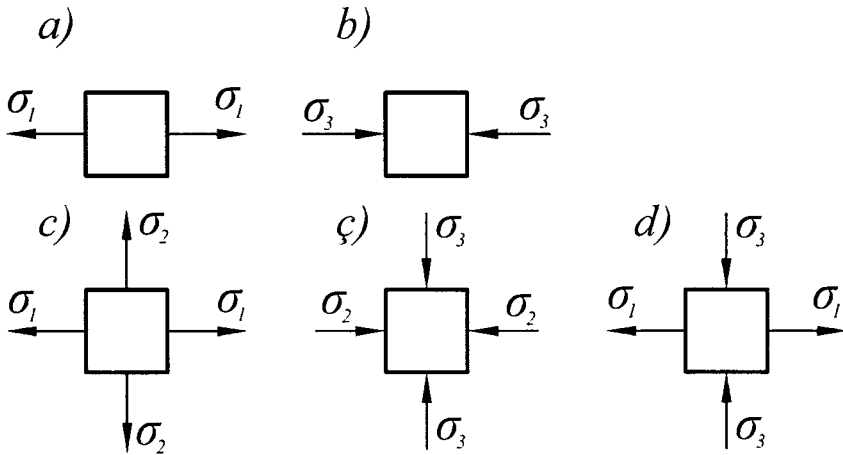
Ona görə də bu gərginliklər toplusuna **gərginliklər tenzoru** deyilir və aşağıdakı matris şəklində yazılır:

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Deformasiya olunan bərk cisimlər mexanikası elmlər silsiləsinə daxil olan «Elastiklik nəzəriyyəsi»ndə isbat olunur ki, **hər hansı cismin istənilən nöqtəsindən elə üç bir-birinə perpendikulyar sahəciklər keçirmək olar ki, onlarda toxunan gərginliklər sıfıra bərabər olsun. Belə sahəciklərə baş sahəcik və ya baş kəsiklər, onlarda təsir edən normal gərginliklərə isə baş gərginliklər deyilir.** Baş oxların istiqamətləri 1, 2, 3, baş gərginliklər isə σ_1, σ_2 və σ_3 ilə işarə olunurlar. Bunlardan ən böyüyü σ_1 , ən kiçiyi isə σ_3 kimi işarə olunur, belə ki, $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ olmalıdır.

Baş gərginliklərdən bu və ya digərinin sıfıra bərabər olub-olmamasından asılı olaraq üç cür gərgin hal olur.

Baş gərginliklərdən təkə birinin sıfırdan fərqli olduğu gərgin hal xətti və ya biroxlu gərgin hal adlanır. Xətti gərgin halın iki variantı yarana bilər (şək.3.1.2, a, b):



Şək. 3.1.2

a) biroxlu dartılma, yəni $\sigma_1 > 0, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$;

b) biroxlu sıxılma, yəni $\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 < 0$.

Bu gərgin hala misal olaraq milin mərkəzi dartılma və sıxılmasını göstərmək olar ki, həmin gərgin hal da I fəsildə ətraflı araşdırılmışdır.

Göstərilmişdir ki, dartılma (sıxılmada) milin eninə və boyuna kəsikləri baş kəsiklərdir. Mütləq qiymətcə ən böyük normal gərginliklər, milin eninə kəsiklərində, ən böyük toxunan gərginliklər isə milin mərkəzi oxu ilə 45° -li bucaq əmələ gətirən maili kəsiklərində təsir edirlər.

Baş gərginliklərdən yalnız birinin sıfıra bərabər olduğu gərgin hala ikioxlu və ya müstəvi gərgin hal deyilir.

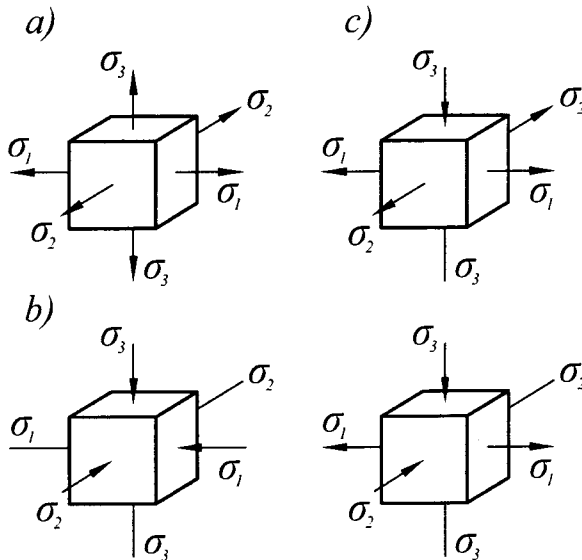
Bu hal üç variantda baş verir (şək.3.1.2, c, ç, d):

a) ikioxlu dartılma – $\sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0, \sigma_3 = 0$

b) ikioxlu sıxılma – $\sigma_1 = 0, \sigma_2 < 0, \sigma_3 < 0$

c) bir istiqamətdə sıxılma, digərində isə dartılma – $\sigma_1 > 0, \sigma_3 < 0, \sigma_2 = 0$

Hər üç baş gərginliyin sıfırdan fərqli olduğu gərgin hala üçoxlu və ya həcmi gərgin hal deyilir ($\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 \neq 0, \sigma_3 \neq 0$). Bu halda üçoxlu dartılma, üçoxlu sıxılma, iki istiqamətdə dartılma – bir istiqamətdə sıxılma, bir istiqamətdə dartılma – iki istiqamətdə isə sıxılma variantları mövcud ola bilər (şək.3.1.3a,b,c).

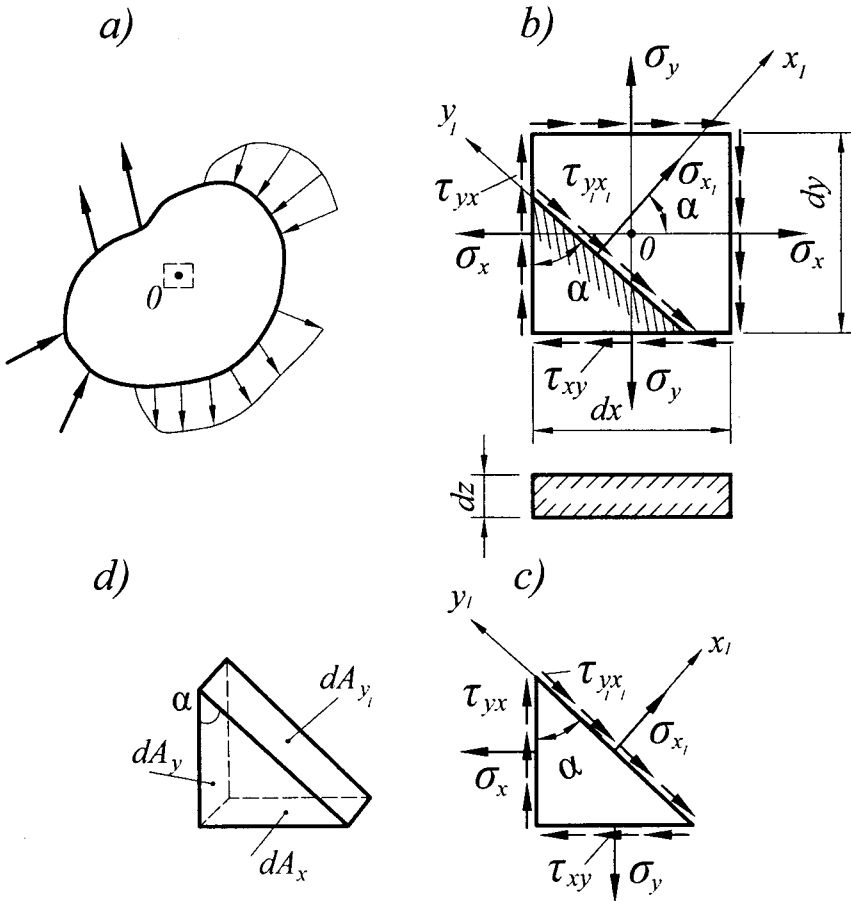


Şək. 3.1.3

Xətti gərgin hal dartılma və sıxılma təmsalında (II fəsildə) ətraflı tədqiq olunmuşdur. Növbəti mövzular müstəvi və həcmi gərgin halların araşdırılmasına həsr olunmuşdur.

§ 3.2. Müstəvi gərgin hal. Maili kəsiklərdə gərginliklər

Qalınlığı kiçik (nazik) lövhənin yan səthinə (şək.3.2.1,a) orta müstəvisinə paralel, qalınlığı üzrə dəyişməyən qüvvələr tətbiq olunarsa, onun nöqtələrində müstəvi gərgin hal yaranar. Bu lövhədən hər hansı «O» nöqtəsi ətrafından lövhənin müstəvisinə paralel və perpendikulyar kəsiklər vasitəsilə elementar (ölçüləri sonsuz kiçik dx , dy , dz olan) hissəcik ayıraq. Aydındır ki, bu hissəcik ikioxlu gərgin (ikioxlu dartılma) haldadır, çünki lövhənin müstəvisinə perpendikulyar istiqamətdə heç bir qüvvə təsir etmədiyinə görə baş gərginlik də yaranmayacaqdır.



Şək. 3.2.1

3.2.1,b şəklindəki elementin bütövlükdə yan üzlərində ona təsir edən qüvvələrin mərkəzi «O» nöqtəsinə görə momentlərinin müvazinət tənliyini yazaq ($\sum x = 0$, $\sum y = 0$ tənlikləri ödənilir):

$\sum M_0 = 0, (\tau_{xy} \cdot dx dz) \cdot dy + (\tau_{yx} \cdot dy dz) \cdot dx = 0$. Buradan alırıq:

$$\tau_{xy} = -\tau_{yx} \quad (a)$$

Bu ifadə toxunan gərginliklərin qoşalığı (cütlüyü) qanununun müstəvi gərgin halda da doğruluğunu göstərir.

Elementar hissəcikdən xarici normalı « α ,» olan maili kəsik vasitəsilə bir hissə ayıraq (şək.3.2.1,c). Şək.3.2.1,d-dən görünür ki, ayrılmış hissənin yan üzlərinin sahələri arasında aşağıdakı asılılıqlar mövcuddur:

$$dA_x = dA_{y_1} \cdot \sin \alpha; \quad dA_y = dA_{y_1} \cdot \cos \alpha; \quad (3.2)$$

Maili kəsikdəki σ_{x_1} – normal və $\tau_{y_1 x_1}$ – toxunan gərginlikləri təyin etmək üçün ayrılmış elementin müvazinət tənliklərini yazaq (şək. 3.2.1, c). Şəkildə toxunan gərginlik üçün istiqamət (ayrılmış hissəni saat əqrəbi istiqamətində döndərməyə çalışan) müsbət qəbul olunmuşdur.

$$\sum X_1 = 0;$$

$$\sigma_{x_1} dA_{y_1} - \sigma_x dA_y \cos \alpha - \tau_{xy} dA_x \cos \alpha - \sigma_y dA_x \sin \alpha + \tau_{yx} dA_y \sin \alpha = 0;$$

$$\sum Y_1 = 0,$$

$$-\tau_{y_1 x_1} dA_{y_1} - \sigma_x dA_y \sin \alpha - \tau_{xy} dA_x \sin \alpha - \tau_{yx} dA_y \cos \alpha + \sigma_y dA_x \cos \alpha = 0 \quad (3.3)$$

(3.2) ifadələrini (3.3)-də yerinə yazıb, alırıq:

$$\sigma_{x_1} = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha - \tau_{yx} \sin 2\alpha$$

$$\tau_{y_1 x_1} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{yx} \cos 2\alpha \quad (3.4)$$

Bu düsturlar, müstəvi gərgin halda maili kəsiklərdə müvafiq olaraq normal və toxunan gərginliklərin düsturlarıdır.

(3.4) düsturlarında $\cos^2 \alpha = (1 + \cos 2\alpha)/2$, $\sin^2 \alpha = (1 - \cos 2\alpha)/2$ çevirmələrini nəzərə alaraq onları bu şəkllə sahrıq:

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{yx} \cdot \sin 2\alpha; \quad (3.5)$$

$$\tau_{y_1 x_1} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{yx} \cdot \cos 2\alpha.$$

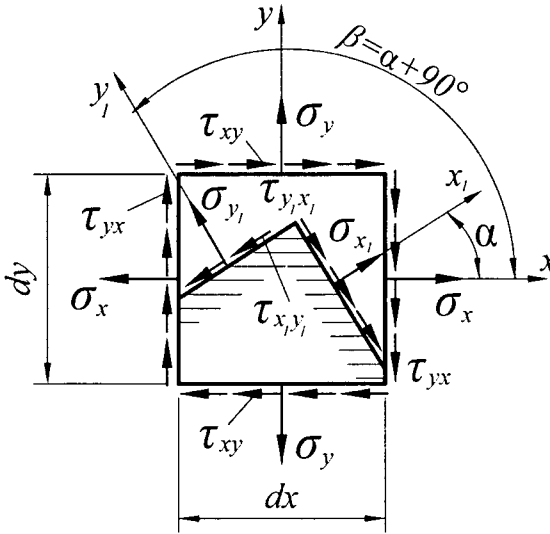
Bu düsturlarda α bucağını $\beta = \alpha + 90^\circ$ ilə əvəz etsək əvvəlki maili kəsiklə 90° -li bucaq əmələ gətirən, yəni ona perpendikulyar, digər maili kəsikdəki gərginlikləri alırıq:

$$\sigma_{y_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + \tau_{yx} \cdot \sin 2\alpha; \quad (3.6)$$

$$\tau_{x_1y_1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{yx} \cdot \cos 2\alpha.$$

(3.5) və (3.6) düsturlarını bir-biri ilə müqayisə etdikdə alırıq:

$$1. \sigma_{x_1} + \sigma_{y_1} = \sigma_x + \sigma_y = \text{const} \quad (3.7)$$



Şək. 3.2.2

Bu bərabərlik müstəvi gərgin halda normal gərginliklərin cəminin sabit qalması qanununun ifadəsidir. Buradan görünür ki, hər hansı iki bir-birinə perpendikulyar maili kəsiklərdə normal gərginliklərin cəmi « α » bucağından asılı olmur və ilkin kəsiklərin normal gərginliklərinin cəminə bərabər olur.

2. $\tau_{x_1y_1} = -\tau_{y_1x_1}$ – toxunan gərginliklərin qoşalığı (cütlüyü) qanununun ifadəsidir. İlkin seçilmiş sahəciklərlə α və

$\beta = \alpha + 90^\circ$ bucaqlar əmələ gətirən bir-birinə perpendikulyar maili sahəciklərdəki gərginliklər 3.2.2 şəklində göstərilmişdir.

§ 3.3. Müstəvi gərgin halda baş kəsiklər və baş gərginliklər. Ekstremal toxunan gərginliklər

Baş kəsiklərin vəziyyətini təyin etmək üçün baş kəsiklərdə toxunan gərginliklərin sıfıra bərabər olması şərtindən istifadə edirik:

$$\tau_{y_1x_1}|_{\alpha=\alpha_0} = 0$$

Burada α_0 – baş gərginliklərin istiqamətini (baş kəsiklər bu istiqamətlərə perpendikulyardır) müəyyən edən bucaqdır. Bu şərtə (3.5) düsturundan $\tau_{y_1x_1}$ ifadəsini yazsaq alırıq:

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha_0 + \tau_{yx} \cdot \cos 2\alpha_0 = 0 \quad (3.8)$$

Buradan

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (3.9)$$

Bu düsturla müstəvi gərgin halda baş gərginliklərin istiqaməti və baş kəsiklərin vəziyyəti təyin olunur.

(3.9) düsturundan α_0 bucağı üçün α_0^1 və $\alpha_0^1 + 90^\circ$ -yə bərabər iki qiymətlər alınır ki, bu da iki bir-birinə perpendikulyar baş kəsiklərin mövcudluğunu təsdiq edir. (3.5) ifadələrinin σ_{x_1} düsturunda $\alpha = \alpha_0$ yazıb **baş gərginliklər düsturunu** alırıq:

$$\sigma_{x_1} \Big|_{\alpha=\alpha_0} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha_0 - \tau_{yx} \sin 2\alpha_0 \quad (3.10)$$

Bu düsturdan $\alpha_0 = \alpha_0^1$ və $\alpha_0^1 + 90^\circ$ qəbul etməklə baş gərginliklər üçün iki qiymət alırıq.

(3.8) şərtini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\frac{\partial \sigma_{x_1}}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=\alpha_0} = 0 \quad (3.11)$$

Bu şərtədən görünür ki, α -nın α_0 qiymətini aldığı halda, $\sigma_{x_1}(\alpha_0)$ **funksiyası ekstremum qiymətlərini, yəni baş gərginliklərdən biri maksimum, digəri isə minimum qiymət alır.** Doğrudan da, baş gərginliklər üçün (3.10) düsturunu aşağıdakı şəkllə salaq:

$$\sigma_{x_1} \Big|_{\alpha=\alpha_0} = \sigma_{\min}^{\max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \cos 2\alpha_0 \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} - \tau_{yx} \cdot \operatorname{tg} 2\alpha_0 \right)$$

$\cos 2\alpha_0$ triqonometrik funksiyasını məlum çevirmə düsturu ilə $\operatorname{tg} 2\alpha_0$ -la, bunu isə (3.9)-a əsasən $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{yx}$ gərginlikləri ilə aşağıdakı kimi ifadə etdikdə

$$\cos 2\alpha_0 = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha_0}} = \pm \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2}} \quad (a)$$

baş gərginliklərin sonuncu ifadəsini praktiki istifadə üçün daha əlverişli şəkllə salırıq:

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \quad (3.12)$$

Bu ifadədə «+» işarəsini götürdükdə baş gərginliklərin σ_{\max} , «-» işarəsini götürdükdə isə σ_{\min} qiymətini alırıq.

(3.12) düsturlarını tərəf-tərəfə toplayıb alırıq:

$$\sigma_{\max} + \sigma_{\min} = \sigma_x + \sigma_y = \sigma_{x_i} + \sigma_{y_i} = \text{const}$$

$$(x_i \perp y_i, i = 1, 2, 3, \dots)$$

Bu bərabərlikdən görünür ki, hər hansı nöqtədən keçirilən iki ixtiyarı bir-birinə perpendikulyar kəsiklərdəki normal gərginliklərin cəmi həmin nöqtədən keçən baş kəsiklərdəki baş gərginliklərin cəminə bərabər olur və α bucağından asılı olmayaraq sabit qalır.

Beləliklə, müstəvi gərgin halda hər hansı nöqtə üçün iki baş kəsiklərin vəziyyətini və onlarda təsir edən baş gərginliklərin qiymətlərini təyin etmək üçün həmin nöqtədən iki bir-birinə perpendikulyar ixtiyarı sahəciklərdə (məsələn, koordinat oxlarına paralel ilkin kəsiklərdə) normal və toxunan gərginlikləri təyin edib, (3.9) və (3.12) düsturlarında yerinə yazmaq lazımdır.

Maksimum qiymətə malik baş gərginlik həmişə toxunan gərginliklərin qarşı-qarşıya yönəldiyi tillər yerləşən kvadrantlarda təsir edir (şək. 3.3.1).

Baş gərginliklərin qiyməti müsbət olduqda $\sigma_{\max} = \sigma_1$, $\sigma_{\min} = \sigma_2$ olur.

Ekstremal toxunan gərginlikləri və onların təsir etdiyi kəsiklərin vəziyyətini təyin etmək üçün (3.11) şərtinə analogi olan aşağıdakı şərtədən istifadə edirik:

$$\left. \frac{\partial \tau_{y_1 x_1}}{\partial \alpha} \right|_{\alpha = \alpha_{0r}} = 0 \quad (3.13)$$

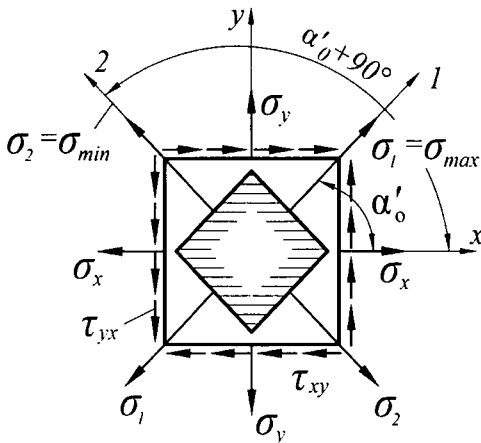
(3.5)-dən $\tau_{y_1 x_1}$ ifadəsini

(3.13)-də yerinə yazıb alırıq:

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha_{0r} - \tau_{yx} \sin 2\alpha_{0r} = 0,$$

buradan isə

$$\operatorname{tg} 2\alpha_{0r} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{yx}} \quad (3.14)$$



Şək. 3.3.1

Bu düsturla ekstremal toxunan gərginliklərin təsir etdiyi kəsiklərin vəziyyətini müəyyən edən α_{or} bucağı təyin olunur.

Bu düsturu (3.9) düsturu ilə müqayisə etsək alarıq:

$$tg 2\alpha_{or} = -ctg 2\alpha_0, \text{ yaxud } \alpha_{or} = \alpha_0 \pm 45^\circ \quad (\alpha'_{or} = \alpha'_0 + 45^\circ; \alpha''_0 = \alpha'_0 - 45^\circ)$$

Buradan görünür ki, ekstremal toxunan gərginliklər baş gərginliklərlə 45° -li bucaq əmələ gətirən kəsiklərdə təsir edirlər.

α_{or} -nin qiymətini (3.5)-də yerinə yazaraq, ekstremal toxunan gərginlikləri və həmin kəsiklərdəki normal gərginliyi təyin edirik:

$$\begin{aligned} \tau_{y_1x_1} \Big|_{\alpha=\alpha_{or}} &= \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha_{or} + \tau_{yx} \cos 2\alpha_{or} = \cos 2\alpha_{or} \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} tg 2\alpha_{or} + \tau_{yx} \right); \\ \sigma_{x_1} \Big|_{\alpha=\alpha_{or}} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \cos 2\alpha_{or} \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \tau_{yx} - tg 2\alpha_{or} \right). \end{aligned} \quad (3.15)$$

(3.14) nəzərə alınmaqla (a) ifadəsinə uyğun olaraq yazı bilərik:

$$\cos 2\alpha_{or} = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2 2\alpha_{or}}} = \pm \frac{2\tau_{yx}}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2}} \quad (3.16)$$

(3.14) və (3.16) ifadələrini (3.15)-də yerinə yazıb alırıq:

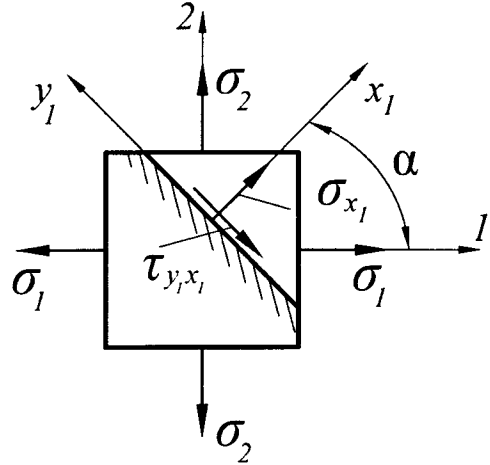
$$\tau_{\max}^{\min} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2};$$

(3.17)

$$\sigma_{x_1} \Big|_{\alpha=\alpha_{or}} = \sigma_0 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}.$$

Bu düsturlar uyğun olaraq ekstremal toxunan gərginliklərin və onların təsir etdiyi kəsiklərin σ_0 normal gərginliyinin düsturlarıdır.

Bəzi praktiki məsələlərdə müstəvi gərgin halı tədqiq edərkən götürülmüş nöqtədə əvvəlcədən baş kəsiklərin vəziyyəti və baş gərginliklərin qiyməti məlum olur (belə hallar xüsusi hallardır). Onda ilkin gərginliklərdən $\tau_{yx} = 0$, $\sigma_x = \sigma_1$, $\sigma_y = \sigma_2$ olur. Belə hallarda maili kəsiklərdəki (şək.3.3.2) gərginliklər üçün (3.5) düsturlarından aşağıdakı ifadələr alınır:



Şək. 3.3.2

$$\begin{aligned}\sigma_{x_1} &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha, \\ \tau_{y_1x_1} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha\end{aligned}\quad (3.18)$$

Buradan görünür ki,

$$\begin{aligned}\sigma_{x_1} &= \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \sigma_1 + \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \sigma_2 = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha = \\ &= \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 (90^\circ - \alpha) = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 \\ \tau_{xy} &= \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha - \frac{\sigma_2}{2} \sin 2\alpha = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha + \frac{\sigma_2}{2} \sin 2(90^\circ - \alpha) = \\ &= \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha_1 + \frac{\sigma_2}{2} \sin 2\alpha_2\end{aligned}\quad (b)$$

Maili kəsiyin tam gərginliyini aşağıdakı asılılığa əsasən tapırıq:

$$\rho_{x_1}^2 = \sigma_{x_1}^2 + \tau_{y_1x_1}^2$$

(3.18) ifadələrini bu asılılıqda yerinə yazıb alırıq:

$$\begin{aligned}\rho_{x_1}^2 &= \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}\right)^2 + \frac{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}{2} \cos 2\alpha + \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2 \cos^2 2\alpha + \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2 \sin^2 2\alpha = \\ &= \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2} + \frac{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}{2} \cos 2\alpha = \sigma_1^2 \cos^2 \alpha + \sigma_2^2 \sin^2 \alpha = \sigma_1^2 \cos^2 \alpha + \sigma_2^2 \cos^2 (90^\circ - \alpha)\end{aligned}\quad (c)$$

$$\text{və ya } P_{x_1} = \sigma_1^2 \cos^2 \alpha + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2$$

(b) və (c) ifadələrində α_1 və α_2 - σ_1 və σ_2 baş gərginliklərlə maili kəsiyin normalı arasındakı bucaqlardır.

Xətti gərgin halda (dartılma və sıxılmada) normal, toxunan və tam gərginliyin düsturuna əsasən (II fəsil) yazıla bilər:

$$\sigma_{x_1} = \sigma_x \cos^2 \alpha; \quad \tau_{y_1x_1} = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2\alpha; \quad \rho_{x_1}^2 = \sigma_x^2 \cos^2 \alpha \quad (d)$$

(b) və (c) ifadələrini (d) ifadələri ilə müqayisə etsək və xətti gərgin halda $\sigma_x = \sigma_1$ baş gərginliyi olduğunu nəzərə alsaq görərik ki, **müstəvi gərgin halda normal və toxunan gərginliklər, habelə tam gərginliyin kvadratı ifadələri hər bir baş gərginliklərdən ayrı-ayrılıqda alınan müvafiq ifadələrin cəminə bərabər olur, yəni güvvələr təsirinin bir-birindən asılı olmaması və toplanması prinsipi bu məqsəd üçün istifadə oluna bilər.**

Ekstremal toxunan gərginliklər və bu gərginliklərin yarandığı kəsiklərdə təsir edən normal gərginliklər üçün (3.17)-dən yazıla bilər:

$$\tau_{\max/\min} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}; \sigma_{x_1}|_{\alpha=\alpha_{or}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad (3.19)$$

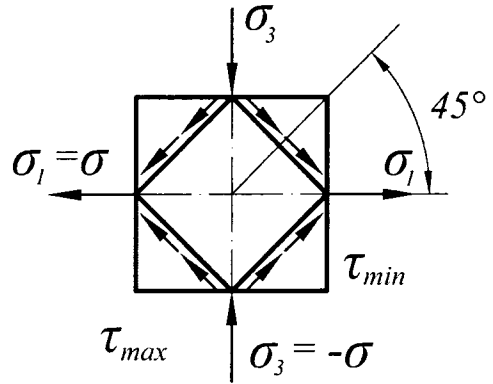
Əgər ilkin iki baş gərginliklər qiymətə bərabər, əks işarəli olsalar, onda onları belə işarə etmək lazımdır: $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_3 = -\sigma$, çünki sıfıra bərabər olan baş gərginlik $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ şərtinə görə σ_2 ilə işarə olunmalıdır.

Göstərilən halda (3.14) və (3.17) düsturlarından alırıq:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_{or} = \infty, \alpha_{or} = 45^\circ, \tau_{\max/\min} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \pm \sigma, \sigma_{x_1}|_{\alpha=\alpha_{or}} = 0 \quad (3.20)$$

Buradan görünür ki, ekstremal toxunan gərginliklərin təsir etdiyi kəsiklər baş kəsiklərlə 45° bucaq əmələ gətirir və bu kəsiklərdə normal gərginliklər sıfıra bərabər olur. Belə kəsiklərə **xalis sürüşmə kəsikləri** deyilir (şək. 3.3.3).

(3.18) düsturundan $\alpha = 0$ olan kəsiklər (σ_2 baş gərginliklərinə paralel kəsiklər) üçün $\sigma_{x_1} = \sigma_1$, $\alpha = 90^\circ$ olan kəsiklər (σ_1 baş gərginliklərinə paralel kəsiklər) üçün isə $\sigma_{x_1} = \sigma_2$ olur. Buradan belə nəticəyə gəlinir ki, hər hansı baş gərginliyə paralel maili kəsikdə normal gərginliyin qiyməti bu baş gərginlikdən asılı olmur.



Şək. 3.3.3

§3.4. Müstəvi gərgin halın qrafik üsulla tədqiqi

Müstəvi gərgin halın analitik üsulla tədqiqi (§3.2) nəticəsində alınmış maili kəsiklərdəki gərginliklər üçün (3.5) düsturlarından görünür ki, σ_{x_1} və $\tau_{y_1x_1}$ gərginlikləri α bucağının funksiyalarıdır. Bu funksiyaların dəyişməsini qrafik təsvir etmək üçün onları bu şəkllə salırıq:

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{yx} \cdot \sin 2\alpha; \quad (3.21)$$

$$\tau_{y_1x_1} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{yx} \cdot \cos 2\alpha.$$

Bu bərabərliklərin hər iki tərəflərini kvadrata yüksəldib tərəf-tərəfə toplayaq:

$$\left(\sigma_{x_1} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{y_1x_1}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2 \quad (3.22)$$

Bu tənliyi çevrənin dekart koordinatlardakı tənliyi ilə $[(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2]$ müqayisə etsək görürük ki, bu tənlik də çevrənin tənliyidir. Lakin həmin çevrə $\sigma - \tau$ koordinatlarında qurulmalı, mərkəzi

$O_1\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, O\right)$ nöqtəsi σ oxu üzərində yerləşən, radiusu isə

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2} \text{ ifadəsinə bərabər çevrə olmalıdır.}$$

Həmin çevrəni qurmaq məqsədilə ilkin $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{yx}$ gərginlikləri üçün (şək. 3.4.1,a) müəyyən miqyas seçirik.

Fərz edək ki, $\sigma_x > \sigma_y, \tau_{yx} > 0$. σ oxu üzərində $Ob = \sigma_x, Oa = \sigma_y$ gərginliklərini ayırısaq (şək. 3.4.1,b) « ab » parçasının orta nöqtəsi O_1 – çevrənin mərkəzi olacaqdır, çünki bu nöqtənin koordinatları (3.22) tənliyindəki-lərlə eynidir – O_1 nöqtəsi σ oxu üzərində yerləşdiyindən onun ordinatı « O », absisi isə $OO_1 = Oa + aO_1$, yaxud

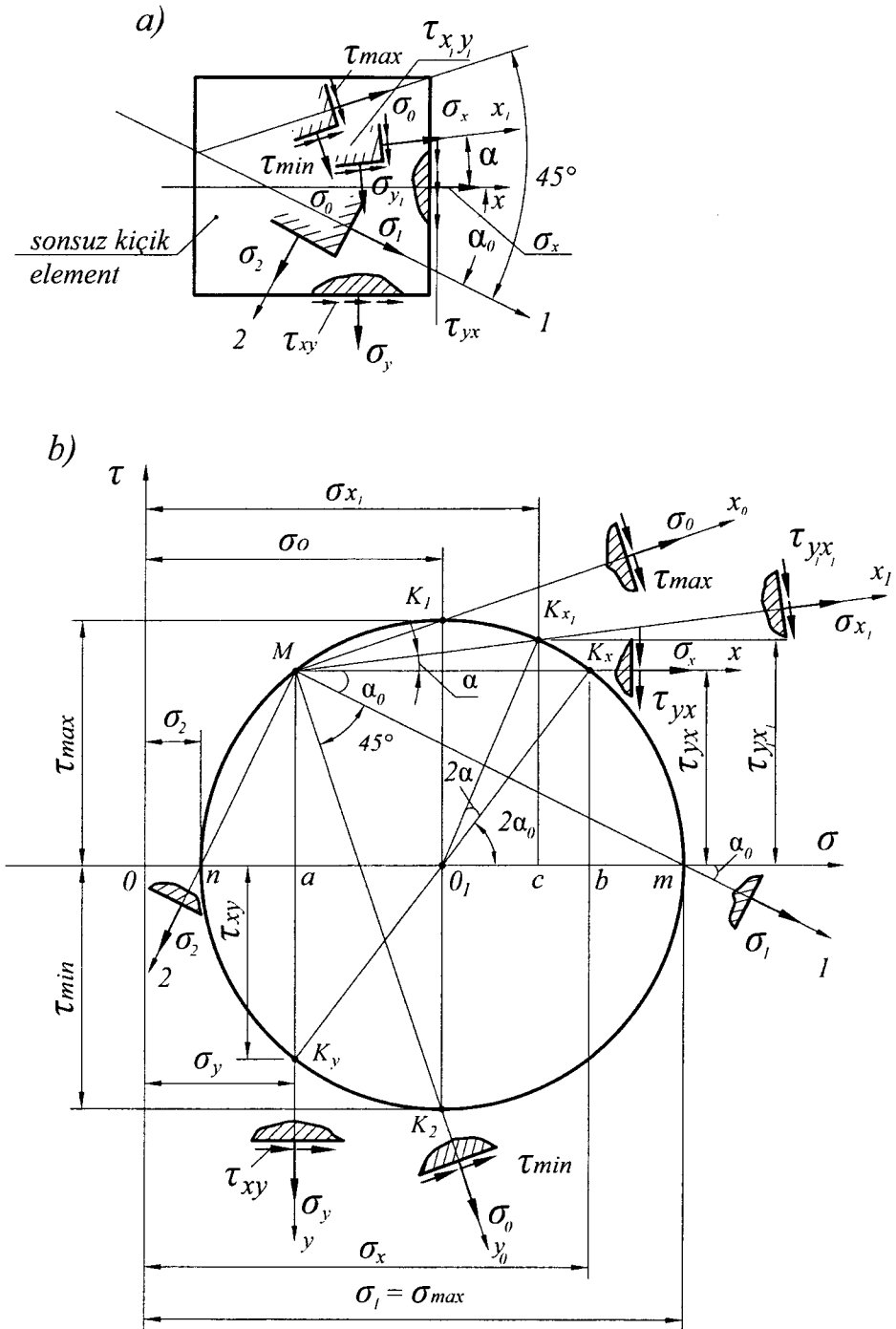
$$Oa = \sigma_y \text{ və } aO_1 = O_1b = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \text{ nəzərə almaqla}$$

$$OO_1 = Oa + aO_1 = \sigma_y + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}.$$

« b » nöqtəsindən şaquli istiqamətdə « bK_x » = $\tau_{yx} > 0$ qiymətini ayırıb, « K_x » nöqtəsini O_1 nöqtəsi ilə birləşdirməklə ΔO_1K_xb -dən çevrənin radiusu $O_1K_x = R$ -i tapırıq:

$$O_1K_x^2 = O_1b^2 + bK_x^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2 = R^2.$$

Radiusu $O_1K_x = O_1K_y = R$ olan **dairə gərginliklər üçün Mor dairəsi adlanır**. Deməli, koordinatları σ_x, τ_{yx} olan K_x nöqtəsi bu dairənin çevrəsi üzərində yerləşəcək və sağ kəsiyə uyğun olacaqdır. Bu nöqtə ilə bir diametrin o biri ucunda yerləşən K_y nöqtəsi sağ kəsiyə perpendikulyar aşağı kəsiyə uyğun gələcəkdir. K_x nöqtəsindən σ_x gərginliyinə, K_y nöqtəsindən isə σ_y gərginliyinə paralel xətlər çəkib onların kəsişdiyi M nöqtəsini alırıq. Bu nöqtə (M) dairənin qütb nöqtəsi adlanır.



Şək. 3.4.1

Mor dairəsinin çevrəsi üzərində hər bir nöqtə müəyyən kəsiyin gərginliklərini müəyyən edir. Belə ki, nöqtənin absisi normal gərginliyə, ordinatı isə toxunan gərginliyə bərabər olmalıdır. Bunu isbat etmək üçün tutaq ki, α bucağı altında keçən maili kəsiyin gərginliklərini tapmaq lazımdır. Bunun üçün «M» qütb nöqtəsindən α bucağı altında ox keçiririk. Bu oxun çevrə ilə « K_{x_1} » kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını təyin edək. Şəkil 3.4.1,b-dən görüldüyü kimi, $\angle K_x \cdot O_1 \cdot b = 2\alpha_0$, çünki $O_1 K_x \cdot b$ düzbucaqlı üçbucağından nisbət

$$\frac{K_x b}{O_1 b} = \frac{\tau_{yx}}{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}} = \frac{2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y} = \operatorname{tg} 2\alpha_0 \text{ olur.}$$

$\Delta O_1 K_{x_1} c$ -dən yaza bilərik:

$$K_{x_1} c = O_1 K_{x_1} \cdot \sin(2\alpha + 2\alpha_0) = O_1 K_{x_1} \sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha_0 + O_1 K_{x_1} \cdot \cos 2\alpha \cdot \sin 2\alpha_0;$$

$$O_1 c = O_1 K_{x_1} \cdot \cos(2\alpha + 2\alpha_0) = O_1 K_{x_1} \cos 2\alpha \cdot \cos 2\alpha_0 - O_1 K_{x_1} \cdot \sin 2\alpha \cdot \sin 2\alpha_0.$$

Bu düsturlarda $O_1 K_{x_1} = O_1 K_x$ olduğundan

$$O_1 K_{x_1} \cdot \cos 2\alpha_0 = O_1 K_x \cos 2\alpha_0 = O_1 b = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \text{ və}$$

$O_1 K_{x_1} \cdot \sin 2\alpha_0 = O_1 K_x \cdot \sin 2\alpha_0 = K_x b = \tau_{yx}$ ($\Delta K_x O_1 b$ -dən) nəzərə alsaq yaza bilərik:

$$K_{x_1} c = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{yx} \cdot \cos 2\alpha \quad (3.23)$$

$$O_1 c = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{yx} \sin 2\alpha \quad (3.24)$$

İndi isə « K_{x_1} » nöqtəsinin absisi Oc -ni təyin edək.

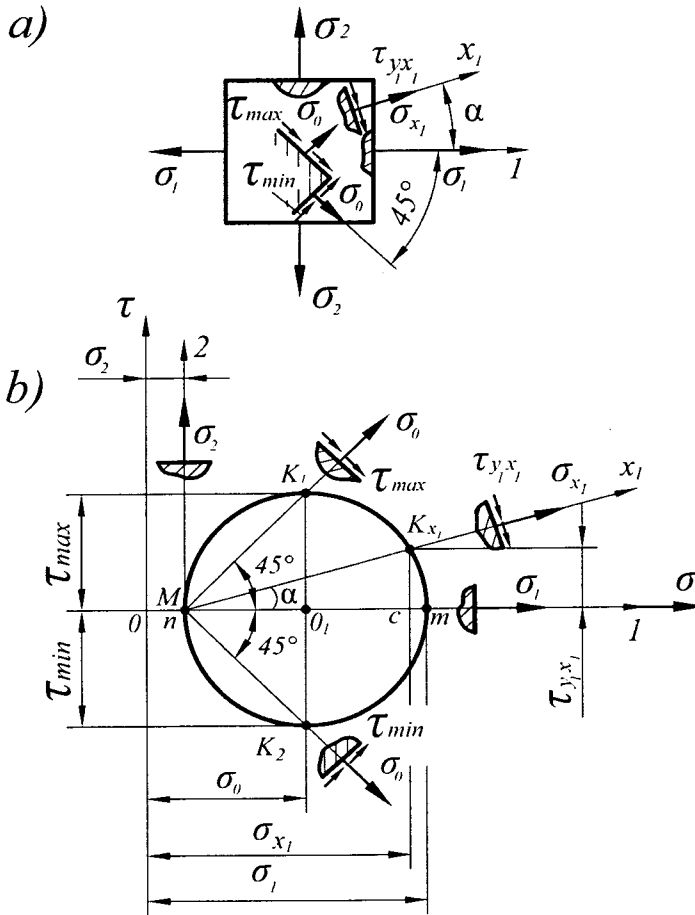
Şək 3.4.1,b-dən $OO_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$ olduğunu və (3.24) ifadəsini nəzərə alıb, tapırıq:

$$Oc = OO_1 + O_1 c = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{yx} \cdot \sin 2\alpha \quad (3.25)$$

(3.5) düsturlarından görürük ki, (3.25) və (3.23) ifadələrinin sağ tərəfləri uyğun olaraq σ_{x_1} normal və $\tau_{y_1 x_1}$ toxunan gərginliklərinə bərabərdir, yəni

$$Oc = \sigma_{x_1}, \quad K_{x_1} c = \tau_{y_1 x_1}.$$

Beləliklə, Mor dairəsinin qütb nöqtəsindən hər hansı « α » bucağı altında keçirilmiş oxun çevrə ilə kəsişmə nöqtəsinin absisi bu oxa perpendikulyar kəsiyin normal gərginliyinin, ordinatı isə toxunan gərginliyinin



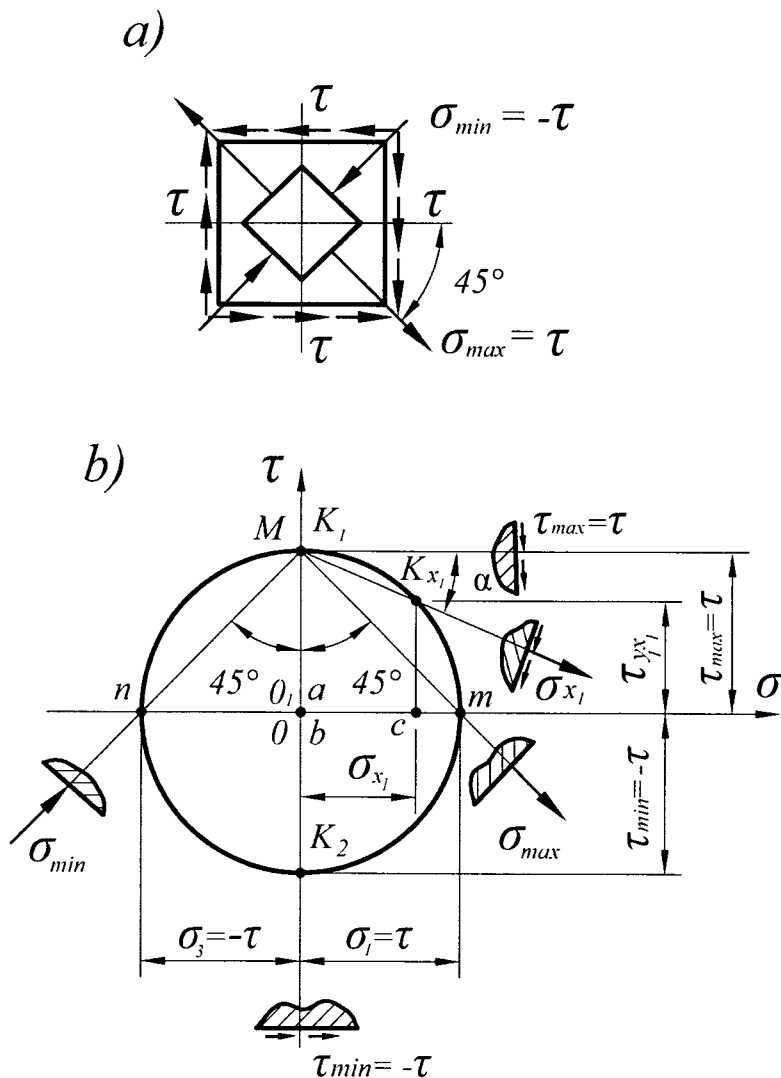
Şək. 3.4.2

qiymətinə bərabər olur. Dairənin xarakterik nöqtələrini nəzərdən keçirək. « σ » koordinat oxu üzərindəki « m » və « n » nöqtələri baş kəsiklərə uyğun nöqtələrdir, çünki həmin nöqtələrin ordinatı (toxunan gərginliklər) sıfıra bərabərdir. Bu nöqtələrin ən böyük və ən kiçik absisləri (normal gərginliklər)

$$Om = OO_1 + R = \sigma_{\max} = \sigma_1,$$

$$On = OO_1 - R = \sigma_{\min} = \sigma_2$$

baş gərginliklərin qiymətlərinə bərabərdirlər. Qütb nöqtəsini bu nöqtələrlə birləşdirən iki bir-birinə perpendikulyar Mm və Mn xətləri baş gərginliklərin istiqamətini, onlara perpendikulyar kəsiklər isə baş kəsiklərin vəziyyətini göstərir, çünki həmin xətlərin mailik bucağı α_0 , $\Delta K_x O_1 b$ -dən görüldüyü kimi, (3.9) düsturu ilə təyin edilir.



Şək. 3.4.3

Digər xarakterik K_1, K_2 nöqtələri toxunan gərginlikləri ekstremum qiymətlərə bərabər olan kəsiklərə uyğundur:

$$O_1K_1 = \tau_{\max}; \quad O_1K_2 = \tau_{\min}; \quad \tau_{\max/\min} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}.$$

Bu kəsiklərdə normal gərginliklər eyni olur $OO_1 = \sigma_o|_{\alpha=\alpha_{or}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$.

Belə kəsiklər baş kəsiklərlə 45° bucaq əmələ gətirirlər (şək 3.4.1, a).

Xüsusi qeyd etmək lazımdır ki, müstəvi gərgin halda Mor dairəsini baş gərginliklərdən istifadə etməklə də qurmaq olar (əgər əvvəlcədən onların qiymət və istiqaməti məlumdursa). Bunun üçün σ oxu üzərində müəyyən miqyasla $O_m = \sigma_{\max}$, $O_n = \sigma_{\min}$ baş gərginliklərinə uyğun m və n nöqtələri qeyd olunur, onlar arasında məsafə yarı bölünərək dairənin O_1 mərkəzi tapılır və $O_1m = O_1n$ radiusu ilə dairə qurulur (şək. 3.4.2). Dairənin « n » nöqtəsi onun « M » qütb nöqtəsi olacaqdır (əgər σ_{\max} həmişə şaquli kəsikdəki baş gərginlik olsa).

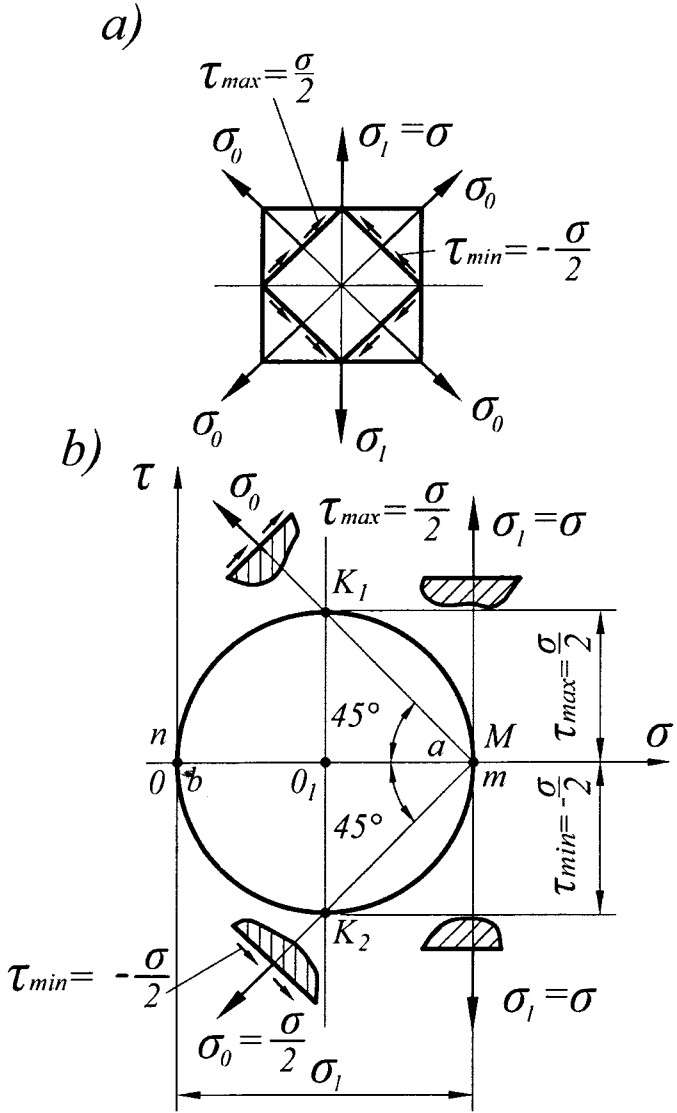
Bir neçə xüsusi halı nəzərdən keçirək.

1) **Xalis sürüşmə** (şək. 3.4.3,a)

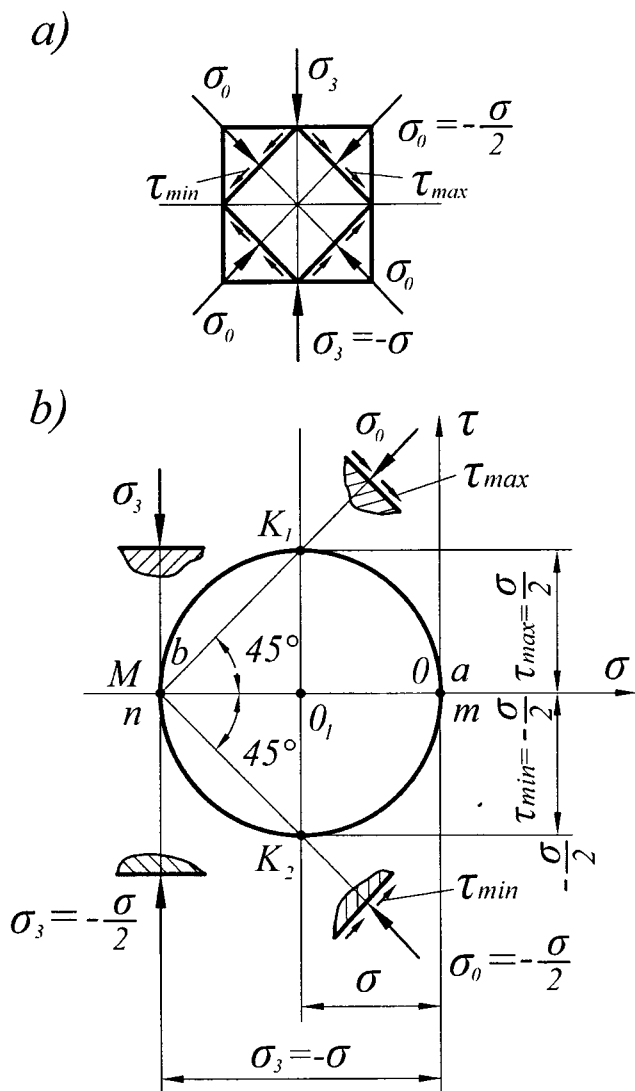
$$\sigma_x = \sigma_y = 0,$$

$$\tau_{yx} = \tau_{\max} = \tau,$$

$\tau_{xy} = \tau_{\min} = -\tau$ qiymətlərinə görə $K_1(o, \tau)$ və $K_2(o, -\tau)$ nöqtələrini $\sigma - \tau$ koordinat oxlarında qeyd edib, radiusu $OK_1 = |OK_2| = \tau$ olan Mor dairəsini qururuq (şək. 3.4.3,b). K_1 nöqtəsi şaquli kəsiklərə, K_2 isə üfüqi kəsiklərə uyğun nöqtələrdir. Ona görə də K_1 nöqtəsindən şaquli kəsiklərin normalını, K_2 nöqtəsindən isə üfüqi kəsiyin normalını keçirərək onların kəsişmə nöqtəsi olan M qütb nöqtəsini tapırıq.



Şək. 3.4.4



Şək. 3.4.5

Bu nöqtəni baş kəsiklərə uyğun «m» və «n» nöqtələri ilə birləşdirərək baş gərginliklərin istiqamətini alırıq (baş kəsiklər bu istiqamətlərə perpendikulyar olacaqlar). *m* və *n* nöqtələrinin absisi baş gərginliklərin qiymətini müəyyən edir, yəni

$$om = \sigma_{\max} = \sigma_1 = \tau,$$

$$on = \sigma_{\min} = \sigma_3 = -\tau,$$

$\alpha_0 = 45^\circ$. Beləliklə, xalis sürüşmədə baş gərginliklər qiymətcə bir-birinə bərabər, işarəcə əks olurlar. K_1 və K_2 nöqtələri baş kəsiklərlə 45° bucaq əmələ gətirən kəsiklərə uyğun olacaq və bu kəsiklərdə təkcə ən böyük və ən kiçik toxunan gərginliklər təsir edəcəklər. Belə kəsiklərə xalis sürüşmə kəsikləri deyilir.

2. **Biroxlu gərgin hal** (dartılma və sıxılma) $\sigma_1 = \sigma_y = \sigma$;

$$\sigma_2 = \sigma_x = 0; \quad \tau_{xy} = -\tau_{yx} = 0 \quad - \text{dartılma (şək. 3.4.4, a)} \quad \sigma_3 = \sigma_y = -\sigma;$$

$$\sigma_1 = \sigma_x = 0; \quad \tau_{xy} = -\tau_{yx} = 0 \quad - \text{sıxılma (şək. 3.4.5, a)}$$

Bu hallar üçün yuxarıda göstərilən qaydada qurulmuş Mor dairələri müvafiq olaraq şək. 3.4.4,b və şək. 3.4.5,b-də göstərilmişdir.

§3.5. Həcmi gərgin halın tədqiqi

Deformasiya olunan bərk cismin hər hansı nöqtəsi ətrafından baş sahəciklərlə həcmi gərgin halda olan bir elementar hissəcik ayıraq (şək.3.5.1,a).

Hər üç baş sahəciklərə hər hansı maili kəsiyin xarici normalı ν ilə baş gərginliklərin istiqamətləri arasındakı bucaqları α_1 , α_2 və α_3 ilə işarə edək. Müstəvi gərgin halda olduğu kimi (3.3 paragrafın (b) və (c) düsturları ilə analoji olaraq), qüvvələr təsirinin bir-birindən asılı olmaması və toplanması prinsipinə əsasən həcmi gərgin halda da maili sahəcikdə gərginliyi təyin etmək üçün hər bir baş gərginlikdən ayrı-ayrılıqda həmin sahəcikdə gərginlikləri tapıb toplayırıq:

a) normal gərginliklər üçün

$$\sigma_\nu = \sigma'_\nu + \sigma''_\nu + \sigma'''_\nu = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3 \quad (3.26)$$

Məlumdur ki,

$$\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_3 = 1 \quad (a)$$

b) tam və toxunan gərginliklər

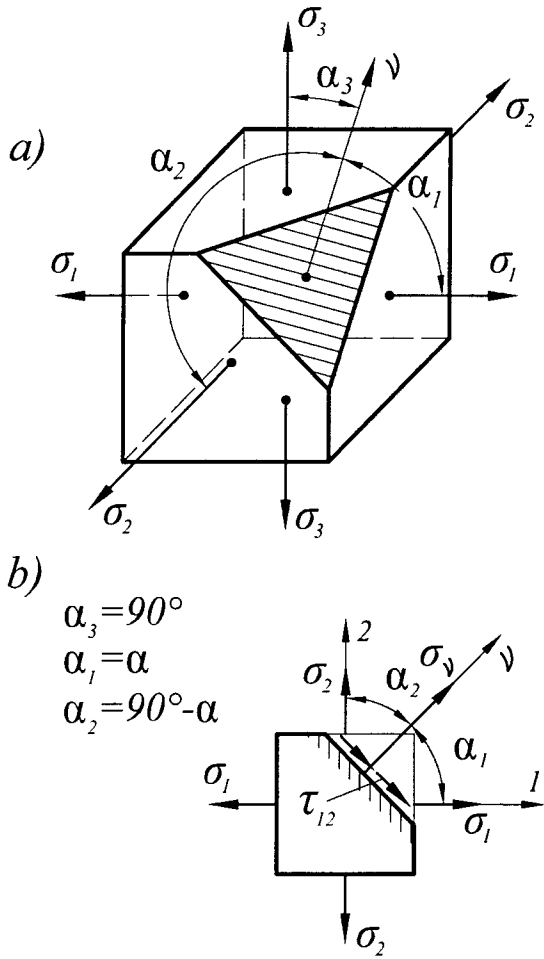
$$\rho_\nu^2 = \sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3 \quad (3.27)$$

$$\tau_\nu = \sqrt{\rho_\nu^2 - \sigma_\nu^2} \quad (b)$$

Xüsusi halda $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha$ olan sahəciyə oktaedrik sahəcik deyilir.

(a) ifadəsindən $\cos^2 \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ qiymətlərini (3.26), (3.27) və (b)-də yerinə yazıb oktaedrik sahəciyin normal, toxunan və tam gərginlikləri ifadələrini alırıq:

$$\sigma_{okt} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}; \quad p_{okt} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}{3}}; \quad (c)$$



Şək. 3.5.1

$$\tau_{okt} = \sqrt{p_{okt}^2 - \sigma_{okt}^2} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} =$$

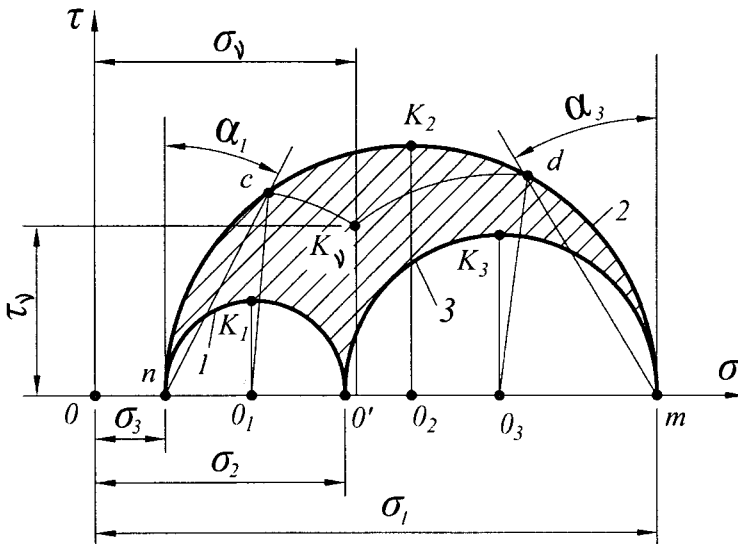
$$\frac{2}{3} \sqrt{\max \tau_{12}^2 + \max \tau_{13}^2 + \max \tau_{23}^2}.$$

Burada $\max \tau_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$; $\max \tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$; $\max \tau_{23} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$ uyğun

olaraq: σ_1 və σ_2 gərginlikləri ilə 45° bucaq əmələ gətirən σ_3 -ə paralel, σ_1 və σ_3 gərginlikləri ilə 45° bucaq əmələ gətirən σ_2 -yə paralel, habelə σ_2 və σ_3 gərginlikləri ilə 45° bucaq əmələ gətirən σ_1 -ə paralel sahəcikdə ən böyük toxunan gərginliklərdir. Mor dairəsində onlar O_3K_3 , O_2K_2 , O_1K_1 düz xətt parçalarına bərabərdir.

Əgər xüsusi halda maili sahəcik baş gərginliklərdən birinə paralel olsa, onda sahəciyin normalı ilə bu gərginlik arasında bucaq 90° olacaq və maili sahəcikdəki gərginliyə bu baş gərginliyin təsiri olmayacaqdır. Məsələn, əgər maili sahəcik σ_3 -ə paralel olsa (şək. 3.5.1,b) $\alpha_3=90^\circ$, $\alpha_1=\alpha$, $\alpha_2=90^\circ-\alpha$, (3.26) düsturundan isə σ_v, p_v, τ_v gərginlikləri alınacaqdır. Bu hal müstəvi gərgin hal ilə oxşar olur.

Göstərilənləri nəzərə alaraq, hər üç xüsusi hala aid (σ_1 -ə \parallel , σ_2 -yə \parallel və σ_3 -ə \parallel digər iki baş gərginliklərə maili kəsiklər üçün) bir Mor dairəsi qururuq (şək. 3.5.2). Bu dairələrin çevrələri uyğun olaraq 1,2 və 3 ilə işarə edilmişlər.



Şək. 3.5.2

Hər üç baş sahəciklərə maili kəsiyin gərginliklərini tapmaq üçün (α_1 , α_2 və α_3 sifirdan fərqlidir) tutaq ki, onların ikisinin qiyməti verilmiş, üçüncüsü isə (a) düsturundan tapılmışdır.

Elastiklik nəzəriyyəsində isbat olunur ki, belə sahəciklərdəki gərginliklərin qiyməti üç çevrələr arasındakı sahədə yerləşən nöqtələrin koordinatlarına bərabər olur. Bunları tapmaq üçün «m» nöqtəsindən şaquli istiqamət ilə α_3 bucağı, «n» nöqtəsindən isə şaquli istiqamət ilə α_1 bucağı altında xətlər keçiririk. Bu xətlərin böyük çevrə ilə kəsişmə nöqtələri c və d -ni uyğun olaraq O_1 və O_3 nöqtələri ilə birləşdiririk. O_1 mərkəzindən O_1c radiusu, O_3 mərkəzindən isə O_3d radiusu ilə iki çevrə xətləri keçiririk.

Bu xətlərin bir-biri ilə K_v kəsişmə nöqtəsinin absisi OO' verilmiş sahəciyin normal, ordinatı $O'K_v$ isə toxunan gərginliyinin qiymətini müəyyən edir. Həcmi gərgin halda ən böyük toxunan gərginlik σ_2 -yə paralel, digər baş gərginliklərlə isə 45° bucaq altında keçən sahəciklərdə olacaq və qiyməti $\max \tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ olacaqdır.

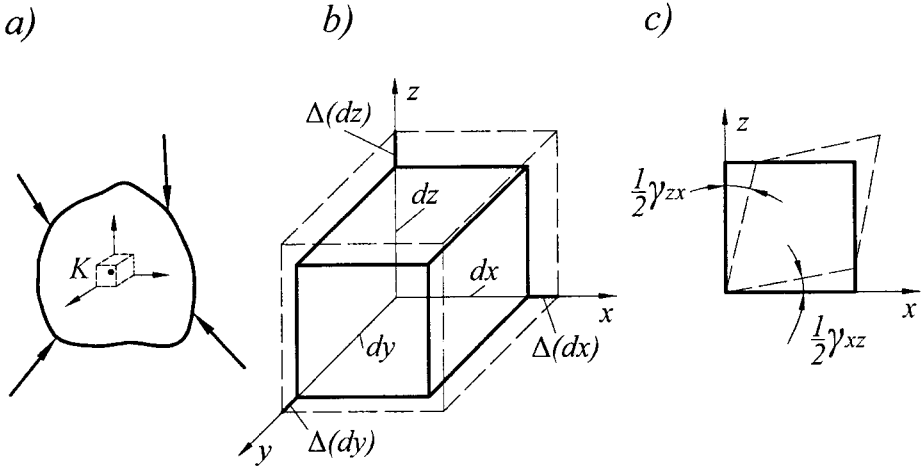
§ 3.6. Mürəkkəb gərgin halda deformasiyalar. Deformasiyalar tenzoru

Deformasiyaya uğrayan bərk cismin hər hansı nöqtəsi ətrafından ayrılmış elementar hissəciyin (paralelepipedin) (şək. 3.6.1,a) deformasiyaları ümumi halda (üçoxlu gərgin halda) normal gərginliklər istiqamətində baş verən xətti deformasiyalardan, habelə bucaq deformasiyalarından (paralelepipedin hər üç üzünü sürüşmələrdən) ibarət olur. Xətti nisbi deformasiyalar ε_x , ε_y , ε_z , nisbi sürüşmələr isə $\gamma_{xy} = \gamma_{yx}$, $\gamma_{yz} = \gamma_{zy}$, $\gamma_{zx} = \gamma_{xz}$ ilə işarə olunurlar (şək. 3.6.1, b,c).

dx , dy və dz tillərinin mütləq xətti deformasiyalarını $\Delta(dx)$, $\Delta(dy)$ və $\Delta(dz)$ ilə işarə etsək (şək. 3.6.1,b), onda uyğun nisbi deformasiyalar üçün alırıq:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta(dx)}{dx}; \quad \varepsilon_y = \frac{\Delta(dy)}{dy}; \quad \varepsilon_z = \frac{\Delta(dz)}{dz} \quad (3.28)$$

Nisbi sürüşməni paralelepipedin tək cə bir «xoy» üzünü üçün göstərək (şək.3.6.1,c)



Şək. 3.6.1

Elementar paralelepipedin tillərinin deformasiyadan sonrakı uzunluğu $dx_1 = dx + \Delta(dx)$; $dy_1 = dy + \Delta(dy)$; $dz_1 = dz + \Delta(dz)$.

(3.28)-dən $\Delta(dx) = \varepsilon_x dx$, $\Delta(dy) = \varepsilon_y dy$ və $\Delta(dz) = \varepsilon_z dz$ ifadələrini tapıb, sonuncu ifadələrdə yerinə yazaraq alırıq:

$$dx_1 = dx(1 + \varepsilon_x), \quad dy_1 = dy(1 + \varepsilon_y), \quad dz_1 = dz(1 + \varepsilon_z) \quad (3.29)$$

Xətti və bucaq deformasiyalarından başqa elementar hissəciyin həcmi deformasiyası da əhəmiyyət kəsb edir. **Həcmi deformasiya hissəciyin həcminin nisbi dəyişməsinə deyilir**, yəni

$$\theta = \frac{dV_1 - dV}{dV} \quad (3.30)$$

Burada $dV = dx dy dz$ – paralelepipedin deformasiyadan əvvəlki, $dV_1 = dx_1 \cdot dy_1 \cdot dz_1$ isə sonrakı həcməldir. (3.29) düsturlarını nəzərə alaraq, yazırıq:

$$dV_1 = dx dy dz (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z) = dV (1 + \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_z \varepsilon_x + \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z)$$

Xətti deformasiyalar və həmçinin nisbi sürüşmələr çox kiçik kəmiyyətlər olduğundan, onların hasiləri ikinci və üçüncü tərtibdən kiçik kəmiyyətlərdilər. Bu səbədən onları sonuncu ifadədə (dV_1 -in düsturunda) nəzərdən atırıq. Onda dV_1 -in sadələşdirilmiş ifadəsini (3.30)-da yerinə yazıb, « θ » həcmi deformasiyasını alırıq:

$$\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (3.31)$$

Buradan görünür ki, **həcmi deformasiya üç bir-birinə perpendikulyar istiqamətdəki nisbi xətti deformasiyaların cəminə bərabərdir.**

Beləliklə, deformasiya olunan bərk cismin hər hansı nöqtəsi ətrafındakı deformasiya halı elementar paralelepipedin üç bir-birinə perpendikulyar istiqamətdəki xətti $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ deformasiyalar və üzlərindəki altı

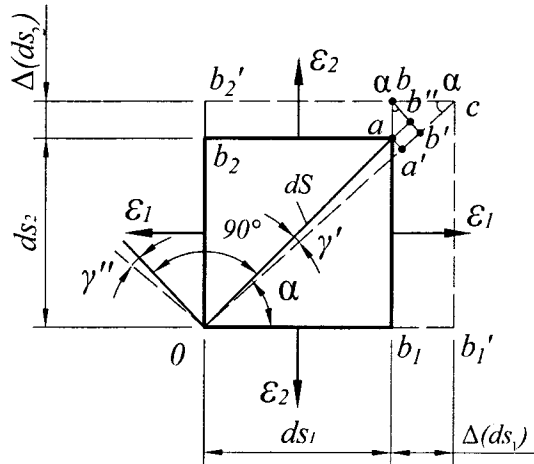
$\frac{1}{2}\gamma_{xy}, \frac{1}{2}\gamma_{yx}, \frac{1}{2}\gamma_{yz}, \frac{1}{2}\gamma_{zy}, \frac{1}{2}\gamma_{zx}, \frac{1}{2}\gamma_{xz}$ nisbi sürüşmələr toplusu olan

aşağıdakı deformasiyalar tenzoru T_ϵ ilə tam xarakterizə olunur:

$$T_\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \epsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \epsilon_z \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

§ 3.7. Baş deformasiyalar. Hər hansı istiqamətdə deformasiya

Mürəkkəb gərgin halda olan hər hansı nöqtə ətrafından baş sahəciklərlə ayrılmış sonsuz kiçik element ümumi halda hər üç baş istiqamətdə yalnız xətti deformasiyalara məruz qalır, bucaq deformasiyası (sürüşmə) baş vermir. Həmin istiqamətlərdəki nisbi xətti deformasiyalara **baş deformasiyalar** deyilir və $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ ilə işarə olunurlar. Baş deformasiyalarla baş gərginliklərin istiqamətləri üst-üstə düşür. Baş gərginliklərdə olduğu kimi, baş deformasiyalardan biri həmin nöqtədən keçən istənilən istiqamətdəki xətti deformasiyalara nisbətən ən böyük, digəri isə ən kiçik qiymətə malik olurlar.



Şək. 3.7.1

İndi isə hər hansı nöqtədən keçən ϵ_1 istiqaməti ilə « α » bucağı əmələ gətirən ixtiyari istiqamət üzrə xətti nisbi deformasiyanı (ϵ_{x_1}) tapaq. Bu-

nun üçün həmin nöqtədən keçən istiqamətlərdə ölçüləri deformasiyadan əvvəl ds_1 , ds_2 və ds olan müstəvi gərgin haldakı elementar hissəcik-paralelepiped ayıraq (şək. 3.7.1). Şəkildə elementar paralelepipedin 102 müstəvisinə proyeksiyası göstərilmişdir.

Deformasiya nəticəsində element punktir xətlər ilə göstərilmiş vəziyyətini alır və $Oa = dS$, $Ob_1 = dS_1$ və $Ob_2 = dS_2$ elementlərinin uzunluğu dəyişərək uyğun olaraq

$$\begin{aligned} oc &= oa' + a'c = ds + \Delta(ds), ob_1' = dS_1 + \Delta(dS_1), \\ ob_2' &= dS_2 + \Delta(dS_2) \end{aligned} \quad (3.33)$$

olur. a və b nöqtələrindən Oc istiqamətinə perpendikulyar endirək. Onda həmin şəkildən tapırıq:

$$\begin{aligned} \Delta(dS) &= a'c = a'b' + b'c = ab \cdot \sin \alpha + bccos \alpha = \\ &= \Delta(dS_2) \cdot \sin \alpha + \Delta(dS_1) \cdot \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.34)$$

Bu tənliyin hər iki tərəfini dS -ə bölək.

$$\text{Onda } \varepsilon_{x_1} = \frac{\Delta(dS)}{dS} = \frac{\Delta(dS_2)}{dS} \sin \alpha + \frac{\Delta(dS_1)}{dS} \cos \alpha \quad (3.35)$$

Şək.3.7.1-dən görünür ki, deformasiya nəticəsində « oa » xətti γ' bucağı qədər dönərək « oa' » vəziyyətini alacaq. $\Delta Oaa'$ -dən $oa' = ds \cdot \gamma'$, buradan da

$$\gamma' = \frac{aa'}{ds} \quad (3.36)$$

aa' parçasını təyin etmək üçün $\Delta bb'c$ -dən $bb' = bc \cdot \sin \alpha = \Delta(dS_1) \sin \alpha$, $\Delta abb''$ -dən isə $bb'' = ab \cdot \cos \alpha = \Delta(dS_2) \cdot \cos \alpha$ tapıb, $aa' = b'b'' = bb' - bb''$ ifadəsində yerinə yazırıq:

$$aa' = \Delta(dS_1) \sin \alpha - \Delta(dS_2) \cos \alpha \quad (3.37)$$

(3.37) ifadəsini (3.36)-da yerinə yazıb alırıq:

$$\gamma' = \frac{\Delta(dS_1)}{dS} \sin \alpha - \frac{\Delta(dS_2)}{dS} \cos \alpha \quad (3.38)$$

ΔOab_1 -dən $dS = \frac{dS_1}{\cos \alpha}$, $dS = \frac{dS_2}{\sin \alpha}$ ifadələrini tapıb (3.35) və

(3.38)-də yerinə yazsaq və nəzərə alsaq ki, $\frac{\Delta(dS_1)}{dS_1} = \varepsilon_1$ və $\frac{\Delta(dS_2)}{dS_2} = \varepsilon_2$,

təyin edə bilərik:

$$\varepsilon_{x_1} = \varepsilon_1 \cos^2 \alpha + \varepsilon_2 \sin^2 \alpha \quad (3.39)$$

$$\gamma' = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \sin 2\alpha \quad (3.40)$$

Axırıncı ifadədə $\alpha = \alpha + 90^\circ$ yazsaq « oa » xəttinə perpendikulyar digər xəttin γ'' dönmə bucağını alarıq:

$$\gamma'' = -\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \sin 2\alpha$$

Ayrılmış elementar hissəciyin diaqonallarının təşkil etdiyi düz bucağın tam dəyişməsinin mütləq qiyməti $\gamma_{x_1 y_1}$ nisbi sürüşməyə bərabər olacaqdır:

$$\gamma_{x_1 y_1} = \gamma' + |\gamma''| = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \sin 2\alpha \quad (3.41)$$

Bu « O » nöqtəsi ətrafında ayrılmış elementin baş sahəcikləri ilə « α » bucağı əmələ gətirən sahəciklərdə nisbi sürüşmənin ifadəsidir. (3.39) və (3.41) ifadələrini aşağıdakı şəkllə salaq:

$$\varepsilon_{x_1} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cos 2\alpha \quad (3.42)$$

$$\frac{\gamma_{x_1 y_1}}{2} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \sin 2\alpha$$

Bu ifadələr baş deformasiyalarla « α » bucağı əmələ gətirən ixtiyari iki bir-birinə perpendikulyar sahəciklərdə təsir edən σ_{x_1} – normal və $\tau_{x_1 y_1}$ – toxunan gərginliklərin düsturları ilə oxşarlıq təşkil edirlər, yəni

$$\sigma_{x_1} \rightarrow \varepsilon_{x_1}, \tau_{x_1 y_1} \rightarrow \frac{\gamma_{x_1 y_1}}{2}.$$

Bundan istifadə edərək baş deformasiyaların ixtiyari iki bir-birinə perpendikulyar (x, y) istiqamətlərdəki nisbi deformasiyalardan asılılıq düsturlarını baş gərginliklərin düsturlarına oxşar σ_x, σ_y və τ_{xy} gərginliklərini uyğun olaraq $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ və $\gamma_{xy}/2$ ilə əvəz etməklə yazı bilərik:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + 4 \left(\frac{\gamma_{xy}}{2} \right)^2} \quad (3.43)$$

Baş deformasiyaların istiqamətləri (α_0 bucağı) isə bu düsturla təyin olunur.

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}$$

(3.43) düsturundan ε_1 və ε_2 ifadələrini tərəf-tərəfə toplayıb alırıq:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_x + \varepsilon_y = \text{const} \quad (3.44)$$

Buradan görünür ki, hər hansı nöqtədə istənilən iki bir-birinə perpendikulyar istiqamətlərdəki nisbi xətti deformasiyaların cəmi baş deformasiyaların cəminə bərabər olur və sabit qalır (α -dan asılı olmur).

§ 3.8. Deformasiyalarla gərginliklər arasında asılılıqlar. Ümumiləşmiş Huk qanunu

Materiallar müqavimətində fərz olunur ki, kiçik elastiki deformasiyalar daxilində gərginliklər və deformasiyalar arasında asılılıq düz mütənasibdir. Biroxlu (xətti) gərgin halda, bu asılılıq Huk qanunu ilə ifadə olunur (I fəsil). Həmin asılılıqdan « ε » baş deformasiyanı σ baş gərginliyi ilə ifadə edək:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (3.45)$$

Burada ε – nisbi xətti deformasiya, σ – normal gərginlik istiqamətində baş verdiyi üçün boyuna deformasiya adlanır. Bu zaman eninə deformasiya

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon \quad (3.45')$$

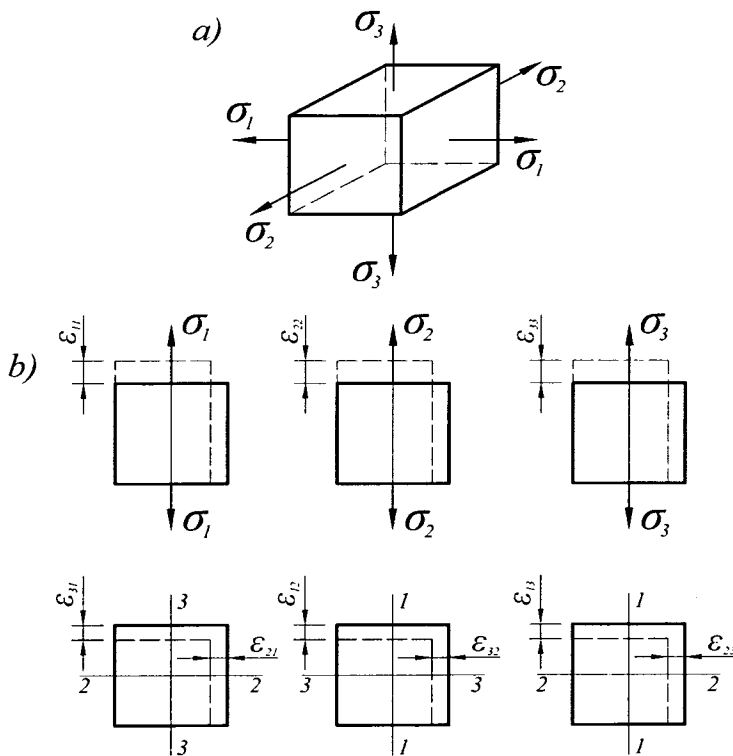
İndi isə mürəkkəb gərgin halda deformasiyaları gərginliklərlə ifadə edək.

Tutaq ki, baş kəsiklərlə cismin hər hansı nöqtəsi ətrafından üçoxlu gərgin halda olan elementar paralelepiped ayrılmışdır (şək.3.8.1, a). Baş gərginliklər istiqamətində nisbi xətti deformasiyalar ε_1 , ε_2 və ε_3 ilə işarə olunur və baş nisbi deformasiya adlanırlar. Baş deformasiyaları təyin etmək üçün qüvvələr təsirinin bir-birindən asılı olmaması və toplanması prinsipindən istifadə edirik. Şək. 3.8.1,b-də hər bir baş gərginlik təsirindən σ_1 , σ_2 və σ_3 istiqamətlərində yaranan nisbi deformasiyalar göstərilmişdir.

Əvvəlcə təkcə σ_1 -in təsirindən deformasiyaları tapaq.

$\varepsilon_{11} - \sigma_1$ baş gərginliyindən həmin (1-ci) istiqamətindəki, yəni boyuna nisbi xətti deformasiya Huk qanununa görə

$$\varepsilon_{11} = \frac{\sigma_1}{E} \quad (3.46)$$



Şək. 3.8.1

σ_1 -dən 2 və 3 istiqamətlərində eninə deformatsiyalar üçün (3.45') düsturuna əsasən yazırıq:

$$\epsilon_{21} = \epsilon_{31} = -\mu \frac{\sigma_1}{E} \quad (3.47)$$

Eynilə σ_2 və σ_3 -dən deformatsiyaları analogi olaraq alırıq:

$$\begin{aligned} \epsilon_{22} &= \frac{\sigma_2}{E}; \quad \epsilon_{12} = \epsilon_{32} = -\mu \frac{\sigma_2}{E}; \\ \epsilon_{33} &= \frac{\sigma_3}{E}; \quad \epsilon_{13} = \epsilon_{23} = -\mu \frac{\sigma_3}{E} \end{aligned} \quad (3.48)$$

(3.46) ÷ (3.48) düsturlarında nisbi deformatsiyaların indekslərindəki birinci rəqəm – deformatsiyanın ustiqamətini, ikinci rəqəm isə bu deformatsiyanın hansı baş gərginliyin təsirindən yarandığını göstərir. İndi isə ϵ_1 , ϵ_2 və ϵ_3 baş deformatsiyaları tapaq. Bunun üçün eyni istiqamətdəki deformatsiyaları, yəni indekslərində birinci eyni olanları toplamaq lazımdır (şək. 3.8.1,b).

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \varepsilon_{11} + \varepsilon_{12} + \varepsilon_{13}, \varepsilon_2 = \varepsilon_{21} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{23}, \\ \varepsilon_3 &= \varepsilon_{31} + \varepsilon_{32} + \varepsilon_{33}\end{aligned}\quad (3.49)$$

(3.46) ÷ (3.48) ifadələrini (3.49)-da yerinə yazıb, alırıq:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]; \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)]; \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)].\end{aligned}\quad (3.50)$$

(3.50) düsturları baş deformasiyalarla baş gərginliklər arasındakı asılılıqlardır. Onlar ümumiləşmiş Huk qanununun ifadəsidir. Burada μ – puasson əmsəlidir.

Əgər hər hansı nöqtə ətrafında üçoxlu gərgin halda olan elementar hissəciyi – paralelepiped koordinat müstəviləri ilə ayırsaq onun üzərində $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ normal gərginliklər və $\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{zx} = \tau_{xz}$ toxunan gərginlikləri təsir edəcəkdir. Nəzərə alsaq ki, xətti deformasiyalar təkcə normal gərginliklərdən, nisbi sürüşmələr isə toxunan gərginliklərdən asılıdır, ümumiləşmiş Huk qanununu aşağıdakı şəkildə də yazı bilərik:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)]; \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}; \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_z + \sigma_x)]; \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}; \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)]. \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}.\end{aligned}\quad (3.51)$$

Burada G –II dərəcəli elastiklik modulu və ya sürüşmə moduludur.

(3.51) ifadələrindən birinci üçünü tərəf-tərəfə toplayaq:

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\mu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (3.52)$$

Bu ifadədə aşağıdakı işarələr qəbul edək:

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \sigma_0, \quad \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \theta \quad (a)$$

Onları (3.52)-də yerinə yazıb, alırıq:

$$\sigma_0 = K \cdot \theta \quad (3.53)$$

Burada σ_0 – orta gərginlik, θ – həcmi deformasiya, K isə həcmi elastiklik moduludur və aşağıdakı ifadəyə bərabərdir:

$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)} \quad (3.54)$$

(3.53)-dən görünür ki, **mürəkkəb gərgin halda orta gərginliklə həcmi deformasiya düz mütənasibdir. Bu düstur ümumiləşmiş Huk qanununun başqa formada ifadəsidir.**

(3.53) və (3.54)-dən istifadə edərək göstərmək olar ki, μ – Puasson əmsalının qiyməti 0,5-dən çox ola bilməz.

Tutaq ki, elementin üzlərində təsir edən hər üç normal gərginliklər sıxıcıdır $\sigma_x < 0$, $\sigma_y < 0$, $\sigma_z < 0$. Bu halda $\sigma_0 < 0$ və həcmi deformasiya $\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z < 0$, yəni elementar paralelepipedin həcmi azalmalıdır. Bunun üçün $K = \frac{E}{3(1-2\mu)} > 0$, yəni $(1-2\mu) > 0$, buradan isə $\mu < 0,5$ olmalıdır.

$\mu=0,5$ olduğu halda $K=\infty$, həcmi deformasiya θ isə (3.53)-dən $\theta = \frac{\sigma_0}{K} = 0$ olacaqdır. Deməli, Puasson əmsalı $\mu=0,5$ olan materiallar üçün həcm dəyişilmir.

Materialların bu xassəsinə **sıxılmazlıq xassəsi** deyilir.

(3.51) düsturlarından gərginlikləri deformasiyalarla ifadə edək. Bunun üçün (3.51)-dən 1-ci tənliyin kvadrat mötərizələrində $\mu \cdot \sigma_x$ hasilini əlavə edək və çıxaraq:

$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x + \mu\sigma_x - \mu(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)]$, yaxud (3.53) və (3.54) nəzərə alınmaqla

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x(1+\mu) - 3\mu\sigma_0].$$

(3.53) və (3.54) nəzərə alınmaqla sonuncu tənlikdən σ_x gərginliyini təyin edək:

$$\sigma_x = \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}\theta + \frac{E}{1+\mu}\varepsilon_x \quad \text{və ya} \quad \sigma_x = \lambda\theta + 2G\varepsilon_x$$

Analoji olaraq σ_y və σ_z gərginlikləri üçün də ifadələri tapırıq. Nəticədə (3.51) tənlikləri bu şəkildə yazılır:

$$\sigma_x = 2G\varepsilon_x + \lambda\theta; \quad \tau_{xy} = G\gamma_{xy};$$

$$\sigma_y = 2G\varepsilon_y + \lambda\theta; \quad \tau_{yz} = G\gamma_{yz}; \quad (3.51')$$

$$\sigma_z = 2G\varepsilon_z + \lambda\theta; \quad \tau_{zx} = G\gamma_{zx}.$$

Bu düsturlara daxil olan G və λ kəmiyyətlərinə **Lyame sabitləri** deyilir. Onlar E və μ sabitləri ilə aşağıdakı düsturlarla ifadə olunmuşdur:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}; \quad \lambda = \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \quad (b)$$

(3.51') tənliklərinin 1-ci üçünü tərəf-tərəfə toplayıb, gərginlikləri həcmi deformasiya ilə ifadə edirik:

$$\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = 3\lambda\theta + 2G(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)$$

Buradan (a) ifadələrini nəzərə alsaq, yazı bilərik:

$$\sigma_0 = \left(\lambda + \frac{2}{3}G\right)\theta \quad (3.55)$$

Bu ifadəni (3.53) ilə müqayisə etsək görürük ki:

$$\lambda + \frac{2}{3}G = K \quad \text{və ya} \quad \lambda = K - \frac{2}{3}G \quad (c)$$

(3.51) düsturlarında $\sigma_z = 0$, $\tau_{yz} = 0$, $\tau_{xz} = 0$ qəbul etməklə müstəvi gərgin hal üçün ümumiləşmiş Huk qanunu ifadəsini alırıq:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y); \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x); \quad (3.56)$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y); \quad \gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy} \quad \gamma_{xz} = \gamma_{zy} = 0$$

(3.56)-dan müstəvi gərgin hal üçün ümumiləşmiş Huk qanununu baş deformasiya və baş gərginliklərlə ifadə edirik:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_2); \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \mu\sigma_1);$$

$$\varepsilon_3 = -\frac{\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (3.57)$$

Bəzi məsələlərin həllində baş deformasiyalardan asılı olaraq baş gərginlikləri təyin etmək lazım gəlir. Bu məqsədlə (3.57) ifadələrinin 2-ci tənliyini μ əmsalına vurub onu 1-ci tənliklə tərəf-tərəfə toplayırıq:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2); \quad (3.58)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1).$$

§ 3.9. Deformasiyanın potensial enerjisi. Mexaniki enerjinin xassələri

Deformasiya olunan bərk cisimlərə təsir edən statiki xarici qüvvələr özlərinin yaratdığı yerdəyişmələrdə müəyyən iş görürlər.

Eyni zamanda xarici qüvvələrdən asılı olaraq yaranan və onların əksinə yönələn daxili qüvvələr də iş görəcəklər. Daxili qüvvələrin gördüyü iş (W) yerdəyişmələrin əksinə istiqamətləndiyi üçün mənfi işarəli olacaq və qiymətə xarici qüvvələrin gördüyü işə bərabər olacaqdır, yəni

$$A = -W \quad \text{və yaxud} \quad A + W = 0 \quad (3.59)$$

Buradan görünür ki, statiki qüvvələr təsirindən elastiki cisim ilkin (deformasiya olunmayan) vəziyyətindən deformasiya olunmuş müvazinət halına keçdikdə bu zaman xarici və daxili qüvvələrin gördüyü işlərin cəmi sıfıra bərabər olur. Bu mexaniki enerjinin xassələrindən biri-enerjinin saxlanması qanununun ifadəsidir.

Bu qanun statiki yüklənmə və elastiki deformasiyalar daxilində qüvvədə olur.

Xarici (daxili) qüvvələrin gördüyü iş deformasiyanın potensial enerjisi şəklində cisimdə toplanır. Elastiki deformasiyalar daxilində cisim xarici qüvvələrdən azad edildikdə, həmin potensial enerji hesabına tamamilə əvvəlki vəziyyətini bərpa edir. Bu zaman enerji itkisi baş vermir, yəni

$$U = A \quad (3.60)$$

Burada U deformasiyanın tam potensial enerjisi, A – xarici qüvvələrin gördüyü işdir.

Potensial enerjinin ikinci xassəsi – deformasiyanın potensial enerjisinin minimumu haqqında qanundur (ən kiçik olması prinsipi).

Bu qanun (prinsip) belə ifadə olunur.

Elastik cismin (sistemin) həqiqi müvazinət halında deformasiyanın potensial enerjisi minimum qiymət alır.

Əgər deformasiyanın potensial enerjisi məchul kəmiyyətlərdən asılıdırsa, yəni $U = f(x_1, x_2, \dots)$ olduqda, onda enerjinin minimum olması prinsipindən istifadə etməklə, həmin məchullar bu şərtlərdən tapıla bilər:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = 0; \quad \frac{\partial U}{\partial x_2} = 0; \quad \dots \quad (3.61)$$

Cismin vahid həcmində toplanmış potensial enerjiyə xüsusi potensial enerji deyilir və o, « \bar{U} » ilə işarə olunur. Məlumdur ki, xətti gərgin halda deformasiyanın xüsusi potensial enerjisi bu şəkildə yazılır:

$$\bar{U} = \frac{1}{2} \sigma \cdot \varepsilon$$

Üçoxlu gərgin hal üçün qüvvələr təsirinin bir-birindən asılı olmaması və toplanması prinsipinə əsaslanaraq bu ifadəni tətbiq etsək, xüsusi potensial enerjinin düsturunu alırıq:

$$\bar{U} = \frac{1}{2} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yx} \gamma_{yx} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) \quad (3.62)$$

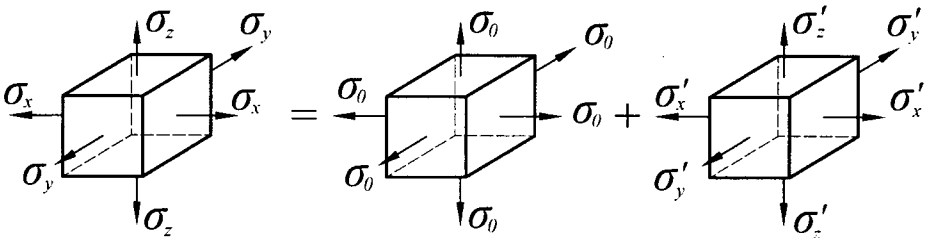
(3.51)-i burada yerinə yazıb xüsusi potensial enerjinin gərginliklərlə ifadəsini alırıq:

$$\bar{U} = \frac{1}{2E} [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - 2\mu(\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) + 2(1+\mu)(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)] \quad (3.63)$$

Cismin potensial enerjisini tapmaq üçün xüsusi potensial enerjini cismin bütün həcmi üzrə inteqrallayırıq:

$$U = \int_V \bar{U} \cdot dV \quad (3.64)$$

Deformasiyanın potensial enerjisi elastiki cismin həcmnin və formasının dəyişməsinə səbəb olur. Həcmnin dəyişməsi deformasiyanın elə bir halıdır ki, elementar paralelepipedin tillərinin uzunluqları arasındakı nisbətlər və üzlərinin düz bucaqları dəyişməsinlər. Bu halda elementar paralelepipedin üzlərində bir-biri ilə eyni olan (orta gərginliyə bərabər) normal gərginliklər təsir edir, toxunan gərginliklər isə sıfıra bərabər olur. Bunu nəzərə alaraq normal gərginlikləri iki hissəyə ayıraq (şək. 3.9.1):



Şək. 3.9.1

$$\sigma_x = \sigma_o + \sigma'_x, \quad \sigma_y = \sigma_o + \sigma'_y, \quad \sigma_z = \sigma_o + \sigma'_z \quad (3.65)$$

Burada σ_o – həcmnin dəyişməsinə sərf olunan orta gərginlik,

$$\begin{aligned}\sigma'_x &= \sigma_x - \sigma_o = \frac{2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z}{3}, \\ \sigma'_y &= \frac{2\sigma_y - \sigma_x - \sigma_z}{3}, \\ \sigma'_z &= \frac{2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y}{3}\end{aligned}\quad (3.66)$$

gərginlikləri isə forma dəyişməsinə sərf olunan normal gərginliklərdir. (3.66)-da göstərilən normal gərginliklərdən başqa forma dəyişməsinə τ_{xy} , τ_{yz} və τ_{zx} toxunan gərginlikləri təsir edirlər.

Həcmnin dəyişməsinə sərf olunan enerjini tapmaq üçün xüsusi potensial enerjinin (3.62) və (3.63) ifadələrində $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma_o$ yerinə yazırıq:

$$\bar{U}_h = 3 \cdot \frac{1}{2} \sigma_o \varepsilon_o = \frac{3(1-2\mu)}{2E} \sigma_o^2 = \frac{\sigma_o^2}{2K} \quad (3.67)$$

Burada $\varepsilon_o = \frac{\theta}{3}$ – orta nisbi xətti deformasiyadır.

(3.62) və (3.63)-də (3.66)-nı nəzərə alaraq $\sigma_x = \sigma'_x$, $\sigma_y = \sigma'_y$, $\sigma_z = \sigma'_z$ yazıb, tam xüsusi potensial enerjinin toxunan gərginliklərdən asılı olan hissəsini buna əlavə etsək, (3.63) ifadəsindən forma dəyişməsinə sərf olunan enerji ifadəsini alarıq:

$$\bar{U}_f = \frac{1+\mu}{6E} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right] \quad (3.68)$$

(3.67) və (3.68) ifadələrini tərəf-tərəfə toplasaq görürük ki,

$$\bar{U} = \bar{U}_h + \bar{U}_f \quad (3.69)$$

Əgər σ'_x , σ'_y və σ'_z üçün (3.66) ifadələrini (3.67)-də yerinə yazsaq görürük ki, $\bar{U}_h = 0$. Deməli, σ'_x , σ'_y və σ'_z gərginlikləri həcmnin dəyişməsinə təsir etmirlər.

(3.63), (3.67) və (3.68) ifadələrində toxunan gərginlikləri sıfıra bərabər, normal gərginlikləri isə σ_1, σ_2 və σ_3 baş gərginliklərlə əvəz etsək müvafiq xüsusi potensial enerji düsturlarını baş gərginliklərlə aşağıda göstərildiyi kimi ifadə etmiş olarıq:

$$\bar{U} = \frac{1}{2E} \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \right] \quad (3.63a)$$

$$\bar{U}_h = \frac{(1-2\mu)}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \quad (3.67a)$$

$$\bar{U}_f = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (3.68a)$$

§ 3.10. Mürəkkəb gərgin halda möhkəmliyə görə hesablamalar. Möhkəmlik nəzəriyyələri.

Milin mərkəzi dartılma, sıxılmasında (sadə-biroxlu gərgin halda) möhtəmliyə görə hesablamalar möhkəmlik şərtinə əsasən aparılır. Bu halda dağılmaya yəni materialda həddi halın yaranmasına səbəb olan yeganə **amil** (kriteri) milin en kəsiyində yaranan ən böyük normal gərginliyin ($\max \sigma_x$) təhlükəli qiymətə çatması olduğundan, möhkəmlik bu gərginliyin buraxıla bilən normal gərginlikdən çox olmaması şərti ilə tamamilə (birmənalı) təmin olunurdu. Dartılma və sıxılmaya təcrübəvi sınaqlar, habelə real detalların işləməsi bunu təsdiq edirdi.

Mürəkkəb gərgin hallarda (müstəvi və həcmi gərgin hallar) iki və ya üç istiqamətdə yaranan baş gərginliklərin qiyməti və işarələrinə görə çoxlu sayda kombinasiyalar mümkün olduğundan bunlardan hansının daha təhlükəli olmasını, yəni materialda hansı amilin həddi halı yaradacağını (dağılmaya səbəb olacağını) müəyyən etmək çox mürəkkəb məsələdir. Bunu təcrübəvi sınaqlar vasitəsilə də təyin etmək mümkün olmur, çünki çoxsaylı sınaqların aparılması lazım gələrdi. Eyni zamanda, belə sınaqların həyata keçirilməsi mürəkkəb maşın və cihazların olmasını tələb edir.

Ona görə də mürəkkəb gərgin halda materialda həddi halın yaranma təhlükəsini qiymətləndirmək üçün müxtəlif kriterilərə əsaslanan nəzəriyyələrdən istifadə olunur. Bunlar elə nəzəriyyələr olmalıdır ki, materialın həddi hala çatması anı və onun səbəbini müəyyənləşdirmək mürəkkəb sınaqların aparılması yolu ilə deyil, sadə, biroxlu gərgin halda (dartılma və sıxılmada) aparılan sınaqların nəticələrinə əsaslanmaqla mümkün olsun.

Hər bir möhkəmlik nəzəriyyəsi materialın dağılmasına (həddi hala çatmasına) səbəb olan çoxsaylı amillərdən hansısa birini əsas götürməklə, mürəkkəb gərgin hal üçün bu amilin baş gərginliklərlə ifadəsini mərkəzi dartılma və sıxılmada, həmin amil ilə müqayisə edir. Başqa sözlə, hər hansı mürəkkəb gərgin hal ona ekvivalent olan bir sadə dartılma və ya sıxılma ilə müqayisə edilir. Belə ki, möhkəmliyin təmin olunması üçün tərtib edilən möhkəmlik şərtində mürəkkəb gərgin halda dağılmaya səbəb kimi götürülmüş amilin qiyməti dartılma və sıxılmada həmin amilin bura-

xılabilən qiymətindən çox olmaması tələb edilir. Belə möhkəmlik nəzəriyyələrdən bir neçə klassik nəzəriyyəni nəzərdən keçirək.

Birinci möhkəmlik nəzəriyyəsi ən böyük normal gərginliklər nəzəriyyəsi adlanır. Bu nəzəriyyəyə görə dağılmaya səbəb ən böyük baş (normal) gərginliyin qiymətinin təhlükəli qiymətə çatmasıdır. Ümumi halda ən müəkkəb gərgin hal olan həcmi gərgin halda baş gərginliklər arasında $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ işarə qaydası olduğuna görə $\sigma_{\max} = \sigma_1$ olacaqdır.

Dartılma və sıxılmada ən böyük normal gərginlik milin en kəsiyindəki $\sigma = \frac{N}{A}$ gərginliyidir.

Ona görə də birinci möhkəmlik nəzəriyyəsinə görə **möhkəmlik şərti belə yazılacaqdır:**

$$\sigma_1 \leq [\sigma]. \quad (3.70)$$

Dartılmaya və sıxılmaya görə buraxılabilən normal gərginlikləri eyni olmayan materiallar üçün möhkəmliyə görə yoxlama həm dartılmaya, həm də sıxılmaya görə aparılmalıdır. Əgər $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 > 0$, $\sigma_3 < 0$ olsa, möhkəmlik şərtləri aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$\sigma_1 \leq [\sigma]^+; \quad |\sigma_3| \leq [\sigma]^- \quad (3.70a)$$

Burada $[\sigma]^+$ – dartılmaya, $[\sigma]^-$ – isə sıxılmaya buraxılabilən gərginliklərdir.

Müstəvi gərgin hal üçün baş gərginliyin (3.12) ifadəsini (3.70)-də yerinə yazıb, **birinci möhkəmlik nəzəriyyəsinə görə möhkəmlik şərtini alırıq:**

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \leq [\sigma] \quad (3.70m)$$

Bu nəzəriyyənin əsas çatışmazlığı digər σ_2 , σ_3 baş gərginliklərinin möhkəmlik şərtində iştirak etməməsi, yəni onların təsirinin nəzərə alınmamasıdır. Əslində isə bu gərginliklər materialın möhkəmliyinə müəyyən təsir göstərir. Ona görə də bu nəzəriyyənin nəticələri yalnız çox kövrək materialların dartılmasında və baş gərginliklərdən birinin mütləq qiymətcə digər iki baş gərginliklərdən xeyli çox olması şərti ilə sınaqlarda təsdiqini tapır.

Nəzərə alsaq ki, mühəndis praktikasında kövrək materiallardan olan konstruksiyalarda böyük dartıcı gərginliklərin baş verməsi halına çox az rast gəlinir, bu nəzəriyyənin tətbiq sahəsi çox məhduddur.

Plastiki materialların həddi hala çatması, yəni axma hadisəsinin baş verməsi bu nəzəriyyə ilə izah oluna bilmir. Bundan əlavə, bu nəzəriyyəyə qarşı ciddi arqumentlərdən biri də odur ki, təcrübələrdə üçoxlu sıxılmada

nümunə, biroxlı sıxılmada olduğundan dəfələrlə çox gərginliklərə davam gətirir.

İkinci nəzəriyyə ən böyük nisbi xətti deformasiyalar nəzəriyyəsidir. Bu nəzəriyyəyə görə materialda dağılmaya səbəb ən böyük nisbi xətti deformasiyanın təhlükəli qiymətə çatmasıdır. Ona görə də möhkəmlik şərti bu şəkildə yazılır:

$$\varepsilon_1 \leq [\varepsilon]. \quad (3.71)$$

Burada ε_1 – mürəkkəb gərgin halda ən böyük nisbi xətti deformasiya, $[\varepsilon]$ – dartılma və sıxılmadakı təcrübi sınaqlardan təyin olunan boyuna nisbi xətti deformasiyanın buraxıla bilən qiymətidir. Ümumiləşmiş Huk qanunundan ε_1 və biroxlı gərgin halda Huk qanununa görə isə $[\varepsilon]$ üçün aşağıdakı ifadələri

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]; \quad [\varepsilon] = \frac{[\sigma]}{E}$$

(3.71)-də yerinə yazıb **II möhkəmlik nəzəriyyəsinə görə möhkəmlik şərtini alırıq:**

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma] \quad (3.72)$$

Dartılma və sıxılmaya müqaviməti müxtəlif olan materiallar üçün II nəzəriyyəyə görə möhkəmlik şərtləri aşağıdakı kimi yazılır:

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]^+; \quad |\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)| \leq [\sigma]^- \quad (3.73)$$

Bu nəzəriyyəyə görə möhkəmlik şərtində bütün baş gərginliklərin iştirak etməsinə baxmayaraq, bu nəzəriyyə bir çox materiallar üçün təcrübədə kifayət qədər öz təsdiqini tapmır, daha çox kövrək materialların üçoxlu sıxılması halı üçün istifadə edilir.

(3.72) şərtində $\sigma_3 = 0$ qəbul edib, σ_1 və σ_2 baş gərginliklərinin (3.12) ifadələrini yerinə yazıb, **müstəvi gərgin hal üçün möhkəmlik şərtini alırıq:**

$$\frac{1-\mu}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1+\mu}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \leq [\sigma] \quad (3.73m)$$

Bəzi yumşaq polad materialları üçün Puasson əmsalını $\mu = 0,3$ qəbul etsək (3.73m) möhkəmlik şərti bu şəkllə düşəcək:

$$0,35(\sigma_x + \sigma_y) + 0,65\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \leq [\sigma] \quad (a)$$

Dartılma və sıxılmaya müqaviməti müxtəlif olan materiallar üçün iki möhkəmlik şərti yazılır – 1) dartılmaya görə – (3,70 m)-in sağ tərəfində $[\sigma]^+$ yazmaqla, 2) sıxılmaya görə – (3,70 m)-in sağ tərəfində $[\sigma]^-$ sol tə-

rəfindəki radikalın qarşısında «-» yazmaqla (əgər beləliklə alınmış sol tərəfdə sıxıcı, yəni mənfi işarəli gərginliklər almazsa)

Üçüncü möhkəmlik nəzəriyyəsində fərz edilir ki, materialın dağılmasının səbəbi ən böyük toxunan gərginliklərin həddi (təhlükəli) qiymətə çatmasıdır. Ona görə də bu nəzəriyyə **ən böyük toxunan gərginliklər nəzəriyyəsi** adlanır və möhkəmlik şərti belə yazılır (əgər beləliklə alınmış sol tərəfdə sıxıcı, yəni mənfi işarəli gərginliklər alınarsa)

$$\max \tau = \tau_{13} \leq [\tau] \quad (3.74)$$

Burada $\max \tau$ – həcmi gərgin halda ən böyük toxunan gərginlikdir və Mor dairəsindən (şək. 3.5.2) görüldüyü kimi O_2K_2 parçasına bərabər olacaq, yəni

$$\max \tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}, \quad (3.75)$$

$[\tau]$ – buraxıla bilən toxunan gərginlikdir. Onun qiyməti dartılma və sıxılmada ən böyük toxunan gərginliklə ən böyük normal gərginlik arasındakı

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{2} \quad (3.76)$$

asılılığına oxşar olaraq aşağıdakı düsturla təyin olunur:

$$[\tau] = \frac{[\sigma]}{2} \quad (3.77)$$

(3.75) və (3.77) ifadələrini (3.74)-də yerinə yazıb, alırıq:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma] \quad (3.78)$$

Bu üçüncü möhkəmlik nəzəriyyəsinə görə möhkəmlik şərtidir.

Müstəvi gərgin hal üçün σ_1 və σ_3 baş gərginliklərinin (3.12) ifadələrini (3.78)-də yerinə yazıb, alırıq:

$$\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \leq [\sigma] \quad (3.78m)$$

Baxmayaraq ki, (3.78) şərtində σ_2 -nin təsiri nəzərə alınmır, ən böyük toxunan gərginliklər nəzəriyyəsi dartılma və sıxılmaya bərabər müqaviməti olan elastiki materiallar üçün təcrübələrin nəticələri ilə təsdiq olunur. Kövrək materiallar üçün bu nəzəriyyə tətbiq olunmur.

Dördüncü möhkəmlik nəzəriyyəsi – energetik nəzəriyyə adlanır. Bu nəzəriyyəyə görə materialın dağılmasının səbəbi onun vahid həcmində toplanan forma dəyişməsinə sərf olunan potensial enerjinin, yəni xüsusi potensial enerjinin miqdarının həddi qiymətə çatmasıdır. Ona görə də möhkəmlik şərti aşağıdakı şəkildə yazılır:

$$\bar{U}_f \leq [\bar{U}_f] \quad (3.79)$$

Burada \bar{U}_f – həcmi gərgin halda forma dəyişməsinin xüsusi potensial enerjisi, $[\bar{U}_f]$ – xətti gərgin halda forma dəyişməsinin xüsusi potensial enerjisinin buraxılabilən qiymətidir. \bar{U}_f (3.68) düsturu ilə tapılır:

$$\begin{aligned} \bar{U}_f = & \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + \\ & + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \end{aligned} \quad (b)$$

(b) düsturunun σ_1, σ_2 və σ_3 baş gərginlikləri ilə ifadəsini yazaq:

$$\bar{U}_f = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (c)$$

(b) ifadəsindən dartılma və sıxılma üçün $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ olduğu halda alırıq:

$$\bar{U}_f = \frac{1+\mu}{3E} \cdot \sigma^2 \quad (ç)$$

Bu düsturda σ -nı buraxılabilən gərginliklə əvəz edib forma dəyişməsinə sərf olunan buraxılabilən xüsusi potensial enerjini tapırıq:

$$[\bar{U}_f] = \frac{1+\mu}{3E} \cdot [\sigma]^2 \quad (3.80)$$

(c) və (3.80) ifadələrini (3.79)-da yerinə yazıb **dördüncü möhkəmlik nəzəriyyəsinə görə möhkəmlik şərtini** alırıq:

$$\sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma] \quad (3.81)$$

Əgər (b) və (3.80) ifadələrini (3.79) şərtində yerinə yazsaq, **möhkəmlik şərtinin ixtiyari koordinat müstəvilərindəki gərginliklərlə ifadəsini** alırıq:

$$\sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \leq [\sigma] \quad (3.82)$$

Müstəvi gərgin hal üçün (3.81) şərtində $\sigma_3 = 0$, (3.82) şərtində isə $\sigma_z = 0, \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ yazsaq, alırıq:

$$\sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \leq [\sigma]; \quad (3.81m)$$

$$\sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} \leq [\sigma] \quad (3.82m)$$

Bu möhkəmlik nəzəriyyəsi də III möhkəmlik nəzəriyyəsi kimi, dartılma və sıxılmaya eyni müqavimət göstərən plastik materiallar üçün təcrübəvi təsdiq olunur.

Mor möhkəmlik nəzəriyyəsi. Bu nəzəriyyəyə görə alınmış möhkəmlik şərti, əslində ən böyük toxunan gərginliklər nəzəriyyəsinə bir dəyişiklik etməklə alınır, yəni

$$\sigma_1 - m\sigma_3 \leq [\sigma], \quad m = \frac{[\sigma]^+}{[\sigma]^-} \quad (3.83)$$

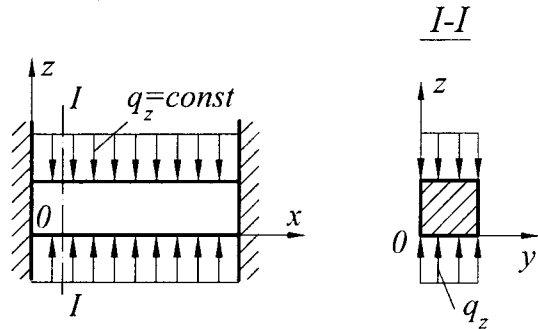
Burada m – dartılmaya və sıxılmaya görə buraxılabilən gərginliklərin nisbətində bərabər olur. Bu möhkəmlik nəzəriyyəsi həm plastik, həm də kövrək materiallar üçün təcrübəvi təsdiq olunur.

Yuxarıda baxılmış möhkəmlik nəzəriyyələrinə görə möhkəmlik şərtləri buraxılabilən gərginliklərə görə hesablama üsulu üçün yazılmışdır. Həmin şərtlərdə $[\sigma] = R$, $[\sigma]^+ = R^+$ və $[\sigma]^- = R^-$ qəbul etməklə onları həddi hallara görə hesablama üçün yazmaq olar (R – hesabı müqavimətdir).

§ 3.11. Misallar

Misal 1. İki sərt divar arasına yerləşdirilmiş, düzbucaqlı en kəşikli milə, alt və üst tərəfləri üzrə intensivliyi $q_z = 150 \text{ N/mm}^2$ olan müntəzəm yayılmış yük təsir edir (şək. 3.11.1). En kəşiyin kənarlarında gərginlikləri və tərəflərin deformasiyalarını təyin etməli. Milin materialı üçün Puasson əmsalı $\mu = 0,3$ və elastiklik modulu $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$.

Həlli: Koordinat başlanğıcını və x , y , z oxlarını şəkildə göstərildiyi kimi seçirik. Aydındır ki, $\sigma_z = -150 \text{ N/mm}^2$ olacaq. Mənfi işarəsi bu gərginliyin sıxıcı olduğunu göstərir. Mil hər iki ucundan sərt



Şək. 3.11.1

divara istinad etdiyindən y oxu istiqamətindəki gərginlik $\sigma_y = 0$ və x oxu istiqamətində deformasiya $\varepsilon_x = 0$ olar.

Ümumiləşmiş Huk qanunu ifadəsindən

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)] = 0 \text{ və ya } \sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z) = 0. \text{ Burada}$$

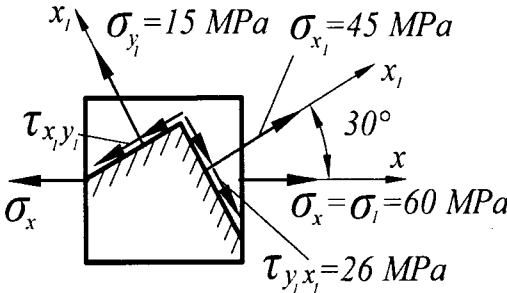
$$\sigma_y = 0, \sigma_z = -q_z = -150 \text{ N/mm}^2 \text{ yazsaq, alırıq:}$$

$$\sigma_x = \mu\sigma_z = -0,3 \cdot 150 = -45 \text{ N/mm}^2.$$

y və z oxları istiqamətindəki nisbi deformasiyaları təyin edirik:

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_z + \sigma_x)] = \frac{1}{2,1 \cdot 10^5} [0 - 0,3(-150 - 45)] = 2,8 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)] = \frac{1}{2,1 \cdot 10^5} [-150 + 0,3 \cdot 45] = -6,5 \cdot 10^{-4}.$$



Şək. 3.11.2

na əsasən yazı bilərik:

$$\sigma_x + \sigma_y = \sigma_{x_1} + \sigma_{y_1}, \sigma_x + 0 = 45 + 15, \text{ buradan } \sigma_x = 60 \text{ MPa}$$

Maili kəsiklərdə təsir edən gərginliklərin (2.6) ifadələrindən alırıq:

$$\sigma_{x_1} = \sigma_x \cos^2 \alpha, 45 = 60 \cdot \cos^2 \alpha, \text{ buradan } \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \alpha = 30^\circ$$

$$\tau_{y_1x_1} = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2\alpha = \frac{60}{2} \sin 60^\circ \approx 26 \text{ MPa}.$$

Misal 3. Müxtəlif möhkəmlik nəzəriyyələrindən istifadə edərək, şəkil 3.11.3-də göstərilən elementin verilən gərginliklərdə möhkəmliyini

Misal 2. 3.11.2-ci şəkildə göstərilmiş xətti gərgin halda olan elementin qarşılıqlı perpendikulyar maili kəsiklərində gərginliklər $\sigma_{x_1} = 45 \text{ MPa}$, $\sigma_{y_1} = 15 \text{ MPa}$ olduqda α bucağını, σ_x normal və $\tau_{y_1x_1}$ toxunan gərginlikləri təyin etməli.

Həlli: Normal gərginliklərin cəminin sabit qalması qanunu-

yoxlamalı. Material üçün Puasson əmsalı $\mu = 0,3$ və buraxılabilən gərginlik $[\sigma] = 160 \text{ MPa}$ -dır.

Həlli: Əvvəlcə, verilən elementdə yaranan baş gərginlikləri (3.12) düsturu ilə təyin edirik:

$$\begin{aligned}\sigma_{\max/\min} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} = \\ &= \frac{100 + 0}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(100 - 0)^2 + 4 \cdot 75^2} = 50 \pm 90\end{aligned}$$

$$\sigma_{\max} = 50 + 90 = 140 \text{ MPa},$$

və

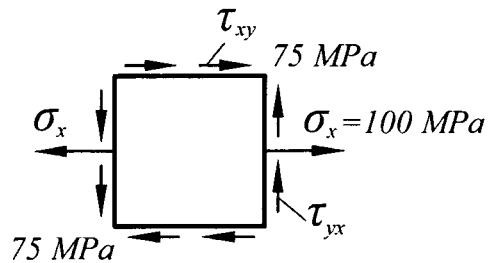
$$\sigma_{\min} = 50 - 90 = -40 \text{ MPa}.$$

$$\sigma_1 = \sigma_{\max} = 140 \text{ MPa}, \sigma_2 = 0,$$

$$\sigma_3 = -40 \text{ MPa}.$$

Buradan görünür ki, verilmiş element müstəvi gərgin haldadır – bir baş istiqamətdə dartılma, digər

baş istiqamətdə isə sıxılmaya məruz qalır. Baş gərginliklərin qiymətlərini müxtəlif möhkəmlilik nəzəriyyələrinə görə möhkəmlilik şərtlərində yerinə yazıb, elementin möhkəmliyini yoxlayaq.



Şəkl. 3.11.3

a) ən böyük normal gərginliklər nəzəriyyəsinə görə:

(3.70) möhkəmlilik şərti $\sigma_1 \leq [\sigma]$ bu şəklə düşür $140 \text{ MPa} < 160 \text{ MPa}$, yəni, elementin möhkəmliyi təmin olunur.

b) ən böyük nisbi deformasiyalar nəzəriyyəsinə görə:

(3.73) möhkəmlilik şərti $\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]$ bu şəklə düşür $140 - 0,3(0 - 40) = 152 \text{ MPa} < 160 \text{ MPa}$, yəni elementin möhkəmliyi təmin olunur.

c) ən böyük toxunan gərginliklər nəzəriyyəsinə görə:

(3.78) möhkəmlilik şərti $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$ bu şəklə düşür $140 - (-40) = 180 \text{ MPa} > 160 \text{ MPa}$, yəni bu nəzəriyyəyə görə elementin möhkəmliyi təmin olunmur.

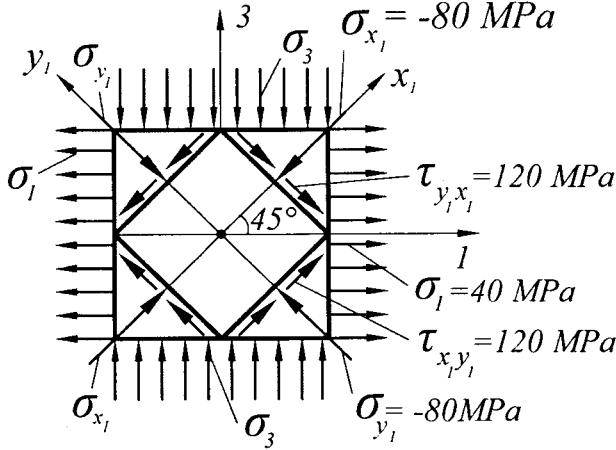
d) energetik nəzəriyyəyə görə:

(3.81) möhkəmlilik şərti

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \leq [\sigma] \text{ bu şəklə düşür:}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(140 - 0)^2 + (0 + 40)^2 + (-40 - 140)^2} = 164 \text{ MPa} > 160 \text{ MPa, yəni}$$

elementin möhkəmliyi təmin olunmur (2,5% artımla).



Şək. 3.11.4

Misal 4. 3.11.4-cü şəkildə göstərilən düz-bucaqlı prizmatik cisim verilən müstəvi gərgin halına uyğundur. Onun yan səthləri ilə 45°-li bucaq əmələ gətirən prizmanın üzlərinə təsir edən gərginlikləri təyin etməli.

Həlli: Verilən qiymətlərə görə,
 $\sigma_x = \sigma_1 = 40 \text{ MPa}$,
 $\sigma_y = \sigma_3 = -200 \text{ MPa}$.
 $\alpha = 45^\circ$.

Baxılan prizma müstəvi gərgin halda olduğundan, maili kəsikdəki gərginliklər üçün (3.5) düsturlarına əsasən yazı bilərik:

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha = \frac{40 - 200}{2} + \frac{40 + 200}{2} \cos 90^\circ = -80 \text{ MPa}$$

$$\tau_{y_1 x_1} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha = \frac{40 + 200}{2} \sin 90^\circ = 120 \text{ MPa}.$$

Prizmanın baxılan səthinə perpendikulyar olan digər üzlərindəki gərginlikləri tapmaq üçün α bucağını $\alpha + 90^\circ = 135^\circ$ ilə əvəz edirik:

$$\sigma_{y_1} = \frac{40 - 200}{2} + \frac{40 + 200}{2} \cos 270^\circ = -80 \text{ MPa},$$

$$\tau_{x_1 y_1} = \frac{40 + 200}{2} \sin 270^\circ = -120 \text{ MPa}.$$

Aldığımız nəticələr prizma üzərində göstərilmişdir.

Misal 5. 3.11.5-ci şəkildə göstərilən müstəvi gərgin hal üçün verilmiş maili kəsikdə normal və toxunan gərginlikləri, habelə maksimum və minimum toxunan gərginlikləri təyin etməli.

Həlli: Verilən qiymətlərə görə, $\sigma_y = \sigma_3 = -200 \text{ MPa}$, və $\sigma_x = \sigma_1 = 100 \text{ MPa}$, $\tau_{xy} = 0$ $\alpha = -30^\circ$ -dir. Müstəvi gərgin halda maili kəsikdə gərginliklərin ifadələrinə əsasən, yazıla bilər:

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha = \frac{100 - 200}{2} + \frac{100 + 200}{2} \cos(-60^\circ) = -125 \text{ MPa},$$

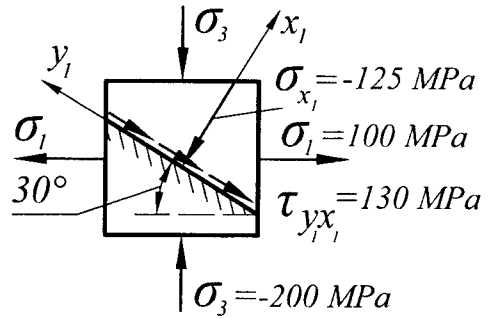
$$\tau_{y_1x_1} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha = \frac{100 + 200}{2} \sin(-60^\circ) \approx 130 \text{ MPa}.$$

Ən böyük toxunan gərginlikləri təyin edək:

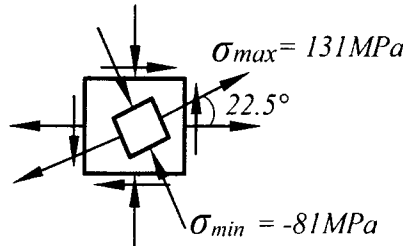
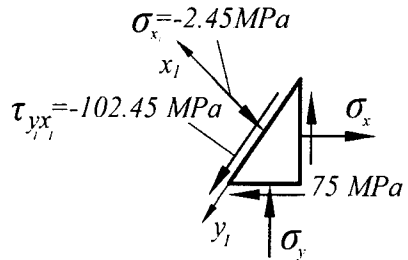
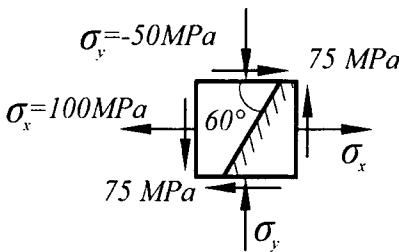
$$\tau_{\frac{\max}{\min}} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \pm \frac{100 + 200}{2} = \pm 150 \text{ MPa}$$

Misal 6. 3.11.6-cı şəkildə göstərilən gərgin hal üçün: baş gərginlikləri və baş kəsiklərin vəziyyətini, ştrixlənmiş maili kəsikdə normal və toxunan gərginlikləri, toxunan gərginliklərin ekstremal qiymətlərini təyin etməli.

Həlli: Verilən qiymətlərə görə, $\sigma_x = 100 \text{ MPa}$, $\sigma_y = -50 \text{ MPa}$, $\tau_{xy} = 75 \text{ MPa}$, $\alpha = -30^\circ$ -dir.



Şək. 3.11.5



Şək. 3.11.6

a) Baş kəsiklərin vəziyyətini və baş gərginliklərin qiymətlərini təyin edək:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2 \cdot 75}{100 - (-50)} = 1, \operatorname{tg} 2\alpha_0 = 45^\circ, \alpha_0 = 22,5^\circ.$$

Baş gərginliklərin qiymətlərini təyin edirik:

$$\begin{aligned} \sigma_{\frac{\max}{\min}} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} = \\ &= \frac{100 + (-50)}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(100 + 50)^2 + 4 \cdot 75^2} = 25 \pm 106 \end{aligned}$$

$$\sigma_{\max} = 25 + 106 = 131 \text{MPa}, \sigma_{\min} = 25 - 106 = -81 \text{MPa}.$$

b) Ştrixlənmiş maili kəsikdə gərginlikləri hesablayaq ($\alpha = -30^\circ$)

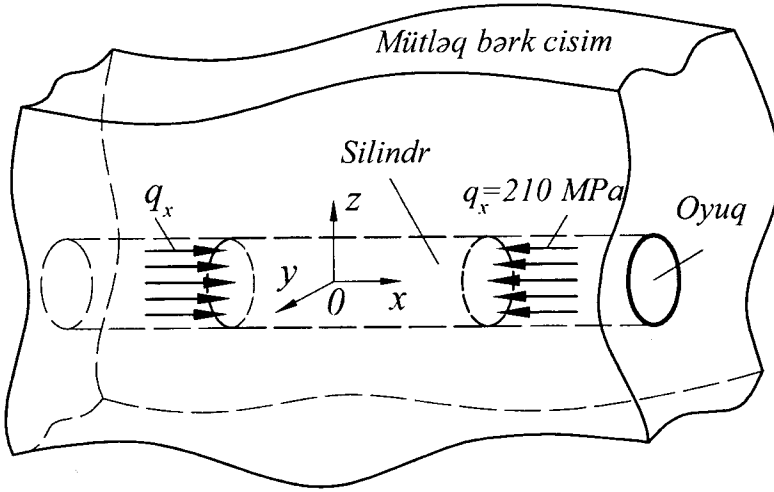
$$\begin{aligned} \sigma_{x_1} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha = \\ &= \frac{100 + (-50)}{2} + \frac{100 - (-50)}{2} \cos(-60^\circ) + 75 \sin(-60^\circ) = -2,45 \text{MPa}, \\ \tau_{y_1x_1} &= \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{xy} \cos 2\alpha = \frac{100 - (-50)}{2} \sin(-60^\circ) - 75 \cos(-60^\circ) = \\ &= -102,45 \text{MPa} \end{aligned}$$

c) toxunan gərginliklərin ekstremal qiymətlərini təyin edirik:

$$\tau_{\frac{\max}{\min}} = \pm \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \pm \frac{131 - (-81)}{2} \approx \pm 106 \text{MPa}.$$

Misal 7. Elastiklik modulu kiçik olan materialdan hazırlanmış bütöv en kəsikli silindr 3.11.7-ci şəkildə göstəriləyi kimi mütəq sət bir cismin içərisində həmin ölçüdə açılmış bir deşiyə kip olaraq geydirildikdən sonra silindrə oyuq tərəflərdən intensivliyi $q_x = 210 \text{MPa}$ olan müntəzəm yayılmış yük tətbiq edilmişdir. Silindrdən yan səthi üzrə sət divara təzyiqi təyin etməli. Puasson əmsalı $\mu = 0,3$.

Həlli: Həcmi gərgin halda olan silindr çoxlu sıxılmaya məruz qalır. z, y oxları istiqamətindəki gərginliklər $\sigma_z = \sigma_y \neq 0$, x oxu istiqamətindəki gərginlik isə $\sigma_x = -210 \text{MPa}$.



Şək. 3.11.7

Silindrin bütün yan səth üzrə divara kəp toxunduğu üçün y və z oxları istiqamətində nisbi deformasiyalar $\varepsilon_z = \varepsilon_y = 0$, x oxu istiqamətində isə $\varepsilon_x \neq 0$ olacaq.

Ümumiləşmiş Huk qanununun ifadəsində $\varepsilon_z = 0$, $\sigma_z = \sigma_y$, $\sigma_x = -210 \text{ MPa}$ və $\mu = 0,3$ yazsaq, alarıq:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \mu(\sigma_y + \sigma_x)] = \frac{1}{E}(\sigma_z - \mu\sigma_y - \mu\sigma_x) = 0,$$

buradan $\sigma_z = \frac{\mu\sigma_x}{1-\mu} = \frac{0,3 \cdot (-210)}{1-0,3} = -90 \text{ MPa}$.

ƏSAS DÜSTUR VƏ ASILILIQLAR

$$1. T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} - \text{gərginliklər tenzoru};$$

$$2. \sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{yx} \cdot \sin 2\alpha;$$

$\tau_{y_1x_1} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{yx} \cdot \cos 2\alpha$ – müstəvi gərgin halda x_1 oxuna \perp maili kəsiklərdə,

$$\sigma_{y_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + \tau_{yx} \cdot \sin 2\alpha;$$

$\tau_{x_1y_1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{yx} \cdot \cos 2\alpha$ – y_1 oxuna \perp maili kəsiklərdə normal və toxunan gərginliklər.

3. $\sigma_{x_1} + \sigma_{y_1} = \sigma_x + \sigma_y = \text{const}$ – normal gərginliklərin cəminin sabit qalması qanunu

4. $\tau_{x_1y_1} = -\tau_{y_1x_1}$ – toxunan gərginliklərin cütlüyü (qoşalığı) qanunu

5. $\text{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y}$ – baş kəsiklərin vəziyyətini və baş gərginliklərin istiqamətini müəyyən edən düstur.

6. $\text{tg} 2\alpha_{0r} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{yx}}$ – ekstremal qiymətlər alan toxunan gərginliklərin təsir etdiyi kəsiklərin vəziyyətini müəyyən edən düstur.

$$7. \sigma_{\max}^{\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2} - \text{baş gərginliklər},$$

$$\tau_{\max}^{\min} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2} - \text{ekstremal toxunan gərginliklər}.$$

Bu düsturlarda «+» işarəsi götürüldükdə $\sigma_{\max}(\tau_{\max})$, «-» işarəsi götürüldükdə isə $\sigma_{\min}(\tau_{\min})$ gərginlikləri alınır.

$$8. \sigma_{x_1} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha;$$

$$\tau_{y_1 x_1} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha, \quad p_{x_1} = \sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \sin^2 \alpha_2 - \text{baş kəsiklərə maili}$$

kəsiklərdə təsir edən normal, toxunan və tam gərginliklər.

Burada α_1 və α_2 – σ_1 və σ_2 baş gərginliklərinin təsir etdiyi baş kəsiklərlə maili kəsik arasındakı bucaqlardır.

$$9. \tau_{\max}^{\min} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} - \text{ekstremal toxunan gərginliklər.}$$

$$10. \sigma_v = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3;$$

$$p_v = \sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3;$$

$\tau_v = \sqrt{p_v^2 - \sigma_v^2}$ – həcmi gərgin halda normalı \mathbf{v} olan maili kəsiklərdə normal, tam və toxunan gərginliklər.

$$11. \sigma_{\text{okt}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3};$$

$$\tau_{\text{okt}} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}{3}} = \frac{2}{3} \sqrt{\max \tau_{12}^2 + \max \tau_{13}^2 + \max \tau_{23}^2} - \text{oktaedrik normal}$$

və toxunan gərginliklər.

$$12. \max \tau_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}; \quad \max \tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}; \quad \max \tau_{23} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} - \text{uyğun}$$

olaraq σ_3 , σ_2 və σ_1 baş gərginliklərinə paralel digər iki baş gərginliklərlə 45° bucaq əmələ gətirən kəsiklərin ən böyük toxunan gərginlikləri.

$$13. \theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z - \text{həcmi deformasiya.}$$

$$14. T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \frac{1}{2} \gamma_{xz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2} \gamma_{yz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{zx} & \frac{1}{2} \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{pmatrix} - \text{deformasiyalar tenzoru}$$

$$15. \varepsilon_{x_1} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cos 2\alpha;$$

$$\frac{\gamma_{x_1 y_1}}{2} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \sin 2\alpha - \text{iki oxlu gərgin halda baş deformasiyalarla } \alpha \text{ bucağı}$$

əmələ gətirən maili istiqamətdə nisbi xətti və bucaq deformasiyalar.

$$16. \varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + 4 \left(\frac{\gamma_{xy}}{2} \right)^2} - \text{baş deformasiyalar.}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = - \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} - \text{baş deformasiyaların istiqamətini müəyyən edən}$$

düstur.

17. $\varepsilon_x + \varepsilon_y = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \text{const}$ – müstəvi gərgin halda nisbi xətti deformasiyaların cəminin sabit qalması qanunudur.

18. Həcmi gərgin halda ümumiləşmiş Huk qanunu:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]; \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)];$$

$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]$ – baş deformasiyalarla baş gərginliklər arasındakı asılılıqlar ;

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)]; \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G};$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_z + \sigma_x)]; \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G};$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)]; \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} - \text{nisbi xətti deformasiyalarla nor-}$$

mal gərginliklər və nisbi sürüşmələrlə toxunan gərginliklər arasında asılılıqlar

$$\sigma_x = 2G\varepsilon_x + \lambda\theta; \quad \tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy};$$

$$\sigma_y = 2G\varepsilon_y + \lambda\theta; \quad \tau_{yz} = G \cdot \gamma_{yz};$$

$$\sigma_z = 2G\varepsilon_z + \lambda\theta; \quad \tau_{zx} = G \cdot \gamma_{zx} - \text{gərginliklərlə deformasiyalar arasında}$$

asılılıqlar.

Burada:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)};$$

$$\lambda = \frac{E\mu}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} - \text{Lyame sabitləri,}$$

$$\sigma_0 = K \cdot \theta - \text{Huk qanunu,}$$

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} - \text{orta gərginlik,}$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)} - \text{həcmi elastiklik moduludur.}$$

19. $\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2)$; $\sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1)$ – müstəvi gərgin halda baş gərginliklərlə baş deformasiyalar arasında asılılıqlar.

20. $\frac{\partial U}{\partial x_1} = 0$; $\frac{\partial U}{\partial x_2} = 0$; – deformasiyanın potensial enerjisinin minimum olması prinsipinin ifadəsi.

$$21. \bar{U} = \frac{1}{2E}[\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - 2\mu(\sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_y \cdot \sigma_z + \sigma_z \cdot \sigma_x) +$$

+ $2(1+\mu)(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)$] – üçoxlu gərgin halda deformasiyanın tam xüsusi potensial enerjisi,

$$\bar{U}_f = \frac{1+\mu}{6E}[(\sigma_x + \sigma_y)^2 + (\sigma_y + \sigma_z)^2 + (\sigma_z + \sigma_x)^2] + \frac{1}{2G}(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)$$

– cismin forma dəyişməsinə sərf olunan xüsusi potensial enerji.

$\bar{U}_h = \frac{3(1-2\mu)}{2E}\sigma_0^2$ – cismin həcmnin dəyişməsinə sərf olunan xüsusi potensial enerji.

$$\bar{U}_f = \frac{1+\mu}{6E}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2];$$

$$\bar{U}_h = \frac{1-2\mu}{6E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2.$$

\bar{U}_f və \bar{U}_h düsturlarının baş gərginliklərlə ifadəsi

22. Möhkəmlik nəzəriyyələri:

$\sigma_1 \leq [\sigma]$ – I möhkəmlik nəzəriyyəsinə (ən böyük normal gərginliklər nəzəriyyəsinə) görə möhkəmlik şərti;

$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]$ – II möhkəmlik nəzəriyyəsinə (ən böyük nisbi deformasiyalar nəzəriyyəsinə) görə möhkəmlik şərti;

$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$ – III möhkəmlik nəzəriyyəsinə (ən böyük toxunan gərginliklər nəzəriyyəsinə) görə möhkəmlik şərti;

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma] \text{ – IV möhkəmlik nəzəriyyəsinə}$$

(cisminə forma dəyişməsinə sərf olunan ən böyük potensial enerji – energetik nəzəriyyəsinə) görə möhkəmlik şərti.

$\sigma_1 - m\sigma_3 \leq [\sigma]$ – Mor möhkəmlik nəzəriyyəsi. Burada

$$m = \frac{[\sigma]^+}{[\sigma]^-} \text{ – dartılmada buraxılabzilen gərginliyin sıxılmada buraxılabilen gərginliyə nisbətində bərabər olan əmsaldır.}$$

Özünüoxlama sualları

1. Hansı gərginliklərə baş gərginliklər deyilir? Onlar necə işarə olunurlar?
2. Gərgin hal nədir? Gərginliklər tenzoru nəyə deyilir?
3. Dartılma və sıxılmada maili kəsikdə hansı gərginliklər yaranır və onlar necə təyin olunurlar? Ən böyük normal və toxunan gərginliklər hansı kəsiklərdə təsir edir?
4. Müstəvi gərgin halda baş gərginliklər hansı düsturlarla təyin edilir?
5. Həcmi gərgin halda maili kəsiklərdə gərginliklər necə təyin edilir?
6. Gərgin hallar üçün ən böyük toxunan gərginliklərin düsturlarını yazın.
7. Toxunan gərginliklərin qoşalığı (cütlüyü) qanunu necə ifadə olunur?
8. İki bir-birinə perpendikulyar kəsiklərdə normal gərginliklərin cəmi hansı xassəyə malikdir?
9. Deformasiya halı nədir? Deformasiyalar tenzoru nədir və necə ifadə olunur?
10. Ümumiləşmiş Huk qanunu ifadələri necə yazılır?
11. Həcmi deformasiya nəyə deyilir?
12. Həcmi deformasiya ilə orta normal gərginlik arasında asılılıq necə yazılır?
13. Deformasiyanın potensial enerjisi nəyə deyilir? Həcmi gərgin hal üçün onun düsturunu yazın.
14. Xüsusi potensial enerjinin müstəvi gərgin hal üçün ifadəsini yazın. Onun ölçü vahidi nədir?
15. Möhkəmlik nəzəriyyələrindən hansı məqsəd üçün istifadə olunur?
16. Möhkəmlik nəzəriyyələr hansı fərziyyələrə əsaslanırlar?
17. Möhkəmlik nəzəriyyələrə görə hesablama şərtlərini yazın.
18. Möhkəmlik nəzəriyyələrindən hansı kövrək materialdan olan konstruksiya elementlərinin, hansı – plastik materialdan olan elementlərin hesablanmasında istifadə olunur?
19. Hansı möhkəmlik nəzəriyyələri daha etibarlı sayılır? Əsaslandırın.
20. Həcmi dəyişməsi hansı potensial enerjiden asılı olur?
21. Cismin forma dəyişməsinə hansı enerji sərf olunur?

FƏSİL IV

GƏRGİN VƏ DEFORMASIYA HALLARININ EKSPERİMENTAL ÜSULLARLA TƏDQIQI

§4.1. Əsas anlayışlar

§4.2. Tenzometriya üsulu

§4.3. Kövrək lak örtüklər üsulu

§4.4. Optik qütbləşdirmə üsulu

§4.5. Muar zolaqları üsulu

Özünüyoxlama sualları

§ 4.1. Əsas anlayışlar

Real cisimlərin (qurğu və konstruksiya elementlərinin) mühəndis hesablanmasında onların hazırlandığı müxtəlif materialların mexaniki xassələrini – möhkəmliyini, elastikliyini, plastikliyini və s. xarakterizə edən göstəricilər iştirak edir.

Bu göstəricilər təcrübi yolla həmin materiallardan hazırlanmış nümunələrin xüsusi maşınlar vasitəsilə sınağı nəticəsində alınır. Bu məsələ II fəsilə ətraflı araşdırılmışdır.

Bir çox hallarda, xüsusilə mürəkkəb formaya malik maşın hissələri və qurğu elementlərində, habelə bütövlüklə real konstruksiyalarda gərginlik və deformasiyaların təyini üçün nəzəri hesablama üsulları yoxdursa və yaxud hesablamalarda bütün faktorların nəzərə alınması mümkün deyilsə, eksperimental üsullardan istifadə edilir.

Eksperimentlər, adətən qurğu və ya onun elementinin modeli üzərində aparılır. Bəzən isə modeli deyil, natural ölçüdə obyekt laboratoriyada və yaxud real istismar şəraitində uzun müddət müşahidələr aparmaqla sınaq etmək lazım gəlir.

Statiki sınaqlardan fərqli olaraq, dinamik yüklənmələrə qarşı sınaqların aparılması, xüsusilə deformasiya proseslərinin çox sürətlə baş verdiyi hallarda, daha mürəkkəb qurğu və cihazlar vasitəsilə, habelə müasir informasiya texnologiyalarından istifadə etməklə mümkün olur ki, bu da dəqiq və etibarlı nəticələrin alınmasını təmin edir.

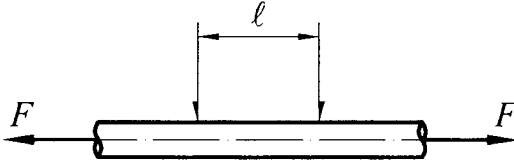
Aparılan sınaqlardan əvvəlcə yerdəyişmə və deformasiyalar, sonra isə gərginliklərlə deformasiyalar arasındakı asılılıqlara (ümumiləşmiş Huk qanununa) əsasən gərginliklər təyin edilir. Plastik deformasiyaların yaranacağı halda sınaqlardan belə deformasiyaların baş verdiyi ana uyğun qüvvəsini və yaxud dağıdıcı yükü müəyyən edirlər.

Mühəndis praktikasında deformasiya və gərgin hallarının tədqiqi üçün istifadə olunan ən geniş yayılmış üsullardan **tenzometriya** üsulunu, **optik** üsulu, **kövrək örtüklər** üsulunu və s. göstərmək olar.

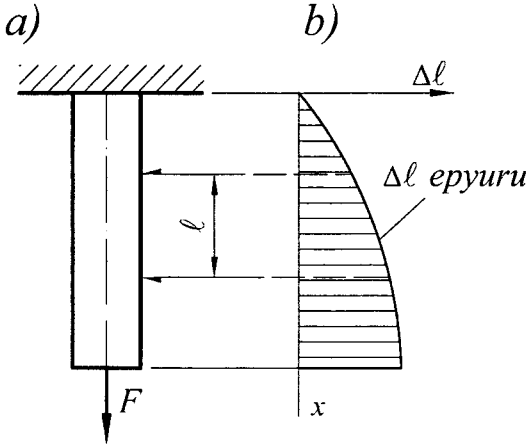
§ 4.2. Tenzometriya üsulu

Hər hansı nöqtədə gərginliklərin tenzometriya üsulu ilə təyin olunması üçün əvvəlcə həmin nöqtədə müvafiq istiqamətlərdə deformasiya ölçülür, sonra isə ümumiləşmiş Huk qanunu vasitəsilə gərginliklər hesablanır. Bu üsulla deformasiyalar cismin səthində ölçülür. Səthin üzərindəki nöqtələrdə, əgər bilavasitə bu nöqtələrdə xarici qüvvələr tətbiq olunmayıbsa,

xətti və yaxud müstəvi gərgin hal mövcud olur. Çünki belə nöqtələrdə səthə perpendikulyar və ona paralel sahəciklərlə ayrılmış elementar paralelepipedin cismin səthi ilə üst-üstə düşən və ona paralel üzlərində gərginliklər olmayacaqdır. Baş gərginliklərdən yalnız ikisi sıfırdan fərqli olacaq və onlar elementin digər (cismin səthinə perpendikulyar) üzlərində təsir edəcəklər. Əgər deformasiyası ölçülən nöqtədə baş istiqamətlər əvvəlcədən məlumdursa, onda bu istiqamətlərdəki deformasiyalar, yəni baş deformasiyalar ölçülür (məsələn, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$). Əksər hallarda baş istiqamətlər əvvəlcədən məlum olmur. Ona görə də hər hansı iki bir-birinə perpendikulyar istiqamətlərdə (məsələn, x və y) deformasiyalar ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$) ölçülür. Bucaq deformasiyasının bilavasitə ölçülməsi çox mürəkkəb olduğundan, ε_x və ε_y xətti deformasiyaları tapılır. Ölçmələri aparmaq üçün **tenzometr** adlanan xüsusi cihazlardan istifadə olunur.



Şək. 4.2.1



Şək. 4.2.2

Tenzometrlər müxtəlif növ – mexaniki, elektrik, optik, hidravlik, pnevmatik və s. olurlar.

Mexaniki tenzometrin iş prinsipi nümunənin üzərində deformasiyadan əvvəl seçilmiş iki nöqtə arasındakı « l » məsafəsinin deformasiya prosesində dəyişməsinə (Δl) ölçməkdən ibarətdir (şək. 4.2.1). « l » məsafəsinə **tenzometrin bazası** deyilir. $\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon$ nisbəti bazanın

öz istiqamətində orta nisbi xətti deformasiyasını müəyyən edir. Deformasiya halı bircinsli, deformasiya isə baza üzrə bərabər paylanmış olduqda (məs., milin öz çəkisi nəzərə alınmamaqla mərkəzi və mərkəzdən xaric dartılma-sıxılması və s.) bu nisbət nisbi xətti deformasiyanın

dəqiq qiymətini verir, ona görə də tenzometrin bazası böyük (50 ÷ 200mm) götürülür. Əks halda, tenzometrin bazası nə qədər kiçik olsa, orta nisbi deformasiya dəqiq qiymətə daha yaxın olacaqdır (bu halda baza $l = 2 \div 20$ mm

qəbul edilir). Məsələn, (şək.4.2.2,a)-da göstərilən milin öz çəkisi nəzərə alınarsa, deformasiya halı bircinsli olsa da (biroxlı), boyuna deformasiyalar milin uzunluğu boyunca (« ℓ » bazası üzrə) qeyri-bərabər paylanmış olur (şək.4.2.2,b).

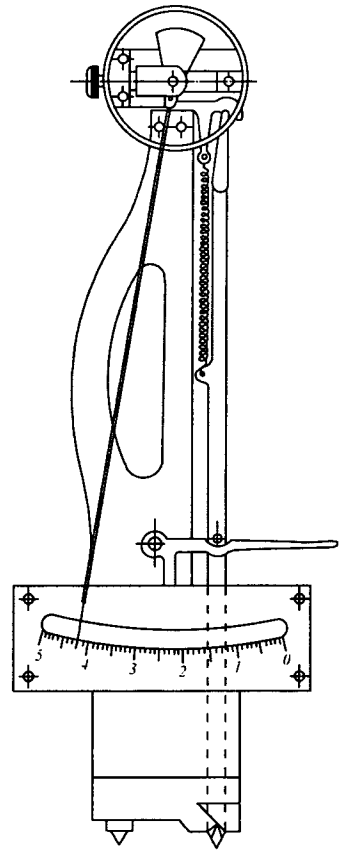
Mexaniki tenzometrər sırasında ən universal hesab edilən oynaq-dayaq tipli Qutenberger tenzometridir (şək.4.2.3), çünki ondan həm materialların, həm də konstruksiyaların sınağı üçün uğurla istifadə olunur və bu tenzometr daha etibarlı nəticələrin alınmasına imkan verir (onun bazası $\ell = 20\text{mm}$, böyütmə əmsalı 1000-ə yaxındır). Bəzi mexaniki tenzometrlərdə (məs. Boyarşinov tenzometrləri) ölçmələr saat tipli indikatorlar vasitəsilə aparılır. Belə indikatorlardan konstruksiya elementlərinin yerdəyişmələrini təyin etmək üçün çox geniş istifadə olunur (şək.4.2.4).

Ən çox yayılmış elektrik tenzometrlərdə məftilli omik müqavimət vericilərindən («datçik»lər-dən və ya tenzorezistorlardan) istifadə olunur. Elektrik verici bir neçə qarmaqvari formada kağız üzərinə yapışdırılmış tenzohəssaslıq əmsalı dağılanadək dəyişməyən nazik (diametri 0,012-0,50mm) tenzometrik mikroməftildən ibarətdir. Onun iki ucları sərbəst buraxılır (şək.4.2.5.a)

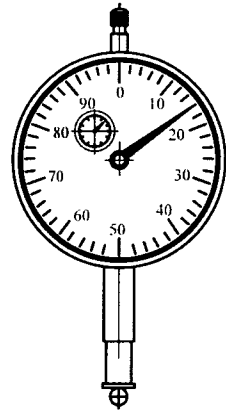
Verici xüsusi yapışqanla deformasiyası ölçülən nöqtədə və istiqamətdə detalın üzərinə yapışdırılır, sərbəst ucları ilə tenzometrde elektrik şəbəkəyə qoşulur.

Deformasiya zamanı vericinin (kağızın məftillə birlikdə) uzunluğu dəyişir. Bu isə məftilin elektrik müqavimətinin dəyişməsinə səbəb olur. Belə ki, uzanmada məftilin müqaviməti artmış, qısaltmada isə azalmış olacaqdır. Vericinin (naqilin) omik müqavimətinin dəyişməsi tenzometrde qeyd olunur. Kiçik deformasiyalar daxilində elektrik müqavimətin nisbi dəyişməsi nisbi xətti deformasiya ilə düz mütənasib olur:

$$\frac{\Delta R}{R} = \beta \frac{\Delta S}{S} = \beta \cdot \varepsilon \quad (4.1)$$

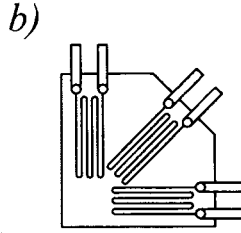
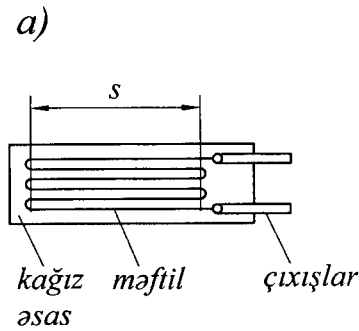


Şək. 4.2.3



Şək. 4.2.4

Burada R – vericinin başlanğıc müqaviməti; ΔR – onun dəyişməsi; S – vericinin bazası, ΔS – onun mütləq deformasiyası, β – vericinin tenzohəssaslıq əmsəlidir. Elektrik vericinin bazası S 10mm və 20mm olur, β əmsalı isə məftilin materialından asılı olaraq $2 \div 3,5$ qiymətlər alır.



Şək. 4.2.5

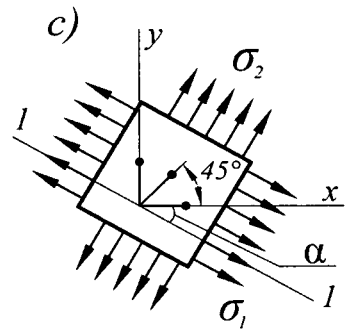
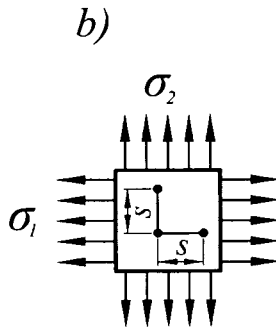
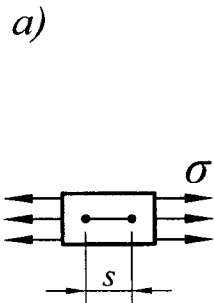
Bəzən bir kağız əsas üzərində bir neçə 45° bucaq altında məftilin yerləşdirildiyi (şək. 4.2.5,b) vericidən də istifadə olunur. Məftilli vericilərlə yanaşı, qalınlığı 0,01 mm olan metal vərəq (folqa) formalı vericilər də tətbiq olunurlar. Belə vericilərin istehsalı nisbətən asan

baş gəlir və onun mexanikləşdirilməsi mümkün olur.

İndi isə gərginliklərin eksperimental təyin olunmasında üç hal nəzərdən keçirək.

1. Tutaq ki, gərginliyi axtarılan nöqtədə dartılma, sıxılma (xətti gərgin hal) mövcuddur (şək.4.2.6, a). Bu halda nöqtədə bazası bu xətti istiqamətə paralel 1 ədəd verici yapışdıraraq, təcrübədən ε –nu tapıb, Huk qanununa əsasən normal gərginliyi hesablayırıq:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$



Şək. 4.2.6

2. Hər iki istiqamətdə baş gərginliklərin təkə istiqaməti məlum olduqda, iki elektrik vericisini bu istiqamətlərdə yerləşdiririk (şək. 4.2.6,b) və tenzometrədən ε_1 və ε_2 –ni tapdıqdan sonra ümumiləşmiş Huk qanunundan (3.57) baş gərginlikləri təyin edirik:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2); \quad \sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1)$$

3. Verilmiş nöqtədə baş gərginliklərin istiqamətləri əvvəlcədən məlum olmadıqda baş gərginliklərin qiymətlərini və onlardan ən böyüyünün ixtiyarı « α » istiqaməti ilə əmələ gətirdiyi α bucağını tapmaq lazım gəlir.

Bunun üçün üç ədəd vericilərdən ikisini həmin nöqtədən keçirilən ixtiyarı iki bir-birinə \perp x, y oxları istiqamətlərdə, üçüncüsünü isə onlarla 45° bucaq əmələ gətirən istiqamət üzrə yerləşdiririk (şək.4.2.6,c). Bu istiqamətlərdə $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{45^\circ}$ deformasiyalarını təcrübəvi tapırıq (ölçürük). Eyni zamanda (3.42)-nin birinci düsturuna əsasən yaza bilərik:

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cos 2\alpha \quad (a)$$

Bu düsturda $\alpha - x$ və σ_1 istiqamətləri arasındakı bucaqdır.

Həmin düsturda α -nın yerinə $\alpha+90^\circ$ və $\alpha+45^\circ$ qəbul edib uyğun olaraq ε_y və ε_{45° nisbi deformasiyalarını təyin edirik:

$$\varepsilon_y = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cos 2\alpha; \quad (b)$$

$$\varepsilon_{45^\circ} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \sin 2\alpha \quad (c)$$

(a) və (b) tənliklərini tərəf-tərəfə toplayıb və çıxsaq alarıq:

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y = \varepsilon_1 + \varepsilon_2; \quad \varepsilon_x - \varepsilon_y = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos 2\alpha.$$

Buradan: $\varepsilon_x + \varepsilon_y = \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \quad \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{\cos 2\alpha} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2.$

Bu ifadələri tərəf-tərəfə toplayıb və çıxsaq alarıq:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2 \cos 2\alpha}; \\ \varepsilon_2 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2 \cos 2\alpha} \end{aligned} \quad (4.2)$$

(c) və (b) tənliklərindən təyin edirik:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \sin 2\alpha &= -\varepsilon_{45^\circ} + \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}; \\ \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cos 2\alpha &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} - \varepsilon_y \end{aligned}$$

Bu tənlikləri tərəf-tərəfə bölsək və nəzərə alsaq ki, $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_x + \varepsilon_y$ yazıla bilər:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y - 2\varepsilon_{45^\circ}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \quad (4.3)$$

$$\cos 2\alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} \text{ düsturundan istifadə etməklə və (4.3) ifadəsini}$$

nəzərə alaraq baş deformasiyaları təyin edirik:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_{45^\circ})^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_{45^\circ})^2} \quad (4.4)$$

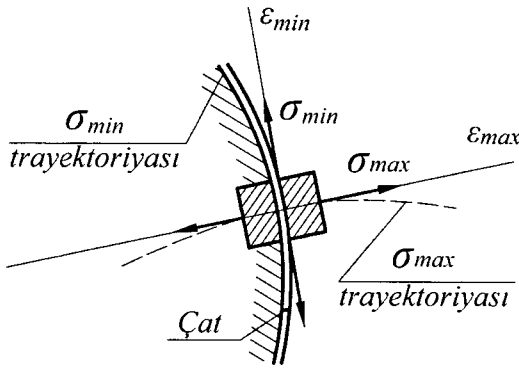
Üç istiqamətdə ölçülmüş nisbi deformasiyaların ε_x , ε_{45° və ε_y qiymətlərindən asılı olaraq, (4.4) və (4.3) düsturlarından baş deformasiyaların qiyməti ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$) və istiqamətini (α -nı) təyin edirik.

§ 4.3. Kövrək lak örtüklər üsulu

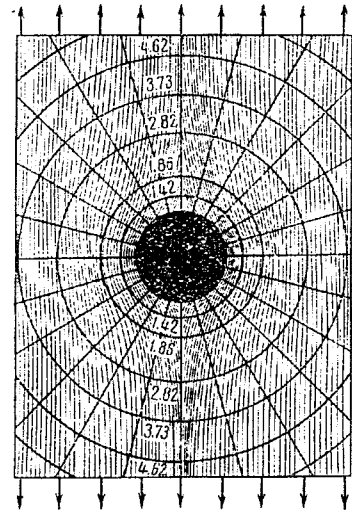
Lak örtüklər üsulu deformasiya və gərginliklərin ümumi paylanma xarakterini, xüsusilə qurğu və maşın hissələrinin səthində ən gərgin sahələri aşkar etmək üçün istifadə olunur.

Bu üsuldan iki variantda – yüklənmə ərəfəsində və yaxud yüklənmiş vəziyyətdə olan səthə kövrək xassəyə malik nazik lak örtüyü çəkilir. Sonra isə birinci variantda statiki yüklənmə aparılır, ikinci variantda isə yüklənmə tədricən götürülür. Hər iki halda lak örtüyündə çatlar əmələ gəlir. Belə ki, daha çox gərgin sahələrdə çatlar daha tez əmələ gəlir və onların sıxlığı çox olur. Gərginlik və deformasiyaları az olan sahələrdə çat xətləri seyrək şəkildə olurlar. Kövrək lak örtüyü detalın və ya onun modelinin səthinə nazik (qalınlığı 0,07÷0,15 mm olan) lay şəklində nazik fırça və yaxud tozlayıcı ilə çəkilir, yaxud detal bütövlükdə lakla doldurulmuş qaba salınıb, sonra çıxarılarq qurudulur (xüsusi temperatur rejimində). Lakin tərkibi kanifol, sellüloid və spirt qarışığından ibarət olur.

Birinci variantda yüklənmə aparıldıqda çat xətləri (trayektoriyası) dərtilmə istiqamətlərinə, yəni ε_{\max} baş nisbi deformasiyalara və ya baş gərginlik σ_1 -ə perpendikulyar yerləşirlər. Beləliklə, yüklənmə zamanı əmələ gələn çatlar σ_2 istiqamətləri ilə üst-üstə düşür, ona görə də sıxıcı gərginliklər trayektoriyası adlanırlar. Bu zaman dartıcı gərginliklər trayektoriyaları sıxıcı gərginliklər trayektoriyası ilə hər nöqtədə bir-birinə ortoqonal (kəsişmə nöqtələrində hər iki trayektoriyaya çəkilmiş toxunanlar bir-birinə perpendikulyar) olurlar (şək.4.3.1).



Şək. 4.3.1



Şək. 4.3.2

İkinci variantda yüklənmiş vəziyyətdə cismin səthinə çəkilmiş lak örtüyü tədricən qurududan sonra yükə azad olunmada sıxılan zonada çatlar əmələ gələcəkdir. Belə ki, çatlar σ_1 -nin trayektoriyası ilə üst-üstə düşəcək, σ_2 -nin trayektoriyası isə çatlar ilə ortoqonal xətlər təşkil edəcəklər. Şək.4.3.2-də mərkəzi oxu üzərində dairəvi dəyişi olan mərkəzi dartılmaya məruz qalan nazik lövhə yükə azad olduqdan sonra onun üzərində əmələ gəlmiş çatlar göstərilmişdir.

Gərginliklərin bu üsulla təyini üçün iki variantdan istifadə olunur.

Birinci, daha etibarlı variantda çatlar mənzərəsi alındıqdan sonra verilmiş nöqtələrdə baş deformasiyalar tenzometrlər vasitəsilə ölçülür və (3.58) düsturları ilə baş gərginliklər təyin edilir.

İkinci variantda tenzometrlərdən deyil, yüksək keyfiyyətli lak örtüyündən istifadə olunur (çatın həddi nisbi uzanması $\varepsilon_\zeta = 3,5 \cdot 10^{-4}$, hansı ki, polad üçün $\sigma = E \cdot \varepsilon_\zeta = 2 \cdot 10^7 \cdot 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ N/sm}^2 = 7 \text{ kN/sm}^2$). Bu variantda yüklənməni tədricən apararaq çatın əmələ gəldiyi nöqtələr (nisbi deformasiyası $\varepsilon_\zeta = a$ -ya bərabər olan) qeyd olunur. Bu nöqtələri bir-biri ilə birləşdirməklə qüvvənin müəyyən bir qiyməti üçün deformasiyası $\varepsilon_{\max} = \varepsilon_\zeta - a$ bərabər xətti alırıq. Yüklənmə davam etdirildikdə F qüvvəsinin başqa qiymətlərinə uyğun yeni xətlər alacağıq. Ən böyük deformasiyanı aşağıdakı düsturla tapa bilərik.

$$\varepsilon_{\max} = \frac{F}{F_\zeta} \varepsilon_\zeta \quad (4.5)$$

Burada F – dartıcı qüvvənin hər hansı qiyməti, F_φ və ε_φ – çatın əmələ gəlmə anına uyğun olan qüvvə və nisbi deformasiyadır. Huk qanununa əsasən ε_{\max} deformasiyası müstəvi gərgin halda σ_1 və σ_2 baş gərginliklərindən asılıdır.

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E}$$

Bəzi hallarda σ_2 -nin təsirini nəzərdən atmaq olar. Onda

$$\sigma_1 = \varepsilon_{\max} \cdot E = \frac{F}{F_\varphi} \varepsilon_\varphi \cdot E \quad (4.6)$$

σ_2 -nin təsirini nəzərə almaq lazım gəldikdə iki sınaq aparılır – yüklənmə və yükəndən azad olunma halları üçün ayrı-ayrılıqda çatlar mənzərəsinin alınması üçün.

Tutaq ki, yüklənmə prosesində hər hansı nöqtədə qüvvənin F qiymətində σ_1 -ə perpendikulyar çat əmələ gəlmişdir. Bu vaxt baş deformasiya

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} = \varepsilon_\varphi \quad (a)$$

olacaqdır.

Tutaq ki, yükəndən azadolma zamanı qüvvənin F_1 qiymətində baxılan nöqtədə σ_2 -yə \perp çat əmələ gəlmişdir.

$$\frac{F_1}{F} = \beta \text{ işarə edib və nəzərə alsaq ki, yükəndən azadolmaya əks-işarəli}$$

yüklənmə kimi baxılmalıdır, onda σ_2 -yə \perp alınmış çata uyğun deformasiya $-\beta\varepsilon_2 = \varepsilon_\varphi$ olacaqdır. Ümumiləşmiş Huk qanununa görə ε_2 -ni nəzərə alsaq, yaza bilərik:

$$-\beta\varepsilon_2 = -\beta \left(\frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_1}{E} \right) = \varepsilon_\varphi \quad (b)$$

(a) və (b)-ni birgə həll edib F qüvvəsinə uyğun hər iki baş gərginliyi təyin edirik:

$$\sigma_1 = \frac{\varepsilon_\varphi \cdot E}{1 - \mu^2} \left(1 - \frac{\mu}{\beta} \right); \quad \sigma_2 = \frac{\varepsilon_\varphi \cdot E}{1 - \mu^2} \left(\mu - \frac{1}{\beta} \right). \quad (4.7)$$

Lak örtükləri üsulundan daha çox gərginliklərin ümumi paylanma mənzərəsini, habelə ən böyük deformasiya və gərginliyin yarandığı nöqtə-

ləri müəyyən etmək üçün həm statiki, həm də dinamik yüklənmədə istifadə olunur. Bu üsulda çatların əmələ gəlməsinə bir çox amillərin təsir etdiyini nəzərə alaraq, gərginliklərin qiymətinin təyin olunma dəqiqliyi nisbətən aşağı olur ($\pm 15\%$).

§ 4.4. Optik qütbləşdirilmə üsulu

Optik qütbləşdirmə üsulu bəzi şəffaf plastik kütlələrdən olan materialların deformasiya zamanı müxtəlif istiqamətlərdə optik cəhətdən anizotrop olmasına və ikili şüasındırma xassəsinə əsaslanır. Belə materiallar (məsələn, xüsusi şüşə, sellüloid, jelatin, bakelit və s.) optik aktiv materiallar adlanır.

Optik üsulla hər hansı maşın hissəsi və ya digər konstruksiya elementinin gərgin halını tədqiq etmək üçün onun optik aktiv materialdan modeli hazırlanaraq polyariskop adlı optik qurğuda qütbləşdirilmiş şüa ilə işıqlandırılır. Təbii işıq şüalarından fərqli olaraq qütbləşdirilmiş şüada rəqslər müəyyən müstəvilər üzrə ayrılır. Əgər rəqslər bir müstəvidə baş verərsə, onda qütbləşdirməyə **yastı qütbləşdirmə** deyilir. Bu müstəvi qütbləşdirmə müstəvisi adlanır. Qütbləşdirilmiş şüa almaq üçün, təbii şüa qütbləşdiricidən (polarizatorndan, məsələn, Nikol prizmasından) buraxılır.

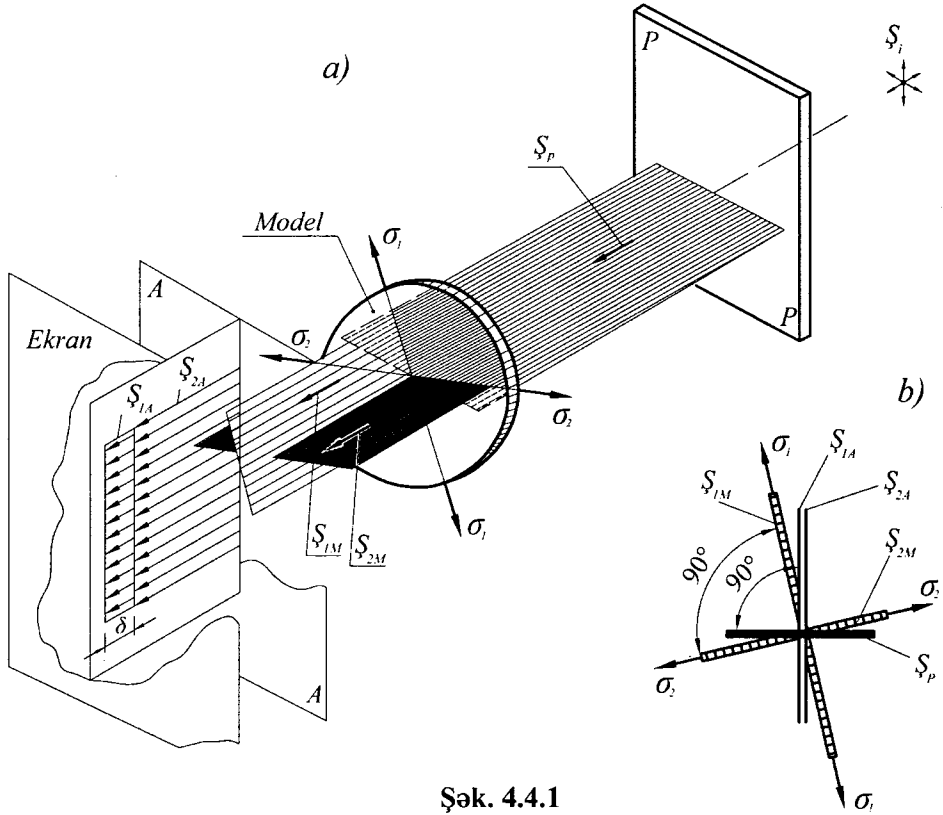
Şək. 4.4.1-də qütbləşdirici polyariskopun sxematik quruluşu göstərilmişdir.

Ən sadə hesab edilən yastı polyariskopun əsas hissələri « S_1 » təbii işıq mənbəyi, polyarizator «P» və «A» analizatorudur. Analizator polyarizatorla eyni olur, lakin polyariskopda polyarizatora nisbətən 90° bucaq qədər döndərilmiş vəziyyətdə yerləşdirilir. Ona görə də onlar arasında model yerləşdirilmədikdə, polyarizatorndan buraxılan şüa S_p analizatorndan keçməyəcək və ekranda qara fon olacaqdır. Polyarizatorndan sonra yastı fotoelastiki model yerləşdirildikdə, polyarizatorndan keçən üfüqi müstəvidə yerləşən S_p işıq dalğası modeldən keçərkən iki bir-birinə \perp müstəvilərdə (bu halda σ_1 və σ_2 təsir edən baş müstəvilərdə) yerləşən iki şüaya – S_{1M} və S_{2M} dalğalarına ayrılacaqdır.

σ_1 və σ_2 gərginliklərinin qiyməti eyni olmadığından model materialının optik xassələri bu müstəvilərdə fərqlənəcək və ona görə də həmin şüaların qalınlığı «b» olan modeldən keçmə sürətləri v_1 , v_2 və müddətləri müxtəlif olacaqdır (şək. 4.4.1, a).

Şüaların keçmə müddətlərinin fərqi:

$$\Delta t = \frac{b}{v_2} - \frac{b}{v_1} = \frac{b(v_1 - v_2)}{v_1 v_2} \quad (4.8)$$



Şək. 4.4.1

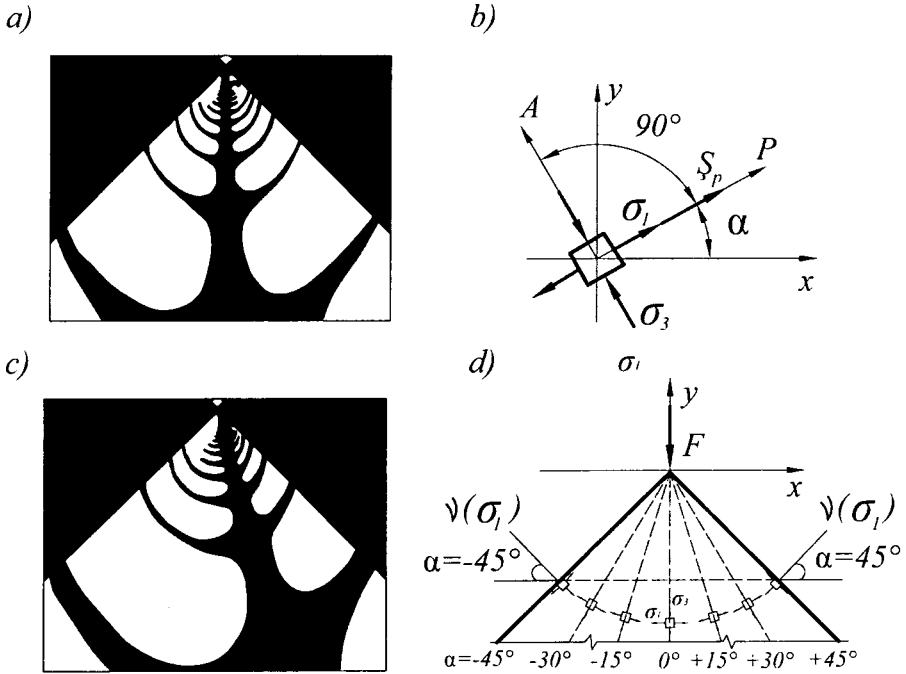
1-ci şüanın rəqsləri modeldən çıxdığı anda 2-ci şüanın rəqslərini δ kəmiyyəti qədər qabaqlayacaqdır (şək.4.4.1). Şüaların optik gediş fərqi adlanan δ aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\delta = \Delta t \cdot V_o \quad (4.9)$$

Burada V_o – işıq şüasının vakuumdakı sürətidir.

«A» analizatoru özünün oxuna \parallel olan S_{1A} və S_{2A} rəqs toplananlarını ötürəcəkdir ki, bunların da interferensiyası nəticəsində analizatordan sonra bir müstəvidə yerləşən interferensiya mənzərəsi alınacaqdır. Bu mənzərə baş sahəciklərin maillik bucağı α və **optik gediş fərqi** δ -dan asılı funksiya kimi iki zolaqlar sistemindən ibarət olur (şək. 4.4.2,a).

Birinci zolaqlar qrupu o halda yaranır ki, baş gərginliklərdən biri polyarizatordan çıxan qütbləşdirilən şüa müstəvisində yerləşsin. Bu halda modeldən keçən S_p şüa dalğası iki dalğaya ayrılmayaraq analizatorun oxuna \perp istiqamətdə hərəkət edəcək və analizatordan keçməyəcəkdir (şək. 4.4.2,b).



Şək. 4.4.2

Baş gərginliklərin maillik bucağı eyni olan nöqtələri birləşdirən qara xətlərə **izoklin** deyilir. σ_1 baş gərginliyinin istiqamətinin ox oxu ilə əmələ gətirdiyi α bucağı **izoklinin parametri** adlanır.

Təpə nöqtəsində topa qüvvə ilə sıxılan pazın* (4.4.2,a,c) şəklində göstərilmiş izoklinləri pazın təpə nöqtəsindən keçən şüalar şəklindədir.

Polyarizator və analizatoru eyni vaxtda sinxron olaraq fırlatdıqda « α » bucağının başqa qiymətləri üçün də zolaqlar mənzərələri alınacaqdır (şək.4.4.2,a,c). Bu şəkildə parametri $\alpha=0^\circ$ və $\alpha=20^\circ$ olan, 4.4.2,d şəklində isə daha çox parametrlər üçün izoklinlər göstərilmişdir.

Bu şəkildən görünür ki:

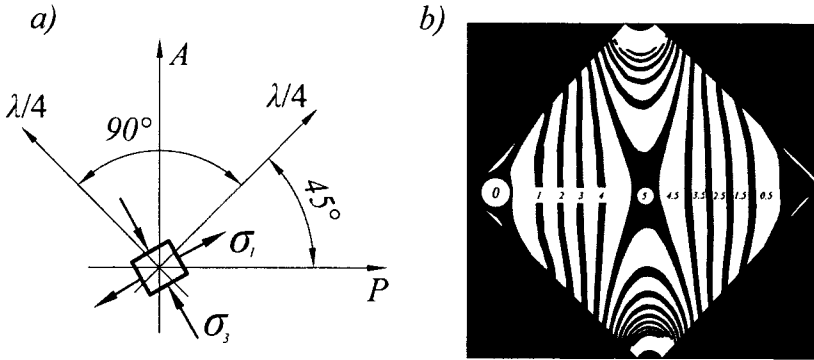
- 1) izoklinin parametri arasıkəsilmədən dəyişilir;
- 2) qüvvənin təsir xətti simmetriya oxu olduqda izoklinlərdən biri ilə üst-üstə düşür;

* Paz – qalınlığı $b=1$ olan nazik lövhədir. Simmetriya oxu istiqamətində təpə nöqtəsində qalınlığı üzrə dəyişməyən F qüvvəsi təsir edir, müstəvi gərgin haldadır. Bu məsələnin dəqiq həlli «Elastiklik nəzəriyyəsi»ndə verilir. Materiallar müqavimətində ən kəsiyi dəyişən sıxılan mil kimi baxıla bilər.

3) bütün parametrlil izoklinlər topa qüvvənin tətbiq nöqtəsindən və $\sigma_1 - \sigma_3 = 0$ (yəni $\delta = 0$) olan xüsusi nöqtələrdən keçirlər;

4) xarici qüvvə təsir etməyən kontura v normalının istiqaməti « α » izoklinin konturdakı parametrini müəyyən edir.

İkinci qrup zolaqlar şüaların optik gediş fərqi « δ » ilə bağlıdır. Bu rəngli **interferensiya zolaqları** şüaların « δ » gediş fərqi eyni olan nöqtələrin həndəsi yeridir və **izoxrom adlanırlar**. Şək.4.4.2 a,c-də izoxromlar dairəvi zolaqlar kimi görünür. Onların rəngi « δ » gediş fərqi ilə müəyyən olunur və istifadə olunan işıq mənbəyinin λ dalğa uzunluğundan asılı olur. Oxları (P - P və A - A) bir-birinə \perp olan yastı polyariskopda izoklinlər izoxromlarla üst-üstə düşərək onları qaraldırlar. Polyarizator və analizator arasında şüaların gediş fərqi $\delta = \lambda/4$ olan lövhə yerləşdirildikdə onlar dairəvi qütbləşdirmə yaradaraq izoklinlərin itməsinə səbəb olurlar – ekranda yalnız izoxromlar qalırlar (şək.4.4.3, a,b).



Şək. 4.4.3

Monoxromatik işıqda alınan izoxromlar **zolaqlar** adlanır, onların nömrəsi isə izoxromun dərəcəsinə (hansı tərtibdən olduğunu) göstərir və « m » ilə işarə olunur. « m » qiymətə « δ » optik gediş fərqində yerləşən dalğa uzunluqları sayına bərabər olur, yəni

$$m = \frac{\delta}{\lambda} \quad (4.10)$$

« δ »-nın qiyməti dalğa uzunluqlarının tam mislinə ($m=1;2;3;\dots$) bərabər olduğu halda, tam tərtibli qara zolaqlar, yarım tam mislinə ($m=0,5; 1,5; 2,5; \dots$) bərabər olduqda isə yarım tam tərtibli ağ zolaqlar yaranacaqdır.

Fotoelastiklik üsulunda optik və mexaniki kəmiyyətlər arasındakı asılılıq aşağıdakı Vertqeym qanunu ilə müəyyən olunur:

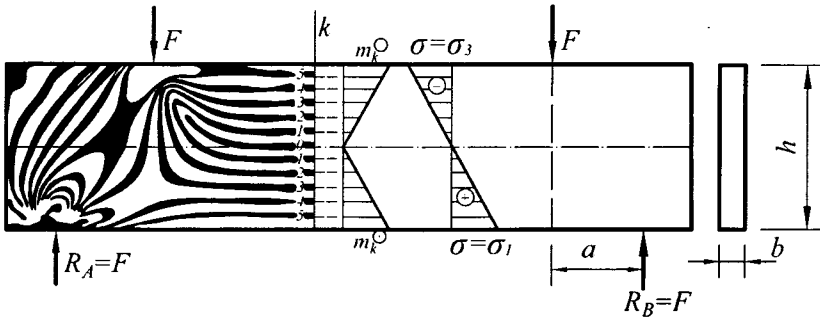
$$\delta = m\lambda = cb(\sigma_1 - \sigma_3) \quad (4.11)$$

Burada c – optik sabit olaraq materialın xassəsindən və istifadə olunan işıq mənbəyinin dalğa uzunluğundan asılıdır.

Baş gərginliklər fərqi izoxromlar şəklindən aşağıdakı düsturla təyin olunur:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = m \frac{\lambda}{cb} = m \sigma_0^{(b)} \quad (4.12)$$

Burada $\sigma_0^{(b)}$ qalınlığı « b » olan lövhənin (modelin) bir zolağının ölçüsüdür. Bu ölçünü təyin etmək üçün modelin materialından hazırlanan nümunələrin qiymətləndirmə sınaqları aparılır (məsələn, xalis əyilməyə məruz qalan tir kimi) (şək.4.4.4). Tirin xalis əyilmə hissəsində izoxromlar onun mərkəzi oxuna paralel zolaq sistemini təşkil edəcəklər. «0» nömrəli zolaq tirin neytral qatı üzrə yerləşərək onu dartılan ($\sigma_3 = 0$, $\sigma_1 = \sigma = m_k^{\oplus} \sigma_0^{(b)}$) zonaya, habelə sıxılan ($\sigma_1 = 0$, $\sigma_3 = -\sigma = -m_k^{\ominus} \sigma_0^{(b)}$) zonaya böləcəkdir.



Şək. 4.4.4

Tir üçün $\sigma = \frac{M}{W} = \frac{6Fa}{bh^2}$ – kənar zolaqlarda qiymətə ən böyük normal gərginlik, m_k^{\oplus} , m_k^{\ominus} isə kənar liflərdəki zolaqların tərtibləridir.

Modelin bir zolağının ölçüsü

$$\sigma_0^{(b)} = \frac{\sigma}{m_k} = \frac{6Fa}{bh^2} \cdot \frac{1}{m_k} \quad (4.13)$$

$$\text{Burada } m_k = \frac{1}{2} (m_k^{\oplus} + m_k^{\ominus}). \quad (4.14)$$

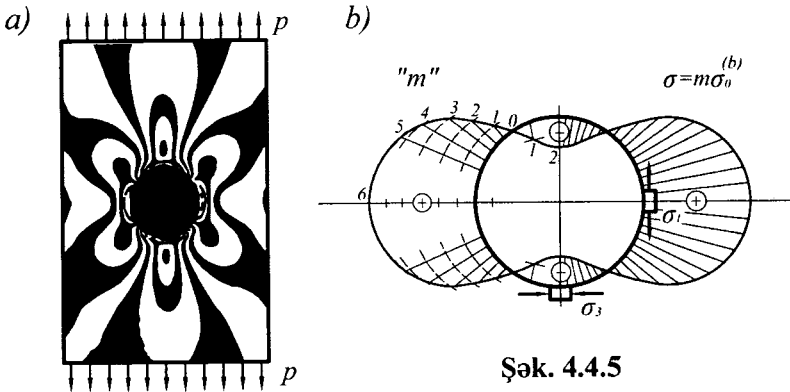
$\sigma_0^{(b)}$ təyin olunduqdan sonra (4.12) düsturundan istifadə edərək model üzərindəki kənar zolaqlarda normal gərginlikləri tapmaq olar, çünki kənar zolaqlarda baş gərginliklərdən biri sifira bərabərdir.

$$\sigma_1^k = 0; \quad \sigma_3^k = m_k \cdot \sigma_0^{(b)}; \quad \sigma_3^k = 0; \quad \sigma_1^k = m_k \cdot \sigma_0^{(b)}.$$

Bu qiymətlərə görə gərginliklər epyuru qurulur. Şək. 4.4.5, a,b-də dartılan lövhənin dairəvi deşiyinin konturu üzrə gərginliklərin izoxromlar şəklinə görə təyin olunması göstərilmişdir. Modelin gərginliklərindən real (həqiqi) detalın gərginliklərinə keçmək üçün oxşarlıq nəzəriyyəsində müəyyən edilmiş aşağıdakı asılılıqdan istifadə edirik:

$$\sigma_H = \frac{K_F}{K_L^2} \cdot \sigma_M \quad (4.15)$$

Burada σ_H – həqiqi detalın gərginliyi, σ_M – modeldə gərginlik, $K_F = F_H/F_M$, $K_L = \frac{L_H}{L_M}$ – qüvvə və həndəsi oxşarlığın əmsalları, F_H , F_M – uyğun olaraq real detalda və modeldə qüvvənin xarakterik qiymətləri, L_H , L_M – uyğun olaraq real detalın və modelin xarakterik ölçüləridir.



Şək. 4.4.5

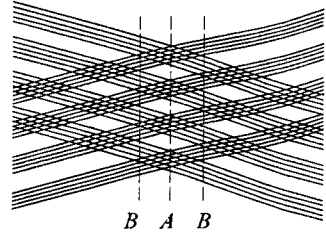
Fotoelastiklik üsulu fəza konstruksiyalarında da gərginliyin təyin olunması üçün istifadə olunur. Bu halda «dondurma» əməliyyatından istifadə edirlər. Bunun üçün detalın fotoelastiki materialdan hazırlanmış modeli yüksək temperaturda yüklənərək hava temperaturunadək soyudulur. Bu zaman yaranan deformasiyalar, eləcə də optik effekt dondurularaq modeldə saxlanılır. Sonradan modeli istənilən müstəvi üzrə kəsərək həmin kəsiyin üzərindəki zolaqlar şəklinə görə yuxarıda göstərilən üsulla gərginlikləri təyin edirlər.

§ 4.5. Muar zolaqları üsulu

Yerdəyişmə və deformasiyaların ölçülməsi üçün səmərəli üsullardan biri də muar effektinə əsaslanan muar üsuludur. Bu effekt **rastr**ların bir-biri ilə üst-üstə salınması zamanı şüa dalğalarının şiddətinin toplanması nəticəsində qara və ağ zolaqların yaranmasından ibarətdir. Birtipli təkrar-

lanan elementlər (xətlər, nöqtələr, fiqurlar və s.) toplusu **rastr** adlanır. Ən geniş yayılmış rastr paralel xətlər toplusundan ibarət **xətti rastrdır**.

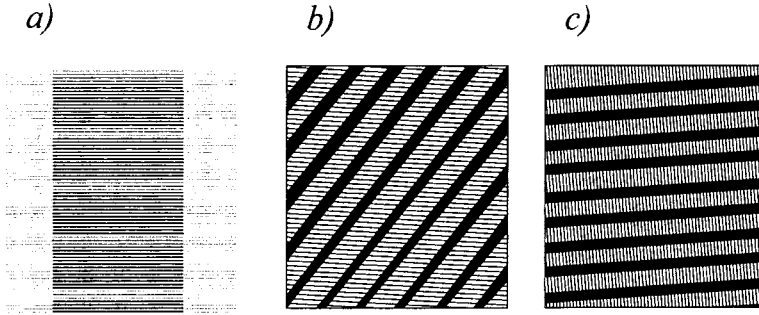
Xətlər arasındakı məsafə (addım) xətti rastrın əsas parametri sayılır və « p » ilə işarə edilir. Bəzən əsas parametr kimi addımın tərs qiyməti, yəni xətlərin tezliyi götürülür. Tezliyin qiyməti $10 \div 100 \text{ xətt/mm}$ arasında dəyişilə bilər. Rastrların toxundurma yolu ilə (mexaniki qaydada) və ya optik üsulla (distant qaydada) üst-üstə salınması nəticəsində yaranan muar zolaqları bərabər yerdəyişmələrin həndəsi xətləridir və öz addımı f ilə xarakterizə edilirlər. Şək. 4.5.1-də göstərildiyi kimi, qara və ağ paralel xətlərdən ibarət iki xətti rastrı bir-biri ilə « α » bucağı altında üst-üstə qoysaq, alınmış mənzərədə açıq və tünd rəngli romblar əmələ gələcəkdir. Bu mənzərəni A xətti üzrə müşahidə etdikdə gözə arasıkəsilməz qara zolaq, B xətti üzrə isə – kəsilməz ağ xətt görünür.



Şək. 4.5.1

Muar mənzərələrinin 3 əsas növləri mövcuddur:

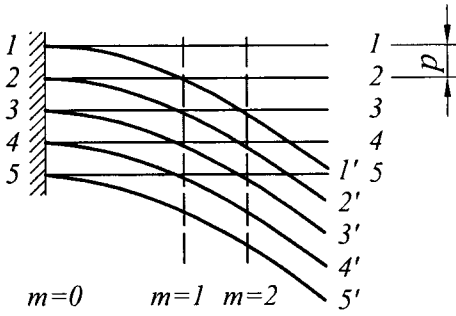
- iki rastrın istiqamətləri eyni, addımları isə müxtəlifdir. Bu hal darılma və ya sıxılmaya uyğundur. Muar zolaqları rastra paralel olurlar (şək. 4.5.2,a);
- bir-biri ilə müəyyən bucaq əmələ gətirən, addımları eyni olan iki xətti rastrların muar zolaqları rastrlar arasındakı kor bucağın tən böləyinə paralel olacaqlar (şək.4.5.2,b);



Şək. 4.5.2

– hər iki rastrların parametrləri (addımı və qarşılıqlı bucaq yerdəyişmələri) arasında fərq olduqda muar zolaqları hər iki rastrın xətlərinə paralel olacaqlar (şək. 4.5.2,c).

Muar zolaqlarından deformasiya nəticəsində yerdəyişmələrin təyin olunması üçün istifadə etmək daha səmərəli olur.



Şək. 4.5.3

məruz qalır. Bu rastrın xətlərinin **etalon rastrın** xətləri ilə kəsişmə nöqtələrinin birləşməsindən şaquli muar zolaqları əmələ gəlir. Etalon rastrın xətlərini k indeksi ilə, deformasiya olunmuş rastrın xətlərini isə k' ilə işarə edək. Onda muar zolağının tərtibi « m » bu indekslərin fərqinə bərabər olacaqdır:

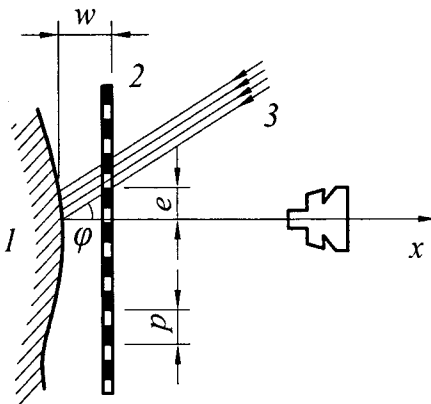
$$m = k - k' \quad (4.16)$$

Baxılan misalda şaquli yerdəyişmələr aşağıdakı şəklə düşür:

$$w = (k - k')p = mp = const \quad (4.17)$$

İşçi (ilkin) rastr şaquli xətlərdən ibarət olduqda muar zolaqları analogi olaraq bərabər üfüqi yerdəyişmələr xəttinə uyğun alınacaq, yəni

$$u = (\ell - \ell')p = mp = const \quad (4.18)$$



Şək. 4.5.4

Tədqiq olunan obyektin səthinə çəkilən işçi rastr onunla birlikdə deformasiyaya uğrayır. Deformasiya olunmuş işçi rastr ilə etalon (deformasiyadan əvvəlki) rastrı üst-üstə saldıqda muar zolaqlarını – **izotefləri** alırıq.

Şək. 4.5.3-də göstərilən konsol tirin yan səthinə oxuna paralel çəkilmiş (addımı « p » olan) xətlərdən ibarət rastr tir ilə birlikdə əyilməyə

Burada ℓ və ℓ' uyğun olaraq etalon və işçi (deformasiya olunmuş) rastrların indeksləridir.

u , w yerdəyişmələrini təcrübədən təyin etdikdən sonra nisbi deformasiyaları, ümumiləşmiş Huk qanunundan isə gərginlikləri tapmaq olar.

Muar zolaqlar üsulu ilə həmçinin tədqiq olunan səthə perpendikulyar istiqamətdə yerdəyişmələri tapmaq mümkündür. Bu halda tədqiq olunan səthin (1) qarşısında etalon rastr (2) yerləşdirilir və ona səthin normalına φ bucağı altında paralel işıq seli (3) yönəldilir. Işıq seli rastrdan keçərək

tədqiq olunan səth üzərində kölgə əmələ gətirir və etalon rastr onunla üst-üstə düşərək səthə perpendikulyar istiqamətdə müşahidə olunan muar zolaqları yaradırlar (şək.4.5.4).

Muar zolaqlarının sayı şək. 4.5.4-dən aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$m = \frac{e}{p} = \frac{w \cdot \operatorname{tg} \varphi}{p} \quad (4.19)$$

Burada e – maili şüanın daxil olma və çıxma nöqtələri arasındakı məsafədir. (4.19)-dan w yerdəyişməsini tapırıq:

$$w = \frac{pm}{\operatorname{tg} \varphi} \quad (4.20)$$

IV fəsildə nəzərdən keçirilən eksperimental üsullardan başqa, qoloqrafik interferometriya, spekl – fotoqrafiya və s. üsullardan da istifadə edərək konstruksiya elementlərinin gərgin – deformasiya halını tədqiq etmək olar.

Özünüyoxlama sualları

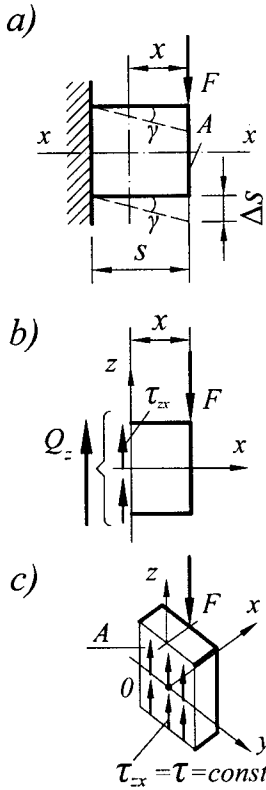
1. Gərgin və deformasiya hallarının təcrübi tədqiqi üçün hansı üsullardan istifadə olunur?
2. Tenzometriya üsulunun hansı növləri mövcuddur və onların mahiyyəti nədən ibarətdir?
3. Milin dartılma və sıxılmasında deformasiya necə təyin olunur?
4. Tirin əyinti və dönmə bucağını təcrübi yolla necə təyin etmək olar?
5. Tranzistorun (omik vericinin) quruluşunu izah edin.
6. Optik üsulun mahiyyəti nədən ibarətdir və hansı hallarda bu üsuldən istifadə etmək daha əlverişlidir?
7. Sınaq üçün cismin modeli hansı materiallardan hazırlanır?
8. Qütbləşdirilmə müstəvisində hansı proses baş verir? O hansı cihaz vasitəsi ilə aparılır?
9. Polyarizator və analizatorun funksiyası nədən ibarətdir?
10. Modelin gərginliklərindən real cismin gərginliklərinə keçmək üçün hansı düsturdan istifadə etmək lazımdır?
11. Kövrək lak örtükləri üsulunun mahiyyəti nədən ibarətdir?
12. Kövrək lak örtükləri üsulu ilə baş gərginliklər necə tapılır?
13. Muar zolaqları üsulundan hansı hallarda istifadə etmək daha səmərəlidir?
14. Muar zolaqları üsulunun mahiyyəti nədən ibarətdir, «işçi rastr» nəyə deyilir?
15. Muar zolaqlarının vasitəsilə səthə perpendikulyar istiqamətdə yerdəyişməni necə təyin edirlər?

FƏSİL V

SÜRÜŞMƏ

- §5.1. Sürüşmədə gərginlik və deformasiya
 - §5.2. Xalis sürüşmə. Gərgin və deformasiya halının tədqiqi
 - §5.3. Deformasiyanın potensial enerjisi
 - §5.4. Sürüşmədə praktiki hesablamalar
 - 1. Kəsilməyə görə hesablama
 - 2. Əzilməyə görə hesablama
 - 3. Pərçim birləşmələrinin hesablanması
 - 4. Qaynaq birləşmələrinin hesablanması
 - §5.5. Misallar
- Əsas düstur və asılılıqlar
Özünüoxlama sualları

§ 5.1. Sürüşmədə gərginlik və deformasiya



Şək. 5.1.1

Milin sadə deformasiyalarından biri də sürüşmə deformasiyasıdır. §1.6-da göstərildiyi kimi, sürüşmə deformasiyasında milin en kəsiklərində daxili qüvvə amillərindən yalnız kəsici və ya eninə qüvvə əmələ gəlir. Buna misal olaraq, tutaq ki, bir ucu sərt bərkidilmiş qısa (uzunluğu çox kiçik olan) milin digər uc eninə kəsiyində eninə F qüvvəsi təsir edir (şək. 5.1.1, a). Milin uzunluğu « S », en kəsiyinin sahəsi isə « A »-dır. Hər hansı en kəsiyi ilə (milin sərbəst ucundan « x » məsafəsində keçən) mili xəyalən iki hissəyə ayıraraq sağ hissəsinin müvazinətinə baxaq (şək.5.1.1,b). Sol hissənin baxılan hissəyə təsiri en kəsiyi müstəvisində yerləşən və F qüvvəsinə paralel istiqamətdə daxili qüvvələr sistemi ilə əvəz olunur.

Həmin daxili qüvvələrin cəmi Q_z kəsici qüvvəsi olacaqdır. Bu qüvvəni təyin etmək üçün müvazinət tənliyini yazaq:

$$\sum z=0 \text{ və ya } Q_z - F=0 \quad (5.1)$$

Buradan $Q_z = F$ olur.

Şək. 5.1.1,b-dən görünür ki, ayrılmış hissə tam müvazinətdə deyildir, çünki xarici F qüvvəsinin kəsiyə nəzərən momenti $M = Fx$ əks istiqamətdəki daxili qüvvə momentləri ilə müvazinətləşməmişdir.

Lakin əslində göstərilən mil bütünlüklə müvazinətdə olduğu üçün onun hər bir hissəsi kimi sağ ayrılmış hissə də müvazinətdə olmalıdır. Deməli, milin en kəsiyində kəsiyə perpendikulyar istiqamətdə də daxili qüvvələr sistemi təsir edir ki, onların da əvəzləyicisi yalnız əyici moment $M_y = M = -Fx$ olacaqdır, çünki normal qüvvə $N = 0$ olur.

Lakin, mil qısa olduğundan (x məsafələri çox kiçik qiymətlər alır) əyici momentin qiyməti əhəmiyyətsiz dərəcədə az olur və ona görə də fərz edilir ki, kəsiyin normal gərginliklərini nəzərdən atmaq olar. Beləliklə, qəbul edirik ki, sürüşmədə milin en kəsiyində təkcə toxunan gərginliklər τ_{zx} yaranır. Eyni zamanda fərz edirik ki, toxunan gərginliklər kəsiyin sahəsi üzrə müntəzəm (bərabər) paylanırlar, yəni $\tau_{zx} = \text{const}$ olur (şək.5.1.1,c). §1.6-dakı düsturlardan istifadə edək:

$$Q_z = \int_A \tau_{zx} \cdot dA = \tau_{zx} \cdot A \quad (a)$$

Buradan sürüşmədə toxunan gərginlik üçün aşağıdakı düstur alınır:

$$\tau_{zx} = \frac{Q_z}{A} \quad (5.2)$$

Yuxarıdakılara əsasən belə nəticə çıxarmaq olar ki, milin sürüşmə deformasiyası bir sadə deformasiya növü kimi müstəqil (ayrıca) yarana bilməz, o, həmişə başqa sadə deformasiyalar ilə (çox vaxt əyilmə ilə) bir vaxtda mövcud olur.

İndi isə milin sürüşmədə deformasiyalarını təyin edək (şək. 5.1.1,a). F qüvvəsi təsirindən uc en kəsiyi ΔS qədər aşağı sürüşür (eninə yerdəyişmə alır). ΔS **mütləq sürüşmə adlanır**.

Eyni zamanda bərkidilmiş kəsiyə nisbətən uc kəsiyinin sürüşməsi nəticəsində boyuna tərəflər « γ_{zx} » bucağı qədər dönürlər, yəni bucaq deformasiyası yaranır (γ_{zx} – **nisbi sürüşmə adlanır**). Katetləri S və ΔS olan düzbucaqlı üçbucaqdan yazıla bilər:

$$\operatorname{tg} \gamma_{zx} = \frac{\Delta S}{S} \quad (5.3)$$

γ_{zx} bucağı çox kiçik olduğundan $\operatorname{tg} \gamma_{zx} \approx \gamma_{zx}$ qəbul etsək (5.3)-dən alarıq:

$$\gamma_{zx} = \frac{\Delta S}{S} \quad (5.4)$$

Bu nisbi bucaq deformasiyası və ya nisbi sürüşmə düsturudur. Deməli, nisbi sürüşmə mütləq sürüşmənin milin əvvəlki uzunluğuna nisbətində bərabərdir.

Təcrübəvi sınaqlardan müəyyən edilmişdir ki, **elastiki deformasiyalar daxilində mütləq sürüşmə ΔS eninə qüvvə (Q_z) və milin uzunluğu (S) ilə düz, onun en kəsiyinin sahəsi (A) ilə tərs mütənasibdir, yəni:**

$$\Delta S = \frac{Q_z \cdot S}{G \cdot A} \quad (5.5)$$

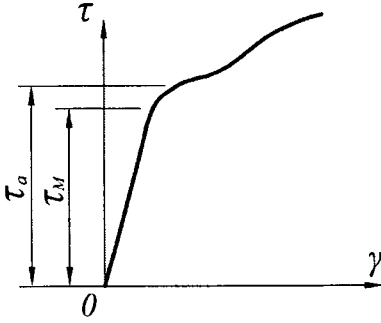
Burada $\frac{1}{G}$ mütənasiblik əmsalı, G isə sürüşmədə elastiklik modulu

və ya ikinci dərəcəli elastiklik moduludur. **GA hasilinə sürüşmədə sərtlik deyilir.** Çünki onun qiyməti artdıqca ΔS azalır, yəni mil daha sərt olur. **(5.5) asılılığı sürüşmədə elastiklik qanunu – Huk qanununun ifadəsidir.** (5.5) düsturunu bu şəkllə salıb

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{1}{G} \cdot \frac{Q}{A}$$

və (5.2) və (5.4) asılılıqlarından istifadə etsək **Huk qanununun başqa ifadəsini alarıq:**

$$\tau_{zx} = G\gamma_{zx} \quad (5.6)$$

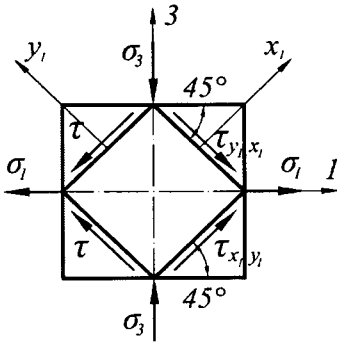


Şək. 5.1.2

koordinatlarında yumşaq polad materialı üçün qurulmuş sürüşmə diaqramı şəkl.5.1.2.-də göstərilmişdir.

Həmin şəkildə τ_M – sürüşmədə mütənasıblıq həddi, τ_a – axıcılıq həddidir.

§ 5.2. Xalis sürüşmə. Gərgin və deformasiya halının tədqiqi



Şək. 5.2.1

§ 5.1-də müəyyən olunmuşdur ki, milin eninə qüvvələr təsirindən en kəsiklərində təkəcə kəsici qüvvənin (toxunan gərginliklərin) yaranması şərti olaraq qəbul olunur, çünki bu halda milin en kəsiyində toxunan gərginliklərlə yanaşı, qiyməti çox az da olsa normal gərginliklər də yaranacaqdır. Lakin bu gərginliklər nəzərə alınmırdı və təqribi olaraq fərz edilirdi ki, mil sadəcə deformasiyaya – sürüşməyə məruz qalır.

Hər hansı nöqtə ətrafında gərgin halın tədqiqi göstərir ki, **xalis sürüşmə elə bir müstəvi gərgin haldır ki, orada baş gərginliklər qiymətcə bərabər, işarəcə əksdirlər.** Bu halda baş kəsiklərlə 45° bucaq əmələ gətirən kəsiklərdə təkəcə toxunan gərginliklər yaranır. Belə kəsiklər **xalis sürüşmə kəsikləri** adlanır (şək.5.2.1).

Əgər §3.3-də (3.18) düsturlarında $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = \sigma_3 = -\sigma$ və $\alpha = 45^\circ$ yazsaq alarıq:

$$\sigma_{x_1}|_{\alpha=45^\circ} = 0; \quad \tau_{y_1x_1}|_{\alpha=45^\circ} = \sigma = \tau$$

Ümumiləşmiş Huk qanununa görə xalis sürüşmədə baş nisbi deforma-siyaları təyin edək: (bundan sonra $\tau_{y_1x_1} = \tau$, yəni indekslərsiz göstəriləcəkdir).

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E_1}(\sigma_1 - \mu\sigma_3) = \frac{\sigma}{E}(1 + \mu) = \frac{\tau}{E}(1 + \mu); \quad (5.7)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E_1}(\sigma_3 - \mu\sigma_1) = -\frac{\sigma}{E}(1 + \mu) = -\frac{\tau}{E}(1 + \mu)$$

(5.7) düsturlarını tərəf-tərəfə çıxaraq:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_3 = \frac{2(1 + \mu)}{E}\tau \quad (5.8)$$

(3.42) düsturlarından $\alpha = 45^\circ$ olduqda xalis sürüşmə kəşiklərində nisbi sürüşməni alırıq:

$$\gamma = \varepsilon_1 - \varepsilon_3, \quad (5.9)$$

və yaxud (5.9) ifadəsini (5.8)-də yerinə yazıb alırıq:

$$\gamma = \frac{2(1 + \mu)}{E}\tau \quad (5.10)$$

Buradan xalis sürüşmədə Huk qanununun ifadəsi alınır:

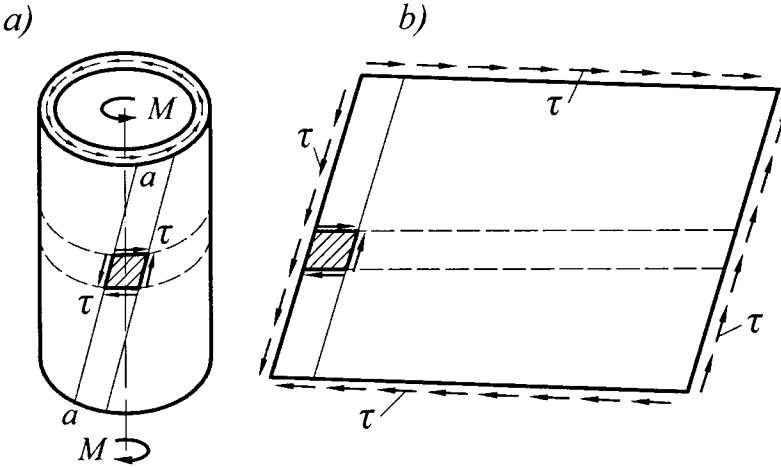
$$\tau = \frac{E}{2(1 + \mu)}\gamma \quad \text{və ya} \quad \tau = G \cdot \gamma \quad (5.11)$$

Burada $G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$ (5.12)

sürüşmədə elastiklik modulu (sürüşmə modulu) və ya II dərəcəli elastiklik modulunun düsturudur. Bu düsturda materialın sürüşmə modulu, dartılma və sıxılmada elastiklik modulu E və Puasson əmsalı arasında asılılıq ifadə olunmuşdur.

Beləliklə, xalis sürüşmə yeganə müstəvi gərgin haldır ki, burada qiymətcə ən böyük normal (baş) və ən böyük toxunan gərginliklər bir-birinə bərabər olur ($\sigma_1 = -\sigma_3 = \tau_{\max} = \tau$).

Xalis sürüşmə gərgin halını yaratmaq praktiki cəhətdən çox çətindir, çünki hər zaman başqa deformasiyaların, məsələn, əyilmənin də baş verməsi meydana çıxır. Lakin xalis sürüşmənin yaranmasına dair xarakterik bir misal göstərmək olar. Nazikdivarlı borunun uc kəsiklərində tətbiq olunmuş momentlərlə sərbəst burulması zamanı borunun bütün nöqtələri ətrafında boyuna və eninə kəsiklərlə ayrılmış düzbucaqlı elementlərdə xalis sürüşmə baş verəcəkdir (şək. 5.2.2,a).



Şək. 5.2.2

Əgər borunu «a-a» xətti üzrə kəsib açsaq (şək.5.2.2,b) görərik ki, boru konturu üzrə toxunan gərginliklər təsir edən bir lövhə kimi xalis sürüşməyə məruz qalır.

Göstərilən misaldan istifadə etməklə materialların sürüşmədə işini təcrübəvi öyrənmək üçün nazikdivarlı dairəvi borular üzərində burulmaya sınaqlar aparırlar.

§ 5.3. Deformasiyanın potensial enerjisi

Xalis sürüşməyə məruz qalmış elementar paralelepipedin (şək.5.3.1) daxilində elastiki deformasiyalar həddində toplanmış enerji «U» qiymətə elementin üzrlərində təsir edən daxili toxunan qüvvələrinin gördüyü işə (A) bərabər olur (enerji itkisinin olmadığını fərz etsək), yəni

$$U=A \quad (5.13)$$

Tutaq ki, bu element aşağı üzü üzrə bərkidilmişdir və ona paralel digər üzdə daxili qüvvələrin cəmi olan statiki T qüvvəsi təsir edir. Bu qüvvə ilə həmin kəsiyin (yuxarı üçün) mütləq sürüşməsi arasında asılılıq elastiki deformasiyalar daxilində düzxətli olacaqdır (şək.5.3.1,b).

Bu zaman T qüvvəsinin gördüyü iş diaqramının ştrixlənmiş sahəsinə bərabər olur, yəni

$$A = \frac{1}{2} T \cdot \Delta S \quad (5.14)$$

Burada $T = \tau \cdot S\delta$ və $\Delta S = \gamma \cdot S$ ifadələrini nəzərə alsaq, tapa bilirik:

$$A = U = \frac{1}{2} \tau \gamma S^2 \cdot \delta = \frac{1}{2} \tau \gamma \cdot V \quad (5.15)$$

Burada V – elementin həcmidir. (5.15)-in hər iki tərəfini V -yə bölsək, sürüşmədə xüsusi potensial enerji düsturunu alarıq:

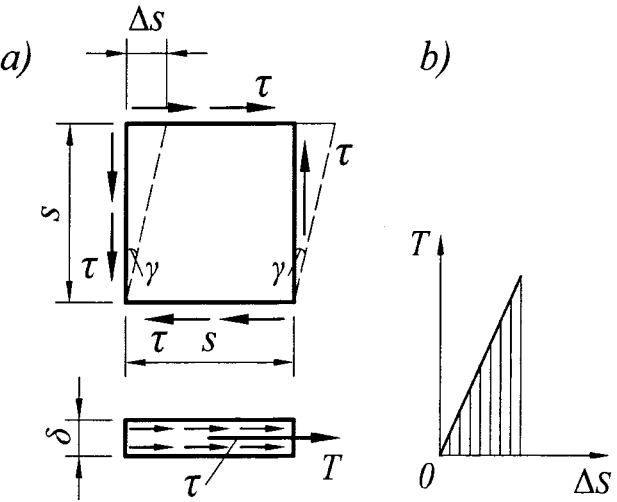
$$\bar{U} = \frac{U}{V} = \frac{1}{2} \tau \gamma$$

və yaxud

$$\bar{U} = \frac{1}{2} \tau \gamma \quad (5.16)$$

Burada Huk qanununa əsasən $\gamma = \frac{\tau}{G}$

yazsaq, alarıq:



Şəkil 5.3.1

$$\bar{U} = \frac{\tau^2}{2G} \quad (5.17)$$

Sonuncu düstur dartılma və sıxılmadakı xüsusi potensial enerji düsturuna oxşardır.

§ 5.4. Sürüşmədə praktiki hesablamalar

1. Kəsilməyə görə hesablamalar

Sürüşmə deformasiyası zamanı sürüşmə kəsiyi üzrə kəsilmənin baş verməməsi üçün kəsilməyə görə hesablamalar aparmaq lazımdır. Kəsilməyə görə hesablamalar aşağıdakı möhkəmlilik şərtinə əsasən aparılır:

$$\tau_{\max} = \frac{Q}{A_k} \leq [\tau_k] \quad (5.18)$$

Burada Q – kəsici qüvvə, A_k – ən böyük toxunan gərginliklərin yarandığı kəsiyin, yəni kəsilməyə görə ən təhlükəli kəsiyin sahəsi, $[\tau_k]$ – kəsilməyə görə buraxılabilən gərginlikdir. $[\tau_k]$ -nin qiyməti eksperimentlər nəticəsində müəyyən olunmalıdır. Lakin sürüşməyə görə təcrübələrin aparılması çox çətinliklə başa gəldiyini nəzərə alaraq, onu nəzəri olaraq bilavasitə möhkəmlik nəzəriyyələrindən müəyyən edirik. Yuxarıda (bu fəsildə) qeyd olunduğu kimi sürüşmə (xalis sürüşmə) müstəvi gərgin hal (mürəkkəb gərgin hal) olduğu üçün möhkəmliyə görə hesablamalar əslində möhkəmlik nəzəriyyələrinə görə aparılmalıdır. Həmin nəzəriyyələrə görə möhkəmlik şərtlərində (§3.9) $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_3 = -\tau$ qəbul edib, buraxılabilən toxunan gərginlikləri, buraxılabilən normal gərginliklər ilə ifadə edirik.

I möhkəmlik nəzəriyyəsinə görə möhkəmlik şərti

$$\sigma_1 = \tau \leq [\sigma], \text{ buradan isə}$$

$$[\tau_k] = [\sigma] \quad (5.19)$$

Deməli, I möhkəmlik nəzəriyyəsinə görə buraxılabilən toxunan gərginlik dartılma (sıxılmada) buraxılabilən normal gərginliyə bərabər olur.

İkinci möhkəmlik nəzəriyyəsindən alırıq:

$$\sigma_1 - \mu\sigma_3 = \tau(1 + \mu) \leq [\sigma], \text{ yaxud } [\tau_k] = \frac{[\sigma]}{1 + \mu} \quad (5.20)$$

Polad materialı üçün $\mu = 0,3$ qəbul etsək

$$[\tau_k] \approx 0,77[\sigma] \quad (5.21)$$

Eynilə üçüncü möhkəmlik nəzəriyyəsindən alırıq:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2\tau \leq [\sigma], \text{ yaxud}$$

$$[\tau_k] \approx 0,5[\sigma] \quad (5.22)$$

Energetik nəzəriyyəyə görə möhkəmlik şərtindən

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_1 + \sigma_1\sigma_3)} = \sqrt{3}\tau \leq [\sigma]$$

Buradan

$$[\tau_k] = \frac{1}{\sqrt{3}}[\sigma] \approx 0,57[\sigma] \quad (5.23)$$

Nəhayət, Mor nəzəriyyəsinə əsasən

$$\sigma_1 - m\sigma_3 = (1 + m)\tau \leq [\sigma]$$

Buradan

$$[\tau_k] = \frac{[\sigma]}{1 + m} \quad (5.24)$$

Praktiki hesablamalarda kövrək materiallar üçün:

$$[\tau_k] = (0,7 \div 1,0)[\sigma] \quad (5.25)$$

Plastiki materiallar üçün isə

$$[\tau_k] = (0,5 \div 0,6)[\sigma] \quad (5.25')$$

İzotrop materiallardan fərqli olaraq, lifli (anizotrop) materiallar (məsələn, ağac və müasir kompozit materiallar) liflər arası üzrə sürüşməyə məruz qalırlar. Belə materiallar üçün buraxıla bilən toxunan gərginliklər təcrübəvi təyin olunur.

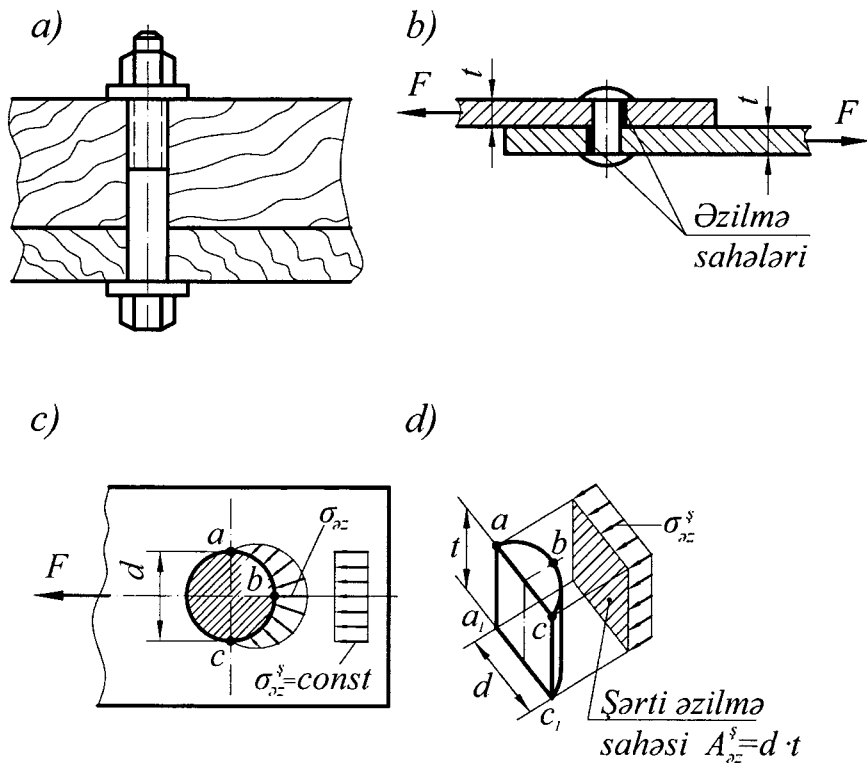
2. Əzilməyə görə hesablama

Sürüşmə deformasiyası baş verən konstruksiya elementləri digər elementlərlə kontaktda olduğundan bəzən onlar kiçik səthlər üzrə toxunurlar, daha doğrusu, bir-birinə əzici təzyiqli göstərilir. Bu zaman toxunma sahəsi üzrə ona perpendikulyar istiqamətdəki qüvvələrdən əzilmə baş verir.

Buna misal olaraq, müxtəlif bolt və pərçim birləşmələrini göstərmək olar (şək.5.4.1).

İki taxtadan olan brusları bir-biri ilə bolt ilə birləşməsində, bolt bağlanarkən boltaltı şaybaların brusların səthlərinə (müəyyən həlqəvari sahə üzrə) təzyiqli yaranır və burada əzilmə baş verir (şək.5.4.1,a).

Pərçim birləşməsində isə (şək.5.4.1,b) təbəqəni birləşdirən pərçimlərin yan yarım silindrik səthləri üzrə (şək.5.4.1,c,d) əzilmə baş verir (həm pərçimin, həm də təbəqələrin oyuqlarının yarım silindrik səthləri üzrə). Lakin bu yarım silindrik səthlər üzrə əzilmə gərginlikləri qeyri-bərabər paylandığı üçün, şərti olaraq əzilmə sahəsi şək.5.4.1,c-də ştrixlənmiş acc_1 sahəsinə bərabər, yəni $A_{sz}^s = t \cdot d$ qəbul edilir və bu sahə üzrə əzilmə gərginliklərinin müntəzəm paylanması fərziyyəsinə əsasən istifadə olunur.



Şək. 5.4.1

Bunu nəzərə alaraq bir ədəd pərçim üçün əzilməyə görə hesablamaları apararkən aşağıdakı əzilməyə görə möhkəmlik şərtindən istifadə edirlər:

$$\frac{F}{A_{\partial z}} \leq [\sigma_{\partial z}] \quad \text{və ya} \quad \frac{F}{td} \leq [\sigma_{\partial z}] \quad (5.26)$$

Burada F – əzilmə səthinə təsir edən qüvvə, $A_{\partial z}^s$ – pərçim birləşməsində əzilməyə görə təhlükəli kəsiyin sahəsi və ya minimum və ya şərti əzilmə sahəsi, $[\sigma_{\partial z}]$ – əzilməyə görə buraxılabilən gərginlikdir.

Əzilmə sahəsi üzrə təzyiqin paylanması bərabər olduqda və yaxud şərti olaraq bərabər qəbul edildiyi halda polad materiallar üçün əzilməyə görə buraxılabilən gərginlik aşağıdakı kimi qəbul olunur:

$$[\sigma_{\partial z}] = (2 \div 2,5)[\sigma] \quad (5.27)$$

Ağac materiallar üçün isə qüvvənin liflərə nəzərən təsir istiqamətindən asılı olaraq qəbul olunur:

$$[\sigma_{\partial z}] = (0,25 \div 0,8)[\sigma] \quad (5.28)$$

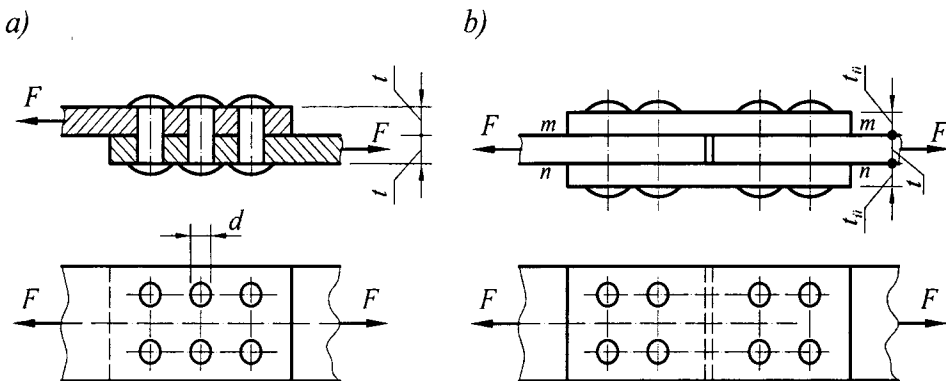
3. Pərçim birləşmələrinin hesablanması

Tutaq ki, iki nazik təbəqə uc hissələri ilə üst-üstə qoyularaq bir neçə pərçimlər vasitəsilə birləşdiriliblər (şək. 5.4.2,a). **Bu birləşmə üst-üstə birləşmə adlanır.** Bu halda bütün pərçimlər $m-m$ müstəvisi üzrə kəsilməyə məruz qalacaqlar. Belə pərçim birləşmələrinə **bir kəsimli birləşmələr** deyilir. Əgər qalınlığı « t » olan iki təbəqə uc-uca tutularaq, qalınlığı « t_u » olan iki üstlüklərlə pərçimlər vasitəsilə birləşdirilsə, birləşmədə hər bir pərçim iki kəsik üzrə kəsilməyə məruz qalacaqdır ($m-m$ və $n-n$ kəsikləri üzrə). Belə pərçim birləşmələrinə uc-uca iki kəsimli pərçim birləşmələri deyilir (şək.5.4.2,b).

Nəzəri araşdırmalar və təcrübələr göstərir ki, qüvvənin təsiri istiqamətində qüvvə pərçimlər arasında qeyri-bərabər paylanır. Belə ki, kənar pərçimlərə düşən qüvvə ortadakı pərçimlərə düşən qüvvəyə nisbətən 2,5 dəfə çox olur.

Lakin təcrübələr nəticəsində müəyyən olunmuşdur ki, statiki qüvvələr təsiri zamanı qüvvənin qiyməti artdıqca pərçimlərə düşən qüvvələr tədricən bir-birinə yaxınlaşaraq, onlar eyni vaxtda dağılmaya (kəsilməyə) uğrayırlar.

Dinamiki qüvvələr təsir etdikdə pərçimlərə düşən qüvvələrin qeyri-bərabər olması nəzərə alınmalıdır. Bunun üçün pərçim birləşməsi bir statik həll olunmayan sistem kimi qəbul və həll olunur.



Şək. 5.4.2

Beləliklə, statiki qüvvə təsirindən hər bir pərçimə eyni qüvvə düşdüyünü fərz etsək, alarıq:

$$Q = \frac{F}{n} \quad (5.29)$$

Burada n – pərçimlərin sayı, F – pərçim birləşməsinə təsir edən qüvvə, Q – bir pərçimin en kəsiyində kəsici qüvvədir.

(5.29)-dan Q ifadəsini **bir kəsikli pərçimin** kəsilməyə görə möhkəmlik şərtində yerinə yazaq:

$$\frac{F}{n_k A_k} \leq [\tau_k] \quad (5.30)$$

Burada A_k – bir pərçimin en kəsiyi sahəsidir.

$A_k = \frac{\pi d^2}{4}$ ifadəsini (5.30)-da yerinə yazıb alırıq:

$$\frac{F}{n_k \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau_k] \quad (5.31)$$

Bu kəsilmə şərtindən pərçimlərin sayını təyin edirik:

$$n_k = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4} [\tau_k]} \quad (5.32)$$

Burada d – pərçimin diametridir.

Əgər bir **pərçimin kəsilmələrinin sayını** « k » ilə işarə etsək onda (5.32) şərti aşağıdakı şəkllə düşər:

$$\frac{F}{n_k \cdot k \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau_k] \quad (5.33)$$

Pərçim birləşmələrini eyni zamanda əzilməyə görə də hesablamaq lazım gəlir.

(5.26)-da $A_{\partial z} = t \cdot d \cdot n_{\partial z}$ yerinə yazıb bir neçə pərçim üçün **əzilməyə görə möhkəmlik şərtini** alırıq:

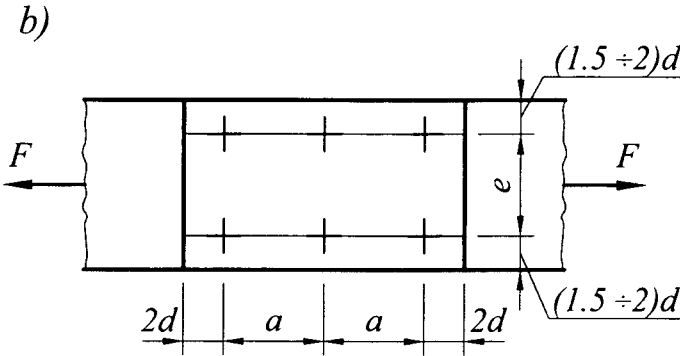
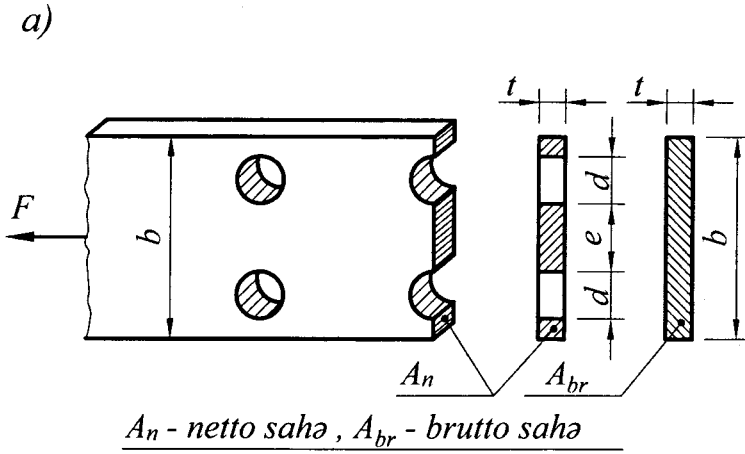
$$\frac{F}{t d n_{\partial z}} \leq [\sigma_{\partial z}] \quad (5.34)$$

Burada $n_{\partial z}$ – əzilməyə məruz qalan pərçimlərin sayıdır.

(5.33) və (5.34) şərtlərindən istifadə edərək **pərçim birləşmələrini kəsilmə və əzilməyə hesablayırlar**. Bu zaman, əksər hallarda hər iki hesablamalardan pərçimlərin sayı aşağıdakı kimi təyin olunur.

$$n_k = \frac{F}{k \frac{\pi d^2}{4} [\tau]} ; \quad n_{\partial} = \frac{F}{t d [\sigma_{\partial z}]} \quad (5.35)$$

Bu ifadələrdən alınmış ən böyük qiymət pərçimlərin yekun sayı kimi qəbul olunur.



Şək. 5.4.3

Pərçim birləşmələrində pərçimlərin yerləşdirilməsi üçün açılmış deşiklər birləşdirilən lövhələrin en kəsiyini zəiflədirlər (şək. 5.4.3, a). Ona görə də lövhələrin özünün möhkəmliyinin yoxlanması üçün təhlükəli en kəsiyi (deşiklərin mərkəzindən keçən) üçün aşağıdakı möhkəmlik şərtindən istifadə edirik:

$$\frac{F}{t(b - md)} \leq [\sigma] \quad (5.36)$$

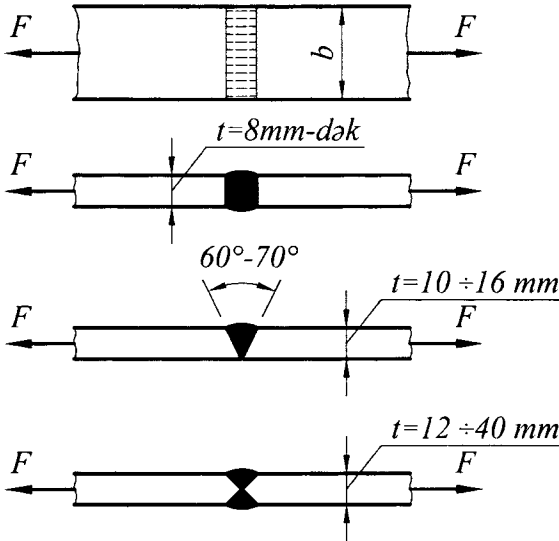
Burada m – təhlükəli en kəsiyinə düşən pərçimlərin sayıdır. Bu şərtədən lövhənin lazımi eni « b » tapılır.

$$b = \frac{F}{[\sigma] \cdot t} + md \quad (5.36')$$

(5.36)-nın sol tərəfi bu en kəsiyinin normal gərginliyidir və onun qiyməti bütün nöqtələrdə eyni olması qəbul edilir. Əslində isə bu kəsik üzrə

normal gərginliklər qeyri-bərabər paylanırlar. Belə ki,deşiklərin kənarına yaxın nöqtələrdə normal gərginliklərin qiyməti kəskin surətdə artmış olur (gərginlər konsentrasiyasının yaranması baş verir). Yerli gərginliklər adlanan bu gərginliklər dəyişən qüvvələrlə yüklənmədə xüsusilə təhlükəlidir. Ona görə də pərçimlərin təbəqə üzərində yerləşdirilməsi, ilk növbədə lövhənin möhkəmliyinin təmin olunması məqsədilə müəyyən qaydada aparılır. Belə ki, pərçimdeşiklərinin mərkəzi nöqtələri arasındakı məsafələr $(3÷7)d$, lövhənin kənarı ilə pərçimin mərkəzi arasındakı məsafə $(1,5÷2)d$ -dən az olmamalı, boyuna pərçim sıraları arasında məsafə $e = 7d$ -yə qədər, eninə sıraları arasında isə $a=(3÷4)d$ qəbul edilir (şək. 5.4.3, b)

4. Qaynaq birləşmələrinin hesablanması



Şək. 5.4.4

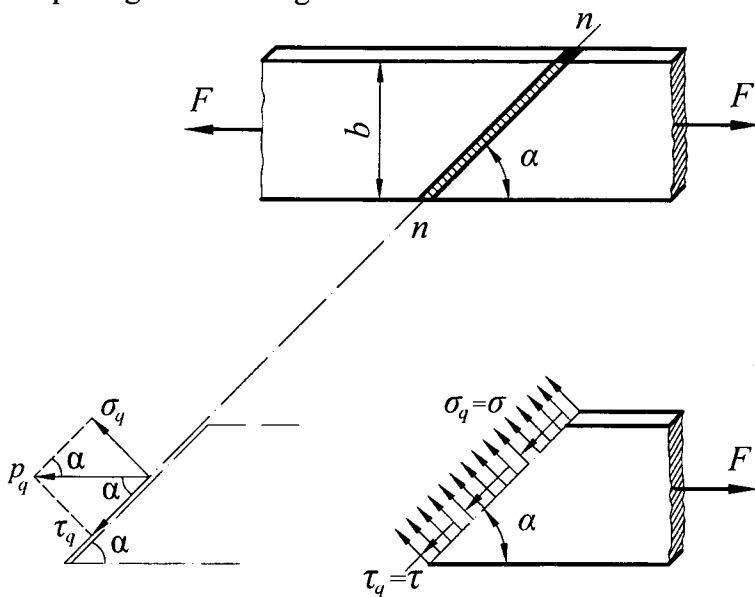
siyi müxtəlif formada – düzbucaqlı, «V» şəkilli, «X» şəkilli olur (şək. 5.4.4). Belə qaynaq birləşmələri dartılmaya və sıxılmaya hesablanırlar. Bu hal üçün möhkəmlik şərti aşağıdakı şəkildə yazılır:

$$\sigma_q = \frac{F}{\ell \cdot t} \leq [\sigma_q] \quad (a)$$

Burada σ_q – qaynaq tikişinin boyuna (təbəqənin isə eninə) kəsiyinin sahəsi, ℓ – tikişin hesabı uzunluğu ($\ell = b - 10 \text{ mm}$ götürülür, çünki qaynaq

Pərçim birləşmələrinə və digər növ birləşmələrdən fərqli olaraq qaynaq birləşmələri daha sərfəli, az zəhmət tələb edən birləşmələr olduğundan son zamanlar metal konstruksiyalarında geniş yayılmışdır. Qaynaq birləşmələrinin ən sadə və elverişli növü **uc-uca birləşmədir**. Bu növ birləşməni hasil etmək üçün iki eyni qalınlıqlı təbəqələr azacıq ara saxlamaqla uc-uca qoyularaq uc səthləri üzrə qaynaq edilir. Qaynaq edilən təbəqələrin qalınlığından asılı olaraq qaynaq tikişinin en kə-

tikişinin əvvəli və sonunun hərəsinin uzunluğu 5 mm olmaqla möhkəmliyi digər hissədəkinə nisbətən xeyli az olur), t – təbəqələrin qalınlığı, $[\sigma_q]$ – qaynaq tikişinin buraxılabilən gərginliyidir. Qaynaq tikişinin hündürlüyü təbəqənin qalınlığına bərabər görülür.



Şək. 5.4.5

Qaynaq tikişinin buraxılabilən gərginliyinin əsas metalın buraxılabilən gərginliyindən az olduğuna görə onun möhkəmliyi də təbəqənin möhkəmliyindən az olacaqdır. Qaynaq birləşməsinin həm qaynaq tikişi həm də əsas metal üzrə möhkəmliyinin eyni olmasını təmin etmək məqsədilə çəp qaynaq tikişindən istifadə etməklə qaynaq tikişinin uzunluğunu artırır-lar (şək. 5.4.5). Belə qaynaq tikişinin möhkəmliyinin həm normal, həm də toxunan gərginliklərə görə hesablanması aşağıdakı möhkəmlik şərtlərinə əsasən aparılır:

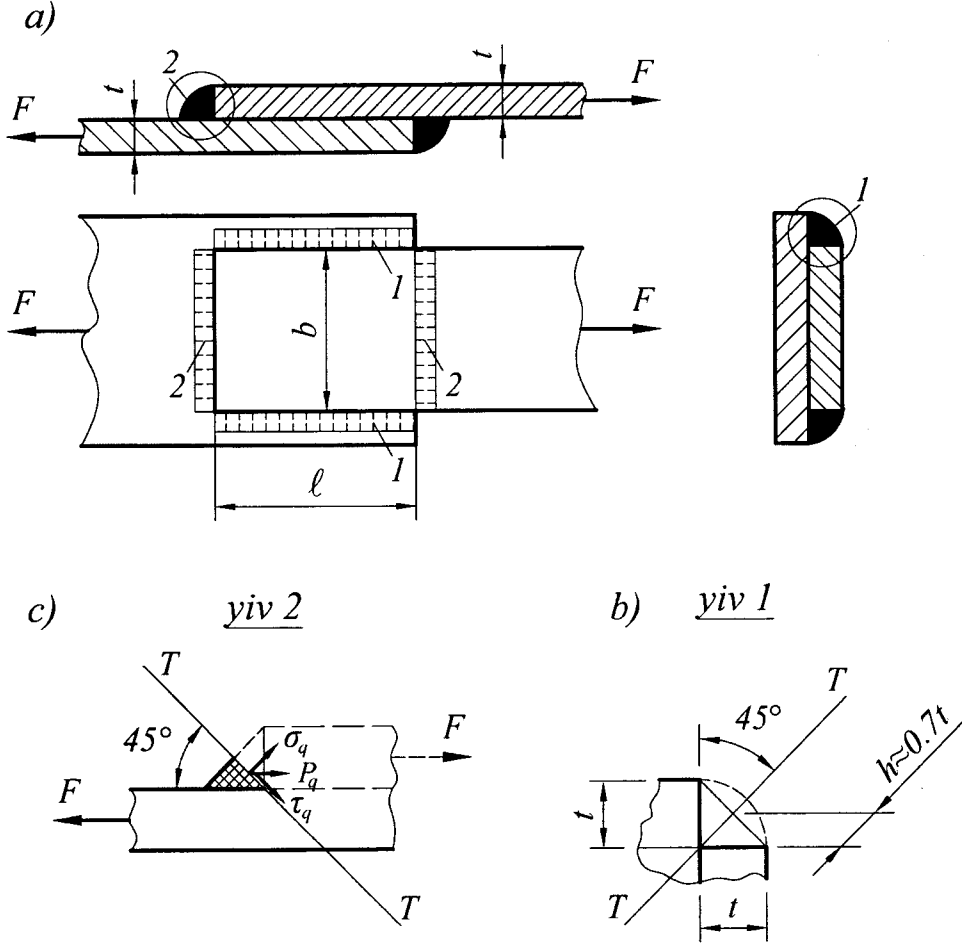
$$\sigma_{x_1} = \frac{F}{lt} \cos \alpha \leq [\sigma_q]; \quad \tau_{x_1 y_1} = \frac{F}{lt} \sin \alpha \leq [\tau_q] \quad (b)$$

Burada qaynaq tikişinin hesabı uzunluğu $\ell = \frac{b}{\cos \alpha} - 10$ mm götürülür.

Təcrübi yolla müəyyən olunmuşdur ki, çəp qaynaq tikişinin təbəqənin en kəsiyi ilə əmələ gətirdiyi bucağın ən səmərəli qiymətləri $\alpha=45\div 50^\circ$ olur.

Bir çox hallarda iki təbəqənin birləşdirilən uclarını üst-üstə qoymaqla qaynaq edilməsi (üst-üstə birləşmə) və yaxud onları uc-uca qoymaqla iki

×
üstlük təbəqələr vasitəsilə qaynaq edilməsi tətbiq olunur. Daha etibarlı birləşmə hesab edilən belə qaynaq birləşmələrini hasil etmək üçün boyuna və eninə (qüvvənin təsir istiqamətinə görə) qaynaq tikişlərindən istifadə olunur (şək.5.4.6,a)



Şək. 5.4.6

Bu şəkildə göstərilən birləşmədə hər iki qaynaq növü (boyuna və eninə, bəzən bunlara uyğun olaraq yan (1) və alın (2) tikişləri deyilir) iki bir-birinə perpendikulyar səthlərin əmələ gətirdiyi bucaqda yerləşdirildiyinə görə onlara bucaq tikişləri deyilir. Bu tikişlərin ən kəsiyi real konstruksiyalarda 1/4 dairəyə oxşar şəkildə olurlar. Lakin hesablamalarda onların ən kəsiyini düzbucaqlı üçbucaq kimi qəbul edirlər (şək.5.4.3,b). Nəzərə almaq lazımdır ki, yan bucaq tikişlərindən fərqli olaraq alın bucaq qaynaq tikişləri-

nin $T-T$ -dən keçən qorxulu kəsiklərində tam gərginlik « p » F qüvvəsinə paralel olur. Ona görə də həmin kəsiklərdə həm toxunan həm də normal gərginliklər yaranır.

Poladdan olan qaynaq tikişinin sürüşməyə qarşı müqaviməti dartılma və sıxılma müqavimətindən az olduğuna görə alın tikişlərində yaranan normal gərginliklərin təsiri nəzərə alınmır. Təcrübələr də göstərir ki, « F » qüvvələri təsirindən bütün bucaq qaynaq tikişləri bu üçbucağın düz bucağının $T-T$ tənböhlənindən keçən müstəvilər üzrə sürüşməyə məruz qalaraq dağılırlar (şək.5.4.6,b).

Ona görə də bütün qaynaq tikişlərinin kəsilmə sahəsi

$$A_k = h \cdot (2\ell + 2b) \approx 1,4t(\ell + b) \quad (5.37)$$

olacaqdır. Onda **qaynaq tikişlərinin kəsilməyə görə möhkəmlik şərti aşağıdakı kimi yazılacaqdır:**

$$\frac{F}{1,4t(\ell + b)} \leq [\tau]_q \quad (5.38)$$

Burada $[\tau]_q$ – qaynaq tikişinin buraxılabilən toxunan gərginliyidir. Onun qiymətləri təcrübəvi olaraq sınaqlardan təyin olunur. (5.38) şərtindən istifadə edərək:

- qüvvə F və birləşmənin ölçüləri məlum olduğu halda qaynaq birləşməsinin möhkəmliyini yoxlamaq;
- birləşmənin ölçüləri və qaynaq tikişinin uzunluğu məlum olduqda F qüvvəsinin buraxılabilən qiymətini tapmaq:

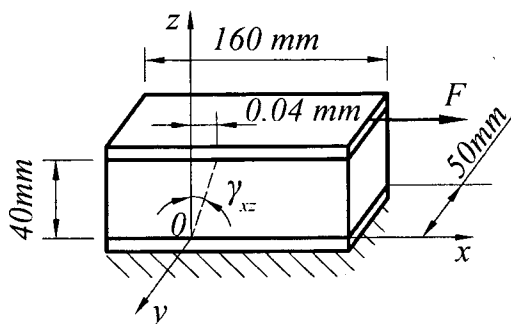
$$[F] = 1,4t(\ell + b) \cdot [\tau]_q \quad (5.39)$$

- qüvvə F və təbəqələrin ölçüləri məlum olduqda qaynaq tikişlərinin uzunluğunu təyin etmək olar:

$$\ell = \frac{F}{1,4t[\tau]_q} - b \quad (5.40)$$

§ 5.5. Misallar

Misal 1. Sürüşmədə elastiklik modulu $G=2,6 \cdot 10^4$ MPa olan paralelepiped şəklində bir metal (yayma alümin) blokun hər iki tərəfinə nazik lövhə möhkəmcə yapışdırılmışdır. Altdakı lövhə sərt bərkildikdən sonra üst lövhə üfüqi bir F qüvvəsi ilə dartılır. Dartılan lövhənin üfüqi istiqamətdə 0,04 mm yerdəyişmə aldığı məlum olarsa, metal blokun aldığı nisbi sürüşmə bucağı γ_{xy} -i və lövhəni dartan F qüvvəsini təyin etməli.



Şək. 5.5.1

Həlli: Koordinat başlanğıcını və ona uyğun x , y , z koordinat oxlarını şəkildə göstərildiyi kimi seçirik. Şəkilə əsasən,

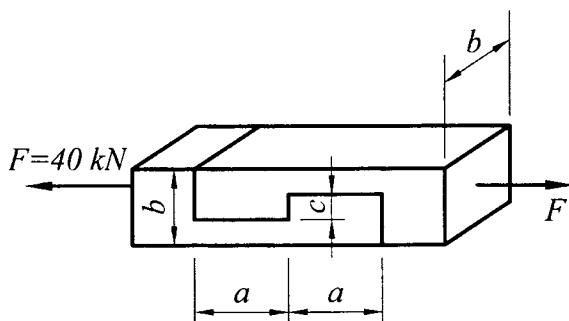
$$tg\gamma_{xz} \approx \gamma_{xz} = \frac{0,04}{40} = 0,001 \text{ olar.}$$

Sürüşmədə Huk qanunu ifadəsindən toxunan gərginliyi təyin edirik:

$$\tau_{xz} = G\gamma_{xz} = 2,610^4 \cdot 0,001 = 26 \text{ MPa.}$$

Lövhəyə tətbiq olunmuş F qüvvəsini təyin edirik:

$$F = \tau_{xz} \cdot A = 26 \cdot 10^6 (0,16 \cdot 0,05) = 208 \cdot 10^3 \text{ N} = 208 \text{ kN.}$$



Şək. 5.5.2

Misal 2. 5.5.2-ci şəkildə göstərilən dişli birləşmədə tələb olunan ölçüləri möhkəmlik şərtlərindən təyin etməli. Material üçün buraxıla bilən gərginlik dartılmada $[\sigma]^+ = 10 \text{ MPa}$, əzilmədə $[\sigma_{\partial z}] = 8 \text{ MPa}$ və kəsilmədə $[\tau_k] = 1 \text{ MPa}$ -dir.

Həlli: a) dartılmaya

ən zəif olan kəsiyin sahəsi $A^+ = \frac{1}{2}(b-c)b$ olduğundan, möhkəmlik şərtini aşağıdakı kimi yazırıq:

$$\sigma^+ = \frac{N}{A^+} = \frac{F}{\frac{1}{2}(b-c)b} \leq [\sigma]^+ \quad (1)$$

b) əzilməyə ən zəif kəsiyin sahəsi $A_{\partial z} = cb$ olduğundan, möhkəmlik şərtini aşağıdakı şəkildə yazırıq:

$$\sigma_{\partial z} = \frac{N}{A_{\partial z}} = \frac{F}{c \cdot b} \leq [\sigma_{\partial z}] \quad (2)$$

(1)və (2) tənliklərindən alırıq:

$$b = \sqrt{\frac{F(2 + \frac{[\sigma]^+}{[\sigma]_{\partial z}})}{[\sigma]^+}} = \sqrt{\frac{40(2 + \frac{1,0}{0,8})}{1,0}} \approx 11,4 \text{ sm},$$

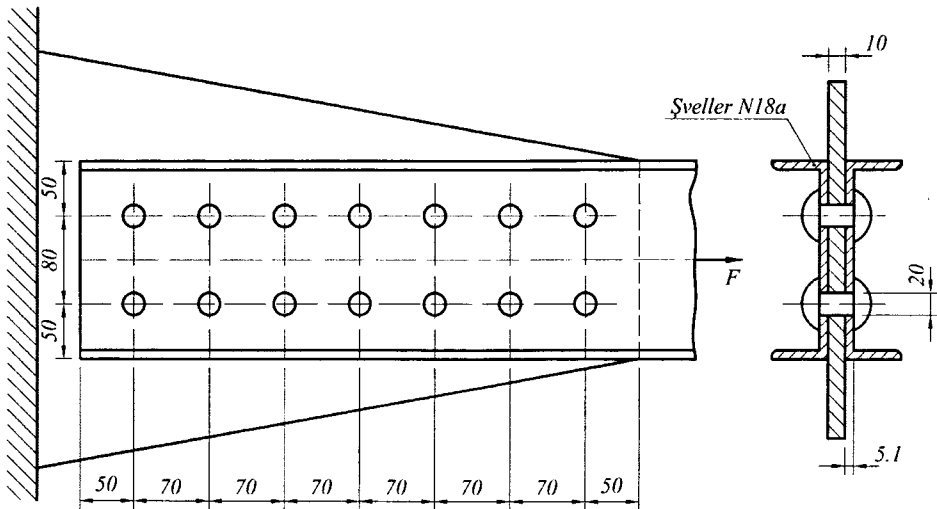
$$c = \frac{F}{b[\sigma]_{\partial z}} = \frac{40}{11,4 \cdot 0,8} \approx 4,4 \text{ sm}.$$

c) «a» ölçüsünü kəsilmə şərtindən tapırıq. Kəsilmə (və ya sürüşmə) sahəsi $A_k = b \cdot a$ olduğundan, möhkəmlik şərtini aşağıdakı kimi yazırıq:

$$\tau_k = \frac{Q}{A_k} = \frac{F}{b \cdot a} \leq [\tau_k],$$

buradan $a = \frac{F}{b[\tau_k]} = \frac{40}{11,4 \cdot 0,1} \approx 35,1 \text{ sm}.$

Misal 3. İki şveller profilili mil iki boyuna sıralarda yerləşdirilmiş pərçimlərlə polad təbəqəyə birləşdirilmişlər (şək. 5.5.3).



Şək. 5.5.3

Dartıcı qüvvə $F=600 \text{ kN}$, millərin və təbəqənin materialı st3, pərçimlərin materialı isə st2 markalı poladdır. Bu materiallar üçün buraxıla bilən gərginliklərin qiymətlərini aşağıdakı kimi qəbul edək:

Şvellerlər üçün dartılmada $[\sigma]^+ = 160 \text{ MPa}$, pərçimlər üçün: kəsilməyə $[\tau_k] = 140 \text{ MPa}$; əzilməyə görə $[\sigma_{əz}] = 320 \text{ MPa}$. Millərin en kəsiyinin ölçülərini və pərçimlərin sayını təyin etməli.

Həlli: Hesablamaları buraxılabilən gərginliklər üsulu ilə aparırıq. Millərin en kəsiyinin sahəsini aşağıdakı düsturla təyin edirik:

$$A_{netto} = \frac{N}{[\sigma]^+} = \frac{F}{[\sigma]^+} = \frac{600}{16,0} = 37,5 \text{ sm}^2$$

Tam en kəsiyinin sahəsini təqribən $A_{br.} \approx 1,15 A_{netto} = 1,15 \cdot 37,5 = 43,13 \text{ sm}^2$.

Bir şvellerin sahəsi $A = \frac{43,13}{2} = 21,56 \text{ sm}^2$. Sortiment cədvəlindən (bax əlavələrə) 18a nömrəli profil seçirik. Onun ölçüləri: $A = 22,2 \text{ sm}^2$, divarının qalınlığı isə $d = 0,51 \text{ sm}$ olur. Şvellerlərin pərçim dəşikləri ilə zəifləməsini nəzərə alaraq dartılmaya görə möhkəmliyi yoxlayaq. Pərçimlərin diametrini $d = 2,0 \text{ sm}$ qəbul edib zəifləmiş en kəsiyinin sahəsini təyin edək.

$$A_{netto} = 2(A_{br.} - A_d) = 2(A_{br.} - 2d \cdot \delta) = 2(22,2 - 2 \cdot 2,0 \cdot 0,51) = 40,32 \text{ sm}^2$$

Normal gərginlik

$$\sigma = \frac{N}{A_{netto}} = \frac{600 \cdot 10}{40,32} = 148,8 \text{ MPa} < 160 \text{ MPa}.$$

Pərçimlərin sayını təyin edək. Bunun üçün əvvəlcə kəsilməyə görə möhkəmlik şərtindən (5.30) bir pərçimə düşən qüvvəni hesablayaq:

$$[F]_k = \frac{\pi d^2}{4} \cdot [\tau_k] = \frac{\pi \cdot 2,0^2}{4} \cdot 14,0 = 43,96 \text{ kN}$$

Şvellerin bərkidildiyi təbəqənin (lövhənin) qalınlığını $t = 1,0 \text{ sm}$ qəbul etsək, onda təbəqədən əzilmə sahəsi $A_{əz}^I = d \cdot t = 2,0 \cdot 1,0 = 2,0 \text{ sm}^2$, şvellerlərdən əzilmə sahəsi $A_{əz}^{II} = 2t_{ü} \cdot d = 2 \cdot 0,51 \cdot 2,0 = 2,04 \text{ sm}^2$. Bir pərçimə düşən əzilmə qüvvəsi

$$[F_{əz}] = \min A_{əz} \cdot [\sigma_{əz}] = 2,0 \cdot 32,0 = 64,0 \text{ kN}.$$

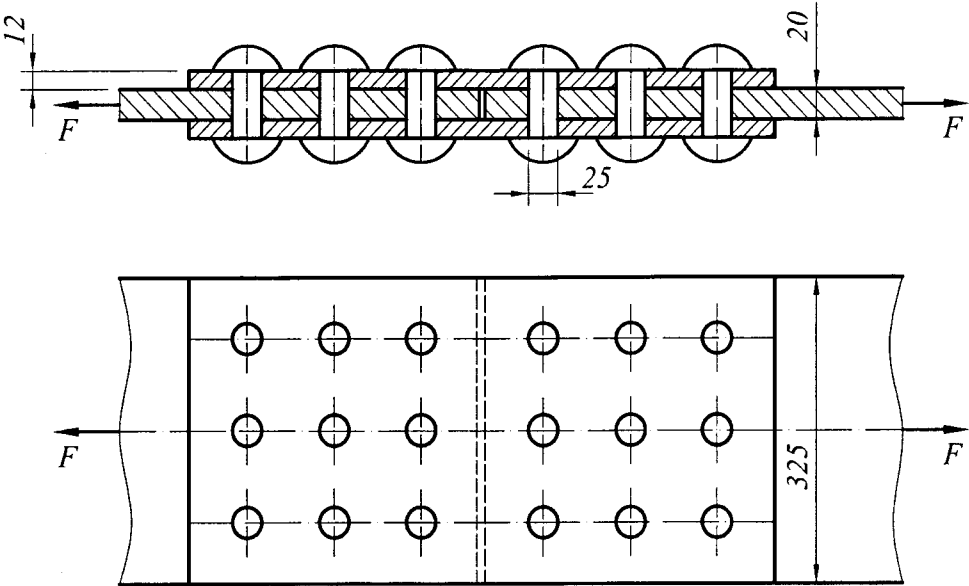
Buradan görünür ki, pərçimlərin sayını kəsilməyə görə möhkəmlik şərtindən tapmalıyıq, çünki kəsilməyə görə bir pərçimə düşən qüvvə əzilməyə görə bir pərçimə düşən qüvvədən azdır.

$$n_k = \frac{F}{[F_k]} = \frac{600}{43,96} = 13,6$$

Pərçimlərin sayını $n=14$ qəbul edirik.

Pərçim birləşməsində pərçimlərin yerləşdirilməsi şəkl. 5.5.3-də göstərilmişdir.

Misal 4. Qalınlığı 20mm olan iki təbəqə uc-uca qoyularaq iki üstlük lövhələrlə birlikdə pərçimlər vasitəsi ilə birləşdirilmişlər (şəkl. 5.5.4).



Şəkl. 5.5.4

Dartıcı qüvvə $F=800$ kN. Buraxılabilən gərginliklər dartılma və sıxılmaya $[\sigma]=160$ MPa; kəsilməyə $[\tau_k]=100$ MPa, əzilməyə $[\sigma]_{əz}=320$ MPa. Pərçimlərin sayını təyin etməli.

Həlli: Pərçimlərin diametrini $d=2,5$ sm qəbul edək. Kəsilmələrin sayı $k=2$ olduğu üçün kəsilməyə görə (5.35) möhkəmlik şərtindən pərçimlərin sayını təyin edək:

$$n_k = \frac{F}{k \cdot \frac{\pi d^2}{4} [\tau_k]} = \frac{800}{2 \cdot \frac{\pi \cdot 2,5^2}{4} \cdot 10,0} = 8,1$$

(5.35)-dəki əzilməyə görə şərtdən

$$n_{\text{əz}} = \frac{F}{t \cdot d[\tau_{\text{əz}}]} = \frac{800}{2,0 \cdot 2,5 \cdot 32,0} = 5,0$$

Pərçimlərin yekun sayı kimi hesablamalardan alınmış qiymətlərdən ən böyüyünü qəbul edirik:

$$n=9$$

Bu pərçimlər hər təbəqədə üç sırada hərəsində üç ədəd olmaqla yerləşdirilirlər.

İndi isə təbəqənin en kəşik ölçülərini təyin edək. Dartılmaya möhkəmlik şərtindən

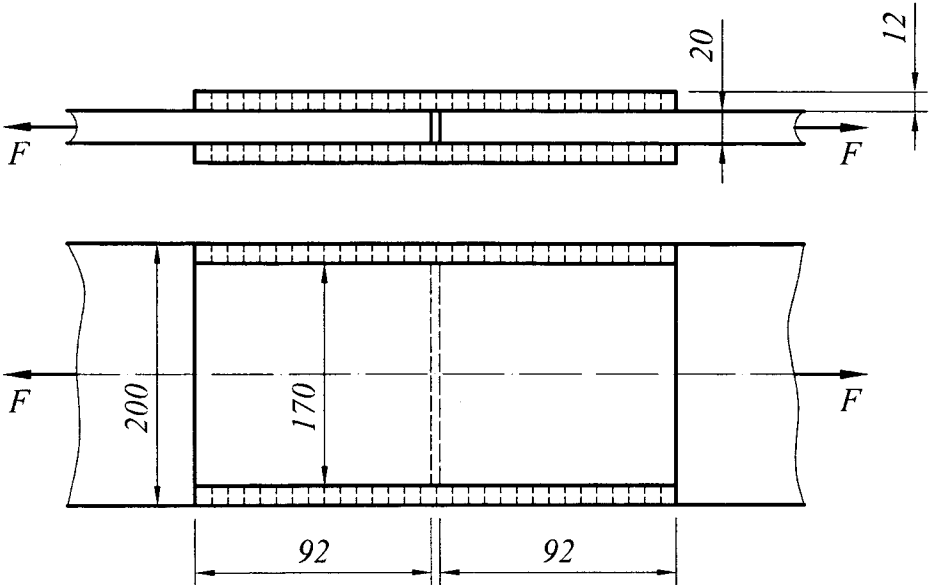
$$A = \frac{F}{[\sigma]} = \frac{800}{16} = 50 \text{ sm}^2$$

Təbəqənin qalınlığı $t=2,0$ sm olduğu üçün onun enini $b = \frac{50}{2,0} = 25 \text{ sm}$

qəbul edirik.

Lövhənin pərçimlər yerləşdirilən kəsiklər üzrə zəifləməsinin əvəzi olaraq en kəsiyinin eni $3d=7,5$ sm qədər artırılır, yəni $b=32,5$ sm qəbul edilir.

Misal 5. En kəsiyinin ölçüləri $20 \times 200 \text{ mm}$ olan iki lövhə uc-uca qoyularaq iki üstlük lövhələrlə birlikdə yan qaynaq tikişləri vasitəsi ilə qaynaq edilmişlər (şək. 5.5.5).



Şək. 5.5.5

Lövhlərin materialının buraxılabilən gərgilikləri $[\sigma]=160 \text{ MPa}$; qaynaq tikişlərinin buraxılabilən toxunan (kəsilməyə görə) gərginlikləri isə $[\tau_q]=110 \text{ MPa}$ qəbul edilir. Qaynaq birləşməsinin əsas metal ilə qaynaq tikişlərinin möhkəmliyinin eyni olması şərtindən lazımi ölçüləri təyin etməli.

Həlli: Lövhələrin möhkəmliyi şərtindən buraxılabilən dartıcı qüvvəni təyin edək.

$$\frac{F}{A} \leq [\sigma] \text{ şərtindən } [F] = A \cdot [\sigma] = 2,0 \cdot 20 \cdot 16,0 = 640 \text{ kN}.$$

Üstlük lövhələrin qalınlığı $t_{\bar{u}}=1,2 \text{ sm}$ qəbul edək. Üstlüklərin təbəqələrə qaynaq edilməsi üçün yan qaynaq tikişlərindən istifadə edirik. Bunun üçün üstlüklərin enini 17 sm qəbul edək. Möhkəmliyin eyni olması şərtinə əsasən iki üstlüklərin en kəsiyinin sahəsi təbəqənin en kəsiyi sahəsindən az olmamalıdır. $2b_{\bar{u}} \cdot t_{\bar{u}} = b_l \cdot t_l$ şərtindən $b_{\bar{u}} = \frac{b_l \cdot t_l}{2t_{\bar{u}}} = \frac{20 \cdot 2,0}{2 \cdot 1,2} = 17 \text{ sm}.$

Yan qaynaq tikişlərinin uzunluğunu (5.39) düsturundan istifadə edərək hesablayaq ($b=0$ qəbul edilir):

$$l_t = \frac{F}{2 \cdot 1,4t[\tau_q]} = \frac{640}{2,8 \cdot 1,2 \cdot 11} = 17,3 \text{ sm}$$

Qaynaq tikişinin tam uzunluğu texniki şərtlərə görə

$$l_t = 17,3 + 1,0 = 18,3 \text{ sm}.$$

Qaynaq birləşməsində iki üstlük lövhə olduğuna görə hər üstlüyün qaynaq edilməsi üçün yan qaynaq tikişin uzunluğu $\frac{18,3}{2} = 9,15 \text{ sm} \approx 92 \text{ mm}$ qəbul edilməlidir.

ƏSAS DÜSTUR VƏ ASILILIQLAR

$$1. \Delta S = \frac{Q_z S}{GA};$$

$\tau_{zx} = G\gamma_{zx}$ – sürüşmədə Huk qanununun ifadələri

Burada ΔS – mütləq sürüşmə, γ_{zx} – nisbi sürüşmə,

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \text{ – sürüşmə modulu.}$$

$$2. U = \frac{Q_z^2 S}{2GA} \text{ – sürüşmədə deformasiyanın potensial enerjisi.}$$

$$\bar{U} = \frac{\tau \cdot \gamma}{2} = \frac{\tau^2}{2G} \text{ – sürüşmədə deformasiyanın xüsusi potensial enerjisi.}$$

$$3. \frac{Q}{A_k} \leq [\tau_k] \text{ – sürüşmədə möhkəmlik şərti, } A_k \text{ – kəsilmə sahəsi, } [\tau_k] \text{ –}$$

kəsilməyə görə buraxıla bilən toxunan gərginlik.

$$[\tau_k] = [\sigma] \text{ – I möhkəmlik nəzəriyyəsinə görə}$$

$$[\tau_k] \approx 0,77[\sigma] \text{ – II möhkəmlik nəzəriyyəsinə görə}$$

$$[\tau_k] \approx 0,5[\sigma] \text{ – III möhkəmlik nəzəriyyəsinə görə}$$

$$[\tau_k] \approx 0,57[\sigma] \text{ – energetik möhkəmlik nəzəriyyəsinə görə}$$

$$[\tau_k] = \frac{[\sigma]}{1 + m} \text{ – Mor nəzəriyyəsinə görə}$$

$$4. \frac{F}{A} \leq [\sigma_{\text{əz}}] \text{ – Pərçim birləşməsinin əzilməyə görə möhkəmlik şərti,}$$

$[\sigma_{\text{əz}}]$ – əzilməyə görə buraxıla bilən gərginlik, $A_{\text{əz}}^s = t \cdot d$ – şərti əzilmə sahəsi, d – pərçimin diametridir.

$$6. n_k = \frac{F}{k \frac{\pi d^2}{4} [\tau_k]} \text{ – kəsilməyə görə}$$

$$n = \frac{F}{td[\sigma_{\text{əz}}]} \text{ – əzilməyə görə möhkəmlik şərtindən pərçimlərin sayı.}$$

$$7. \frac{F}{t(b - md)} \leq [\sigma] \text{ – lövhənin möhkəmliyə görə hesablama şərti;}$$

b – lövhənin eni, m – bir eninə sırada yerləşən pərçimlərin sayı

8. $\sigma_q = \frac{F}{\ell t} \leq [\sigma_q]$ – qaynaq birləşməsinin kəsilməyə görə möhkəmlik şərti,

ℓ – qaynaq tikişinin uzunluğu

$\frac{F}{\ell t} \sin \alpha \leq [\sigma_q], \frac{F}{\ell t} \cos \alpha \leq [\tau_q]$ – çəp qaynaq tikişinin normal və toxunan gərginliklərə görə möhkəmlik şərti

9. $\frac{F}{1,4t(\ell + b)} \leq [\tau_q]$ – qaynaq tikişinin kəsilməyə hesablanma şərti

ℓ – yan tikişinin uzunluğu

b – lövhənin alın tikişinin uzunluğu

Özünüoxlama sualları

1. Milin sürüşmə deformasiyası hansı edformasiyaya deyilir?
2. Sürüşmədə milin en kəsiyində hansı daxili qüvvə amilləri təsir edir?
3. Mütləq və nisbi sürüşmələr nəyə deyilir və onları hansı düsturlarla hesablayırlar?
4. Sürüşmədə milin en kəsiklərində hansı gərginliklər yaranır? Onları hansı düsturla hesablayırlar?
5. Sürüşmə deformasiyasında hansı fərziyyələr qəbul olunur?
6. Milin en kəsiklərində yaranan gərginliklər necə paylanırlar?
7. Xalis sürüşmə nəyə deyilir?
8. Xalis sürüşmədə baş gərginliklər necə təyin olunur?
9. Baş kəsiklərin vəziyyəti necə təyin olunur?
10. Sürüşmədə Huk qanunu necə ifadə olunur?
11. Sürüşmədə deformasiya hansı düsturla təyin olunur?
12. Sürüşmədə deformasiyanın potensial enerjisi necə təyin olunur? Onun ölçü vahidi nədir?
13. Sürüşmədə möhkəmlik şərti necə yazılır?
14. Sürüşmədə sərtlik nəyə deyilir?
15. Pərçim birləşmələrini necə hesablayırlar?
16. Pərçim birləşmələrində pərçimlərin sayı necə hesablanır?
17. Xalis sürüşmədə hansı gərgin hal baş verir?
18. Xalis sürüşmə üçün Mor dairəsi necə qurulur?
19. Qaynaq birləşmələrini hesablamaq üçün hansı möhkəmlik şərtindən istifadə olunur?
20. Hansı növ qaynaq birləşmələri mövcuddur?

FƏSİL VI

YASTI KƏSİKLƏRİN HƏNDƏSİ XARAKTERİSTİKALARI

§6.1. Yastı kəsiklərin həndəsi xarakteristikaları və onların xassələri

1. Yastı kəsiyin statik momenti
2. Yastı kəsiyin ətalət momentləri və onların xassələri

§6.2. Paralel oxlara nəzərən ətalət momentləri arasında asılılıqlar

§6.3. Oxlar tərپənməz nöqtə ətrafında döndükdə onlara nəzərən ətalət momentlərinin dəyişməsi

§6.4. Baş oxlar və baş ətalət momentləri

§6.5. Sadə kəsiklərin ətalət momentləri

1. Düzbucaqlı
2. Üçbucaq
3. Dairə
4. Dairəvi həlqə
5. Yarımdairə

§6.6. Ətalət momentlərinin qrafik üsulla tədqiqi

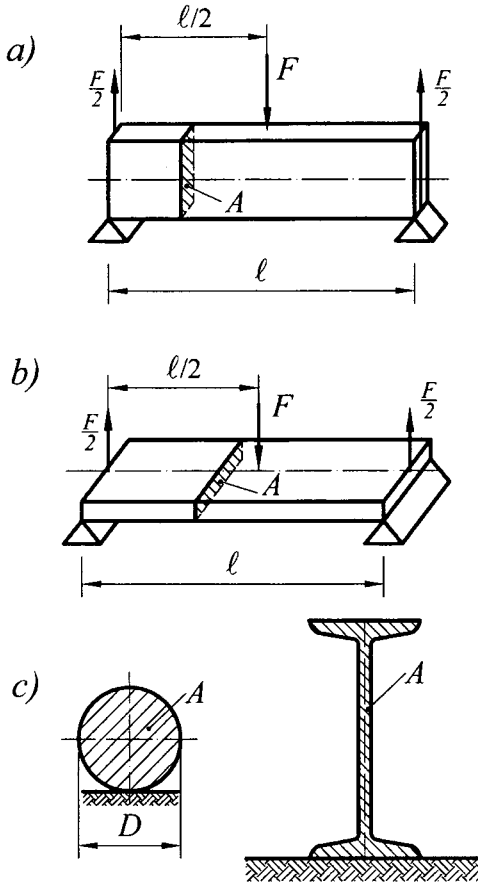
1. Ətalət momentləri üçün Mor dairəsi
2. Ətalət ellipsi

§6.7. Misallar

Əsas düstur və asılılıqlar

Özünüoxlama sualları

§ 6.1. Yastı kəsiklərin həndəsi xarakteristikaları və onların xassələri



Şək. 6.1.1

işməsi deformasiyanın xarakterinə böyük təsir göstərir.

Şək.6.1.1,a-da göstərilən en kəsiyinin ölçüləri eyni olan eyni F qüvvəsi təsirindən tirin dikinə vəziyyətində (şək.6.1.1,a) yatıq vəziyyətdəkinə (6.1.1,b) nisbətən əyintiləri xeyli az, şərtliyi və möhkəmliyi isə yüksək olacaqdır. Şək. 6.1.1,c-də göstərilmiş tirin sahəsi eyni A olan en kəsiyi formalarından ikitavr dairəvi və s. formalarla müqayisədə əyilmədə daha səmərəli hesab olunur, çünki ikitavr en kəsikli tirin deformasiyası (əyintisi) çox az olur. Deməli, bu hallarda tirin deformasiya səviyyəsini və möhkəmliyini en kəsiyinin təkcə sahəsi deyil, digər həndəsi amilləri də xarakterizə edir.

Millərin dartılma, sıxılmada və sürüşmədə gərgin və deformasiya hallarının tədqiqinə dair, habelə möhkəmliyə və sərtliyə görə hesablamalarda milin həndəsi ölçüləri və en kəsiyinin yalnız sahəsi iştirak edir. Bu hallarda millərin müqaviməti birmənalı olaraq onların en kəsiyinin sahəsindən asılı olur: en kəsiyinin sahəsi artdıqca gərginlik və deformasiyalar azalacaqdır. Lakin milin digər sadə deformasiyalarının öyrənilməsində onun en kəsiyinin başqa həndəsi xarakteristikalarından da istifadə etmək lazım gələcəkdir. Aşağıdakı misallarla yuxarıda qeyd olunanlar təsdiq olunur.

Milin mərkəzi dartılma və sıxılmasında onun en kəsiyinin sahəsi «A» möhkəmliyini təmin edən həlledici həndəsi amildir. Lakin əgər biz en kəsiyinin sahəsi «A» olan hər hansı milin əyilməsinə baxsaq, görürük ki, «A» sahəsini saxlanılmaqla kəsiyin formasının və yaxud qüvvənin tətbiq istiqamətinin dəy-

Yastı kəsiklərin həndəsi xarakteristikalarından aşağıdakılara milin bəzi sadə deformasiyalarının öyrənilməsində rast gəlinir: statik momentləri en kəsiyinin sahəsinin, ətalət momentləri, müqavimət momentləri, ətalət radiusları.

1. Yastı kəsiyin statik momenti

Tutaq ki, sahəsi A olan hər hansı yastı kəsik verilmişdir (şək. 6.1.2). Bu kəsik üzərində sonsuz kiçik (elementar) dA sahəciyi ayıraq. Sahəciyin koordinatlarını y və z , koordinat başlanğıcına qədər məsafəsinə isə ρ ilə işarə edək (elementar sahəcik kiçik kvadrat formasında göstərilir, onun koordinatları isə kvadratin mərkəzindən ölçülür).

Yastı kəsiyin (şək.6.1.2) onun müstəvisində yerləşən hər hansı oxə nəzərən statik momenti bu kəsiyi təşkil edən elementar (sonsuz kiçik) sahəciklərin həmin oxədək məsafələrinə vurma hasilərinin (həmin oxə nəzərən momentlərinin) cəminə bərabər olur və aşağıdakı inteqralla ifadə olunur.

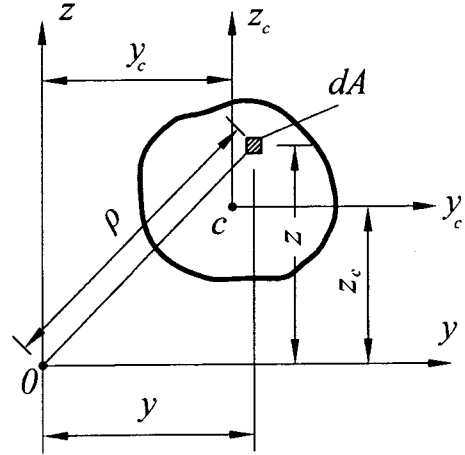
$$S_y = \int_A z \cdot dA \quad (6.1)$$

Burada S_y – yastı kəsiyin y oxuna nəzərən statik momentidir. Eyni ilə z oxuna nəzərən statik moment

$$S_z = \int_A y dA \quad (6.2)$$

olacaqdır. Statik momentin ölçü vahidi sm^3 , mm^3 , işarəsi isə (6.1) və (6.2) inteqrallardakı y və z koordinatlarının işarəsindən asılı olaraq müsbət, mənfi və sıfıra bərabər ola bilər. Kəsiyin «C» ağırlıq mərkəzinin koordinatlarını y_c, z_c ilə işarə edək. Nəzəri mexanikadan məlum olan əvəzləyicinin momenti haqqında teoremə əsasən yaza bilərik.

$$S_y = \int_A z \cdot dA = A \cdot z_c;$$



Şək. 6.1.2

$$S_z = \int_A y dA = A \cdot y_c \quad (6.3)$$

Buradan görünür ki, **kəsiyin öz müstəvisində yerləşən hər hansı oxa nəzərən statik momenti onun sahəsinin ağırlıq mərkəzindən bu oxadək məsafəyə vurma hasilinə bərabərdir.** (6.3)-dən kəsiyin ağırlıq mərkəzinin koordinatlarının düsturlarını alırıq:

$$y_c = \frac{S_z}{A} = \frac{\int y dA}{A}; \quad z_c = \frac{S_y}{A} = \frac{\int z dA}{A} \quad (6.4)$$

(6.3) düsturlarından görünür ki, $y_c = 0$, $z_c = 0$ olduqda, y və z oxları kəsiyin ağırlıq mərkəzindən keçən (mərkəzi) y_c və z_c oxları olacaq. Onda $S_{y_c} = 0$, $S_{z_c} = 0$, yəni **yastı kəsiyin mərkəzi oxlara nəzərən statik momentləri sıfıra bərabər olurlar.**

Əgər yastı kəsik ağırlıq mərkəzlərinin koordinatları məlum bir neçə sadə fiqurlardan ibarət olsa, onda bütün kəsiyin hər hansı (onun müstəvisində yerləşən) oxa nəzərən statik momenti, kəsiyi təşkil edən ayrı-ayrı fiqurların sahələrinin həmin oxa nəzərən statik momentlərinin cəminə bərabər olar, yəni:

$$S_y = S_y^I + S_y^{II} + S_y^{III} + \dots + S_y^n; \quad S_z = S_z^I + S_z^{II} + S_z^{III} + \dots + S_z^n.$$

Bu halda (6.4) düsturlarını bu şəkildə yazıla bilər:

$$y_c = \frac{S_z^I + S_z^{II} + S_z^{III} + \dots + S_z^n}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n} = \frac{A_1 y_{c_1} + A_2 y_{c_2} + A_3 y_{c_3} + \dots + A_n y_{c_n}}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots} \quad (6.5)$$

$$z_c = \frac{S_y^I + S_y^{II} + S_y^{III} + \dots + S_y^n}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n} = \frac{A_1 z_{c_1} + A_2 z_{c_2} + A_3 z_{c_3} + \dots + A_n z_{c_n}}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}$$

Burada A_1, A_2, A_3, \dots ayrı-ayrı sadə fiqurların sahələri, $y_{c_1}, y_{c_2}, y_{c_3}, \dots$; $z_{c_1}, z_{c_2}, z_{c_3}, \dots$ – onların ağırlıq mərkəzlərinin koordinatlarıdır.

2. Yastı kəsiyin ətalət momentləri və onların xassələri

Yastı kəsiyin onun müstəvisində yerləşən hər hansı oxa nəzərən ox və ya ekvatorial ətalət momenti bu kəsiyi təşkil edən elementar sahəciyələrin (dA) həmin oxadək məsafələrinin kvadratlarına vurma hasilərinin cəminə bərabər olur (şək. 6.1.2) və aşağıdakı inteqrallarla ifadə olunur:

$$J_y = \int_A z^2 dA; \quad J_z = \int_A y^2 dA \quad (6.6)$$

Burada J_y, J_z – yastı kəsiyin uyğun olaraq y və z oxlarına nəzərən ox və ya ekvatorial ətalət momentləridir.

Yastı kəsiyin onun öz müstəvisində yerləşən hər hansı iki bir-birinə perpendikulyar oxlara nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momenti bu kəsiyi təşkil edən elementar sahəciklərin (dA) həmin oxlara qədər məsafələrinə vurma hasilininin cəminə bərabər olur və aşağıdakı inteqralla ifadə olunur:

$$J_{yz} = \int_A yz dA \quad (6.7)$$

Burada J_{yz} – yastı kəsiyin y və z oxlarına nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momentidir.

Yastı kəsiyin onun müstəvisi üzərindəki hər hansı nöqtəyə (qütbə) nəzərən qütb ətalət momenti bu kəsiyi təşkil edən elementar sahəciklərin qütbə qədər məsafələrinin kvadratlarına vurma hasilininin cəminə bərabər olur.

$$J_p = \int_A \rho^2 dA \quad (6.8)$$

Burada J_p – yastı kəsiyin «0» qütbünə nəzərən qütb ətalət momentidir.

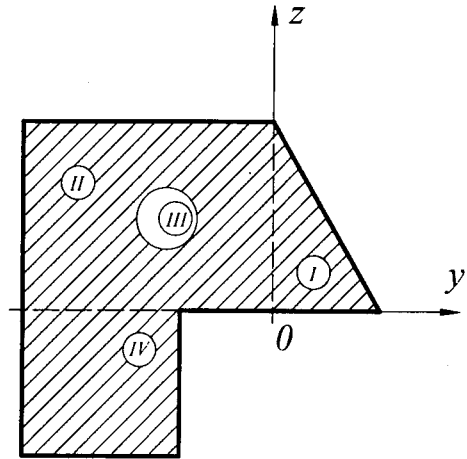
Ətalət momentləri 4-cü dərəcədən uzunluq vahidi ilə ölçülür (sm⁴, mm⁴ və s.).

Ətalət momentlərinin bəzi xassələrini nəzərdən keçirək.

Oxa nəzərən (ekvatorial) və qütb ətalət momentləri həmişə müsbət və sıfırdan fərqli olurlar, mərkəzdənqaçma ətalət momentləri isə həm müsbət, həm mənfi və həm də sıfıra bərabər ola bilərlər, çünki (6.6) və (6.8) ifadələrində inteqralların işarəsini müəyyən edən y, z

və ρ koordinatları kvadratdır, (6.7)-də isə onların hasilidir.

Şək. 6.1.3.-də göstərilən kəsiyin I və IV hissələrinin y və z oxlarına nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momenti müsbət işarəlidirlər ($J_{yz}^I > 0, J_{yz}^{IV} > 0$) çünki bu hissələrdə götürülmüş dA sahəciyinin y və z ko-



Şək. 6.1.3

ordinatları ya müsbət (I hissə üçün), yaxud hər ikisi mənfidir (IV hissə üçün). II kvadrantda ştrixlənmiş sahənin mərkəzdənqaçma ətalət momentinin işarəsi mənfidir ($J_{yz}^{II} < 0$), ona görə ki, bu hissədə götürülən dA sahəciyinin y, z koordinatları eyni işarəli deyillər.

Yastı kəsik mürəkkəb kəsik olduqda, yəni ətalət momentləri məlum olan bir neçə sadə kəsiklərdən təşkil olunduğu halda onun müvafiq ətalət momenti, ayrı-ayrı sadə kəsiklərin uyğun ətalət momentlərinin cəminə bərabər olur, yəni

$$\begin{aligned} J_y &= J_y^I + J_y^{II} + J_y^{III} + \dots + J_y^n; \\ J_z &= J_z^I + J_z^{II} + J_z^{III} + \dots + J_z^n; \\ J_{yz} &= J_{yz}^I + J_{yz}^{II} + J_{yz}^{III} + \dots + J_{yz}^n; \\ J_p &= J_p^I + J_p^{II} + J_p^{III} + \dots + J_p^n \end{aligned} \quad (6.9)$$

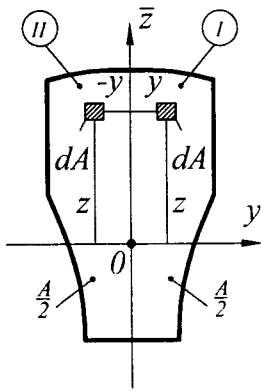
($i=1, 2, 3, \dots, n$; n – sadə kəsiklərin sayıdır)

Şək. 6.1.3-də göstərilmiş kəsiyin ətalət momentlərini bu şəkildə yazı bilərik:

$$\begin{aligned} J_y &= J_y^I + J_y^{II} - J_y^{III} + J_y^{IV}; \quad J_z = J_z^I + J_z^{II} - J_z^{III} + J_z^{IV} \\ J_{yz} &= J_{yz}^I + J_{yz}^{II} - J_{yz}^{III} + J_{yz}^{IV}. \end{aligned}$$

Şək. 6.1.2-dəki üçbucaqdan alınan $\rho^2 = y^2 + z^2$ ifadəsinin hər iki tərəfini « dA »-ya vurub A sahəsi üzrə inteqrallasaq alarıq:

$$\int_A \rho^2 dA = \int_A y^2 dA + \int_A z^2 dA \quad \text{və ya} \\ J_\rho = J_z + J_y \quad (6.10)$$



Şək. 6.1.4

Buradan görünür ki, kəsiyin hər hansı nöqtəsindən keçən öz müstəvisində yerləşən iki ixtiyari bir-birinə perpendikulyar oxlara nəzərən ətalət momentlərinin cəmi həmin nöqtəyə (qütbə) nəzərən qütb ətalət momentinə bərabər olur.

İndi isə mərkəzdənqaçma ətalət momentinin bir xassəsinə nəzərdən keçirək. Tutaq ki, yastı kəsik iki bir-birinə perpendikulyar oxlardan birinə (z) nəzərən simmetrikdir (şək.6.1.4). Belə kəsik iki simmetrik hissədən ibarət olduğundan (I və II hissələr) onların üzərində bütün nöqtələrdə bir-birinə simmetrik dA sahəcikləri ayrılı bilər. (6.9) ifadələrinə əsasən yazı bilərik:

$$J_{yz} = J'_{yz} + J''_{yz} \quad (6.11)$$

(6.7) inteqralından istifadə etməklə (6.11) ifadəsini bu şəkllə salırıq:

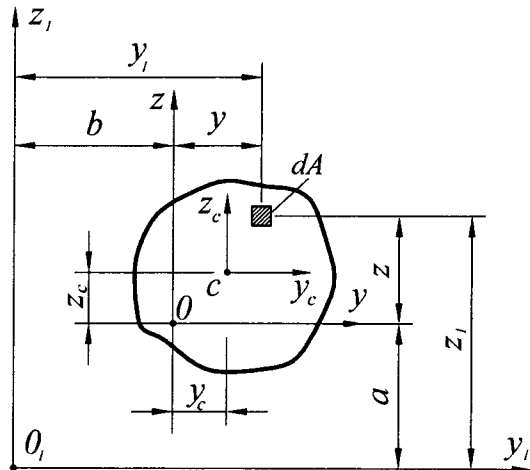
$$J_{yz} = \int_{A/2} yz dA + \int_{A/2} (-y)z dA = 0$$

Bu ifadədəki inteqrallarda dA simmetrik sahəciklərin ordinatları eyni işarəli, absisləri isə müxtəlif işarədirlər. Ona görə də həmin inteqrallar qiymətcə bərabər işarələri əks olduğundan onların cəmi sifıra bərabər olur.

Buradan belə nəticə çıxarmaq olar: **iki bir-birinə perpendikulyar oxlardan heç olmasa biri kəsiyin simmetriya oxudursa, onda kəsiyin bu oxlara nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momenti sifıra bərabər olar.**

§ 6.2. Paralel oxlara nəzərən ətalət momentləri arasında asılılıqlar

Hər hansı yastı kəsiyin (sahəsi A olan) onun müstəvisi üzərində yerləşən bir-birinə perpendikulyar y və z oxlarına nəzərən ətalət momentləri J_y , J_z və J_{yz} (6.6) və (6.7) ifadələri ilə müəyyən edilir. Bu oxlara paralel olan və onlardan « a » və « b » məsafələrdə keçən y_1 , z_1 oxlarına nəzərən ətalət momentlərini (6.6) və (6.7) ifadələrinə uyğun olaraq aşağıdakı inteqrallar şəklində yazıla bilər:



Şək. 6.2.1

$$J_{y_1} = \int_A z_1^2 dA; \quad J_{z_1} = \int_A y_1^2 dA; \quad J_{y_1 z_1} = \int_A y_1 z_1 dA \quad (6.12)$$

Burada z_1 və y_1 – dA sahəciyinin y_1, z_1 koordinat sistemində koordinatlarıdır. y_1 və z_1 koordinatları ilə z , y koordinatları arasında asılılıqları (şək.6.2.1)-dən alırıq:

$$y_1 = y + b; \quad z_1 = z + a \quad (6.13)$$

Sonuncu ifadələri (6.12)-də yerinə yazsaq:

$$J_{y_1} = \int_A (z+a)^2 dA = \int_A z^2 dA + 2a \int_A z dA + a^2 \int_A dA;$$

$$J_{z_1} = \int_A (y+b)^2 dA = \int_A y^2 dA + 2b \int_A y dA + b^2 \int_A dA;$$

$$J_{y_1 z_1} = \int_A (y+b)(z+a) dA = \int_A yz dA + a \int_A y dA + b \int_A z dA + ab \int_A dA$$

(6.1), (6.2), (6.6) və (6.7) ifadələrini nəzərə alsaq sonuncu asılılıqlar bu şəkllə düşəcək:

$$\begin{aligned} J_{y_1} &= J_y + 2aS_y + a^2 A; \\ J_{z_1} &= J_z + 2bS_z + b^2 A; \\ J_{y_1 z_1} &= J_{yz} + aS_z + bS_y + abA. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Bir koordinat sistemindən (yo_z) digər koordinat sisteminə ($y_1o_1z_1$) keçdikdə kəsiyin qütb ətalət momenti də dəyişəcəkdir. Bir «O» qütb nöqtəsindən digər «O₁» qütb nöqtəsinə keçdikdə qütb ətalət momentləri arasında müvafiq asılılıq almaq üçün $J_{p_1} = \int_A \rho_1^2 dA = \int_A (y_1^2 + z_1^2) dA$ ifadəsində (6.13) ifadələrini yerinə yazıb yuxarıda göstərilirdiyi kimi J_{p_1} ətalət momentini almaq olar. Eyni zamanda, bu asılılığı (6.14) tənliklərindən birinci ikisini tərəf-tərəfə toplamaqla alınır:

$$J_{y_1} + J_{z_1} = J_y + J_z + 2aS_y + 2bS_z + (a^2 + b^2)A$$

və yaxud

$$J_{p_1} = J_p + 2(aS_y + bS_z) + (a^2 + b^2)A \quad (6.14')$$

y, z oxları kəsiyin ağırlıq mərkəzindən keçərsə (6.14) ifadələrindəki $S_y = S_{y_c} = 0, S_z = S_{z_c} = 0$ olacaqdır. Onda həmin ifadələr bu şəkllə düşür:

$$\begin{aligned} J_{y_1} &= J_{y_c} + a^2 A; & J_{z_1} &= J_{z_c} + b^2 A; \\ J_{y_1 z_1} &= J_{y_c z_c} + abA; & J_{p_1} &= J_p + \rho_c^2 \cdot A \end{aligned} \quad (6.15)$$

Burada $\rho_c^2 = a^2 + b^2, J_{y_c}, J_{z_c}$ və $J_{y_c z_c}$ – mərkəzi oxlara nəzərən və ya mərkəzi ətalət momentləridir. (6.15) ifadələrindən görünür ki, paralel oxlara nəzərən ətalət momentlərindən ən kiçik qiymətə malik mərkəzi oxlara nəzərən ətalət momentləridir, çünki hər hansı qeyri-mərkəzi oxa nəzərən ətalət momentinin qiymətini almaq üçün, bu oxa paralel mərkəzi oxa nəzərən ətalət momentinə $a^2 A, b^2 A$ və $\rho_c^2 A$ müsbət qiymətlər əlavə olunur.

Bu xassə mərkəzdənqaçma ətalət momentinə aid deyildir.

§ 6.3. Oxlar tərpənməz nöqtə ətrafında döndükdə onlara nəzərən ətalət momentlərinin dəyişməsi

Tutaq ki, yastı kəsiyin hər hansı nöqtəsindən keçən iki bir-birinə perpendikulyar y , z oxlarına nəzərən ətalət momentləri J_y , J_z və J_{yz} -dir. y və z oxları α bucağı qədər dönərək y_1 və z_1 vəziyyətini alacaqdır (şək.6.3.1). Yeni (dönmüş vəziyyətdə olan) y_1 , z_1 oxlarına nəzərən kəsiyin ətalət momentlərini təyin etmək üçün (6.6) və (6.7) inteqrallarında şək.6.3.1-dən y_1 və z_1 koordinatlarını əvvəlki y , z koordinatları ilə ifadə edək.

Bunun üçün əvvəlcə şək. 6.3.1.-dən yaza bilərik:

$$\begin{aligned} y_1 &= b_1 K = b_1 a'' + a'' K = oa' + a'' K \\ z_1 &= a_1 K = aa'' - aa' \end{aligned} \quad (a)$$

$$\begin{aligned} \Delta oaa' \text{ -dən} \quad oa' &= oa \cdot \cos \alpha = y \cdot \cos \alpha; \\ aa' &= oa \cdot \sin \alpha = y \cdot \sin \alpha \end{aligned}$$

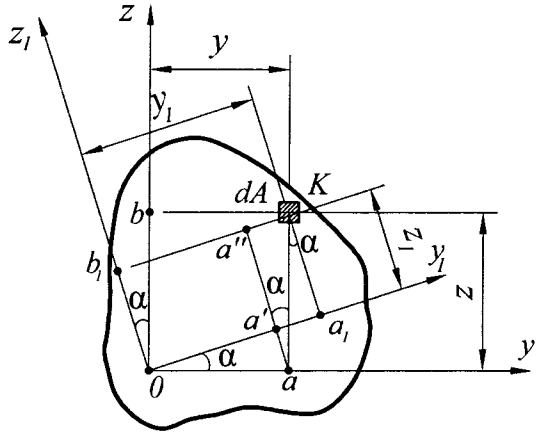
$$\begin{aligned} \Delta aa''K \text{ -dan isə} \quad a''K &= aK \cdot \sin \alpha = z \cdot \sin \alpha; \\ aa'' &= z \cdot \cos \alpha \end{aligned}$$

ifadələrini tapıb (a)-da yerinə yazıb alırıq:

$$\begin{aligned} y_1 &= y \cos \alpha + z \cdot \sin \alpha, \\ z_1 &= z \cdot \cos \alpha - y \sin \alpha \end{aligned} \quad (6.16)$$

Bu ifadələri (6.6) və (6.7)-də yerinə yazıb alırıq:

$$\begin{aligned} J_{y_1} &= \int_A z_1^2 dA = \int_A (z \cos \alpha - y \sin \alpha)^2 dA = \cos^2 \alpha \int_A z^2 dA - \sin 2\alpha \int_A yz \cdot dA + \sin^2 \alpha \int_A y^2 dA; \\ J_{z_1} &= \int_A y_1^2 dA = \int_A (y \cos \alpha + z \sin \alpha)^2 dA = \cos^2 \alpha \int_A y^2 dA + \sin^2 \alpha \int_A z^2 dA + \sin 2\alpha \int_A yz dA; \end{aligned}$$



Şək. 6.3.1

$$J_{y_1 z_1} = \int_A y_1 z_1 dA = \int_A (y \cos \alpha + z \sin \alpha)(z \cos \alpha - y \sin \alpha) dA = \cos^2 \alpha \int_A yz dA - \sin^2 \alpha \int_A yz \cdot dA - \sin^2 \alpha \int_A yz dA + \sin 2\alpha/2 \int_A z^2 dA - \sin 2\alpha/2 \int_A y^2 dA \quad (6.17)$$

Burada iştirak edən inteqralların (6.6) və (6.7) ifadələrinə müvafiq ətalət momentlərini yerinə yazıb alırıq:

$$\begin{aligned} J_{y_1} &= J_y \cos^2 \alpha + J_z \sin^2 \alpha - J_{yz} \cdot \sin 2\alpha; \\ J_{z_1} &= J_z \cos^2 \alpha + J_y \sin^2 \alpha + J_{yz} \cdot \sin 2\alpha; \\ J_{y_1 z_1} &= J_{yz} \cos 2\alpha + \frac{J_y - J_z}{2} \cdot \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Bu düsturlarda

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}; \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \quad \text{ifadələrini nəzərə alsaq}$$

onları daha əlverişli şəkllə salırıq:

$$\begin{aligned} J_{y_1} &= \frac{J_y + J_z}{2} + \frac{J_y - J_z}{2} \cos 2\alpha - J_{yz} \sin 2\alpha; \\ J_{z_1} &= \frac{J_y + J_z}{2} - \frac{J_y - J_z}{2} \cos 2\alpha + J_{yz} \sin 2\alpha; \\ J_{y_1 z_1} &= \frac{J_y - J_z}{2} \sin 2\alpha + J_{yz} \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Bu asılılıqlar ətalət momentlərinin oxların dönmə bucağından asılı olaraq dəyişməsinə göstərir. (6.19)-dakı birinci iki ifadələri tərəf-tərəfə toplayaq:

$$J_{y_1} + J_{z_1} = J_y + J_z = J_\rho = \text{const} \quad (6.20)$$

Buradan görünür ki, yastı kəsiyin onun öz müsətvində yerləşən hər hansı iki bir-birinə perpendikulyar oxlara nəzərən ətalət momentlərinin cəmi oxlar döndükdə dəyişilmir və bu oxların kəsişmə nöqtəsinə (qütbə) nəzərən qütb ətalət momentinə bərabər olur.

§ 6.4. Baş oxlar və baş ətalət momentləri

Yastı kəsiyin hər hansı «O» nöqtəsindən keçən y, z və onlar ilə « α » bucağı əmələ gətirən y_1, z_1 oxları keçirək (şək. 6.4.1).

(6.19) düsturlarından görünür ki, J_{y_1}, J_{z_1} və $J_{y_1 z_1}$ ətalət momentləri « α »-dan asılı olan səlis funksiyalardır. Bu funksiyaların ekstremumu şərtlərini ox və ya ekvatorial (bir oxa nəzərən) və mərkəzdənqaçma ətalət momentləri üçün yazsaq.

1. J_{y_1} ətalət momentinin ekstremum şərti bu şəkildə olur:

$$\left. \frac{dJ_{y_1}}{d\alpha} \right|_{\alpha=\bar{\alpha}} = 0 \quad (6.21)$$

(6.19) ifadələrindən birincisini (6.21)-də yerinə yazıb alırıq:

$$\left. \frac{dJ_{y_1}}{d\alpha} \right|_{\alpha=\bar{\alpha}} = -2 \frac{J_y - J_z}{2} \sin 2\bar{\alpha} - 2J_{yz} \cos 2\bar{\alpha} = 0$$

$$\text{və yaxud } \frac{J_y - J_z}{2} \sin 2\bar{\alpha} + J_{yz} \cos 2\bar{\alpha} = 0 \quad (6.22)$$

$\left. \frac{dJ_{z_1}}{d\alpha} \right|_{\alpha=\bar{\alpha}} = 0$ şərtini də tərtib etsək eyni ilə (6.22) tənliyini alırıq.

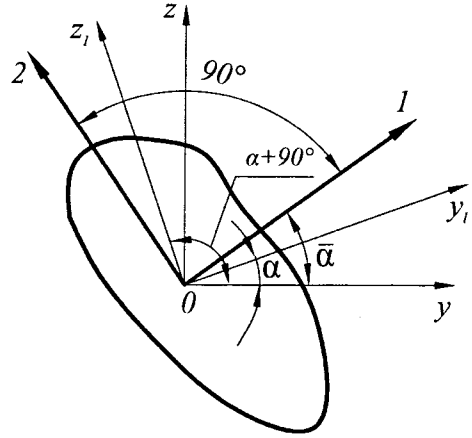
(6.22) tənliyi $J_{y_1 z_1} \big|_{\alpha=\bar{\alpha}} = 0$ olduğunu göstərir. Deməli, **ixtiyari iki**

bir-birinə perpendikulyar oxlardan hər birinə nəzərən yastı kəsiyin ətalət momentləri ekstremum qiymətlər alması üçün bu oxlara nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momenti sifıra bərabər olmalıdır.

Beləliklə, yastı kəsiyin mərkəzdənqaçma ətalət momenti sifıra bərabər olan iki bir-birinə perpendikulyar oxlara baş oxlar deyilir və onların vəziyyəti $\bar{\alpha}$ bucağı ilə müəyyən edilir. Bu bucağı təyin etmək üçün (6.22) tənliyini $\cos 2\bar{\alpha}$ -ya bölməklə alınan aşağıdakı düsturdan istifadə olunur:

$$\operatorname{tg} 2\bar{\alpha} = - \frac{2J_{yz}}{J_y - J_z} \quad (6.23)$$

Bu düsturla baş ətalət oxlarının vəziyyəti təyin olunur. Həmin ifadədən $\bar{\alpha}$ üçün bir-biri ilə 90° bucaq qədər fərqlənən iki qiymət alınır ki,



Şək. 6.4.1

bu da iki bir-birinə perpendikulyar baş oxun vəziyyətini müəyyən edir. Baş oxlar 1 və 2 ilə işarə olunur. **Baş oxlardan birinə nəzərən ətalət momenti maksimum, digərinə nəzərən isə minimum qiymət alır. Bu ətalət momentlərinə baş ətalət momentləri deyilir, J_1 və J_2 ilə işarə edilir.** Belə ki, $J_1 = J_{\max}$, $J_2 = J_{\min}$ qəbul olunur. Bu qiymətləri hesablamaq üçün $\bar{\alpha}$ -nı J_{y_1} ifadəsində yerinə yazırıq:

$$J_{y_1} \Big|_{\alpha=\bar{\alpha}} = J_{\min}^{\max} = \frac{J_y + J_z}{2} + \frac{J_x - J_y}{2} \cos 2\bar{\alpha} - J_{yz} \sin 2\bar{\alpha} \quad (6.24)$$

Bu düsturdan $\bar{\alpha}$ -nın iki qiymətindən hansının J_{\max} , hansının isə J_{\min} olduğu görünür. Ona görə də onu başqa daha əlverişli şəkllə salaq. Triqonometriyadan məlum olan

$$\cos 2\bar{\alpha} = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\bar{\alpha}}} \quad \text{və} \quad \sin 2\bar{\alpha} = \pm \frac{\operatorname{tg} 2\bar{\alpha}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\bar{\alpha}}} \quad (a)$$

düsturlarını (6.24)-də yerinə yazıb, sonra isə $\operatorname{tg} 2\bar{\alpha}$ -nın (6.23) düsturunu nəzərə almaqla **baş ətalət momentlərini təyin edirik:**

$$J_{\min}^{\max} = \frac{J_y + J_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_y - J_z)^2 + 4J_{yz}^2} \quad (6.25)$$

Bu düsturlardan aşkar şəkildə görünür ki, «+» işarəsi J_{\max} «-» işarəsi isə J_{\min} baş ətalət momentinə aiddir. (6.25)-dəki düsturları tərəf-tərəfə toplasaq alarıq.

$$J_{\max} + J_{\min} = J_1 + J_2 = J_{y_1} + J_{z_1} = \operatorname{const} \quad (6.26)$$

Buradan belə nəticə çıxarmaq olar ki, **yastı kəsiyin hər hansı nöqtəsindən keçən iki bir-birinə perpendikulyar oxlara nəzərən bu kəsiyin ətalət momentlərinin cəmi baş ətalət momentlərinin cəminə bərabər olur və oxların dönmə bucağı α -dan asılı olmayaraq sabit qalır.**

Şək. 6.4.1-də «O» nöqtəsi ixtiyarı götürüldüyünə görə deyə bilərik ki, **kəsiyin müstəvisi üzərində hər bir nöqtəsində xüsusi hal istisna olmaqla yalnız bir cüt iki bir-birinə perpendikulyar baş oxlar keçirmək olar.** Deməli, ümumiyyətlə, kəsik üçün sonsuz sayda cüt baş oxlar mövcuddur, bunlardan yalnız bir cütü baş mərkəzi baş oxlar olacaqdır. **Mərkəzi baş oxlara nəzərən ətalət momentlərinə mərkəzi baş ətalət momentləri deyilir.**

2. Mərkəzdənqaçma ətalət momentinin ekstremum şərtini (6.21) şərtinə uyğun olaraq $\left. \frac{dJ_{y_1z_1}}{d\alpha} \right|_{\alpha=\bar{\alpha}} = 0$ şəklində yazırıq.

$J_{y_1z_1}$ ifadəsini burada yerinə yazıb alırıq:

$$\left. \frac{dJ_{y_1z_1}}{d\alpha} \right|_{\alpha=\bar{\alpha}} = 2 \left(\frac{J_y - J_z}{2} \cos 2\bar{\alpha} - J_{yz} \sin 2\bar{\alpha} \right) = 0$$

Buradan

$$\operatorname{tg} 2\bar{\alpha} = \frac{J_y - J_z}{2J_{yz}} \quad (6.27)$$

Bu düsturla elə iki bir-birinə perpendikulyar oxların vəziyyəti ($\bar{\alpha}$ və $\bar{\alpha} + 90^\circ$ bucaqları ilə) müəyyən edilir ki, bu oxlara nəzərən kəsiyin mərkəzdənqaçma ətalət momenti ekstremum qiymət alır. (6.27) və (6.23) düsturlarını müqayisə edərək yaza bilərik.

$$\operatorname{tg} 2\bar{\alpha} = -\operatorname{ctg} 2\bar{\alpha} \quad (6.28)$$

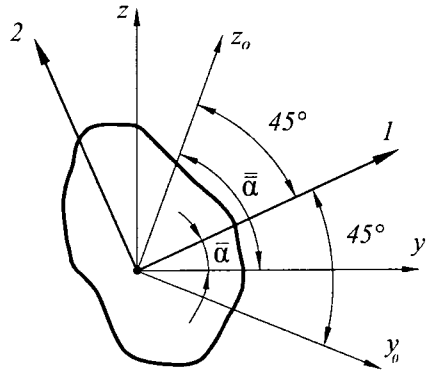
Buradan $2\bar{\alpha} = 2\bar{\alpha} - 90^\circ$ və yaxud $\bar{\alpha} = \bar{\alpha} - 45^\circ$. $\bar{\alpha}$ bucağının ikinci qiyməti birinci qiymətindən 90° bucaq qədər çox olacaqdır. Beləliklə, $\bar{\alpha} = \bar{\alpha} \pm 45^\circ$ olur.

Deməli, kəsiyin mərkəzdənqaçma ətalət momentinin ekstremum qiyməti baş oxlarla 45° -li bucaq əmələ gətirən y_0z_0 oxlarına nəzərən olur (şək. 6.4.2)

Mərkəzdənqaçma ətalət momentinin ekstremum qiymətlərini tapmaq üçün (6.19) düsturlarından üçüncüsündə $\alpha = \bar{\alpha}$ ifadəsini yazmaq lazımdır:

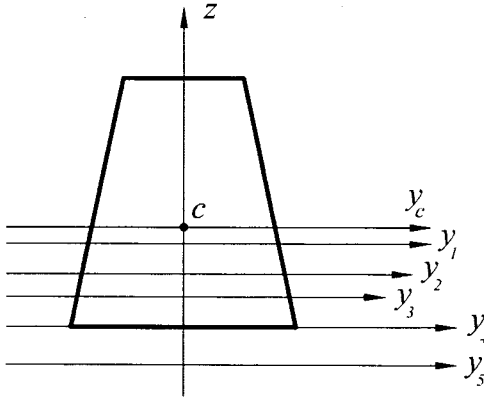
$$J_{y_1z_1} \Big|_{\alpha=\bar{\alpha}} = \begin{matrix} \max \\ \min \end{matrix} J_{y_1z_1} = J_{yz} \cdot \cos 2\bar{\alpha} + \frac{J_y - J_z}{2} \sin 2\bar{\alpha} = \cos 2\bar{\alpha} (J_{yz} + \frac{J_y - J_z}{2} \operatorname{tg} 2\bar{\alpha}). \quad (b)$$

(a)-da $\bar{\alpha}$ -nı $\bar{\alpha}$ ilə əvəz etməklə və (6.27) ifadələrini nəzərə almaqla onu (b)-də yerinə yazıb alırıq:



Şək. 6.4.2

$$\max_{y_1 z_1} J_{y_1 z_1} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_y - J_z)^2 + 4J_{yz}^2} \quad (6.29)$$



Şək. 6.4.3

Bəzi hallarda baş oxların vəziyyətini asanlıqla əvvəlcədən müəyyən etmək olar. Məsələn, (şək.6.4.3)-də göstərilmiş bir simmetriya oxu olan fiqurun bu ox ilə istənilən ona perpendikulyar oxa (y_i) nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momenti sifirə bərabər olur (bax. § 6.1), yəni $J_{zy_i} = 0$ ($i=1, 2, 3, \dots$). Ona görə də bu oxlar baş oxlar olacaqdır. Nəzərə almaq lazımdır ki, y_i oxları (əgər onların içərisində kəsiyin simmetriya oxu yoxdursa) yalnız z simmetriya oxu ilə cütlikdə baş oxlar ola bilərlər. Onlar z simmetriya oxuna paralel hər hansı digər z_i oxları ilə birlikdə baş oxlar ola bilməzlər.

Əgər, hər hansı yastı kəsiyin iki baş mərkəzi ətalət momentləri bir-birinə bərabərdirsə, onda (6.19) düsturlarına əsasən bu kəsiyin istənilən mərkəzi oxu baş ox olacaqdır. Buna misal olaraq kvadrat, dairə, altıbucaq, bərabərtərəfli üçbucaq və s. kəsikləri göstərmək olar. Doğrudan da, (6.19)-un üçüncü düsturunda $J_{yz} = 0$ (çünki y, z – baş oxlardır) və

$J_y = J_z$ qəbul etsək $J_{y_1 z_1} = 0$, yəni α -nın qiymətindən asılı olmayaraq istənilən vəziyyətdə olan y_i və z_i oxları baş oxlar olacaqlar.

§6.5. Sadə kəsiklərin ətalət momentləri

Mühəndis praktikasında çox vaxt en kəsiyi sadə fiqur şəklində olan millərin hesablanmasına təsadüf olunur. Belə fiqurların xarakterik oxlara nəzərən ətalət momentlərinin düsturlarını müəyyən edək.

1. Düzbucaqlı (şək.6.5.1). Bu fiqurun oturacağına paralel hər hansı oxa nəzərən ətalət momentini (6.6) düsturundan istifadə etməklə hesablamaq üçün dA sahəciyini oturacağına paralel düzbucaqlı elementar zolaq şəklində götürürük. Onda $dA = B \cdot dz$ olacaqdır. Bu ifadəni (6.6) inteqralla-

rında yerinə yazıb $-\frac{H}{2} \div \frac{H}{2}$ intervalında inteqrallayaraq düzbucaqlının y_c mərkəzi oxuna nəzərən ətalət momentinin ifadəsini alırıq:

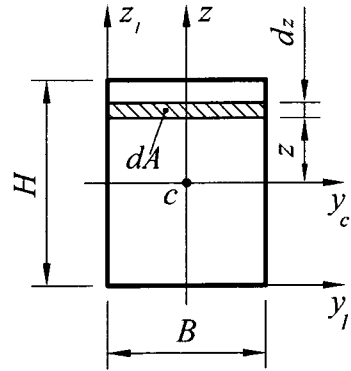
$$J_{y_c} = \int_A z^2 dA = \int_{-\frac{H}{2}}^{+\frac{H}{2}} z^2 B dz = B \cdot \frac{z^3}{3} \Big|_{-\frac{H}{2}}^{+\frac{H}{2}} = \frac{BH^3}{12}$$

Eyni ilə elementar dA sahəciyini düzbucaqlının şaquli tərəfinə paralel zolaq şəklində qəbul etsək alarıq:

$$J_{z_c} = \int_A y^2 dA = \int_{-\frac{B}{2}}^{+\frac{B}{2}} y^2 H dy = \frac{HB^3}{12}$$

Beləliklə,

$$J_{y_c} = \frac{BH^3}{12}; \quad J_{z_c} = \frac{BH^3}{12} \quad (6.30)$$



Sək. 6.5.1

İndi isə **düzbucaqlının tərəflərindən keçən oxlara nəzərən ətalət momentlərini təyin edək**. Bu halda paralel oxlara nəzərən ətalət momentləri arasındakı (6.15) asılılıqlarından istifadə edirik. Həmin düsturlarda $a = \frac{H}{2}$ və $b = \frac{B}{2}$ yazıb alırıq:

$$J_{y_1} = J_{y_c} + a^2 A = \frac{BH^3}{12} + \left(\frac{H}{2}\right)^2 \cdot BH = \frac{BH^3}{3} \quad \text{eyni ilə}$$

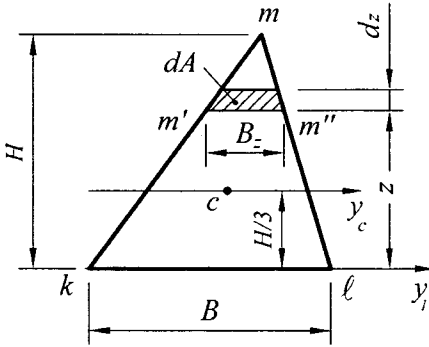
$$J_{z_1} = \frac{HB^3}{12} + \left(\frac{B}{2}\right)^2 \cdot BH = \frac{HB^3}{3}$$

$$\text{Beləliklə } J_{y_1} = \frac{BH^3}{3}, \quad J_{z_1} = \frac{HB^3}{3} \quad (6.31)$$

Mərkəzdənqəçmə ətalət momentini hesablayaq:

$$J_{y_1 z_1} = J_{y_c z_c} + abA = \frac{H}{2} \frac{B}{2} BH = \frac{B^2 H^2}{4} \quad \text{və ya}$$

$$J_{y_1 z_1} = \frac{B^2 H^2}{4} \quad (6.32)$$



Şək. 6.5.2

$$\frac{B_z}{B} = \frac{H-z}{H}; \text{ buradan } B_z = \frac{B}{H}(H-z)$$

$$\text{Onda } dA = B_z \cdot dz = \frac{B}{H}(H-z)dz$$

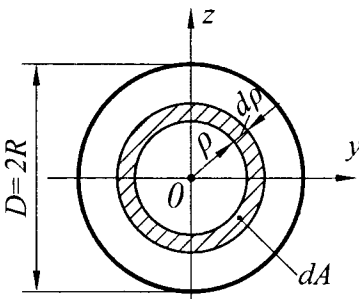
Bu ifadəni (6.6) inteqrallarından J_{y_1} -də yerinə yazıb, $0 \div H$ intervalında inteqrallayaraq alırıq

$$J_{y_1} = \int_A z^2 dA = \frac{B}{H} \int_0^H z^2 (H-z) dz = \frac{BH^3}{3} - \frac{BH^3}{4} = \frac{BH^3}{12} \text{ və ya}$$

$$J_{y_1} = \frac{BH^3}{12} \quad (6.33)$$

Üçbucağın mərkəzi y_c oxuna nəzərən ətalət momentini hesablamaq üçün (6.15)-in birinci düsturundan istifadə edirik. Həmin düsturda $a=H/3$ yazıb alırıq:

$$J_{y_c} = J_{y_1} - a^2 A = \frac{BH^3}{12} - \left(\frac{H}{3}\right)^2 \frac{BH}{2} = \frac{BH^3}{36} \text{ və ya } J_{y_c} = \frac{BH^3}{36} \quad (6.34)$$



Şək. 6.5.3

3. Dairə (şək.6.5.3). Əvvəlcə bu kəsiyin **qütb ətalət momentini** təyin edək.

Bunun üçün elementar sahəyi dairəvi nazik zolaq şəklində ayırıq. Bu zolağı şərti olaraq elementar düzbucaqlı qəbul edək. Onun bir tərəfini zolağın daxili çevrəsinin uzunluğuna bərabər, digər tərəfini isə dp qəbul etsək, alırıq:

$$dA = 2\pi r \cdot dp$$

Bu ifadəni (6.7)-də yerinə yazaraq:

$$J_p = \int_A \rho^2 dA = \int_0^R \rho^2 \cdot 2\pi\rho d\rho = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32} \text{ və ya}$$

$$J_p = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32} \quad (6.35)$$

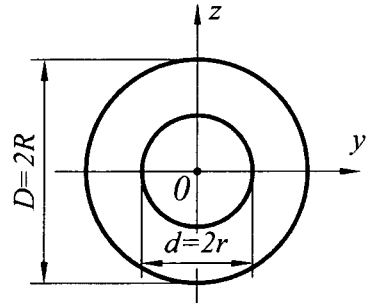
Dairə üçün mərkəzi ox ətalət momentləri $J_y = J_z$ olduğundan (6.10)-dan alırıq:

$$J_y = J_z = \frac{J_p}{2} = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi D^4}{64} \quad (6.36)$$

4. Dairəvi həlqə (şək.6.5.4). Həlqəni mürəkkəb kəsik kimi qəbul edib, (6.9) düsturlarını tətbiq edirik.

$$J_p = J_p^{xar.} - J_p^{dax.} = \frac{\pi D^4}{2} - \frac{\pi r^4}{2} \text{ və ya}$$

$$J_p = \frac{\pi R^4}{2} (1 - c^4) = \frac{\pi D^4}{32} (1 - c^4) \quad (6.37)$$



Şək. 6.5.4

Bu düstur həlqəvari dairəvi kəsiyin qütb ətalət momentinin düsturudur

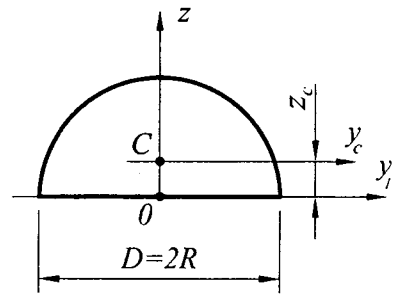
Burada $c = \frac{r}{R}$; $J_p^{xar.}$ – böyük, $J_p^{dax.}$ isə daxili dairənin qütb ətalət momentləridir.

Onda ox ətalət momentləri üçün alırıq:

$$J_y = J_z = \frac{J_p}{2} = \frac{\pi R^4}{4} (1 - c^4) = \frac{\pi D^4}{64} (1 - c^4) \quad (6.38)$$

5. Yarım dairə (şək. 6.5.5). Bu fiqurun oturacağından (diametrindən) keçən y_1 oxuna nəzərən ətalət momenti tam dairənin mərkəzi oxa nəzərən ətalət momentinin yarısına bərabər götürülür:

$$J_{y_1} = \frac{1}{2} \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi R^4}{8} = \frac{\pi D^4}{128} \quad (6.39)$$



Şək. 6.5.5

(6.15) düsturundan istifadə edərək $a = z_c$ olduğunu nəzərə alıb yarım dairənin ağırlıq mərkəzindən keçən və y_1 oxuna paralel y_c oxuna nəzərən ətalət momentini təyin edirik:

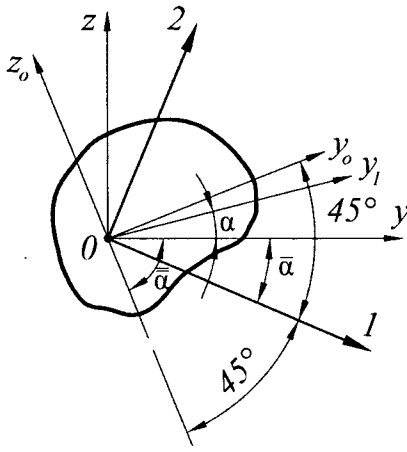
$$J_{y_c} = J_{y_1} - z_c^2 A = \frac{\pi R^4}{8} - \left(\frac{4R}{3\pi}\right)^2 = \frac{(9\pi^2 - 64)}{72\pi} R^4 \approx 0,11R^4 \quad (6.40)$$

Aydın ki, yarım dairənin z_1 və z_c oxlarına nəzərən momenti eynidir və J_{z_1} -ə bərabər olur:

$$J_{z_1} = J_{z_c} = J_{y_1} = \frac{\pi D^4}{128}$$

§ 6.6. Ətalət momentlərinin qrafik üsulla tədqiqi

1. Ətalət momentləri üçün Mor dairəsi.



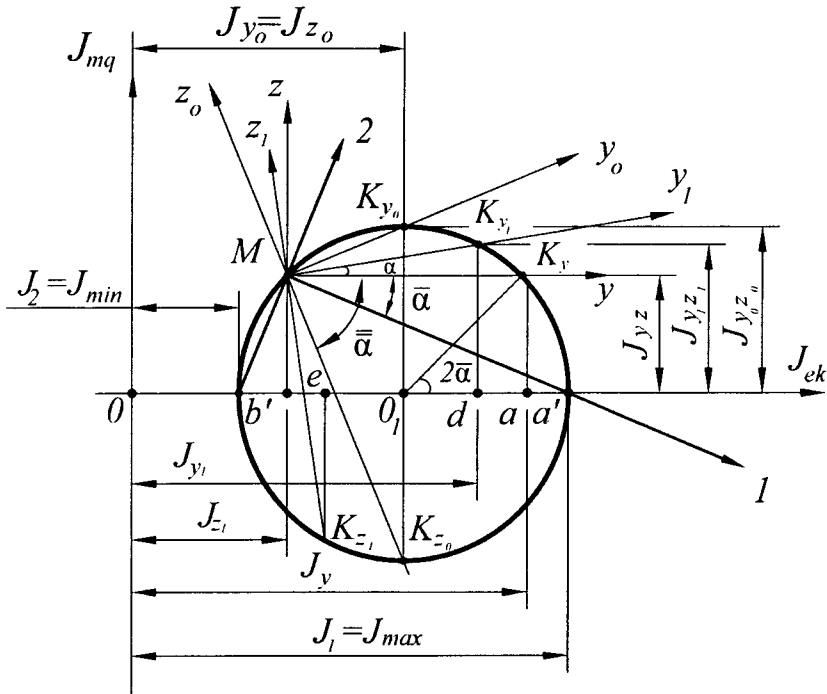
Şək. 6.6.1

Deformasiyaya uğrayan bərk cismin ixtiyari nöqtəsi ətrafında müstəvi gərgin halın qrafik üsulla (Mor dairəsi vasitəsi ilə) tədqiqi ətalət momentlərinin təyin olunması üçün tətbiq oluna bilər, çünki maili kəsiklərdə gərginliklərin tapılması düsturları ilə oxların dönməsi nəticəsində kəsiyin ətalət momentlərinin dəyişmə düsturları arasında tam oxşarlıq mövcuddur. Məhz bu səbəbdən və nəzərə alaraq ki, tarixən ilkin olaraq bu qrafik üsul O.Mor tərəfindən gərgin halın araşdırılmasında tətbiq olunmuşdur, onu bu halda ətalət momentləri üçün Mor dairəsi (ətalət dairəsi) adlandırmaq olar. Eyni zamanda

gərgin hallar üçün Mor dairəsi (gərginliklər dairəsi) ilə ətalət momentləri üçün Mor dairəsi arasındakı fərqi də qeyd etmək lazımdır. Oxa nəzərən ətalət momentləri həmişə müsbət və sıfırdan fərqli olduğu üçün, gərginliklər dairəsindən fərqli olaraq ətalət momentləri üçün Mor dairəsinin mərkəzi həmişə müsbət absislər oxu üzərində olmalı və dairə şaquli ox ilə kəsişməməli və ona toxunmamalıdır. Buna görə də bu məsələni ətraflı araşdırmağa ehtiyac olmadığından, yalnız Mor dairəsinin qurulması və onun vasitəsi ilə ətalət momentlərinin təyin olunması qaydası üzərində dayanırıq.

Tutaq ki, verilmiş yastı kəsiyin hər hansı «O» nöqtəsi üçün Mor dairəsi qurmaq tələb olunur (şək.6.6.1). Bunun üçün ilk növbədə həmin nöqtə-

dən keçən ixtiyarı iki bir-birinə \perp oy və oz oxlarına nəzərən ətalət momentlərini təyin etmək lazımdır. Fərz edək ki, bu ətalət momentləri (J_y , J_z və J_{yz}) məlumdurlar, $J_y > J_z$ və $J_{yz} > 0$. Ətalət momentlərinin məlum qiymətləri üçün müəyyən miqyas seçirik.



Şək. 6.6.2

Bu miqyasla iki bir-birinə perpendikulyar koordinat oxları üzrə ətalət momentlərini ayırıraq – absislər oxu üzrə ox və ya ekvatorial (J_{ek}) ətalət momentlərini, ordinatlar oxu üzrə isə mərkəzdənqaçma ($J_{m.q.}$) ətalət momentini, yəni $Oa = J_y$, $Ob = J_z$, $aK_y = J_{yz}$ (şək. 6.6.2). ab parçasının orta « O_1 » nöqtəsi Mor dairəsinin mərkəzidir. « K_y » nöqtəsinin koordinatları J_y və J_{yz} olacaqdır. K_y nöqtəsindən oy oxuna, « b » nöqtəsindən isə oz oxuna paralel çəkilmiş xətlərin kəsişmə nöqtəsi M Mor dairəsinin qütb nöqtəsinə müəyyən edir. $MO_1 = O_1K_y = R$ dairənin radiusudur. Bu radiusla mərkəzi « O_1 » nöqtəsi olmaqla çevrə çəkirik. Çevrənin absislər oxu ilə kəsişmə nöqtələrinin absisləri baş ətalət momentlərinin qiymətini müəyyən edir ($Oa' = J_{max}$, $Ob' = J_{min}$). a' və b' nöqtələrini M qütb nöqtəsi ilə birləşdirib baş oxların (1 və 2) istiqamətini ($\bar{\alpha}$ bucağını) tapırıq.

Beləliklə, şəkl.6.6.1-dəki yastı kəsiyin O nöqtəsi üçün qurulmuş Mor dairəsinin çevrəsi üzərindəki hər bir nöqtəsinin absisi M qütübünü bu nöqtə ilə birləşdirən oxa nəzərən ətalət momentinin, ordinatı isə bu ox ilə M qütübündən keçən ona perpendikulyar digər oxa nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momentinin qiymətini müəyyən edir. Məsələn, oy oxu ilə α bucağı əmələ gətirən hər hansı oy_1 və ona perpendikulyar oz_1 oxlarına (şəkl.6.6.1) nəzərən ətalət momentlərini Mor dairəsindən tapmaq üçün M qütüb nöqtəsindən bu oxlara paralel oxlar keçiririk. Onların çevrə ilə kəsişmə nöqtələrinin koordinatları: $od = J_{y_1}$, $oe = J_{z_1}$, $K_{y_1}d - J_{y_1z_1}$ olacaqdır.

Yuxarıda göstəriləyi qaydada qurulmuş Mor dairəsindən baş ətalət momentlərinin, baş oxların vəziyyətini müəyyən edən $\bar{\alpha}$ bucağının, habelə ilkin oy , oz oxları ilə α bucağı altında keçən hər hansı oxlara nəzərən ətalət momentlərinin tapılmasının nəzəri düsturlarla təsdiq olunduğunu göstərək. Bunun üçün əvvəlcə dairənin radiusunu təyin edək:

$$R^2 = (O_1K_y)^2 = (O_1a)^2 + (K_ya)^2 = \left(\frac{J_y - J_z}{2}\right)^2 + J_{yz}^2 \quad (a)$$

Dairənin mərkəzi O_1 nöqtəsinin absisi

$$OO_1 = J_z + \frac{J_y - J_z}{2} = \frac{J_y + J_z}{2} \quad (b)$$

Onda: $Oa' = OO_1 + R = J_{\max}$; $Ob' = OO_1 - R = J_{\min}$

$$OO_1 \pm R = J_{\max/\min} = \frac{J_y + J_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{J_y - J_z}{2}\right)^2 + J_{yz}^2} \quad (1)$$

Baş oxların maillik bucağını ΔO_1K_ya -dan təyin edək:

$$\frac{K_ya}{O_1a} = \frac{J_{yz}}{\frac{J_y - J_z}{2}} = \frac{2J_{yz}}{J_y - J_z}$$

Bu ifadənin sol tərəfi $\frac{K_ya}{O_1a} = \operatorname{tg} 2\bar{\alpha}$ və $\bar{\alpha}$ bucağının saat əqrəbinin gedişi

istiqamətində, yəni mənfə olduğunu nəzərə alaraq yaza bilərik:

$$\operatorname{tg} 2\bar{\alpha} = -\frac{2J_{yx}}{J_y - J_z} \quad (2)$$

Mor dairəsindən istifadə edərək baş oxların hər birinin ayrı-ayrılıqda istiqamətini müəyyən edən $\bar{\alpha}$ bucağının qiymətlərini tapmaq üçün düsturları hasil edə bilərik. Bunun üçün:

$$\Delta Ma'b \text{ -dən } -\operatorname{tg} \bar{\alpha}_1 = -\frac{Mb}{a'b} = \frac{J_{yz}}{J_z - J_{\max}};$$

$$\Delta Mb'b \text{ -dən } -\operatorname{tg} \bar{\alpha}_2 = -\frac{Mb}{b'b} = \frac{J_{yz}}{J_z - J_{\min}} \quad (2')$$

(6.19) düsturlarından birinci və ya ikincisinin ikinci tərtibdən törəməsinin işarəsini araşdırsaq görürük ki, $J_y > J_z$ olduqda (6.23)-dən oy oxu ilə bir baş oxu arasındakı $\bar{\alpha}_1$ bucağını, $J_y < J_z$ olduqda isə oy oxu ilə iki baş oxu arasındakı $\bar{\alpha}_2$ bucağını alırıq.

y oxu ilə α bucağı altında keçən y_1 oxuna nəzərən ətalət momentini tapaq. Bunun üçün əvvəldə K_y nöqtəsinin absisi üçün yazırıq:

$$Od = OO_1 + O_1d$$

$\Delta O_1K_{y_1}d$ -dən O_1d -ni təyin edib sonuncu ifadədə yerinə yazaraq alırıq:

$$Od = OO_1 + O_1K_{y_1} \cdot \cos(2\alpha + 2\bar{\alpha}) = \frac{J_y + J_z}{2} + R \cdot \cos 2\bar{\alpha} \cdot \cos 2\alpha - R \sin 2\bar{\alpha} \cdot \sin 2\alpha.$$

$$\Delta O_1K_{y_1}a \text{-dan } R \cdot \cos 2\bar{\alpha} = O_1a = \frac{J_y - J_z}{2}; R \cdot \sin 2\bar{\alpha} = J_{y_1z_1} \quad (c)$$

ifadələrini sonuncu tənlikdə yerinə yazıb, alırıq:

$$Od = \frac{J_y + J_z}{2} + \frac{J_y - J_z}{2} \cos 2\alpha - J_{yz} \cdot \sin 2\alpha = J_{y_1} \quad (3)$$

İndi isə $\Delta O_1K_{y_1}d$ -dən K_{y_1} nöqtəsinin ordinatı üçün yaza bilirik:

$$K_{y_1}d = R \cdot \sin(2\bar{\alpha} + 2\alpha) = R \cdot \cos 2\bar{\alpha} \cdot \sin 2\alpha + R \cdot \sin 2\bar{\alpha} \cdot \cos 2\alpha.$$

(c) ifadələrini sonuncu tənlikdə yerinə yazsaq, alırıq:

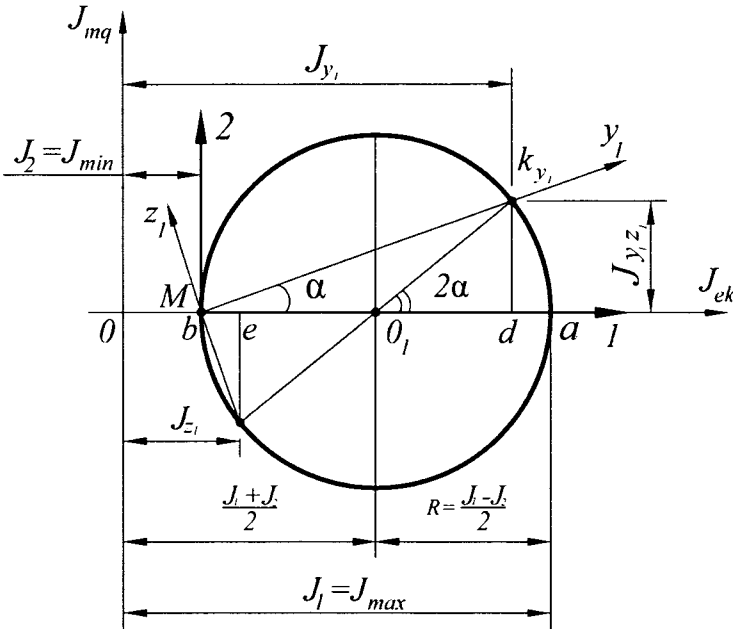
$$K_{y_1}d = \frac{J_y - J_z}{2} \sin 2\alpha + J_{yz} \cos 2\alpha = J_{y_1z_1}. \quad (4)$$

Eyni ilə Mor dairəsindən digər hər hansı maili oxlara nəzərən ətalət momentlərini də tapsaq görürük ki, (1) ÷ (4) ifadələri kimi onlar da bu fəsilə nəzəri araşdırmalardan alınmış müvafiq düsturlarla eyni olacaqdır.

Qeyd etmək lazımdır ki, baş ətalət momentlərinin qiyməti və baş oxların vəziyyəti əvvəlcədən məlum olduqda Mor dairəsini bunlardan istifadə etməklə də qurmaq olar. Bu halda ilkin verilmiş ətalət oxları 1 və 2 baş oxları, bu oxlara nəzərən baş ətalət momentləri isə J_1 və J_2 olacaqdır. Bunlardan asılı olaraq bu oxlarla α bucağı əmələ gətirən hər hansı oxlara nəzərən ətalət momentlərini hesablamaq üçün (6.19) düsturunda $J_y = J_1$, $J_z = J_2$, $J_{yz} = J_{12} = 0$ yazıb alırıq:

$$\begin{aligned} J_{y_1} &= \frac{J_1 + J_2}{2} + \frac{J_1 - J_2}{2} \cos 2\alpha; \\ J_{z_1} &= \frac{J_1 + J_2}{2} - \frac{J_1 - J_2}{2} \cos 2\alpha; \\ J_{y_1z_1} &= \frac{J_1 - J_2}{2} \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Bu ifadələrdən istifadə edərək Mor dairəsinin baş oxlar üzərində qurulmasını göstərək. Müəyyən miqyasla baş ətalət momentlərinin qiymətləri absislər oxu üzərində $Oa = J_1 = J_{\max}$; $Ob = J_2 = J_{\min}$ qeyd olunur. «ab» düz xətt parçasının orta nöqtəsi O_1 – dairənin mərkəzi olacaqdır, çünki $O_1a = O_1b = R = \frac{J_1 - J_2}{2}$ olacaqdır. Bu radiusla çevrə keçirək. Əgər «a» nöqtəsindən «1» baş oxuna, «b» nöqtəsindən isə «2» baş oxuna \parallel olan xətlər çəksək onların kəsişmə nöqtəsi M – dairənin qütbü olacaqdır.



Şək. 6.6.3

Hər hansı maili y_1 oxuna nəzərən ətalət momentinin qiymətini təyin etmək üçün qütb nöqtəsindən y_1 oxuna paralel xətt keçiririk. Bu xətin çevrə ilə kəsişdiyi K_{y_1} nöqtəsinin koordinatları $od = J_{y_1}$; $K_{y_1}d = J_{y_1z_1}$ olacaqdır (şək. 6.6.3).

Bunu isbat edək.

$$Od = OO_1 + O_1d = OO_1 + R \cdot \cos 2\alpha; \quad K_{y_1}d = R \cdot \sin 2\alpha.$$

$$Oe = OO_1 - O_1e = OO_1 - O_1d = OO_1 - R \cdot \cos 2\alpha. \quad OO_1 = \frac{J_1 + J_2}{2},$$

$$R = \frac{J_1 - J_2}{2} \quad \text{və (6.19) ifadələrini nəzərə alsaq yaza bilərik:}$$

$$O_d = \frac{J_1 + J_2}{2} + \frac{J_1 - J_2}{2} \cos 2\alpha = J_{y_1};$$

$$O_e = \frac{J_1 + J_2}{2} - \frac{J_1 - J_2}{2} \cos 2\alpha = J_{z_1};$$

$$K_{y_1} d = \frac{J_1 - J_2}{2} \sin 2\alpha = J_{y_1 z_1}.$$

2. Ətalət ellipsi

Ətalət ellipsi yastı kəsiyin hər hansı nöqtəsi üçün qurulur və ondan verilmiş nöqtədəki baş ətalət oxları ilə istənilən bucaq əmələ gətirən maili oxa nəzərən ətalət momentini tapmaq üçün istifadə olunur.

Ətalət ellipsini qurmaqdan ötəri kəsiyin yeni bir həndəsi xarakteristikası – ətalət radiusundan istifadə olunur.

Yastı kəsiyin hər hansı oxa nəzərən ətalət radiusunun kvadratı həmin oxa nəzərən ətalət momentinin kəsiyin sahəsinə nisbətində bərabərdir:

$$i^2 = \frac{J}{A}$$

Tutaq ki, 1 və 2 oxları kəsiyin O nöqtəsindən keçən baş oxlardır. Onda ilkin baş ətalət radiusları üçün analogi olaraq yazı bilərik:

$$i_1 = \sqrt{\frac{J_1}{A}}; \quad i_2 = \sqrt{\frac{J_2}{A}} \quad (6.41)$$

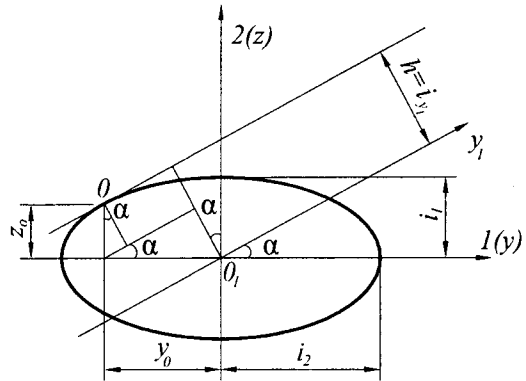
1 və 2 baş oxları ilə « α » bucağı əmələ gətirən oy_1 maili oxa nəzərən ətalət momentini təyin etmək üçün (6.18) düsturlarında $J_{yz} = 0$, $J_y = J_1$,

$J_z = J_2$ qəbul edək:

$$J_{y_1} = J_1 \cos^2 \alpha + J_2 \sin^2 \alpha \quad (6.42)$$

Bu ifadənin hər iki tərəfini « A »-ya bölsək alarıq:

$$i_{y_1}^2 = i_1^2 \cos^2 \alpha + i_2^2 \sin^2 \alpha \quad (6.43)$$



Şək. 6.6.4

Koordinat oxlarında yarımoxları baş ətalət radiusları i_1 və i_2 olan ellipsi quraq (şək.6.6.4). Bu zaman y oxu üzərində i_2 , z oxu üzərində isə i_1 ətalət radiusunu ayırırıq. Bu ellipsin tənliyini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\frac{y^2}{i_2^2} + \frac{z^2}{i_1^2} = 1 \quad (6.44)$$

Bu ellips **ətalət ellipsi** adlanır. Həmin ellipsə oy_1 oxuna paralel toxunan keçirək. Toxunma nöqtəsinin koordinatlarını y_0 və z_0 ilə işarə edək. Ellipsə toxunanın tənliyi bu şəkildə yazılır:

$$\frac{y \cdot y_0}{i_2^2} + \frac{z \cdot z_0}{i_1^2} = 1 \quad (6.45)$$

Şək.6.6.4-dən görünür ki, oy_1 oxu ilə ellipsə toxunan arasındakı ən qısa «h» məsafəsi

$$h = z_0 \cos \alpha + y_0 \sin \alpha \quad (6.46)$$

Bu ifadənin hər bir həddini «h»-a bölək:

$$\frac{z_0 \cos \alpha}{h} + \frac{y_0 \sin \alpha}{h} = 1 \quad (6.47)$$

(6.45) və (6.47) tənliklərini müqayisə etsək görürük ki,

$$\frac{z}{i_1^2} = \frac{\cos \alpha}{h}; \quad \frac{y}{i_2^2} = \frac{\sin \alpha}{h} \quad \text{və ya}$$

$$\frac{z^2}{i_1^2} = \frac{i_1^2 \cos^2 \alpha}{h^2}; \quad \frac{y^2}{i_2^2} = \frac{i_2^2 \sin^2 \alpha}{h^2}.$$

Sonuncu ifadələri (6.44)-də yerinə yazıb alırıq:

$$\frac{i_1^2 \cos^2 \alpha}{h^2} + \frac{i_2^2 \sin^2 \alpha}{h^2} = 1$$

Buradan

$$h^2 = i_1^2 \cos^2 \alpha + i_2^2 \sin^2 \alpha \quad (6.48)$$

(6.48) ifadəsini (6.43) ilə müqayisə etsək görürük ki, $h^2 = i_{y_1}^2$ yəni «h» məsafəsi qiymətcə maili oy_1 oxuna nəzərən ətalət radiusuna bərabər olur. Ona görə də (6.41) düsturlarına uyğun olaraq

$$J_{y_1} = A \cdot i_{y_1}^2 \quad \text{və ya} \quad J_{y_1} = A \cdot h^2$$

İlkin baş oxlara nəzərən ətalət momentləri bir-birinə bərabər olduğu halda ətalət ellipsi ətalət dairəsinə çevriləcək və baş oxların kəsişmə nöq-

təsindən keçən istənilən y_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) oxuna nəzərən ətalet momenti eyni qiymət alacaqdır, çünki « h » məsafələri bütün oxlar üçün dairənin radiusuna bərabər olacaqdır, yəni $J_{y_i} = A \cdot R^2 = \text{const}$. Burada J_{y_i} – baş oxlar ilə α_i bucağı əmələ gətirən maili oxlara nəzərən ətalet momenti, R – ətalet dairəsinin radiusudur.

§ 6.7. Misallar

Misal 1. Verilmiş yastı kəsiyin (şək. 6.7.1) ağırlıq mərkəzinin koordinatlarını, mərkəzi baş oxların vəziyyətini və həmin oxlara nəzərən ətalet momentlərini təyin etməli. Alınmış hesablamaları qrafik üsulla yoxlamalı.

Həlli: I və II düzbucaqlılardan ibarət kəsiyin sahəsini hesablayaq:

$$A = A_1 + A_2 = 5a^2 + 4a^2 = 9a^2$$

(6.5) düsturlarına əsasən ağırlıq mərkəzinin koordinatlarını hesablayaq. Bunun üçün köməkçi y , z oxlarına nəzərən kəsiyin sahəsinin statik momentini təyin edək:

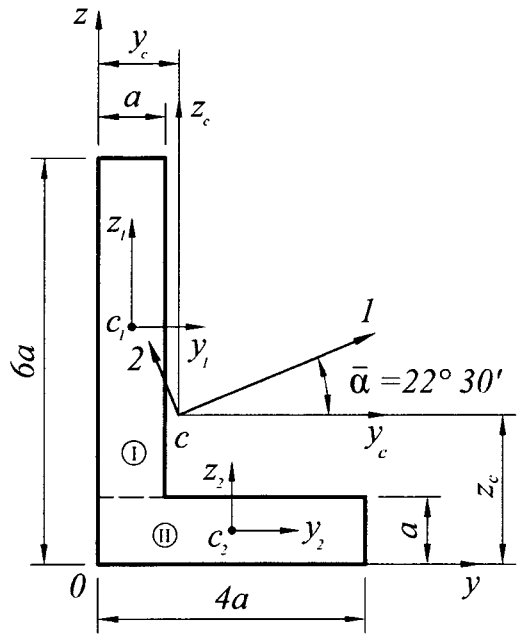
$$S_y = A_1 z_1 + A_2 z_2 = 5a^2 \cdot 3,5a + 4a^2 \cdot 0,5a = 19,5a^3,$$

$$S_z = A_1 y_1 + A_2 y_2 = 5a^2 \cdot 0,5a + 4a^2 \cdot 2a = 10,5a^3.$$

Onda, ağırlıq mərkəzinin koordinatlarını (6.4) düsturlarına əsasən tapırıq:

$$y_c = \frac{S_z}{A} = \frac{10,5a^3}{9a^2} = 1,17a;$$

$$z_c = \frac{S_y}{A} = \frac{19,5a^3}{9a^2} = 2,17a$$



Şək. 6.7.1

(6.9), (6.15) və (6.30) düsturlarından istifadə etməklə kəsiyin ağırlıq mərkəzindən keçən ixtiyarı y_c , z_c oxlarına nəzərən ətalət momentlərini hesablayaq.

$$J_{y_c} = J_{y_1}^I + (z_1 - z_c)^2 A_1 + J_{y_2}^{II} + (z_2 - z_c)^2 A_2 + \frac{a(5a)^3}{12} +$$

$$+ (3,5a - 2,17a)^2 \cdot 5a^2 + \frac{4a \cdot a^3}{12} + (0,5a - 2,17a)^2 \cdot 4a^2 = 30,75a^4$$

$$J_{z_c} = J_{z_1}^I + (y_1 - y_c)^2 A_1 + J_{z_2}^{II} + (y_2 - y_c)^2 A_2 + \frac{5a \cdot a^3}{12} +$$

$$+ (0,5a - 1,17a)^2 \cdot 5a^2 + \frac{a \cdot (4a)^3}{12} + (2a - 1,17a)^2 \cdot 4a^2 = 10,75a^4$$

$$J_{y_c z_c} = J_{z_1 y_1}^I + (z_1 - z_c)(y_1 - y_c) A_1 + J_{z_2 y_2}^{II} + (z_2 - z_c)(y_2 - y_c) A_2 =$$

$$= (0,5a - 1,17a)(3,5a - 2,17a) \cdot 5a^2 + (2a - 1,17a)(0,5a - 2,17a) \cdot 4a^2 = -10a^4$$

Baş oxların istiqamətini (6.23) düsturuna əsasən təyin edək:

$$\operatorname{tg} 2\bar{\alpha} = -\frac{2J_{yz}}{J_y - J_z} = -\frac{2 \cdot (-10a^4)}{30,75a^4 - 10,75a^4} = 1$$

$$2\bar{\alpha} = \operatorname{arctg} 1 = 45^\circ \quad \bar{\alpha} = 22,5^\circ$$

Mərkəzi baş oxlara nəzərən ətalət momentlərini (6.25) düsturuna əsasən hesablayaq:

$$J_{\max} = \frac{J_y + J_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_y - J_z)^2 + 4J_{yz}^2} = \frac{30,75a^4 + 10,75a^4}{2} \pm$$

$$\pm \frac{1}{2} \sqrt{(30,75a^4 - 10,75a^4)^2 + 4 \cdot (-10a^4)^2} = 20,75a^4 \pm 14,14a^4$$

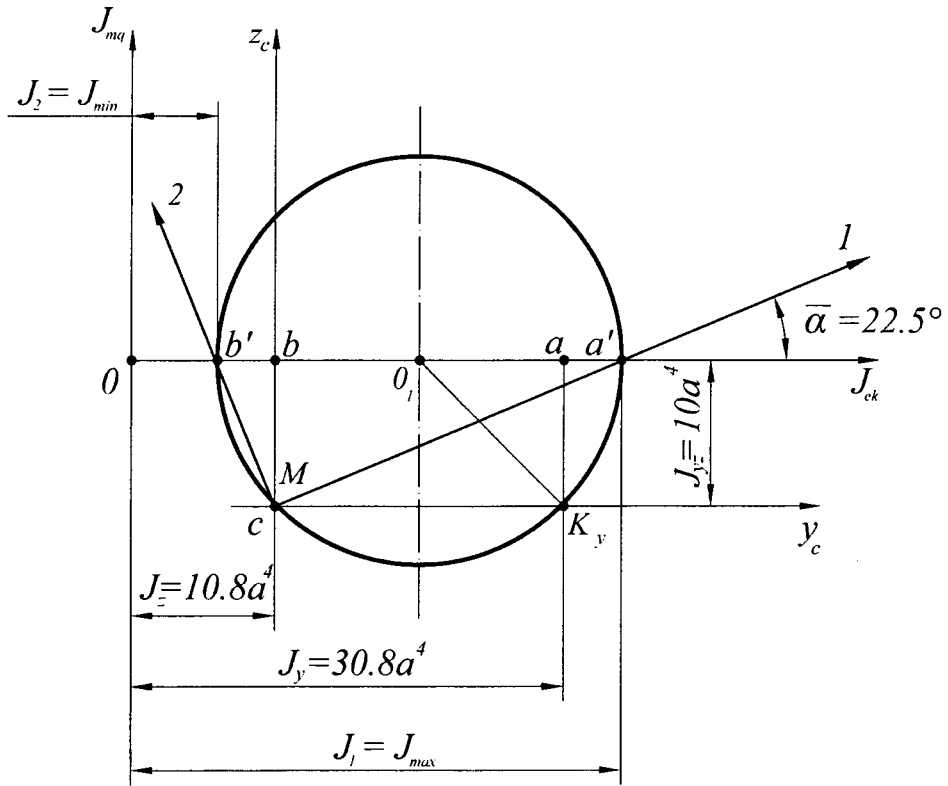
$$J_1 = J_{\max} = 20,75a^4 + 14,14a^4 = 34,89a^4$$

$$J_2 = J_{\min} = 20,75a^4 - 14,14a^4 = 6,61a^4$$

Kəsiyin ağırlıq mərkəzi üçün Mor dairəsi şəkl. 6.7.2-də göstərilmişdir.

Bu şəkildən görünür ki, nəzəri hesablamalarda alınmış qiymətlər öz təsdiqini tapır

Misal 2. Yastı kəsiyin (şəkl. 6.7.3) mərkəzi oxlara nəzərən ətalət, müqavimət momentlərini və ətalət radiuslarını hesablamalı.



Şək. 6.7.2

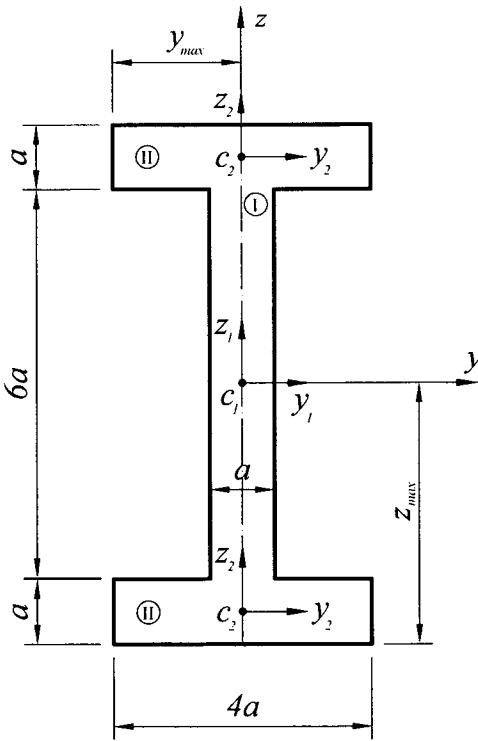
Həlli: Şəkildən görünür ki, y və z oxları verilmiş yastı kəsiyin baş mərkəzi oxlarıdır. Kəsiyin sahəsi

$$A = A_1 + 2A_2 = 6a^2 + 2 \cdot 4a^2 = 14a^2 \text{ olur.}$$

Ətalət momentlərini hesablayaq:

$$\begin{aligned} J_y &= J_y^I + 2J_y^{II} = J_{y_1}^I + 2[J_{y_2}^{II} + (3,5a)^2 \cdot A_2] = \\ &= \frac{a \cdot (6a)^3}{12} + 2 \left[\frac{4a \cdot a^3}{12} + (3,5a)^2 \cdot 4a^2 \right] = 116,66a^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_z &= J_z^I + 2J_z^{II} = J_{z_1}^I + 2J_{z_2}^{II} = \frac{6a \cdot a^3}{12} + \\ &+ 2 \frac{a \cdot (4a)^3}{12} = 11,16a^4 \end{aligned}$$



Şək. 6.7.3

müqavimət momentlərini və ətalət radiuslarını hesablamalı.

Həlli: İki sadə furdan ibarət olan yastı kəsiyin sahəsini hesablayaq:

$$A = A_1 + A_2 = 3a \cdot 2a + \frac{\pi a^2}{2} = 6a^2 + 1,57a^2 = 7,57a^2$$

Kəsiyin bir simmetriya oxu y baş mərkəzi oxlardan biridir. Digər baş mərkəzi oxun vəziyyətini tapmaq üçün ağırlıq mərkəzinin absisini təyin edək. Bunun üçün köməkçi z oxunu z , oxu ilə üst-üstə salaq və bu oxa nəzərən statik momenti hesablayaq.

$$S_z = A_2 y_2 = 1,57a^2 \cdot \left(\frac{3a}{2} + \frac{4a}{3\pi} \right) = 3,02a^3$$

Onda, kəsiyin ağırlıq mərkəzinin absisi:

$$y_c = \frac{S_z}{A} = \frac{3,02a^3}{7,57a^2} = 0,4a$$

Deməli, y_c və z_c oxları verilmiş yastı kəsiyin mərkəzi baş oxlarıdır. Bu oxlara nəzərən ətalət momentlərini hesablayaq.

Müqavimət momentlərini təyin edək:

$$W_y = \frac{J_y}{|z_{\max}|} = \frac{116,66a^4}{4a} = 29,165a^3;$$

$$W_z = \frac{J_z}{|y_{\max}|} = \frac{11,16a^4}{2a} = 5,58a^3$$

Ətalət radiuslarını tapaq:

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}} = \sqrt{\frac{116,66a^4}{14a^2}} = 2,89a;$$

$$i_z = \sqrt{\frac{J_z}{A}} = \sqrt{\frac{11,16a^4}{14a^2}} = 0,89a.$$

Misal 3. Verilmiş yastı kəsik üçün (şək. 6.7.4) mərkəzi baş oxların vəziyyətini, mərkəzi baş oxlara nəzərən ətalət,

$$J_{y_c} = J'_{y_c} + J''_{y_c} = J'_{y_1} + J''_{y_2} = \frac{3a(2a)^3}{12} + \frac{\pi a^4}{8} = 2,4a^4$$

$$J_{z_c} = J'_{z_c} + J''_{z_c} = J'_{z_1} + (y_1 - y_c)^2 A_1 + J''_{z_2} + (y_2 - y_c)^2 A_2 =$$

$$= \frac{2a(3a)^3}{12} + (0,4a)^2 \cdot 6a^2 + 0,11a^4 + (0,4a - 1,9a)^2 \cdot 1,57a^2 = 9,1a^4$$

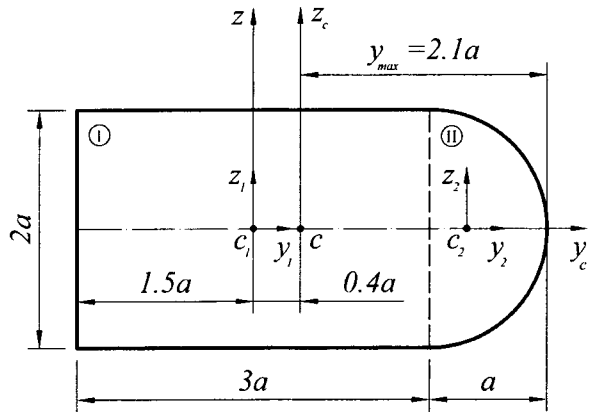
Müqavimət momentlərini tapaq:

$$W_{y_c} = \frac{J_{y_c}}{|z_{\max}|} = \frac{2,4a^4}{a} = 2,4a^3; \quad W_{z_c} = \frac{J_{z_c}}{|y_{\max}|} = \frac{9,1a^4}{4a - y_c} = \frac{9,1a^4}{2,1a} = 4,3a^3$$

Ətalət radiuslarını təyin edək:

$$i_{y_c} = \sqrt{\frac{J_{y_c}}{A}} = \sqrt{\frac{2,4a^4}{7,57a^2}} = 0,56a;$$

$$i_{z_c} = \sqrt{\frac{J_{z_c}}{A}} = \sqrt{\frac{9,1a^4}{7,57a^2}} = 1,1a.$$



Şəkl. 6.7.4

Misal 4. Qeyribərabərli 125x80x10mm profilli bucaqlıq və 10№-li şvellerdən ibarət kəsiyin (şəkl. 6.7.5) *K* nöqtəsindən keçən baş oxlarının vəziyyətini və bu oxlara nəzərən ətalət momentlərini təyin etməli.

Həlli: Sortiment cədvəlindən şveller üçün həndəsi ölçüləri və xarakteristikaları seçirik:

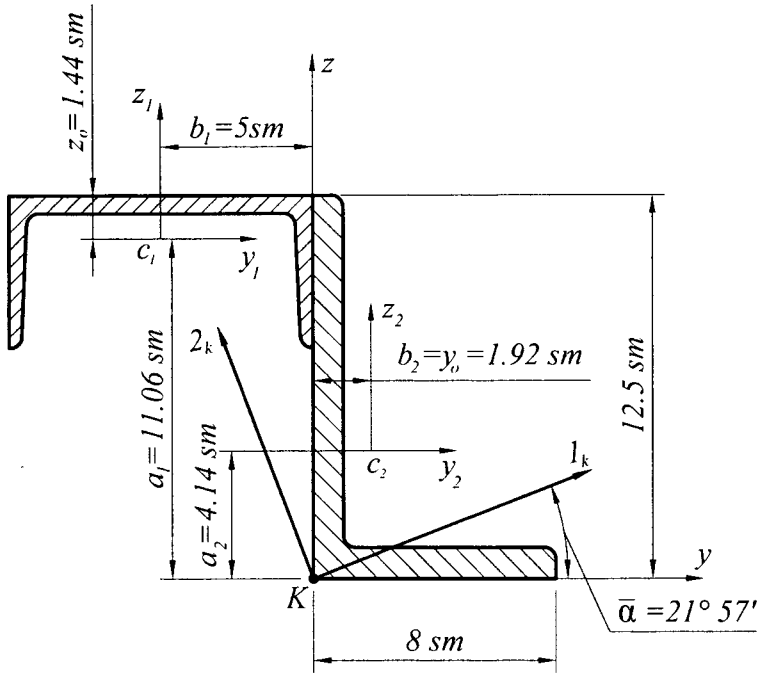
$$A_1 = 10,9 \text{ sm}^2; \quad z_0 = 1,44 \text{ sm}; \quad b = 4,6 \text{ sm};$$

$$J'_{y_1} = 20,4 \text{ sm}^4; \quad J'_{z_1} = 174 \text{ sm}^4$$

Bucaqlığın mərkəzi oxlarına nəzərən ətalət momentlərinin qiymətini seçirik:

$$J''_{y_2} = 312 \text{ sm}^4, \quad J''_{z_2} = 100 \text{ sm}^4, \quad J_u = J_{\min} = 59,3 \text{ sm}^4, \quad \text{tg} \alpha = 0,404$$

$$A_2 = 19,7 \text{ sm}^2, \quad y_0 = 1,92 \text{ sm}, \quad z_0 = 4,14 \text{ sm}.$$



Şək. 6.7.5

K nöqtəsindən ixtiyari y və z oxlarını keçirib bu oxlara nəzərən ətalət momentlərini hesablayaq. Bunun üçün paralel oxların ətalət momentləri arasındakı asılılıqlardan istifadə edirik:

$$J_y = J_{y_1}^I + a_1^2 A_1 + J_{y_2}^{II} + a_2^2 A_2 = 20,4 + (12,5 - 1,44)^2 \cdot 10,9 + 312 + (4,14)^2 \cdot 19,7 = 20,4 + 1333,5 + 312 + 332,5 = 1998,4 \text{ sm}^4$$

$$J_z = J_{z_1}^I + b_1^2 A_1 + J_{z_2}^{II} + b_2^2 A_2 = 174 + 5^2 \cdot 10,4 + 100 + 1,92^2 \cdot 19,7 = 174 + 260 + 100 + 72,6 = 606,6 \text{ sm}^4$$

İndi isə qeyribərabərrəfli bucaqlığın $J_{y_2 z_2}$ ətalət momentini hesabmaq üçün (2') düsturlarından istifadə edək.

$$\operatorname{tg} \bar{\alpha}_1 = - \frac{J_{y_2 z_2}^{II}}{J_{z_2}^{II} - J_{\min}^{II}} \text{ düsturundan}$$

$$J_{y_2 z_2}^{II} = -(J_{z_2}^{II} - J_{\min}^{II}) \operatorname{tg} \bar{\alpha}_1 = -(100 - 59,3) \cdot 0,404 = -16,4 \text{ sm}^4.$$

$$J_{yz} = J_{y_1 z_1}^I + a_1 b_1 A_1 + J_{y_2 z_2}^{II} + a_2 b_2 A_2 = 0 + (12,5 - 1,44) \cdot (-5) \cdot 10,9 + (-16,4) + 4,14 \cdot 1,92 \cdot 19,7 = -602,87 - 16,4 + 156,6 = -462,7 \text{ sm}^4$$

Baş oxların istiqamətini təyin edək.

$$\operatorname{tg} 2\bar{\alpha} = -\frac{2J_{zy}}{J_y - J_z} = -\frac{2 \cdot (-462,7)}{1998,4 - 606,6} = 0,665$$

$$2\bar{\alpha} = \operatorname{arctg} 0,665; \quad \bar{\alpha} = 21^\circ 57'$$

Baş oxlara ($1_k; 2_k$) nəzərən ətalət momentlərini hesablayaq:

$$J_{\min}^{\max} = \frac{J_y + J_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_y - J_z)^2 + 4J_{yz}^2} = \frac{1998,4 + 606,6}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(1998,4 - 606,6)^2 + 4 \cdot (-462,7)^2} = 1302,5 \pm 835,7$$

$$J_{\max} = J_1 = 2138 \text{ sm}^4$$

$$J_{\min} = J_2 = 467 \text{ sm}^4.$$

Misal 5. Şəkildə göstərilmiş iki 16a nömrəli profilli şvellerdən ibarət kəsiyin (şək. 6.7.6) y_c və z_c baş mərkəzi oxlarına nəzərən ətalət momentlərinin bərabər olması üçün «a» məsafəsi nə qədər olmalıdır?

Həlli: Sortiment cədvəlindən 16a nömrəli profilli olan şveller üçün aşağıdakı lazımi qiymətləri seçək.

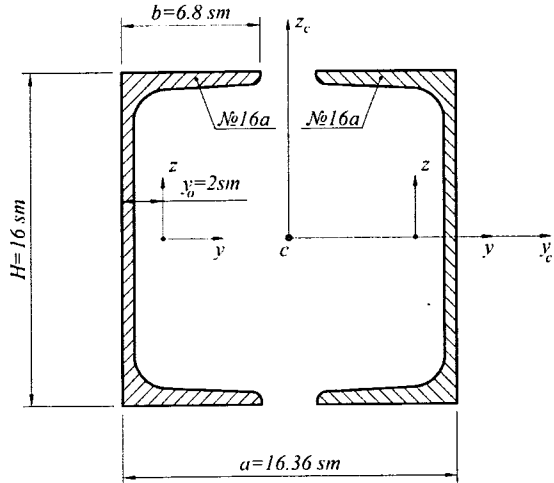
$$J_y = 823 \text{ sm}^4, \quad J_z = 78,8 \text{ sm}^4, \quad y_0 = 2 \text{ sm}, \quad A = 19,5 \text{ sm}^2$$

y_c və z_c oxlarına nəzərən ətalət momentlərini hesablayaq:

$$J_{y_c} = 2 \cdot J_y^1 = 2 \cdot 823 = 1646 \text{ sm}^4$$

$$J_{z_c} = 2 \left[J_z + \left(\frac{a}{2} - y_0 \right)^2 A \right] = 2 \left[78,8 + \left(\frac{a}{2} - 2 \right)^2 \cdot 19,5 \right]$$

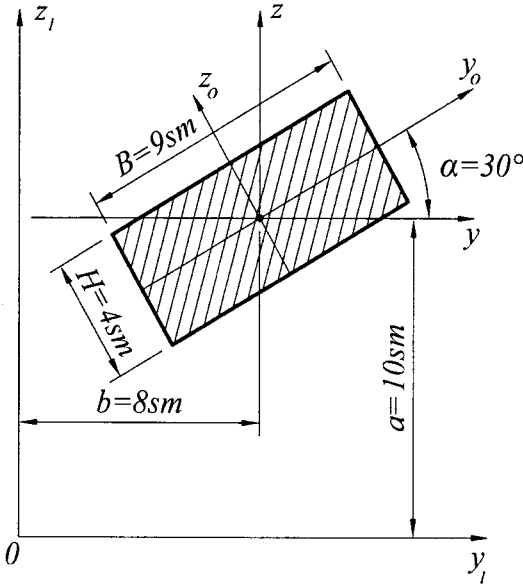
Məsələnin şərtinə görə $J_{y_c} = J_{z_c}$ olmalıdır. Ona görə də sonuncu ifadələrin sağ tərəflərini bərabərləşdirək:



Şək. 6.7.6

$$1646 = 2 \left[78,8 + \left(\frac{a}{2} - 2 \right)^2 \cdot 19,5 \right] \text{ və ya } 4,875a^2 - 39a - 666,2 = 0$$

Buradan $a=16,36 \text{ sm}$.



Şək. 6.7.7

Misal 6. Ölçüləri şəkildə göstərilmiş düzbucaqlı kəsiyin (şək. 6.7.7) y_1 və z_1 oxlarına nəzərən ətalet momentlərini təyin etməli. Verilir: $a=10\text{sm}$, $b=8\text{sm}$, $B=9\text{sm}$, $H=4\text{sm}$.

Həlli: Düzbucaqlının baş mərkəzi y_0 və z_0 oxlarına nəzərən ətalet momentlərini hesablayaq:

$$J_{y_0} = \frac{BH^3}{12} = \frac{9 \cdot 4^3}{12} = 48 \text{ sm}^4;$$

$$J_{z_0} = \frac{HB^3}{12} = \frac{9^3 \cdot 4}{12} = 243 \text{ sm}^4$$

$$J_{y_0 z_0} = 0$$

Bu oxlarla $\alpha=30^\circ$ bucaq təşkil edən y və z mərkəzi oxlara nəzərən düzbucaqlının ətalet momentlərini (6.18) düsturlarından istifadə edərək hesablayaq:

$$J_y = J_{y_0} \cos^2 30^\circ + J_{z_0} \sin^2 30^\circ = 48 \cdot 0,866^2 + 243 \cdot 0,5^2 = 30 + 60,7 = 96,7 \text{ sm}^4$$

$$J_z = J_{z_0} \cos^2 30^\circ + J_{y_0} \sin^2 30^\circ = 243 \cdot 0,866^2 + 48 \cdot 0,5^2 = 182 + 12 = 194 \text{ sm}^4$$

$$J_{yz} = \frac{J_{y_0} - J_{z_0}}{2} \sin 60^\circ = \frac{48 - 243}{2} \cdot (-0,866) = 84,44 \text{ sm}^4.$$

(6.15) düsturları ilə düzbucaqlının y_1 və z_1 oxlarına nəzərən ətalet momentlərini hesablayırıq:

$$J_{y_1} = J_y + a^2 A = 96,7 + 10^2 \cdot 9 \cdot 4 = 3696,7 \text{ sm}^4$$

$$J_{z_1} = J_z + b^2 A = 194 + 8^2 \cdot 9 \cdot 4 = 2498 \text{ sm}^4$$

$$J_{y_1 z_1} = J_{yz} + abA = 84,44 + 10 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 4 = 2964,44 \text{ sm}^4.$$

ƏSAS DÜSTUR VƏ ASILILIQLAR

1. $S_y = \int_A z \cdot dA$; $S_z = \int_A y \cdot dA$ – yastı kəsiyin uyğun olaraq «y» və «z» oxuna nəzərən statik momentləri. Burada dA – kəsiyin üzərində götürülmüş sonsuz kiçik sahəcik, z və y isə bu sahəciyin koordinatlarıdır.

2. $y_c = \frac{S_z}{A}$; $z_c = \frac{S_y}{A}$ – kəsiyin ağırlıq mərkəzinin (c nöqtəsinin) koordinatları, A – sahəsidir.

3. $J_y = \int_A z^2 dA$; $J_z = \int_A y^2 dA$ – yastı kəsiyin bir oxa (y və z) nəzərən və ya ekvatorial ətalət momenti,

$J_{yz} = \int_A yz dA$ – iki bir-birinə \perp oxlara nəzərən və ya mərkəzdənqaçma ətalət momenti,

$J_p = \int_A \rho^2 dA$ – bu oxların kəsişmə nöqtəsinə nəzərən və ya qütb ətalət momenti. Burada ρ – dA sahəciyinin radius-vektorudur.

$$4. J_{y_1} = J_y + 2aS_y + a^2 A ;$$

$$J_{z_1} = J_z + 2bS_z + b^2 A ;$$

$$J_{y_1 z_1} = J_{yz} + aS_z + bS_y + abA ;$$

$J_{p_1} = J_p + 2aS_y + 2bS_z + (a^2 + b^2) \cdot A$ – yastı kəsiyin paralel oxlara nəzərən ($y_1 \parallel y$; $z_1 \parallel z$) ətalət momentləri və onların kəsişmə nöqtəsinə nəzərən qütb ətalət momentləri arasında asılılıqlar. Burada a – y_1 və y , b – z_1 və z oxları arasındakı məsafələrdir.

$$5. J_{y_1} = J_{y_c} + a^2 A ;$$

$$J_{z_1} = J_z + b^2 A ; J_{y_1 z_1} = J_{y_c z_c} + abA ;$$

$J_{p_1} = J_p + \rho_c^2 \cdot A$ – y_c və z_c mərkəzi oxlarına və bu oxlara paralel olan ixtiyari y_1 və z_1 oxlarına nəzərən ətalət momentləri və bu oxların kəsişmə nöqtəsinə nəzərən qütb ətalət momentləri arasında asılılıqlar.

Burada $\rho_c = \sqrt{a^2 + b^2}$ – kəsiyin ağırlıq mərkəzi olan «c» nöqtəsinin radius vektorudur.

$$6. J_{y_1} = J_y \cos^2 \alpha + J_z \sin^2 \alpha - J_{yz} \sin 2\alpha;$$

$$J_{z_1} = J_z \cos^2 \alpha + J_y \sin^2 \alpha + J_{yz} \sin 2\alpha;$$

$$J_{y_1 z_1} = \frac{J_y - J_z}{2} \sin 2\alpha + J_{yz} \cos 2\alpha$$

və ya 2α bucağının triqonometrik funksiya ilə ifadə olunmuş şəkildə:

$$J_{y_1} = \frac{J_y + J_z}{2} + \frac{J_y - J_z}{2} \cos 2\alpha - J_{yz} \sin 2\alpha;$$

$$J_{z_1} = \frac{J_y + J_z}{2} - \frac{J_y - J_z}{2} \cos 2\alpha + J_{yz} \sin 2\alpha;$$

$$J_{y_1 z_1} = \frac{J_y - J_z}{2} \sin 2\alpha + J_{yz} \cos 2\alpha - \text{oxlar tərpnəmz nöqtə (koordinat baş-}$$

lanğıcı) ətrafında « α » bucağı qədər döndükdə kəsiyin bu oxlara nəzərən ətalət momentlərinin dəyişməsinə ifadə edən asılılıqlar. Burada J_y , J_z , J_{yz} – ilkin bir-birinə \perp oxlara nəzərən,

J_{y_1} , J_{z_1} , $J_{y_1 z_1}$ – həmin oxlarla « α » bucağı əmələ gətirən (döndürülmüş) yeni y_1 , z_1 oxlarına nəzərən ətalət momentləri.

$$7. \operatorname{tg} 2\bar{\alpha} = -\frac{2J_{yz}}{J_y - J_z} - \text{baş oxların vəziyyətini müəyyən edən } \bar{\alpha} \text{ bucağını}$$

tapmaq üçün düstur. Bu düsturdan $\bar{\alpha}$ bucağı üçün bir-biri ildə 90° bucaq qədər fərqlənən iki qiymət alınır: $\bar{\alpha}$ və $\bar{\alpha} + 90^\circ$.

$$8. J_{y_1} \Big|_{\alpha=\bar{\alpha}} = J_{\max} = \frac{J_y + J_z}{2} + \frac{J_y - J_z}{2} \cos 2\bar{\alpha} - J_{yz} \sin 2\bar{\alpha}$$

$$\text{yaxud } J_{\min} = \frac{J_y + J_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_y - J_z)^2 + 4J_{yz}^2} - \text{baş oxlara nəzərən ətalət}$$

momentləri və ya baş ətalət momentləri.

Burada $J_{\max} = J_1$; $J_{\min} = J_2$; 1 və 2 oxları – baş oxlardır.

$$9. \operatorname{tg} 2\bar{\alpha} = \frac{J_y - J_z}{2J_{yz}} - \text{kəsiyinin mərkəzdənqaçma ətalət momenti ekstremum}$$

qiymətini aldığı oxların vəziyyətini müəyyən edən $\bar{\alpha}$ bucağını tapmaq üçün düstur.

$$10. \begin{matrix} \max \\ \min \end{matrix} J_{y_1 z_1} = \pm J_{y_0 z_0} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_y - J_z)^2 + 4J_{yz}^2} \quad - \text{mərkəzdənqaçma ətalət}$$

momentinin ekstremum qiymətləri. Burada $\min J_{y_1 z_1} = -\max J_{y_1 z_1}$

11. $J_{y_i} + J_{z_i} = J_y + J_z = J_1 + J_2 = \text{const}$ – iki bir-birinə \perp oxlara nəzərən kəsiyin ox ətalət momentlərinin cəminin həmin oxların dönmə bucağından asılı olmayaraq sabit qalması və baş ətalət momentlərinin cəminə bərabər olmasını göstərən asılılıq.

Burada $y_i, z_i (i=1,2,3,\dots)$ – iki ixtiyari bir-birinə perpendikulyar oxlar, J_1, J_2 – baş ətalət momentləridir.

12. Sadə fiqurların ətalət momentləri:

– düzbucaqlı

$$J_{y_1} = \frac{BH^3}{3}; J_{z_1} = \frac{HB^3}{3} \quad - \text{düzbucaqlının tərəflərindən keçən oxlara nəzərən}$$

ox ətalət momentləri;

$$J_{y_1 z_1} = \frac{B^2 H^2}{4} \quad - \text{mərkəzdənqaçma ətalət momenti};$$

$$J_{y_c} = \frac{BH^3}{12}; J_{z_c} = \frac{HB^3}{12} \quad - \text{düzbucaqlının oturacaqlarına paralel mərkəzi ox-}$$

lara nəzərən ətalət momentləri.

Burada B, H – düzbucaqlının müvafiq olaraq y_1, z_1 oxları ilə üst-üstə düşən tərəflərinin uzunluğudur.

– qeyri-bərabərtərəfli üçbucaq

$$J_{y_1} = \frac{BH^3}{12} \quad - \text{üçbucağın oturacağından (uzunluğu } B \text{ olan) keçən oxa nəzərən,}$$

$$J_{y_c} = \frac{BH^3}{36} \quad - \text{oturacağına paralel olan mərkəzi oxa nəzərən ətalət momenti.}$$

– dairə

$$J_p = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32} \quad - \text{dairənin qütb ətalət momenti,}$$

$$J_y = J_z = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi D^4}{64} \quad - \text{mərkəzi oxa nəzərən ətalət momenti. Burada}$$

R, D – dairənin radiusu və diametridir.

– dairəvi həlqə

$$J_p = \frac{\pi R^4}{2}(1 - c^4) = \frac{\pi D^4}{32}(1 - c^4) \text{ – həlqənin qütb ətalət momenti,}$$

$J_y = J_z = \frac{\pi R^4}{4}(1 - c^4) = \frac{\pi D^4}{64}(1 - c^4)$ – mərkəzi oxla nəzərən ətalət momenti,

$c = \frac{r}{R} = \frac{d}{D}$ – dairənin daxili radiusunun (diametrinin) xarici radiusuna (diametrinə) nisbətidir.

– yarım dairə

$$J_y = J_z = J_{z_c} = \frac{\pi R^4}{8} = \frac{\pi D^4}{128} \text{ – yarım dairənin diametri (oturacağı) ilə üst-}$$

üstə düşən «y» oxu və «z_c» simmetriya oxuna nəzərən ətalət momenti,

$$J_{y_c} \approx 0,11R^4 \text{ – oturacağına paralel mərkəzi oxuna nəzərən ətalət momentidir.}$$

Özünüyoxlama sualları

1. Kəsiyin oxa nəzərən statik momenti nəyə deyilir və ölçü vahidi necədir?
2. Kəsiyin ağırlıq mərkəzinin koordinatları hansı düsturla tapılır?
3. Hansı oxlara nəzərən yastı kəsiyin statik momenti sıfır bərabərdir?
4. Kəsiyin oxa nəzərən ox, mərkəzdənqaçma və qütb ətalət momentləri nəyə deyilir və ölçü vahidi necədir?
5. Mərkəzdənqaçma ətalət momenti nə vaxt mənfi olur?
6. Qütb ətalət momenti ilə ox ətalət momentləri arasında hansı asılılıq var?
7. İki qarşılıqlı perpendikulyar oxlara ox ətalət momentlərinin cəmi nəyə bərabərdir?
8. Qütb ətalət momentinin işarəsi nədən asılıdır?
9. Kəsiyin simmetriya oxlarına nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momenti nəyə bərabərdir?
10. Paralel oxlara nəzərən ətalət momentləri arasında hansı asılılıqlar var?
11. Oxlar bir-biri ilə kəsişmə nöqtəsi ətrafında döndükdə onlara nəzərən ətalət momentlərinin dəyişilməsini göstərən asılılıqları yazın.
12. Hansı oxlara baş, hansı oxlara isə mərkəzi baş oxlar deyilir? Hər hansı kəsiyin neçə baş oxları və neçə mərkəzi baş oxları olur?
13. Baş oxlara nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momenti nəyə bərabərdir?
14. Baş oxların vəziyyətini (istiqamətini) hansı düsturla təyin edirlər?
15. Mərkəzi baş oxlara nəzərən ətalət momentləri hansı düsturlarla təyin edilir?
16. Kəsiyin ətalət radiusu necə tapılır və ölçü vahidi nədir?
17. Müqavimət momenti nəyə deyilir və ölçü vahidi necədir?
18. Düzbucaqlını oturacaqlarından keçən və onlara paralel mərkəzi oxlara nəzərən ətalət momentləri hansı düsturlarla təyin olunur?
19. Qeyri bərabərtərəfli üçbucağın oturacağından keçən oxa nəzərən ətalət momentini hansı düsturla hesablayırlar?
20. Kvadrat en kəsiyinin neçə baş mərkəzi oxu olur?
21. Hündürlüyü oturacağından iki dəfə çox olan düzbucaqlının hansı mərkəzi oxuna görə ətalət momenti çox olur və neçə dəfə?
22. Dairənin mərkəzi oxa nəzərən ətalət momenti, müqavimət momenti ifadələrini yazın.
23. Həlqəvari dairəvi en kəsiyinin qütb ətalət momenti və müqavimət momenti necə hesablanır?
24. Ətalət radiusu hansı düsturla hesablanır?
25. Ətalət ellipsi necə qurulur və ondan nə üçün istifadə edirlər?

FƏSİL VII

MİLLƏRİN BURULMASI

§7.1. Dairəvi en kəşikli millərin burulması

Gərginliklərin və deformasiyaların təyin edilməsi

1. Toxunan gərginliklərin təyin edilməsi

2. Deformasiyanın təyin olunması

§7.2. Dairəvi millərin möhkəmliyə və sətliyə görə hesablanması

§7.3. Deformasiyanın potensial enerjisi

§7.4. En kəsiyi dairəvi olmayan millərin burulması

§7.5. Statik həll olunmayan məsələlər

§7.6. Kiçik addımlı vintvari silindrik yayların hesablanması

§7.7. Burulmada milin səmərəli en kəsiyi formaları

§7.8. Misallar

Əsas düstur və asılılıqlar

Özünüoxlama sualları

§ 7.1. Dairəvi en kəsikli millərin burulması. Gərginliklərin və deformasiyaların təyin edilməsi

Fəsil 1-də müəyyən olunmuşdur ki, milin en kəsiyində tək cə burucu moment yarandıqda burulma deformasiyası baş verəcəkdir. Burulma deformasiyası bir çox maşın və konstruksiya elementlərində: fırlanan vallarda, yaylarda və s. baş verir. Milin ümumi halda uzunluğu boyunca ona bir neçə kəsikdə xarici cüt qüvvələr tətbiq olunduqda onların momentlərindən asılı olaraq hər bir məntəqədə burucu momenti kəsmə üsulu ilə hesablayırlar. Bəzən, xüsusilə fırlanan vallarda müxtəlif dişli çarx, qayış ötürmələri vasitəsi ilə xarici cüt qüvvələr təsir edir. Belə hallarda xarici cüt qüvvələrin momentləri valın ötürdüyü gücdən (W) və dəqiqədə dövrlər sayı « n »-dən asılı olaraq təyin olunurlar.

Mexanikadan məlumdur ki, fırlanan valın ötürdüyü güc moment ilə bucaq sürətinin vurma hasilinə bərabərdir:

$$W = M \cdot \omega = M \cdot \frac{\pi n}{30} \quad (a)$$

Burada $\omega = \frac{\pi n}{30}$ – bucaq sürəti, M – valın ötürdüyü burucu moment, W – valın gücüdür.

Ötürülən güc $W_{a.q.}$ – at qüvvəsi ilə verildikdə $1_{a.q.} = 75 \frac{kN \cdot sm}{san}$ olduğunu nəzərə alaraq (a) ifadəsindən burucu moment üçün yaza bilərik:

$$M = \frac{30 \cdot 75}{\pi} \cdot \frac{W_{a.q.}}{n} = 716,2 \frac{W_{a.q.}}{n} kN \cdot sm \quad (7.1)$$

Valın gücü $W_{k.v.}$ – kvt olduqda $1_{a.q.} = 0,736$ kvt qəbul etsək (7.1) düsturu bu şəkllə düşəcək:

$$M = 973,6 \frac{W_{k.v.}}{n} kN \cdot sm \quad (7.1')$$

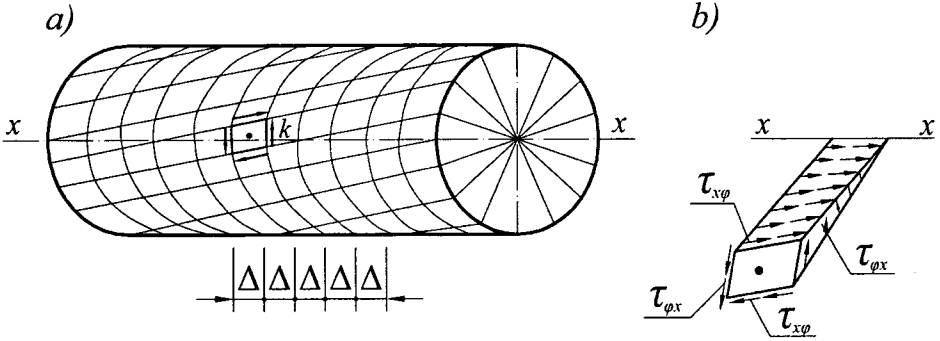
Milin əvvəlki sadə deformasiyalarında olduğu kimi, burulmasında da xüsusi sınaqlarda onun deformasiyaya uğrama prosesi üzərində müşahidələr aparılır. Yan səthinə boyuna və eninə çevrəvi xətlər, uc en kəsiklərinə isə radial xətlər çəkilmiş dairəvi milin burulması nəticəsində (şək. 7.1.1, a) aşağıdakılar müəyyən edilmişdir:

– milin en kəsiyi müstəvilərinin yan səthi ilə kəsişmə xətti olan çevrələr arasındakı « Δ » məsafələri və beləliklə, milin uzunluğu dəyişilmir.

Deməli **milin en kəsiyində boyuna daxili qüvvələr (normal gərginliklər) deyil, tək cə toxunan gərginliklər yaranır. Toxunan gərginliklə-**

rin qoşalığı qanununa əsasən milin boyuna kəsiklərində də toxunan gərginliklər yaranacaqdır (şək. 7.1.1,b).

– bu çevrələr deformasiyadan sonra da en kəsiyi müstəvisində qalaraq, bir-birinə nisbətən mərkəzi nöqtələr ətrafında müəyyən bucaq qədər dönürlər (bu yastı kəsiklər fərziyyəsinin təsdiqidir). Bu bucaq **burulma bucağı** adlanır.



Şək. 7.1.1

– milin uc en kəsiklərindəki radiuslar deformasiyadan sonra da düz olaraq qalırlar və onların uzunluğu dəyişilmir. Bu onu göstərir ki, en kəsiyində yaranan toxunan gərginliklər radius boyunca deyil, ona \perp istiqamətdə təsir edirlər.

Elə bunun nəticəsidir ki, milin yan səthinə çəkilmiş xətlərin əmələ gətirdiyi düzbucaqlı elementlər xalis sürüşməyə məruz qalaraq paraleloqramlara çevrilirlər (şək. 7.1.1).

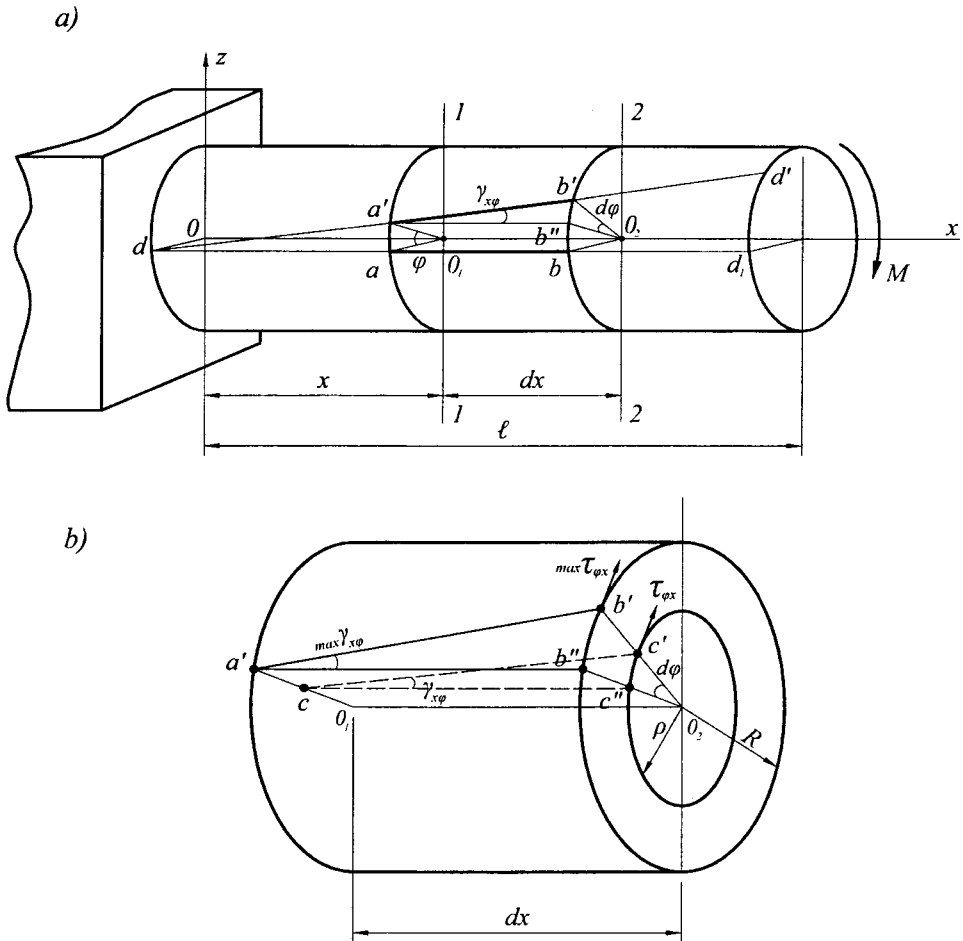
1. Toxunan gərginliklərin təyin edilməsi

Bir ucu sərt bərkidilmiş digər ucunda momenti « M » olan cüt qüvvə təsir edən dairəvi milin yan səthinə çəkilmiş « dd_1 » doğranı elastiki deformasiyanın (burulmanın) hər hansı bir anında « dd » vəziyyətini alacaqdır (şək.7.1.2,a).

Milin hər hansı 1-1 en kəsiyində burulma bucağı φ , ondan dx məsafəsində olan 2-2 kəsiyində isə $\varphi + d\varphi$ olacaqdır. 2-2 kəsiyinin 1-1 kəsiyinə nəzərən mütləq sürüşməsi yan səthi üzərində $\cup b'b''$ qədər nisbi sürüşmə isə $tg \angle b'a'b''$ olacaqdır. Milin dx uzunluğunda elementar hissəsini ayıraraq böyüdülmüş şəkildə ona baxsaq (şək. 7.1.2, b) görərik ki, onun mərkəzi oxuna yaxınlaşdıqca nisbi sürüşmə azalaraq sifira yaxınlaşacaqdır. Hər hansı ixtiyari (radiusu ρ olan) konsentrik silindrin səthindəki nisbi sürüşməni $\gamma_{\varphi x}$ ilə işarə edək. Sürüşmədə Huk qanununa əsasən yazırıq:

$$\tau_{\varphi x} = G\gamma_{\varphi x} \quad (7.2)$$

Burada $\tau_{\varphi x}$ – milin en kəsiyində radiusu ρ olan hər hansı nöqtəsində toxunan gərginlikdir və radiusa perpendikulyar istiqamətdə təsir edir, G – sürüşmədə elastiklik moduludur. Milin səthi üzərindəki nöqtələrdə $\rho = R$ olduqda toxunan gərginlik $\tau_{\varphi x}|_{\rho=R} = \max \tau_{\varphi x}$, nisbi sürüşmə bucağı isə $\gamma_{\varphi x}|_{\rho=R} = \max \gamma_{\varphi x}$ olacaqdır.



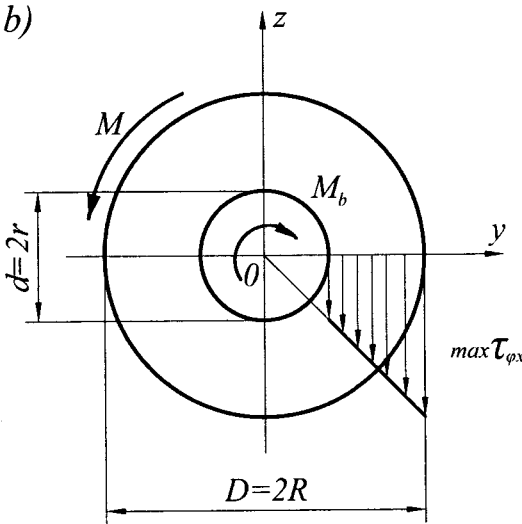
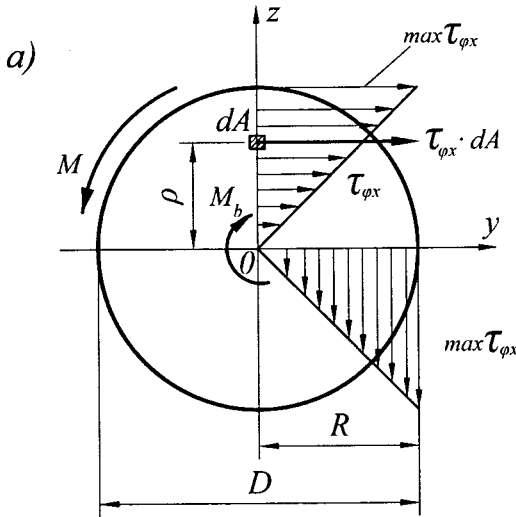
Şək. 7.1.2

γ sürüşmə bucağını (bundan sonra γ və τ -nın indeksləri göstərilməyəcəkdir) təyin etmək üçün (7.1.2,b) şəklindən yazırıq: $\angle c'c''$ -dən $\cup c'c'' = dx \cdot \gamma$ digər tərəfdən $\angle c'o_2c''$ -dən $\cup c'c'' = \rho \cdot d\varphi$. Bu ifadələrin sağ tərəflərini bərabərləşdirsək alarıq:

$$dx \cdot \gamma = \rho \cdot d\varphi \quad \text{və ya} \quad \gamma = \rho \cdot \frac{d\varphi}{dx} \quad (7.3)$$

(7.3) ifadəsini (7.2)-də yerinə yazıb, alırıq

$$\tau = G \frac{d\varphi}{dx} \rho \quad (7.4)$$



Şək. 7.1.3

Buradan görünür ki, burulmada dairəvi milin en kəsiyinin hər hansı nöqtəsində toxunan gərginliklər həmin nöqtənin radius-vektoru ρ ilə düz mütənasibdir. Dairəvi (dolu) və həlqəvari en kəsiklərində toxunan gərginliklərin radius boyunca dəyişmə epyurları şəkildə göstərilmişdir (şək.7.1.3, a,b).

Toxunan gərginliklərin təyin olunması üçün (7.4) düsturundan istifadə etdikdə nisbi burulma bucağını $\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)$ bilmək lazım

gəlir. $\frac{d\varphi}{dx}$ nisbi burulma bucağını təyin etmək məqsədi ilə milin en kəsiyində (şək.7.1.3, a) dA elementar sahəcik götürüb ona təsir edən $\tau \cdot dA$ elementar toxunan qüvvələrin x oxuna (O qütbünə) nəzərən momentlərinin cəmi olan M_x burucu momentinin ifadəsini yazırıq:

$$M_x = \int_A (\tau dA) \cdot \rho$$

(7.4) ifadəsini burada yerinə yazıb, $G \frac{d\varphi}{dx}$ hasili en kəsiyinin sahəsi üzrə dəyişmədiyi-

nə görə onu inteqral xaricinə çıxararaq, alırıq:

$$M_x = M_b = G \cdot \frac{d\varphi}{dx} \int_A \rho^2 dA \quad \text{və ya}$$

$$M_b = G \cdot J_p \frac{d\varphi}{dx} \quad (7.5)$$

Buradan nisbi burulma bucağını tapırıq:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_b}{GJ_p} \quad (7.6)$$

Burada J_p – dairəvi en kəsiyinin qütb ətalət momentidir.

(7.6) ifadəsini (7.4)-də yerinə yazıb, alırıq:

$$\tau = \frac{M_b \cdot \rho}{J_p} \quad (7.7)$$

Bu ifadə **dairəvi milin burulmasında en kəsiyindəki radius-vektoru ρ olan hər hansı nöqtədə toxunan gərginliklərin düsturudur.**

(7.7) düsturundan $\rho = \rho_{\max}$ olduqda en kəsiyinin konturu üzərindəki nöqtədə təsir edən ən böyük toxunan gərginlikləri təyin edirik:

$$\max \tau = \frac{M_b \cdot \rho_{\max}}{J_p} \quad (7.8)$$

Burada ρ_{\max} – milin en kəsiyinin mərkəzindən ən uzaqdakı nöqtəsinin radius-vektorudur.

Kəsiyin qütb ətalət momentinin onun qütbdən ən uzaqda olan nöqtəsinin ρ_{\max} radius-vektoruna nisbətində qütb müqavimət momenti deyilir və W_p ilə işarə edilir:

$$W_p = \frac{J_p}{\rho_{\max}} \quad (7.9)$$

(7.9) ifadəsini nəzərə alaraq (7.8) düsturunu bu şəkllə salırıq:

$$\max \tau = \frac{M_b}{W_p} \quad (7.10)$$

Bu ifadə dairəvi milin burulmada ən böyük toxunan gərginliklərinin düsturudur.

(6.37) və (6.39) ifadələrindən istifadə edərək (7.9) düsturu ilə W_p müqavimət momentini tapa bilərik:

$$\text{dairəvi (dolu) en kəsiyi üçün} - W_p = \frac{\frac{\pi D^4}{32}}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi D^3}{16} \quad (7.11)$$

burada D – en kəsiyinin diametridir;

$$\text{dairəvi həlqəvari en kəsiyi üçün} - W_p = \frac{\pi R^3}{2}(1-c^4) = \frac{\pi D^3}{16}(1-c^4) \quad (7.11)$$

Burada R, D – həlqəvari kəsiyin xarici, r, d – daxili radiusu və diametri, $c = \frac{r}{R} = \frac{d}{D}$ onların nisbətidir.

Əgər burulmada burucu moment milin uzunluğu boyunca dəyişirsə onda ən böyük toxunan gərginliklər ən boyun burucu moment təsir edən kəsiyin mərkəzdən ən uzaqda duran nöqtəsində olacaqdır, yəni

$$\max \tau = \frac{\max M_b}{W_p} \quad (7.12)$$

Beləliklə, müəyyən etdik ki, burulmada milin mərkəzi oxu üzərindəki nöqtələrdən başqa bütün nöqtələri ətrafında ayrılmış element (məsələn, k nöqtəsində) (şək.7.1.1,b) müstəvi gərgin halın xüsusi halı olan xalis sürüşmə halındadır və ən böyük toxunan gərginliklər $\max \tau$ milin silindrik səthi üzərindəki nöqtələrdə yaranır.

Milin gərgin halı xalis sürüşmə olduğu üçün baş gərginliklərin qiymətləri $\sigma_{\max} = \tau$, $\sigma_{\min} = -\tau$, istiqamətləri isə milin boyuna və eninə kəsikləri ilə 45° -li bucaqlar əmələ gətirirlər (şək.7.1.4,a). Bu şəkildə dartıcı (σ_{\max}) və sıxıcı (σ_{\min}) baş gərginliklərin trayektoriyası göstərilmişdir.

Təcrübələr göstərir ki, kövrək materiallardan hazırlanmış millər burulmada məhz milin oxuna 45° bucaq qədər maili olan vintvari xətlər, yəni dartıcı baş gərginliklərə perpendikulyar trayektoriya üzrə dağılırlar (şək.7.1.4,b).

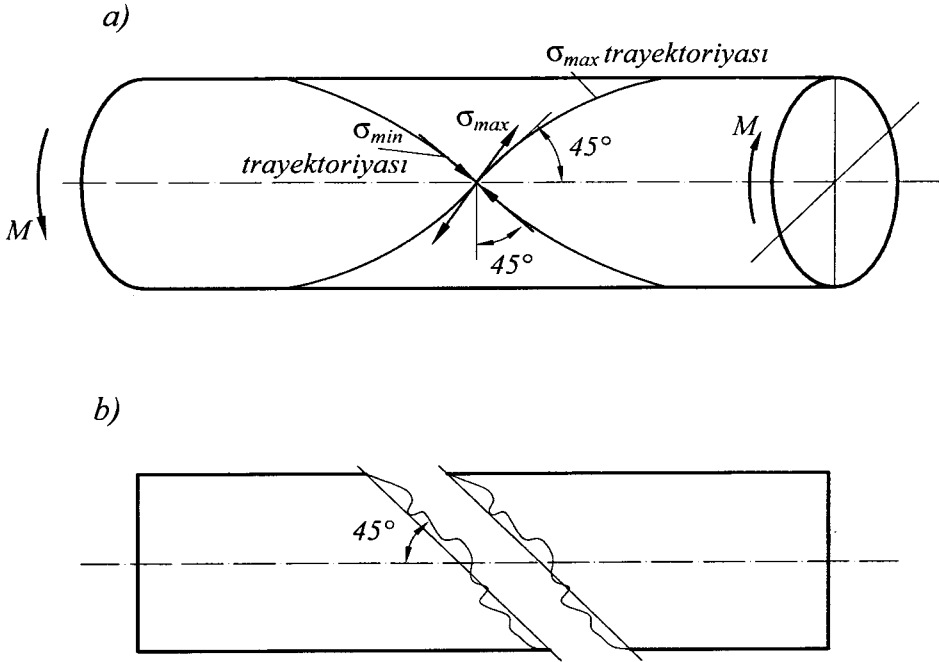
2. Deformatsiyanın təyin olunması.

Burulmada dairəvi milin deformatsiyası burulma bucağı ilə xarakterizə olunur. (7.7) düsturundan yazırıq:

$$\varphi = \int_l \frac{M_b}{GJ_p} dx \quad (7.13)$$

Burada φ – milin burulma bucağı, GJ_p – burulmada milin sərtliyidir. Milin en kəsiyi ölçüləri və burucu momenti onun uzunluğu boyunca dəyişilməzsə, onda

$$\varphi = \frac{M_b \cdot l}{GJ_p} \quad (7.14)$$



Şək. 7.1.4

Buradan görünür ki, burulmada burulma bucağı burucu moment və milin uzunluğu ilə düz, en kəsiyinin ölçüləri (J_p) və ya sərtliyi ilə tərs mütənasibdir.

Bir neçə məntəqədən ibarət pilləvari mil üçün (7.13) və (7.14) düsturlarını aşağıdakı şəkildə yazırıq:

– hər məntəqədə burucu moment və en kəsiyin ölçüləri «x»-dən asılı olaraq dəyişdikdə.

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{M_{b_i} \cdot dx}{GJ_{p_i}} \quad (7.15)$$

– hər məntəqədə daxilində M_{b_i} və GJ_{p_i} – sabit qaldıqda

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \frac{M_{b_i} \cdot l_i}{GJ_{p_i}} \quad (7.16)$$

(7.13)÷(7.16) düsturları ilə təyin edilən mütləq burulma bucağı φ milin sərtliyini bütün hallarda tam şəkildə xarakterizə edə bilmir, çünki burucu momentlərin işarələrinin, məntəqələrin uzunluğunun müxtəlif olması nəticəsində tam burulma bucağının qiyməti də müxtəlif alınır. Belə ki, bəzi məntəqələrdə tam burulma bucağının qiymətinin kiçik alınmasına

baxmayaraq, nisbi burulma bucağı (vahid uzunluğun burulma bucağı) çox böyük qiymətlər ala bilər. Bununla əlaqədar, milin sərtliyinin qiymətləndirilməsi məqsədi ilə nisbi burulma bucağından istifadə edirlər.

$$\bar{\varphi} = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_b}{GJ_p} \quad (7.17)$$

$\bar{\varphi}$ -nin ölçü vahidi rad/sm , rad/m olur.

§ 7.2. Dairəvi millərin möhkəmliyə və sərtliyə görə hesablanması

Dairəvi millər bir çox maşın və mexanizmlərdə fırlanan hissələr kimi, habelə digər konstruksiya və qurğu elementləri şəklində başqa sadə deformasiyalarla yanaşı burulmaya da məruz qalırlar.

Dairəvi milin burulmada möhkəmlik şərti aşağıdakı kimi yazılır:

$$\max \tau = \frac{\max M_b}{W_p} \leq [\tau] \quad (7.18)$$

Burada $\max M_b$ – ən böyük burucu moment, $[\tau]$ – buraxıla bilən toxunan gərginlikdir. $[\tau]$ -nün hər material üçün məlum təcrübəvi tapılmış qiyməti olur.

Bu şərtdən istifadə etməklə üç növ hesablamalar aparılır:

– hər üç kəmiyyətlər məlum olduqda **yoxlama hesabından (7.18) şərtinin ödənilməsi;**

– milin en kəsiyinin ölçüləri məlumdursa (deməli W_p məlumdur) (7.18)-dən **ən böyük buraxıla bilən burucu momentin təyin olunması**

$$[\max M_b] = W_p \cdot [\tau] \quad (7.19)$$

– milə təsir edən ən böyük burucu momentin qiyməti məlum olarsa, onun **en kəsiyi ölçülərinin tapılması.**

$$W_p = \frac{\max M_b}{[\tau]} \quad (7.20)$$

W_p müqavimət momentinin (7.11) və (7.11') düsturlarından istifadə etməklə (7.20) möhkəmlik şərtindən milin en kəsiyi ölçülərini təyin edirik:

– **dairəvi (dolu) en kəsiyi üçün**

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} = \frac{\max M_b}{[\tau]};$$

$$\text{buradan } D = \sqrt[3]{\frac{16 \max M_b}{\pi[\tau]}} \quad (7.21)$$

– dairəvi həlqəvari en kəsiyi üçün

$$W_p = \frac{\pi D^3 (1-c^4)}{16} = \frac{\max M_b}{[\tau]};$$

$$\text{buradan } D = \sqrt[3]{\frac{16 \max M_b}{\pi[\tau](1-c^4)}} \quad (7.22)$$

Əgər həlqəvari mil nazikdivarlıdırsa, yəni daxili və xarici diametrlərin qiymətləri bir-birinə yaxındırsa, onda (7.22) düsturu bir qədər sadələşir.

Doğrudan da, nəzərə alsaq ki, $D(1-c) = 2\delta$ (burada δ – həlqənin qalınlığıdır), buradan təyin edirik

$$1-c = \frac{2\delta}{D} \quad (7.23)$$

(7.22) düsturlarındakı $(1-c^4)$ ifadəsini sadələşdirək:

$$1-c^4 = (1-c^2)(1+c^2) = (1-c)(1+c)(1+c^2) \quad (7.24)$$

$$(7.23)\text{-ü nəzərə alsaq } 1-c^4 = \frac{2\delta}{D}(1+c)(1+c^2) \quad (7.25)$$

Diametrlərin fərqi çox az olduğundan (7.25)-in sağ tərəfi ifadəsində $c \approx 1$ qəbul edə bilərik. Onda (7.24) ifadəsi bu şəkllə düşər:

$$1-c^4 = \frac{8\delta}{D} \quad (7.26)$$

(7.26) ifadəsini $W_p = \frac{\pi D^3 (1-c^4)}{16}$ düsturunda nəzərə alsaq, yaza bilərik:

$$W_p = \frac{\pi D^2 \delta}{2} \quad (7.27)$$

Eyni ilə (7.26)-nı (6.39)-da yerinə yazıb qütb ətalət momentini alırıq:

$$J_p = \frac{\pi D^3 \delta}{4} \quad (7.28)$$

(7.27) ifadəsini (7.22) möhkəmlik şərtində yerinə yazıb, alırıq

$$W_p = \frac{\pi D^2 \delta}{2} = \frac{\max M_b}{[\tau]}, \text{ buradan}$$

$$D = \sqrt{\frac{2 \max M_b}{\pi \delta [\tau]}} \quad (7.29)$$

Burulmaya məruz qalan millər möhkəmlik şərtini ödəməklə yanaşı kifayət qədər sərtliyə malik olmalı, yəni onların deformasiyası (burulma bucağı) müəyyən həddən çox olmamalıdır. Burulma bucaqlarının böyük qiymətləri zamandan asılı olaraq dəyişən momentin ötürüldüyü halda xüsusilə təhlükəlidir, çünki bu halda milin möhkəmliyinə xələl gətirəcək burucu rəqslər baş verə bilər.

Yuxarıda göstərilənlərə əsasən burulmaya işləyən xüsusi əhəmiyyətli konstruksiyalarda millər sərtliyə görə də hesablanmalıdır. Sərtlik şərti milin ən böyük nisbi burulma bucağının buraxıla bilən nisbi burulma bucağından çox olmamasını təmin etməlidir, yəni

$$\max \bar{\varphi} \leq [\bar{\varphi}] \quad (7.30)$$

Burada $\max \bar{\varphi}$ – ən böyük nisbi burulma bucağıdır və (7.17) düsturuna görə

$$\max \bar{\varphi} = \frac{\max \varphi}{l} = \frac{\max M_b}{GJ_p} \quad (7.31)$$

ifadəsi ilə təyin olunur;

$[\bar{\varphi}]$ – buraxıla bilən nisbi burulma bucağıdır və onun qiyməti bir çox hallarda $0,15 \div 2$ dərəcə/m həddində qəbul olunur.

(7.31) ifadəsini (7.30)-da yerinə yazıb, alırıq:

$$\frac{\max M_b}{GJ_p} \leq [\bar{\varphi}] \quad (7.32)$$

Bu şərt dairəvi milin burulmada sərtlik şərtidir. Ondan istifadə edərək aşağıdakı məsələləri həll etmək olar:

– burulmada sərtliyə görə **yoxlama hesabatını aparmaq**, yəni (7.32)-yə daxil olan kəmiyyətlər məlum olduqda onları yerinə yazıb şərtin ödənilməsini yoxlamaq.

– milin en kəsiyinin ölçüləri verildikdə **burucu momentin buraxıla bilən qiymətini tapmaq**:

$$[\max M_b] = GJ_p [\bar{\varphi}] \quad (7.33)$$

$\max M_b$, G və $[\bar{\varphi}]$ kəmiyyətləri məlum olduqda sərtlik şərtindən **milin en kəsiyin ölçülərini təyin etmək**

$$J_p = \frac{\max M_b}{G[\bar{\varphi}]}$$

(6.37), (6.39) və (7.27) ifadələrindən istifadə etməklə, buradan milin sərtlik şərtindən en kəsik ölçülərini tapırıq:

– **dairəvi bütöv en kəsiyi üçün**

$$J_p = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{\max M_b}{G[\varphi]}, \text{ buradan } D = \sqrt[4]{\frac{32 \max M_b}{\pi G[\varphi]}} \quad (7.34)$$

– **dairəvi həlqəvari en kəsiyi üçün**

$$J_p = \frac{\pi D^4 (1 - c^4)}{32} = \frac{\max M_b}{G[\varphi]}, \text{ buradan milin xarici diametri alırıq:}$$

$$D = \sqrt[4]{\frac{32 \max M_b}{\pi^4 (1 - c^4) G[\varphi]}} \quad (7.35)$$

– **nazikdivarlı dairəvi həlqəvari mil üçün**

$$J_p = \frac{\pi D^3 \delta}{4} = \frac{\max M_b}{G[\varphi]},$$

buradan

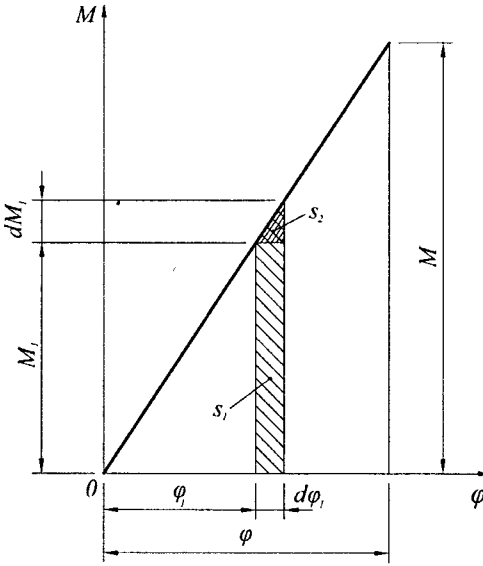
$$D = \sqrt[3]{\frac{4 \max M_b}{\pi \delta G[\varphi]}} \quad (7.36)$$

Dairəvi millərin burulmada eyni vaxtda həm **möhkəmlik**, həm də **sərtlik** tələblərini ödəməsi üçün bu iki hesablamalardan alınmış [(7.21) və (7.34), (7.22) və (7.35), (7.29) və (7.36)] düsturlarından en kəsik ölçülərindən müvafiq hallar üçün böyük qiyməti son ölçü kimi götürülür.

§ 7.3. Deformasiyanın potensial enerjisi

Elastiki deformasiyalar daxilində statiki təsir edən momenti M olan xarici cüt qüvvə ilə öz istiqamətində yaratdığı yerdəyişmə (tətbiq olunduğu kəsiyin dönməsi nəticəsində alınan burulma bucağı φ) arasında düzxətli asılılıq mövcuddur.

Bu asılılıq eyni ilə burucu moment M_b və burulma bucağı arasında da mövcuddur. (şək.7.3.1)-də bu asılılıqlar üst-üstə düşür. Bu zaman xarici cütün gördüyü iş daxili qüvvələrin əvəzləyicisi olan burucu momentin gördüyü işə bərabər olur və onunla əks işarəlidir, yəni:



Şək. 7.3.1

$$W_{dax} = -W_{xar} \quad (7.37)$$

burada W_{xar} – xarici, W_{dax} isə daxili qüvvələrin gördüyü işdir. Bu işi təyin etmək üçün tutaq ki, burucu momentin hər hansı yüklənmə anındakı qiyməti M_1 ona uyğun yerdəyişmə φ_1 -dir (şək.7.3.1). Moment dM_1 artımı aldıqda yerdəyişmənin artımı $d\varphi_1$ olacaqdır. Xarici momentin $d\varphi_1$ yerdəyişmədə gördüyü iş (şək.7.3.1)-də ştrixlənmiş zolağın sahəsinə bərabərdir:

$$dW_{xar} = s_1 + s_2 = M_1 \cdot d\varphi_1 + \frac{1}{2} dM_1 \cdot d\varphi_1 \quad (7.38)$$

Bu ifadənin ikinci həddi birinci həddinə nisbətən ikinci tərtibdən kiçik kəmiyyət olduğu üçün nəzərdən atıla bilər. Onda

$$dW_{xar} = M_1 \cdot d\varphi_1.$$

Burada iştirak edən M_1 dəyişəni üçün üçbucaqların oxşarlığından $M_1 = \frac{M}{\varphi} \varphi_1$ alırıq və onu dW_{xar} ifadəsində yerinə yazırıq:

$$dW_{xar} = \frac{M}{\varphi} \varphi_1 d\varphi_1 \quad (7.39)$$

Sonuncu ifadəni inteqrallayıb alırıq:

$$W_{xar} = \frac{M}{\varphi} \int_0^{\varphi} \varphi_1 d\varphi_1 = \frac{M \cdot \varphi}{2} \quad (7.40)$$

(7.37)-yə əsasən yazıla bilər:

$$W_{dax} = -\frac{M_b \varphi}{2} \quad (7.41)$$

φ -nin (7.14) ifadəsini (7.41)-də yerinə yazıb alırıq:

$$W_{dax} = -\frac{M_b^2 l}{2GJ_p} \quad (7.42)$$

Bu ifadəni ümumi şəkildə milin en kəsiyi ölçülərinin və burucu momentin onun uzunluğu boyunca dəyişildiyi hal üçün yazırıq:

$$W_{dax} = -\frac{1}{2} \int_l \frac{M_b^2 dx}{GJ_p} \quad (7.43)$$

Daxili qüvvələrin (burucu momentin) gördüyü iş deformasiyanın potensial enerjisi «U» şəklində itkisiz olaraq mildə toplanır və yüklənmə götürüldükdə milin öz əvvəlki vəziyyətini bərpa etməsinə sərf edilir.

Ona görə də potensial enerji qiymətcə görülən işə bərabər olacaqdır, yəni:

$$U = \frac{1}{2} \int_l \frac{M_b^2 dx}{GJ_p} \quad (7.44)$$

Pilləvari (n pillədən ibarət) milin potensial enerjisi

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{M_{b_i}^2 \cdot dx}{GJ_{p_i}} \quad (7.45)$$

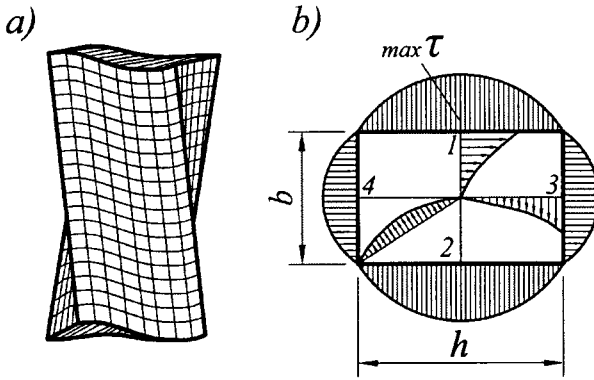
Burada i – məntəqələrin (pillələrin) nömrəsi, n – onların sayıdır.

(7.42) düsturuna uyğun potensial enerji bu şəkildə yazılır:

$$U = \frac{M_b^2 \cdot l}{2GJ_p} \quad (7.45')$$

§ 7.4. En kəsiyi dairəvi olmayan millərin burulması

Dairəvi en kəsikli millərdən fərqli olaraq qeyri-dairəvi millərin burulmasında en kəsikləri müstəvi şəkildə qalınaraq, deplanasiyaya uğrayırlar (şək.7.4.1), yəni bu halda yastı kəsiklər fərziyyəsi pozulur. Düzbucaqlı kəsik üçün bu şək. 7.4.1, a -da göstərilmişdir.



Şək. 7.4.1

Bu zaman en kəsiyinin ayrı-ayrı nöqtələri milin oxu istiqamətində yerdəyişmə alırlar. Əgər bu yerdəyişmələrə qarşı hər hansı məhdudiyyət qoyulmayıbsa milin en kəsiklərində normal gərginliklər yaranmayacaq. Belə burulmaya xalis və ya sərbəst burulma deyilir. Sərbəst burulmanın baş verməməsi üçün mi-

lin en kəsiyinin ölçüləri və burucu momentin qiyməti milin uzunluğu boyunca sabit qalmalı, uc kəsiklər isə sərt bərkidilməlidir.

Sərbəst burulmada milin en kəsiklərində yaranan toxunan gərginliklərin təyin olunması çox mürəkkəb məsələdir. Belə məsələlərin dəqiq həlli elastiklik nəzəriyyəsinin üsulları ilə mümkün olur. Bu paraqrafda bəzi nəticələr haqqında məlumat verilir.

Düzbucaqlı en kəsiyi üçün $h > b$ olduqda toxunan gərginliklərin xarakterik xətlər (xarici kontur, simmetriya oxları və diaqonal) üzrə dəyişmə qrafiki (epyuru) şək.7.4.1,b-də göstərilmişdir.

Ən böyük toxunan gərginliklər uzun tərəflərin orta nöqtələrində yaranır və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$\tau_1 = \tau_2 = \max \tau = \frac{M_b}{W_b} \quad (7.46)$$

Burada W_b – düzbucaqlı en kəsiyinin burulmada müqavimət momentidir

$$W_b = \beta b^3 \quad (7.46')$$

Kiçik tərəfin orta nöqtəsində toxunan gərginlik

$$\tau_3 = \tau_4 = \gamma \cdot \max \tau \quad (7.47)$$

Milin burulma bucağı aşağıdakı düsturla təyin olunur

$$\varphi = \frac{M_b \cdot l}{G \cdot J_b} \quad (7.48)$$

burada J_b – düzbucaqlı en kəsiyinin burulmada ətalət momentidir:

$$J_b = \alpha b^4 \quad (7.49)$$

Kəsiyin bucaq nöqtələrində və mərkəzində toxunan gərginliklər $\tau = 0$ olur.

(7.46'), (7.47) və (7.49) düsturlarına daxil olan α , β və γ əmsalları düzbucaqlının tərəflərinin nisbətindən $\left(m = \frac{h}{b}\right)$ asılı olaraq aşağıdakı cədvəldə verilmişdir.

Cədvəl 7.1

m	α	β	γ	m	α	β	γ
1	0,140	0,208	1,0	4,0	1,123	1,150	0,745
1,5	0,294	0,346	0,859	6,0	1,789	1,789	0,743
2,0	0,457	0,493	0,795	8,0	2,456	2,456	0,742
3,0	0,790	0,801	0,753	10,0	3,123	3,123	0,742

Ensiz uzun düzbucaqlılardan $\left(\frac{h}{b} \geq 10\right)$ ibarət açıq profilli en kəsikləri olan millər üçün ən böyük toxunan gərginlik ən böyük eni olan düzbucaqlıda yaranır və aşağıdakı düsturla təyin edilir:

$$\max \tau = \frac{M_b \cdot b_{\max}}{J_b} \quad (7.50)$$

Burada

$$J_b = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n h_i b_i^3 \quad (7.51)$$

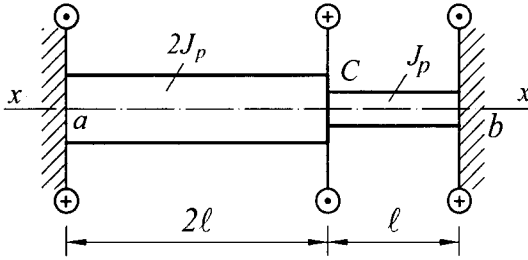
b_{\max} – qısa tərəfin uzunluğunun ən böyük qiymətidir. Burulma bucağı (7.48) düsturu ilə hesablanır, n – düzbucaqlı elementlərin sayıdır.

J_b -nin qiymətləri standart profillər (ikitavr, şveller, bucaqlıq və s.) üçün xüsusi cədvəllərdə verilir. Belə kəsiklər üçün J_b -nin qiyməti eyni sahəsi olan dairəvi bütöv kəsiklərə nisbətən çox kiçik olur. Buna görə də onlardan burulmada istifadə olunmur.

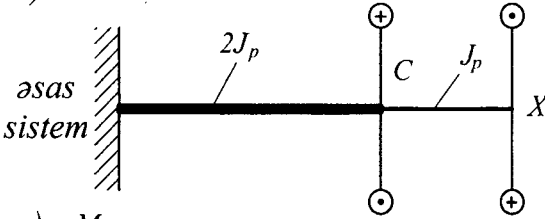
§ 7.5. Statik həll olunmayan məsələlər

Dartılma və sıxılmada olduğu kimi burulmada da statik həll olunmayan məsələlərə rast gəlinir. Belə məsələlərin təkcə müvazinət tənlikləri vasitəsi ilə həlli mümkün deyil, çünki məchulların sayı statikanın müvazinət tənliklərinin sayından çox olur. Məchulların sayı ilə müvazinət tənliklərinin sayı arasındakı fərq sistemin statik həll olunmamazlıq dərəcəsini müəyyən edir. Statik həll olunmayan məsələlərin həlli üçün statik həll

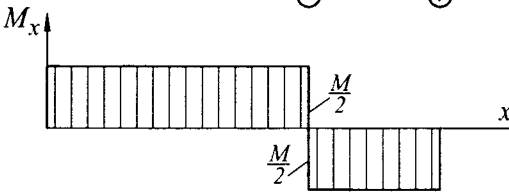
a)



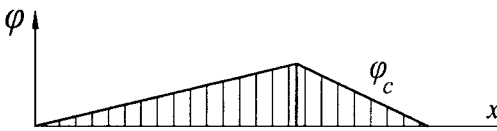
b)



c)



d)



Şək. 7.5.1

olunmamazlıq dərəcəsinə bərabər sayıda əlavə deformasiya tənlikləri tərtib etmək lazım gəlir və beləliklə də məchulların sayı tənliklərin ümumi sayı (müvazinət və deformasiya tənliklərinin birlikdə sayı) ilə bərabərləşir. Bu tənliklər sistemini həll edib bütün məchulları təyin edirlər.

Tutaq ki, iki pillədən ibarət bütöv kəsikli dairəvi milə momenti M olan cüt qüvvə təsir edir. Milin hər iki ucu sərt bərkidilmişdir (şək.7.5.1,a). Bu şəkildə «c» kəsiyində tətbiq olunmuş moment müsbət işarəlidir, çünki x oxu üzrə soldan baxdıqda onun istiqaməti saat əqrəbi gedişinin

əksinədir (⊙ – moment oxunun başlanğıcı, ⊕ – onun sonudur).

Məsələnin məchulları M_a və M_b dayaq momentləridir.

Müvazinət tənliyi isə birdir:

$$\sum M_x = 0 \quad \text{və ya} \quad M - M_a - M_b = 0 \quad (7.52)$$

Deməli, məsələ bir dəfə statik həll olunmayıdır. Ona görə də bir əlavə deformasiya tənliyi yazmalıyıq. Bunun üçün məchullardan biri, məsələn, $M_b = X$ «artıq» məchul kimi götürülür və onu yaradan rabitə – sağ sərt bərkidilmə atılaraq onun təsiri X «artıq» məchulu ilə əvəz edilir və beləliklə əsas sistem seçilir (şək. 7.5.1,b). Əsas sistemin verilmiş sistemə ekvivalent olması üçün belə bir şərt qoyulmalıdır: sağ dayaqdakı rabitənin atılmasından asılı olmayaraq əsas sistemin həmin «b» kəsiyində burulma bucağı sıfıra bərabər olsun, yəni

$$\varphi_b = 0 \quad (7.53)$$

Bu şərt deformasiya tənliyidir. Əsas sistemə iki cüt qüvvə tətbiq olunduğundan (7.53) tənliyini bu şəkildə yazırıq:

$$\varphi_b = \varphi_{bX} + \varphi_{bM} = 0 \quad (7.54)$$

Burada φ_{bX} – «b» kəsiyinin X cüt qüvvəsi təsirindən, φ_{bM} isə M momenti təsirindən burulma bucaqlarıdır. Onları (7.14) düsturuna əsasən təyin edib, (7.54)-də yerinə yazırıq:

$$\frac{X \cdot 2l}{G \cdot 2J_p} + \frac{X \cdot l}{G \cdot J_p} - \frac{M \cdot 2l}{G \cdot 2J_p} = 0 \quad (7.55)$$

Buradan $X = M_b = \frac{M}{2}$

(7.51) tənliyindən $M_a = M - M_b = \frac{M}{2}$.

Burucu momentlər epyuru şəkl.7.5.1,c-də qurulmuşdur. Burulma bucaqları epyurunu qurmaq üçün «c» kəsiyinin burulma bucağını təyin edək:

$$\varphi_c = \varphi_{cM} - \varphi_{cX} = \frac{M \cdot 2l}{G \cdot 2J_p} - \frac{X \cdot 2l}{G \cdot 2J_p} = \frac{(M - X) \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{Ml}{2GJ_p}$$

Burulma bucaqları epyuru şəkl.7.5.1,d -də göstərilmişdir.

§ 7.6. Kiçik addımlı vintvari silindrik yayların hesablanması

Dairəvi en kəsiyi olan məftildən hazırlanmış kiçik addımlı silindrik yay F qüvvələri ilə mərkəzi dartılmaya məruz qalır (şəkl.7.6.1,a).

Fərz edək ki, belə yay mərkəzi oxa perpendikulyar olan həlqələrdən ibarətdir. Mərkəzi oxdan keçən radial müstəvi ilə yayı bir həlqə üzrə xəyalən kəsib bir hissəsini (aşağı hissəsini) atıb, digər hissəsinin müvazinətinə baxaq. Atılmış hissənin saxlanmış hissəyə təsirini en kəsiyində yaranan kəsici qüvvə Q_x və M_b – burucu momenti ilə əvəz edirik (şəkl.7.6.1b). Bu daxili qüvvələrin ifadələrini yazaq:

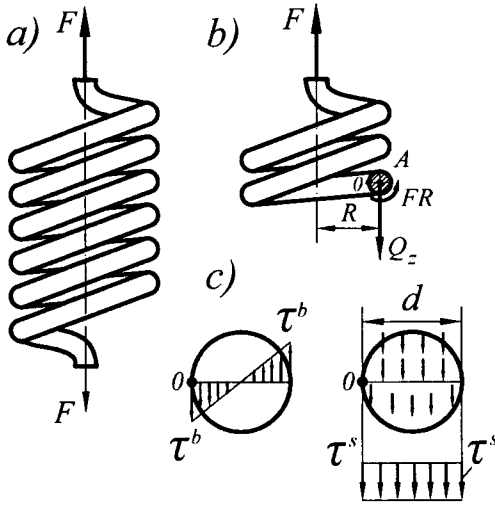
$$Q_x = F; \quad M_b = F \cdot R \quad (a)$$

Burada R – yayın həlqələrinin mərkəzi oxunun radiusudur.

(a)-dan görünür ki, yayın en kəsiklərində kəsici qüvvə ilə burucu moment təsir edir. Deməli, yayın məftili burulma ilə sürüşmənin birgə təsirinə məruz qalır. Hər iki deformasiyada yayın en kəsiyində toxunan gərginliklər yaranır. Bu gərginliklərin paylanma epyuru şəkl.7.6.1,c-də göstə-

rilmişdir. Sürüşmədən toxunan gərginliyi (τ_s) təyin etmək üçün bu gərginliyin məftilin en kəşiyində bərabər paylandığını qəbul edib alırıq:

$$\tau^s = \frac{Q_x}{A} = \frac{4F}{\pi d^2}, \quad \text{burada } d - \text{məftilin diametridir.}$$



Sək. 7.6.1

Burulmadan yaranan ən böyük toxunan gərginliklər məftilin kənar nöqtələrində yaranır və aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$\max \tau^b = \frac{M_b}{W_p} = \frac{16F \cdot R}{\pi d^3}.$$

Yayın həlqələrinin daxili «O» nöqtələrində toxunan gərginliklər ən böyük qiymət alır, çünki bu nöqtələrdə həm sürüşmədən, həm də burulmadan gərginliklər eyni istiqamətdə olduqlarına görə toplanacaqlar:

$$\max \tau_{(0)} = \tau^s + \max \tau^b = \frac{4F}{\pi d^2} + \frac{16FR}{\pi d^3} = \frac{16FR}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{4R} \right) \quad (7.56)$$

Yayın möhkəmlik şərti aşağıdakı kimi yazılır:

$$\max \tau \leq [\tau] \quad \text{və ya} \quad \frac{16FR}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{4R} \right) \leq [\tau] \quad (7.57)$$

Burada $[\tau]$ – yayın materialının kəsilməyə görə buraxıla bilən gərginliyidir.

Bir çox praktiki hesablamalarda (7.56) və (7.57) düsturlarında mötəri-zədəki $\frac{d}{4R}$ nisbətini vahidə nisbətən çox kiçik olduğundan nəzərdən atırlar. Onda həmin düsturlar bu şəkllə düşəcəklər:

$$\max \tau = \frac{16FR}{\pi d^3}; \quad \frac{16FR}{\pi d^3} \leq [\tau] \quad (7.58)$$

Yayların möhkəmliyə görə hesablanmasından başqa onun deformasiyasını xarakterizə edən uzanmasını və yaxud oturmasını hesablayırlar. Bu halda adətən yayın məftilinin tək cə burulmaya uğradığını qəbul edirlər.

Yayın deformasiyasını (uzanma və ya oturmasını) δ ilə işarə etsək ya-ya təsir edən F xarici qüvvəsinin gördüyü iş bu şəkildə düşər:

$$W = F \cdot \frac{\delta}{2} \quad (7.59)$$

Burada fərz edilir ki, dartıcı qüvvə F ilə uzanma və ya oturma arasında düzxətli asılılıq mövcuddur. (7.45') düsturundan istifadə edib, burulmada deformasiyanın potensial enerjisi üçün aşağıdakı ifadəni yazıb bilirik:

$$U = \frac{M_b^2 \cdot l}{2GJ_p}$$

Elastiki deformasiyalar daxilində F qüvvəsinin gördüyü iş potensial enerjiyə bərabər olmalıdır, yəni

$$W = U \quad \text{və ya} \quad F \cdot \frac{\delta}{2} = \frac{M_b^2 \cdot l}{2GJ_p} \quad (7.60)$$

Burada l – yayın məftilinin uzunluğudur və yayın «n» həlqələrinin sayından asılı olaraq aşağıdakı kimi hesablanır:

$$l = 2 \pi R \cdot n \quad (b)$$

Yayın məftilinin en kəsiyinin qütb ətalət momenti:

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} \quad (c)$$

(a), (b) və (c) ifadələrini (7.60)-da yerinə yazıb, alırıq:

$$\frac{F \cdot \delta}{2} = \frac{F^2 \cdot R^2 \cdot 2\pi R n \cdot 32}{2G\pi d^4}$$

Buradan yayın boyuna deformasiyasını (oturması və ya uzanmasını alırıq):

$$\delta = \frac{64FR^3 n}{Gd^4} \quad (7.61)$$

§ 7.7. Burulmada milin səmərəli en kəsiyi formaları

Qütb müqavimət momenti W_p (qeyri dairəvi en kəsiklər üçün W_b), buraxılabilən burucu momenti $[M_b]$ eyni olan en kəsiklərdən sahəsi az olan kəsik daha səmərəli sayılır, çünki milin hazırlanması üçün daha az material sərf olunması təmin edilir. Burulmada milin en kəsiyinin həndəsi for-

masının səmərəliliyi xüsusi müqavimət momenti \overline{W}_p ilə xarakterizə edilir və aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$\overline{W}_p = \frac{W_p}{\sqrt{A^3}} \quad (7.62)$$

Qeyri-dairəvi en kəsikləri üçün xüsusi müqavimət momenti \overline{W}_p ilə işarə olunur və bu şəkildə qəbul edilir:

$$\overline{W}_p = \frac{W_b}{\sqrt{A^3}} \quad (7.63)$$

\overline{W}_p (\overline{W}_b) kəmiyyəti nə qədər böyük olsa en kəsiyinin səmərəliliyi yüksək olacaqdır. Bəzi kəsiklər üçün bu kəmiyyətin qiymətləri cədvəl 7.2-də verilmişdir.

Cədvəl 7.2

Kəsiyin növü	\overline{W}_p (\overline{W}_b)
Şveller	0,04 – 0,05
İkitavr	0,05 – 0,07
Düzbucaqlı kəsik ($h/b=10$)	0,1
Düzbucaqlı kəsik ($h/b=2$)	0,18
Kvadrat	0,21
Dairəvi dolu kəsik	0,28
Dairəvi həlqə ($c=d/D=0,5$)	0,37
Dairəvi həlqə ($c=0,9$)	1,16

Cədvəldən görünür ki, səmərəliliyi ən az olan kəsiklərdən şveller, ikitavr profilli və ensiz düzbucaqlı kəsiklər, ən çox olan kəsiklərdən isə dairəvi dolu, həlqəvari, xüsusilə divarının qalınlığı daha az olan kəsiklər sayılır. Möhkəmliyi eyni olan dairəvi dolu milin çəkisini (G_d) və $c=d/D$ nisbətinin müxtəlif qiymətlərində həlqəvari dairəvi kəsiklərin çəkisi ilə müqayisə apararaq. Bu iki kəsik formalarının müqavimət momentlərinin eyni olması şərtində $\frac{\pi D_d^3}{16} = \frac{\pi D_h^3(1-c^4)}{16}$ dolu dairəvi kəsiyin diametri D_d ilə həlqəvari dairəvi kəsiyin xarici diametri D_h arasındakı asılılığı alırıq:

$$D_h = \frac{D_d}{\sqrt[3]{1-c^4}} \quad (7.64)$$

Müqayisə olunan millərin en kəsiyi sahələrinin, eyni ilə çəkilərinin nisbətini hesablayaq:

$$\frac{A_h}{A_d} = \frac{\pi}{4}(D_h^2 - d_h^2) : \frac{\pi D_d^2}{4} = \frac{D_h^2(1-c^2)}{D_d^2}.$$

(7.64) ifadəsini burada yerinə yazıb, alırıq:

$$\frac{A_h}{A_d} = \frac{1-c^2}{\sqrt[3]{(1-c^4)^2}} \quad (7.65)$$

7.3 cədvəlində c -nin müxtəlif qiymətləri üçün $\frac{A_h}{A_d}$ nisbətləri verilmişdir.

Cədvəl 7.3

c	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\frac{A_h}{A_d}$	1	0,99	0,96	0,92	0,85	0,79	0,70	0,61	0,51	0,39

Bu cədvəldən görünür ki, nazikdivarlı boruvari millərdən istifadə materiala xeyli qənaət etməyə imkan verir.

Sərtliyə görə hesablamalardan milin en kəsiyini seçərkən profilin qənaətliliyi aşağıdakı kəmiyyət ilə ölçülür:

$$\bar{J}_p = \frac{J_p}{A^2}, \text{ və ya } \bar{J}_b = \frac{J_b}{A^2} \quad (7.66)$$

Burada \bar{J}_p – dairəvi, \bar{J}_b – qeyri-dairəvi kəsiklər üçün **xüsusi ətalət momentidir**. Bu kəmiyyətlər burulma sərtliyini xarakterizə edən həndəsi kəmiyyətlərdir. Cədvəl 7.4-də \bar{J}_p (\bar{J}_b) kəmiyyətlərinin bəzi kəsiklər üçün qiymətləri verilmişdir. Həmin cədvəldən görüldüyü kimi sərtliyi eyni olan millər içərisində də həlqəvari en kəsikli millər daha səmərəli sayılırlar.

Cədvəl 7.4

Kəsiyin növü	\bar{J}_p (\bar{J}_b)
Şveller	0,010-0,011
İkitavr	0,009-0,015
Düzbucaqlı kəsik ($h/b=10$)	0,031
Düzbucaqlı kəsik ($h/b=2$)	0,115
Kvadrat	0,14
Dairəvi dolu kəsik	0,16
Dairəvi həlqəvari kəsik ($c=0,5$)	0,264
Dairəvi həlqəvari kəsik ($c=0,9$)	1,5

Sərtliyi eyni olan dairəvi dolu və həlqəvari en kəsikli millərin çəkisi-nin müqayisəsi 7.5 cədvəlində verilmişdir.

Cədvəl 7.5

c	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\frac{A_h}{A_d}$	1	0,99	0,96	0,92	0,85	0,78	0,69	0,58	0,46	0,32

Bu cədvəlin 7.3 cədvəli ilə müqayisəsi göstərir ki, millərin burulma-sında nazikdivarlı həlqəvari en kəsikləri sərtlik cəhətdən başqa formalı en kəsiklərinə nisbətən daha çox materiala qənaət etməyə imkan verir.

§ 7.8. Misallar

Misal 1. Mil uzunluğu boyu sabit $M_b=5$ kNm burucu momenti ilə bu-rulmaya məruz qalır. $[\tau]=60$ MPa, $[\varphi]=0,2$ dərəcə/m, sürüşmə modulu $G=0,8 \cdot 10^5$ MPa. Milin en kəsiyinin diametrini təyin etməli.

Həlli: (7.21) möhkəmlik şərtindən

$$D_m = \sqrt[3]{\frac{16M_b}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 5 \cdot 10^2}{3,14 \cdot 60 \cdot 0,1}} = 7,51 \text{ sm}$$

(7.22) sərtlik şərtindən

$$D_s = \sqrt[4]{\frac{32M_b}{\pi G \cdot [\varphi]}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 5 \cdot 10^2}{3,14 \cdot 0,8 \cdot 10^4 \cdot 0,349 \cdot 10^4}} = 11,62 \text{ sm}$$

Diametr üçün alınmış qiymətlərdən ən böyüyünü son qiymət kimi qə-bul edək: $D=12$ sm.

Misal 2. En kəsiyi həlqəvari val $M_b=8$ kNm momenti ilə burulur. Onun diametrlərinin nisbətini $c = \frac{d}{D} = 0,8$, $[\tau]=60$ MPa qəbul edib, en kə-siyi ölçülərini təyin etməli və həmin val üçün dairəvi (dolu) en kəsiyi ilə müqayisədə çəkisinə qənaəti tapmalı.

Həlli: (7.22) düsturuna əsasən

$$D_h = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot \max M_b}{\pi[\tau](1-c^4)}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 8 \cdot 10^2}{3,14 \cdot 60 \cdot 0,1(1-0,8^4)}} = 10,5 \text{ sm}$$

Valın daxili diametri $d_h = c \cdot D_h = 0,8 \cdot 10,5 = 8,4 \text{ sm}$.

Dairəvi (dolu) valın diametrini (7.21) düsturu ilə təyin edirik:

$$D = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot \max M_b}{\pi [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 8 \cdot 10^2}{3,14 \cdot 60 \cdot 0,1}} = 8,79 \text{ sm}$$

Həlqəvari və dairəvi dolu valların çəkirlərinin nisbəti, onların en kəsiyi sahələrinin nisbətində bərabər olur:

$$\frac{G_h}{G_d} = \frac{A_h}{A_d} = \frac{D_h^2 - d_h^2}{D_d^2} = \frac{10,5^2 - 8,4^2}{8,79^2} = 0,51$$

Beləliklə, içiboş valın çəkisi dolu valın çəkisindən 49% azdır.

Misal 3. Bir ucu sərt bərkidilmiş, uzunluğu 3 m, diametri 8,0 sm olan polad mil, digər sərbəst uc kəsiyində tətbiq olunmuş $M=6 \text{ kNm}$ momenti ilə burulur. Milin tam burulma bucağını və ən böyük toxunan gərginliyini təyin etməli. $G=0,8 \cdot 10^5 \text{ MPa}$.

Həlli: Milin ən böyük toxunan gərginliyini (7.12) düsturuna əsasən təyin edirik:

$$\max \tau = \frac{M_b}{W_p} = \frac{6 \cdot 10^2}{\frac{\pi \cdot 8^3}{16}} = 59,7 \text{ MPa}$$

Tam burulma bucağı milin sərbəst uc kəsiyində baş verir və (7.14) düsturu ilə təyin edilir:

$$\max \varphi = \frac{M_b \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{6 \cdot 10^2 \cdot 300}{8 \cdot 10^3 \cdot \frac{\pi \cdot 8^4}{32}} = 0,056 \text{ rad}$$

Misal 4. En kəsiyinin ölçüləri $h \times b = 17 \times 10 \text{ sm}$ və uzunluğu $\ell = 4 \text{ m}$ olan polad milə $M=30 \text{ kNm}$ burucu moment təsir edir. Milin ən böyük toxunan gərginliyini və burulma bucağını təyin etməli. $G=0,8 \cdot 10^5 \text{ MPa}$.

Həlli: Düzbucaqlı en kəsikli milin ən böyük toxunan gərginliyi uzunluğu böyük tərəfinin orta nöqtəsində yaranır və (7.46) düsturu ilə təyin edilir:

$$\max \tau = \frac{M_b}{W_b} = \frac{M_b}{\beta b^3}$$

En kəsiyinin tərəflərinin nisbəti $m = \frac{h}{b} = \frac{1,7}{1,0} = 1,7$. Bu fəsildə veril-

miş 7.1 cədvəlindən interpolyasiya yolu ilə $m=1,7$ nisbətində uyğun β əmsalını təyin edirik:

$$\beta = 0,346 + \frac{(0,493 - 0,346) \cdot 0,2}{0,5} = 0,346 + 0,059 = 0,405$$

$$\text{Onda } \max \tau = \frac{30 \cdot 10^2}{0,405 \cdot 10^3} = 74,1 \text{ MPa.}$$

Milin burulma bucağını tapmaq üçün (7.48) düsturundan təyin edək:

$$\varphi = \frac{M_b \cdot l}{G \cdot J_b} = \frac{M_b \cdot l}{G \cdot \alpha b^4}.$$

Bu düsturdakı α əmsalını həmin cədvəldən interpolyasiya yolu ilə hesablayaq:

$$\alpha = 0,294 + \frac{(0,457 - 0,294) \cdot 0,2}{0,5} = 0,359$$

Bu əmsalı sonuncu düsturda yerinə yazıb, alırıq:

$$\varphi = \frac{30 \cdot 10^2 \cdot 400}{0,359 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^3} = 0,0418 \text{ rad} = 0,0418 \cdot \frac{180}{\pi} = 2,39^\circ.$$

Misal 5. Kiçik addımlı silindrik yay $F=50 \text{ N}$ qüvvə ilə sıxılır. Yayın orta radiusu $R=30 \text{ mm}$, məftilinin diametri $d=6 \text{ mm}$, həlqələrin sayı $n=5$ və $G=0,8 \cdot 10^5 \text{ MPa}$. Yayın ən böyük toxunan gərginliyini və oturması δ -ni təyin etməli.

Həlli: (7.58) və (7.61) təqribi düsturlardan istifadə etməklə yayın ən böyük toxunan gərginliyini və oturmasını təyin edirik

$$\max \tau = \frac{16F \cdot R}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 50 \cdot 0,03}{3,14 \cdot 10^{-3}} = 76,4 \text{ MPa}$$

$$\delta = \frac{64FR^3 \cdot n}{Gd^4} = \frac{64 \cdot 500 \cdot 3^3 \cdot 5}{8 \cdot 10^6 \cdot 1,0^4} = 0,54 \text{ sm.}$$

Misal 6. Diametri $D=30 \text{ mm}$ olan polad val momenti $M=500 \text{ Nm}$ olan cüt qüvvə ilə burulur. Valın ən böyük toxunan gərginliyini, səthində sürüşmə bucağını və nisbi sürüşmə bucağını təyin etməli. $G=8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$.

Həlli: Valın en kəsiklərində yaranan ən böyük toxunan gərginliyi təyin edirik:

$$\max \tau = \frac{M_b}{W_p} = \frac{6 \cdot 10^2}{\pi D^3} = \frac{500 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2}{3,14 \cdot 3,0^3} = 9,44 \frac{\text{kN}}{\text{sm}^2} = 94,4 \text{ MPa.}$$

Sürüşmədə Huk qanununun $\tau = G\gamma$ ifadəsindən valın səthindəki sürüşmə bucağı γ -ni təyin edirik:

$$\gamma = \frac{\max \tau}{G} = \frac{9,44}{8 \cdot 10^3} = 11,80 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

Daha sonra nisbi sürüşmə bucağını hesablayırıq. Bunun üçün (7.3)-dən $\rho = R$ olduqda $\frac{\gamma}{R} = \frac{d\varphi}{dx}$ alırıq. Bu ifadənin sol tərəfi $\bar{\gamma} = \frac{\gamma}{R}$ – nisbi sürüşmə bucağı, sağ tərəfi isə nisbi burulma bucağıdır. Onlar bir-birinə bərabərdir:

$$\bar{\gamma} = \frac{\gamma}{R} = \frac{11,80 \cdot 10^{-4}}{15 \cdot 10^{-3}} = 0,0787 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

Misal 7. $n=120$ dövr/dəq sürəti ilə fırlanan vala mühərrikdən 15,0 a.q. güc ötürülür. $[\tau]=20 \text{ MPa}$ qəbul edərək möhkəmlik şərtindən valın diametrini təyin etməli.

Həlli: Mühərrikdən vala ötürülən güc a.q. ilə verildiyindən xarici burucu momenti (7.1) düsturu ilə təyin edirik:

$$M = 716,2 \frac{W_{a.q.}}{n} = 716,2 \cdot \frac{15,0}{120} = 89,52 \text{ kN} \cdot \text{sm}$$

Valın en kəsiklərində yaranan burucu momenti $\sum M_x = 0$ müvazinət tənliyindən təyin edək:

$$M_b = M = 89,52 \text{ kN} \cdot \text{sm}$$

Burulmada möhkəmlik şərtindən valın en kəsiyinin tələb olunan diametrini (7.21) düsturu ilə təyin edirik:

$$D = \sqrt[3]{\frac{16M_b}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 89,52}{3,14 \cdot 2}} = 6,11 \text{ sm}$$

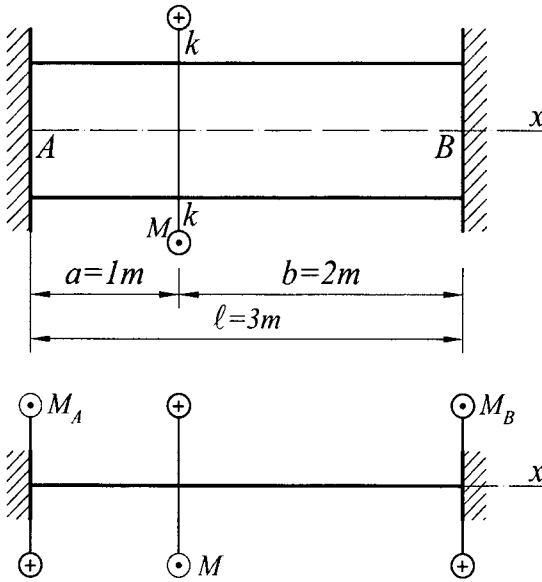
Misal 8. Diametri $D=10 \text{ sm}$ olan hər iki ucu ilə sərt bərkidilmiş mil şəx. 7.8.1-də göstərilirdiyi kimi momenti M olan cüt qüvvə ilə yüklənmişdir. $M=9,0 \text{ kN m}$ qəbul edib, milin burucu momentlər epyurunu qurmalı, ən böyük toxunan gərginliklərini və burulma bucağını təyin etməli.

Həlli: Baxılan halda mil burulmaya məruz qalır. Dayaq momentlərinin (M_A və M_B) təyin olunması məsələsi statik həll olunmayandır, çünki bu iki məchulları təyin etmək üçün cəmi bir müvazinət tənliyi yaza bilərik:

$$\sum M_B = 0 \quad \text{və ya} \quad M_A - M + M_B = 0 \quad (a)$$

Deformasiya tənliyini aşağıdakı şəkildə olur:

$$\varphi_k^{sol} = \varphi_k^{sağ} \quad (b)$$



Şək. 7.8.1

Burada φ_k^{sol} və $\varphi_k^{sağ}$ – milin $k-k$ kəsiyinin uyğun olaraq soldan və sağdan burulma bucaqlarıdır. (7.14) düsturuna əsasən yazı bilərik:

$$\varphi_k^{sol} = \frac{M_A \cdot a}{G \cdot J_p};$$

$$\varphi_k^{sağ} = \frac{M_B \cdot b}{G \cdot J_p} \quad (c)$$

(c) ifadələrini (b)-də yerinə yazıb, alırıq – $M_A \cdot a = M_B \cdot b$. Buradan $M_B = M_A \cdot \frac{a}{b}$ təyin edib (a) tənliyində yerinə yazaraq, alırıq:

$$M_A = M \frac{b}{l}; \quad M_B = M \frac{a}{l} \quad (d)$$

Verilmiş qiymətləri nəzərə alaraq (d)-dən təyin edirik:

$$M_A = \frac{9 \cdot 2}{3} = 6 \text{ kNm}; \quad M_B = \frac{9 \cdot 1}{3} = 3 \text{ kNm}$$

Milin ən böyük toxunan gərginliyi sol hissəsinin xarici diametri üzərindəki nöqtələrdə yaranır və (7.18) düsturu ilə təyin olunur:

$$\max \tau = \frac{\max M_b}{W_p} = \frac{6}{\frac{\pi D^3}{16}} = \frac{6 \cdot 10^2}{\frac{3,14 \cdot 10^3}{16}} = 30,57 \text{ MPa}$$

Milin ən böyük burulma bucağı $k-k$ kəsiyində yaranacaqdır:

$$\varphi_k = \frac{M_b \cdot b}{G J_p} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 10^4 \cdot \frac{\pi D^4}{32}} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^4}{8 \cdot 10^3 \cdot \frac{3,14 \cdot 10^4}{32}} = 0,0076 \text{ rad} =$$

$$= 0,0076 \frac{180}{\pi} \approx 0,44^\circ.$$

ƏSAS DÜSTUR VƏ ASILILIQLAR

$$1. M=716,2 \frac{W_{a.q.}}{n} \text{ kNsm}; M=973,6 \frac{W_{kv}}{n} - \text{ fırlanan vala təsir edən xarici cüt}$$

qüvvənin momenti. Burada:

$W_{a.q.}$ – ötürülən gücün at qüvvəsi ilə,

W_{kv} – kilovat ilə qiyməti

n – valın bir dəqiqədə dövrlər sayıdır.

$$2. \tau_{\varphi x} = \frac{M_b \cdot \rho}{J_p} - \text{dairəvi milin burulmada ən kəsiyində hər hansı nöqtədə}$$

yaranan toxunan gərginliyi. Burada:

ρ – gərginliyi təyin olunan nöqtənin radius-vektoru,

M_b – bu nöqtənin aid olduğu kəsiyin burucu momenti,

J_p – qütb ətalət momentidir.

$$3. \max \tau_{\varphi x} = \frac{M_b}{W_p} - \text{dairəvi milin hər hansı en kəsiyinin, } \max \tau_{\varphi x} = \frac{\max M_b}{W_p} -$$

ən qorxulu en kəsiyinin (əyici momenti mütləq qiymətcə ən böyük $\max M_b$ qiymətə bərabər olan) kənar nöqtələrində ən böyük toxunan gərginliklər. Burada:

$$W_p = \frac{J_p}{\rho_{\max}} - \text{en kəsiyinin qütb müqavimət momenti,}$$

ρ_{\max} – kəsiyin mərkəzindən ən uzaqda yerləşən nöqtənin radius-vekturudur.

$$4. W_p = \frac{\pi R^3}{2} = \frac{\pi D^3}{16} - \text{dairəvi en kəsiyinin,}$$

$$W_p = \frac{\pi R^3}{2} (1 - c^4) = \frac{\pi D^3}{16} (1 - c^4) - \text{dairəvi həlqəvari en kəsiyinin qütb}$$

müqavimət momentidir.

$$5. W_p = \frac{\pi D^2 \delta}{2} - \text{daxili və xarici diametrlərin fərqi çox az olan həlqəvari}$$

kəsiklərin müqavimət momenti,

$$J_p = \frac{\pi D^3 \delta}{4} - \text{qütb ətalət momenti. Burada:}$$

δ – həlqənin divarının qalınlığıdır.

$$6. \bar{\varphi} = \frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_b}{GJ_p} - \text{dairəvi milin } dx \text{ elementinin nisbi burulma bucağı } \frac{d\varphi}{dx}$$

ilə burucu momenti və burulmada sərtliyi arasında asılılıq. Burada:

GJ_p – burulmada milin sərtliyidir.

7. $\varphi = \frac{M_b \cdot l}{GJ_p}$ – birməntəqəli milin burulmasında en kəsiyinin ölçüləri və əyici momentin qiyməti milin uzunluğu boyunca sabit qaldıqda,

$$\varphi = \int_{\ell} \frac{M_b dx}{GJ_p} \text{ – dəyişən olduqda burulma bucağı.}$$

$\varphi = \sum_{i=1}^n \frac{M_{b_i} \cdot l_i}{GJ_{p_i}}$ – çoxməntəqəli milin burulmasında məntəqələr daxilində milin en kəsiyinin ölçüləri, əyici momentin qiyməti sabit qaldıqda,

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \int_{\ell_i} \frac{M_{b_i} \cdot dx}{GJ_{p_i}} \text{ – dəyişən olduqda burulma bucağı. Burada:}$$

M_{b_i} – məntəqələrin əyici momenti,

ℓ_i – uzunluğu,

J_{p_i} – hər məntəqədə milin en kəsiyinin qütb ətalət momentidir (i – məntəqələrin nömrəsi, n – saydır).

8. $\max \tau = \frac{\max M_b}{W_p} \leq [\tau]$ – burulmada dairəvi milin möhkəmlik şərti. Burada

$[\tau]$ – milin materialının buraxılabilən toxunan gərginliyidir.

9. $|\max M_b| = W_p \cdot [\tau]$ – burulmada möhkəmlik şərtinə görə burucu momentin ən böyük buraxılabilən qiyməti.

10. $D = \sqrt[3]{\frac{16 \max M_b}{\pi [\tau]}}$ – burulmada möhkəmlik şərtindən alınmış dairəvi milin diametri,

$D = \sqrt[3]{\frac{16 \max M_b}{\pi(1-c^4) \cdot [\tau]}}$ – dairəvi həlqəvari milin xarici diametri

$D = \sqrt{\frac{2 \max M_b}{\pi \delta [\tau]}}$ – dairəvi həlqəvari milin daxili və xarici diametrlərinin fərqi

çox az olduqda xarici diametri.

11. $\max \bar{\varphi} = \frac{\max M_b}{GJ_p} \leq [\bar{\varphi}]$ – burulmada dairəvi milin sərtlik şərti. Burada:

$\max \bar{\varphi} = \frac{\max \varphi}{\ell}$ – ən böyük nisbi burulma bucağı, $\max \varphi$ – ən böyük burulma bucağı,

ℓ – milin uzunluğu,

$[\bar{\varphi}]$ – buraxılabilən nisbi burulma bucağıdır.

12. $[\max M_b] = GJ_p [\bar{\varphi}]$ – burulmada şərtlik şərtinə görə burucu momentin ən böyük buraxılabilən qiyməti.

$$13. D = \sqrt[4]{\frac{32 \max M_b}{\pi G[\bar{\varphi}]}} - \text{burulmada sətlik şərtindən alınmış dairəvi milin diametri};$$

$$D = \sqrt[4]{\frac{32 \max M_b}{\pi^4 (1 - c^4) G[\bar{\varphi}]}} - \text{dairəvi həlqəvari milin xarici diametri};$$

$$D = \sqrt[4]{\frac{4 \max M_b}{\pi \delta G[\bar{\varphi}]}} - \text{dairəvi həlqəvari milin daxili və xarici diametrlərinin}$$

fərqi çox az olduqda xarici diametri.

$$14. U = \frac{M_b^2 \ell}{2GJ_p} - \text{burulmada birməntəqəli dairəvi milin uzunluğu boyunca}$$

əyici moment və en kəsiyin ölçüləri sabit olduqda,

$$U = \frac{1}{2} \int \frac{M_b^2 dx}{GJ_p} - \text{dəyişən olduqda,}$$

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{M_{b_i}^2 \ell_i}{2GJ_{p_i}} - \text{çoxməntəqəli dairəvi milin uzunluğu boyunca əyici mo-}$$

ment və en kəsiyin ölçüləri sabit olduqda,

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int \frac{M_b dx}{GJ_{p_i}} - \text{dəyişən olduqda deformasiyanın potensial enerjisi.}$$

$$15. \tau_{(1)} = \tau_{(2)} = \max \tau = \frac{M_b}{W_b} - \text{en kəsiyi düzbucaqlı olan milin burulmada}$$

böyük tərəflərinin 1 və 2 orta nöqtələrində yaranan ən böyük toxunan gərginlik ,
 $\tau_{(3)} = \tau_{(4)} = \gamma \cdot \max \tau$ – kiçik tərəflərin 3 və 4 orta nöqtələrində toxunan gərginlik,

$$\varphi = \frac{M_b \ell}{GJ_b} - \text{en kəsiyi düzbucaqlı milin burulma bucağı. Burada:}$$

$$W_b = \beta b^3 - \text{düzbucaqlı en kəsiyinin müqavimət momenti,}$$

$$J_b = \alpha b^4 - \text{ətalət momenti.}$$

α β γ əmsalları düzbucaqlının tərəflərinin $m = \frac{h}{b}$ nisbətindən asılı olaraq

xüsusi cədvəllərdən götürülür.

$$16. \max \tau = \frac{M_b \cdot b_{\max}}{J_b} - \text{ensiz uzun düzbucaqlılardan } \left(\frac{h}{b} \geq 10 \right) \text{ ibarət açıq}$$

profilli en kəsiyi olan millər üçün eni ən böyük (b_{\max}) düzbucaqlıda yaranan ən böyük toxunan gərginlik. Burada:

$$J_b = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n h_i b_i^3 - \text{bütün kəsiyin ətalət momenti,}$$

h_i – düzbucaqlıların uzunluğu, b_i – enidir.

$$17. \max \tau = \frac{16FR}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{4R}\right) - \text{kiçik addımlı silindrik yayın ən böyük toxunan}$$

gərginlikləri (yayın həlqələrinin daxili diametri üzərindəki nöqtələrdə yaranır),

$$\frac{16FR}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{4R}\right) \leq [\tau] - \text{möhkəmlik şərtidir.}$$

$$\max \tau = \frac{16FR}{\pi d^3} - \frac{d}{4R} \text{ nisbətinin 1-dən çox kiçik olduğu hallarda yayın ən}$$

böyük toxunan gərginlikləri,

$$\frac{16FR}{\pi d^3} \leq [\tau] - \text{möhkəmlik şərti.}$$

Burada:

F – yaya təsir edən boyuna (mərkəzi, yayın həlqələrinin müstəvisinə \perp ox istiqamətdə) qüvvə;

R – yayın həlqələrinin orta radiusu;

d – en kəsiyinin diametri,

$[\tau]$ – yayın materialının buraxılabilən toxunan gərginliyidir.

$$18. \delta = \frac{64FR^3 n}{Gd^4} - \text{yayın deformasiyasını xarakterizə edən oturması və ya}$$

uzanması. Burada: n – həlqələrin sayıdır.

$$19. \bar{W}_p = \frac{W_p}{\sqrt{A^3}} - \text{burulmada dairəvi en kəsikli,}$$

$$\bar{W}_b = \frac{W_b}{\sqrt{A^3}} - \text{qeyri-dairəvi en kəsikli millərin en kəsiyinin möhkəmlik şərti-}$$

nin təmin edilməsinə görə səmərəliliyini xarakterizə edən **xüsusi müqavimət momenti**. Burada:

A – en kəsiyinin sahəsi,

W_p və W_b – müvafiq olaraq dairəvi və qeyri-dairəvi en kəsiklərinin müqavimət momentləridir.

$$20. \bar{J}_p = \frac{J_p}{A^2} - \text{dairəvi en kəsikli,}$$

$$\bar{J}_b = \frac{J_b}{A^2} - \text{qeyri-dairəvi kəsikli millərin en kəsiyinin xüsusi ətalət momenti.}$$

Bu kəmiyyətlər müvafiq hallar üçün sərtlük şərtinin təmin edilməsinə görə profilin qənaətliliyini xarakterizə edir.

Burada J_p və J_b müvafiq dairəvi və qeyri-dairəvi en kəsiklərinin ətalət momentləridir.

Özünüoxlama sualları

1. Burulma deformasiyası nəyə deyilir?
2. Burulmada milin en kəsiklərində hansı gərginliklər yaranır və istiqaməti necə olur?
3. Valın burucu momenti, ötürdüğü gücü və dəqiqədə fırlanma dövrlərinin sayı arasında hansı asılılıq mövcuddur?
4. Dairəvi milin burulma nəzəriyyəsində hansı fərziyyələr qəbul edilir?
5. Milin tam burulma bucağı nəyə deyilir? Onu hansı düsturla təyin edirlər?
6. Qütb ətalət momenti nəyə deyilir? Onun ölçü vahidi nədir?
7. Burulmada şərtlik nəyə deyilir?
8. Burulmada valın hansı nöqtələrində ən böyük toxunan gərginliklər yaranır?
9. Toxunan gərginliklər en kəsiyinin sahəsi üzrə necə dəyişirlər?
10. Burulmada baş gərginliklər nəyə bərabər olur?
11. Dairəvi milin burulmada ən böyük toxunan gərginlikləri hansı düsturla tapılır?
12. Düzbucaqlı en kəsiyində burulma zamanı ən böyük gərginliklər hansı nöqtələrdə yaranır? Onlar hansı düsturla təyin olunurlar?
13. Burulmada möhkəmlik və şərtlik şərtləri necə yazılır?
14. Çoxməntəqəli millərin burulmasında burulma bucağı necə təyin olunur?
15. Burulmada deformasiyanın potensial enerjisi hansı düsturla təyin olunur?
16. Kiçik addımlı vintvari silindrik yayların məftilinin en kəsiklərində hansı gərginliklər yaranır? Onlar hansı düsturla hesablanırlar?
17. Vintvari silindrik yayın oturması necə hesablanır?
18. Burulmada statik həll olunmayan məsələlər necə həll olunurlar?
19. Dairəvi (dolu) milin möhkəmlik şərtindən diametri hansı düsturla tapılır?
20. Dairəvi həlqəvari milin şərtlik şərtindən xarici diametri necə tapılır?
21. Burulmada dairəvi milin xarakterik nöqtələrində hansı gərgin hal yaranır?
22. Burulmada hansı en kəsiyi formaları səmərəli sayılır? Səmərəlilik hansı kəmiyyətlə xarakterizə olunur?
23. Nazikdivarlı həlqəvari millərin en kəsiyi ölçülərini hansı təqribi düsturlarla təyin etmək olar?
24. Vintvari silindrik yayın hansı nöqtələri təhlükəli nöqtə sayılır?
25. Baş gərginliklər trayektoriyası necə qurulur?

FƏSİL VIII

MİLLƏRİN ƏYİLMƏSİ

§8.1. Əsas anlayışlar

§8.2. Yastı əyilmədə normal gərginliklər

1. Neytral oxa nəzərən qeyri-simmetrik kəsiklər
2. Neytral oxa nəzərən simmetrik kəsiklər

§8.3. Əyilmədə toxunan gərginliklər

1. Düzbucaqlı en kəsiyi
2. Dairəvi en kəsiyi
3. İkitavr tipli en kəsiyi
4. Qüvvələr müstəvisinə nəzərən simmetrik olmayan en kəsikli millərdə toxunan gərginliklər. Əyilmə mərkəzt

§8.4. Əyilmədə gərgin halın tədqiqi.

Baş gərginliklərin təyini

§8.5. Tirlərin möhkəmliyə görə hesablanması

§8.6. Tirlərin en kəsiklərinin səmərəli formaları

§8.7. Dəyişən en kəsikli tirlər.

Bərabər müqavimətli tirlər

§8.8. Dartılma və sıxılmada materialının elastiklik modulu müxtəlif olan tirlərin əyilməsi

§8.9. Əyilmədə deformasiyanın potensial enerjisi

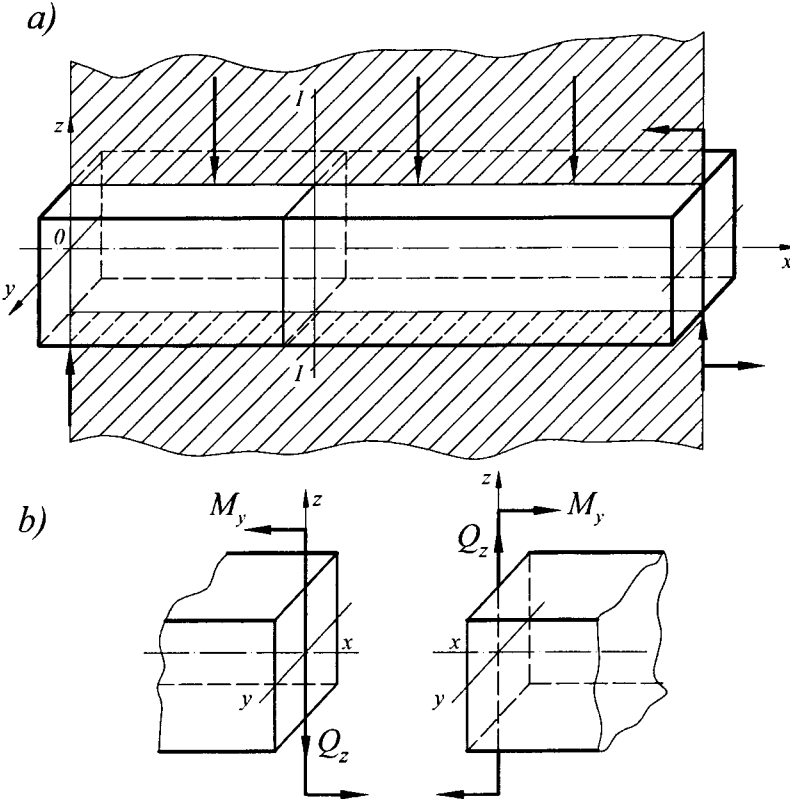
§8.10. Misallar

Əsas düstur və asılılıqlar

Özünüyoxlama sualları

§8.1. Əsas anlayışlar

Milin boyuna ox mərkəzi oxundan keçən müstəvidə həmin $oxa \perp$ xarici qüvvələr təsirindən deformasiyasına əyilmə deyilir. Əyilməyə məruz qalan mil **tir** adlanır. Xarici qüvvələrin yerləşdiyi müstəviyə **qüvvə müstəvisi** deyilir (şək. 8.1.1, a). Əgər qüvvə müstəvisi tirin en kəsiyinin baş mərkəzi oxlarının (oy , oz) biri ilə üst-üstə düşürsə **əyilmə sadə** və ya **yastı düz əyilmə** adlanır. Qüvvə müstəvisi en kəsiyin baş mərkəzi oxlarından biri ilə üst-üstə düşmədikdə **çəp əyilmə** baş verir (şək.8.1.2,a).

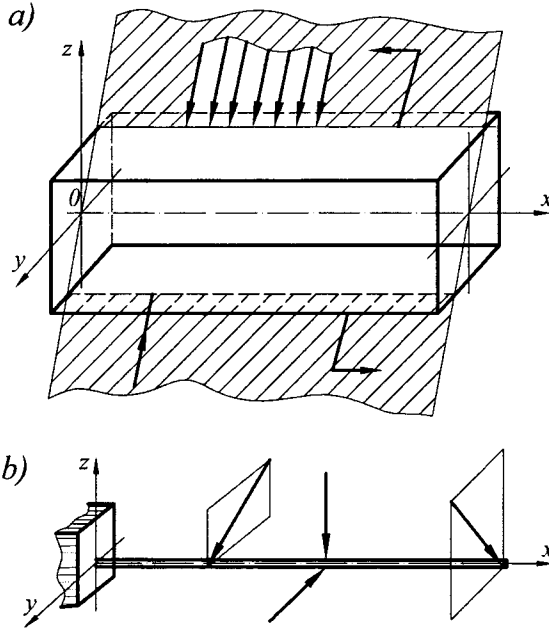


Şək. 8.1.1

Fəsil 1-də müəyyən edilmişdir ki, sadə əyilmə deformasiyasında milin en kəsiyində, ümumi halda eyni zamanda daxili qüvvə amillərindən həm əyri moment, həm də eninə və ya kəsici qüvvə əmələ gəlir. Bu halda tirdə **eninə əyilmə** baş vermiş olur.

Aydındır ki, hər hansı I-I en kəsiyində yaranan daxili qüvvələr sisteminin əvəzləyiciləri (baş vektoru və baş momenti) olan kəsici qüvvə və əyici

moment qüvvə müstəvisində yerləşəcəklər, çünki onlar xarici qüvvələrin kəsikdən sol və ya sağ tərəfdəki hissəsini müvazinətləşdirdiyinə görə eyni müstəvidə olmalıdırlar. (Şək.8.1.1,b).



Şək. 8.1.2

kəsiyində yaranan daxili qüvvələrin toplananları – kəsici qüvvə Q_z və əyici moment M_y , kəsikdən bir tərəfdə qalan xarici qüvvələrdən asılı olaraq təyin edirlər. Onların hesablanma qaydası və tirin uzunluğu boyunca dəyişmə qrafiki olan epyurunun qurulması konkret misallar üzərində göstərilmişdir.

Xüsusi halda tirin en kəsiyində təkə əyici moment yarandığı halda əyilmə xalis əyilmə adlanır.

Tirin mərkəzi boyuna oxuna \perp təsir edən xarici qüvvələr müxtəlif qüvvə müstəvisində yerləşdikdə, fəza əyilmə baş verəcəkdir (şək.8.1.2,b).

Bu fəsildə tirin yastı düz əyilmə deformasiyasını ətraflı təhlil edib, gərginliklərin, deformasiyaların təyini və müvafiq hesablamaların aparılmasını nəzərdən keçirəcəyik.

Fəsil 1-də göstərilmişdir ki, milin hər hansı en

§8.2. Yastı əyilmədə normal gərginliklər

Sadə eninə yastı əyilmədə tirin en kəsiklərində yaranan kəsici qüvvə Q_z və əyici moment M_y ilə müvafiq gərginliklər arasında asılılıqlar (1.14) və (1.15) ifadələri şəklində müəyyən edilmişdir:

$$Q_z = \int_A \tau_{zx} \cdot dA, \quad M_y = \int_A \sigma_x \cdot dA \cdot z \quad (a)$$

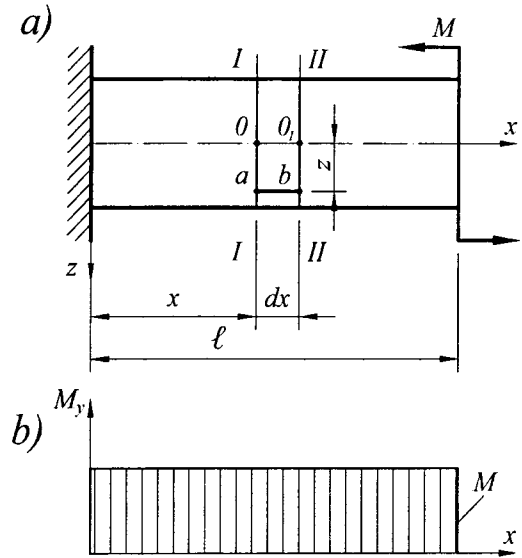
Buradan görüldüyü kimi, eninə yastı əyilmədə tirin en kəsiyinin nöqtələrində normal σ_x və τ_{zx} toxunan gərginlikləri əmələ gəlir. Belə ki, normal gərginliklər əyici momentdən, toxunan gərginliklər isə kəsici qüvvədən asılı olur. Buna görə də normal gərginliklərin təyin olunması üçün yastı eninə əyilmənin xüsusi halı olan xalis əyilməni ($Q_z = 0$, $M_y = \text{const}$) nəzərdən keçirək (şəkl. 8.2.1, a, b).

Bu şəkildən görünür ki, hər hansı kəsiyin əyici momenti M_y , xoz qüvvə müstəvisində yerləşir və $M_y = M = \text{const}$ olur.

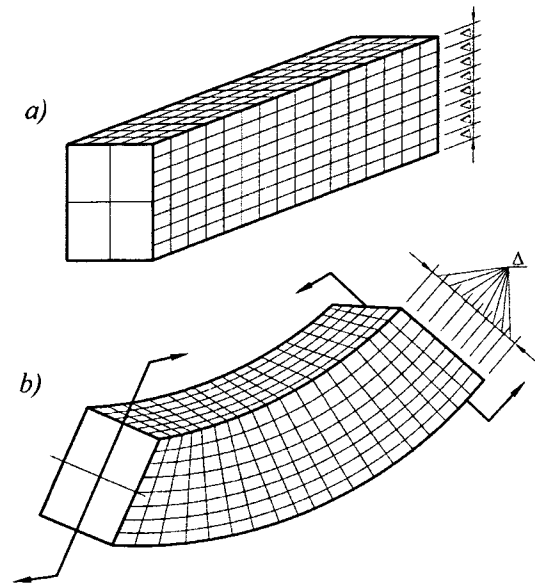
Deməli, xalis əyilmədə tirin en kəsiyində təkcə normal gərginliklər əmələ gəlir (σ_x). Onun kəsiyin üzərində dəyişmə xarakterini müəyyən etmək üçün təcrübəyə müraciət edək. Şəkl. 8.2.2a-da göstərilən tirin xüsusi rezindən hazırlanmış modelinin yan səthinə boyunca düz xətlər və en kəsikləri müstəvisində yerləşən qapalı kontur xətləri çəkkək. Bu xətlər ortoqonal (kəsişdiyi nöqtələrdə bir-birinə \perp olan) xətlər sistemi (tor) əmələ gətirəcəklər. Yan səthdəki hər hansı boyuna xətdən keçən üfüqi (xoz qüvvə müstəvisinə \perp olan) müstəvidə yerləşən bütün boyuna liflər, liflər qatı (layı) təşkil edirlər.

Deformasiya (əyilmə) zamanı aşağıdakı müşahidələr aparılmış və onlara əsasənlanan nəticələr əldə edilmişdir.

1. Boyuna xətlər əyri xətlərə çevrilir. Bu xətlərdən (liflər qatlarından) bir hissəsi (çökək tərəfdə) qısalır, bir hissəsi (qabarıq tərəfdə) isə uzanırlar. Bu iki hissələr arasında elə bir liflər qatı var ki, onun uzunluğu tirin



Şəkl. 8.2.1

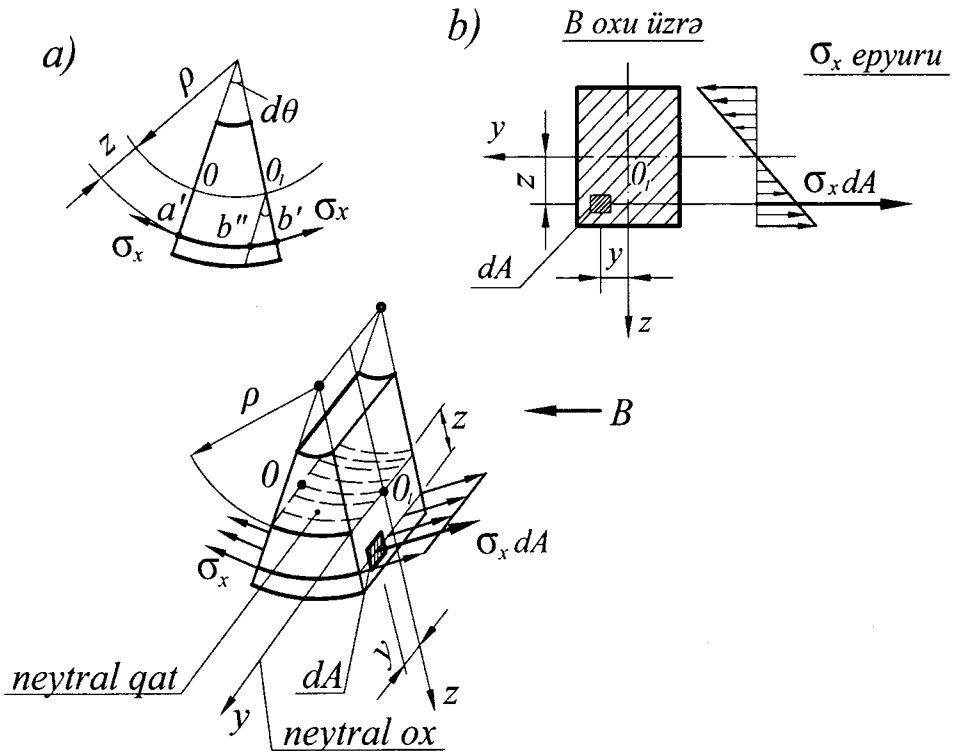


Şəkl. 8.2.2

əyilmədən qabaqkı uzunluğuna bərabərdir, yəni bu qat üzərindəki liflər deformasiyaya məruz qalmırlar. Bu qat **neytral qat** adlanır. Neytral qatın en kəsiyi ilə kəsişmə xəttinə **neytral ox** deyilir. Beləliklə, tirin en kəsiyində neytral ox üzərindəki nöqtələrdən başqa bütün nöqtələrdə normal gərginliklər yaranır, yəni biroxlı (xətti) gərgin hal baş verir.

2. Tirin yan səthinə çəkilmiş tor ortoqonal tor şəklində qaldığından, qüvvə müstəvisində (əyilmə müstəvisində) habelə boyuna və eninə kəsiklərdə bucaq deformasiyaları və toxunan gərginliklər sıfıra bərabər olur və bu səbəbdən eninə qapalı konturlar, yəni en kəsikləri müstəvi şəklində qalırlar. Bu kəsiklər bir-birinə nəzərən neytral ox ətrafında müəyyən bucaq qədər dönərək neytral qata \perp qalırlar. Bu yastı kəsiklər fərziyyəsinin yastı əyilmədə də doğru olduğunu təsdiq edir.

3. Boyuna xətlər (lif qatları) arasındakı məsafələr (Δ) dəyişilmir. Bu isə onu göstərir ki, lif qatları bir-birinə eninə istiqamətdə təzyiq göstərmirlər, yəni boyuna kəsiklərdə normal gərginliklər də yaranmır.



Şək. 8.2.3

Yuxarıda göstərilən fərziyyələrə əsaslanaraq I-I və II-II en kəsikləri ilə şəkl. 8.2.1.-də göstərilmiş tirdən « dx » uzunluğunda kiçik element ayırıb onun deformasiyasını nəzərdən keçirək (şəkl.8.2.3,a).

Neytral qatdan « z » məsafəsində götürülmüş $ab=dx$ xətti elementi deformasiya nəticəsində uzanaraq $\cup a'b'$ şəklinə düşür. Neytral qatın əyrilik radiusunu ρ ilə işarə etsək, « ab » elementinin mütləq uzanması

$\Delta ab = \cup a'b' - \cup O_1O_2 = (\rho + z) \cdot d\theta - \rho d\theta = zd\theta$, nisbi deformasiyası isə

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta ab}{OO_1} \quad \text{və ya} \quad \varepsilon_x = z \frac{d\theta}{dx} \quad (8.1)$$

Burada $d\theta$ – əyilmədə en kəsiklərin dönmə bucağının artımıdır.

Huk qanununa əsasən normal gərginlik $\sigma_x = E\varepsilon_x$ və yaxud (8.1) nəzərə alınmaqla bu şəkllə düşür:

$$\sigma_x = Ez \frac{d\theta}{dx} \quad (8.2)$$

Buradan görünür ki, **xalis əyilmədə normal gərginlik kəsiyin hündürlüyü boyunca z -dən asılı olaraq düz xətt qanunu ilə dəyişir.** σ_x -in epyuru şəkl.8.2.3b-də göstərilmişdir. Həmin düsturda iştirak edən $\frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{\rho}$ – neytral qatın əyriliyidir. (8.2) ifadəsini (a)-da yerinə yazıb alırıq:

$$M_y = E \frac{d\theta}{dx} \int_A z^2 dA \quad \text{və ya} \quad M_y = \frac{d\theta}{dx} EJ_y$$

Buradan nisbi dönmə bucağını təyin edirik

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M_y}{EJ_y} \quad (8.3)$$

(8.3) ifadəsini (8.2)-də yerinə yazıb alırıq:

$$\sigma_x = \frac{M_y}{J_y} z \quad (8.4)$$

Bu ifadə xalis əyilmədə normal gərginliyin düsturudur. Burada M_y – əyici moment, J_y – kəsiyin neytral oxa nəzərən ətalət momenti, « z » isə normal gərginliyi axtarılan nöqtənin neytral oxadək olan məsafəsidir.

(8.4) düsturundan görünür ki, xalis əyilmədə tirin en kəsiyi uzunluğu boyunca sabit olduqda σ_x normal gərginliyi təkcə « z »-dən asılı funksiyadır, yəni $\sigma_x = f(z)$.

İndi isə kəsiyin neytral oxunun vəziyyətini müəyyən edək. Bunun üçün xalis əyilmədə tirin en kəsiyində normal qüvvənin sıfıra bərabər olması şərtindən istifadə edək. Fəsil 1-də normal qüvvənin (1.13) düsturunda σ_x gərginliyinin (8.2) ifadəsini yerinə yazıb alırıq:

$$N = \int_A \sigma_x dA = \int_A \frac{d\theta}{dx} z dA = \frac{Ed\theta}{dx} \int_A z dA = 0$$

Burada $\frac{Ed\theta}{dx} \neq 0$ olduğundan yazırıq

$$\int_A z dA = 0 \quad \text{və ya} \quad S_y = 0.$$

Buradan görünür ki, xalis əyilmədə tirin en kəsiyinin neytral oxa nəzərən statik momenti sıfıra bərabərdir, yəni neytral ox kəsiyin ağırlıq mərkəzindən keçir. Eyni zamanda en kəsiyində yaranan daxili qüvvələrin «oz» oxuna nəzərən momentləri də sıfıra bərabər olmalıdır, yəni

$$M_z = \int_A \sigma_x dA \cdot y = \frac{Ed\theta}{dx} \int_A y \cdot z dA = 0 \quad (8.5)$$

$\frac{Ed\theta}{dx} \neq 0$ nəzərə alsaq, yaza bilərik

$$\int_A y \cdot z dA = 0 \quad \text{və ya} \quad J_{yz} = 0.$$

Buradan görünür ki, tirin en kəsiyinin y və z oxlarına nəzərən mərkəzdənqaçma ətalət momenti sıfıra bərabərdir. Ona görə də bu oxlar kəsiyin baş mərkəzi oxlarıdır.

Beləliklə, xalis əyilmədə tirin en kəsiyində yaranan normal gərginliklər kəsiyin eni istiqamətdə sabit qalmaqla (y -dən asılı olmur), onun hündürlüyü boyunca (z -dən asılı olaraq) düz xətt qanunu ilə dəyişilir. Belə ki, neytral ox üzərindəki nöqtələrdə $z=0$ olduqda $\sigma_x=0$, ən böyük normal gərginliklər isə neytral oxdan ən uzaqda yerləşən tirin kənar nöqtələrində təsir edir və aşağıdakı düsturla təyin olunur.

1. Neytral oxa nəzərən qeyri-simmetrik kəsiklər üçün (şək.8.2.4) (8.4) düsturuna əsasən

$$\max \sigma_x^+ = \frac{M_y}{J_y} \max z^+; \quad \max \sigma_x^- = -\frac{M_y}{J_y} \max z^-$$

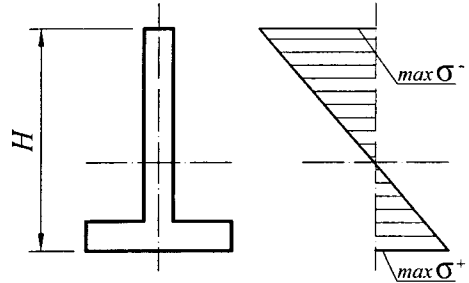
Burada $\max \sigma_x^+$ və $\max \sigma_x^-$ uyğun olaraq ən böyük dartıcı və ən böyük sıxıcı normal gərginliklər;

$\max z^+$ və $\max z^-$ dartılan və sıxılan zonada neytral oxdan ən uzaqda yerləşən nöqtələrin ordinatlarıdır.

Bu düsturları aşağıdakı şəklə salaq:

$$\max \sigma_x^+ = \frac{M_y}{W_y^+}; \quad (8.6)$$

$$\max \sigma_x^- = \frac{M_y}{W_y^-}$$



Şək. 8.2.4

Burada

$$W_y^+ = \frac{J_y}{\max z^+}; \quad W_y^- = \frac{J_y}{|\max z^-|} \quad (8.7)$$

uyğun olaraq tirin dartılan və sıxılan hissələrinin neytral oxa nəzərən müqavimət momentləridir və müsbət kəmiyyətlərdir.

(8.6) və (8.7) düsturlarından görünür ki, mütləq qiymətcə ən böyük normal gərginliklər neytral oxdan ən uzaqda duran liflərdə əmələ gəlir və aşağıdakı düsturla təyin edilir:

$$\max \sigma_x = \frac{|\max M_y|}{\min W_y} \quad (8.7')$$

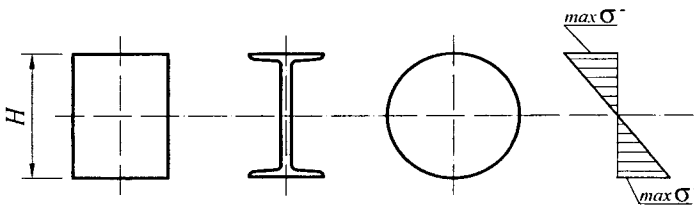
Burada $\min W_y$, W_y^+ və W_y^- müqavimət momentlərindən ən kiçiyidir.

2. Neytral oxa nəzərən simmetrik kəsiklər üçün (şək. 8.2.5) dartılan və sıxılan zonalarda kənar nöqtələrin neytral oxdan olan məsafələri

$\max z^+ = |\max z^-| = \frac{H}{2}$ olduğundan (8.6) ifadələri bu şəklə düşəcək

$$\max \sigma_x = \max \sigma_x^+ = |\max \sigma_x^-| = \frac{M_y}{W_y} \quad (8.8)$$

Burada $W_y = \frac{J_y}{H/2}$.



Şək. 8.2.5

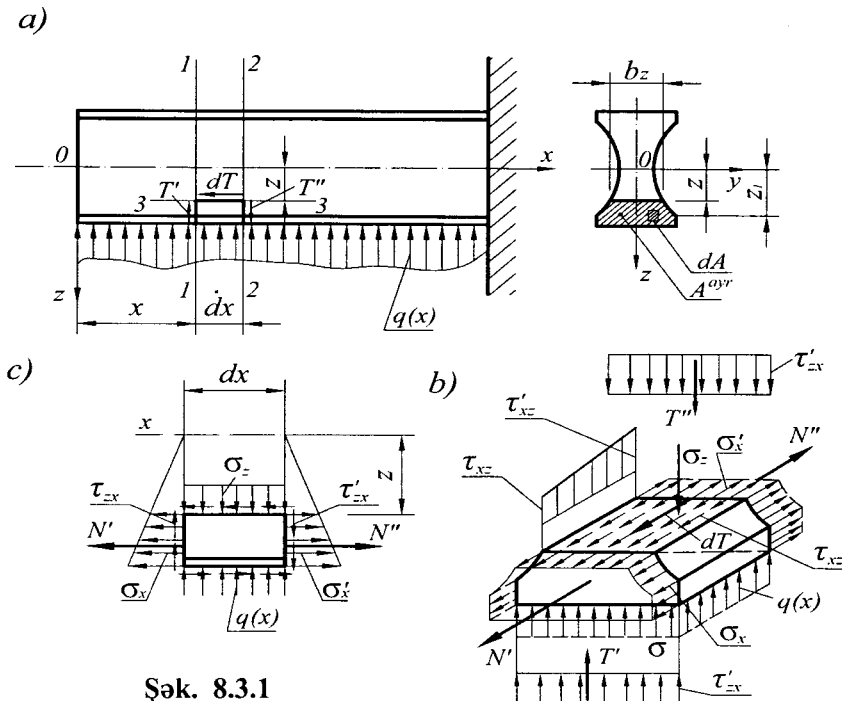
§8.3. Əyilmədə toxunan gərginliklər

Eninə yastı əyilmədə tirin en kəsiyində əyici momentlə yanaşı kəsici qüvvə də əmələ gəlir. Ona görə də en kəsiyində həm normal həm də toxunan gərginliklər təsir edir. Toxunan gərginliklərin qoşalığı qanununa əsasən, boyuna kəsiklərdə də toxunan gərginliklər yaranacaq və sürüşmələr baş verəcəkdir. Bunun nəticəsində yastı kəsiklər fərziyyəsi pozulacaq və en kəsikləri öz müstəviliyini itirərək azacıq əyiləcəklər. Tədqiqatlar göstərir ki, bu amilin normal gərginliyin qiymətinə təsiri az olur. Ona görə də sürüşmələrin normal gərginliyin dəyişmə qanununa təsiri nəzərə alınmır və eninə yastı əyilmədə də xalis əyilmə üçün alınmış normal gərginliklər düsturundan istifadə edirlər.

$$\sigma_x = \frac{M_y}{J_y} z$$

Xalis əyilmədən fərqli olaraq, eninə əyilmədə istifadə olunan bu düsturda əyici moment M_y « x »-dən asılı olaraq dəyişir. Buna görə də normal gərginlik σ_x iki dəyişəndən asılı funksiya olur, yəni $\sigma_x = f(x, z)$.

Toxunan gərginliklər düsturunu hasil etmək üçün eninə yastı əyilməyə məruz qalan tirdən (şək.8.3.1a) iki bir-birinə sonsuz kiçik dx məsafəsində olan 1-1 və 2-2 eninə kəsikləri və neytral qatdan « z » məsafəsində keçən 3-3 kəsiyi vasitəsi ilə bir hissə ayırıb onun müvazinətini nəzərdən keçirək (şək.8.3.1,b).



Şək. 8.3.1

Sol kəsikdə təsir edən normal gərginliyi σ_x , sağ kəsikdəki normal gərginliyi isə σ'_x ilə işarə etsək, onları (b) düsturuna uyğun olaraq bu şəkildə yazı bilərik:

$$\sigma_x = \frac{M_y}{J_y} z_1, \quad \sigma'_x = \frac{M'_y}{J_y} z_1 \quad (8.9)$$

Burada M_y – sol kəsiyin, M'_y – isə sağ kəsiyin əyici momentləri, dM_y – əyici momentin artımıdır. Onlar arasında asılılıq isə bu şəkildə yazılır.

$$M'_y = M_y + dM_y \quad (8.10)$$

Ayrılmış elementin sol və sağ kəsiklərində təsir edən normal qüvvələr üçün yazı bilərik:

$$N' = \int_{A^{avr}} \sigma_x \cdot dA, \quad N'' = \int_{A^{avr}} \sigma'_x \cdot dA \quad (8.11)$$

(8.10)-u (8.9)-un ikinci düsturunda nəzərə almaqla onu (8.11)-də yerinə yazıb alırıq:

$$N'' = \int_{A^{avr}} \sigma_x dA + \frac{dM_y}{J_y} \int_{A^{avr}} z_1 dA = N' + dN \quad (8.12)$$

$$\text{Burada } dN = \frac{dM_y}{J_y} \int_{A^{avr}} z_1 dA = \frac{dM_y}{J_y} \cdot S_y^{avr} \quad (a)$$

A^{avr} – müvazinətinə baxılan ayrılmış elementin (şək. 8.3.1b) sol və yaxud sağ kəsiyinin sahəsi (ayrılmış sahə); z_1 – bu sahədə götürülmüş elementar sahəciyin ordinatı; S_y^{avr} – en kəsiyinin toxunan gərginliyi axtarılan nöqtədən bir tərəfdə (yuxarıda və ya aşağıda) qalan ayrılmış sahəsinin y neytral oxuna nəzərən statik momentidir.

İndi isə ayrılmış elementin üst boyuna kəsiyinə təsir edən əvəzləyici toxunan qüvvəni təyin edək. Bu zaman fərz edirik ki, həmin boyuna kəsikdə toxunan gərginliklər τ_{xz} kəsiyin eni boyunca müntəzəm yayılmışlar. Üst kəsiyə təsir edən toxunan gərginliklərin dx elementinin uzunluğu üzrə τ_{xz} qiymətindən $\tau'_{xz} = \tau_{xz} + d\tau_{xz}$ qiyməti arasında düz xətt qanunu ilə dəyişdiyini qəbul etsək (şək. 8.3.1,b), onda həmin kəsikdə əvəzləyici dT

qüvvəsini tapmaq üçün toxunan gərginliklərin $\left(\frac{2\tau_{xz} + d\tau_{xz}}{2} \right)$ orta qiymətini

$b_{(z)} \cdot dx$ sahəsinə vurma hasili kimi yazı bilərik:

$$dT = \frac{1}{2} (2\tau_{xz} + d\tau_{xz}) \cdot b_z \cdot dx = \left(\tau_{xz} + \frac{d\tau_{xz}}{2} \right) \cdot b_z \cdot dx \approx \tau_{xz} \cdot b_{(z)} dx \quad (8.13)$$

Bu tənlikdəki mütərizədə ikinci hədd daha yüksək tərtibdən kiçik kəmiyyət olduğuna görə nəzərdən atılmışdır.

Elementin $\Sigma x = 0$ müvazinət tənliyini yazaq:

$$-N' + N'' - dT = 0 \quad (8.14)$$

(a)-nı nəzərə almaqla (8.12) və (8.13) ifadələrini (8.14)-də yerinə yazaq:

$$\frac{dM_y}{J_y} S_y^{ayr} - \tau_{xz} \cdot b_{(z)} dx = 0$$

Buradan

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{dM_y}{dx} \cdot \frac{S_y^{ayr}}{b_{(z)} \cdot J_y} \quad \text{və yaxud} \quad \frac{dM_y}{dx} = Q_z \quad \text{olduğunu nəzərə}$$

alsaq yaza bilərik:

$$\tau_{zx} = \frac{Q_z \cdot S_y^{ayr}}{J_y \cdot b_{(z)}} \quad (8.15)$$

Bu düstur eninə əyilmədə tirin en kəsiyində toxunan gərginliklər düsturudur (Juravski düsturu). Burada $b_{(z)}$ – toxunan gərginliyi axtarılan nöqtə səviyyəsində en kəsiyinin enidir.

İndi isə ayrılmış elementin $\Sigma z = 0$ müvazinət tənliyini tərtib edək (şək.8.3.1,c). Bunun üçün əvvəlcə ona təsir edən qüvvələri müəyyənləşdirək. Sol kəsikdə toxunan gərginliyi τ_{zx} , sağ kəsikdə τ'_{zx} isə ilə işarə edək. Onda həmin kəsiklərdə şaquli toxunan daxili qüvvələrin cəmi

$$T' = \int_{A^{ayr}} \tau_{zx} dA \quad \text{və} \quad T'' = \int_{A^{ayr}} \tau'_{zx} dA = \int_{A^{ayr}} (\tau_{zx} + d\tau_{zx}) dA \quad \text{olar.}$$

Bunu nəzərə alaraq müvazinət tənliyini yazaq:

$$\Sigma z = -q(x) \cdot dx + \sigma_z \cdot b_{(z)} \cdot dx - T' + T'' = 0$$

T' və T'' qüvvələrinin yuxarıdakı ifadələrini bu tənlikdə nəzərə alıb, onu bu şəkllə salırıq:

$$-q(x) \cdot dx + \sigma_z \cdot dx \cdot b_{(z)} + \int_{A^{ayr}} d\tau_{zx} dA = 0.$$

Buradan

$$\sigma_z = \frac{q(x)}{b_{(z)}} - \frac{1}{b_{(z)}} \int_{A^{ayr}} \frac{d\tau_{zx}}{dx} dA$$

(8.15)-dən istifadə edib $\frac{d\tau_{zx}}{dx}$ törəməsini təyin edirik

$$\frac{d\tau_{zx}}{dx} = \frac{dQ_z}{dx} \cdot \frac{S_y^{ayr}}{J_y \cdot b_{(z)}} = \frac{q(x) \cdot S_y^{ayr} \cdot dA}{J_y \cdot b_{(z)}}$$

Bu ifadəni sonuncu σ_z düsturunda yerinə yazıb, onu bu şəkllə salırıq:

$$\sigma_z = \frac{q(x)}{b_{(z)}} - \frac{q(x)}{b_{(z)} \cdot J_y} \int_{A^{ayr}} \frac{S_y^{ayr}}{b_{(z)}} dA = \frac{q(x)}{b_{(z)}} \left[1 - \frac{1}{J_y} \int_{A^{ayr}} \frac{S_y^{ayr} \cdot dA}{b_{(z)}} \right] \quad (8.16)$$

Buradan görünür ki, $q(x)=0$ olduqda $\sigma_z=0$ olur. **Deməli tirə yayılmış yük təsir etdikdə onun boyuna kəsiklərində σ_z normal gərginlikləri də yaranır.**

Bu ifadəyə daxil olan inteqral en kəsiyinin formasından asılı olaraq hesablanır. Məsələn, düzbucaqlı en kəsiyi üçün

$$b_{(z)}=B \quad \text{və} \quad S_y^{ayr} = \frac{B}{2} \left(\frac{H^2}{4} - z^2 \right)$$

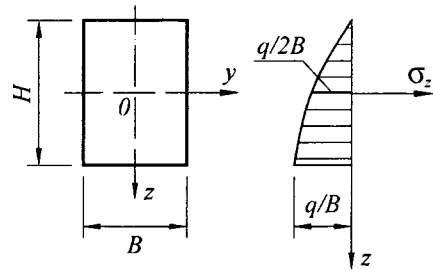
Sonuncu ifadələri (8.16)-da yerinə yazıb, $z \div \frac{H}{2}$ intervalında inteqralladıqdan sonra alırıq:

$$\sigma_z = \frac{q(x)}{2B} \left[1 + 3 \frac{z}{H} - 4 \left(\frac{z}{H} \right)^3 \right] \quad (8.17)$$

Burada $z = \frac{H}{2}$ qəbul etsək

$$\sigma_z = \frac{q(x)}{B}, \quad z=0 \text{ olduqda } \sigma_z = \frac{q(x)}{2B},$$

$z = -\frac{H}{2}$ olduqda isə $\sigma_z = 0$ alınır. σ_z -in epyuru şəkl.8.3.2-də göstərilmişdir.



Şək. 8.3.2

(8.15) düsturundan görünür ki,

toxunan gərginliklər en kəsiyinin hündürlüyü boyunca $\frac{S_y^{ayr}}{b_{(z)}}$ nisbətinin «z»-dən asılılıq qanunu kimi olur.

Bir neçə en kəsikləri üçün toxunan gərginliklərin paylanma qanununu müəyyən edək.

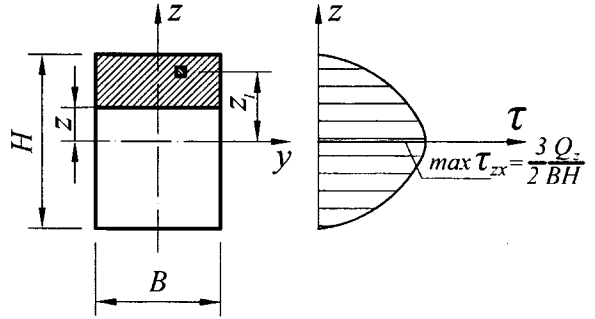
1. Düzbucaqlı en kəsiyi üçün (şək. 8.3.3).

$$\text{Bu halda } b_{(z)} = B; S_y^{avr} = B \left(\frac{H}{2} - z \right) \cdot \left(z + \frac{\frac{H}{2} - z}{2} \right) = \frac{B}{2} \left(\frac{H^2}{4} - z^2 \right).$$

$J_y = \frac{BH^3}{12}$. Bu ifadələri (8.15)-də yerinə yazıb alırıq:

$$\tau_{zx} = \frac{6Q_z}{BH^3} \left(\frac{H^2}{4} - z^2 \right) \quad (8.18)$$

Buradan görünür ki, toxunan gərginlik düzbucaqlı en kəsiyinin hündürlüyü boyunca kvadratik parabola qanununu üzrə dəyişilir. $z = \pm \frac{H}{2}$ olduqda, yəni kəsiyin yuxarı və aşağı nöqtələrində $\tau_{zx} = 0$, $z=0$ olduqda isə, yəni neytral ox üzərindəki nöqtələrdə ən böyük qiymət alır (şək.8.3.3):

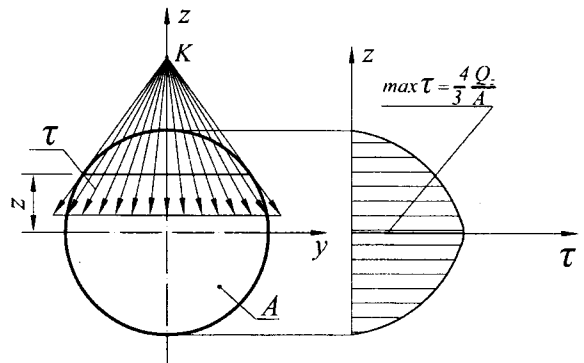


Şək. 8.3.3

$$\max \tau_{zx} = \frac{3}{2} \frac{Q_z}{BH} = \frac{3}{2} \frac{Q_z}{A} \quad (8.19)$$

2. Dairəvi en kəsik üçün.

Belə kəsiyin neytral oxdan «z» məsafəsində m-n xətti üzərindəki nöqtələrdə toxunan gərginliklərin istiqaməti şaquli deyildir (şaquli və üfüqi diametrlər üzərindəki nöqtələr istisna olmaqla). m və n nöqtələrində tam toxunan gərginliklər kəsiyə toxunan istiqamətdə, digər nöqtələrdə isə onlar bu toxunanların



Şək. 8.3.4

görüşdüyü «k» nöqtəsində kəsişən şüalar (xətlər) üzrə təsir edirlər (şək.8.3.4). $m-n$ xətti üzərindəki nöqtələrdə toxunan gərginliklərin şaquli ox üzrə toplananı τ_{zx} -in epyuru şək.8.3.4-də göstərilmişdir.

İsbat etmək olar ki, ən böyük toxunan gərginliklər aşağıdakı düsturlarla tapılır:

Bu kəsik üçün

$$\max \tau_{zx} = \frac{4 Q_z}{3 A} \quad (8.20)$$

həlqəvari kəsik üçün isə

$$\max \tau_{zx} = \frac{2 Q_z}{A} \quad (8.21)$$

3. İkitavr tipli kəsiklər üçün (şək. 8.3.5). Bu halda 1, 2 və 3 xarakterik nöqtələr üçün S_y^{ayr} və $b_{(z)}$ ifadələrini yazaq:

$$\text{n.1. } b_{(z)} = d;$$

$$S_y^{ayr} = d \left(\frac{H}{2} - t \right) \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{H}{2} - t \right) + Bt \left(\frac{H}{2} - \frac{t}{2} \right) = \frac{d}{2} \left(\frac{H^2}{4} - t^2 \right) + \frac{Bt}{2} (H - t).$$

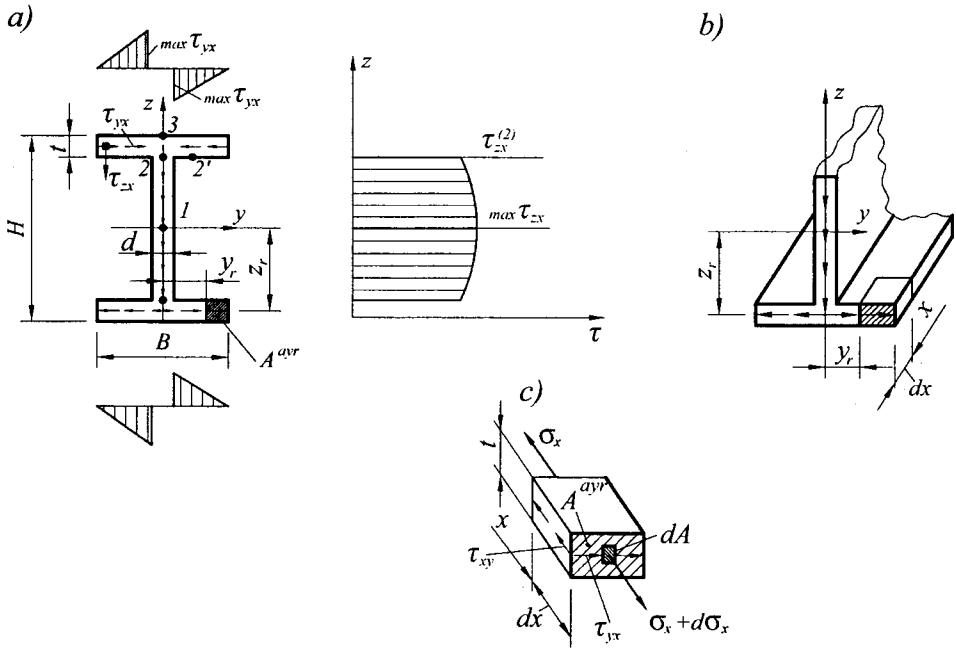
$$\tau_{zx} = \max \tau_{zx} = \frac{Q_z S_y^{ayr}}{J_y \cdot d};$$

$$\text{n.2. } b_{(z)} = d; \quad S_y^{ayr} = \frac{Bt}{2} (H - t); \quad \tau_{zx} = \frac{Q_z S_y^{ayr}}{J_y d};$$

$$\text{n.3. } S_y^{ayr} = 0; \quad \tau_{zx} = 0$$

Toxunan gərginliklərin şaquli toplananının ikitavrın divarı boyunca (z oxu üzrə) dəyişməsinin epyuru şək. 8.3.5a-da göstərilmişdir.

İkitavrın rəflərində toxunan gərginliklərin şaquli toplananları τ_{zx} (8.15) düsturu ilə təyin oluna bilməz, çünki rəfin eni (B) onun qalınlığına (t) nisbətən dəfələrlə çox olduğuna görə ($B \gg t$) bu mövzunun əvvəlində qəbul etdiyimiz fərziyyə (toxunan gərginliklərin kəsiyin eni boyunca sabit qalması fərziyyəsi) bu halda qəbul edilməzdir. Rəflərin yuxarı və aşağı səthlərində bu toxunan gərginliklərin qiyməti sifira bərabər, daxilindəki nöqtələrdə isə (z oxu üzrə) çox kiçik olduğundan onu nəzərə almırlar. Rəflərin en kəsiyindəki z' nöqtələrində şaquli gərginliklərdən əhəmiyyətli dərəcədə çox qiymət alan üfüqi gərginliklər yaranır. Fərz edək ki, bu gərginliklər (τ_{yx}) rəflərin qalınlığı üzrə dəyişmirlər.



Şək. 8.3.5

Bu gərginlikləri təyin etmək üçün ikitavrın aşağı rəfindən « dx » uzunluğuna bir kiçik element ayırıb (şək. 8.3.5 b, c) onun $\sum x = 0$ müvazinət tənliyini yazaq:

$$\int_{A^{avr}} (\sigma_x + d\sigma_x) dA - \int_{A^{avr}} \sigma_x dA - \tau_{xy} \cdot dx \cdot t = 0 \quad (b)$$

Burada $d\sigma_x$ – normal gərginliyin artımı, τ_{xy} – rəfin boyuna kəsiyinin toxunan gərginliyi, dA – rəfin en kəsiyində götürülmüş elementar sahədir.

(b) tənliyindən alırıq:

$$\tau_{xy} = \frac{1}{t} \int_{A^{avr}} \frac{d\sigma_x}{dx} dA$$

σ_x gərginliyinin (8.4) ifadəsini burada yerinə yazıb və toxunan gərginliklərin qoşalığı qanununa əsasən $\tau_{yx} = \tau_{xy}$ olduğunu nəzərə alsaq yaza bilərik:

$$\tau_{xy} = \frac{1}{J_y t} \cdot \frac{dM_y}{dx} \int_{A^{avr}} z_r dA$$

Burada, $\frac{dM_y}{dx} = Q_z$, $\int_{A^{avr}} z_r \cdot dA = S_y^{avr}$ olduğunu nəzərə alıb rəfin eninə

kəsiklərində yaranan üfüqi toxunan gərginliklər üçün aşağıdakı düsturu alırıq:

$$\tau_{xy} = \frac{Q_z \cdot S_{y(r)}^{ayr}}{J_y \cdot t} \quad (c)$$

Burada $S_{y(r)}^{ayr}$ – rəfin gərginliyi axtarılan hər hansı nöqtəsindən rəfin sərbəst ucunadək olan ayrılmış sahəsinin neytral oxa nəzərən statik momentidir.

Şək. 8.3.5,a-dan görünür ki, $z_r = \frac{H-t}{2}$. Onda S_y^{ayr} statik momenti üçün aşağıdakı ifadəni alırız:

$$S_y^{ayr} = t \cdot \left(\frac{B}{2} - y_r \right) \cdot \frac{H-t}{2}$$

Bu ifadəni nəzərə alaraq (c) düsturunu bu şəkllə salırıq:

$$\tau_{xy} = \frac{Q_z}{4J_y} (H-t)(B-2y_r) \quad (d)$$

Burada y_r – rəf üzərindəki gərginliyi axtarılan nöqtənin absisidir. Aydındır ki,

$$\frac{d}{2} \leq y_r \leq \frac{B}{2}.$$

(d) ifadəsindən görünür ki, üfüqi toxunan gərginliklər rəflər boyunca düz xətt qanunu ilə dəyişilir.

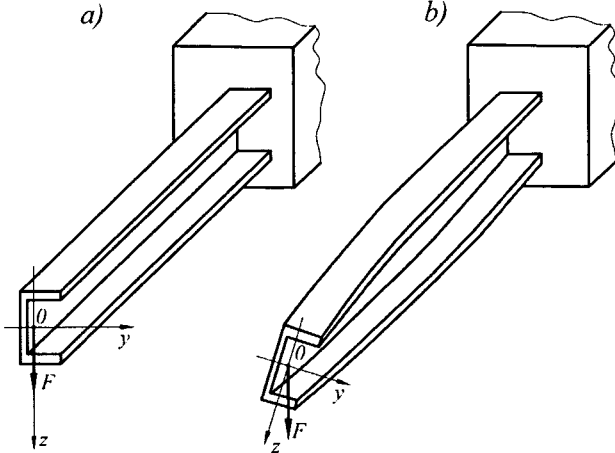
$$y_r = \frac{d}{2} \text{ olduqda } \max \tau_{yx} = \frac{Q_z}{4J_y} (H-t)(B-d), \quad y_r = \frac{B}{2} \text{ olduqda isə}$$

$$\tau_{yz} = 0 \text{ alınır.}$$

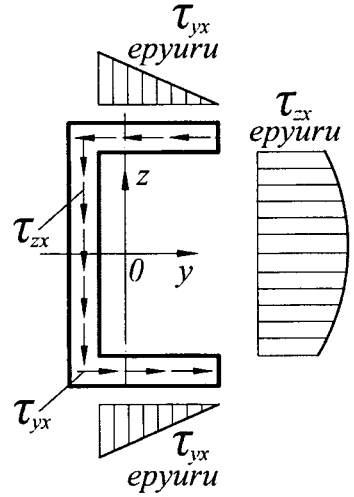
Bu qiymətlərə əsasən τ_{yx} toxunan gərginliklərinin rəflər üzrə təsir istiqamətləri və dəyişmə epyurları qurulmuşdur (şək. 8.3.5,a).

Bu şəkildən görünür ki, ikitavr tipli nazikdivarlı millərdə toxunan gərginliklər en kəsiyi üzrə kontur xətlərinə paralel istiqamətdə təsir edərək gərginliklər seli yaradırlar. İkitavr en kəsikli tirdə qüvvələr müstəvisi eyni zamanda tirin simmetriya oxu olduğuna görə sol və sağ hissələrin gərginliklər seli divar daxilində üst-üstə düşərək toplanırlar (onların divarın sahəsi üzrə cəmi Q_z kəsici qüvvəsinə bərabər olur), rəflərdəki toxunan gərginliklər seli isə qiymətcə bərabər əks işarəli momentlər yaradırlar ki, onlar da bir-birini müvazinətləşdirir. Lakin qüvvələr müstəvisi (baş ətalət müstəvisi) simmetriya müstəvisi olmayan nazikdivarlı millərin en kəsiyinin rəflərində toxunan gərginliklərin yaratdığı momentlər təsirindən tirdə burulma deformasiyası da yaranacaqdır. Bu halı ətraflı nəzərdən keçirək.

4. Qüvvələr müstəvisinə nəzərən simmetrik olmayan en kəsikli millərdə toxunan gərginliklər. Əyilmə mərkəzi.



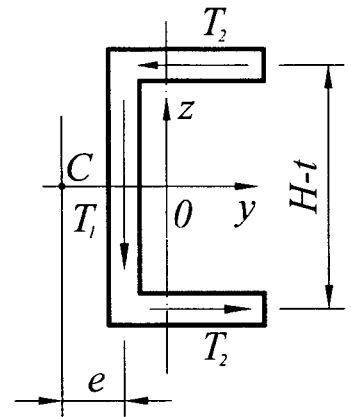
Şək. 8.3.6



Şək. 8.3.7

Belə millərə misal olaraq bir ucu sərt bərkidilmiş digər sərbəst ucunda rəflərə perpendikulyar baş mərkəzi müstəvidə yerləşən eninə F qüvvəsi təsirindən əyilməyə məruz qalan mili nəzərdən keçirək (şək. 8.3.6,a). F qüvvəsi təsirindən tir əyilmə ilə yanaşı burulmaya da məruz qalmışdır (şək. 8.3.6,b). Tirin en kəsiyində şvellerin divarı hissəsində toxunan gərginliklər τ_{zx} , rəflərində isə $-\tau_{yx}$ təsir edir. Onların epyuru şək. 8.3.7-də göstərilmişdir.

Divar hissədə toxunan daxili qüvvələrin əvəzləyicisi T_1 təqribən kəsici qüvvəyə bərabər olur. Çünki yuxarıda qeyd edildiyi kimi, rəflərdəki toxunan qüvvələr T_2 -yə bərabər olacaqdır (şək. 8.3.8).



Şək. 8.3.8

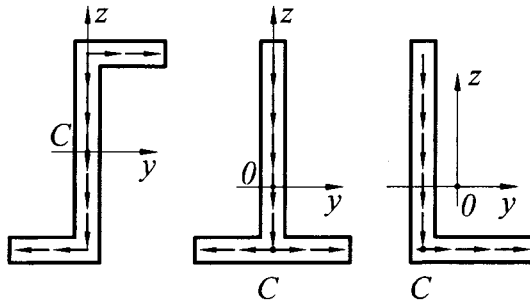
Bu şəkildən görünür ki, toxunan gərginliklər seli kəsici qüvvə ilə yanaşı kəsiyin ağırlıq mərkəzinə nəzərən moment yaradır. Bu səbəbdən nazikdivarlı mil əyilmədən başqa burulmaya da məruz qalacaqdır ki, bu da tir üçün arzuolunan deyildir. Buna görə də baxılan halda burulmanın baş verməməsi üçün F qüvvəsini şvellerin ağırlıq mərkəzində deyil kəsikdən kənarında yerləşən **əyilmə mərkəzi** (və ya sərtlik mərkəzi) adlanan «c» nöqtəsində «y» oxu üzərində, şvellerin divarın-

dan sol tərəfdə tətbiq edirlər. Kəsiyə təsir edən qüvvələrin müvazinət tənliyini yazaq:

$$\Sigma m_c = 0 \quad \text{və ya} \quad T_1 \cdot e - T_2 \cdot (H-t) = 0$$

Buradan əyilmə (sərtlik) mərkəzinin absisini təyin edirik:

$$e = \frac{T_2(H-t)}{T_1}$$



Şək. 8.3.9

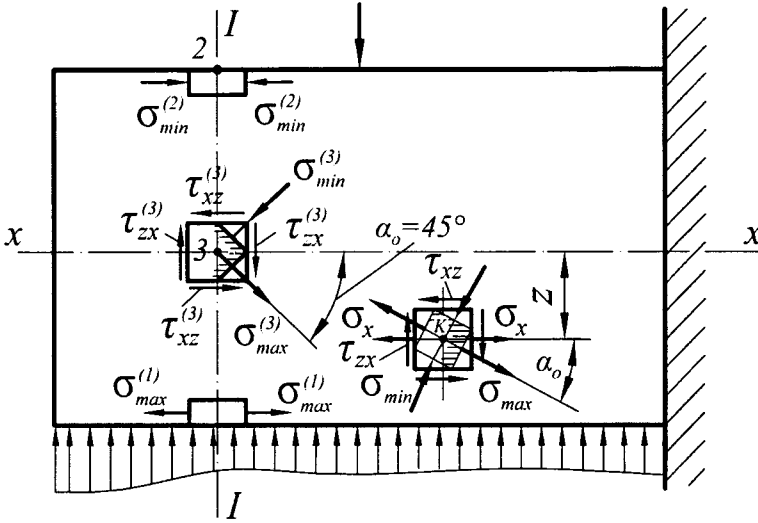
Beləliklə əgər qüvvələr müstəvisi simmetriya müstəvisi olan baş ətələt müstəvisi ilə üst-üstə düşürsə, əlavə olaraq burulma deformasiyasının yaranmasına yol verməmək məqsədi ilə, qüvvəni əyilmə mərkəzində tətbiq etmək lazımdır. Bəzi en kəsikləri üçün əyilmə mərkəzinin vəziyyətini hesablama aparmadan təyin etmək olar.

Məsələn, çəpsimmetrik sayılan «zet» profilli kəsiyin **əyilmə mərkəzi** kəsiyin ağırlıq mərkəzi ilə üst-üstə düşür, tavr və bucaqlıq (o cümlədən qeyribərabərrəfli bucaqlıq) profilli kəsiklərdə **əyilmə mərkəzi** bu kəsiklərin elementlərinin orta xətlərinin kəsişmə nöqtəsinə olur (şək. 8.3.9).

§8.4. Əyilmədə gərgin halın tədqiqi. Baş gərginliklərin təyini

Xalis əyilmədə (§8.2) tirin en kəsiyi üzərindəki bütün nöqtələr ətrafında (neytral qat üzərindəki nöqtələr istisna olmaqla, çünki bu nöqtələrdə gərginlik yaranmır) bircinsli xətti gərgin hal baş verir.

Eninə əyilməyə məruz qalan tirin en kəsiklərində həm əyici moment, həm də kəsici qüvvə yarandığından həm normal (σ_x), həm də toxunan gərginliklər (τ_{zx}) təsir edir. Belə tirin ixtiyari K nöqtəsi və hər hansı I-I en kəsiyi üzərində 1,2, 3 xarakterik nöqtələri ətrafında ayrılmış sonsuz kiçik elementlərə təsir edən gərginlikləri göstərək (şək.8.4.1).



Şək. 8.4.1

Əgər nəzərə alsaq ki, σ_z normal gərginliyinin qiyməti σ_x normal gərginliyinə nisbətən çox kiçik olur və onu nəzərdən atsaq, görürük ki, 1, 2 nöqtələrində elementlər xətti, 3 və K nöqtələrində isə müstəvi gərgin haldadırlar.

Əyilmədə tirin ixtiyari K nöqtəsi üçün baş gərginlikləri və onların istiqamətlərini təyin etmək üçün §3-dən (3.9) və (3.12) düsturlarından istifadə edirik.

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_{zx}^2} \quad (8.22)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{zx}}{\sigma_x} \quad (8.23)$$

Ən böyük toxunan gərginliklər

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{zx}^2} \quad (8.24)$$

Burada σ_x və τ_{zx} normal və toxunan gərginlikləri (8.4) və (8.15) düsturları ilə təyin olunurlar:

$$\sigma_x = \frac{M_y}{J_y} z; \quad \tau_{zx} = \frac{Q_z \cdot S_y^{ayr}}{J_y \cdot b_{(z)}}$$

(8.22) ÷ (8.24) düsturlarında,

$$\sigma_x = \sigma_x^{(i)} = \frac{M_y}{J_y} z^{(i)}, \quad \sigma_y = 0, \quad \tau_{zx} = \tau_{zx}^{(i)} = \frac{Q_z \cdot S_y^{ayr(i)}}{J_y \cdot b_{(z)}^{(i)}}$$

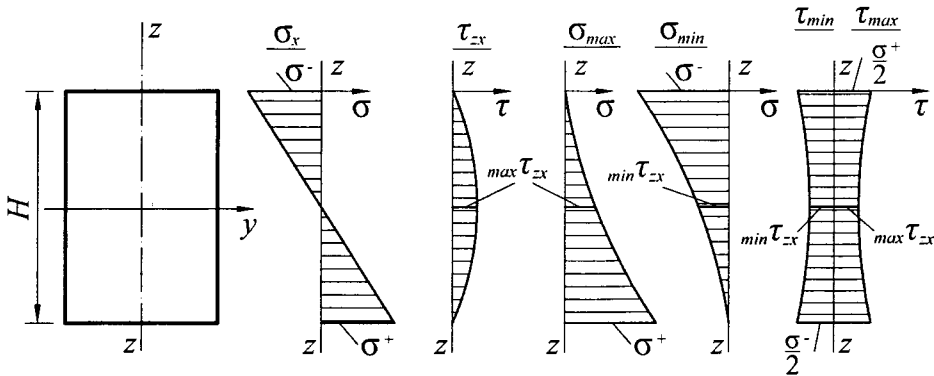
(i – nöqtələrin nömrələridir) qəbul etməklə xarakterik nöqtələr üçün yazı bilərik.

n.1. $\sigma_{\max}^{(1)} = \sigma_1 = \sigma_x^{(1)}$, $\tau_{zx}^{(1)} = 0$, $\sigma_{\min}^{(1)} = 0$, $\alpha_o = 0$ – xətti gərgin haldır, yəni biroxlı dartılma.

$$\tau_{\max}^{\min} = \pm \frac{\sigma_x^{(1)}}{2};$$

n.2. $\sigma_{\max}^{(2)} = 0$, $\sigma_{\min}^{(2)} = \sigma_3 = -\sigma_x^{(2)}$, $\tau_{zx}^{(2)} = 0$, $\alpha_o = 90^\circ$ – xətti gərgin hal, yəni biroxlı sıxılma.

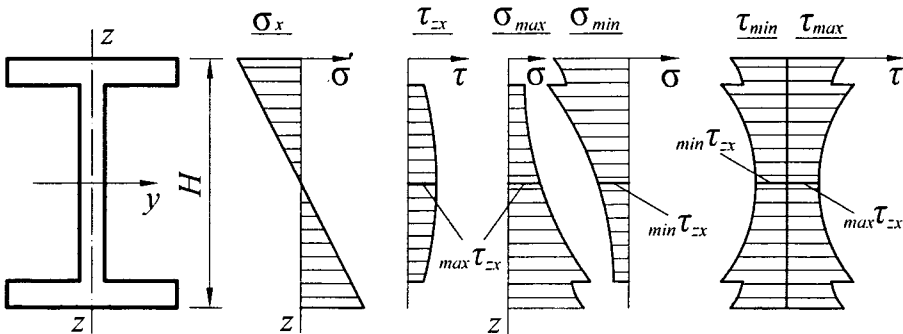
n.3. $\sigma_{\max}^{(3)} = 0$, $\sigma_{\min}^{(3)} = \tau_{zx}^{(3)}$, $\sigma_{\min}^{(3)} = -\tau_{zx}^{(3)}$. Bu gərgin hal müstəvi gərgin halın xüsusi növü olan – xalis sürüşmədir. $\alpha_o = 45^\circ$.



Şək. 8.4.2

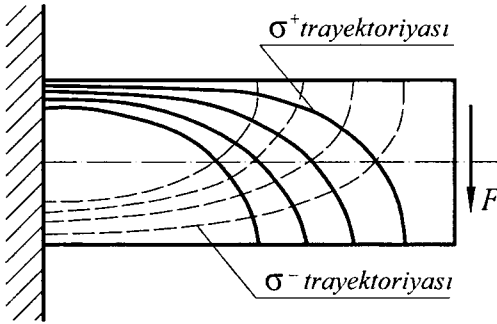
Düzbucaqlı en kəsiyi üçün normal, toxunan, baş gərginliklərin, ən böyük və ən kiçik toxunan gərginliklərin epyurları şəkil.8.4.2-də göstərilmişdir.

İkitavr tipli en kəsiyi üçün şəkil.8.4.3-də göstərilmiş gərginliklərin epyurlarından belə nəticə çıxarılır ki, ən böyük baş gərginliklər kəsiyin divar hissəsindən rəflərə keçid nöqtələrində yaranır.



Şək. 8.4.3

σ_{\max} , σ_{\min} , τ_{\max} və τ_{\min} epyurlarındakı sıçrayışların yaranması τ_{zx} epyurlarında ikitavrın divarından rəflərə keçid nöqtələrdə en kəsinin eninin kəskin dəyişməsi ilə bağlıdır.



Şək. 8.4.4

Beləliklə, yastı əyilmədə tirin istənilən nöqtəsində baş gərginliklərin qiymət və istiqamətini təyin etmək mümkündür. Əgər müxtəlif nöqtələrdə baş gərginliklərin istiqaməti məlumdursa gərginliklər trayektoriyasını qurmaq olar. **Gərginliklər trayektoriyası elə bir əyri xətdir ki, ona hər hansı nöqtədə çəkilmiş toxunan baş gərginliyin istiqamətini göstərir.** Dartıcı

və sıxıcı baş gərginliklər bir-birinə \perp olduğundan bu gərginliklərin trayektoriyaları da kəsişmə nöqtələrində bir-birinə ortoqonal xətlər sistemini təşkil edəcəklər. Sərbəst ucunda F qüvvəsi təsir edən konsol tirin baş gərginliklər trayektoriyası (şək. 8.4.4-də) göstərilmişdir.

Burada bütöv xətlər dartıcı, punktir xətlər isə sıxıcı baş gərginliklərin trayektoriyalarıdır. Gərginliklər trayektoriyasının qurulması praktiki əhəmiyyətə malikdir. Dartılmaya qarşı müqaviməti sıxılmaya qarşı müqavimətindən çox az olan kövrək materiallardan (məs. beton və s.) hazırlanmış tirin dartılmaya müqavimətini artırmaq üçün onda dartıcı gərginliklər trayektoriyası üzrə poladdan armatur yerləşdirirlər.

§8.5. Tirlərin möhkəmliyə görə hesablanması

Əyilmə deformatsiyasına məruz qalan qurğu və konstruksiya elementlərinin möhkəmliyə görə hesablanması üçün dartılma və sıxılmada olduğu kimi aşağıdakı hesablama üsullarından istifadə olunur:

- buraxılabilən gərginliklərə görə hesablama (I üsul);
- həddi hallara görə hesablama (II üsul);
- dağıdıcı yüklərə görə hesablama (III üsul).

Buraxılabilən gərginliklərə görə hesablama üsulu maşınqayırmada, həddi hallara görə üsul ilə inşaat konstruksiyalarının hesablanmasında istifadə olunur.

Əksər hallarda əyilmədə tirlərin möhkəmliyinə onların kənar liflərində yaranan ən böyük normal gərginliklər həlledici təsir göstərir. Bəzən isə

tirin neytral qatı səviyyəsindəki (xalis sürüşməyə məruz qalan) nöqtələrdə yaranan ən böyük toxunan gərginliklər, habelə maili kəsiklərdə yaranan ən böyük baş gərginliklər möhkəmliyə təsir edən əsas amillər olur. Bütün hallarda ən böyük gərginliklər hər hansı material üçün bu gərginliklərin buraxılabilən qiymətindən çox olmamalıdır. **Dartılmaya və sıxılmaya görə müqaviməti eyni olan materiallardan hazırlanmış tirlər üçün müvafiq möhkəmlik şərtləri** aşağıdakı kimi olacaqdır:

– buraxılabilən gərginliklərə görə hesablama (**I üsul**);

$$\max \sigma_x \leq [\sigma] \quad (8.25)$$

– həddi halların birinci qrupu üzrə hesablamalarda (**II üsul**);

$$\max \sigma_x \leq \gamma_c R \quad (8.26)$$

Burada $R = \frac{R_n}{\gamma_m}$ – hesabı müqavimət, γ_c – konstruksiyanın növü və iş

xüsusiyyətlərindən asılı olan iş şəraiti əmsalı ($\gamma_c \leq 1$), R_n – normativ müqavimət, γ_m – materiala görə etibarlılıq əmsalıdır ($\gamma_m \geq 1$). Plastik materiallar üçün $R_n = \sigma_a$ (axıcılıq həddi), kövrək materiallar üçün isə $R_n = \sigma_{M.h.}$ (möhkəmlik həddi).

Dartılmaya və sıxılmaya müqaviməti fərqli olan materiallar üçün normal gərginliklərə görə möhkəmlik şərtləri aşağıdakı kimi yazılır:

I üsulda

$$\max \sigma_x^+ \leq [\sigma^+]; \quad \left| \max \sigma_x^- \right| \leq [\sigma^-] \quad (8.27)$$

$\max \sigma_x^+$ – dartılmaya, $\left| \max \sigma_x^- \right|$ – sıxılmaya görə ən böyük normal gərginliklər, $[\sigma^+]$, $[\sigma^-]$ – müvafiq olaraq dartılma və sıxılmaya görə buraxılabilən normal gərginliklərdir.

II üsulda

$$\max \sigma_x^+ \leq \gamma_c R^+; \quad \left| \max \sigma_x^- \right| \leq \gamma_c R^- \quad (8.28)$$

Burada R^+ və R^- – müvafiq olaraq dartılma və sıxılmaya görə hesabı müqavimətlərdir.

Plastik materiallardan hazırlanan tirlərin ən kəsiyini neytral oxa nəzərən simmetrik götürmək əlverişlidir, çünki gərginliklərin paylanma qanunu həmin oxa görə simmetrik olduğundan hər iki zonada (dartılan və sıxılan) tirin materialından eyni səviyyədə səmərəli istifadə olunur.

(8.6) ifadələrini (8.25) və (8.28)-də yerinə yazsaq və nəzərə alsaq ki, ümumi halda (eninə əyilmədə) tirin təhlükəli kəsiyində əyici moment ən

böyük mütləq qiymət alır, yəni $M_y = \max M_y$, normal gərginliklərə görə (8.25) və (8.28) möhkəmlik şərtlərini eninə əyilmədə bu şəkllə salırıq:

– **dartılma və sıxılmaya müqaviməti eyni olan materiallar üçün:**

$$\text{I üsulda} \quad \frac{|\max M_y|}{W_y} \leq [\sigma] \quad (8.29)$$

$$\text{II üsulda} \quad \frac{|\max M_y|}{W_y} \leq \gamma_c R \quad (8.30)$$

– **dartılma və sıxılmaya müqaviməti fərqli olan materiallar üçün:**

$$\text{I üsulda} \quad \frac{\max M_y}{W_y^+} \leq [\sigma^+]; \quad \frac{|\max M_y|}{W_y^-} \leq [\sigma^-] \quad (8.31)$$

$$\text{II üsulda} \quad \frac{\max M_y}{W_y^+} \leq \gamma_c R^+; \quad \frac{\max M_y}{W_y^-} \leq \gamma_c R^- \quad (8.32)$$

(8.30) və (8.32) ifadələrində $\max M_y$ – hesabı yüklər təsirindən mütləq qiymətcə ən böyük əyici momentdir.

Eninə əyilməyə məruz qalan konstruksiya elementlərinin (millərin) (8.29) ÷ (8.32) möhkəmlik şərtlərindən istifadə edərək üç növ məsələlər həll etmək olar: **möhkəmliyə yoxlama; en kəsiyi ölçülərinin təyin olunması; yükçötürmə qabiliyyətinin təyin edilməsi.**

Birinci növ məsələdə tirə təsir edən yüklər, en kəsiyinin forma və ölçüləri, habelə materialın mexaniki xassələrini xarakterizə edən kəmiyyətlər məlum olduqda möhkəmlik şərtinin ödənilməsini yoxlamaqdan ibarətdir.

Əgər göstərilən möhkəmlik şərtləri ödənilmirsə, yəni sol tərəfdəki nisbətlər sağ tərəfdəki qiymətlərdən çox alındıqda, tirin möhkəmliyi pozulmuş olur ki, bunu aradan qaldırmaq üçün tədbirlər görülməlidir: ya təsir edən qüvvələrin qiymətləri ($\max M_y$) azaldılmalı, yaxud tirin en kəsiyinin ölçüləri artırılmalıdır ki, müqavimət momentinin qiyməti də çoxalsın və beləliklə, möhkəmlik şərtlərindəki bərabərlik təmin olunsun.

Möhkəmlik şərtlərinin sol tərəfindəki nisbətlər sağ tərəflərdən çox az olduqda isə göstərilən tədbirlərə əks olan tədbirlər görülməli, yəni qüvvələr artırılmalı və ya tirin en kəsiyinin ölçüləri azaldılmalıdır.

İkinci növ məsələnin həlli tirə təsir edən qüvvələrin qiyməti, onun materialının möhkəmlik xarakteristikaları məlum olduğu halda en kəsiyinin verilmiş forması üçün ölçülərinin təyin edilməsinə gətirilir. Bu halda möhkəmlik şərtlərindən müqavimət momentləri

$$\text{I üsulda} \quad W_y \geq \frac{\max M_y}{[\sigma]}$$

$$\text{II üsulda } W_y \geq \frac{\max M_y}{\gamma_c R}$$

sonra isə kəsiyin formasından asılı olaraq onun ölçüləri təyin olunur.

Məsələn, düzbucaqlı en kəsiyi üçün $\frac{H}{B} = m$ qəbul olunsa, onda

I üsulda

$$W_y = \frac{BH^2}{6} = \frac{B^3 m^2}{6} = \frac{\max M_y}{[\sigma]}, \text{ buradan } B = \sqrt[3]{\frac{6 \max M_y}{m^2 [\sigma]}} \quad (8.33)$$

II üsulda

$$B = \sqrt[3]{\frac{6 \max M_y}{m^2 \gamma_c \cdot R}}, H = mB$$

Dairəvi en kəsiyi üçün

I üsulda

$$W_y = \frac{\pi D^3}{32} = \frac{\max M_y}{[\sigma]}, \text{ buradan } D = \sqrt[3]{\frac{32 \max M_y}{\pi [\sigma]}} \quad (8.34)$$

$$\text{II üsulda } D = \sqrt[3]{\frac{32 \max M_y}{\pi \cdot \gamma_c \cdot R}} \quad (8.35)$$

Dairəvi həlqəvari en kəsiyi üçün

I üsulda

$$W_y = \frac{\pi D^3}{32} (1 - c^4) = \frac{\max M_y}{[\sigma]}, \text{ buradan } D = \sqrt[3]{\frac{32 \max M_y}{\pi (1 - c^4) [\sigma]}}$$

II üsulda

$$W_y = \frac{\pi D^3}{32(1 - c^4)} = \frac{\max M_y}{\gamma_c R}, \text{ buradan } D = \sqrt[3]{\frac{32 \max M_y}{\pi (1 - c^4) \gamma_c R}} \quad (8.36)$$

Standart yayma profillərdən (ikitavr, şveller, bucaqlıqlar və s.) ibarət kəsiklərin seçilməsi üçün müqavimət momentinin qiymətindən asılı olaraq xüsusi sortament cədvəllərindən istifadə olunur (bax Əlavələrə).

Üçüncü növ məsələnin həlli tirin yükötürmə qabiliyyətinin tapılmasından ibarət olur, yəni en kəsiyin ölçüləri və materialın möhkəmlik xarakteristikalarını səciyyələndirən sabit kəmiyyətlərdən asılı olaraq ən böyük əyici momentin buraxıla bilən (həddi) qiyməti (tirin yükötürmə qabiliyyəti) təyin edilir:

$$\text{I üsulda} \quad \left| \max M_y \right| = [\sigma] \cdot W_y \quad (8.37)$$

$$\text{II üsulda} \quad \left| \max M_y \right| = \gamma_c \cdot R \cdot W_y \quad (8.37')$$

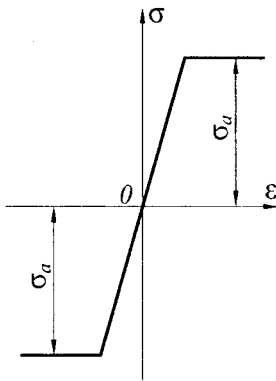
Normal gərginliklərə görə möhkəmliyə hesablamalar göstərir ki, tirlərin en kəsiyində yaranan kəsici qüvvələrin əyilməyə təsiri əyici momentin təsirindən əhəmiyyətsiz dərəcədə az olur. Lakin bəzi hallarda (qısa tirlərə böyük qiymətə malik eninə qüvvələr təsir etdikdə, xüsusilə dayaqlara yaxın yerlərdə) toxunan gərginliklərə görə möhkəmlik şərtindən istifadə edirlər:

$$\max \tau_{zx} \leq [\tau] \quad \text{və yaxud} \quad \max \tau_{zx} \leq \gamma_c \cdot R_s, \quad (8.38)$$

burada $[\tau]$ – buraxıla bilən toxunan gərginlik, R_s – sürüşmədə hesabı müqavimətdir.

(8.38) ifadələrində toxunan gərginliklərin ən böyük qiyməti olan $\max \tau_{zx}$ kəsiyin formasından asılı olaraq təyin olunur.

Əgər eninə əyilmədə tirin hər hansı en kəsiyində həm əyici moment və həm də kəsici qüvvə böyük (və ya ona yaxın) qiymətlər alırsa, xüsusilə ikitavr, şveller kimi yayma profillərdə divardan rəflərə keçid nöqtələrində həm normal, həm də toxunan gərginliklər maksimum qiymətlərə yaxın olur. Belə hallarda həmin nöqtələrdəki baş gərginliklər (maili kəsiklərdə təsir edən) kəsiyin ən böyük normal gərginliyindən çox olur (şək.8.4.3) və möhkəmliyə görə hesablamalar baş gərginliklərə görə müxtəlif möhkəmlik nəzəriyyələrindən istifadə etməklə aparılır.



Şək. 8.5.1

Yuxarıda göstərilən I və II üsullardan fərqli olaraq III üsulda – dağdıçı yükə görə möhkəmliyə hesablamalarda tirin yükötürmə qabiliyyətinin tükənməsi (dağılma) həddi hal kimi qəbul olunur. Plastik material üçün dartılma diaqramı şərti ideallaşdırılmış Prandtly diaqramı ilə əvəz edilir (şək.8.5.1). Bu diaqramda axıcılıq həddində deformasiya uzun müddət davam etdiyi qəbul edilir). Buna görə də tirin təhlükəli kəsiyinin kənar nöqtələrində ən böyük normal gərginliklər σ_a axıcılıq həddinə çatdıqdan sonra tədricən artan xarici qüvvə təsirindən kənar nöqtələrdə axma hadisəsi baş verdiyindən gərginlik sabit qalacaq, gərginliklər digər nöqtələrdə də artaraq axıcılıq həddinə çatacaqdır.

Beləliklə, tirin en kəsiyinin neytral oxu üzərindəki nöqtələrdən başqa bütün digər nöqtələrdəki gərginliklər σ_a axıcılıq həddinə çatacaq (həm

dartılan və həm də sıxılan zonada) və həmin kəsikdə **plastiki oynaq** yaranacaq tirin yükünün sonrakı artımı mümkün olmayacaqdır, yəni onun yükötürmə qabiliyyəti tükənəcəkdir. Bu ana (dağılmaya) uyğun qorxulu kəsiyin normal gərginliklər epyuru (şək.8.5.2)-də göstərilmişdir.

Tirin en kəsiyi hər iki oxa nəzərən simmetrik olduğu halda neytral ox «y» vəziyyətini dəyişməyəcək və $A^+ = A^-$ olacaq (şək.8.5.2,a). Əgər en kəsiyi yalnız qüvvələr müstəvisində yerləşən (bir) simmetriya oxu varsa bu halda (şək.8.5.2,b) neytral ox kəsiyin ağırlıq mərkəzindən tədricən uzaqlaşacaqdır. Həddi halda neytral oxun vəziyyətini təyin etmək üçün bütün en kəsiyinin normal qəvvəsinin sıfıra bərabər olması şərtindən istifadə edirik:

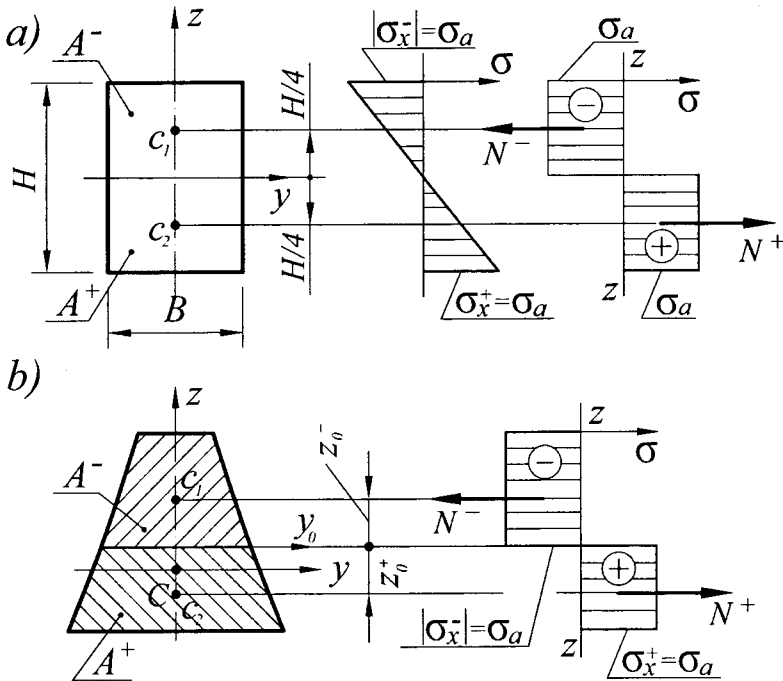
$$N^+ - N^- = 0 \text{ və ya } \sigma_a A^+ - \sigma_a A^- = 0. \text{ Buradan } A^+ = A^- \text{ alınır.}$$

Buradan görünür ki, neytral ox «y₀» en kəsiyini iki bərabər hissələrə ayırır.

Şəkildən görünür ki, həddi halda (dağılmada), dağıdıcı yükə uyğun həddi – dağıdıcı əyici moment ilə σ_a gərginlikləri arasında aşağıdakı asılılıq olacaqdır:

$$M_d = N^+ z_0^+ + N^- z_0^- = \sigma_a \cdot A^+ z_0^+ + \sigma_a \cdot A^- |z_0^-| \text{ və ya}$$

$$M_d = \sigma_a (S_{y_0}^+ + |S_{y_0}^-|). \tag{8.39}$$



Şək. 8.5.3

Burada z_0^+ , $|z_0^-|$ – A^+ və A^- dartılan və sıxılan sahələrin ağırlıq mərkəzlərinin ordinatları, $S_{y_0}^+$ – kəsiyin dartılan hissəsinin, $|S_{y_0}^-|$ – sıxılan hissəsinin neytral oxa nəzərən statik momentidir (sıxılan hissə üçün statik momentin mütləq qiyməti götürülməlidir). Düzbucaqlı en kəsiyi üçün $S_{y_0}^+ = |S_{y_0}^-| = \frac{BH}{2} \cdot \frac{H}{4} = \frac{BH^2}{8}$ olur. Onda (8.39)-dan alırıq:

$$M_d = \frac{\sigma_a BH^2}{4} \quad (a)$$

Dağıdıcı yükə görə möhkəmlik şərti bu şəkllə düşəcək:

$$\frac{M_d}{k_d} \leq [M_d] \quad (b)$$

Burada k_d – dağıdıcı yükə görə ehtiyat əmsalı, $[M_d]$ – dağıdıcı yükə görə buraxılabilən əyici momentdir.

Beləliklə, (a) ifadəsini möhkəmlik şərti (b)-də yerinə yazıb alırıq:

$$[M]_d \leq \frac{\sigma_a}{k_d} \cdot \frac{BH^2}{4}, \text{ buradan } \frac{\sigma_a}{k_d} = [\sigma] \text{ olduğunu nəzərə almaqla yazı bilirik:}$$

$$[M]_d \leq [\sigma] \cdot \frac{BH^2}{4} \quad (c)$$

Buraxılabilən gərginliklərə görə möhkəmlik şərtindən buraxılabilən yük (əyici moment)

$$[M_y] \leq [\sigma] \cdot W_y = [\sigma] \cdot \frac{BH^2}{6} \quad (d)$$

olur. (c) və (d) ifadələrini müqayisə etsək görürük ki, dağıdıcı yükə görə hesablamadan alınmış ən böyük buraxılabilən əyici moment (tirin yük-götürmə qabiliyyəti) $[M]_d$, $[M]_y$ -ə görə 1,5 dəfə çoxdur. Doğrudan da, (c) və (d) bərabərliklərini tərəf-tərəfə bölsək, alırıq:

$$\frac{[M_d]}{[M_y]} \leq 1,5, \text{ buradan } [M_d] = 1,5[M_y] \quad (e)$$

Buradan görünür ki, düzbucaqlı en kəsikli tirlərdə dağıdıcı əyici momentin qiyməti axma həddinin yalnız düzbucaqlı en kəsikli tirin neytral oxdan ən uzaqdakı nöqtədə yaranması andakı əyici momentin qiymətinə nisbətən 50% çox olur. Bu nisbət kəsiyin formasından asılı olaraq müxtəlif qiymətlər alır.

§8.6. Tirlərin en kəsiklərinin səmərəli formaları

Möhkəmliyə görə hesablamalardan (§8.5) görüldüyü kimi tirin yük-götürmə qabiliyyəti (8.37) və (8.38) düsturlarına əsasən müqavimət momentinin minimum qiymətindən, ona sərf olunan materialın həcmi isə en kəsiyinin sahəsindən asılıdır. Belə ki, tirin en kəsiyinin qənaətliliyi $\min W_y$ ilə düz, en kəsiyin sahəsi «A» ilə isə tərs mütənasib olur. Qənaətlilik əmsalını k_s ilə işarə etsək yazı bilərik:

$$k_s = \frac{\min W_y}{A} = \frac{J_y}{A \cdot z_{\max}} = \frac{i_y^2}{z_{\max}} \quad (8.40)$$

En kəsiyi neytral oxa nəzərən simmetrik olduğu halda ($z_{\max} = 0,5H$)

$$k_s = \frac{i_y^2}{0,5H} \quad (8.41)$$

Burada i_y – en kəsiyinin neytral oxa nəzərən ətalət radiusudur və həmişə kəsiyin hündürlüyü H ilə ifadə oluna bilər. Deməli ətalət radiusunun kvadratı « H^2 » ilə ifadə olunacaqdır.

Ona görə də (8.41)-dən görüldüyü kimi k_s əmsalı da « H » ilə ifadə olunur.

$$k_s = \overline{k_s} \cdot H, \quad (8.41')$$

Buradan görünür ki, k_s – uzunluq ölçüsündə olan kəmiyyət olduğu üçün $\overline{k_s}$ – yalnız kəsiyin formasından asılı olan ölçüsüz əmsaldır. Beləliklə, müxtəlif kəsiklərin formasının səmərəliliyini müəyyən etmək üçün hündürlüyü eyni olan kəsiklər müqayisə olunmalıdır. **Deməli $\overline{k_s}$ – en kəsiyin forma səmərəliliyi əmsalıdır.**

Səmərəlilik əmsalı $\overline{k_s}$ böyük olan en kəsiyi daha səmərəli sayılır. Bunu bir misal üzərində göstərək.

Ən böyük əyici momenti $\max M_y = 105 \text{ kNm}$ və materialının buraxıla-bilən normal gərginliyi $[\sigma] = 210 \text{ MPa}$ olan tirin en kəsiklərini düzbucaqlı, dairəvi və ikitavr şəklində seçək və onlardan hansının daha səmərəli olduğunu müəyyən edək.

Bunun üçün normal gərginliklərə görə möhkəmlik şərtindən en kəsiyinin neytral oxa nəzərən müqavimət momentini tapaq:

$$W_y = \frac{\max M_y}{[\sigma]} = \frac{105 \cdot 10^3}{210} = 500 \text{ sm}^3$$

Düzbucaqlı en kəsiyi üçün

$$i_y^2 = \frac{H^2}{12}; \quad z_{\max} = \frac{H}{2}; \quad \frac{H}{B} = 2$$

$$\frac{BH^2}{6} = \frac{2}{3}B^3 = 500; B^3 = 750; B = 9,2\text{sm}; H = 18,4\text{sm};$$

$$\text{Səmərəlilik əmsalı } k_s = \frac{i_y^2}{z_{\max}} = \frac{H}{6} = 3,1\text{sm} \quad (a)$$

Dairəvi en kəsiyi üçün

$$D = \sqrt[3]{\frac{32 \max M_y}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 105 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 210}} = 17,5\text{sm}$$

$$k_s = \frac{i_y^2}{z_{\max}} = \frac{D^2/16}{\frac{D}{2}} = \frac{D}{8} = 2,2\text{sm} \quad (b)$$

Sortament cədvəlindən (Əlavələrdə) 30a nömrəli **ikitavr en kəsiyi** seçirik, onun üçün $W_y = 518\text{sm}^3$, $i_y = 12,5\text{sm}$; $k_s = \frac{i_y^2}{z_{\max}} = \frac{(12,5)^2}{15} = 10,4\text{sm}$. (c)

(8.41') düsturundan istifadə edərək yuxarıda baxılmış (a), (b) və (c) nəticələrə əsasən müqayisəli **forma səmərəliliyi əmsalı** $\overline{k_s}$ almaq məqsədi ilə onları vahid bir hündürlüyə – ikitavrın hündürlüyünə ($H_0=30\text{sm}$) gətiririk:

1. Düzbucaqlı üçün 2. Dairə üçün ($D=H_0=30$) 3. İkitavr üçün

$$\overline{k_s} \cdot 30 = 3,1$$

$$\overline{k_s} \cdot 30 = 2,2$$

$$\overline{k_s} \cdot 30 = 10,4$$

$$\overline{k_s} = 3,1 : 30 \approx 0,1$$

$$\overline{k_s} = 2,2 : 30 \approx 0,07$$

$$\overline{k_s} = 10,4 : 30 \approx 0,35$$

Beləliklə, baxılan en kəsiklərdən ən çox səmərəli ikitavr en kəsiyi ($\overline{k_s}=0,35$), səmərəsiz isə dairəvi en kəsiyidir ($\overline{k_s}=0,07$).

Bunu onunla izah etmək olar ki, əyilmədə normal gərginliklərin paylanma xarakteri neytral ox üzərindəki nöqtələrdə sıfırdan başlayaraq yuxarı və aşağı (kənar) nöqtələrində ən böyük qiymətlərinədək dəyişən düz xətt qanunu şəklindədir. İkitavr en kəsiyi məhz ona görə səmərəli kəsikdir ki, onun sahəsinin kəsik üzrə paylanması da normal gərginliklərin dəyişmə xarakteri kimidir, yəni sahənin çox hissələri normal gərginliklərin böyük qiymətlər aldığı hissələrdə cəmləşdirilmiş şəkildədir. Bu cəhətdən, aydındır ki, dairəvi en kəsiyi ən səmərəsiz kəsikdir, çünki onun sahəsinin çox hissəsi ikitavr kəsikdəkinin əksinə olaraq neytral oxa yaxın, yalnız çox az hissəsi normal gərginliyin maksimum qiymətlər aldığı kənar (yuxarı və aşağı) hissələrdə cəmləşmişdir, yəni materialdan səmərəsiz istifadə olunur.

§8.7. Dəyişən en kəsikli tirlər. Bərabər müqavimətli tirlər

Xalis əyilmədə əyici moment tirin uzunluğu boyunca sabit qaldığı üçün, onun en kəsiyinin ölçüləri də sabit qalacaqdır. Doğrudan da, xalis əyilmədə möhkəmlik şərtindən tirin en kəsiyinin ölçülərini tapdıqda müqavimət momenti $W_y = \frac{M_y}{[\sigma]}$, yəni sabit olur.

Eninə əyilmədə tirləri nöhkəmliyə görə hesabladıqda möhkəmlik şərti əyici momenti ən böyük olan kəsik, yəni qorxulu kəsik üçün yazılır. Əgər bu kəsiyin ölçülərini bütün tir üçün eyni götürsək, onda tirin materialından qeyri-səmərəli istifadə olunacaqdır, çünki qorxulu kəsikdən başqa digər kəsiklərdə əyici momentlər M_y əyici momentindən az olduğundan neytral oxdan ən uzaqda duran liflərdəki ən böyük normal gərginliklər buraxılabilən normal gərginliklərdən xeyli az olacaqdır. Belə hallarda dəyişən en kəsikli tirlərdən istifadə edilir və tirin en kəsiyi ölçülərini də əyici momentin tirin uzunluğu boyunca dəyişməsinə müvafiq olaraq dəyişən qəbul edərək hesablayırlar.

Eninə əyilmədə tirlərin möhkəmlik şərti aşağıdakı kimi yazılır:

$$\frac{\max M_y}{W_y} \leq [\sigma] \quad (8.47)$$

Bu şərtədən istifadə etməklə dəyişən en kəsikli tirin də qorxulu kəsiyinin, yəni $\max M_y$ təsir edən en kəsiyinin ölçülərini təyin etmək olar.

Bütün en kəsiklərində (x-in bütün qiymətlərində) ən böyük normal gərginliklər buraxılabilən normal gərginliklərə bərabər, yəni

$$\max \sigma_x = \frac{M_y(x)}{W_y(x)} = [\sigma] \quad (8.48)$$

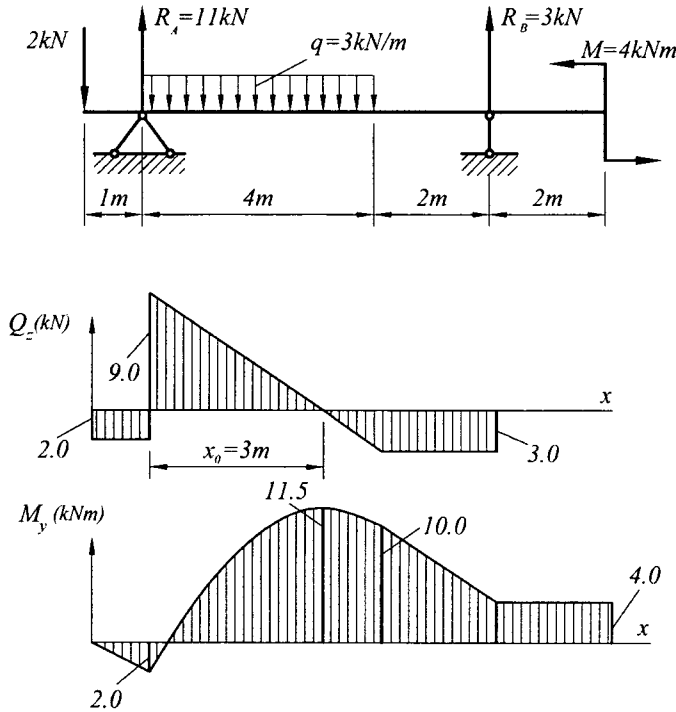
olan tirlərə bərabər müqavimətli tirlər deyilir. Mühəndis praktikasında ən sadə yüklənmə halında belə səmərəli tirlər yaratmaq mümkündür. Lakin əksər hallarda buna nail olmaq mümkün deyildir, çünki əyici momentin və müqavimət momentinin dəyişmə funksiyalarının nisbətinin bütün kəsiklər (məsələn, şəkl.8.7.1-də göstərilən tir) üçün sabit qalması qeyri-mümkündür,

yəni $\frac{M_y(x)}{W_y(x)} \neq const = [\sigma]$. Çoxməntəqəli tirlərin hər bir məntəqəsi daxilində

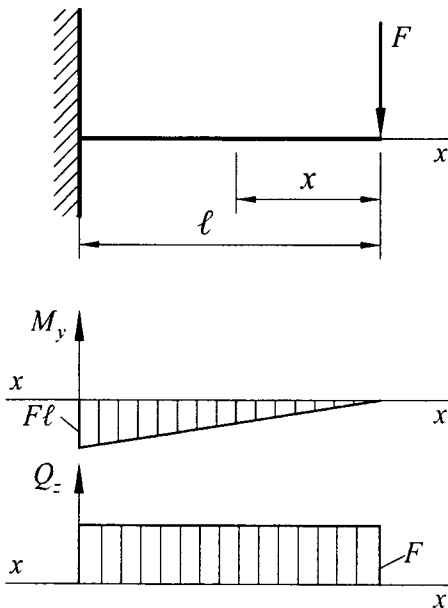
əyici momentin öz dəyişmə funksiyası və mütləq qiymətə ən böyük əyici momenti $\max M_{y(i)}$ olur. Bu halda hər bir i -ci məntəqədə en kəsik ölçüləri

$$W_{y(i)} = \frac{|\max M_{y(i)}|}{[\sigma]} \quad (8.49)$$

ifadəsindən təyin edilərək, məntəqə üçün eyni qəbul olunur və beləliklə tir pilləvari tir şəklində seçilir.



Şək. 8.7.1



Şək. 8.7.2

Qeyd: Epyurların qurulması üçün aparılmış hesablamalar verilməmişdir.

Tutaq ki, uzunluğu l olan konsol tirin sərbəst ucunda F qüvvəsi təsir edir (şək.8.7.2). Həmin şəkildə tirin Q_z , M_y epyurları da göstərilmişdir.

Əyici momentin ifadəsi

$$M_y = -F \cdot x \quad (0 \leq x \leq l)$$

İxtiyarı kəsiyin əyici momentinə uyğun tirin en kəsiyinin x -dən asılı olaraq dəyişən ölçüləri $B(x)$ və $H(x)$ -i seçmək üçün buraxıla bilən gərginliklərə görə (8.48) möhkəmlik şərtində düzbucaqlının müqavimət momenti düsturundan istifadə edərək alırıq:

$$\frac{M_y(x)}{W_y(x)} = \frac{F \cdot x}{\frac{B(x) \cdot H^2(x)}{6}} = [\sigma] \quad (8.50)$$

Burada $B(x)$, $H(x)$ – tirin ixtiyarı en kəsiyinin (absisi x olan) ölçüləridir.

Ən böyük əyici momentin təsir etdiyi $x = \ell$ olan en kəsiyi üçün yazsa bilərik:

$$\frac{M_y(\ell)}{W_y(\ell)} = \frac{F \cdot \ell}{\frac{BH^2}{6}} = [\sigma] \quad (8.50')$$

Sonuncu ifadəni (8.50) ilə müqayisə etsək aşağıdakı bərabərliyi alarıq:

$$\frac{\frac{F \cdot x}{6}}{\frac{B(x) \cdot H^2(x)}{6}} = \frac{F\ell}{BH^2} \quad (8.51)$$

(8.51) bərabərliyindən tirin en kəsiyinin ölçüləri təyin edilir.

(8.51) şərtindən irəli gələn bir neçə variantı nəzərdən keçirək.

1. Tirin en kəsiyinin hündürlüyü $H(x) = H = \text{const}$ olduğunu qəbul edib kəsiyin eni $B(x)$ -i təyin edək. Bu halda (8.51) bərabərliyi bu şəkllə düşəcəək:

$$\frac{\frac{F \cdot x}{6}}{\frac{B(x) \cdot H^2}{6}} = \frac{F\ell}{BH^2}$$

Buradan

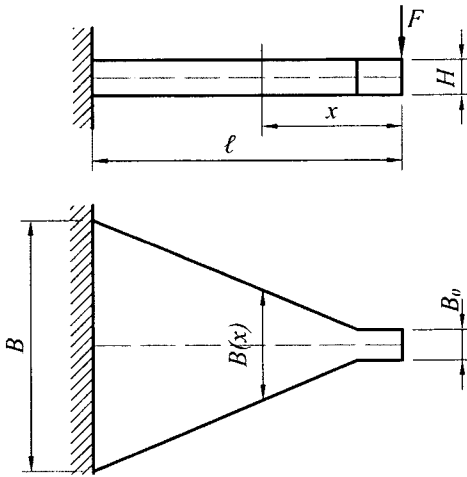
$$B(x) = \frac{B}{\ell} \cdot x \quad (8.52)$$

olur, yəni kəsiyin hündürlüyü sabit olduğu halda onun eni tirin uzunluğu boyunca düz xətt qanunu ilə dəyişilir.

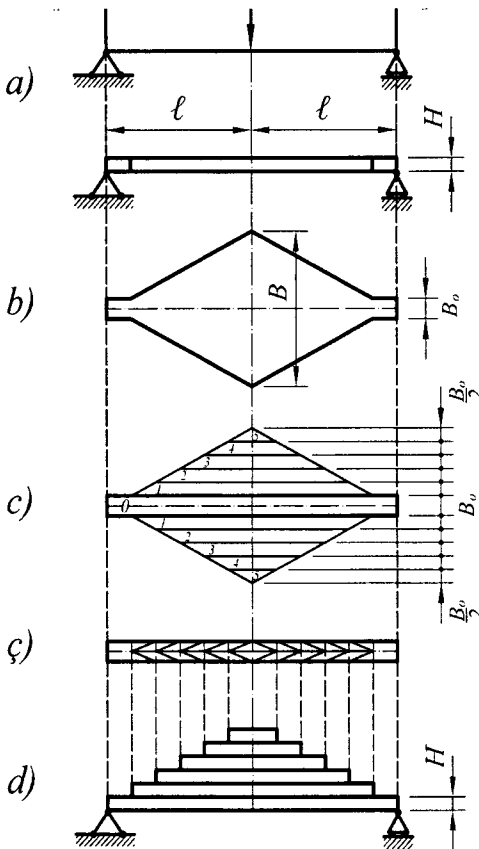
Axırıncı ifadədən görünür ki, bərabər müqavimətli tirin $x = 0$ kəsiyinə xüsusi nöqtə kimi baxılmalıdır, çünki həmin kəsiyin sahəsi sıfıra bərabər alınır. Bu halda həmin kəsiyin kəsici quvvəsi $Q_z = F$ olduğundan toxunan gərginliyin qiyməti $\tau = \infty$ alınar və tirin toxunan gərginliklərə görə möhkəmliyi təmin edilmir. Bu qeyri-müəyyənliyi aradan qaldırmaq üçün həmin kəsiyin tələb olunan enini tirin toxunan gərginliklərə görə möhkəmlik şərtindən təyin edək:

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F}{A} \leq [\tau], \quad A = B_0 H \text{ olduğunu nəzərə alaraq yazsa bilərik:}$$

$$B_0 = \sqrt{\frac{1,5F}{m[\tau]}} \quad (8.53)$$



Şək. 8.7.3



Şək. 8.7.4

(8.51) bərabərliyi bu şəkllə düşəcəkdir:

$$\text{Burada } m = \frac{H}{B_0}$$

Bərabər müqavimətli konsol tirin ölçüləri şək. 8.7.3-də göstərilmişdir.

Baxılan məsələ praktikada resorların layihələndirilməsində tətbiq olunur. Resor (əyriliyi kiçik olduğundan nəzərə alınmasa) aşırımı $2l$ olan ortasında $2F$ qüvvəsi tətbiq olunmuş iki oynaqly dayaq üzərində oturan bərabər müqavimətli tir şəklində olur (şək. 8.7.4,a). Belə tirin en kəsinin hündürlüyü H olur, eni B isə (8.52) düsturu ilə təyin olunur. Bu halda tirin dayaq reaksiyaları F , ən böyük əyici momenti $\max M_y = F\ell$, ən böyük kəsici qüvvəsi isə $\max Q_z = F$ alınacaq, bu tirin yarısı isə ondan əvvəl baxılmış konsol tir ilə tam eyni olacaqdır. Resorun şək.8.7.4, b-də göstərilədiyi formada praktikada istifadə olunması konstruktiv cəhətdən əlverişli olmadığına görə onu eni B_0 -a bərabər zolaqlara bölərək üst-üstə simmetrik olaraq yığıb, bir-biri ilə paket şəklində kip bərkidilmiş şəkllə salırlar (şək.8.7.4,c, ç, d). Alt zolaq ölçüləri $B_0 \times H$ olan düzbucaqlıdır, eyni rəqəmlərlə (1, 2, 3, ...) nömrələnmiş digər zolaqların eni $B_0/2$ olsa da resor istehsal edildikdə bu zolaqları bütöv hazırlayırlar.

2. Əgər $B(x) = B = \text{const}$, $H(x)$ – x -in funksiyası, yəni tirin en kəsinin təkcə hündürlüyünün dəyişən olduğunu qəbul etsək, onda

$$\frac{F \cdot x}{B \cdot H^2(x)} = \frac{F\ell}{BH^2}, \text{ buradan}$$

$$H(x) = H \sqrt{\frac{x}{\ell}} \tag{a}$$

olur, yəni kəsiyin eni sabit qaldığı halda onun hündürlüyü tirin uzunluğu boyunca kvadratik parabola qanunu ilə dəyişilir.

1-ci variantda olduğu kimi, bu halda da $x=0$ kəsiyinin xüsusiyyətini nəzərə alaraq toxunan gərginliklərə görə aşağıdakı möhkəmlik şərtində

$$\frac{3F}{2BH_0} = [\tau] ; B = \frac{H_0}{m}$$

yazıb alırıq:

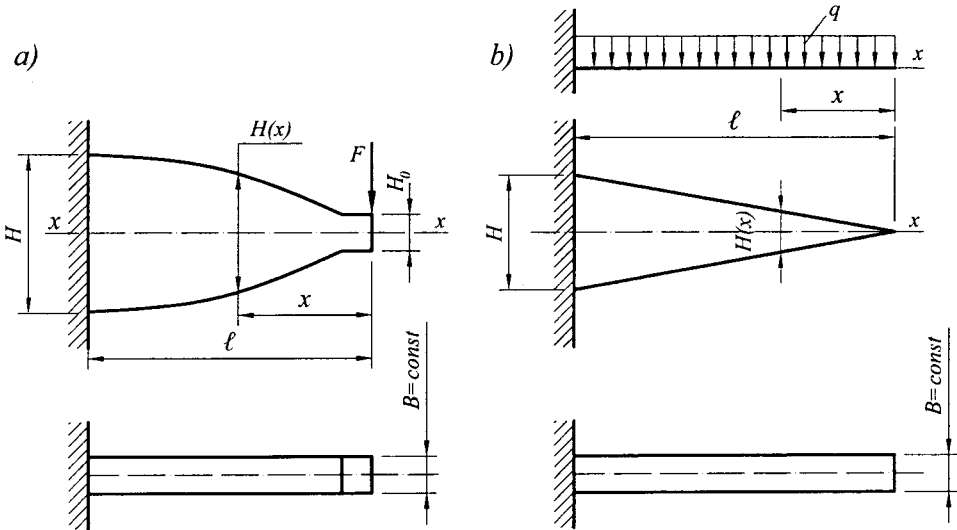
$$H_0 = \sqrt{\frac{1,5F \cdot m}{[\tau]}} \tag{8.54}$$

Bu hala uyğun bərabər müqavimətli tir şək. 8.7.5,a-da göstərilmişdir.

3. Konsol tirə müntəzəm yayılmış yük təsir etdikdə (8.51) şərti bu şəkllə düşəcək:

$$\frac{qx^2}{2} = \frac{q\ell^2}{2} = \frac{2}{BH^2}$$

$$\text{və ya } \frac{x^2}{\ell^2} = \frac{H^2(x)}{H^2}$$

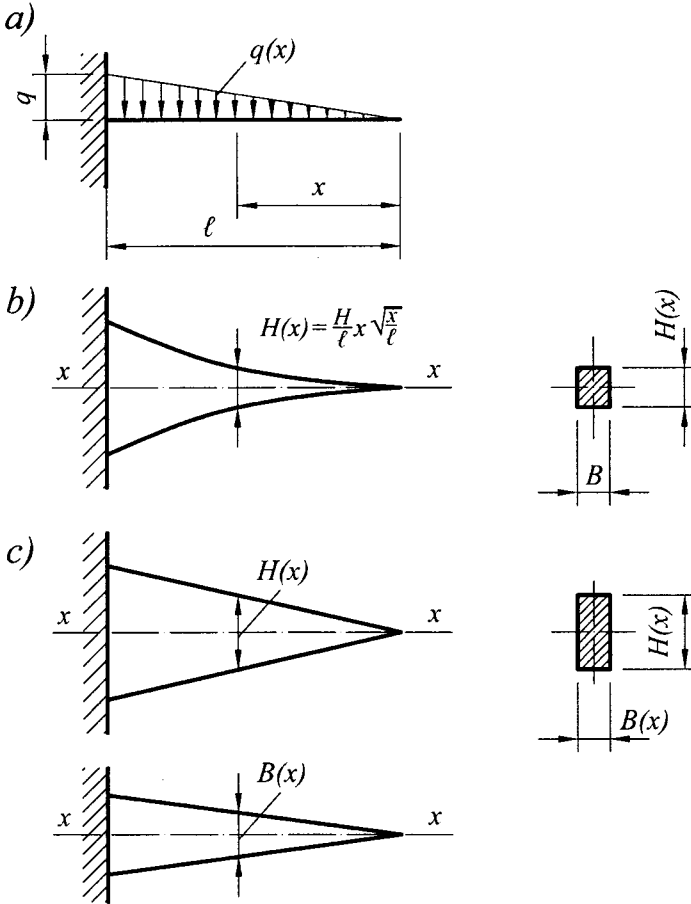


Şək. 8.7.5

Buradan $H(x) = H \cdot \frac{x}{\ell}$, (b)

yəni tirin hündürlüyü düz xətt qanunu ilə dəyişiləcək (şək.8.7.5,b).

4. Əgər yayılmış yük eni sabit hündürlüyü isə dəyişən düzbucaqlı en kəsikli tirin uzunluğu boyunca düz xətt qanunu ilə dəyişərsə (şək.8.7.6,a), onda (8.51) şərti aşağıdakı kimi olacaqdır:



Şək. 8.7.6

$$\frac{\frac{qx^3}{6\ell}}{BH^2(x)} = \frac{\frac{q\ell^2}{6}}{BH^2} \quad \text{və ya} \quad \frac{x^3}{\ell^3} = \frac{H^2(x)}{H^2}$$

Buradan: $H(x) = H \frac{x}{\ell} \sqrt{\frac{x}{\ell}}$ (c)

(c) asılılığına uyğun tir şək. 8.7.6,b-də göstərilmişdir. Əgər en kəsiyinin eni də dəyişən olsa, onda

$$\frac{B(x) \cdot H(x)^2}{6} = \frac{\alpha^2 B^3(x)}{6}$$

olacaq, (8.51) şərti isə bu şəkllə düşəcəkdir:

$$\frac{\frac{qx^3}{6\ell}}{m^2 B^3(x)} = \frac{\frac{q\ell^2}{6}}{m^2 B^3}$$

Buradan alırıq:

$$B(x) = B \frac{x}{\ell};$$

$$H(x) = mB \frac{x}{\ell}$$

Beləliklə, baxılan halda düzbucaqlı en kəsikli konsol tirin həm eni həm də hündürlüyü düz xətt qanunu ilə dəyişəcəkdir (şək. 8.7.6,c).

Dairəvi en kəsikli konsol tir üçün (şək.8.7.7) (8.51)-dən istifadə edib tirin uzunluğu boyunca diametrin dəyişməsinə təyin edək.

1. Konsol tirə sərbəst ucunda F qüvvəsi təsir edir. (8.51) şərtini yazmaq:

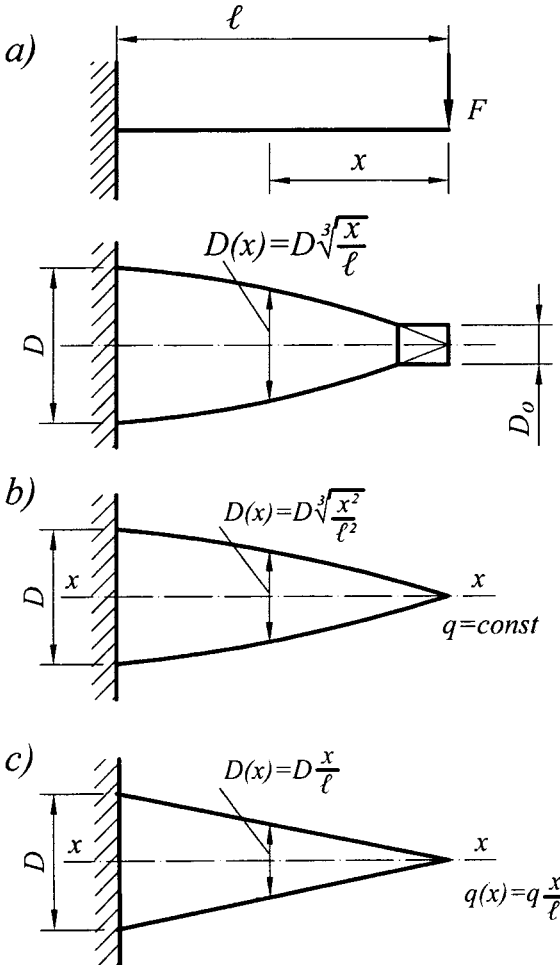
$$\frac{Fx}{\pi D_{(x)}^3} = \frac{F\ell}{\pi D^3} = [\sigma]$$

Buradan əvvəlcə

$$\frac{F\ell}{\pi D^3} = [\sigma] \text{ şərtindən qor-}$$

xulu en kəsiyin diametrini

$$D = \sqrt[3]{\frac{32F\ell}{\pi[\sigma]}}$$



Şək. 8.7.7

$$\frac{Fx}{\pi D_{(x)}^3} = \frac{F\ell}{\pi D^3} \quad \text{bərabərliyindən isə diametrin dəyişmə funksiyasını}$$

təyin edirik:

$$D(x) = D^3 \sqrt[3]{\frac{x}{\ell}} \quad (d)$$

Buradan görünür ki, diametr konsol tirin uzunluğu boyunca kubik parabola qanunu ilə dəyişir (şək.8.7.7,a).

Konsol tirin sərbəst uc kəsiyində məsələnin mövcud xüsusiyyətini aradan qaldırmaq üçün bu kəsiyin ölçülərini toxunanı gərginliklərə görə möhkəmlik şərtindən təyin edirik.

$$\tau_{\max} = \frac{4F}{3A} \leq [\tau] \quad \text{və ya} \quad \frac{4}{3} \frac{F}{\pi D_0^2} = [\tau].$$

$$\text{Buradan } D_0 = \sqrt[3]{\frac{16F}{3\pi[\tau]}}$$

Tirin ölçüləri şək.8.7.7,a-da göstərilmişdir.

2. Konsol tirə müntəzəm yayılmış yük təsir etdikdə (8.51)-dən

$$\frac{qx^2/2}{\pi D^3(x)} = \frac{q\ell^2/2}{\pi D^3}$$

Buradan

$$D(x) = D^3 \sqrt[3]{\frac{x^2}{\ell^2}} \quad (e)$$

Tirin ölçüləri şək.8.7.7,b-də göstərilmişdir.

3. Konsol tirə xətti qanunla dəyişən yayılmış yük təsir etdikdə (8.51) aşağıdakı şəklə düşür:

$$\frac{qx^3}{\pi D^3(x)} = \frac{q\ell^2}{\pi D^3},$$

buradan

$$D(x) = D \frac{x}{\ell}, \quad (f)$$

yəni bu halda konsol tir konus şəklində olacaqdır (şək.8.7.7,c).

4. İki dayaq üzərində oturan dairəvi en kəsikli tirə bütün aşırımı boyunca müntəzəm yayılmış yük təsir etdikdə (şək. 8.7.8, a) (8.51) ifadəsinə əsasən yazıla bilər:

$$\frac{\frac{q\ell}{2}x - \frac{qx^2}{2}}{\frac{\pi D^3(x)}{32}} = \frac{\frac{q\ell^2}{2}}{\frac{\pi D^3}{32}}$$

buradan alırıq

$$D(x) = D_3 \sqrt[4]{4\left(\frac{x}{\ell} - \frac{x^2}{\ell^2}\right)} \quad (g)$$

Tirin dayaq reaksiyaları

$R_A = R_B = \frac{q\ell}{2}$ olur. Deyək kəsiklərində tirin toxunan gərginliklərə görə möhkəmlik şərtindən diametrin minimum qiymətini təyin edirik:

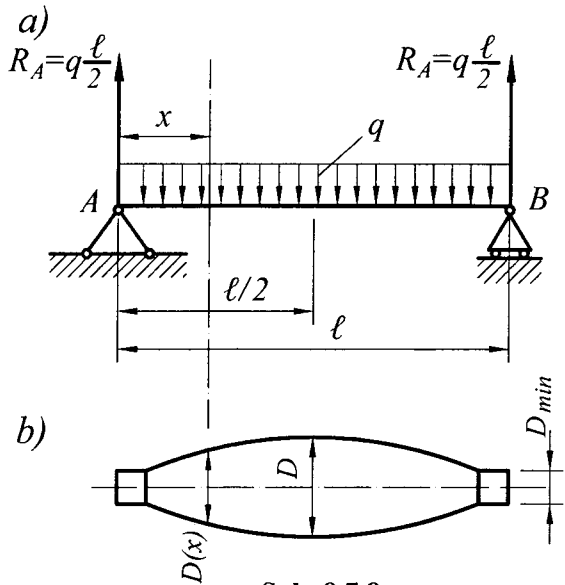
$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \frac{Q_z}{A} = \frac{4}{3} \frac{\frac{q\ell}{2}}{\frac{\pi D_{\min}^2}{4}} \leq [\tau] \quad a)$$

buradan

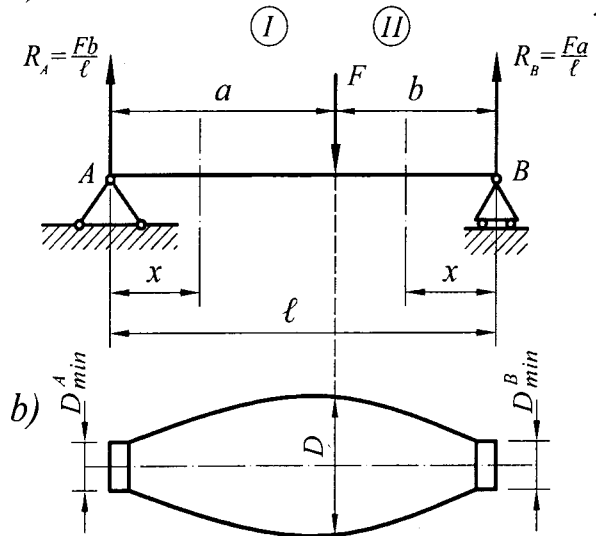
$$D_{\min} = \sqrt{\frac{8q\ell}{3\pi[\tau]}} \quad (h)$$

Bərabər müqavimətli dairəvi en kəsikli tir şək. 8.7.8, b-də göstərilmişdir.

Baxılan tirə yayılmış yük əvəzinə dayaqlardan «a» və «b» məsafələrində F topa qüvvəsi təsir etdikdə (şək. 8.7.9, a) (8.51) ifadəsinə əsasən yazıla bilər:



Şək. 8.7.8



Şək. 8.7.9

I məntəqə üçün $0 \leq x \leq a$

$$\frac{\frac{Fb}{\ell}x}{\pi D^3(x)} = \frac{Fab}{\pi D^3} \quad \text{buradan} \quad D(x) = D \sqrt[3]{\frac{x}{a}} \quad (\text{k})$$

II məntəqə üçün $0 \leq x \leq b$

$$\frac{\frac{Fa}{\ell}x}{\pi D^3(x)} = \frac{Fab}{\pi D^3} \quad \text{buradan} \quad D(x) = D \sqrt[3]{\frac{x}{b}} \quad (\text{l})$$

Dayaq kəsikləri üçün toxunan gərginliklərə görə möhkəmlik şərtlərindən diametrin ən kiçik qiymətini təyin edək:

I məntəqə üçün:

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q_z}{A} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\frac{Fb}{\ell}}{\pi D_A^2} \leq [\tau] \quad \text{buradan} \quad D_{\min}^A = \sqrt{\frac{16 \frac{Fb}{\ell}}{3\pi[\tau]}} \quad (\text{m})$$

II məntəqə üçün:

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q_z}{A} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\frac{Fa}{\ell}}{\pi D_B^2} \leq [\tau] \quad \text{buradan} \quad D_{\min}^B = \sqrt{\frac{16 \frac{Fa}{\ell}}{3\pi[\tau]}} \quad (\text{n})$$

Bərabər müqavimətli tir şəkl. (8.7.9, b)-də göstərilmişdir.

Tirə təsir edən qüvvə aşırımının ortasında təsir etdikdə $a = b = \frac{\ell}{2}$ olur.

Onda tirin diametrinin dəyişməsi aşağıdakı düsturla müəyyən ediləcək:

$$D(x) = D \sqrt[3]{\frac{2x}{\ell}}; \quad D_{\min} = \sqrt{\frac{8F}{3\pi[\tau]}} \quad (\text{q})$$

Bu halda bərabər müqavimətli tir şəkl. 8.7.9, a,b-də göstərilmiş tirdən dayaqalarda diametri eyni $D_{\min}^A = D_{\min}^B = D_{\min}$, orta kəsiyin diametrini isə D götürməklə asanlıqla alınabilir.

Yuxarıda baxılan düzbucaqlı dəyişən en kəsikli tirlərin qorxulu en kəsiyinin ölçüləri B, H (8.50') şərtinə əsasən təyin olunurlar. Həmin şərtədən yazıla bilər:

$$\frac{\max M_y}{BH^2} = [\sigma] \quad \text{və ya} \quad H = mB \quad \text{olduğunu nəzərə alsaq}$$

$$\frac{\max M_y}{B^3 m^2} = [\sigma], \quad \text{buradan isə} \quad B = \sqrt[3]{\frac{6 \max M_y}{m^2 [\sigma]}}. \quad \text{Dairəvi en kəsikli tirlər}$$

$$\text{üçün eyni ilə (8.50')-dən} \quad \frac{\max M_y}{\pi D^3 / 32} = [\sigma] \quad \text{və ya} \quad D = \sqrt[3]{\frac{32 \max M_y}{\pi [\sigma]}} \quad \text{alırıq.}$$

§ 8.8. Dartılma və sıxılmada materialının elastiklik modulu müxtəlif olan tirlərin əyilməsi

Dartılma və sıxılmada müqaviməti müxtəlif olan materiallardan (məsələn, çuğun, bir çox plastik kütlələr və s.) hazırlanmış tirlərin hesablanma xüsusiyyətlərini nəzərdən keçirək.

Belə materialdan olan eninə əyilməyə məruz qalan ixtiyari en kəsikli tirdən dx uzunluğunda bir elementar hissə ayırıq (şək. 8.8.1,a). Bu halda fərz edirik ki, yastı kəsiklər fərziyyəsi tətbiq oluna bilər, lakin neytral ox artıq kəsiyin ağırlıq mərkəzindən keçməyəcəkdir.

Tirin materialının elastiklik modulunu dartılmada E^+ , sıxılmada E^- , en kəsiyinin üzərində götürülmüş elementar sahəciyin (dA^+ və dA^-) neytral oxdan olan məsafəsini isə dartılan zonada z^+ , sıxılan zonada isə z^- ilə işarə edək. Məlumdur ki, (§8.2), əyilmədə boyuna nisbi deformasiya

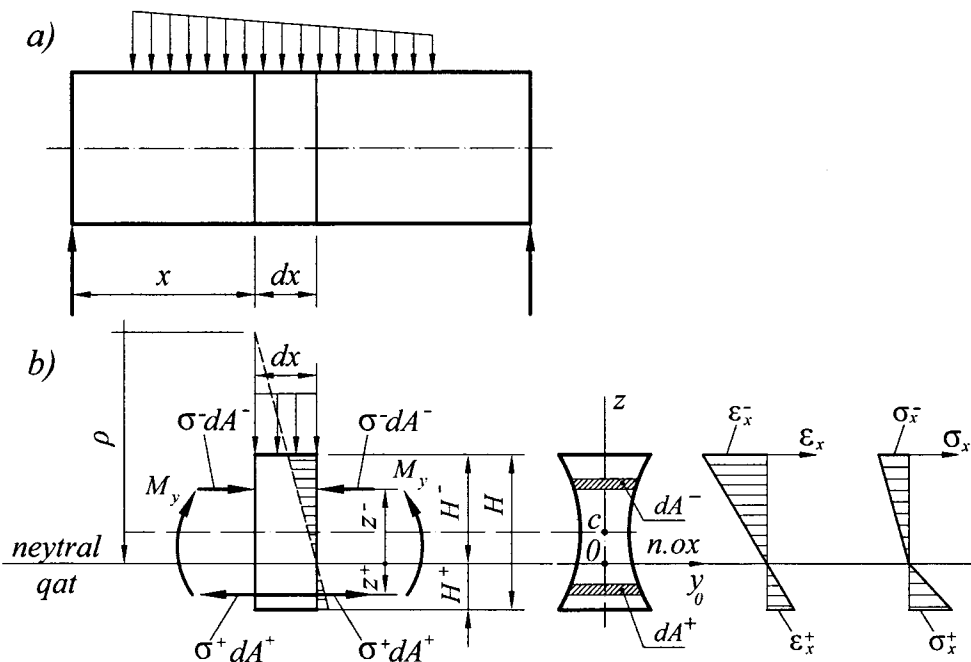
$\varepsilon = \frac{z}{\rho} = z \frac{d\theta}{dx}$ düsturu ilə təyin olunur. Onda dartılan və sıxılan zonalarda

üçün yazıla bilər:

$$\varepsilon_x^+ = z^+ \cdot \frac{d\theta}{dx}; \quad \varepsilon_x^- = z^- \cdot \frac{d\theta}{dx} \quad (8.55)$$

Huk qanununa əsasən normal gərginliklər üçün alırıq:

$$\sigma_x^+ = E^+ \cdot z^+ \frac{d\theta}{dx}, \quad \sigma_x^- = E^- \cdot z^- \frac{d\theta}{dx} \quad (8.56)$$



Şək. 8.8.1

Əyilmədə tirin hər hansı en kəsiyində normal qüvvənin sıfıra bərabər olması şərtində (8.56) ifadələrini nəzərə alaraq, yazı bilərik:

$$N = \int_{A^+} \sigma_x^+ \cdot dA^+ + \int_{A^-} \sigma_x^- \cdot dA^- = \frac{d\theta}{dx} \left(E^+ \int_{A^+} z^+ dA^+ + E^- \int_{A^-} z^- dA^- \right) = 0$$

Buradan $\frac{d\theta}{dx} \neq 0$ olduğu üçün mötərizədəki ifadəni sıfıra bərabər edib, neytral oxun vəziyyətini təyin etmək üçün aşağıdakı tənlik alırıq:

$$E^+ \int_{A^+} z^+ dA^+ + E^- \int_{A^-} z^- dA^- = 0$$

Bu tənlikdəki inteqralları, onların statik momentlər olduğunu nəzərə alaraq, bu şəkllə salırıq:

$$E^+ \cdot S_{y_0}^+ + E^- \cdot S_{y_0}^- = 0 \quad \text{və yaxud}$$

$$S_{y_0}^{\xi} = S_{y_0}^{+} + \frac{E^{-}}{E^{+}} S_{y_0}^{-} = 0 \quad (8.57)$$

Burada $S_{y_0}^{+}$, $S_{y_0}^{-}$ – kəsiyin uyğun olaraq dartılan və sıxılan sahələrinin y_0 neytral oxuna nəzərən statik momentləri, $S_{y_0}^{\xi}$ – şərti statik momentidir.

Buradan görünür ki, dartılma və sıxılmaya müqaviməti eyni olan materialdan hazırlanmış tirin əyilməsindən fərqli olaraq bu halda neytral oxun vəziyyətini müəyyən edən şərt bütün kəsiyin neytral oxa nəzərən statik momentinin deyil, onun $S_{y_0}^{\xi}$ şərti statik momentinin sıfıra bərabər olmasıdır. Bu isə o deməkdir ki, qeyri-bircinsli tirlərdə neytral ox kəsiyinin ağırlıq mərkəzindən keçmir.

İndi isə kəsiyin əyici moment ifadəsini yazaq (şək. 8.8.1,b):

$$M_{y_0} = \int_{A^{+}} \sigma_x^{+} \cdot z^{+} dA^{+} + \int_{A^{-}} \sigma_x^{-} \cdot z^{-} dA^{-} \quad (8.58)$$

(8.56)-nı (8.58)-də yerinə yazıb alırıq:

$$M_{y_0} = \frac{d\theta}{dx} \left(E^{+} \int_{A^{+}} (z^{+})^2 dA^{+} + E^{-} \int_{A^{-}} (z^{-})^2 dA^{-} \right) = \frac{d\theta}{dx} (E^{+} \cdot J_{y_0}^{+} + E^{-} J_{y_0}^{-}) \quad (8.59)$$

Burada mötərizə daxilindəki ifadə $(EJ)_{\xi} = E^{+} \cdot J_{y_0}^{+} + E^{-} J_{y_0}^{-}$ – şərti sərtlikdir.

Bu ifadəni y_0 -a vurub və bölsək alırıq:

$$(EJ)_{\xi} = \left(E^{+} \cdot \frac{J_{y_0}^{+}}{J_{y_0}} + E^{-} \frac{J_{y_0}^{-}}{J_{y_0}} \right) \cdot J_{y_0} = E_{\xi} \cdot J_{y_0} \quad (8.60)$$

Burada $E_{\xi} = E^{+} \cdot \frac{J_{y_0}^{+}}{J_{y_0}} + E^{-} \frac{J_{y_0}^{-}}{J_{y_0}}$ – şərti elastiklik modulu, J_{y_0} – bütün en

kəsiyinin neytral oxa nəzərən ətalət momentidir.

(8.60) ifadəsini nəzərə alaraq (8.59)-dan tapırıq:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M_{y_0}}{E_{\xi} \cdot J_{y_0}} \quad (8.61)$$

(8.61)-i (8.56)-da yerinə yazıb dartıcı və sıxıcı normal gərginliklər üçün aşağıdakı düsturları alırıq:

$$\sigma_x^+ = \frac{E^+}{E_s} \cdot \frac{M_{y_0} \cdot z^+}{J_{y_0}},$$

$$\sigma_x^- = \frac{E^-}{E_s} \cdot \frac{M_{y_0} \cdot z^-}{J_{y_0}}$$
(8.62)

İndi isə düzbucaqlı en kəsiyi üçün (ölçüləri $B \times H$ olan) neytral oxun vəziyyətini təyin edək.

Bu hal üçün H^+ – kəsiyin dartılan zonasının, H^- – isə sıxılan zonasının hündürlüyü qəbul etsək (8.57)-ni bu şəkllə sala bilərik:

$$\frac{B(H^+)^2}{2} + \frac{E^-}{E^+} \left(-\frac{B(H^-)^2}{2} \right) = 0$$

Buradan

$$H^+ \sqrt{E^+} = H^- \sqrt{E^-}$$
(8.63)

$H^- = H - H^+$ olduğunu nəzərə alsaq, yazı bilərik:

$$H^+ = \frac{H \sqrt{E^-}}{\sqrt{E^+} + \sqrt{E^-}}, \quad H^- = \frac{H \sqrt{E^+}}{\sqrt{E^+} + \sqrt{E^-}}$$
(8.64)

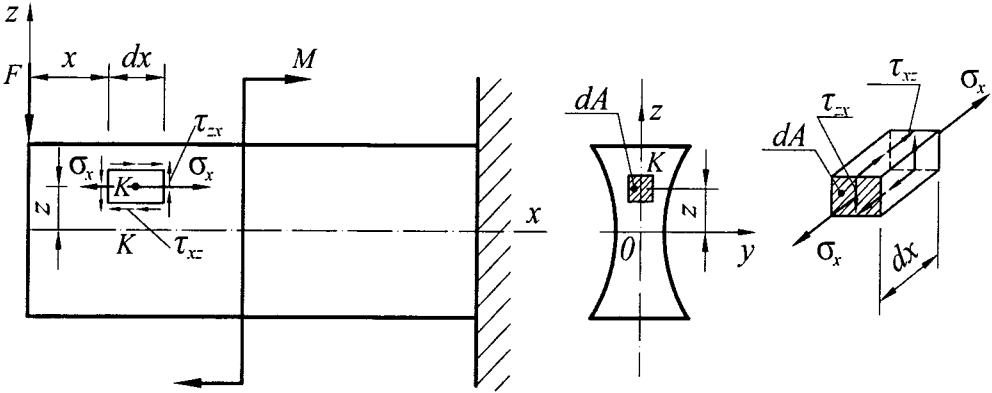
Burada H – en kəsiyinin hündürlüyüdür.

§8.9. Əyilmədə deformasiyanın potensial enerjisi

Eninə əyilmədə tirin hər hansı K nöqtəsi ətrafında eninə və boyuna kəsiklər vasitəsi ilə dx uzunluğunda bir elementar hissəcik ayıraq (şək. 8.9.1,a).

Elementin həcmi $dV = dA \cdot dx$ olacaqdır (şək. 8.9.1,b). Elastiki deformasiyalar daxilində xarici qüvvələrin gördüyü isə bərabər olan tirdə toplanmış potensial enerjini hesablamıq üçün ayrılmış dx elementinin dU potensial enerjisini tirin həcmi üzrə inteqrallamaq lazımdır. dU -nu tapmaq üçün isə vahid həcmdə toplanan xüsusi potensial enerji elementin həcminə vurulmalıdır, yəni

$$dU = \bar{U} \cdot dV = \bar{U} dA \cdot dx$$
(8.65)



Şək. 8.9.1

Burada \bar{U} – deformasiyanın xüsusi potensial enerjisidir.

(3.63) düsturuna əsasən və nəzərə alsaq ki,

$$\sigma_x = \frac{M_y \cdot z}{J_y}, \quad \sigma_y = \sigma_z = 0, \quad \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0, \quad \tau_{zx} = \tau_{xz} = \frac{Q_z \cdot S_y^{avr}}{J_y \cdot b(z)},$$

\bar{U} aşağıdakı kimi təyin olunacaqdır.

$$\bar{U} = \frac{\sigma_x^2}{2E} + \frac{\tau_{zx}^2}{2G} = \frac{1}{2} \left(\frac{M_y^2 z^2}{EJ_y^2} + \frac{Q_z^2 (S_y^{avr})^2}{GJ_y^2 \cdot b(z)^2} \right) \quad (8.66)$$

(8.66)-nı (8.65)-də yerinə yazmaqla bu ifadəni tirin həcmi üzrə inteqrallayıb alırıq:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_l \int_A \frac{M_y^2}{EJ_y^2} z^2 dx dA + \frac{1}{2} \int_l \int_A \frac{Q_z^2 (S_y^{avr})^2}{G \cdot J_y^2 \cdot b(z)^2} dx dA = \\ &= \frac{1}{2} \int_l \frac{M_y^2}{EJ_y^2} dx \int_A z^2 dA + \frac{1}{2} \int_l \frac{Q_z^2}{G \cdot A} dx \int_A \frac{A \cdot (S_y^{avr})^2}{J_y^2 \cdot b(z)^2} dA \end{aligned}$$

Burada: $J_y = \int_A z^2 dA$ – tirin en kəsiyinin neytral oxa nəzərən ətalet momenti, $\bar{k} = \frac{A}{J_y^2} \int_A \frac{(S_y^{ayr})^2}{b(z)^2} dA$ – kəsiyin formasından asılı olan ölçüsüz əmsəldir. Bu işarələri nəzərə alaraq əyilmədə tirin deformasiyasının tam potensial enerjisini aşağıdakı şəklə salırıq:

$$U = \frac{1}{2} \int_i \frac{M_y^2}{E \cdot J_y} dx + \frac{\bar{k}}{2} \int \frac{Q_z^2}{GA} dx \quad (8.67)$$

Çoxməntəqəli tirlərdə hər bir məntəqə üçün bu inteqrallar ayrıca hesablanaraq toplanmalıdırlar, yəni:

$$U = \sum_{i=1}^n \int_{\ell_i} \frac{M_y^2 dx}{2EJ_y} + \sum_{i=1}^n \bar{k} \int_{\ell_i} \frac{Q_z^2 dx}{2GA} \quad (8.68)$$

burada i – məntəqələrin nömrəsi, ℓ_i – onların uzunluğu, n – sayıdır.

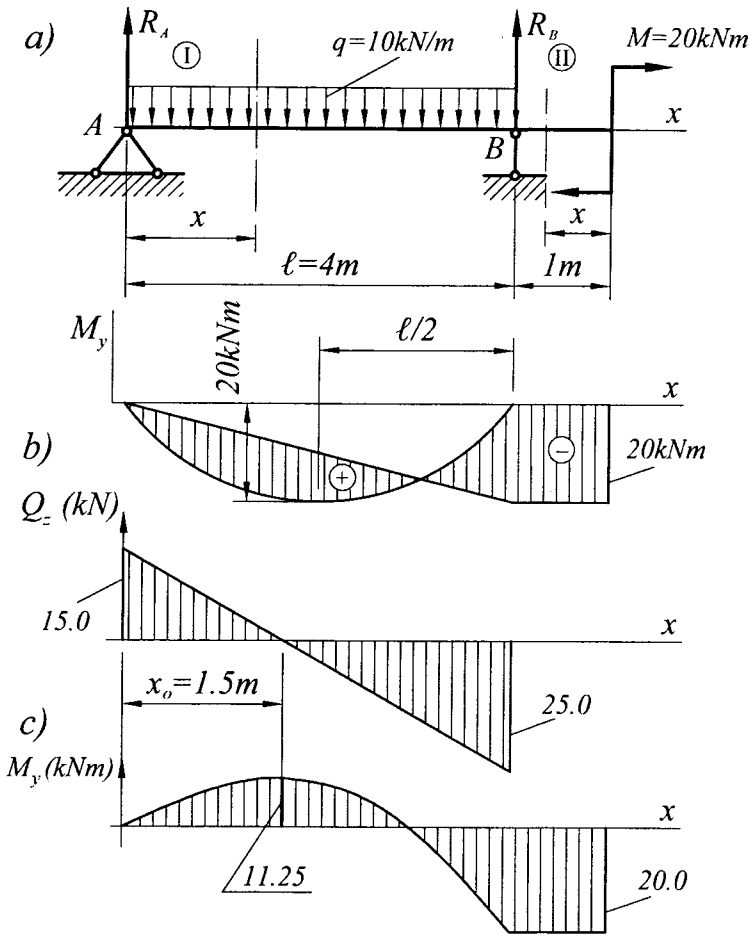
Bu ifadədə birinci hədd tirin əyici momentlərinin, ikinci hədd isə kəsici qüvvələrinin təsirini nəzərə alır. Çox vaxt praktiki hesablamalar zamanı sürüşmənin təsiri çox kiçik olduğundan ikinci hədd nəzərdən atılır.

§8.10. Misallar

Misal 1. Verilmiş düzbucaqlı tirin (şək.8.10.1,a) ən böyük normal və toxunan gərginliklərini təyin etməli. Tirin en kəsiyinin ölçülərini 3,0x8,0sm qəbul etməli.

Həlli: Tirin kəsici qüvvə və əyici moment epyurlarını qurmaq üçün əvvəlcə dayaq reaksiyalarını tapaq. Tirə təsir edən hər iki qüvvədən ayrı-ayrılıqda dayaq reaksiyalarını təyin edib müvafiq qaydada toplayaq:

$$R_A = \frac{q\ell}{2} - \frac{M}{\ell} = \frac{10 \cdot 4}{2} - \frac{20}{4} = 15 \text{ kN.}$$



Şək. 8.10.1

M_y epyuru q və M xarici qüvvələrindən ayrı-ayrılıqda xarakterik kəşklərin M_y qiymətlərinə görə qurulmuş və üst-üstə salınmışdır (şək.8.10.1). İndi isə tirin dayaq reaksiyalarını tapaq.

$$R_B = \frac{q\ell}{2} + \frac{M}{\ell} = \frac{10 \cdot 4}{2} + \frac{20}{4} = 25 \text{ kN}; R_A = 10 \cdot 4 - 25 = 15 \text{ kN}$$

Bu qiymətlərə əsasən Q_z epyurunu asanlıqla qururuq (şək. 8.10.1,b).

Əyici moment epyurunun dəqiq qurulması məqsədi ilə I məntəqədə əyici moment əyrisinin (epyurunun) üçüncü nöqtəsini tapaq: həmin məntəqədə kəsici qüvvə sıfır qiymətini aldığı üçün bu kəsiyin absisini təyin edib ona uyğun əyici momenti tapsaq, bu qiymət əyici moment əyrisinin (parabolunun) təpə nöqtəsi olacaqdır.

I məntəqə üçün $0 \leq x \leq 4m$

$Q_z = R_A - qx$ – kəsici qüvvə tənliyi, $M_y = R_A \cdot x - \frac{qx^2}{2}$ – əyici moment ifadəsidir.

$Q_z|_{x=x_0} = 0$ şərtindən $R_A - qx_0 = 0$ $x_0 = \frac{R_A}{q} = \frac{15}{10} = 1,5m$. Əyici moment ifadəsində $x = x_0 = 1,5m$ yazıb əyici momentin ekstremum qiymətini alırıq:

$$M_y = R_A \cdot x_0 - \frac{qx_0^2}{2} = 15 \cdot 1,5 - \frac{10 \cdot 1,5^2}{2} = 11,25kNm.$$

II məntəqə üçün $0 \leq x \leq 1m$.

Kəsici qüvvə tənliyi $Q_z = 0$. Əyici moment $M_y = -M = -20kNm$.

Tirin əyici moment və kəsici qüvvə epyurları şəkl.8.10.1b,c-də göstərilmişdir. Epyurlardan görünür ki, qiymətcə ən böyük əyici moment $\max M_y$ və kəsici qüvvə $\max Q_z$ B kəsiyində yaranır. Ən böyük normal gərginliyi (8.8) düsturu ilə təyin edirik:

$$\max \sigma_x = \frac{\max M_y}{\min W_y} = \frac{20 \cdot 100}{\frac{3 \cdot 8^3}{6}} \approx 7,81kN/sm^2 = 78,1MPa$$

Bu gərginlik düzbucaqlı en kəsiyinin hündürlüyü üzrə ən kənar nöqtələrdə yaranır.

(8.19) düsturundan istifadə edərək, düzbucaqlı en kəsiyinin ən böyük toxunan gərginliyini hesablayırıq:

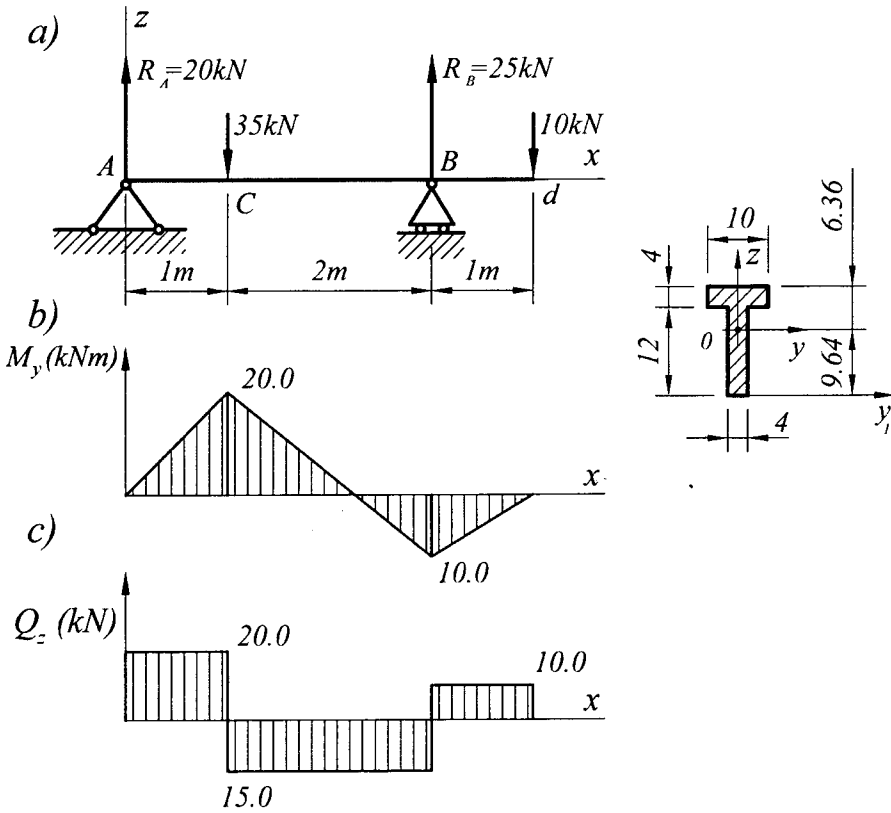
$$\max \tau_{zx} = \frac{3 \max Q_z}{2 A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{25}{3 \cdot 8} = 1,56kN/sm^2 = 15,6MPa.$$

Bu gərginlik tirin en kəsiyinin neytral y oxu üzərindəki nöqtələrdə yaranır.

Misal 2. Şəkl. 8.10.2a-da göstərilmiş tavr en kəsikli çuğun tirin normal gərginliklərə görə möhkəmliyini yoxlamalı. Materialın buraxılabilən normal gərginlikləri dartılmaya görə $[\sigma^+] = 100MPa$, sıxılmaya görə isə $[\sigma^-] = 160MPa$. Tirin en kəsiyinin ölçüləri şəkildə göstərilmişdir.

Həlli. Əvvəlcə tirin dayaq reaksiyalarını təyin edirik. Tir sadə yükləndiyi üçün (təkcə 2 topa qüvvə təsir edir) hər bir qüvvədən ayrı-ayrılıqda müvafiq reaksiya qüvvəsini tapıb toplayırıq:

$$R_B = \frac{35 \cdot 1 + 10 \cdot 4}{3} = 25kN; \quad R_A = \frac{+35 \cdot 2 - 10 \cdot 1}{3} = 20kN.$$



Şək. 8.10.2

Tirin xarakterik kəsiklərinin kəsici qüvvə və əyici momentlərini hesablayaq:

$$Q_{z(A)} = 20 \text{ kN};$$

$$Q_{z(c)}^{sol} = 20 \text{ kN};$$

$$Q_{z(c)}^{sağ} = 20 - 35 = -15 \text{ kN};$$

$$Q_{z(B)}^{sol} = -15 \text{ kN};$$

$$Q_{z(B)}^{sağ} = -15 + 25 = 10 \text{ kN};$$

$$Q_{z(d)} = 10 \text{ kN};$$

$$M_{y(A)} = 0;$$

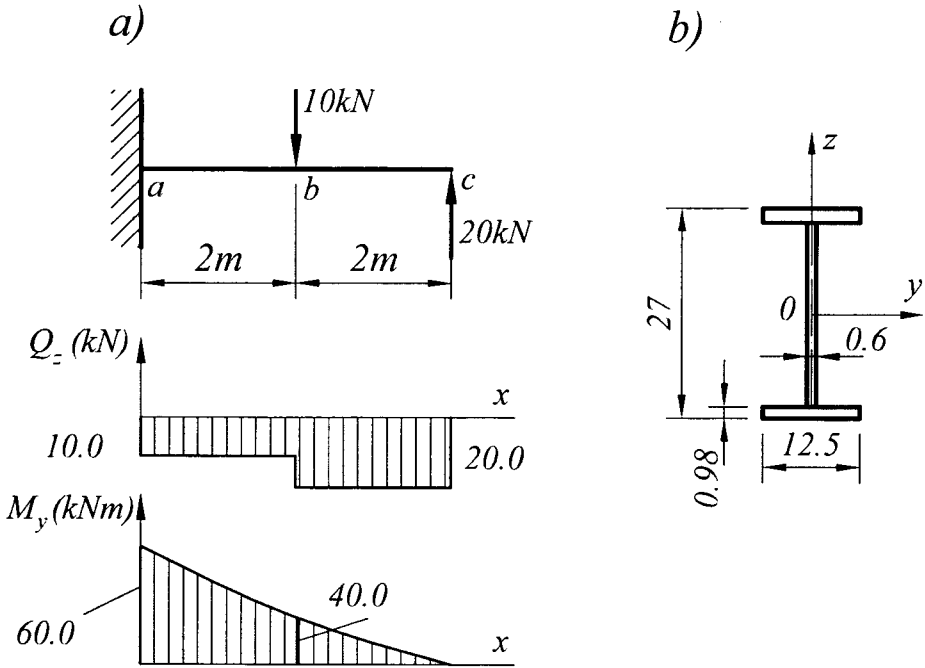
$$M_{y(c)} = R_A \cdot 1 \text{ m} = 20 \text{ kNm};$$

$$M_{y(B)} = -10 \cdot 1 = -10 \text{ kNm};$$

$$M_{y(d)} = 0.$$

Müvafiq epyurlar şək. 8.10.2 b,c-də göstərilmişdir.

Tirin kəsiyinin ağırlıq mərkəzini təyin edək. Kəsiyin «z» oxuna nəzərən simmetrik olduğu üçün onun ağırlıq mərkəzi bu ox üzərində yerləşəcəkdir. Ona görə də ağırlıq mərkəzinin ordinatını təyin edirik. Bunun



Şək. 8.10.3

üçün kəsiyin sahəsinin hər hansı y_1 oxuna nəzərən statik momentini tapıb sahəyə bölürük:

$$z_0 = \frac{S_{y_1}}{A} = \frac{10 \cdot 4 \cdot 14 + 12 \cdot 4 \cdot 6}{10 \cdot 4 + 12 \cdot 4} = \frac{560 + 288}{88} = 9,64 \text{ sm}$$

Kəsiyin «y» neytral oxuna nəzərən ətalət momentini və müqavimət momentlərini təyin edirik.

$$\begin{aligned} J_y &= \frac{10 \cdot 4^3}{12} + 4 \cdot 10 \cdot 4,36^2 + \frac{4 \cdot 12^3}{12} + 4 \cdot 12 \cdot 3,64^2 = \\ &= 53,3 + 760,4 + 576 + 636 \approx 2026 \text{ sm}^4. \end{aligned}$$

En kəsiyinin **aşağı** nöqtələri üçün müqavimət momenti:

$$W_{y(a)} = \min W_y = \frac{J_y}{9,64} = \frac{2026}{9,64} = 210 \text{ sm}^3$$

yuxarı nöqtələri üçün isə

$$W_{y(y)} = \max W_y = \frac{2026}{6,36} = 318,6 \text{ sm}^3.$$

«c» kəsiyində ən böyük müsbət əyici moment üçün:

$$\max \sigma_x^+ = \frac{20 \cdot 10^2}{210} = 9,52 \text{ kN} / \text{sm}^2 = 95,2 \text{ MPa} < 100 \text{ MPa};$$

$$\max \sigma_x^- = \frac{20 \cdot 10^2}{318,6} = 62,8 \text{ MPa} < 160 \text{ MPa}$$

«B» kəsiyi üçün $\max M_y = -10 \text{ kNm}$. Onda:

$$\max \sigma_x^+ = \frac{|\max M_y|}{W_{y(a)}} = \frac{10 \cdot 100}{318,6} = 31,4 \text{ MPa} < 100 \text{ MPa};$$

$$\max \sigma_x^- = \frac{|\max M_y|}{W_{y(y)}} = \frac{10 \cdot 100}{210} = 47,6 \text{ MPa} < 160 \text{ MPa}.$$

Beləliklə tirin möhkəmliyi təmin olunur.

Misal 3. Verilmiş ikitavr en kəsikli tirin (şək.8.10.3a) en kəsiyini seçməli və baş gərginliklərə görə möhkəmliyini yoxlamalı. Buraxılabilən normal gərginlik $[\sigma] = 160 \text{ MPa}$.

Həlli. Tirin kəsici qüvvə və əyici moment epyurları şəkildə göstərilmişdir. Şəkildən görünür ki, ən böyük əyici moment «a» kəsiyində ($M_{y(a)} = 60 \text{ kNm}$), ən böyük kəsici qüvvə isə «bc» məntəqəsində ($Q_z = 20 \text{ kN}$) yaranır.

Əyilmədə möhkəmlik şərtindən müqavimət momentini hesablayaq:

$$W_y = \frac{\max M_y}{[\sigma]} = \frac{60 \cdot 100}{16} = 375 \text{ sm}^3.$$

Sortament cədvəlindən (bax Əlavələrə) 27 №-li ikitavr seçirik: $W_y = 371 \text{ sm}^3$, $J_y = 5010 \text{ sm}^4$. Seçilmiş profil üçün ən böyük normal gərginlik:

$$\max \sigma_x = \frac{60 \cdot 100}{371} = 161,7 \text{ MPa}.$$

Bu qiymət buraxılabilən gərginlikdən cəmi 1,06% çoxdur ki, bu da yolveriləndir. Baş gərginliklərə görə kəsiyin ən təhlükəli nöqtəsi onun divarından rəflərə keçid nöqtələridir (şək.8.10.3,b). Bu nöqtələrdə normal gərginliklər

$$\sigma_x = \frac{\max M_y}{J_y} \left(\frac{H}{2} - t \right) = \frac{60 \cdot 100}{5010} (13,5 - 0,98) = 149,9 \text{ MPa}.$$

Toxunan gərginliklər isə Juravski düsturu ilə tapılır.

$$\tau_{zx} = \frac{Q_z \cdot S_y^{ayr}}{J_y \cdot b(z)}. \text{ Bu düsturda } b(z) = d \text{ qəbul etsək, alarıq}$$

$$\tau_{zx} = \frac{Q_z \cdot S_y^{ayr}}{J_y \cdot d}$$

Burada $Q_z = 10kN$; $S_y^{ayr} = 12,5 \cdot 0,98 \cdot (13,5 - 0,49) = 159,4sm^3$,
 $d = 0,6sm$, $J_y = 5010sm^4$

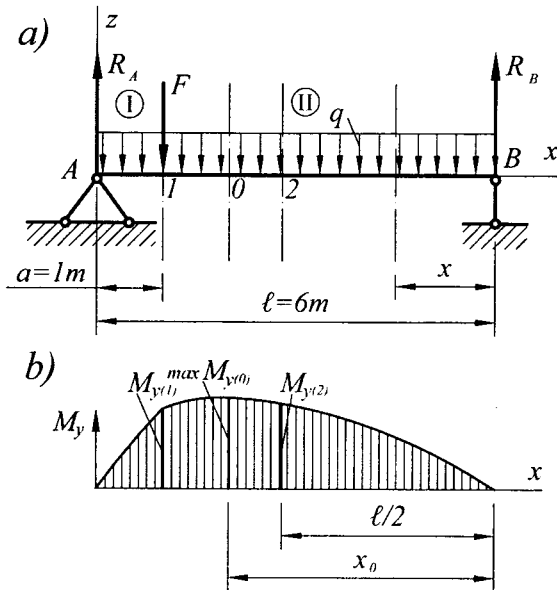
qiymətlərini yerinə yazıb alırıq: $\tau_{zx} = \frac{10 \cdot 159,4}{5010 \cdot 0,6} = 5,3MPa$.

Ən böyük normal gərginliklər nəzəriyyəsinə görə (3,70 m) möhkəmlik şərtində yuxarıdakı qiymətləri, habelə yastı əyilmədə $\sigma_y = 0$ olduğunu nəzərə alıb, yaza bilərik:

$$\frac{1}{2} \left(149,9 + \sqrt{149,9^2 + 4 \cdot 5,3^2} \right) = \frac{1}{2} (149,9 + 144,4) = 147,2MPa < 160MPa$$

Energetik möhkəmlik nəzəriyyəsinə görə (3,84 m) möhkəmlik şərtində $\sigma_y = 0$ qəbul edib tirin möhkəmliyini yoxlayaq:

$$\sqrt{149,9^2 + 3 \cdot 5,3^2} = 150,2 < 160MPa$$



Şək. 8.10.4

moment funksiyasının F ilə ifadəsini müəyyən edək (şək. 8.10.4,a).

Ən böyük əyici moment topa qüvvənin tətbiq olunduğu kəsikdə, aşırının ortasında və bu kəsiklərin arasında yarana bilər.

1. F qüvvəsinin tətbiq olunduğu kəsiyin əyici momenti

$$M_y = \frac{ql}{2} \cdot a - \frac{qa^2}{2} + \frac{Fa(\ell - a)}{\ell} = \frac{20 \cdot 6 \cdot 1}{2} - \frac{20 \cdot 1^2}{2} + F \cdot \frac{1 \cdot (6-1)}{6} = 50 + \frac{5}{6}F;$$

Misal 4. İki oynaqlı daşıyaqlar üzərində oturmaş uzunluğu $\ell = 6m$ olan iki-tavr en kəsikli (№40) tirə bütün uzunluğu boyunca intensivliyi $q = 20kN/m$ olan müntəzəm yayılmış yük təsir edir. Bu tirin sol dayağından $a = \frac{\ell}{6} = 1,0m$

məsafədə tirə hansı əlavə F topa qüvvəsini tətbiq etmək mümkün olar? Buraxıla bilən gərginliyi $[\sigma] = 160MPa$ qəbul etməli.

Həlli. F əlavə qüvvəsinin qiymətini təyin etmək üçün tirin ən böyük əyici mo-

2. Tirin aşırımının orta kəsiyində

$$M_y = \frac{q\ell^2}{8} + \frac{F(\ell - a)}{\ell} \cdot \frac{\ell}{2} - F\left(\frac{\ell}{2} - a\right) = \frac{20 \cdot 36}{8} + \frac{F}{2} = 90 + \frac{F}{2};$$

3. Birinci iki (1 və 2) kəsiklərin arası II məntəqəyə aid olduğundan həmin məntəqədə əyici momentin kəsiyin absisi x -dən asılı olan funksiya-sını (tənlisini) yazaq.

$$M_y = \frac{q\ell}{2}x - \frac{qx^2}{2} + \frac{Fa}{\ell}x.$$

Əyici moment ifadəsindən birinci tərtibdən törəmə alaraq sıfıra bərabər edib, ekstremal əyici momentin yarandığı kəsiyin x_0 absisini tapmaq üçün tənlik alırıq:

$$\frac{q\ell}{2} - qx_0 + \frac{Fa}{\ell} = 0$$

Buradan

$$x_0 = \frac{\ell}{2} + \frac{Fa}{q\ell}$$

alırıq. Sonuncu ifadəni M_y tənlisində yerinə yazıb əyici momentin ən böyük qiymətini təyin edirik:

$$\begin{aligned} \max M_y &= \frac{q\ell}{2}x_0 - \frac{qx_0^2}{2} + \frac{Fa}{\ell}x_0 = \frac{q}{2}(\ell - x_0)x_0 + \frac{F \cdot a}{\ell}x_0 = \frac{q}{2}\left(\frac{\ell}{2} + \frac{Fa}{q\ell}\right)\left(\frac{\ell}{2} - \frac{Fa}{q\ell}\right) + \\ &+ \frac{Fa}{\ell}\left(\frac{\ell}{2} + \frac{Fa}{q\ell}\right) = 10 \cdot \left(3 + \frac{F}{120}\right)\left(3 - \frac{F}{120}\right) + \frac{F}{6}\left(3 + \frac{F}{120}\right) = 10\left(3 + \frac{F}{120}\right) \\ &\left(3 - \frac{F}{120} + \frac{F}{60}\right) = 10 \cdot \left(3 + \frac{F}{120}\right)^2. \end{aligned}$$

Tirin əyici moment epyuru şəkl.8.10.4,b-də göstərilmişdir.

Verilmiş tir üçün sortament cədvəlindən $W_y = 953 \text{ sm}^3$ qəbul edib ən böyük buraxılabilən əyici momenti hesablayaq:

$$[M_y] = W_y \cdot [\sigma] = 953 \cdot 160 = 152,5 \text{ kNm}$$

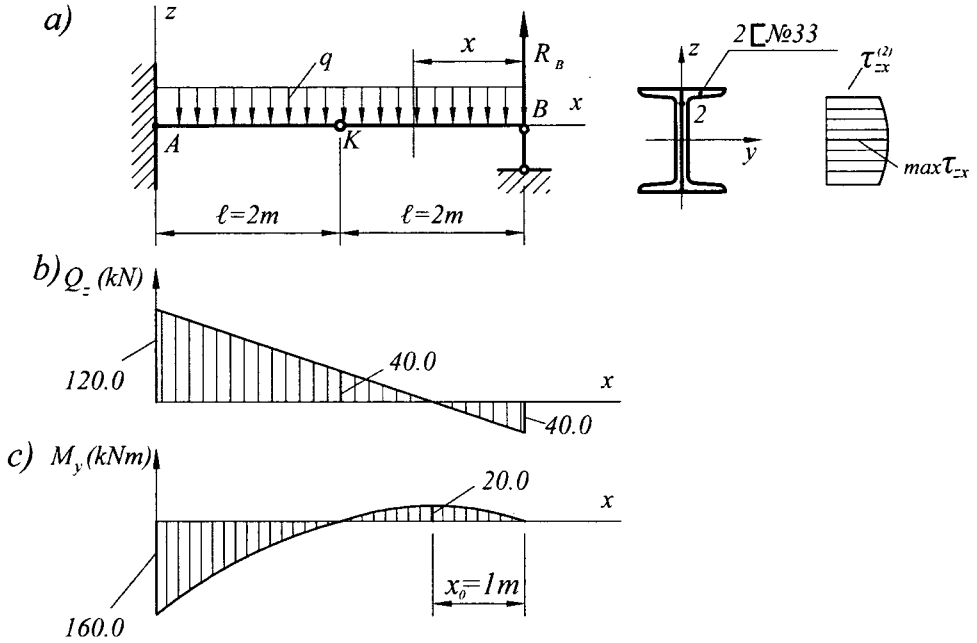
Yuxarıda hər üç (1,2,0) kəsiyin əyici momentinin F ilə ifadəsini əyici momentin buraxılabilən qiymətinə bərabər edib, hər bir halda F -in buraxılabilən qiymətini təyin edirik:

$$1. 50 + \frac{5}{6}[F_{(1)}] = 152,5, \quad \text{buradan} \quad [F_{(1)}] = 123 \text{ kN}$$

$$2. 90 + \frac{1}{2}[F_{(2)}] = 152,5, \quad \text{buradan} \quad [F_{(2)}] = 125 \text{ kN}$$

$$3. 10 \cdot \left(3 + \frac{F_{(3)}}{120}\right)^2 = 152,5, \quad \text{buradan} \quad [F_{(3)}] = 108,6 \text{ kN}$$

Buradan görünür ki, F qüvvəsinin son buraxılabilən qiyməti bu üç qiymətdən ən kiçiyinə bərabər olur, yəni $[F] = [F_{(3)}] = 108,6 \text{ kN}$.



Şək. 8.10.5

Misal 5. Verilmiş «K» kəsiyində asma oynağı olan tirin (şək.8.10.5,a) iki şvellərdən ibarət en kəsiyinin ölçülərini seçməli və ən böyük toxunan gərginliyini təyin etməli. $[\sigma] = 160 \text{ MPa}$, $q = 40 \text{ kN/m}$, $l = 2 \text{ m}$.

Həlli. Əvvəlcə tirin ən böyük əyici momenti və kəsici qüvvəsini təyin etmək lazımdır. Bunun üçün «K» oynaqdan sağ tərəfdəki qüvvələri nəzərə almaqla bu oynaqda momentin sifıra bərabər olması şərtini yazaq.

$$\sum m_k = 0; R_B \ell - q \frac{\ell^2}{2} = 0.$$

$$\text{Buradan } R_B = \frac{q\ell}{2} = \frac{40 \cdot 2}{2} = 40 \text{ kN}.$$

Tirin kəsici qüvvə və əyici moment tənliyini tərtib edək:

$$0 \leq x \leq 2\ell \quad Q_z = -R_B + qx = -\frac{q\ell}{2} + qx = -\frac{q}{2}(\ell - x) ;$$

$$M_y = R_B \cdot x - \frac{qx^2}{2} = \frac{qx}{2}(\ell - x)$$

$$x = 0 \text{ olduqda } Q_z = -R_B = -\frac{q\ell}{2} = -40 \text{ kN}; \quad M_y = 0$$

$$x = \ell \text{ olduqda } Q_z = \frac{q\ell}{2} = 40 \text{ kN}; \quad M_y = 0$$

$$x = 2\ell \text{ olduqda } Q_z = \frac{3}{2}q\ell = 120 \text{ kN}; \quad M_y = -q\ell^2 = -160 \text{ kN m.}$$

Kəsici qüvvə qiymətlərindən görünür ki, KB asma tirin orta kəsiyində kəsici qüvvə sifıra bərabərdir. Ona görə də bu kəsikdə əyici moment ekstremum qiymətini alır. $x = x_0 = 0,5\ell$ qiymətində əyici moment tənliyindən alırıq

$$M_y(x_0) = \frac{q}{2} \frac{\ell}{2} \left(\ell - \frac{\ell}{2} \right) = \frac{q\ell^2}{8}$$

Alınmış qiymətlərə əsasən tirin kəsici qüvvə və əyici moment epyurlarını qururuq (şək.8.10.5,b,c). Epyurlardan görünür ki, tirin ən təhlükəli kəsiyi A kəsiyidir, çünki ən böyük kəsici qüvvə və ən böyük əyici moment bu kəsikdə yaranır:

$$\max Q_z = 1,5q\ell = 1,5 \cdot 40 \cdot 2 = 120 \text{ kN}.$$

$$|\max M_y| = q\ell^2 = 40 \cdot 4 = 160 \text{ kNm}.$$

Tirin en kəsiyi ölçülərini (8.29) normal gərginliklərə görə möhkəmlik şərtindən təyin edək:

$$\frac{|\max M_y|}{W_y} \leq [\sigma]$$

Buradan en kəsiyinin müqavimət momenti

$$W_y = \frac{|\max M_y|}{[\sigma]} = \frac{160 \cdot 100}{16} = 1000 \text{ sm}^3.$$

Sortament cədvəlindən (şvellerlər üçün) bir şvelleri $W_y^c = 500 \text{ sm}^3$ qiymətinə görə cədvəldən [№33] profilini seçirik. $W_y^c = 484 \text{ sm}^3$. Bu qiymətə əsasən ən böyük normal gərginliyi təyin edək və tirin möhkəmliyini yoxlayaq:

$$\max \sigma_x = \frac{|\max M_y|}{W_y^c} = \frac{160 \cdot 100}{484 \cdot 2} = 16,52 \text{ kN / sm}^2 \approx 165,2 \text{ MPa}.$$

Bu qiymət buraxılabilən normal gərginlikdən $\Delta = \frac{5,2 \cdot 100}{160} = 3,25\%$ çoxdur ki, bu da yolveriləndir.

Ən böyük toxunan gərginlikləri (8.15) düsturuna əsasən təyin edirik:

$$\max \tau_{zx} = \frac{\max Q_z \cdot S_y^{ayr}}{J_y b_{(z)}}$$

Sortament cədvəlindən 1 şveller üçün $J_y = 7980 \text{ sm}^4$; $S_y^{ayr} = 281 \text{ sm}^3$; $d=0,7 \text{ sm}$. Onda

$$\max \tau_{zx} = \frac{120 \cdot 281 \cdot 2}{7980 \cdot 2 \cdot 0,7 \cdot 2} = 3,02 \text{ kN/sm}^2 = 30,2 \text{ MPa}$$

Tirin A kəsiyində həm kəsici qüvvə, həm də əyici moment ən böyük qiymətlər aldığına görə bu kəsikdə tirin baş gərginliklərə görə də möhkəmliyini yoxlayaq.

Baş gərginliklərə görə ən təhlükəli nöqtələr şvellərin divarından rəflərə keçid (2) nöqtələridir. Bu nöqtələrdə normal və toxunan gərginlikləri hesablayaq. (8.4) düsturundan istifadə edib alırıq:

$$\sigma_{x(2)} = \frac{\max M_y}{J_y} \cdot z_{(2)} = \frac{160 \cdot 100 \cdot (16,5 - 1,17)}{7980 \cdot 2} \approx 15,37 \text{ kN/sm}^2 = 153,7 \text{ MPa}.$$

$$\max \tau_{zx(2)} = \frac{\max Q_z \cdot S_{y(2)}^{ayr}}{J_y b_{(2)}} = \frac{120 \cdot 10,5 \cdot 1,17 \cdot (16,5 - 0,585) \cdot 2}{7980 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 0,7} = 2,02 \text{ kN/sm}^2 = 20,2 \text{ MPa}.$$

III möhkəmlik nəzəriyyəsinə görə möhkəmlik şərti (3.79)-dan $\sigma_y = 0$ qəbul edib, alırıq:

$$\sqrt{\sigma_{x(2)}^2 + 4\tau_{zx(2)}^2} \leq [\sigma]$$

Gərginliklərin alınmış qiymətlərini burada yerinə yazaq:

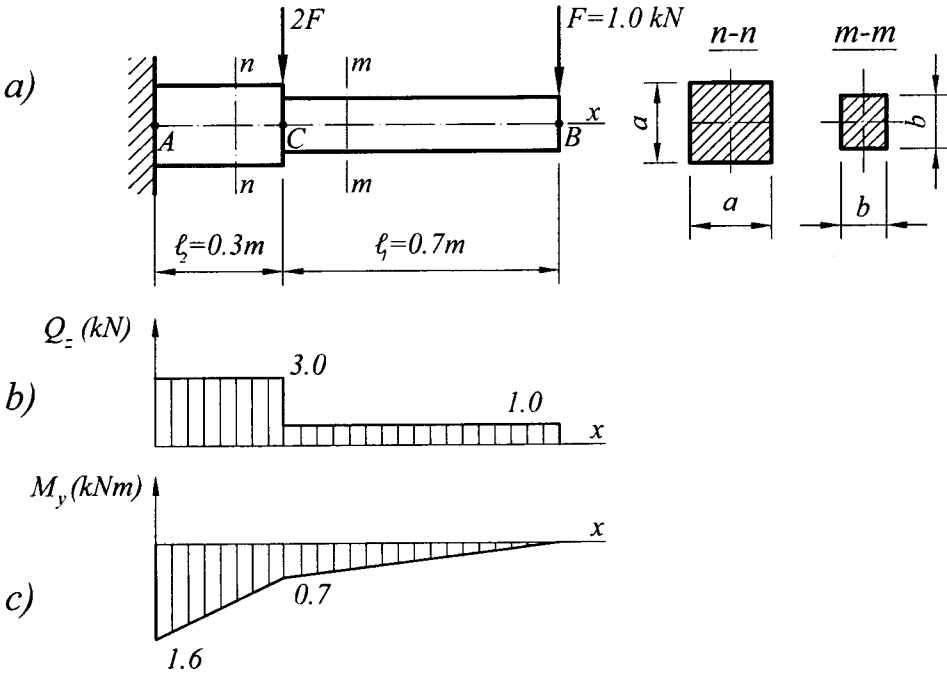
$$\sqrt{15,37^2 + 4 \cdot 2,02^2} = 15,89 \text{ kN/sm}^2 < 16 \text{ kN/sm}^2 = 160 \text{ MPa}.$$

Buradan görünür ki, baş gərginliklərə görə də tirin möhkəmlik şərti ödənilir.

Misal 6. Konsol pilləvari kvadrat en kəsikli polad tirin sərbəst ucunda F , C kəsiyində isə $2F$ qüvvəsi təsir edir (şək.8.10.6,a). $F=1 \text{ kN}$, $\ell_1 = 0,7 \text{ m}$, $\ell_2 = 0,3 \text{ m}$, $a = 4 \text{ sm}$, $b = 3 \text{ sm}$, $[\sigma] = 160 \text{ MPa}$ qəbul etməklə tirin normal gərginliklərə görə möhkəmliyini yoxlamalı.

Həlli. Tirin əyici moment və kəsici qüvvə epyurları şək.8.10.6,b,c-də göstərilmişdir. Şəkildən görünür ki, tirin qorxulu kəsikləri A və C kəsikləri ola bilər, çünki A kəsiyində ən böyük əyici moment təsir edir, C kəsiyində isə ondan iki dəfəyə qədər az əyici moment təsir etsə də, sonuncu kəsiyin aid olduğu pillədə tirin en kəsiyinin ölçüləri A kəsiyindəkinə nisbətən azdır. Əvvəlcə hər iki pillədə en kəsiyinin müqavimət momentini hesablayaq:

$$W_{y(A)} = \frac{a \cdot a^2}{6} = \frac{a^3}{6} = \frac{64}{6} \text{ sm}^3; \quad W_{y(C)} = \frac{b^3}{6} = \frac{27}{6} \text{ sm}^3.$$



Şək. 8.10.6

A kəsiyində əyici moment

$$M_{y(A)} = -F(\ell_1 + \ell_2) - 2F \cdot \ell_2 = -1,6F = -1,6 \text{ kNm},$$

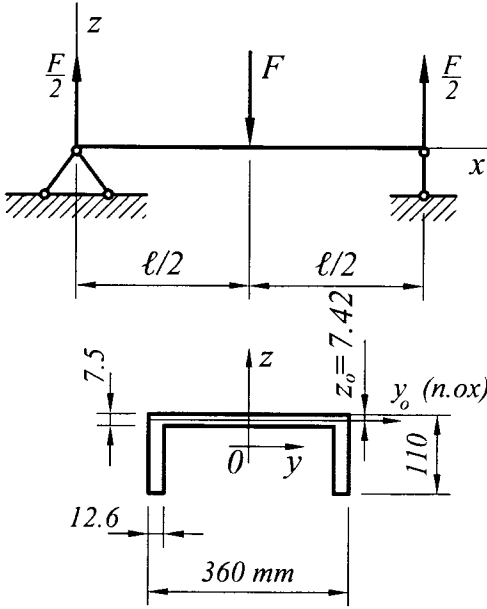
C kəsiyində isə $M_{y(C)} = -F \cdot \ell_1 = -0,7 \text{ kNm}$.

Onda

$$\max \sigma_{x(A)} = \frac{|\max M_{y(A)}|}{W_{y(A)}} = \frac{1,6 \cdot 100}{\frac{4^3}{6}} = 150 \text{ MPa} < [\sigma] = 160 \text{ MPa}$$

$$\max \sigma_{x(C)} = \frac{|\max M_{y(C)}|}{W_{y(C)}} = \frac{0,7 \cdot 100}{\frac{3^3}{6}} = 155,5 \text{ MPa} < [\sigma] = 160 \text{ MPa}$$

Beləliklə, hesablamalar göstərdi ki, «C» kəsiyində ən böyük gərginliklər yaranır, A və C kəsiklərində normal gərginliklərə görə möhkəmlik şərti ödənilir.



Şək. 8.10.7

Misal 7. İki oynaqlı dayaq üzərində oturmş en kəsiyi şveller (№36) olan tirə simmetriya müstəvisində aşırımın ortasında F qüvvəsi təsir edir (şək. 8.10.7). Tirin aşırımını $\ell = 4m$, onun materialının axıcılıq həddini $\sigma_a = 240MPa$ qəbul edib F qüvvəsinin həddi qiymətini (F_d) tapmalı. Əgər normal gərginliyin qiyməti kəsiyin yalnız kənar nöqtələrində axıcılıq həddinə çatarsa F qüvvəsinin qiyməti F_{max} nəyə bərabər olar? Həddi qüvvə F_{max} qüvvəsindən neçə dəfə çoxdur?

Həlli. Tirin həddi halı ən böyük əyici moment yaranan en kəsiyində o vaxt baş verir ki, normal

gərginliyin qiyməti kəsiyin bütün nöqtələrində, yəni həm dartılan, həm də sıxılan zonalarda materialın axıcılıq həddinə bərabər olsun. Bu halda $\sigma_a \cdot A^+ = \sigma_a \cdot A^-$ yaxud $A^+ = A^-$ və y oxuna paralel olan neytral ox y_0 şvellerin sahəsini iki bərabər hissəyə bölür. Sortiment cədvəlindən şveller üçün $H=36$ sm və $d=0,75$ sm olduğundan onun divarının sahəsi $A_d = 36 \cdot 0,75 = 27sm^2$. Bu qiymət şvellerin bütün sahəsinin ($A = 53,4sm^2$)

yarısından yəni $\frac{A}{2} = \frac{53,4}{2} = 26,7sm^2$ çox olduğuna görə, neytral ox şvel-

lerin divarının sahəsindən divarına paralel olaraq keçməlidir. Neytral oxun divarın yuxarı səthindən məsafəsinə z_0 ilə işarə etsək onda yazıla bilər:

$$36 \cdot z_0 = 26,7, \text{ buradan } z_0 = \frac{26,7}{36} = 0,742sm$$

Tirin ən böyük əyici momenti onun aşırımının orta kəsiyində yaranır və $\frac{F\ell}{4}$ ifadəsinə bərabər olur.

Ona görə də həddi qüvvəyə (F_d) uyğun həddi əyici moment ifadəsini (8.39) düsturuna əsasən aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$M_{y(d)} = \frac{F_d \ell}{4} = \sigma_a (S_y^+ + |S_y^-|) \quad (a)$$

Burada S_y^+ – en kəsiyinin dartılan, S_y^- – sıxılan zonasının sahəsinin neytral oxa nəzərən statik momentinin mütləq qiymətidir. Şək.8.10.7-dən yaza bilərik:

$$S_{y_0}^+ + |S_{y_0}^-| = 36 \cdot \frac{0,742^2}{2} + \left[36 \cdot \frac{0,008^2}{2} + 2 \cdot (11 - 0,75) \cdot 1,26 \cdot \left(\frac{11 - 0,75}{2} + 0,008 \right) \right] = 145,1 \text{ sm}^3$$

Bu qiyməti (a)-da yerinə yazıb alırıq:

$$\frac{F_d \ell}{4} = \sigma_a \cdot 145,1, \text{ buradan } F_d = 24,0 \cdot 145,1 \cdot 10^{-2} = 34,82 \text{ kN}.$$

Normal gərginlik tirin en kəsiyinin yalnız kənar nöqtələrində axıcılıq həddinə bərabər olsa, onda yaza bilərik:

$$\frac{F_{\max} \ell}{4} = \sigma_a \cdot W_y \quad (b)$$

$$\text{Buradan } F_{\max} = \frac{4 \cdot \sigma_a \cdot W_y}{\ell} = \frac{4 \cdot 24,0 \cdot 61,7}{4 \cdot 100} = 14,81 \text{ kN}$$

(a) və (b) ifadələrini tərəf-tərəfə bölsək alırıq:

$$\frac{F_d}{F_{\max}} = \frac{S_y^+ + |S_y^-|}{W_y} = \frac{145,1}{61,7} \approx 2,35$$

Buradan görünür ki, həddi hala görə hesablamalar apardıqda tirin yüklənmə qabiliyyəti yəni dağıdıcı yükü F_d F_{\max} qüvvəsinə nisbətən 2,35 dəfə çoxdur.

Misal 8. En kəsiyi bərabərtərəfli üçbucaq şəklində olan verilmiş tirin (şək.8.10.8,a) en kəsiyinin ölçülərini təyin etməli. Tir kövrək materialdan hazırlanmışdır.

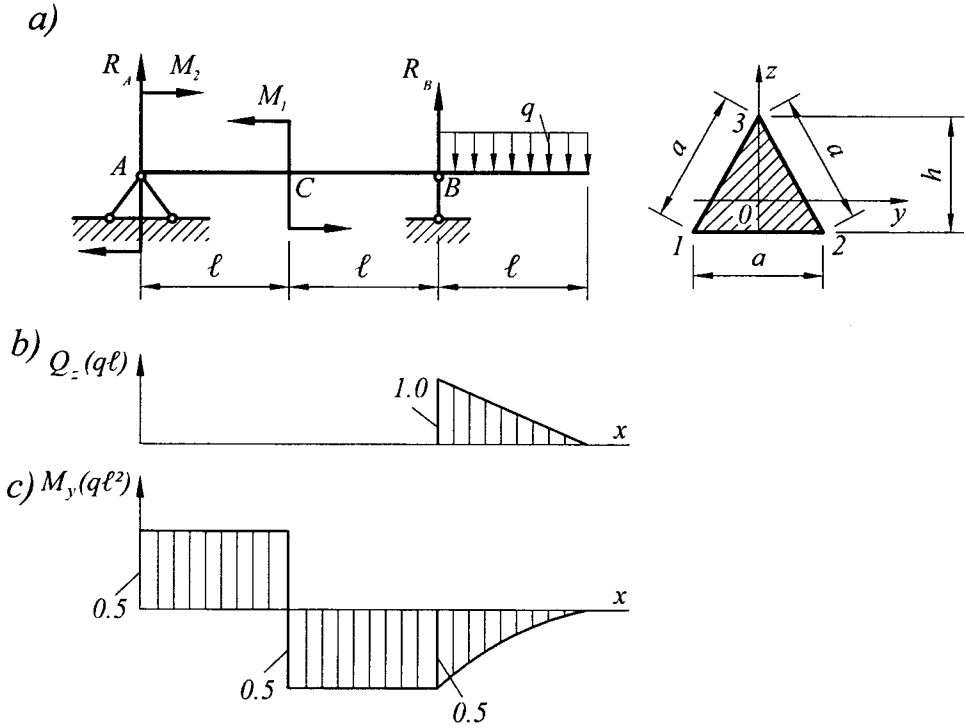
$$[\sigma^+] = 40 \text{ MPa}, [\sigma^-] = 120 \text{ MPa}, q = 10 \text{ kN/m}, \ell = 1 \text{ m}.$$

Həlli. Tirin dayaq reaksiyalarını təyin edək. Müvazinət tənliyi

$$\sum m_B = 0 \quad \text{və ya} \quad q\ell \frac{\ell}{2} - M_1 + M_2 + R_A \cdot 2\ell = 0;$$

$$0,5q\ell^2 - q\ell^2 + 0,5q\ell^2 + R_A \cdot 2\ell = 0, \text{ buradan } R_A = 0.$$

Ona görə də $R_B = q\ell$ olur. Kəsici qüvvə və əyici moment epyurları şək.8.10.8,b,c-də verilmişdir.



Şək. 8.10.8

Əyici moiment epyurundan görünür ki, tirin qorxulu kəsikləri A , B və C kəsikləridir.

$$M_{y(A)} = 0,5q\ell^2; \quad M_{y(C)}^{sol} = 0,5q\ell^2;$$

$$M_{y(B)}^{sağ} = M_{y(C)} = -0,5q\ell^2.$$

A kəsiyində və C kəsiyində soldan tirin y neytral oxundan aşağı hissəsi dartılır, yuxarı hissəsi sıxılır, B və C kəsiklərində sağdan isə – əksinə: yuxarı hissə dartılır, aşağı hissə sıxılır. İndi isə en kəsiyinin müqavimət

momentlərini hesablayaq. Tirin en kəsiyinin hündürlüyü $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

$$\min W_y = \frac{J_y}{z_{\max}} = \frac{\frac{ah^3}{36}}{\frac{2}{3}h} = \frac{ah^2}{24} = \frac{a \cdot \frac{3}{4}a^2}{24} = \frac{a^2}{32}.$$

$$\max W_y = \frac{J_y}{z_{\min}} = \frac{ah^3}{\frac{1}{3}h} = \frac{a^3}{16}$$

A kəsiyi üçün möhkəmlik şərtini yazaq:

– dartılan aşağı «1-2» lifləri üçün

$$\max \sigma_x \leq [\sigma^+] \quad \text{və ya} \quad \frac{M_{y(A)}}{\max W_y} = \frac{0,5ql^2}{\frac{a^3}{16}} \leq [\sigma^+]. \quad \text{Buradan}$$

$$a \geq \sqrt[3]{\frac{8ql^2}{[\sigma^+]}} \quad \text{və ya} \quad a = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \cdot 10^4}{4,0}} \approx 12,6 \text{ sm}$$

– sıxılan yuxarı «3» lifləri üçün

$$|\max \sigma_x| \leq [\sigma^-] \quad \text{və ya} \quad \frac{M_{y(A)}}{\min W_y} = \frac{0,5ql^2}{\frac{a^3}{32}} \leq [\sigma^-]. \quad \text{Buradan}$$

$$a \geq \sqrt[3]{\frac{16ql^2}{[\sigma^-]}} \quad \text{və ya} \quad a = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \cdot 10^4}{12,0}} \approx 11 \text{ sm}$$

B və C kəsikləri üçün möhkəmlik şərtini yazaq:

– dartılan yuxarı «3» lifləri üçün

$$\max \sigma_x \leq [\sigma^+] \quad \text{və ya} \quad \frac{|M_{y(B)}|}{\min W_y} = \frac{0,5ql^2}{\frac{a^3}{32}} \leq [\sigma^+]. \quad \text{Buradan}$$

$$a \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \cdot 10^4}{4,0}} \quad \text{və ya} \quad a \approx 16 \text{ sm}$$

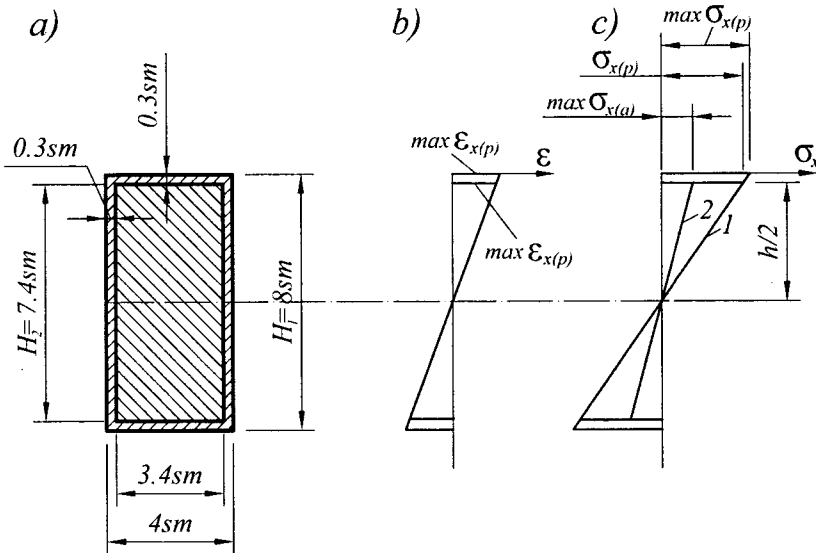
– sıxılan aşağı «1-2» lifləri üçün

$$\max \sigma_x \leq [\sigma^-] \quad \text{və ya} \quad \frac{|M_{y(B)}|}{\max W_y} = \frac{0,5ql^2}{\frac{a^3}{16}} \leq [\sigma^-]. \quad \text{Buradan}$$

$$a \geq \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \cdot 10^4}{12,0}} \quad \text{və ya} \quad a \approx 8,75 \text{ sm}.$$

Qorxulu kəsiklərin hamısında həm dartılan, həm də sıxılan zonalarda tirin möhkəmliyinin təmin olunması üçün yekun qiymət kimi ən kəsiyində üçbucağın tərəfi a -nın ən böyük qiymətini $a = 16 \text{ sm}$ qəbul edirik.

Misal 9. Divarının qalınlığı $0,3 \text{ sm}$ olan qapalı polad qutu şəkilli tir içərisinə kip geydirilmiş en kəsiyi düzbucaqlı ağac brus ilə gücləndirilmişdir. Tirin en kəsiyi şək.8.10.9,a-da göstərilmişdir. Polad qutuda ən böyük normal gərginlikləri təyin etməli. Kəsiyə təsir edən əyici moment $M_y = 2 \text{ kNm}$, elastiklik modulu ağac üçün $E_a = 1 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, polad üçün isə $E_p = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ qəbul etməli.



Şək. 8.10.9

Həlli. Gücləndirilmədən əvvəl ən böyük normal gərginlikləri təyin etmək üçün (8.8) düsturundan istifadə edirik:

$$\max \sigma_x = \frac{M_y}{W_y}$$

Polad qutunun en kəsiyinin müqavimət momentini hesablayaq:

$$W_{y(p)} = \frac{J_{y(p)}}{\frac{H_1}{2}} = \frac{\frac{4 \cdot 8^3}{12} - \frac{3,4 \cdot 7,4^3}{12}}{\frac{8}{2}} = \frac{2048 - 1377,8}{48} \approx 13,96 \text{ sm}^3$$

M_y əyici momentinin verilmiş qiymətini və müqavimət momentini yuxarıdakı düsturda yerinə yazıb alırıq:

$$\max \sigma_x = \frac{M_y}{W_{y(p)}} = \frac{2 \cdot 100}{13,96} = 14,33 \frac{kN}{sm^2} = 143,3 MPa$$

Polad qutu şəkilli tir ağac brusla gücləndirildikdən sonra birlikdə əyilməyə məruz qalırlar. Belə quraşığı materialı birincisli tirin en kəsiyinin əyici momenti ilə normal gərginlikləri arasında asılılığı müəyyən edək. Bunun üçün tirin en kəsiyinin poladdan olan hissəsinin normal gərginliyini $\sigma_{x(p)}$, ağac hissəsinin normal gərginliyini $\sigma_{x(a)}$ ilə, onların elastiklik modullarını isə uyğun olaraq E_p və E_a ilə işarə edək. Tirin en kəsiyinin sahəsi $A=A_p+A_a$ olur. Burada A_p və A_a polad qutu və ağac brusun en kəsiyinin sahələridir.

(1.15), (8.2) və (8.3) düsturlarından istifadə edib yazsaq bilirik:

$$\begin{aligned} M_y &= \int_{A_p} \sigma_{x(p)} \cdot z_p dA_p + \int_{A_a} \sigma_{x(a)} \cdot z_a dA_a = \frac{d\theta}{dx} \left(E_p \int_{A_p} z_p^2 dA_p + E_a \int_{A_a} z_a^2 dA_a \right) = \\ &= \frac{d\theta}{dx} (E_p \cdot J_{y(p)} + E_a \cdot J_{y(a)}) \end{aligned}$$

Burada $J_{y(p)} = \int_{A_p} z_p^2 dA_p$ və $J_{y(a)} = \int_{A_a} z_a^2 dA_a$ – uyğun olaraq polad qutunun və ağac tirin en kəsiyi sahələrinin ətalət momenti, z_p və z_a – həmin sahələrdə götürülmüş hər hansı nöqtədən neytral oxadək olan məsafələrdir. Bu ifadənin sağ tərəfini bütün en kəsiyinin neytral «y» oxuna nəzərən ətalət momenti J_y -ə vurub və bölsək alırıq:

$$M_y = \frac{d\theta}{dx} J_y E_g \quad (a)$$

$$\text{Burada } E_g = E_p \frac{J_{y(p)}}{J_y} + E_a \frac{J_{y(a)}}{J_y} \quad (b)$$

tirin en kəsiyinin gətirilmiş (şərti) elastiklik moduludur.

(a)-dan $\frac{d\theta}{dx} = \frac{M_y}{E_g J_y}$ ifadəsini tapıb (8.2)-də yerinə yazsaq alırıq:

$$\sigma_{x(p)} = \frac{E_p M_y}{E_g J_y} z_p, \quad \sigma_{x(a)} = \frac{E_a M_y}{E_g J_y} z_a \quad (c)$$

Polad qutunun ən böyük normal gərginliyi $z_p = \max z_p = 4 \text{ sm}$, ağac brusda isə $z_a = \max z_a = 3,7 \text{ sm}$ olan kənar nöqtəsində təsir edir, yəni

$$\max \sigma_{x(p)} = \frac{E_p}{E_g} \cdot \frac{M_y}{J_y} \cdot \max z_p, \quad \max \sigma_{x(a)} = \frac{E_a}{E_g} \cdot \frac{M_y}{J_y} \cdot \max z_a \quad (\zeta)$$

Bu düsturlara daxil olan digər kəmiyyətləri də hesablayaq:

$$J_y = \frac{4 \cdot 8^3}{12} = 170,7 \text{ sm}^4;$$

$$J_{y(p)} = \frac{4 \cdot 8^3}{12} - \frac{3,4 \cdot 7,4^3}{12} = 55,9 \text{ sm}^4;$$

$$J_{y(a)} = \frac{3,4 \cdot 7,4^3}{12} = 114,8 \text{ sm}^4$$

(b)-dən E_g -ni təyin edək:

$$E_g = 2 \cdot 10^4 \frac{55,9}{170,7} + 1 \cdot 10^3 \cdot \frac{114,8}{170,7} = 7,22 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{sm}^2};$$

Alınmış kəmiyyətlərin ədədi qiymətlərini (c)-də yerinə yazıb alırıq:

$$\max \sigma_{x(p)} = \frac{2 \cdot 10^4}{7,22 \cdot 10^3} \cdot \frac{2 \cdot 10^2}{170,7} \cdot 4 \approx 13,00 \frac{\text{kN}}{\text{sm}^2} = 130 \text{ MPa}$$

$$\max \sigma_{x(a)} = \frac{2 \cdot 10^3}{7,22 \cdot 10^3} \cdot \frac{2 \cdot 10^2}{170,7} \cdot 3,7 \approx 6,00 \frac{\text{kN}}{\text{sm}^2} = 60 \text{ MPa}$$

Məsələnin həllinin düzgünlüyünü yoxlamaq üçün quraşlıq tirin ən kəsiyinin yastı kəsiklər fərziyyəsinə əsasən deformasiyadan sonra da müstəvi şəklində qalmasını göstərək. Bunun üçün polad qutu ilə ağac brusun $z_p = z_a = 3,7 \text{ sm}$ olan toxunma nöqtələrində normal gərginliklərin qiyməti müxtəlif, boyuna deformasiyaların qiyməti isə eyni olmalıdır (şək. 8.10.9, b,c):

(c) düsturlarından birincisində $z_p = 3,7 \text{ sm}$ qəbul edib alırıq:

$$\sigma_{x(p)} = \frac{2 \cdot 10^4}{7,22 \cdot 10^3} \cdot \frac{2 \cdot 10^2}{170,7} \cdot 3,7 \approx 120 \text{ MPa}$$

Həmin nöqtədə ağac tirdə normal gərginlik (ζ) ifadələrinin ikincisindən tapılmışdır

$$\sigma_{x(a)} \Big|_{z_a=3,7 \text{ sm}} = \max \sigma_{x(a)} = 60 \text{ MPa}$$

Hük qanununa əsasən normal gərginliklərə uyğun boyuna nisbi deformasiyaları hesablayıb eyni qiymətlər alırıq:

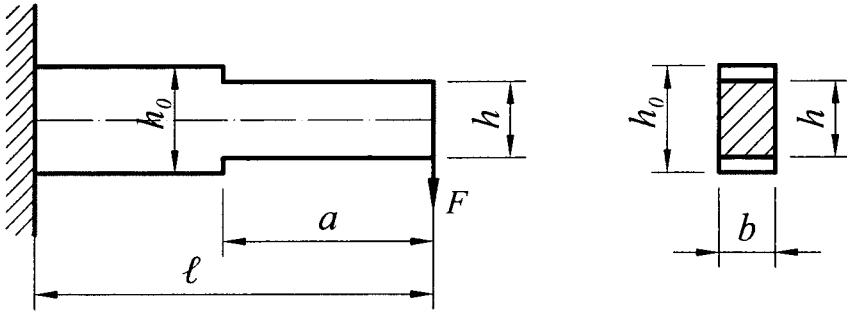
$$\varepsilon_{x(a)} = \frac{\sigma_{x(a)}}{E_a} = \frac{60}{1 \cdot 10^4} = 6 \cdot 10^{-3}, \quad \varepsilon_{x(p)} = \frac{\sigma_{x(p)}}{E_p} = \frac{120}{2 \cdot 10^4} = 6 \cdot 10^{-3}$$

yəni

$$\varepsilon_{x(a)} \Big|_{z_a=3,7sm} = \varepsilon_{x(p)} \Big|_{z_p=3,7sm} \quad \text{olur.}$$

Buradan görünür ki, məsələnin həlli düzgündür.

Misal 10. Düzbucaqlı en kəsikli eni b sabit olan konsol tir hündürlüyü müxtəlif (h_0 və h) olan iki məntəqədən ibarətdir (şək.8.10.10). Tirin çəkisinin minimal qiymətinə uyğun olan və möhkəmlik şərtini ödəyən $h:h_0$ və $a:\ell$ nisbətlerini təyin etməli. Məsələni iki yüklənmə halı üçün həll etməli: 1. konsolun sərbəst ucunda F qüvvəsinin tətbiqi və 2. konsolun bütün uzunluğu boyunca müntəzəm yayılmış yükün təsiri.



Şək. 8.10.10

Həlli. F qüvvəsinin tətbiq olunduğu hal üçün ən böyük normal gərginliyin tirin hər iki məntəqəsində eyni olması şərti aşağıdakı kimi yazılır:

$$\max \sigma_x = \frac{F \cdot \ell}{bh_0^2} = \frac{Fa}{b \cdot h^2}$$

Bu bərabərlikdən alırıq: $\frac{a}{\ell} = \frac{h^2}{h_0^2}$ (a)

Tirin çəkisini təyin edək: $G = [h_0(\ell - a) + ha]b\gamma$. Burada (a) ifadəsini yerinə yazıb alırıq:

$$G = \left[h_0 - (h_0 - h) \frac{h^2}{h_0^2} \right] \ell b \gamma \quad (\text{b})$$

Burada γ – tirin materialının həcmi çəkisidir.

Tirin çəkisinin minimum olması şərtindən alırıq

$$\frac{dG}{dh} = \frac{3h^2}{h_0^2} - \frac{2h}{h_0} = 0. \text{Buradan} \quad \frac{h}{h_0} = \frac{2}{3} \quad (\text{c})$$

$$\text{(c)-ni (a)-da yerinə yazıb alırıq:} \quad \frac{a}{\ell} = \frac{4}{9} \quad (\text{ç})$$

Tirə yayılmış yükün tətbiq olunduğu halda onun möhkəmliyinin eyni olması şərti aşağıdakı kimi yazılır:

$$\max \sigma_x = \frac{\frac{q\ell^2}{6}}{bh_0^2} = \frac{\frac{qa^2}{6}}{bh^2}. \text{Buradan} \quad \frac{a}{\ell} = \frac{h}{h_0} \quad (\text{e})$$

Bu bərabərliyi nəzərə alaraq tirin çəkisi üçün düsturu aşağıdakı şəklə salırıq:

$$G = \left(h_0 - h + \frac{h^2}{h_0} \right) \ell b \gamma$$

$$\text{Buradan} \quad \frac{dG}{dh} = -1 + 2 \frac{h}{h_0} = 0 \quad \text{və ya} \quad \frac{h}{h_0} = \frac{1}{2}$$

Bu ifadəni nəzərə alaraq (e) aşağıdakı şəklə düşür:

$$\frac{a}{\ell} = \frac{h}{h_0} = \frac{1}{2}$$

ƏSAS DÜSTUR VƏ ASILILIQLAR

$$1. \sigma_x = \frac{M_y}{J_y} \cdot z - \text{əyilmədə tirin hər hansı en kəsiyinin ixtiyari nöqtəsində}$$

normal gərginliyi. Burada:

M_y – əyici moment,

J_y – tirin en kəsiyinin netral oxla nəzərən ətalet momenti,

z – normal gərginliyi təyin olunan nöqtənin neytral oxla qədər olan məsafəsidir.

$$2. \max \sigma_x^+ = \frac{M_y}{W_y^+}; \quad \max \sigma_x^- = -\frac{M_y}{W_y^-} - \text{en kəsiyi neytral oxla nəzərən qeyri-}$$

simmetrik tirin hər hansı kəsiyinin uyğun olaraq **ən böyük dartıcı** və **ən böyük sıxıcı** gərginliyi,

$$\max \sigma_x^+ = \left| \max \sigma_x^- \right| = \left| \frac{M_y}{W_y} \right| - \text{en kəsiyi neytral oxla nəzərən simmetrik tirlərin}$$

hər hansı kəsiyinin **ən böyük normal gərginliyi**. Burada: $W_x^+ = \frac{J_y}{\max z^+}$;

$W_y^- = \frac{J_y}{\left| \max z^- \right|}$ – en kəsiyinin uyğun olaraq dartılan və sıxılan sahələrinin müqavimət momenti, $\max z^+$ – dartılan,

$\left| \max z^- \right|$ – sıxılan sahədə neytral oxdan ən uzaqda olan nöqtələrin neytral oxadək məsafələri,

$$W_y = \frac{J_y}{\frac{H}{2}} - \text{neytral oxla nəzərən simmetrik kəsiyin müqavimət momenti,}$$

H – bu kəsiyin hündürlüyüdür.

Tirin qorxulu kəsiyi üçün **ən böyük normal gərginliyin düsturlarını** almaq üçün yuxarıdakı düsturlarda M_y əyici momentinin əvəzinə mütləq qiymətcə **ən böyük əyici momenti** – $\max M_y$ qəbul etmək lazımdır.

$$3. \tau_{zx} = \frac{Q_z \cdot S_y^{ayr}}{J_y b_{(z)}} - \text{əyilmədə tirin en kəsiyində yaranan toxunan gərginliklər.}$$

Burada:

Q_z – hər hansı kəsiyin kəsici qüvvəsi;

S_y^{ayr} – en kəsiyinin toxunan gərginliyi təyin olunan nöqtəsindən yuxarıda və ya aşağıda yerləşən sahəsinin neytral oxla nəzərən statik momenti;

$b_{(z)}$ – həmin nöqtə səviyyəsində en kəsiyinin eni;

J_y – tirin bütün en kəsiyinin neytral oxa nəzərən ətalət momentidir.

$$4. \tau_{zx} = \frac{6Q_z}{BH^3} \left(\frac{H^2}{4} - z^2 \right) - \text{düzbucaqlı en kəsikli tirin hər hansı en kəsiyinin}$$

ixtiyari nöqtəsində toxunan gərginliklər. Burada:

B, H – en kəsiyinin ölçüləri;

z – toxunan gərginliyi təyin olunan nöqtənin neytral oxadək olan məsafəsidir.

$$5. \max \tau_{zx} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_z}{A} - \text{düzbucaqlı en kəsikli tirin hər hansı en kəsiyinin ən}$$

böyük toxunan gərginliyi (bu gərginliklər en kəsiyinin neytral ox üzərindəki nöqtələrində yaranır).

$$\max \tau_{zx} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q_z}{A} - \text{dairəvi en kəsikli tirin hər hansı en kəsiyinin ən böyük}$$

toxunan gərginliyi (bu gərginliklər en kəsiyinin neytral ox üzərindəki nöqtələrində yaranır).

$$6. \sigma_{\max}^x = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_{zx}^2} - \text{əyilmədə baş gərginliklər,}$$

$$tg 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{zx}}{\sigma_x} - \text{əyilmədə baş gərginliklərin istiqamətini müəyyən edən } \alpha_0$$

bucağını təyin etmək üçün düstur.

$$7. \tau_{yx} = \frac{Q_z S_{y(r)}^{ayr}}{J_y \cdot t} - \text{nazikdivarlı açıq profilli tirlərin rəflərindəki nöqtələrdə}$$

yaranan üfüqi (rəflərə paralel) toxunan gərginliklər.

$$\tau_{yx} = \frac{Q_z}{4J_y} \cdot (H - t)(B - 2y_r) - \text{ikitavr en kəsikli tirin rəflərindəki nöqtələrdə}$$

üfüqi toxunan gərginliklər.

Burada:

$S_{y(r)}^{ayr}$ – rəfin gərginliyi təyin olunan hər hansı nöqtəsindən rəfin sərbəst ucunadək olan ayrılmış sahəsinin neytral oxa nəzərən statik momenti,

t – rəfin qalınlığı,

B – profilin eni,

H – hündürlüyü,

y_r – rəf üzərindəki gərginliyi axtarılan nöqtənin absisidir

$$8. \sigma_z = \frac{q(x)}{b_{(z)}} \left[1 - \frac{1}{J_y} \int_{A^{ayr}} \frac{S_y^{ayr}}{b_{(z)}} dA \right] - \text{yayılmış yük təsirindən eninə əyilməyə}$$

məruz qalan tirin boyuna (neytral qata paralel kəsiklərində) normal gərginliklər,

$$\sigma_z = \frac{q(x)}{2B} \left[1 + \frac{z}{h} - 4 \left(\frac{z}{h} \right)^3 \right] dA - \text{eninə əyilmədə düzbucaqlı en kəsikli tirin}$$

boyuna (neytral qata paralel) kəsiklərində normal gərginliklər.

Burada:

$b_{(z)}$ – σ_x normal gərginliyi təyin olunan nöqtə səviyyəsində (neytral qatdan z məsafəsində yerləşən) boyuna kəsiyin eni,

$q(x)$ – bu nöqtədən keçən en kəsiyi səviyyəsində yayılmış yükün intensivliyidir.

$$9. e = \frac{T_2(H-t)}{T_1} - \text{qüvvələr müstəvisi simmetriya müstəvisi olmayan nazik-}$$

divarlı millərdə (məsələn, şvellerdə) əyilmə mərkəzinin şvellerin divarının ortasından keçən şaquli oxadək olan məsafə,

H – profilin hündürlüyü,

t – onun rəfinin qalınlığı,

T_1 – təqribən tirin kəsici qüvvəsinə bərabər olan şvellerin divarında təsir edən şaquli daxili qüvvələrin əvəzləyicisi,

$$T_2 = \frac{1}{2} \max \tau_{yx} (B-d) \cdot t - \text{şvellerin rəflərində təsir edən üfüqi toxunan da-}$$

xili qüvvələrin əvəzləyicisi,

$$\max \tau_{yx} = \frac{Q_z}{4J_y} (H-t)(B-d) - \text{şvellerin rəfində yaranan ən böyük üfüqi}$$

toxunan gərginlik,

d – şvellerin divarının qalınlığı,

B – profilin enidir.

$$10. \frac{|\max M_y|}{W_y} \leq [\sigma] - \text{dartılma və sıxılmaya müqaviməti eyni olan material-}$$

dan olan tirlərin buraxılabilən gərginliklərə görə,

$$\frac{|\max M_y|}{W_y} \leq \gamma_c R - \text{həddi hallara görə möhkəmlik şərtləridir.}$$

$$\frac{|\max M_y|}{W_y^+} \leq [\sigma^+], \quad \frac{|\max M_y|}{W_y^-} \leq [\sigma^-] - \text{dartılma və sıxılmaya görə müqavi-}$$

məti müxtəlif olan materiallardan tirin buraxılabilən gərginliklərə görə,

$$\frac{|\max M_y|}{W_y^+} \leq \gamma_c R^+, \quad \frac{|\max M_y|}{W_y^-} \leq \gamma_c R^- - \text{həddi hallara görə möhkəmlik şərtlə-}$$

ridir. Burada:

$$R = \frac{R_n}{\gamma_m} - \text{hesabı müqavimət,}$$

R_n – normativ müqavimət,

γ_m – materiala görə etibarlılıq əmsalı,

γ_c – konstruksiyanın növü və iş xüsusiyyətlərindən asılı olan iş şəraiti əmsalı,

R^+ , R^- – müvafiq olaraq dartılma və sıxılmaya görə hesabı müqavimət,

$[\sigma^+]$, $[\sigma^-]$ – dartılma və sıxılmaya görə buraxıla bilən normal gərginliklərdir.

$$11. B = \sqrt[3]{\frac{6 \max M_y}{m^2 [\sigma]}}, H = mB - \text{düzbucaqlı en kəsikli tirin buraxıla bilən gərginliklərə görə,}$$

gərginliklərə görə,

$$B = \sqrt[3]{\frac{6 \max M_y}{m^2 \gamma_c \cdot R}}, H = mB - \text{həddi hallara görə möhkəmlik şərtindən təyin edilmiş en kəsiyi ölçüləri,}$$

edilmiş en kəsiyi ölçüləri,

$$D = \sqrt[3]{\frac{32 \max M_y}{\pi [\sigma]}}, D = \sqrt[3]{\frac{32 \max M_y}{\pi \gamma_s R}} - \text{dairəvi en kəsiyinin,}$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{32 \max M_y}{\pi (1 - c^4) [\sigma]}}, D = \sqrt[3]{\frac{32 \max M_y}{\pi (1 - c^4) \gamma_c R}} - \text{dairəvi həlqəvari en kəsiyinin}$$

həmin üsullarla hesablamalardan alınan ölçüləri.

12. $[\max M_y] = [\sigma] \cdot W_y$ – buraxıla bilən normal gərginliklərə görə,

$[\max M_y] = \gamma_c \cdot R \cdot W_y$ – həddi hallara görə buraxıla bilən əyici momentin ən böyük qiyməti.

13. $\max \tau_{zy} \leq [\tau]$ – buraxıla bilən toxunan gərginliklərə görə,

$\max \tau_{zx} \leq \gamma_c \cdot R_s$ – həddi hallar üsulu ilə kəsilməyə görə möhkəmlik şərti.

14. $M_y^d = \sigma_a \cdot 2S_y'$ – en kəsiyi neytral oxa nəzərən simmetrik tirin dağıdıcı yüklərə görə hesablamada həddi (dağıdıcı) əyici momenti,

$$[M_y]_d = \frac{M_y^d}{k_d} = 2S_y' \cdot [\sigma] - \text{buraxıla bilən əyici momenti,}$$

$\max M_y < [M_y]_d = 2S_y' \cdot [\sigma]$ – möhkəmlik şərti,

$[\max M_y]_d = 2S_y' \cdot [\sigma]$ – ən böyük əyici momentin buraxıla bilən qiyməti,

$$\frac{\max[M_y]_d}{\max[M_y]} = \frac{2S'_y}{W_y} - \text{dağıdıcı yüklərə görə və buraxılabilən gərginliklərə görə}$$

rə ən böyük buraxılabilən əyici momentlərin nisbətidir. Burada:

S'_y – en kəsiyinin yarı sahəsinin neytral oxa nəzərən statik momenti,

W_y – bütün en kəsiyinin müqavimət momenti,

15. $M_y^d = \sigma_a \cdot (S_{y_0}^+ + S_{y_0}^-) = \sigma_a \cdot \frac{A}{2} c^+ c^-$ – neytral oxa nəzərən qeyri-simmetrik en kəsikli tirin dağıdıcı yüklərə görə hesablamada həddi (dağıdıcı) momenti,

$$[M_y]_d = \frac{M_y^d}{k_d} = [\sigma] \cdot \frac{A}{2} \cdot c^+ c^- - \text{buraxılabilən əyici momenti,}$$

$$\max M_y \leq [M_y]_d = [\sigma] \cdot \frac{A}{2} c^+ c^- - \text{möhkəmlik şərti,}$$

$$[\max M_y]_d = [\sigma] \cdot \frac{A}{2} c^+ c^- - \text{ən böyük əyici momentin buraxılabilən qiyməti}$$

$$\frac{[\max M_y]_d}{[\max M_y]} = \frac{\frac{A}{2} \cdot c^+ c^-}{W_y} - \text{dağıdıcı yüklərə görə və buraxılabilən gərginliklərə}$$

görə ən böyük əyici momentlərin buraxılabilən qiymətlərinin nisbətidir.

Burada:

$S_{y_0}^+$, $S_{y_0}^-$ – tirin en kəsiyinin uyğun olaraq dartılan və sıxılan sahələrinin kəsiyin sahəsinə iki bərabər hissəyə bölən y_0 neytral oxa nəzərən statik momenti,

$c^+ c^-$ – dartıcı və sıxıcı zonaların sahələrinin ağırlıq mərkəzləri arasındakı məsafə,

A – bütün en kəsiyinin sahəsidir.

16. $M_y^d = \sigma_a \cdot 2 \cdot \frac{BH^2}{8} = \sigma_a \frac{BH^2}{4}$ – düzbucaqlı en kəsikli tirin dağıdıcı yüklərə görə hesablamada (dağıdıcı) momenti,

$$[M_y]_d = [\sigma] \cdot \frac{BH^2}{4} - \text{buraxılabilən əyici momenti,}$$

$$\frac{[\max M_y]_d}{[\max M_y]} = \frac{[\sigma] \cdot \frac{BH^2}{4}}{[\sigma] \cdot \frac{BH^2}{6}} = 1,5 \text{ və ya } [\max M_y]_d = 1,5 [\max M_y], \text{ yəni dağıdıcı}$$

dıcı yüklərə görə hesablamadan alınmış buraxılabilən əyici momentin ən böyük

qiyməti, buraxılabilən gərginliklərə görə hesablamadan alınmış buraxılabilən əyici momentin ən böyük qiymətindən 50% çox alınır.

$$17. k_s = \frac{\min W_y}{A} = \frac{i_y^2}{z_{\max}} - \text{əyilmədə tirin en kəsiyinin səmərəliliyi əmsalı,}$$

$$k_s = \frac{\frac{BH^2}{12}}{\frac{BH}{2}} = \frac{H}{6} = \bar{K}_s \cdot H - \text{düzbucaqlı en kəsiyinin,}$$

$$k_s = \frac{\frac{D^2}{2}}{\frac{D}{2}} = \frac{D}{8} = \bar{K}_s \cdot D - \text{dairəvi en kəsiyinin səmərəlilik əmsalıdır.}$$

$$\bar{k}_s = \frac{k_s}{H_0} - \text{en kəsiyinin forma səmərəliliyi əmsalı,}$$

H_0 – forma səmərəliliyi müqayisə edilən kəsiklər üçün vahid hündürlükdür.

$$18. \frac{M_y(x)}{W_y(x)} = \frac{\max M_y}{\min W_y} = [\sigma] - \text{əyilmədə bərabər müqavimətli tirin mövcud-}$$

luğu şərtidir. Burada:

$M_y(x)$ – tirin hər hansı kəsiyinin əyici momenti,

$W_y(x)$ – müqavimət momenti,

$\max M_y$ – ən böyük əyici momenti

W_y – ən böyük əyici momentin təsir etdiyi en kəsiyinin müqavimət momentidir.

$$19. B(x) = \frac{B}{\ell} x - \text{sərbəst ucunda topa } F \text{ qüvvəsi təsir edən düzbucaqlı en}$$

kəsikli bərabər müqavimətli konsol tirin hündürlüyü $H = \text{const}$ olduqda eninin dəyişməsi,

$$B_0 = \sqrt{\frac{1,5F}{m[\tau]}} - \text{sərbəst ucuna yaxın hissədə tirin en kəsiyinin eni, } B - \text{ən}$$

böyük əyici moment təsir edən en kəsiyinin eni,

$[\tau]$ – sürüşmədə buraxılabilən toxunan gərginliklər,

$$m = \frac{H}{B_0} - \text{konsolun ucunun en kəsiyi ölçülərinin nisbəti.}$$

20. $H(x) = H\sqrt{\frac{x}{\ell}}$ – tirin eni sabit qaldıqda hündürlüyünün dəyişməsi,

$$H_0 = \sqrt{\frac{1,5F \cdot m}{[\tau]}}$$
 – sərbəst ucuna yaxın hissədə hündürlüyü,

$$m = \frac{H_0}{B}$$
 – en kəsiyi ölçülərinin nisbəti,

$B(x) = B\sqrt{\frac{x}{\ell}}$ – tirin en kəsiyinin hər iki tərəfi dəyişən olduqda eninin,

$$H(x) = H\sqrt{\frac{x}{\ell}}$$
 – uzunluğunun dəyişməsi. Burada $m = \frac{H(x)}{B(x)} = \frac{H}{B}$

21. $H(x) = H\frac{x}{\ell}\sqrt{\frac{x}{\ell}}$ – bərabər müqavimətli konsol tirə bütün uzunluğu boy-

unca müntəzəm yayılmış yük təsir etdikdə kəsiyin eni $B=const$ olduqda hündürlüyünün dəyişməsi,

$$B(x) = B\frac{x^2}{\ell^2}$$
 – $H=const$ olduqda eninin dəyişməsi,

$$B(x) = B\sqrt{\frac{x^2}{\ell^2}}$$
 – hər iki tərəfi dəyişən olduqda eninin

$$H(x) = H\sqrt{\frac{x^2}{\ell^2}}$$
 hündürlüyünün dəyişməsi.

22. $H(x) = H\frac{x}{\ell}\sqrt{\frac{x}{\ell}}$ – konsol tirə bütün uzunluğu boyunca düz xətt qanunu

ilə dəyişən yayılmış yük təsir etdikdə $B=const$ olduqda hündürlüyünün dəyişməsi,

$$B(x) = B\frac{x^3}{\ell^3}$$
 – $H=const$ olduqda eninin dəyişməsi,

$$H(x) = H\frac{x}{\ell}, B(x) = B\frac{x}{\ell}$$
 – hər iki tərəfi dəyişən olduqda, onların dəyişməsi,

B və H – qorxulu en kəsiyinin ölçüləridir.

23. $D(x) = D\sqrt{\frac{x}{\ell}}$ – sərbəst ucunda F qüvvəsi təsir edən dairəvi en kəsikli ti-

rin diametrinin dəyişməsi,

$$D_0 = \sqrt{\frac{16F}{3\pi[\tau]}}$$
 – sərbəst ucuna yaxın hissənin diametridir.

$D(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2}{\ell^2}}$ – dairəvi en kəsikli konsol tirə müntəzəm yayılmış yük təsir etdikdə diametrin dəyişməsi,

$D(x) = D \frac{x}{\ell}$ – düz xətt qanunu ilə dəyişən yayılmış yük təsir etdikdə diametrin dəyişməsi,

$$24. \sigma_x^+ = \frac{E^+}{E_s} \cdot \frac{M_y \cdot z^+}{J_{y_0}} \text{ – dartılmada və sıxılmada elastiklik modulu müxtəlif}$$

olan materiallardan hazırlanmış tirlərin əyilmədə dartıcı normal gərginlikləri,

$$\sigma_x^- = \frac{E^-}{E_s} \cdot \frac{M_y \cdot z^-}{J_{y_0}} \text{ – sıxıcı normal gərginlikləri,}$$

$S_y^s = S_{y_0}^+ + \frac{E^-}{E^+} S_{y_0}^- = 0$ – neytral oxunun vəziyyətinin təyin olunması üçün tənlikdir. Burada:

E^+ – tirin materialının dartılmada,

E^- – sıxılmada elastiklik modulu,

$$S_{y_0}^+ = \int_{A^+} z^+ dA^+ \text{ – tirin en kəsiyinin dartılan zonadakı hissəsinin,}$$

$$S_{y_0}^- = \int_{A^-} z^- dA^- \text{ – sıxılan zonadakı hissəsinin neytral oxa nəzərən statik momenti,}$$

$S_{y_0}^s$ – şərti statik momenti,

z^+, z^- – uyğun olaraq dartılan və sıxılan zonalarda normal gərginliyi təyin olunan nöqtələrin neytral oxadək olan məsafələri,

dA^+, dA^- – həmin nöqtələr ətrafında müvafiq sahələrdə ayrılmış elementar sahəciklər,

$S_{y_0}^+ = \frac{B(H^+)^2}{2}$; $S_{y_0}^- = -\frac{B(H^-)^2}{2}$ – düzbucaqlı en kəsiyinin müvafiq statik momentləri,

$$\frac{B(H^+)^2}{2} - \frac{E^-}{E^+} \cdot \frac{B(H^-)^2}{2} = 0 \text{ – neytral oxunun tənliyi,}$$

$$H^+ = \frac{H\sqrt{E^-}}{\sqrt{E^+} + \sqrt{E^-}} \text{ – dartılan zonasının}$$

$$H^- = \frac{H\sqrt{E^+}}{\sqrt{E^+} + \sqrt{E^-}} \text{ – sıxılan zonasının hündürlüyüdür.}$$

Özünüoxlama sualları

1. Əyilmə deformasiyası hansı deformasiyaya deyilir? Onun hansı növləri vardır? Qüvvələr müstəvisi nəyə deyilir?
2. Yastı əyilmədə tirin en kəsiklərində hansı daxili qüvvə amilləri yaranır?
3. Xalis əyilmə hansı əyilməyə deyilir?
4. Əyilmədə hansı fərziyyələr qəbul olunur?
5. Əyilmədə tirin en kəsiklərində hansı gərginliklər yaranır?
6. Əyilmədə tirin en kəsiyi üzrə normal gərginliklər necə dəyişilir?
7. Tirin en kəsiyində normal gərginlik hansı düsturla təyin olunur?
8. Tirin en kəsiyində toxunan gərginlik hansı düsturla hesablanır?
9. Toxunan gərginliyin ən böyük qiymətləri en kəsiyinin hansı nöqtələrində yaranır?
10. Hansı əyilmədə tirin boyuna kəsiklərində normal gərginliklər yaranır?
11. Neytral ox, neytral qat nəyə deyilir?
12. Ən böyük normal gərginliklər tirin hansı nöqtələrində yaranır?
13. Əyilmədə normal gərginliklərə görə möhkəmlik şərti necə yazılır? Ondan hansı növ məsələlərin həlli üçün istifadə olunur?
14. Əyilmədə toxunan gərginliklərə görə möhkəmlik şərti necə yazılır?
15. Yastı eninə əyilmədə baş gərginliklər hansı düsturlarla təyin olunur? Baş gərginliklər trayektoriyası nəyə deyilir?
16. Əyilmədə baş gərginliklərə görə möhkəmlik şərtləri necə yazılır?
17. Əyilmədə tirin nisbi dönmə bucağı və əyici moment arasında hansı asılılıq var?
18. Əyilmədə hansı en kəsiyi səmərəli (qənaətli, əlverişli) sayılır? Forma səmərəliliyi əmsalı necə hesablanır?
19. Dəyişən en kəsikli tirlər hansı tirlərə deyilir. Normal gərginliklərə görə bərabər müqavimətli tirlər nəyə deyilir?
20. Düzbucaqlı en kəsiyi olan bərabər müqavimətli müxtəlif yüklərdən tirlərin eni sabit olarsa, hündürlüyü tirin uzunluğu üzrə hansı qaydada dəyişilir?
21. Düzbucaqlı en kəsiyinin hündürlüyü sabit qaldıqda bərabər müqavimətli tirin eni hansı qanunla dəyişilir? Eni və hündürlüyü dəyişən olduqda dəyişmə hansı şəkildə olacaq?
22. Dairəvi sadə bərabər müqavimətli tirlərin (konsol və iki oynaqlı dayaqalarda oturan) müxtəlif yüklərdən (topa və yayılmış yüklərdən) en kəsiyi hansı qanunla dəyişir?
23. Bərabər müqavimətli tirlərə təsir edən topa qüvvədən (konsolun sərbəst ucunda), habelə iki oynaqlı dayaqalarda en kəsiyinin ölçüləri hansı şərtdən təyin olunur?)

24. Əyilmədə deformasiyanın potensial enerjisi necə hesablanır? Xüsusi potensial enerji nəyə deyilir?
25. Çoxməntəqəli tirlərdə deformasiyanın potensial enerjisi hansı düsturla təyin olunur?
26. En kəsiyi neytral oxa nəzərən qeyri simmetrik tirlərin möhkəmliyə görə hesablanması necə aparılır?
27. Dartılmaya və sıxılmaya müqaviməti müxtəlif olan materialdan hazırlanmış tir möhkəmliyə görə necə hesablanır?
28. Düzbucaqlı en kəsikli tirdə toxunan gərginliklər kəsiyin hündürlüyü üzrə hansı qanunla dəyişilir?
29. İkitavr en kəsikli tirdə hansı toxunan gərginliklər yaranır, onların istiqamətləri necə olur və qiymətləri necə hesablanır?
30. Qüvvələr müstəvisi nazikdivarlı tirin simmetriya müstəvisi ilə üst-üstə düşmədiyi halda əyilmənin hansı xüsusiyyəti ortaya çıxır?
31. Əyilmə mərkəzi nəyə deyilir? Onun vəziyyətini necə təyin etmək olar?
32. Elastiklik modulları müxtəlif olan materialdan quraşdırılmış tirləri necə hesablayırlar?

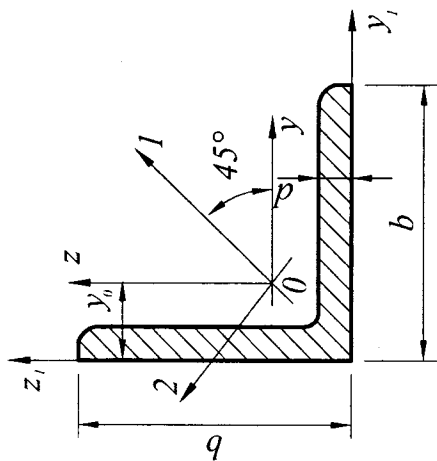
ƏLAVƏLƏR

Əlavə 1

Yunan əlifbası	Latin əlifbası
A, α – alfa	A, a – a
B, β – beta	B, b – be
Q, γ – qamma	C, c – ce
Δ , δ – delta	D, d – de
E, ε – epsilon	E, e – e
Z, ζ – dzeta	F, f – ef
H, η – eta	G, g – qe
Θ , θ – teta	H, h – aş
I, ι – yota	İ, i – i
K, χ – kappa	J, j – yot
Λ , λ – lambda	K, k – ka
M, μ – myu	L, l – el
N, ν – ni	M, m – em
Ξ , ξ – ksi	N, n – en
O, o – omikron	O, o – o
P, π – pi	P, p – pe
R, ρ – ro	Q, q – ku
Σ , σ , ς – siqma	R, r – er
T, τ – tau	S, s – es
Υ , υ – ipsilon	T, t – te
F, ϕ – fi	U, u – u
X, χ – xi	V, v – ve
Ψ , ψ – psi	W, w – dubl-ve
Ω , ω – omeqa	X, x – iks
	Y, y – iqrek
	Z, z – zet

Beynəlxalq ölçü vahidləri sistemi (si) ilə texniki ölçü sistemində əsas mexaniki kəmiyyətlərin ölçü vahidləri arasında nisbətlər

Kəmiyyətin adı	Ölçü vahidi		Ölçü vahidlərinin nisbəti
	Adı	İşarəsi	
Qüvvə, yük, çəki	Nyuton	<i>N</i>	1N≈0,1 kqs 1kN≈0,1 ts
Xətti yük	1 metrə düşən Nyuton	<i>N/m</i>	1N/m≈0,1 kqs/m 1kN/m≈0,1 ts/m
Qüvvənin momenti, cüt qüvvənin momenti	Nyuton-metr	<i>Nm</i>	1Nm≈0,1 kq s·m 1kNm≈0,1 ts·m
Gərginlik, təzyiq	Paskal	<i>Pa</i>	1Pa≈0,1 kq/sm ² 1MPa≈10 kqs/sm ²
Gərginlik üçün köməkçi ölçü vahidi kimi $1kN/sm^2 \approx 10MPa$.			



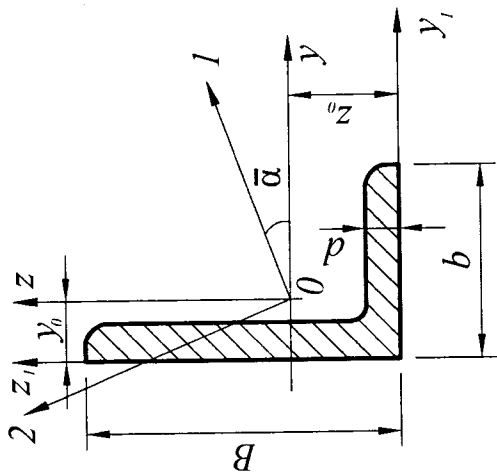
Yayma polad sortamenti
Bərabərrəfli bucaqlıq profilli (8509-72 standartı üzrə)

Profilin nömrəsi	Ölçülər, mm		Kəsiyin sahəsi A, sm^2	J_y, sm^4	i_y, sm	$J_1 \text{ max}, \text{sm}^4$	$i_1 \text{ max}, \text{sm}$	$J_2 \text{ min}, \text{sm}^4$	$i_2 \text{ min}, \text{sm}$	J_{y_1}, sm^4	y_0, sm	Kütəsi Im, N
	b	d										
5	50	3	2,96	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,0	12,4	1,33	23,2
		4	3,89	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38	30,5
		5	4,80	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42	37,7
5,6	56	4	4,38	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52	34,4
		5	5,41	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57	42,5
6,3	63	4	4,96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69	39,0
		5	6,13	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74	48,1
		6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	50,0	1,78	57,2

Profilin nömresi	Ölçüler, mm		Kestiğin sahəsi A, sm ²	J _y , ⁴ sm ⁴	i _y , sm	J ₁ max, sm ⁴	i ₁ max, sm	J ₂ min, sm ⁴	i ₂ min, sm	J _{y1} , sm ⁴	y ₀ , sm	Kütlesi Im, N
	b	d										
7	70	4,5	6,2	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88	48,7
		5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90	53,8
		6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94	63,9
		7	9,42	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99	73,9
		8	10,7	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02	83,7
		5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02	58,0
		6	8,78	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06	68,9
		7	10,1	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10	79,6
7,5	75	8	11,5	59,8	2,28	94,6	2,87	24,8	1,47	113	2,15	90,2
		9	12,8	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18	101
		5,5	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17	67,8
		6	9,38	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19	73,6
		7	10,8	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23	85,1
8	80	8	12,3	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27	96,5
		6	10,6	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43	83,3
		7	12,3	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47	96,4
		8	13,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51	109
		9	15,6	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	219	2,55	122
		6,5	12,8	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68	101
		7	13,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71	108
		8	15,6	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75	122
10	100	10	19,2	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83	151
		12	22,8	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91	179
		14	26,3	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99	206
		16	29,7	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06	233

11	110	7	15,2	176	3,4	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96	119
		8	17,2	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,0	135
		8	19,7	294	3,87	467	4,87	122	2,49	516	3,36	155
		9	22,0	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40	173
	125	10	24,3	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45	191
		12	28,9	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53	227
		14	33,4	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61	262
		16	37,8	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68	296
		9	24,7	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78	194
14	140	10	27,3	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82	215
		12	32,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90	255
		10	31,4	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	1356	4,30	247
		11	34,4	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	1494	4,35	270
		12	37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	1633	4,39	294
16	160	14	43,3	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	1911	4,47	340
		16	49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	2191	4,55	385
		18	54,8	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	2472	4,63	430
		20	60,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	2756	4,70	474
18	180	11	38,8	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	2128	4,85	305
		12	42,2	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	2324	4,89	331
		12	47,1	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	3182	5,37	370
		13	50,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	3452	5,42	399
		14	54,6	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	3722	5,46	428
20	200	16	62,0	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	4264	5,54	487
		20	76,5	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5355	5,70	601
		25	94,3	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	6733	5,89	740
		30	111,5	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	8130	6,07	876

Profilin nömrəsi	Ölçülər, mm		Kəsiyin sahəsi A, sm ²	J _y , sm ⁴	i _y , sm	J ₁ max, sm ⁴	i ₁ max, sm	J ₂ min, sm ⁴	i ₂ min, sm	J _{y1} , sm ⁴	y ₀ , sm	Kütləsi I _m , N
	b	d										
22	220	14	60,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	4941	5,93	474
		16	68,6	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	5661	6,02	538
		16	78,4	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	8286	6,75	615
25	250	18	87,7	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	9342	6,83	689
		20	97,0	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	10401	6,91	761
		22	106,1	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	10464	7,00	833
		25	119,7	7006	7,65	11125	9,64	2887	4,91	13064	7,11	940
		28	133,1	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	14674	7,23	1045
		30	142,0	8177	7,59	12965	9,56	3389	4,89	15753	7,31	1114

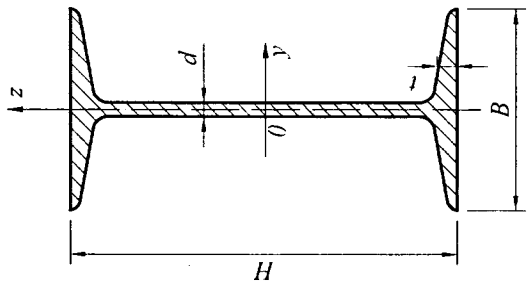


Yayma polad sortamenti
Qeyribərabərrəfli bucaqlıq profill (8510-72 standartı üzrə)

Profilin nömrəsi	Ölçüləri, mm		Kəsiyin sahəsi, sm ²	J _y , sm ⁴	i _y , sm	J _z , sm ⁴	i _z , sm	J _{2 min} , sm ⁴	i _{2 min} , sm	2 oxunun mailik bucağı, tg α	J _{y1} , sm ⁴	J _{z1} , sm ⁴	y ₀ , sm	z ₀ , sm	Kütləsi, Im, N
	B	b													
5,6/3,6	56	36	3,58	11,4	1,78	3,7	1,02	2,19	0,78	0,406	23,2	6,25	0,84	1,82	28,1
			4,41	13,8	1,77	4,48	1,01	2,66	0,78	0,404	29,2	7,91	0,88	1,86	34,6
6,3/4	63	40	4,04	16,3	2,01	5,16	1,13	3,07	0,87	0,397	33,0	8,51	0,91	2,03	31,7
			4,98	19,9	2,00	6,26	1,12	3,72	0,86	0,396	41,4	10,8	0,95	2,08	39,1
		5,90	23,3	1,99	7,28	1,11	4,36	0,86	0,393	49,9	13,1	0,99	2,12	46,3	
		7,68	29,6	1,96	9,15	1,09	5,58	0,85	0,386	66,9	17,9	1,07	2,20	60,3	

Profilin nömresi	Ölçüleri, mm			Kəşiyin sahəsi, sm ²	J _y , sm ⁴	i _y , sm	J _e , sm ⁴	i _e , sm	J _{2 min} , sm ⁴	i _{2 min} , sm	2 oxunun mailik bucağı, tgα	J _y , sm ⁴	J _z , sm ⁴	y ₀ , sm	z ₀ , sm	Kütlesi Im, N
	B	b	d													
7/4,5	70	45	5	5,59	27,8	2,23	9,05	1,27	5,34	0,98	0,406	56,7	15,2	1,05	2,28	43,9
			5	6,11	34,8	2,39	12,5	1,43	7,24	1,09	0,436	69,7	20,8	1,17	2,39	47,9
7,5/5	75	50	6	7,25	40,9	2,38	14,6	1,42	8,48	1,08	0,435	83,9	25,2	1,21	2,44	56,9
			8	9,47	52,4	2,35	18,5	1,40	10,9	1,07	0,430	112	34,2	1,29	2,52	74,3
8/5	80	50	5	6,36	41,6	2,56	12,7	1,41	7,58	1,09	0,387	84,6	20,8	1,13	2,60	49,9
			6	7,55	49,0	2,55	14,8	1,40	8,88	1,08	0,386	102	25,2	1,17	2,65	59,2
9/5,6	90	56	5,5	7,86	65,3	2,88	19,7	1,58	11,8	1,22	0,384	132	32,2	1,26	2,92	61,7
			6	8,54	70,6	2,88	21,2	1,58	12,7	1,22	0,384	145	35,2	1,28	2,95	67,0
10/6,3	100	63	8	11,18	90,9	2,85	27,1	1,56	16,3	1,21	0,380	194	47,8	1,36	3,04	87,7
			6	9,59	98,3	3,20	30,6	1,79	18,2	1,38	0,393	198	49,9	1,42	3,23	75,3
11/7	110	70	7	11,1	113	3,19	35,0	1,78	20,8	1,37	0,392	232	58,7	1,46	3,28	87,0
			8	12,6	127	3,18	39,2	1,77	23,4	1,36	0,391	266	67,6	1,50	3,32	98,7
12,5/8	125	80	10	15,5	154	3,15	47,1	1,75	28,3	1,35	0,387	333	85,8	1,58	3,40	121
			6,5	11,4	142	3,53	45,6	2,00	26,9	1,53	0,402	286	74,3	1,58	3,55	89,8
14/9	140	90	8	13,9	172	3,51	54,6	1,98	32,3	1,52	0,400	353	92,3	1,64	3,61	109
			7	14,1	227	4,01	73,7	2,29	43,4	1,76	0,407	452	119	1,80	4,01	110
14/9	140	90	8	16,0	256	4,00	83,0	2,28	48,8	1,75	0,406	518	137	1,84	4,05	125
			10	19,7	312	3,98	100	2,26	59,3	1,74	0,404	649	173	1,92	4,14	155
14/9	140	90	12	23,4	365	3,95	117	2,24	69,5	1,72	0,400	781	210	2,00	4,22	183
			8	18,0	364	4,49	120	2,58	70,3	1,98	0,411	727	194	2,03	4,49	141
			10	22,2	444	4,47	146	2,56	85,5	1,96	0,409	911	245	2,12	4,58	175

16/10	160	100	9	22,9	606	5,15	186	2,85	110	2,20	0,391	1221	300	2,23	5,19	180
			10	25,3	667	5,13	204	2,84	121	2,19	0,390	1359	335	2,28	5,23	198
			12	30,0	784	5,11	239	2,82	142	2,18	0,388	1634	405	2,36	5,32	236
			14	34,7	897	5,08	272	2,80	162	2,16	0,385	1910	477	2,43	5,40	273
18/11	180	110	10	28,3	952	5,80	276	3,12	165	2,42	0,375	1933	444	2,44	5,88	222
			12	33,7	1123	5,77	324	3,10	194	2,40	0,374	2324	537	2,52	5,97	264
20/12,5	200	125	11	34,9	1449	6,45	446	3,58	264	2,75	0,392	2920	718	2,79	6,50	274
			12	37,9	1568	6,43	482	3,57	285	2,74	0,392	3189	786	2,83	6,54	297
			14	43,9	1801	6,41	551	3,54	327	2,73	0,390	3726	922	2,91	6,62	344
			16	49,8	2026	6,38	617	3,52	367	2,72	0,388	4264	1061	2,99	6,71	391
25/16	250	160	12	48,3	3147	8,07	1032	4,62	604	3,54	0,410	6212	1634	3,53	7,97	379
			16	63,6	4091	8,02	1333	4,58	781	3,50	0,408	8308	2200	3,69	8,14	499
			18	71,1	4545	7,99	1475	4,56	866	3,49	0,407	9358	2487	3,77	8,23	558
			20	78,5	4987	7,97	1613	4,53	949	3,48	0,405	10410	2776	3,85	8,31	617

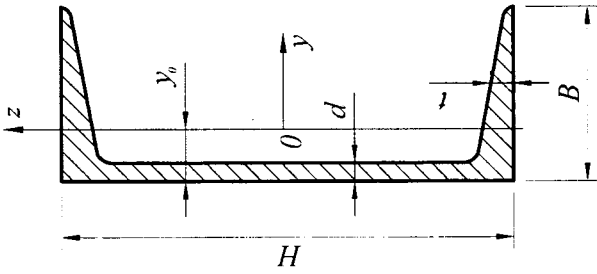


Yayma polad sortamenti
İkitavr profilli (8239-72 standartı üzrə)

Profilin nömrəsi	Ölçülər, mm			Kəsiyin sahəsi A , sm^2	Kütlə Im , N	J_y , sm^4	W_y , sm^3	i_y , sm	S_y^* , sm^3	J_z , sm^4	W_z , sm^3	i_z , sm
	H	B	d									
10	100	55	4,5	12,0	94,6	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	14,7	115	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	17,4	137	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	160	81	5,0	20,2	159	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	180	90	5,1	23,4	184	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88

18a	180	100	5,1	8,3	25,4	199	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	210	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	227	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	220	110	5,4	8,7	30,6	240	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	258	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	240	115	5,6	9,5	34,8	273	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	294	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	270	125	6,0	9,8	40,2	315	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	339	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	300	135	6,5	10,2	46,5	365	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	392	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	330	140	7,0	11,2	53,8	422	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	486	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	570	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	450	160	9,0	14,2	84,7	665	27696	1231	18,1	708	808	101,0	3,09
50	500	170	10,0	15,2	100,0	785	39727	1589	19,9	919	1043	123,0	3,23
55	550	180	11,0	16,5	118,0	926	55962	2035	21,8	1181	1356	151,0	3,39
60	600	190	12,0	17,8	138,0	1080	76806	2560	23,6	1491	1725	182,0	3,54

* S_y – kəşiyin «y» oxundan yuxarıdakı və ya aşağıdakı sahəsinin statik momentidir.



Yayma polad sortamenti
Şveller profili (8240-72 standartı üzrə)

Profilin nömrəsi	Ölçülər, mm				Kəsiyin sahəsi A, sm ²	J _y , ⁴ sm ⁴	W _y , ³ sm ³	i _y , sm	S _y , [*] sm ³	J _z , ⁴ sm ⁴	W _z , ³ sm ³	i _z , sm	y ₀ , sm	Kütlə Im, N
	H	B	d	t										
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16	48,4
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,7	3,68	1,08	1,24	59
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31	70,5

10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44	85,9
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54	104
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,6	40,8	45,4	11,0	1,7	1,67	123
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87	133
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80	142
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,0	153
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94	163
18a	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13	174
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,2	2,07	184
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28	198
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21	210
22a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46	226
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42	240
24a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67	258
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47	277
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52	318
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59	365
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68	419
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75	483

* S_y – kəşiyin «y» oxundan yuxarıdakı və ya aşağıdakı sahəsinin statik momentidir.

MÜNDƏRİCAT

Fəsil I. Giriş. Əsas anlayışlar	3
§ 1.1. Materiallar müqaviməti, onun vəzifələri və qısa inkişaf tarixi.....	4
§ 1.2. Hesablama sxemi və onun seçilməsi.....	5
§ 1.3. Daxili qüvvələr. Kəsmə üsulu. Daxili qüvvə toplananlarının epyurları	11
§ 1.4. Dayaqlar və dayaq reaksiyaları	14
§ 1.5. Normal qüvvə epyurları	16
§ 1.6. Burucu moment epyurları.....	19
§ 1.7. Kəsicici qüvvə və əyici moment epyurları	22
§ 1.8. Əyici moment, kəsicici qüvvə və yayılmış yükün intensivliyi arasında diferensial asılılıqlar.....	32
§ 1.9. Daxili qüvvə toplananları epyurlarının qurulmasına aid misallar	36
§ 1.10. Gərginlik və deformasiya. Daxili qüvvə toplananları ilə gərginliklər arasında asılılıqlar	47
Əsas düstur və asılılıqlar.....	51
Özünüyoxlama sualları	52
Fəsil II. Dartılma və sıxılma	53
§ 2.1. Dartılma və sıxılmada düzoxlu milin eninə və maili kəsiklərində gərginliklər.....	54
§ 2.2. Boyuna və eninə deformasiya. Huk qanunu	58
§ 2.3. Dartılma və sıxılmaya sınaqlardan materialların mexaniki xassələrinin təyin edilməsi. Dartılma və sıxılma diaqramları	62
§ 2.4. Materialların mexaniki xassələrinə təsir edən amillər	71
§ 2.5. Buraxıla bilən gərginlik və ehtiyat əmsalı. Dartılma və sıxılmada məhkəməliyə və sərbəstliyə görə hesablamalar	73
§ 2.6. Dartılma və sıxılmada deformasiyanın potensial enerjisi	77
§ 2.7. Dartılma və sıxılmada milin öz çəkisinin nəzərə alınması.....	80
§ 2.8. Dartılma və sıxılmada statik həll olunmayan məsələlər	87
§ 2.9. Misallar	95
Əsas düstur və asılılıqlar.....	114
Özünüyoxlama sualları	118
Fəsil III. Gərgin və deformasiya halının tədqiqi	120
§3.1. Gərgin hallar. Gərginliklər tenzoru.....	121
§3.2. Müstəvi gərgin hal. Maili kəsiklərdə gərginliklər.....	124
§3.3. Müstəvi gərgin halda baş kəsiklər və baş gərginliklər. Ekstremal toxunan gərginliklər	126
§3.4. Müstəvi gərgin halın qrafik üsulla tədqiqi.....	131
§3.5. Həcmi gərgin halın tədqiqi	139
§3.6. Mürəkkəb gərgin halda deformasiyalar. Deformasiyalar tenzoru	141
§3.7. Baş deformasiyalar. Hər hansı istiqamətdə deformasiya.....	143
§3.8. Deformasiyalarla gərginliklər arasında asılılıqlar. Ümumiləşmiş Huk qanunu	146
§3.9. Deformasiyanın potensial enerjisi. Mexaniki enerjinin xassələri	151

§3.10. Mürəkkəb gərgin halda möhkəmliyə görə hesablamalar. Möhkəmlik nəzəriyyələri.....	154
§3.11. Misallar.....	159
Əsas düstur və asılılıqlar	166
Özünüyoxlama sualları.....	171
Fəsil IV. Gərgin və deformasiya hallarının eksperimental üsullarla tədqiqi	172
§4.1. Əsas anlayışlar.....	173
§4.2. Tenzometriya üsulu	173
§4.3. Kövrək lak örtüklər üsulu	178
§4.4. Optik qütbləşdirilmə üsulu.....	181
§4.5. Muar zolaqları üsulu.....	186
Özünüyoxlama sualları.....	190
Fəsil V. Sürüşmə.....	191
§5.1. Sürüşmədə gərginlik və deformasiya	192
§5.2. Xalis sürüşmə. Gərgin və deformasiya halının tədqiqi.....	194
§5.3. Deformasiyanın potensial enerjisi	196
§5.4. Sürüşmədə praktiki hesablamalar	197
§5.5. Misallar.....	207
Əsas düstur və asılılıqlar	214
Özünüyoxlama sualları.....	216
Fəsil VI. Yastı kəşiklərin həndəsi xarakteristikaları	217
§6.1. Yastı kəşiklərin həndəsi xarakteristikaları və onların xassələri	218
§6.2. Paralel oxlara nəzərən ətalət momentləri arasında asılılıqlar.....	223
§6.3. Oxlar tərpənməz nöqtə ətrafında döndükdə onlara nəzərən ətalət momentlərinin dəyişməsi	225
§6.4. Baş oxlar və baş ətalət momentləri.....	227
§6.5. Sadə kəşiklərin ətalət momentləri	230
§6.6. Ətalət momentlərinin qrafik üsulla tədqiqi	234
§6.7. Misallar.....	241
Əsas düstur və asılılıqlar	249
Özünüyoxlama suallar	253
Fəsil VII. Millərin burulması	254
§7.1. Dairəvi en kəşikli millərin burulması. Gərginliklərin və deformasiyaların təyin edilməsi	255
§7.2. Dairəvi millərin möhkəmliyə və sərtliyə görə hesablanması.....	262
§7.3. Deformasiyanın potensial enerjisi	265
§7.4. En kəşiyi dairəvi olmayan millərin burulması	267
§7.5. Statik həll olunmayan məsələlər.....	269
§7.6. Kiçik addımlı vintvari silindrik yayların hesablanması.....	271
§7.7. Burulmada milin səmərəli en kəşiyi formaları	273
§7.8. Misallar.....	276

Əsas düstur və asılılıqlar	281
Özünüyoxlama sualları	285
Fəsil VIII. Millərin əyilməsi	286
§8.1. Əsas anlayışlar	287
§8.2. Yastı əyilmədə normal gərginliklər	288
§8.3. Əyilmədə toxunan gərginliklər	294
§8.4. Əyilmədə gərgin halın tədqiqi. Baş gərginliklərin təyini	303
§8.5. Tirlərin möhkəmliyə görə hesablanması	306
§8.6. Tirlərin en kəsiklərinin səmərəli formaları	313
§8.7. Dəyişən en kəsikli tirlər. Bərabər müqavimətli tirlər	315
§8.8. Dartılma və sıxılmada materialının elastiklik modulu müxtəlif olan tirlərin əyilməsi	325
§8.9. Əyilmədə deformasiyanın potensial enerjisi	328
§8.10. Misallar	330
Əsas düstur və asılılıqlar	351
Özünüyoxlama sualları	359
Əlavələr	361

Sadiqov İsmayıl Rza oğlu

professor

MATERİALLAR MÜQAVİMƏTİ

Dərslik

I HISSƏ

Bakı, «Təhsil», 2010.

Bədii və texniki redaktoru *Abdulla Ələkbərov*

Rəssamı *Rza Sadiq*

Kompyuterçi-dizaynerlər *Səadət Quluzadə, Mələk Cəlilova, Təhmasib Mehdiyev*

Korrektorları *Sevinc Hacıyeva, Ülkər Şahmuradova*

Çapa imzalanmışdır 20.12.2010. Kağız formatı 70x100^{1/16}.

Fiziki çap vərəqi 23,5. Sifariş 93. Tirajı 500. Qiyməti müqavilə yolu ilə.

«Təhsil Nəşriyyat-Poliqrafıya» müəssisəsinin mətbəəsində çap olunmuşdur.

Bakı, AZ 1052, F.Xoyski küç., 121^A

Tel.: (+994 12) 567 81 28/29. Faks: (+994 12) 567 82 68

www.tahsilnp.com e-mail: info@tahsilnp.com