

F.S. SADIXOV (Mutlutürk)

*Hər uca rütbədən, fəqət
Alimin rütbəsi ucadır əvət*

Nizami GƏNCƏVİ

2000

KVANT VƏ YÜKSƏK ENERJİLƏR FİZİKASININ ƏSASLARI

- * Kvant mexanikası
- * Kvant statistikasını və tarazlıqda olmayan hadisələr
- * Sahənin kvant nəzəriyyəsi
- * Qrup nəzəriyyəsi və zərrəciklərin təsnifatı
- * Kvarq modeli və kvant rəngdinamikası
- * Zəif təsirin yeni modeli

**Bakı Dövlət Universitetinin Fizika
fakültəsinin təqdimatı ilə çap olunur**



«AVROPA» NƏŞRİYYATI. BAKI - 2006

Az-2
S-15

NAŞİR: Şöhret Səlimbəyli

x 530
S 16

İXTİSAS
REDAKTORU: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,
professor R.X. MURADOV

RƏYÇİ: Akademik F.M. HƏŞİMƏDƏ,

S-15. Faiq Sadıxov (Mutlutürk). Kvant və yüksək enerjilər fizikasının əsasları. "Avropa" nəşriyyatı. Bakı. 2006. 320 səh.

Kitabda kvant mexanikasının, kvant statistikasının, sahənin kvant nəzəriyyəsinin, kvant elektrodinamikasının və rəngdinamikasının zəif qarşılıqlı təsirlərin əsas qanunauyğunluqları şərh olunur. Kvant elektrodinamikasının, rəngdinamikasının, zəif təsirin özəllikləri ətraflı araşdırılmışdır. Yüksək enerjilər fizikasının əsasları müzakirə olunmuşdur. Güclü və zəif təsirlərin ötürülməsi və təsir qüvvəsinin uyğun sahədəki effektiv yükün azalmasına gətirməsi müəyyənləşdirilmişdir.

S 4702060106-04 qrifli nəşr
8032-2006

BDU-nun
Elmi kitabxanası

© "Avropa" nəşriyyatı. 2006.

ÖN SÖZ

Dəyərli oxucu! Sizə təqdim olunan monoqrafiyanın əsasında kvant fizikası durur. Kvant fizikasının nailiyyətləri elmi-texniki inkişafda öz bəşəri rolunu geniş miqyasda oynamışdı. Sonralar meydana gəlmiş bir çox elm sahələri, o cümlədən kvant elektronikasısı, yarımkeçiricilər elektronikasısı, nüvə elektronikasısı, istilik-nüvə sintezi və s. kvant fizikası qanunları ilə idarə olunurlar.

Renessans dövründən bu günə qədər davam edən bəşəri inkişafda kvant fizikasının özünəməxsus yeri var.

Kvant fizikasının başlanğıcı kvant mexanikasısı ilə müəyyənleşir. Kvant mexanikasısı elementar zərrəciklərin və onlardan təşkil olunan sistemin hərəkətini öyrənən fiziki nəzəriyyədir.

Mikrozərrəciyin kiçik sürətlərdə və işıq sürətinə yaxın sürətlərdə hərəkəti kvant mexanikasısında (sahənin kvant nəzəriyyəsində), çoxlu sayda zərrəciklərin hərəkəti isə kvant statistikasında öyrənilir. Kvant nəzəriyyəsi və kvant statistikasısı materiyanın kvant nəzəriyyəsinin tərkib hissəsidir.

Atom ölçüləri tətibində (10^{-8} - 10^{-13} sm) baş verən fiziki hadisələr bizim duyğu orqanlarımıza təsir etmir. Ona görə də kvant hadisələrini əyani təssəvür etmək mümkün olmur. Lakin kvant fizikası atom və nüvədə baş verən hadisələrdən tutmuş, makroskopik effektlərə qədər, elementar zərrəciklərdən tutmuş, kosmik obyektlərə qədər tətbiq olunur. Hal-hazırda müasir təbiət elmlərini və texnikanı kvant fizikasız təsəvvür etmək mümkün deyil. Buradan həmçinin kvant elektrodinamikası və rəngdinamikasının özəllikləri meydana çıxır.

Son zamanlar yaranan kvant rəngdinamikası (xromodinamika) başqa sahələrdən asimptotik sərbəstlik xassəsi ilə fərqlənən bir sahədir.

Zərrəciyin eyni zamanda həm mexaniki zərrəcik və həm də dalğa xassəsinə malik olması kvant mexanikasının vacib özəlliyidir. Bu özəlliyi özündə daşıyan ehtimal amplitudu və ya hal funksiyası adlanan ψ -funksiyadır. Bu funksiya ilə elektrodinamika və rəngdinamikasının hadisələrinin əsasları araşdırılır və alınan nəticələr təcrübi faktları kifayət qədər qənaətbəxş izah edirlər.

KVANT MEXANİKASI

Bu bölümdə hal funksiyası, superpozisiya prinsipi, fiziki dəyişəni müəyyənləşdirən operatorları, sıradəyişən (kommutativ) və sıradəyişməyən (kommutativ olmayan) operatorların özəlliyi, fəza və zamanın bircinsli və izotoplugu, bəzi operatorların aşkar şəklinin tapılması, zərrəciyin halının Şrödinger tənlinin zaman ərzində sistemin evolyusiyasını təyin etməsi, qeyri-müəyyənlik münasibətinin varlığı kimi mövzular barədə bəhs olunur.

§1.1. Hal vektoru və superpozisiya prinsipi

Kvant mexanikasında zərrəcik və ya kvant sistemi dalğa funksiyası adlanan «psi» funksiya $\psi(\vec{r}, t, \vec{\sigma}, \dots)$ ilə xarakterizə olunur. Bu funksiya kompleks funksiya ola bilər, ona görə onun fiziki mənası olmur. O, aşağıdakı xassələri ödəyən funksiya olmalıdır:

- a) arqumentə görə kəsilməz funksiyadı
- b) bir qiymətli olmalıdır
- c) sonlu olmalıdır

d) kvadratik inteqralanan, yəni $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi dV < \infty$ olmalıdır.

Bu şərtləri ödəyən ψ -funksiya *dalğa funksiyası* və ya *hal vektoru* adlanır. Onların sayı sonsuz qədərdir və hər biri kompleks də ola bilər. Belə vektorlardan təşkil olunan fəza *Hilbert fəzası* adlanır. Yəni, ψ -lər Hilbert fəzasının vektorlarıdır.

Klassik fizikada maddi nöqtənin vəziyyətini radius-vektor təyin etdiyi kimi, burada da ψ -funksiya sistemin vəziyyətini təyin edir. Nöqtəvi elektron fəzanın istənilən nöqtəsində eyni ehtimalla müşahidə oluna bilər. Ona görə də

$$w = \psi^* \psi = |\psi|^2$$

yazmaq olar.

Ehtimal sıxlığı (vahid həcimdə olma ehtimalı) həm zərrəciyin mexaniki xassəsini və həm də dalğa özəlliyini göstərən anlayışdır. $|\psi|^2 = w$ sabit olub, bütün nöqtələrdə zərrəciyin olma ehtimalını göstərir. dV həcmində zərrəciyin olma ehtimalı

$$dw = |\psi|^2 dV$$

olar. Onda V həcmində olma ehtimalı üçün

$$W = \int_V dw = \int_V |\psi|^2 dV$$

olar. Sonsuz fəza üzrə bu inteqral $\int_V |\psi|^2 dV = 1$ olmalıdır. Yəni,

100% ehtimalla zərrəcik fəzanın hər hansı bir nöqtəsində olacaqdır.

Hal vektorları üçün superpozisiya (toplama) prinsipindən istifadə olunur. Bu prinsipə görə, əgər fiziki sistemin halı $\psi_1(\vec{r}, t)$ funksiya ilə, eyni zamanda $\psi_2(\vec{r}, t)$ funksiya ilə, $\psi_3(\vec{r}, t)$ funksiya ilə və s. təyin olunarsa, sistemin halı

$$\psi(\vec{r}, t) = a_1\psi_1(\vec{r}, t) + a_2\psi_2(\vec{r}, t) + a_3\psi_3(\vec{r}, t) + \dots$$

funksiyası ilə də təyin olunur. Burada a_1, a_2, a_3 və s. əmsalları ixtiyari xəyali və ya həqiqi ədədlərdir. Onlar ψ -funksiyanın normallaşma sərtindən tapılır. ψ_1, ψ_2, ψ_3 və s. hallarda olan sistem

$$\psi = a_1\psi_1(\vec{r}, t) + a_2\psi_2(\vec{r}, t) + \dots + a_n\psi_n(\vec{r}, t) + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} a_k\psi_k(\vec{r}, t)$$

halında da ola bilər

$$\psi = \sum_{k=1}^{\infty} a_k\psi_k(\vec{r}, t). \quad (\text{I.1})$$

Klassik fizikadakı superpozisiya prinsipindən fərqli olaraq burada ψ_1, ψ_2 və s. halların toplanmasından yeni bir hal deyil, ψ_1, ψ_2 və s. hallardan biri alınır. Bu hallardan hansının müəy-

yən olunması a_1, a_2, a_3 və s. əmsalların ən çox ehtimalla iştirak etməsinə uyğun gələn halda olması ilə təyin olunur.

Misal olaraq klassik süperpozisiyada, iki rəqsin

$$\begin{aligned} x_1 &= a_1 \sin \omega t \\ x_2 &= a_2 \sin \omega t \end{aligned} \quad (I.2)$$

toplanması, yeni (a_1+a_2) amplitudlu rəqs $x = (a_1+a_2)\sin\omega t$ verir.

Kvant superpozisiya prinsipinə görə yeni (toplam rəqs) a_1 amplitudlu və ya a_2 amplitudlu rəqs alacaqdı.

Dalğa funksiyasını $\psi = ae^{i\varphi}$ kimi təsvir etsək, dalğanın fazası φ təsir inteqralı $I(\vec{r}, t)$ ilə mütənəsb olmalıdır:

$$\varphi = \text{const } I(\vec{r}, t) = \frac{i}{\hbar} I(\vec{r}, t).$$

Onda hal vektorunun dalğa funksiyasına uyğun gəlməsi

$$\psi = ae^{\frac{i}{\hbar} I(\vec{r}, t)} \quad (I.3)$$

ilə təyin olunur. Bu funksiya *kvaziklassik* və ya *klassikəbənzər* dalğa funksiyası deyilir.

Kvant mexanikasının riyazi əsasını operator (işləmci) hesabı təşkil edir. Verilmiş çoxluqda bir funksiyanı, başqa bir funksiya çevirən əməliyyata *operator* (işləmci) deyilir. Yeni \hat{A} operatoru (işləmci) φ -funksiyanı ψ -funksiyasına çevirir:

$$\psi = \hat{A}\varphi \quad (I.4)$$

Bəzən $\hat{A}\varphi$ təsirindən yeni funksiya deyil, elə φ -nin hər hansı bir a sabitinə vurulması alınır.

$$A\varphi = a\varphi.$$

Əgər belə bərabərlik ödənərsə, onda φ -yə \hat{A} operatorunun *məxsusi funksiyası*, a ədədinə isə A operatorunun *məxsusi qiyməti* deyilir.

Kvant mexanikasında iki özəlliyi olan operatorlardan:
a) *xətti operatorlardan*,

$$\hat{A}(a_1\psi_1 + a_2\psi_2 + \dots + a_n\psi_n) = \hat{A}\sum_{k=1}^{\infty} a_k\psi_k = \sum_{k=1}^{\infty} a_k(\hat{A}\psi_k) \quad (I.5)$$

b) öz-özünə (ermit) qoşma operatorlardan

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_1^* (\hat{A} \psi_2) dv = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_2 (\hat{A}^* \psi_1^*) dv \quad (1.6)$$

istifadə olunur. Burada ψ_1 və ψ_2 ixtiyari halın dalğa funksiyasıdır. a) şərtinin ödənməsi superpozisiya prinsipinin ödənməsinə, b) şərtinin ödənməsi isə A operatorunun məxsusi qiymətinin həqiqi olmasına gətirib çıxarır.

Hər hansı dinamik dəyişənin (fiziki kəmiyyətin) orta qiyməti dedikdə, n dəfə ölçü zamanı bu kəmiyyət üçün n_1 dəfə F_1 qiyməti, n_2 dəfə F_2 qiyməti, n_3 dəfə F_3 qiyməti və s. alınrsa,

$$\bar{F} \equiv \langle F \rangle = \frac{n_1 F_1 + n_2 F_2 + n_3 F_3 + \dots + n_k F_k}{n} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum F_k \frac{n_k}{kn} = \sum_k F_k W(F_k),$$

anlaşılır. Ehtimalın tərifinə görə

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum F_k \frac{n_k}{n} = W_k(F_k)$$

-dır. Yəni orta qiymət

$$\bar{F} \equiv \langle F \rangle = \sum_k F_k W_k(F_k) \quad (1.7)$$

və ya

$$\langle F \rangle \equiv \bar{F} = \int F(q) W(q) dq$$

kimi təyin olunur.

Operatorun özəlliyinə görə dinamik dəyişəni müəyyən etmək məqsədi ilə aşağıdakı postulatlar qəbul olunur:

1) Hər bir dinamik dəyişən xətti və ermit operatorla təmsil olunur.

2) Operatorun məxsusi qiyməti

$$\hat{F} \psi = F \psi \quad (1.8)$$

F müşahidə olunan F kəmiyyətinin eyni olur və onlar həqiqi kəmiyyətlərdir.

3) İxtiyari halı xarakterizə edən ψ funksiyasının məxsusi funksiyaların ψ_k cəmi şəklində yazılışında

$$\psi = \sum a_k \psi_k$$

a_k əmsalları bu və ya başqa fiziki kəmiyyətin hər hansı qiymət alma ehtimalını təyin edir:

$$W(F) = a_k^* a_k = |a_k|^2. \quad (I.9)$$

Yəni (I.8)-dən F kəmiyyətini ölçməklə, onlardan birini alırıq. Bu postulatdan istifadə etsək

$$\begin{aligned} \bar{F} \equiv \langle F \rangle &= \sum_k F_k |a_k|^2 = \sum_k F_k a_k^* a_k = \sum_k \sum_{k'} F_k a_k^* a_k \delta_{k'k} = \\ &= \sum_{k'} F_k a_k^* a_k \int \psi_k^* \psi_k dV = \int \sum_{k'} \psi_k^* a_k^* \sum_k F_k a_k \psi_k dV = \\ &= \int \sum_{k'} \psi_k^* a_k^* \sum_k a_k \hat{F} \psi_k dV = \int \psi^* \hat{F} \psi dV \\ \bar{F} &= \int \psi^* \hat{F} \psi dV \end{aligned} \quad (I.10)$$

yaza bilərik.

Orta qiymətdən kənara çıxmaları tapmaq üçün orta kvadratik yayınmanı (fərqlənmə) $\langle (\Delta F)^2 \rangle \equiv \overline{(\Delta F)^2}$ müəyyənləşdir-mək lazımdır ($\Delta F = F - \bar{F}$). Bunun operatoru $\hat{\Delta F} = \hat{F} - \bar{F}$ olar və kvadratik orta qiymət

$$\begin{aligned} \overline{(\Delta F)^2} &= \int \psi^* (\hat{\Delta F})^2 \psi dV = \int \psi^* (\hat{\Delta F})(\hat{\Delta F}) \psi dV = \\ &= \int \varphi (\hat{\Delta F})^* \psi^* dV = \int (\hat{\Delta F}) \psi (\hat{\Delta F})^* \psi^* dV = \int \left| (\hat{\Delta F}) \psi \right|^2 dV \text{ -di.} \end{aligned}$$

Orta kvadratik fərqlənmənin sıfır olması, F kəmiyyətinin müəyyən qiymət alması deməkdir. Sıfırlıq şərti

$$\int \left| (\hat{\Delta F}) \psi \right|^2 dV = 0$$

şəklindədir və burada $(\hat{\Delta F}) \psi = 0$ olur və F müəyyən olanda

$$\hat{F} \psi = F \psi \quad (I.11)$$

tənliyi alınır.

Bu tənliyi həll etdikdə F kəmiyyəti üçün kəsilməz və dis-

kret qiymətlər alına bilər. Alınan məxsusi qiymətlər kəsilməz və diskret spektr təşkil edir. Bəzən (I.11) tənliyinin həllində bir F kəmiyyətinə bir neçə hal funksiyası uyğun gəlir. Belə halda *cırlaşmış hal* deyilir.

§ I.2. Dinamik dəyişənlərin təyini. Sıradəyişmə (kommutasiya) münasibətləri

Kvant mexanikasında fiziki kəmiyyətlər operatorlarla təyin olunduğu üçün, onların eyni zamanda müəyyən qiymət alması ehtimalının tapılması, operatorlarının sıradəyişən (kommutativ) olması ilə əlaqədardır. Əgər operatorlar sıradəyişəndirsə, onlara *kommutativ* operatorlar deyilir. İki operatorun eyni məxsusi funksiyası varsa, onlar kommutativ olurlar. Yəni fiziki kəmiyyətlərin eyni zamanda müəyyən qiymət alması, operatorlar arasındakı münasibətlə təyin olunur.

Fərz edək ki, ψ -funksiya \hat{F} operatorunun məxsusi funksiyası, fiziki kəmiyyətə uyğun gələn f məxsusi qiymətidir. Onda

$$\hat{F}\psi = f\psi \quad (\text{I.12})$$

olar.

Əgər ψ -funksiya eyni zamanda başqa bir \hat{L} operatorunun da məxsusi funksiyası olarsa, onda

$$\hat{L}\psi = \ell\psi \quad (\text{I.13})$$

yazmaq olar, burada ℓ \hat{L} operatorunun məxsusi qiymətidir. Bu qayda ilə, həm \hat{F} operatorunun və həm də \hat{L} operatorunun eyni məxsusi funksiyası olarsa,

$$\hat{F}\psi = f\psi \quad (\text{I.14})$$

$$\hat{L}\psi = \ell\psi$$

yazmaq olar. (I.14)-də birincini soldan \hat{L} -ə, ikincini isə \hat{F} -ə soldan vursaq

$$\hat{L}\hat{F}\psi = \hat{L}f\psi = f\ell\psi$$

$$\hat{F}\hat{L}\psi = \hat{F}\ell\psi = \ell f\psi$$

və tərəf-tərəfə çıxsaq

$$(\hat{L}\hat{F} - \hat{F}\hat{L})\psi = (f\ell - \ell f)\psi = 0$$

(f və ℓ - adi ədədlərdir)

$$(\hat{L}\hat{F} - \hat{F}\hat{L})\psi = 0 \quad (I.15)$$

və yaxud

$$\hat{L}\hat{F} = \hat{F}\hat{L} \quad (I.16)$$

alınar. Beləliklə, \hat{F} və \hat{L} operatorlarının məxsusi qiymətləri müəyyən olduqda bu operatorlar kommutasiya edirlər. Deməli, iki müxtəlif fiziki kəmiyyətin eyni zamanda seçilmiş dəqiq qiymətlər alması üçün, onların operatorları sıradəyişən, yəni kommutativ olmalıdır.

Bu xassənin tərsi də, yəni kommutativ operatorların eyni məxsusi funksiyası olması nəticəsi də doğrudur.

Əgər iki fiziki kəmiyyətə uyğun olan iki operator sıradəyişən (kommutativ) deyilsə, onda fiziki kəmiyyətlər eyni zamanda dəqiq təyin oluna bilməzlər.

x , y , z koordinatları eyni zamanda dəqiq ölçülən, kəmiyyətlərdir, çünki x , y , z - operatorları kommutativ operatorlardır. İmpulsın komponentləri P_x , P_y , P_z eyni zamanda dəqiq ölçülə bilən kəmiyyətlərdir.

Fəzanın bircinsliyindən

$$\psi(\vec{r}) = \psi(\vec{r} + \vec{a}) = \psi(\vec{r}') \quad (I.17)$$

funksiyaları eyni halı xarakterizə edirlər. $\psi(\vec{r} + \vec{a})$ -nı a -nın dərəcələrinə görə sıraya ayırısaq,

$$\psi(\vec{r} + \vec{a}) = \psi(\vec{r}) + \vec{a} \frac{\partial \psi}{\partial \vec{r}} \Big|_{\vec{r}=\vec{a}} + \dots$$

alarıq. (I.3)-dən istifadə etsək

$$\psi = (a-1)e^{\frac{i}{\hbar}I(\vec{r},t)}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \vec{r}} = \frac{\partial}{\partial \vec{r}} e^{\frac{i}{\hbar}I(\vec{r},t)} = \frac{i}{\hbar} \frac{\partial I(\vec{r},t)}{\partial \vec{r}} e^{\frac{i}{\hbar}I(\vec{r},t)} \quad (I.18)$$

yazmaq olar. I -nin gradienti impulsa bərabər olur $p = \nabla I$,

onda

$$\frac{\partial \psi(\vec{r})}{\partial \vec{r}} = \frac{i}{\hbar} \vec{p} \psi$$

olar və impuls operatoru

$$\vec{P} = -i\hbar \vec{\nabla} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \vec{r}}$$

müəyyənləşər. Komponentləri üçün

$$\hat{P}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, \quad \hat{P}_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, \quad \hat{P}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} \quad (I.19)$$

yazarıq. Bu operatorlar bir-biri ilə kommutasiya etdikləri üçün

$$\begin{aligned} [\hat{P}_x \hat{P}_y] &= \hat{P}_x \hat{P}_y - \hat{P}_y \hat{P}_x = 0, \\ [\hat{P}_y \hat{P}_z] &= \hat{P}_y \hat{P}_z - \hat{P}_z \hat{P}_y = 0, \\ [\hat{P}_z \hat{P}_x] &= \hat{P}_z \hat{P}_x - \hat{P}_x \hat{P}_z = 0, \\ [\hat{y} \hat{P}_x] &= [\hat{z} \hat{P}_x] = [\hat{x} \hat{P}_y] = [\hat{x} \hat{P}_z] = 0 \end{aligned} \quad (I.20)$$

doğrudur və onlar dəqiq təyin olunurlar.

Lakin koordinat və impuls operatorlarının uyğun komponentləri kommutasiya etmirlər.

$$\begin{aligned} (x \hat{P}_x - \hat{P}_x x) \psi &= \left(-i\hbar x \frac{\partial}{\partial x} + i\hbar \frac{\partial}{\partial x} x \right) \psi = \\ &= -i\hbar x \frac{\partial \psi}{\partial x} + i\hbar x \frac{\partial \psi}{\partial x} + i\hbar \psi = i\hbar \psi. \end{aligned}$$

Yəni

$$\begin{aligned} \hat{x} \hat{P}_x - \hat{P}_x x &= i\hbar, \quad [\hat{x} \hat{P}_x] = i\hbar \\ \hat{y} \hat{P}_y - \hat{P}_y y &= i\hbar, \quad [\hat{y} \hat{P}_y] = i\hbar \\ \hat{z} \hat{P}_z - \hat{P}_z z &= i\hbar, \quad [\hat{z} \hat{P}_z] = i\hbar \end{aligned} \quad (I.21)$$

olur. Beləliklə, uyğun koordinat və impuls operatorları kommutasiya etmədikləri üçün eyni zamanda dəqiq təyin oluna bilməzlər və onlar arasında qeyri-müəyyənlik münasibətləri mövcüddür.

Əgər $[\hat{F}\hat{L}] = \hat{F}\hat{L} - \hat{L}\hat{F} = i\hat{C}$ dirsə, onda

$$\hat{\Delta F} = \hat{F} - \langle F \rangle, \quad \hat{\Delta L} = \hat{L} - \langle L \rangle, \quad [\hat{\Delta F} \hat{\Delta L}] = i\hat{C} \quad (I.22)$$

yazmaq olar. Orta kvadratik fərqlənmə üçün

$$\overline{(\Delta F)^2} = \int \psi^* (\hat{F} - \langle F \rangle)^2 \psi dV$$

və

$$\overline{(\Delta L)^2} = \int \psi^* (\hat{L} - \langle L \rangle)^2 \psi dV \quad (I.23)$$

yazılar. Buradan

$$\begin{aligned} \overline{(\Delta F)^2 (\Delta L)^2} &= (\psi_F \cdot \psi_F)(\psi_L \cdot \psi_L) \\ \psi_F &= \hat{F}\psi, \quad \psi_L = \hat{L}\psi \\ (\varphi_F, \psi_F) &= \int \psi_F^* \psi_F dV \\ (\varphi_L, \psi_L) &= \int \psi_L^* \psi_L dV \end{aligned} \quad (I.24)$$

alarıq. $|AB|^2 \leq |A|^2 |B|^2$ olduğu üçün

$$\begin{aligned} \overline{(\Delta F)^2 (\Delta L)^2} &\geq |(\psi_F, \psi_L)|^2, \\ \overline{(\Delta F)^2 (\Delta L)^2} &\geq \frac{\bar{c}^2}{4}. \end{aligned} \quad (I.25)$$

Ona görə də

$$\overline{(\Delta F)^2 (\Delta L)^2} \geq \frac{\bar{c}}{2} \quad (I.26)$$

alarıq. Yəni, $[\hat{F}\hat{L}] = iC$ olanda, F ilə L arasında qeyri-müəyyənlik münasibəti yaranır. Bu münasibəti başqa yolla da ala bilərik. Onun üçün həqiqi α parametrindən asılı olan müsbət mütləq ifadəyə baxaq.

$$I(\alpha) = \int \left| (\alpha \hat{\Delta F} - i \hat{\Delta L}) \psi \right|^2 dV \geq 0$$

$$\begin{aligned} I(\alpha) &= \int (\alpha \hat{\Delta F} - i \hat{\Delta L}) \psi (\alpha \hat{\Delta F}^* + i \hat{\Delta L}^*) \psi^* dV = \\ &= \alpha^2 \int \psi^* (\Delta F)^2 \psi dV + \int \psi^* (\Delta L) \psi dV - \alpha \int \psi^* i [\hat{F}, \hat{L}] \psi dV \geq 0. \end{aligned}$$

Bu yazılışın doğru olması üçün

$$I(\alpha) = \alpha^2 \overline{(\Delta F)^2} + \alpha \overline{C} + \overline{(\Delta L)^2} \geq 0$$

ödənməlidir və buradan da

$$\overline{(\Delta F)^2} \overline{(\Delta L)^2} \geq \frac{\overline{C}^2}{4} \quad \text{və ya} \quad \overline{(\Delta F)(\Delta L)} \geq \frac{\overline{C}}{2} \quad (I.27)$$

alınar.

(I.27)-ya görə

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta P_x &\geq \frac{\hbar}{2}, & \Delta \varphi \Delta L_z &\geq \frac{\hbar}{2} \\ \Delta y \Delta P_y &\geq \frac{\hbar}{2}, & \Delta t \Delta E &\geq \frac{\hbar}{2} \\ \Delta z \Delta P_z &\geq \frac{\hbar^2}{2} \end{aligned} \quad (I.28)$$

münasibətləri mövcud olur.

(I.28)-də $\Delta t \Delta E \geq \frac{\hbar^2}{2}$ münasibəti enerjinin ΔE dəqiqliyi ilə

Δt zaman intervalında olması mənasında başa düşülür.

Beləliklə, F operatorunun ψ_1, ψ_2, \dots məxsusi funksiyalarının cəmi (superpozisiyası) olan

$$\varphi = a_1 \psi_1 + a_2 \psi_2 + \dots$$

funksiyası \hat{L} operatorunun məxsusi funksiyası ola bilər. Bu zaman \hat{F} ilə \hat{L} operatorları kommutasiya edirlər. Onda φ -dəki əmsalların kvadratı $|a_n|^2$ ($n=1, 2, \dots$) $E \psi_n = f_n \psi_n$ tənliyindən f_n fiziki kəmiyyətinin ehtimalını təyin edir. Yəni L -ə görə F fiziki kəmiyyəti müəyyən qiymət alır.

§1.3. İmpuls momentı operatoru və onun özəlliyi

Fəzanın izotropluğundan (fəzada bütün istiqamətlərin eyni olması) impuls momentinin saxlanması qanunundan alınır. Qa-

palı sistemlərdə bütün istiqamətlərin eyni olmasına görə fəzədə dönmə zamanı sistemin halı $\psi(\vec{r})$ və $\psi(\vec{r}') = \psi(\vec{r} + \delta\vec{r})$ funksiyaları eyni halı xarakterizə edər. Dönmə zamanı

$$\delta\vec{r} = [\delta\vec{\varphi}\vec{r}] = \vec{i}[\delta\vec{\varphi}\vec{r}]_x + \vec{j}[\delta\vec{\varphi}\vec{r}]_y + \vec{k}[\delta\vec{\varphi}\vec{r}]_z$$

olar. Onda $\psi(\vec{r} + \delta\vec{r})$ funksiyanı $\delta\vec{r}$ ətrafında sıraya ayırısaq

$$\begin{aligned} \psi(\vec{r} + \delta\vec{r}) &= \psi(\vec{r}) + \delta\vec{r} \left. \frac{\partial\psi(\vec{r})}{\partial\vec{r}} \right|_{\vec{r}=\delta\vec{r}} + \dots = \\ &= \psi(\vec{r}) + [\delta\vec{\varphi}\vec{r}] \frac{\partial}{\partial\vec{r}} \psi(\vec{r}) + \dots = (1 + [\delta\vec{\varphi}\vec{r}]\vec{\nabla} + \dots)\psi(\vec{r}) = \\ &= (1 + \delta\vec{\varphi}[\vec{r}\vec{\nabla}] + \dots)\psi(\vec{r}). \end{aligned}$$

Burada

$$\vec{L} = t - i\hbar[\vec{r}\vec{\nabla}] = [\vec{r}\hat{P}] \quad (I.29)$$

impuls momenti operatoru olur.

$$\begin{aligned} \hat{L}_x &= -i\hbar \left(y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right) = y\hat{P}_z - z\hat{P}_y \\ \hat{L}_y &= -i\hbar \left(z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \right) = z\hat{P}_x - x\hat{P}_z \\ \hat{L}_z &= -i\hbar \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) = x\hat{P}_y - y\hat{P}_x \end{aligned} \quad (I.30)$$

Bu operatorlar bir-biri ilə kommutasiya etməirlər

$$\begin{aligned} [\hat{L}_x, \hat{L}_y] &= \hat{L}_x \hat{L}_y - \hat{L}_y \hat{L}_x = i\hbar \hat{L}_z, \\ [\hat{L}_y, \hat{L}_z] &= \hat{L}_y \hat{L}_z - \hat{L}_z \hat{L}_y = i\hbar \hat{L}_x, \\ [\hat{L}_z, \hat{L}_x] &= \hat{L}_z \hat{L}_x - \hat{L}_x \hat{L}_z = i\hbar \hat{L}_y. \end{aligned} \quad (I.31)$$

\hat{L}_x, \hat{L}_y və \hat{L}_z operatorlarının ortaq məxsusi funksiyaları olmur və buna görə də onlar tam fiziki kəmiyyətlər çoxluğu təşkil etməirlər. Lakin onlardan düzəldilən $\hat{L} = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2$ operatoru və L_x, L_y, L_z komponentlərdən biri (ədatən \hat{L}_z operatoru)

bir-biri ilə kommutasiya edilər.

$$\hat{L} = \hat{L}_z - \hat{L}_z \hat{L}^2 = [\hat{L}^2 \hat{L}_z] = 0$$

olur və onların ortaq məxsusi funksiyası var.

$$\hat{L}^2 \psi_\ell^m(\theta, \varphi) = L^2 \psi_\ell^m(\theta, \varphi) \quad (\text{I.32})$$

$$\hat{L}_z \psi_\ell^m(\theta, \varphi) = L_z \psi_\ell^m(\theta, \varphi)$$

Sferik koordinatlarda $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$ və \hat{L}^2 operatorları

$$\begin{aligned} \hat{L}_x &= i\hbar \left(\sin \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} + \operatorname{ctg} \theta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \\ \hat{L}_y &= i\hbar \left(\cos \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \operatorname{ctg} \theta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \end{aligned} \quad (\text{I.33})$$

$$\hat{L}_z = i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] \quad (\text{I.34})$$

olur.

(I.32) və (I.33)-yə görə

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi} \psi_\ell^m(\theta, \varphi) = L_z \psi_\ell^m(\theta, \varphi),$$

$$\begin{aligned} -\hbar^2 \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] \psi_\ell^m(\theta, \varphi) = \\ = L^2 \psi_\ell^m(\theta, \varphi) \end{aligned} \quad (\text{I.35})$$

alınar. Bunların həllindən sferik funksiyaları

$$\psi_\ell^m(\theta, \varphi) = Y_\ell^m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(2\ell+1)(\ell-|m|)!}{4\pi(\ell+m)!}} P_\ell^m(\cos \theta) e^{im\varphi} \quad (\text{I.36})$$

təyin etmək olar. Burada

$$P_\ell^m(\cos \theta) = \frac{1}{2^\ell \ell!} (1 - \cos^2 \theta)^{\frac{|m|}{2}} \frac{d^{|\ell+m|} (\cos^2 \theta - 1)}{d(\cos \theta)^{|\ell+m|}} \quad (\text{I.37})$$

Lejandr polinomudur.

(I.36) və (I.37)-ə daxil olan ℓ və m kvant ədədləri *orbital* və *maqint kvant ədədləri* adlanır. Onlar impuls momentinin kvadratını və momentin z oxu boyunca proyeksiyasını təyin edirlər.

L_z və L^2 kəmiyyətləri üçün

$$\begin{aligned} L_z &= \hbar m, \\ L^2 &= \hbar \ell(\ell + 1) \end{aligned} \quad (\text{I.38})$$

bu məxsusi qiymətləri tapırıq:

$$m = \underbrace{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell}_{2\ell+1}.$$

Burada $\ell = 0, 1, 2, \dots, n-1$ qiymətlərini ala bilər. Yəni impuls momenti kvantlanır, diskret qiymətlər alır. Deməli, (I.32) tənlikləri

$$\begin{aligned} \tilde{L}^2 Y_\ell^m(\theta, \varphi) &= \hbar^2 \ell(\ell + 1) Y_\ell^m(\theta, \varphi), \\ L_z Y_\ell^m(\theta, \varphi) &= \hbar m Y_\ell^m(\theta, \varphi). \end{aligned} \quad (\text{I.39})$$

yazılar. Sferik sahədə hərəkət zamanı

$$\begin{aligned} L_z &= 0, \pm \hbar, \pm 2\hbar, \\ L^2 &= 0, 2\hbar^2, 6\hbar^2, 12\hbar^2 \end{aligned} \quad (\text{I.40})$$

impuls momenti seçilmiş qiymətlər almış olar.

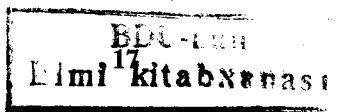
§I.4. Enerji operatoru. Şrödinger tənliyi

Dalğa funksiyası sistemin halının xarakterizə etdiyi kimi hal vektorunun zamana görə dəyişməsinə də götürmək olar. Qapalı sistemdə zamanın bircinsliyi enerjinin saxlanması göstərir.

Zaman anları eyni olduğu üçün $\psi(t)$ və $\psi(t') = \psi(t + t_0)$ funksiyaları eyni halı xarakterizə edirlər.

$\psi(\vec{r}, t + t_0)$ -nin sırası

$$\psi(t + t_0) = \psi(\vec{r}, t) + t_0 \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, t) \dots \quad (\text{I.41})$$



olar. Yenə $\psi = ae^{\frac{i}{\hbar}I}$ götürsək ($a=1$),

$$\frac{\partial}{\partial t} e^{\frac{i}{\hbar}I} = \frac{i}{\hbar} \frac{\partial I}{\partial t} \psi(\vec{r}, t) \quad (\text{I.42})$$

yazarıq və $-\frac{\partial I}{\partial t} = H$ olduğu üçün

$$\frac{\partial}{\partial t} e^{\frac{i}{\hbar}I} = -\frac{i}{\hbar} H \psi(\vec{r}, t) = -\frac{i}{\hbar} H e^{\frac{i}{\hbar}I} \quad \text{və} \quad \frac{\partial}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} H$$

alarıq. Onda enerji operatoru

$$\hat{H} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (\text{I.43})$$

şeklində olur. Yəni, Hamilton operatoru enerji operatoru olar

$$\hat{H} = \hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (\text{I.44})$$

və (I.42)-dən

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H} \psi(\vec{r}, t) \quad (\text{I.45})$$

tənliyi *Şrödinger tənliyi* adlanır. Digər tərəfdən H -operatoru

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + U(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(\vec{r})$$

şeklindədir. Δ — Laplas operatorudur və sferik koordinat sistemində

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right]$$

şeklində yazılır. Ona görə də enerji operatoru

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2mr^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\hat{L}^2}{2mr^2} + U(\vec{r}) \quad (\text{I.46})$$

alınar.

Elektrostatik və maqnit sahəsində Hamilton operatoru

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2mr^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\hat{L}^2}{2mr^2} + U(\vec{r}) + eV +$$

$$+ \frac{e^2}{2mc^2} A^2 - \frac{e}{mc} \vec{A} \vec{P} + \frac{ie\hbar}{2mc} \operatorname{div} \vec{A} \quad (I.47)$$

təyin olunur. Burada m – zərrəciyi kütləsi, e – onun yükü, c – işığın boşluqda yayılma sürəti, \vec{A} – elektromaqnit sahəsinin vektor potensialıdır.

Enerjinin orta qiyməti ixtiyari halda $\bar{E} = \bar{K} + \bar{U}$ olur. Kinetik enerjinin orta qiyməti $\bar{K} \geq 0$ olur və $\bar{U} > U_{\min}$ olanda $\bar{E} > U_{\min}$ nəticəsinə gəlirik. Bu şərt bütün hallarda doğru olduğu üçün bu hallarda $E_n > U_{\min}$ şərtini alırıq.

Sonsuzluqda sıfıra yaxınlaşan potensiallı sahədə $U \rightarrow 0$ enerji $E < 0$ olur və diskret qiymətlər alır. Belə olduğu təqdirdə sistemin halı rəbitəli hal olur və sistemin ayrı-ayrı hissələri bir-birilə əlaqəli olur. Yəni hərəkət sonlu məsafədə baş verən *finit* hərəkət olur.

Əks təqdirdə məxsusi qiymətlər müsbət olur və spektr kəsilməz spektrə uyğun gəlir. Yəni, bu zaman hərəkət sonsuzluğa qədər gedən *infinit* hərəkət olacaqdır.

Beləliklə, bütün fəzada $U(\vec{r}) > 0$ olduqda hərəkət hər zaman *infinit*, amma $U(\vec{r}) < 0$ olduqda isə hərəkət finit olaraq sonsuza gedə bilməz və diskret spektr alınır. Yəni, diskret spektrli stasionar hallar həmişə finit hərəkət edən sistemdir.

§I.5. Stasionar halın Ştödingər tənliyi

Ümumi halın

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H} \psi(\vec{r}, t) \quad (I.48)$$

Şrödinger tənliyini xüsusi halda \hat{H} zamandan aşkar şəkildə asılı olmazca ($\hat{H} \neq f(t)$), dalğa funksiyasını

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \varphi(t)$$

şəklində yazmaq olar. Bunu (I.42)-də yerinə yazsaq

$$i\hbar \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{\hat{H}\psi(\vec{r})}{\psi(\vec{r})} = E \quad (I.49)$$

alarıq. İki müxtəlif dəyişəndən asılı ifadənin bərabərliyindən, onların bir sabitə bərabər olması alınar. Bu sabiti E ilə işarə edək. Onda iki tənlik alırıq:

$$i\hbar \frac{d\varphi(t)}{\varphi(t)} = Edt, \quad (I.50)$$

$$\hat{H}\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$$

Birinci tənlikdən

$$i\hbar \ln \varphi(t) = Et \text{ və } \varphi(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}Et} \quad (I.51)$$

alınar.

(I.50) tənliyinə *stasionar halın Şrödinger tənliyi* deyilir və bu halın dalğa funksiyası

$$\psi_s(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$$

şəklində olur.

(I.50) tənliyi stasionar halların Şrödinger tənliyi olaraq, ixtiyari halı bu halların süperpozisiyası şəklində göstərmək olar. Diskret halda bu halın dalğa funksiyası

$$\psi(\vec{r}, t) = \sum c_k \psi_s^k(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar}Et},$$

kimi, kəsilməz halda isə

$$\psi(\vec{r}, t) = \int a(f) \psi_s(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar}Et} f_n$$

şəklində yazılar.

Stasionar halda ehtimal sıxlığı zamandan asılı deyil

$$W = |\psi(\vec{r}, t)|^2 = |\psi(\vec{r})|^2. \quad (I.53)$$

Fiziki kəmiyyətin orta qiyməti stasionar halda zamandan asılı olmur

$$\bar{F} = \int \psi^*(\vec{r}, t) \hat{F} \psi(\vec{r}, t) dV = \int \psi^*(\vec{r}) \hat{F} \psi(\vec{r}) dV. \quad (I.54)$$

Eləcə də, dinamik dəyişənin hər hansı qiymət alma ehtimalı

zamanın funksiyası deyil

$$W(F_n) = \left| \int \psi^*(\vec{r}, t) \hat{F} \psi(\vec{r}, t) dV \right|^2 = \left| \int \psi^*(\vec{r}) \hat{F} \psi(\vec{r}) dV \right|^2 \quad (I.55)$$

Stasionar halda sistemin halının zamandan asılı olması enerji ilə müəyyən olunur.

§I.6. Kvant mexanikasının hərəkət tənliyi

Kvant mexanikasının hərəkət tənliyi fiziki kəmiyyətin orta qiymətindən tapılır. Burada yalnız dinamik dəyişənin zamana görə orta qiymətinin, bu dəyişənin zamana görə dəyişməsinə bərabər olması qəbul olunmalıdır:

$$\left\langle \frac{dF}{dt} \right\rangle = \frac{d}{dt} \langle F \rangle. \quad (I.56)$$

Yəni

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dF}{dt} \right\rangle &= \int \psi^*(\vec{r}, t) \frac{\hat{dF}}{dt} \psi(\vec{r}, t) dV = \\ &= \frac{d}{dt} \int \psi^*(\vec{r}, t) \hat{F} \psi(\vec{r}, t) dV \end{aligned} \quad (I.57)$$

götürülür. (I.48)-dan istifadə etsək

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} &= \frac{1}{i\hbar} \hat{H} \psi(\vec{r}, t) \\ \frac{\partial \psi^*(\vec{r}, t)}{\partial t} &= -\frac{1}{i\hbar} \hat{H}^* \psi^*(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (I.58)$$

alarıq. Bunları (I.57) yerinə yazsaq,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int \psi^*(\vec{r}, t) \hat{F} \psi(\vec{r}, t) dV &= \int \left\{ -\frac{1}{i\hbar} \hat{H}^* \psi^*(\vec{r}, t) \hat{F} \psi(\vec{r}, t) + \right. \\ &+ \psi^*(\vec{r}, t) \frac{\partial \hat{F}}{\partial t} \psi(\vec{r}, t) + \frac{1}{i\hbar} \psi^*(\vec{r}, t) \hat{F} \hat{H} \psi(\vec{r}, t) \left. \right\} dV = \\ &= \int \left\{ \psi^*(\vec{r}, t) \frac{\partial \hat{F}}{\partial t} \psi(\vec{r}, t) + \frac{1}{i\hbar} \psi^*(\vec{r}, t) \hat{F} \hat{H} \psi(\vec{r}, t) - \right. \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{i\hbar} \hat{H}^* \psi^*(\vec{r}, t) \hat{F} \psi(\vec{r}, t) \Big\} dV$$

əldə edərik.

Ermitlik şərtinə görə

$$\int H^* \psi^* \psi dv = \int \psi^* \hat{H}^* \psi dV$$

olduğu üçün

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int \psi^*(\vec{r}, t) \hat{F} \psi(\vec{r}, t) dV &= \int \left\{ \psi^*(\vec{r}, t) \frac{\partial \hat{F}}{\partial t} \psi(\vec{r}, t) dV + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{i\hbar} \psi^*(\vec{r}, t) \hat{F} \hat{H} \psi(\vec{r}, t) dv - \frac{1}{i\hbar} \psi^*(\vec{r}, t) \hat{H} \hat{F} \psi(\vec{r}, t) dV \right\} = \\ &= \int \psi^*(\vec{r}, t) \left\{ \frac{\partial \hat{F}}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar} (\hat{F} \hat{H} - \hat{H} \hat{F}) \right\} \psi(\vec{r}, t) dV \\ \left\langle \frac{dF}{dt} \right\rangle &= \int \psi^*(\vec{r}, t) \frac{d\hat{F}}{dt} \psi(\vec{r}, t) dV = \\ &= \int \psi^*(\vec{r}, t) \left\{ \frac{\partial \hat{F}}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar} (\hat{F} \hat{H} - \hat{H} \hat{F}) \right\} \psi(\vec{r}, t) dV \end{aligned}$$

yazarıq. Onda

$$\frac{d\hat{F}}{dt} = \frac{\partial \hat{F}}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar} (\hat{F} \hat{H} - \hat{H} \hat{F}) \quad (I.59)$$

olur. Bu ifadəyə *hərəkət tənliyi* deyilir. (I.59)-da $\frac{1}{i\hbar} (\hat{F} \hat{H} - \hat{H} \hat{F})$

Puassonun kvant mötərəzəsi adlanır və o, dinamik dəyişənə uyğun gələn operatorun Hamilton operatoru ilə kommutasiyasını təyin edir. (I.59)-da

$$\frac{1}{i\hbar} (\hat{F} \hat{H} - \hat{H} \hat{F}) = \frac{1}{i\hbar} [\hat{F} \hat{H}] \quad (I.60)$$

olduğunu nəzərə alsaq, hərəkət tənliyi

$$\frac{d\hat{F}}{dt} = \frac{\partial\hat{F}}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar}[\hat{F}\hat{H}] \quad (I.61)$$

şəklinə düşər. Əgər (I.61)-də F operatoru zamandan aşkar asılı olmazsa və Puasson mötərəzəsi sıfıra bərabər olarsa,

$$\frac{\partial\hat{F}}{\partial t} = 0 \quad [\hat{F}\hat{H}] = \hat{F}\hat{H} - \hat{H}\hat{F},$$

alırık. Yeni F operatorları \hat{H} ilə kommutasiya edərsə,

$$\frac{dF}{dt} = 0 \quad (I.62)$$

olar. Yeni $\bar{F} \equiv \langle F \rangle = \text{sabit}$ olar. Onda fiziki kəmiyyət saxlanan kəmiyyət olur.

Deməli, fiziki kəmiyyətin saxlanması üçün onun operatoru zamandan asılı olmamalı və bu operator Hamilton operatoru ilə sıradəyişən (kommutasiya) etməlidir. (I.59) tənliyi dinamik dəyişənin saxlanmasını göstərir. Enerji operatoru \hat{H} özü-özü ilə kommutasiya etdiyi üçün enerji saxlanılır:

$$[\hat{H}\hat{H}] = 0 \quad \frac{dH}{dt} = 0, \quad \bar{H} = \text{sabit}.$$

Sferik sahədə impuls momentinin kvadratı və proyeksiyası

$$\frac{d\hat{L}^2}{dt} = 0, \quad [\hat{L}^2\hat{H}] = 0 \quad (I.63)$$

$$\frac{d\hat{L}_z}{dt} = 0, \quad [\hat{L}_z\hat{H}] = 0$$

olduğu üçün

$$\bar{L}^2 = \text{sabit}, \quad \bar{L}_z = \text{sabit}.$$

saxlanan kəmiyyət olurlar.

§1.7. Elektrik yükünün və maddə miqdarının saxlanması

Elektrik yükünün və maddə miqdarının saxlanması qanunla-

rı Şrödinger tənliyindən meydana çıxan nəticə kimi qəbul olunur.

Şrödinger tənliyinə görə halın dəyişməsi

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U \right) \psi(\vec{r}, t) \quad (I.64)$$

$$-i\hbar \frac{\partial \psi^*(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U \right) \psi^*(\vec{r}, t)$$

verilir. Birinci tənliyi soldan $\psi^*(\vec{r}, t)$ -ə, ikincini isə $\psi(\vec{r}, t)$ -ə vurub, alınan ifadələri tərəf-tərəfə çıxaraq

$$i\hbar \left(\psi^*(\vec{r}, t) \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} + \psi(\vec{r}, t) \frac{\partial \psi^*(\vec{r}, t)}{\partial t} \right) =$$

$$= \psi^*(\vec{r}, t) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}) \right) \psi(\vec{r}, t) -$$

$$- \psi(\vec{r}, t) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}) \right) \psi^*(\vec{r}, t)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (\psi^*(\vec{r}, t) \psi(\vec{r}, t)) = -\frac{\hbar^2}{2m} (\psi^*(\vec{r}, t) \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) -$$

$$- \psi(\vec{r}, t) \nabla^2 \psi^*(\vec{r}, t)) - \psi^*(\vec{r}, t) U \psi(\vec{r}, t) + \psi(\vec{r}, t) U \psi^*(\vec{r}, t)$$

$$i\hbar \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \bar{\nabla} (\psi^* \bar{\nabla} \psi - \psi \bar{\nabla} \psi^*) - \psi^* U \psi + \psi U \psi^*. \quad (I.65)$$

Yəni

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2im} \bar{\nabla} (\psi^* \bar{\nabla} \psi - \psi \bar{\nabla} \psi^*) \quad (I.66)$$

olur.

$$\vec{j} = \frac{\hbar^2}{2im} (\psi^* \bar{\nabla} \psi - \psi \bar{\nabla} \psi^*) \quad (I.67)$$

$$w = \psi^* \psi$$

qəbul etsək,

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\vec{\nabla} \bar{j}$$

alınar və ya

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \text{div} \bar{j} = 0 \quad (\text{I.68})$$

olar.

(I.67)-də \bar{j} cərəyanın ehtimal sıxlığı, w isə ehtimal sıxlığıdır.

(I.68) ifadəsi *kəsilməzlik tənliyi* adlanır və yükün və maddə miqdarının saxlanması təyin edir. Əgər (I.67)-i yükə vursaq

$$w_e = e\psi^* \psi = e|\psi|^2 = \rho_e$$

$$\bar{j}_e = \frac{e\hbar}{2im} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*) \quad (\text{I.69})$$

olar və yükün saxlanması qanunu

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \text{div} \bar{j}_e = 0$$

$$\int \frac{\partial \rho_e}{\partial t} dV + \int \text{div} \bar{j}_e dV = 0 \quad (\text{I.70})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho_e dV = -\oint \bar{j}_e^s d\bar{s}$$

olur. Sonsuz həcmi əhatə edən səthdən keçən selin miqdar ($\bar{j}_e^s = 0$) sıfır olar. Onda

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho_e dV = 0 \quad \text{və ya} \quad Q = \int \rho_e dV = \text{sabit} \quad (\text{I.71})$$

olar. Yəni yük saxlanır ($Q = \text{sabit}$).

(I.67)-ni kütləyə vursaq

$$w_m = \rho_m = m|\psi|^2$$

$$\bar{j}_m = \frac{\hbar}{2i} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*) \quad (\text{I.72})$$

$$\frac{\partial w_t}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_m = 0$$

$$\frac{\partial w_m}{\partial t} = 0, \quad \bar{M}_m = \text{sabit}$$
(I.73)

Yeni maddə miqdarı M_m saxlanır.

§ I.8. Kvant mexanikasından klassik mexanikaya keçid

Kvant mexanikasının hərəkət tənliyindən və Şrödinger tənliyindən klassik fizikanın Nüytון və Hamilton-Yakobi tənliklərini almaq mümkündür.

Koordinat və impuls operatorları zamandan aşkar asılı olmadığı üçün kvant mexanikasında hərəkət tənliyi (I.59)-a görə

$$\frac{d\hat{r}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} (\hat{r}\hat{H} - \hat{H}\hat{r})$$

$$\frac{d\hat{P}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} (\hat{P}\hat{H} - \hat{H}\hat{P})$$
(I.74)

yazılar.

(I.74) tənliklərində

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}^2}{2m} + U(x, y, z)$$

olduğuna görə

$$[x\hat{H}] = \frac{1}{2im\hbar} (\hat{P}_x^2 x - x\hat{P}_x^2)$$

$$[y\hat{H}] = \frac{1}{2im\hbar} (\hat{P}_y^2 y - y\hat{P}_y^2)$$

$$[z\hat{H}] = \frac{1}{2im\hbar} (\hat{P}_z^2 z - z\hat{P}_z^2)$$

olur. Yeni

$$[\bar{r}\hat{H}] = \frac{1}{2im\hbar}(\hat{P}^2\bar{r} - \bar{r}\hat{P}^2)$$

-dır.

$$\hat{P}^2\bar{r} - \bar{r}\hat{P}^2 = -2i\hbar\hat{P}$$

olduğu üçün

$$[\bar{r}\hat{H}] = \bar{r}\hat{H} - \hat{H}\bar{r} = \frac{\hat{P}}{m}$$

yazmaq olar və buradan da

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{\hat{P}}{m} \quad (1.75)$$

olar. Eyni qayda ilə (I.74)-dən

$$\begin{aligned} \frac{dP_x}{dt} &= \frac{1}{i\hbar}(\hat{P}_x\hat{H} - \hat{H}\hat{P}_x) = \frac{1}{i\hbar}[\hat{P}_x(\hat{P}_x^2 + \hat{P}_y^2 + \hat{P}_z^2) + U\hat{P}_x] = \\ &= \frac{1}{i\hbar}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}U - i\hbar U\frac{\partial}{\partial x}\right)\psi = -\frac{\partial U}{\partial x} \end{aligned}$$

$$\frac{d\hat{P}_x}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad \frac{d\hat{P}_y}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad \frac{d\hat{P}_z}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

alarıq. Yəni

$$\frac{d\hat{P}}{dt} = -\bar{\nabla}U \quad (1.76)$$

olur. (I.75) və (I.76) ifadələri

$$\frac{d}{dt}\int\psi^*\bar{\Gamma}\psi dV = \frac{1}{m}\int\psi^*\hat{P}\psi dV$$

$$\frac{d}{dt}\int\psi^*\hat{P}\psi dV = -\int\psi^*\bar{\nabla}U\psi dV$$

şəklində başa düşülür.

Deməli, kvant mexanikasında Nüytun tənlikləri

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{r}}{dt} &= \frac{\bar{P}}{m} \\ \frac{d\bar{P}}{dt} &= \text{grad}U \end{aligned} \right\} \quad (1.77)$$

orta qiymət mənasında başa düşülür.

İndi də Şrödinger tənliyindən Hamilton-Yakobi tənliyini alaq. Dalğa funksiyasını

$$\psi = e^{\frac{i}{\hbar}I(\vec{r},t)} \quad (1.78)$$

kimi götürək. Şrödinger tənliyinə görə

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U \right) \psi = E\psi .$$

Burada ψ -ni yerinə yazsaq,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 e^{\frac{i}{\hbar}I} + Ue^{\frac{i}{\hbar}I} = Ee^{\frac{i}{\hbar}I}$$

alırıq. Burada

$$\begin{aligned} \nabla^2 e^{\frac{i}{\hbar}I} &= \bar{\nabla} \cdot \bar{\nabla} e^{\frac{i}{\hbar}I} = \bar{\nabla} \cdot \left(\frac{i}{\hbar} \bar{\nabla} e^{\frac{i}{\hbar}I} \right) = \\ &= \frac{i}{\hbar} \nabla^2 e^{\frac{i}{\hbar}I} + \frac{i}{\hbar} \frac{i}{\hbar} \bar{\nabla} I \bar{\nabla} I e^{\frac{i}{\hbar}I} = \left(\frac{i}{\hbar} \nabla^2 I - \frac{i}{\hbar^2} (\bar{\nabla} I)^2 \right) e^{\frac{i}{\hbar}I} \end{aligned}$$

olar. Onda

$$\begin{aligned} \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U \right) e^{\frac{i}{\hbar}I(\vec{r},t)} &= Ee^{\frac{i}{\hbar}I(\vec{r},t)} \\ -\frac{i\hbar^2}{2m}\nabla^2 I(\vec{r},t) + -\frac{1}{2m}(\bar{\nabla} I(\vec{r},t))^2 + U &= E \end{aligned} \quad (1.79)$$

alırıq.

$$\bar{\nabla} I(\vec{r},t) = \text{grad}I(\vec{r},t) = \bar{P}$$

olduğu üçün

$$\frac{P^2}{2m} + U - \frac{i\hbar}{2m} \operatorname{div} \vec{P} = E \quad (\text{I.80})$$

yazılar. (I.80) düsturu Hamilton-Yakobi tənliyindən

$$\frac{P^2}{2m} + U = E$$

sonuncu $\frac{i\hbar}{2m} \operatorname{div} \vec{P}$ həddilə fərqlənir. Əgər

$$\frac{P^2}{2m} \gg \frac{\hbar}{2m} |\operatorname{div} \vec{P}|$$

olarsa, yəni

$$\frac{P^2}{2m} \gg \hbar \frac{dP}{dx} \quad (\text{I.81})$$

olarsa, klassik qanunauyğunluqla kifayətlənmək olar. Zərrəciyin dalğa uzunluğu

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{P}, \quad \frac{d\lambda}{dx} \ll 2\pi \quad (\text{I.82})$$

olduqda, klassik mexanika qanunları keçərli olar. Ancaq impulsun dəyişimi

$$\hbar \vec{\nabla} \vec{P} \approx P^2$$

olarsa, (I.80) tənliyindən istifadə etmək lazımdır. Yəni *kvazi-klassik tənlik* adlanan (I.80)-dən istifadə etmək lazım gəlir.

Deməli, klassik mexanika kvant mexanikasının müəyyən yaxınlaşmadakı hallarına uyğun gələn mexanikadır.

§I.9. Sistemin halının statistik operatorla (sıxlıq matrisi) xarakterizə olunması

Sistemin halının dalğa funksiyası ilə xarakterizə olunanda, hala «təmiz» *hal* deyilir. Lakin sistemin elə halları da mümkündür ki, bu hallara qarşı dalğa funksiyası qoymaq mümkün olmur. Onda sistemin «qarışıq» halda olmasından söhbət gedə bilər. Yəni, qarışıq hal elə haldır ki, ona qarşı dalğa funksiyası qoymaq olmur (qaz molekulları).

Məsələn, qaz atomuna nəzər yetirək. İstilik hərəkətində olan qaz atomları ətraf zərrəciklərin mütəmadi nizamsız zərbələrinə məruz qalır. Bu təsadüfi təsirlər nəticəsində atom əsas haldan başqa, müxtəlif həyəcanlanmış hallarda da ola bilər. Bu cürə atomu dalğa funksiyası vasitəsilə xarakterizə etmək olmur. Çünki bu hal qarşılıqlı təsirdə olan böyük sistemin tərkib hissəsi olur. Onda belə qaz atomu müxtəlif «qarışıq» hallarda müəyyən çəki ilə ola bilər. Bu halda superpozisiya prinsipindən fərqli olaraq ehtimallı mənzərə yaranır.

Digər bir misal: polarizalanmamış foton dəstəsini dalğa funksiyası vasitəsi ilə xarakterizə etmək olmur. Əgər elə hallar mövcud olarsa ki, fiziki kəmiyyətlər çoxluğu ilə bu halları təyin etmək mümkün olmasın, onda bu və ya başqa kəmiyyəti ölçü zamanı aşağıdakı qanunauyğunluqlar müəyyən edilir:

a) Baxılan sistemdə $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots$ «təmiz» halların olması bu və ya başqa fiziki kəmiyyəti tapmağa imkan verir.

b) Ölçü zamanı $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots$ «təmiz» halları tədqiq olunan sistemdə W_1, W_2, W_3, \dots ehtimalla mövcud olurlar. Yəni «qarışıq» sistem $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots$ dalğa funksiyası olan «təmiz» halların toplusu ilə təmiz ehtimalları W_1, W_2, W_3, \dots ilə təyin olunur.

Təmiz hallar çoxluğunu bilərək, qarışıq halda statistik orta qiymət

$$\bar{F} = \sum_i W_i \int \psi_k^{*(i)} \hat{F} \psi_k^{(i)} dV \quad (I.83)$$

kimi təyin olunur. Burada $\psi^{(i)}$ -lər təmiz halların dalğa funksiyalarıdır və

$$\langle F \rangle = \int \psi_k^{*(i)} \hat{F} \psi_k^{(i)} dV \quad (I.84)$$

kvantmexaniki orta qiymətdir. Onda həm kvantmexaniki və həm də statistik orta qiymət

$$\langle F \rangle = \sum_i W_i \langle F^{(i)} \rangle \quad (I.85)$$

yazılar.

İxtiyari təmiz hallar superpozisiya prinsipinə görə

$$\begin{aligned}\psi^{(i)} &= \sum_k a_k^{(i)} \psi_k \\ \sum_k a_k^{*(i)} a_k^{(i)} &= 1\end{aligned}\quad (I.86)$$

olar. (I.86)-i (I.84)-da yerinə yazsaq

$$\langle F \rangle^{(i)} = \sum_{k,k'} F_{kk'} a_k^{*(i)} a_{k'}^{(i)} \quad (I.87)$$

alırıq. Burada

$$F_{kk'} = \int \psi_k^* \hat{F} \psi_{k'} dV \quad (I.88)$$

-dır. Onda (I.85)-ə görə

$$\overline{\langle F \rangle} = \sum_i W_i \sum_{k,k'} F_{kk'} a_k^{*(i)} a_{k'}^{(i)} \quad (I.89)$$

yazmaq olar.

(I.89)-da

$$\rho_{kk'} = \sum_i W_i a_k^{*(i)} a_{k'}^{(i)} \quad (I.90)$$

işarəsini qəbul etsək,

$$\overline{\langle F \rangle} = \sum_{k,k'} F_{kk'} \rho_{kk'} = \sum_n (F\rho)_{nn} \quad (I.91)$$

alırıq və ya

$$\overline{\langle F \rangle} = \text{Tr}(F\rho) = \text{Spur}(F\rho) = \text{Tr}(\rho F) = \text{Iz}(\rho F) \quad (I.92)$$

yazmaq olar. Burada «Iz», «Sp», «Tr» ρ və $F_{kk'}$ matrislərinin hasilinin diaqonal elementlərinin cəmidir. ρ matrisası kvadratik matrisdir və *sıxlıq matrisi* və ya *statistik operator* adlanır.

Sıxlıq matrisi ilk dəfə 1927-ci ildə L.D.Landau və I. von Neuman tərəfindən istifadə olunmuşdur.

Statistik operatoru bilərək, istənilən fiziki kəmiyyətin orta qiymətini hesablamaq olar. Belə ki, sistemin qarışıq halı sıxlıq matrisi və ya statistik operator vasitəsi ilə xarakterizə olunur.

Sıxlıq matrisinin sətir və sütunlarının sayı, təmiz hallara uyğun olan asılı olmayan halların sayına bərabər olur. Bu say bəzən sonsuz ola bilər. Proton neytron və fotonun polyarzasiya halı iki funksiya ilə xarakterizə olunur. Əgər polyarzasiyanı

nəzərə almasaq, sıxlıq matrisi diaqonal olar və

$$\rho = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

şəklində olar.

(I.92) ifadəsindən sıxlıq matrisinin ermitliyi (öz-özünə qoşma) alınır.

$$\rho_{kk'} = \rho_{kk'}^*$$

normallıq şərtinə görə

$$Iz\rho = 1 \quad (I.93)$$

olar. Təmiz halda

$$\rho_{kk'} = a_k^{*(i)} a_k^{(i)}$$

olur və

$$(\rho^2)_{mn} = \rho_{mn}$$

şəklində verilir. Bu təmiz halların olmasının vacibliyik və kifayətlik şərtidir.

Əgər sıxlıq matrisi

$$\rho(x, x', t) = \psi(x, t) \psi^*(x', t)$$

olarsa.

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} &= i\hbar \psi^*(x', t) \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} + i\hbar \psi(x, t) \frac{\partial \psi^*(x', t)}{\partial t} = \\ &= \psi^*(x', t) \hat{H} \psi(x, t) - \psi(x, t) \hat{H}' \psi^*(x', t) \end{aligned}$$

yazılar və \hat{H} operatoru x -dən asılı olan, \hat{H}' isə x' -dən asılı olan funksiyyaya təsir edir, ona görə $\psi^*(x', t)$ -ni və $\psi(x, t)$ -ni \hat{H} və \hat{H}' operatorlarından kənara çıxarmaq olar. Onda tənlik

$$i\hbar \frac{\partial \rho(x, x', t)}{\partial t} = (\hat{H} - \hat{H}') \rho(x, x', t) \quad (I.94)$$

şəklində olar. Onda $a_{mn} = a_m a_n^*$ yazsaq,

$$(a^2)_{mn} = \sum_k a_{mk} a_{kn} = \sum_k a_k^* a_m a_n^* a_k = a_m a_n^* \sum_k |a_k|^2 = a_m a_n^* \cdot 1 = a_m a_n^*$$

olar. Beləliklə,

$$(a^2)_{mn} = a_{mn} \quad (I.95)$$

olduğunu alarıq.

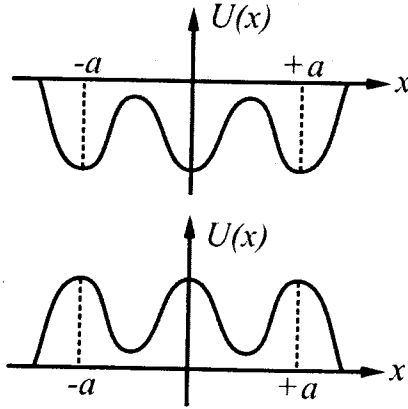
Sıxlıq matrisi statistik fizikada geniş miqyasda istifadə olunur.

§I.10. Sadə hallarda Şrödinger tənliyinin həlli

§I.10.1.Potensial qutuda hərəkət edən zərrəcik. Tunel effekti. Potensial enerjisi daxildə sıfır, kənar yerlərdə isə sıfırdan fərqli U_0 olan qapalı sistemə *potensial qutu* deyilir. Real potensial qutunu şəkil I.1-də göstərilən kimi təsəvvür edək. Bu qutuda Şrödinger tənliyi

$$\begin{aligned} \frac{d^2\psi_1}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi_1 &= 0, \quad x > a \\ \frac{d^2\psi_2}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E + U_0)\psi_2 &= 0, \quad -a < x < a \\ \frac{d^2\psi_3}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi_3 &= 0, \quad x < -a \end{aligned} \quad (I.96)$$

şəklində olur.



Şəkil I.1. Potensial qutu

Əgər müsbət sabitləri

$$\alpha = \sqrt{\frac{2m}{\hbar}(U_0 - |E|)}, \quad \beta = \sqrt{\frac{2m}{\hbar}|E|} \quad (I.97)$$

işarə etsək (I.96)-un həlləri

$$\begin{aligned} \psi_1 &= Ae^{\beta x} + Be^{-\beta x} \\ \psi_2 &= C \sin \alpha x + D \cos \alpha x \\ \psi_3 &= Ee^{\beta x} + Fe^{-\beta x} \end{aligned} \quad (I.98)$$

şəklində tapılar. Bu məxsusi funksiyalar o zaman sonlu olar ki, A və $F=0$ olur. Sərhəd şərtlərinə görə

$$\begin{aligned} \psi_1(a) &= \psi_2(a), \quad \psi_1'(a) = \psi_2'(a) \\ \psi_2(-a) &= \psi_3(-a), \quad \psi_2'(-a) = \psi_3'(-a) \end{aligned}$$

olar və (I.98) həlli

$$\begin{aligned} C \sin \alpha a + D \cos \alpha a &= -\beta e^{-\beta a} \\ \alpha C \cos \alpha a - \alpha D \sin \alpha a &= -\beta B e^{-\beta a} \\ -C \sin \alpha a + D \cos \alpha a &= E \beta e^{-\beta a} \\ \alpha C (\cos \alpha a + \alpha) \sin \alpha a &= \beta E e^{-\beta a} \end{aligned} \quad (I.99)$$

olar. Bu tənliklərdən

$$\begin{aligned} 2C \sin \alpha a &= (B - E)e^{-\beta a} \\ 2\alpha C \cos \alpha a &= -\beta(B - E)e^{-\beta a} \\ 2D \cos \alpha a &= (B + E)\beta e^{-\beta a} \\ 2\alpha D \sin \alpha a &= \beta(B + E)e^{-\beta a} \end{aligned} \quad (I.100)$$

alınar. Əgər $C \neq 0, B \neq E$ olarsa, birinci iki tənlikdən

$$\alpha \operatorname{ctg} \alpha a = -\beta \quad (I.101)$$

alınar. Əgər $D \neq 0, B \neq -E$ olarsa, (I.101)-də üçüncü və dördüncü ifadədən

$$\alpha \operatorname{tg} \alpha a = \beta \quad (I.102)$$

tapırıq. Əgər $C = D = 0, B = E$ olarsa

$$\operatorname{tg} \alpha a = \frac{\beta}{\alpha}$$

olar. Əgər $C = D = 0, B = -E$ olarsa,

$$\operatorname{ctg} \alpha a = -\frac{\beta}{\alpha}$$

alarıq.

$$(\alpha a)^2 + (\beta a)^2 = \frac{2ma^2}{\hbar^2} U_0 \quad (\text{I.103})$$

Sərhəd şərtlərinə görə $\beta a = n\pi$ olar və

$$\beta = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$$

$$\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} a = \pi n, \quad \frac{2mE}{\hbar^2} a^2 = \pi^2 n^2$$

olur. Buradan

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ma^2} \quad (\text{I.104})$$

alınar. Yəni potensial qutuda zərrəciyin enerjisi kvantlanır və diskret qiymətlər alır (şəkil I.2).

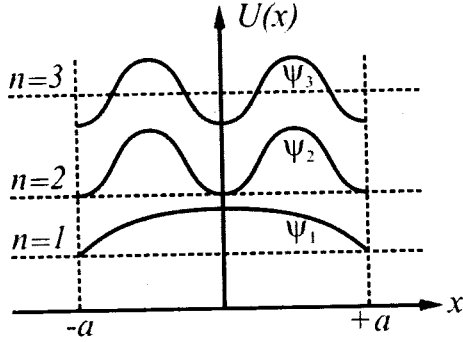
$$n = 0, \quad E_0 = 0$$

$$n = 1, \quad E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$$

$$n = 2, \quad E_2 = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{ma^2} = 2E_1$$

$$n = 3, \quad E_3 = \frac{9\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} = 9E_1$$

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \quad (\text{I.105})$$



Şəkil I.2. Potensial qutuda səviyyələr

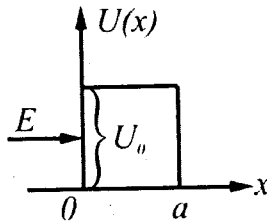
Qutu daxilində zərrəciyin enerjisi və dalğa funksiyası kvant ədədi $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ -dən asılı olur.

$$\alpha = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E_0 - U_0)} = -i \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}$$

yazsaq, $x > 0$ olanda

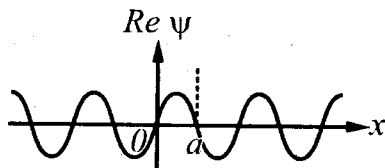
$$\psi = e^{-\frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}x} \quad (\text{I.105})$$

olar. Dalğa funksiyası $x > 0$ olanda x -in artması ilə eksponensial olaraq azalır. (I.105)-ya əsasən, $x > 0$ oblastında zərrəciyin olma ehtimalının varlığı meydana çıxır. $x = 0$ nöqtəsinə çatanda dalğa funksiyası sıfır olunur.



Şəkil I.3. Zərrəciyin tuneldən keçməsi

Ona görə $x = a$ nöqtəsindən sonra zərrəciyin enerjisi eyni qalır, amma zərrəciyin intensivliyi azalır. Yəni çox maraqlı hadisə baş verir ki, bu hadisəyə *tunel effekti* deyilir (şəkil I.3 və I.4).



Şəkil I.4. Tunel effektinin alınması. Absis oxu üzrə ψ -nin real hissəsi götürülmüş.

Tunel effektinin yaranmasına səbəb, koordinatla impuls arasında olan qeyri-müəyyənlik münasibətidir:

$$\Delta x \Delta P_x > \hbar$$

$$\Delta x = a$$

olanda

$$\Delta P_x > \frac{\hbar}{a}$$

olur. Onda

$$E_k = \frac{(\Delta P)^2}{2m}$$

və kinetik enerji

$$E_k \geq \frac{\hbar^2}{2m_e a^2}$$

kifayət qədər ola bilər ki, tam enerji ($E = E_k - U$) potensial enerjiden çox olur.

Şəkil I.2-də $n = 2, 3$ qiymətlərinə uyğun hallar quyu daxilində zərrəciyin həyəcanlanmış hallarındakı enerji qiymətləridir. Yəni enerjinin qiyməti tunel effektində minimal olur.

$$E_n > E_{\min} \approx \frac{\hbar^2}{2m_r a^2}.$$

§I.10.2. Rotator üçün Şrödinger tənliyinin həlli. Əgər potensial enerji radius vektorunun yalnız mütləq qiymətindən asılı olarsa, belə potensiallı sahə *mərkəzi sahə* adlanır. Mərkəzi sahədə sabit $r = a = \text{const}$ radiusla fırlanan zərrəciyə *rotator* deyilir. Rotator üçün Şrödinger tənliyi (I.46)-ya görə

$$\hat{H}\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad (\text{I.106})$$

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2mr^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\hat{L}^2}{2mr^2} + U(a)$$

şəklində olur. Mərkəzi sahədə dalğa funksiyasını

$$\psi(r, \theta, \varphi) = Y_l^m(\theta, \varphi) R(r) \quad (\text{I.107})$$

kimi seçə bilərik.

$$-\frac{\hbar^2}{2mr^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) Y_l^m(\theta, \varphi) R(r) + \frac{\hat{L}^2}{2mr^2} Y_l^m(\theta, \varphi) R(r) + U(a) Y_l^m(\theta, \varphi) R(r) = E Y_l^m(\theta, \varphi) R(r). \quad (\text{I.108})$$

$$\hat{L}^2 Y_l^m(\theta, \varphi) = \hbar^2 \ell(\ell+1) Y_l^m(\theta, \varphi)$$

olduğuna görə koordinat başlanğıcını $U(a) = 0$ nöqtəsinə keçirsək və $r = a$ olduğunu nəzərə alsaq

$$\frac{1}{a^2} \frac{\partial}{\partial a} \left(a^2 \frac{\partial R(a)}{\partial a} \right) + \left(\frac{2mE}{\hbar^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{a^2} \right) R(a) = 0$$

yaza bilərik. a sabit olduğu üçün

$$\frac{1}{a^2} \frac{\partial}{\partial a} \left(a^2 \frac{\partial R(a)}{\partial a} \right) = 0$$

$$\frac{2mE}{\hbar^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{a^2} = 0$$

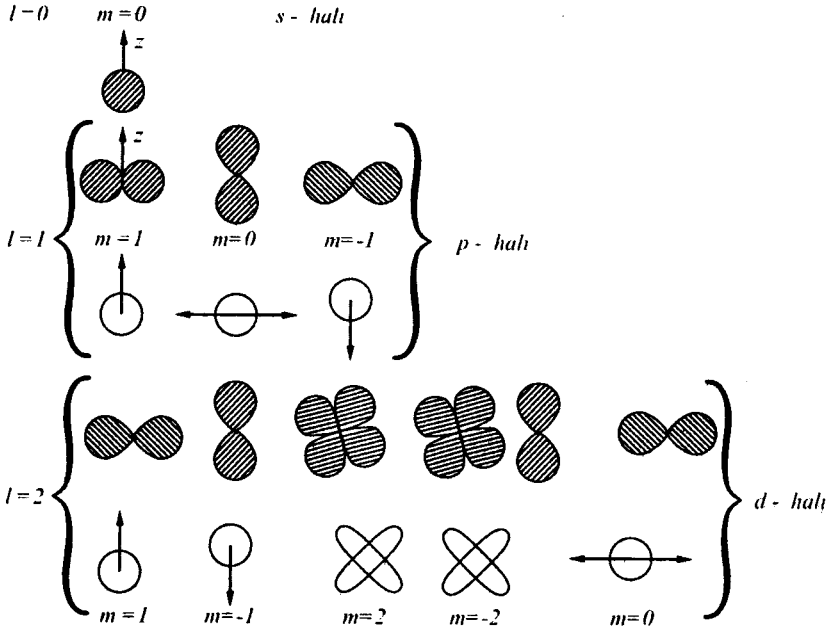
alınar. Buradan

$$E_l = \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2ma^2} \quad (\text{I.109})$$

alarıq. Bu enerjiyə uyğun gələn funksiya $Y_l^m(\theta, \varphi)$ olduğu üçün bucağa görə paylanma

$$W_{lm}(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = |Y_l^m(\theta, \varphi)|^2 d\Omega$$

şəkində olar ($d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$). Onda rotatorun paylanma ehtimalı müxtəlif ℓ və m üçün aşağıdakı kimi olar (şəkil I.5).



Şəkil I.5. Bucağa görə s, p, d səviyyələrində paylanma

Göründüyü kimi rotatorun halları cırılmış hallardır. Cırılmanın tərtibi $2\ell + 1$ qədər olur. Cırılmağa səbəb rotatorun sferik simmetriyaya malik olmasıdır.

$$\ell = 0, E_0 = 0$$

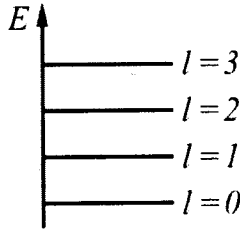
$$\ell = 1, E_1 = \frac{\hbar^2}{ma^2}$$

$$\ell = 2, E_2 = \frac{3\hbar^2}{ma^2}$$

və s. olur. $ma^2 = I$ ətalət momentidir.

Əgər fəzada seçilmiş müəyyən istiqamət varsa (məsələn, maqnit sahəsi varsa) mərkəzi simmetriya pozular və cırlaşma ya qiysmə, ya da tamamən aradan qalxar.

Rotatorun $\ell = 1, m = 0$ halında olması, öz oxundan keçən müstəvidə olması deməkdir və moment öz oxuna perpendikulyar olur. $\ell = 1, m = \pm 1$ halında olanda fırlanmanın istiqaməti bir-birinə əks olacaq. Yəni, $m = 1$ olanda sağ fırlanma (impuls momenti öz oxuna paraleldir), $m = -1$ olanda isə rotator sol fırlanma (impuls momenti öz oxuna antiparaleldir) hərəkətində olur. Rotatorun enerjiləri eni məsafədə yerləşirlər.



Şəkil I.6. Rotatorun enerji səviyyələri.

§I.10.3. Xətti harmonik ossilyator. Kvazielastiki qüvvə $F = -kx$ təsiri nəticəsində müəyyən tezliklə rəqs edən m kütləli obyektə *xətti harmonik ossilyator* deyilir. Yaydan asılmış yük rəqqası ossilyatora misal ola bilər.

Ossilyatorun məxsusi ω_0 tezliyi

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

olur.

Ossilyatorun potensial enerjisi

$$U = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2}$$

olar. Bu potensial enerji hesabına m kütləli obyekt

$$x = x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

harmonik rəqs edir. Burada x_0 rəqsin amplitudu, φ isə onun fazasıdır.

Klassik fizikaya görə xətti harmonik ossilyatorun enerjisi

$$E_{kl} = \frac{m\omega_0^2 x_0^2}{2}$$

olur. Yəni enerji kəsilməz qiymətlər almalıdır.

Bor nəzəriyyəsinə görə isə

$$E_B = n\hbar\omega. \quad (I.110)$$

$n=0$ halında $E_B=0$ olar. Ancaq təcrübə göstərir ki, ossilyatorun enerjisi diskret qiymət almaqla yanaşı, eyni zamanda minimum enerji qiymətinə sahib bir obyektədir. Onun potensial enerjisi

$$U(x) = \frac{m\omega^2 x^2}{2} \quad (I.111)$$

olar.

Bir ölçülü ossilyatorun Şrödinger tənliyi stasionar hal üçün Şrödinger tənliyi olacaq:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} \psi(x) = E\psi(x).$$

Bu tənliyin hər tərəfini $-\frac{\hbar^2}{2m}$ -ə bölsək,

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \psi(x) = 0 \quad (I.112)$$

alırıq. Burada

$$y = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x$$

əvəzlənməsi aparaq. Onda

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} - (y^2 - \varepsilon)\psi = 0 \quad (\text{I.113})$$

$$\varepsilon = \frac{2E}{\hbar\omega}, \quad y^2 = \frac{m\omega}{\hbar} x^2$$

kimi yazılar. (I.113) tənliyinin həllərini polinom qaydası ilə tapaq. Onun üçün, öncə (I.113)-in həllini $y \rightarrow \pm\infty$ qiymətlərində (asimitotik) (I.113)-ün ifadəsini

$$\frac{d^2\psi_a}{dy^2} - y^2\psi_a = 0 \quad (\text{I.114})$$

yazılar.

(I.114)-nın həllini

$$\psi_a = e^{cy^2}$$

şəklində axtaraq. Onda (I.114) aşağıdakı şəklə düşər

$$4c^2 y^2 e^{cy^2} - y^2 e^{cy^2} = 0.$$

Buradan da

$$(4c^2 - 1)y^2 e^{-cy^2} = 0$$

$$4c^2 - 1 = 0, \quad c = \pm \frac{1}{2}$$

alırıq. Asimitotik həll iki həddən ibarət olur:

$$\psi_a = c_1 e^{\frac{1}{2}y^2} + c_2 e^{-\frac{1}{2}y^2}.$$

Bu həldə birinci hədd $e^{\frac{1}{2}y^2}$ y^2 -nin böyük qiymətlərinə uyğundur, ona görə onu nəzərə almırıq və həlldə yalnız ikinci hədd qalar:

$$\psi_a = e^{-\frac{1}{2}y^2} \quad (\text{I.115})$$

(I.113)-in həllini bu həll vasitəsi ilə axtaraq

$$\psi(y) = e^{-\frac{1}{2}y^2} u(y). \quad (\text{I.116})$$

və $u(y)$ -i sıra kimi seçək

$$u(y) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k y^k \quad (\text{I.117})$$

yazarıq. (I.116)-ı (I.113)-də yerinə yazsaq

$$\frac{d^2 u(y)}{dy^2} - 2y \frac{du(y)}{dy} + (\varepsilon - 1)u(y) = 0 \quad (\text{I.118})$$

alarıq. (I.117)-u (I.118)-də yerinə yazmaqla

$$\sum_k \{(k+1)(k+2)c_{k+2} - (2k+1-\varepsilon)c_k\} y^k = 0$$

cəbri tənlik alarıq. Bu cəbri tənliyin həlli olması üçün y -in əmsalları sıfıra bərabər olmalıdır.

$$(k+1)(k+2)c_{k+2} - (2k+1-\varepsilon)c_k = 0$$

Buradan (I.118)-un c_k əmsalları üçün rekkurent ifadə almış oluruq

$$c_{k+2} = \frac{2k+1-\varepsilon}{(k+1)(k+2)} c_k.$$

(I.118) sırası böyük y -lərdə ∞ -luğa gedən ifadədir və ona görə (I.117) həlli dalğa funksiyası ola bilməz. Bu həllin dalğa funksiyası olması üçün onu sonlu çoxhədliyə çevirmək lazımdır. Bu hal isə böyük k -larda ($k=n$) $c_{n+2} = 0$ olması ilə realizə oluna bilər

$$c_{n+2} = \frac{2n+1-\varepsilon}{(n+1)(n+2)} c_n = 0$$

$$2n+1-\varepsilon = 0$$

$$\varepsilon = 2n+1, \frac{2E}{\hbar\omega} = 2\left(n + \frac{1}{2}\right)$$

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right). \quad (\text{I.119})$$

Burada $n=0, 1, 2, \dots$ qiymətlərini alır və ona görə də enerji E_n diskret qiymətlər almaqla yanaşı, $n=0$ olanda

$$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$$

qiymətinə malik olur. Yəni, kvant mexanikasında ossilyatorun minimum $\frac{\hbar\omega}{2}$ enerjisinə sahib olması və onun sıfırdan fərqli olması meydana çıxır. Doğrudan da ossilyatorun minimum enerjisinin varlığı zərəcəyin özəlliyinə bağlıdır və koordinatla impuls arasında olan qeyri-müəyyənlik münasibətindən ortaya çıxır.

Koordinatla impuls arasındakı qeyri-müəyyənlik münasibətinə görə

$$\overline{(\Delta x)^2 (\Delta P_x)^2} \geq \frac{\hbar^2}{4}$$

olur və ossilyator üçün $\overline{(\Delta x)^2} = \overline{x^2}$ və $\overline{(\Delta P_x)^2} = \overline{P_x^2}$ olduğundan, ossilyatorun tam enerjisinin orta qiyməti

$$\overline{E} = \frac{\overline{\Delta P^2}}{2m} + \frac{m\omega^2 \overline{x^2}}{2}$$

şəklində yazılar.

Enerjinin minimumluq şərtinə görə

$$\overline{E} \geq \frac{\hbar^2}{4m\overline{x^2}} + \frac{m\omega^2 \overline{x^2}}{2},$$

$$\frac{\partial \overline{E}}{\partial (\overline{x^2})} = 0$$

yazılar və

$$\overline{E} = \frac{\hbar^2}{8m(\overline{x^2})} + \frac{m\omega^2}{2} = 0$$

tənliyindən

$$m\omega^2 = \frac{\hbar^2}{4m(\overline{x^2})}, \quad (\overline{x^2}) = \frac{\hbar}{2m\omega}$$

$$4m^2\omega^2(\overline{x^2}) = \hbar^2$$

tapılır. Onda

$$\begin{aligned}\bar{E} &\geq \frac{\hbar^2}{8m} \frac{2m\omega}{\hbar} + \frac{m\omega^2}{2} \frac{\hbar}{2m\omega} = \frac{\hbar\omega}{2} \\ \bar{E} &\geq \frac{\hbar\omega}{2}\end{aligned}\quad (\text{I.120})$$

alınar. Deməli ossilyatorun minimal enerjisi $\frac{\hbar\omega}{2}$ -dir.

(I.112) tənliyinin həlli

$$u_n(y) = H_n(y) = c_n e^{y^2} \frac{d^n e^{-y^2}}{dy^n}$$

Ermit polinomudur.

$$\begin{aligned}H_n(y) &= (2y)^n + \frac{n(n-1)}{1!} (2y)^{n-2} + \\ &+ \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2!} (2y)^{n-4} + \dots \begin{cases} b_1 \xi & n \text{ tək olanda} \\ b_0 & n \text{ cüt olanda} \end{cases}\end{aligned}$$

Ermit polinomlarının xüsusi hallardakı ifadəsi

$$H_0(y) = 1, H_1(y) = 2y,$$

$$H_2(y) = 2(2y^2 - 1), H_3(y) = 4(2y^2 - 3)$$

və s. olur. Beləliklə ossilyatorun hal funksiyası

$$\psi_n(y) = c_n e^{-\frac{1}{2}y^2} H_n(y) \quad (\text{I.121})$$

olar. Ossilyatorun enerjisi diskret qiymətlər aldığı üçün hal funksiyası ortonormallıq şərtini ödəyər

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n^* \psi_n dx = \delta_{nn}.$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n^* \psi_n dx = c_n^2 \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} \int e^{-y^2} H_n(y) H(y) dy = 1.$$

$$H_n(y) = -(-1)^n e^{y^2} \frac{d^n e^{-y^2}}{dy^n}$$

olduğu üçün

$$(-1)^n \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} c_n^2 \int H_n(y) \frac{d^n e^{-y^2}}{dy^n} dy = 1$$

olar və

$$\int uv^{(n)} dy = (-1)^n \int uv^{(n)} dy$$

$$\frac{d^n}{dy^n} H_n(y) = 2^n n! \int e^{-2y} dy = \sqrt{n}$$

olmasını nəzərə alsaq

$$\psi_n = \frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi} \frac{\hbar}{m\omega}}} e^{\frac{1}{2} \left(\frac{m\omega}{\hbar} x \right)^2} H_n \left(\frac{m\omega}{\hbar} x \right) \quad (\text{I.122})$$

hal funksiyasını tapırıq.

Deməli ossilyator üçün xüsusi hallarda

$$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}, \quad \psi_0 = c_0 e^{-\frac{1}{2} \frac{m\omega}{\hbar} x^2}$$

$$E_1 = \frac{3\hbar\omega}{2}, \quad \psi_1 = 2c_1 \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x e^{-\frac{1}{2} \frac{m\omega}{\hbar} x^2} \quad (\text{I.123})$$

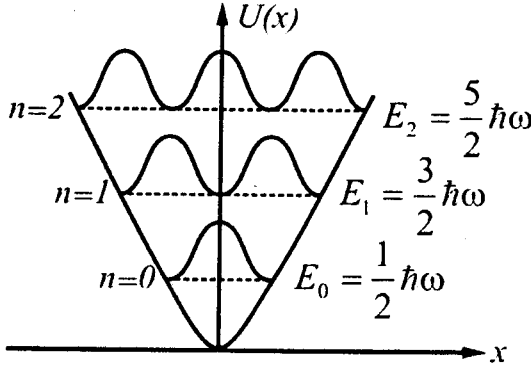
$$E_2 = \frac{5\hbar\omega}{2}, \quad \psi = c_2 \left(4 \frac{m\omega}{\hbar} x^2 - 2 \right) \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} e^{-\frac{1}{2} \frac{m\omega}{\hbar} x^2}$$

olur. Burada

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi} \frac{m\omega}{\hbar}}}, \quad c_1 = \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{\pi} \frac{m\omega}{\hbar}}},$$

$$c_2 = \frac{1}{\sqrt{8\sqrt{\pi} \frac{m\omega}{\hbar}}}$$

şəklindədir. Ossilyatorun enerji səviyyələri eyni məsafədə olurlar (şəkil I.7).



Şəkil 1.7. Ossilyatorun potensial enerjisinin koordinatda asılılığı və enerji səviyyələri.

Bərk cisimlərdə atom və molekulyar kiçik rəqslər edirlər, onlara harmonik ossilyatorlar çoxluğu kimi baxmaq olar.

§1.10.4. Nüvənin Kulon sahəsində zərrəciyin hərəkəti. Nüvənin Kulon sahəsində zərrəciyin hərəkəti mərkəzi sahəyə misaldır, bu hadisəyə bəzən *Kepler məsələsi* də deyilir.

+ z_1e ilə $-z_2e$ yükü arasında olan potensial enerji

$$U(\vec{r}) = -\frac{z_1 z_2 c^2}{r}$$

olur. Əgər zərrəciklər elektron və proton olarsa $z_1 = z_2 = 1$ olur və

$$U = -\frac{e^2}{r} \quad (1.124)$$

yazıla bilər. Yəni, hidrogen atomunun potensial enerjisi $-\frac{e^2}{\pi}$ şəklində olacaq. Hidrogen atomu üçün Şrödinger tənliyi

$$\left(\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{e^2}{r} + E \right) \psi(\vec{r}) = 0$$

sferik koordinatlarda $\psi(\vec{r}) = \psi(r, \theta, \varphi)$ seçməklə

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} + \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{r} \right) \right\} \psi(r, \theta, \varphi) = 0, \quad (\text{I.125})$$

yazarık.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad \psi(r, \theta, \varphi) = F(r)Y(\theta, \varphi). \quad (\text{I.126})$$

(I.126)-nı (I.125)-də yerinə yazsaq iki tənlik alarıq. Onların biri r -in, ikincisi isə θ, φ -nın funksiyası olur:

$$\frac{r^2}{F(r)} \left(\frac{d^2 F(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) + \frac{2mr}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{r} \right) = -\frac{1}{Y(\theta, \varphi)} \times \left(\frac{\partial^2 Y(\theta, \varphi)}{\partial \theta^2} + \text{ctg} \theta \frac{\partial Y(\theta, \varphi)}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y(\theta, \varphi)}{\partial \varphi^2} \right). \quad (\text{I.127})$$

(I.127)-in ödənməsi üçün

$$\frac{r^2}{F} \left(\frac{d^2 F}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dF}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{r} \right) = c$$

$$-\frac{1}{Y} \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial \theta^2} + \text{ctg} \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \varphi^2} \right) = c$$

olmalıdır.

$$\hat{L}^2 Y_\ell^m(\theta, \varphi) = \hbar^2 \ell(\ell+1) Y_\ell^m(\theta, \varphi)$$

$$Y_\ell^m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(2\ell+1)(\ell+|m|)!}{4\pi(\ell+|m|)!}} P_\ell^m(\cos \theta) e^{im\varphi}$$

olduğuna görə c -sabit $\ell(\ell+1)$ qiyməti almalıdır

$$c = \ell(\ell+1).$$

Onda $rF(r) = R(r)$ götürsək, radial Şrödinger tənliyi

$$\frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \left(\varepsilon + \frac{2mc^2}{\hbar^2} \frac{1}{r} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right) R(r) = 0 \quad (\text{I.128})$$

şəklində olar. Burada

$$\varepsilon = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (\text{I.129})$$

şəklindədir.

(I.128) tənliyində $r \rightarrow 0$ yaxınlaşanda həll sıfıra yaxınlaşır. Həllin sıfıra yaxınlaşması $R \rightarrow 0$, $E > 0$ olduqda ossilyasiyaya məruz qalar. Bu halda da rəbitəli sistem alınmaz və elektron protondan səpilir.

$E < 0$ olduqda (I.128) tənliyi $e^{\sqrt{-E}r}$ və $e^{-\sqrt{-E}r}$ həlləri ilə E -nin yalnız müəyyən qiymətlərində məxsusi qiymət olur. Bu qiymətləri tapmaq üçün (I.28)-u $-\frac{1}{4\varepsilon}$ vuraq və $x = 2r\sqrt{-\varepsilon}$ əvəzləməsi qəbul edək

$$-\frac{1}{4\varepsilon} \frac{d^2R}{dr^2} - \frac{1}{4\varepsilon} \left[\varepsilon + \frac{2mc^2}{\hbar^2} \frac{1}{r} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] R = 0$$

$$\frac{dR}{dr} = \frac{dR}{dx} \frac{dx}{dr} = 2\sqrt{-\varepsilon} \frac{dR}{dx}$$

$$\frac{d^2R}{dx^2} - \left(\frac{1}{q} - \frac{v}{x} + \frac{\ell(\ell+1)}{x^2} \right) R = 0 \quad (\text{I.130})$$

alırıq, harada ki,

$$v = \frac{me^2}{\hbar^2 \sqrt{-\varepsilon}} \quad (\text{I.131})$$

şəklindədir. (I.130) tənliyinin həllini $x \gg 1$ olanda, yəni əvvəlcə asimptotik tənliyin həllini tapaq. Asimptotik tənlik

$$\frac{d^2R_a}{dx^2} - \frac{1}{4} R_a = 0$$

şəklində olar və onun həlli

$$R_a = e^{-\frac{1}{2}x}$$

kimi axtarılır. Bu həll vasitəsi ilə (I.130)-in həllini

$$R(x) = L(x)e^{-\frac{1}{2}x}$$

şəklində axtaraq. Onda bu həlli (I.130)-da yerinə yazsaq

$$\frac{d^2L(x)}{dx^2} - \frac{dL(x)}{dx} + \left[\frac{v}{x} - \frac{\ell(\ell+1)}{x^2} \right] L(x) = 0 \quad (\text{I.132})$$

şəklində tənlik alarıq. Bu tənliyin həllini

$$L(x) = x^k \sum_{i=0}^{\infty} c_i x^i \quad (\text{I.133})$$

şəklində axtaraq. Onda (I.132)-dən

$$c_0[k(k-1) - \ell(\ell+1)]x^{k-2} + \sum_{i=1}^{\infty} [(k+\ell-1)(k+i) - \ell(\ell+1)]c_i + [(k+\ell-1) - v]x^{k+i-2} = 0$$

cəbri tənlik alarıq. Bu tənliyin həlli olması üçün

$$\begin{cases} k(k-1) - \ell(\ell+1) = 0 \\ [(k+\ell-1)(k+i) - \ell(\ell+1)]c_i [v - (k+\ell-1)]c_{i-1} = 0 \end{cases}$$

əmsallar sıfır olmalıdır

$$c_i = \frac{v - (k + \ell - 1)}{(k + \ell - 1)(k + \ell) - \ell(\ell + 1)} c_{i-1} \quad (\text{I.134})$$

$$k = \ell + 1$$

Yəni, (I.133) sırasında x -in üstü $\ell + 1$ -dən başlayır. ℓ -in böyük qiymətlərində

$$c_i = \frac{1}{\ell} c_{i-1}$$

yaza bilərik.

Aydın olur ki, $x \gg 1$ -də $L(x)$ funksiyası özünü e^x kimi aparır. $L(x)$ funksiyasının sonlu olması üçün $\ell = j$ olanda, yəni $v = \ell + j + 1$, $c_j \neq 0$, $c_{j-1} = 0$ olur. $v = \ell + j + 1$ götürsək,

$$c_j = \frac{\ell + j - n}{(\ell + j)(\ell + j + 1) - \ell(\ell + 1)} c_{j-1}$$

yaza bilərik. $c_j = 0$ olması üçün (I.104)-dən $\ell + j - n = 0$ olmalıdı

$$n = \ell + j, \quad v - (k + \ell - 1) = 0.$$

$j = k - 1$ olarsa, $v - (\ell + j) = v - n = 0$. Onda $n = v$ olar.

$$n = \frac{me^2}{\hbar^2 \sqrt{-\varepsilon}}$$

olduğu üçün

$$n^2 = \frac{m^2 e^4}{\hbar^4 (-\varepsilon)}, \quad \varepsilon = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$-n^2 = \frac{m^2 e^4}{\hbar^4 \frac{2mE}{\hbar^2}}$$

alınır. Buradan

$$E = E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2 n^2} \quad (\text{I.135})$$

alarıq. (I.135)-ə görə hidrogen atomunun enerjisi diskret qiymətlər alır və enerji kvantlanır. Enerjini $E_n = -\frac{R\hbar}{n^2}$ kimi

də yazı bilərik. Burada $R = \frac{me^2}{2\hbar^3} = 109677,58 \text{ sm}^{-1}$ - Ridberq sabitidir. n -baş kvant ədədinin aldığı qiymətlər $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ -dur.

Uyğun n -lər üçün hidrogen atomunun səviyyələri şəkil 18-dəki kimi olar.

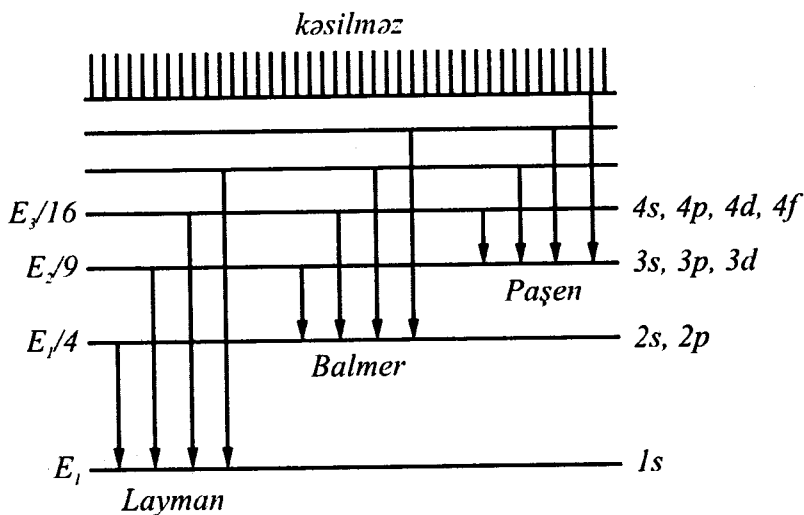
(I.133) sırası atomlar üçün Laqerr polinomu ilə ifadə olunur

$$\begin{aligned} L(x) &= (-1)^k \left(x^k - \frac{k(k+s)}{1!} x^{k-1} + \frac{k(k-1)(k+s)(k+s-1)}{2!} x^{k-2} - \dots \right) \\ &= \sum_{j=0}^k (-1)^{k+j} x^{k-j} - \frac{k(k+s)!}{j(k-j)(k+s-1)!} \end{aligned}$$

Onda atomun dalğa funksiyası

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{e\sqrt{-\varepsilon} r}{r} L_{n\ell}(2\sqrt{-\varepsilon} r) P_{\ell}^m(\cos \theta) e^{i\varphi} \quad (\text{I.136})$$

şəklində olur.



Şəkil I.8. Hidrogen atomunun enerji səviyyələri

Laqerr polinomunun ifadəsi

$$L_{n\ell}(2\sqrt{-\epsilon r}) = e^{2\sqrt{-\epsilon r}} \frac{d^{n+\ell}}{d(2\sqrt{-\epsilon r})^{\ell+n}} (e^{-2\sqrt{-\epsilon r}} (2\sqrt{-\epsilon r}))$$

olur. Xüsusi halda

$$n=1, \ell=0 \quad R_{10} = 2e^{-r}$$

$$n=2, \ell=0 \quad R_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{r}{2}\right) e^{-\frac{r}{2}} \quad (I.137)$$

$$n=2, \ell=1 \quad R_{21} = \frac{1}{2\sqrt{6}} r e^{-\frac{r}{2}}$$

$$n=3, \ell=0 \quad R_{30} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \left(1 - \frac{2}{3}r + \frac{2}{27}r^2\right) e^{-\frac{r}{2}}$$

olar.

Hidrogen atomunun halı ℓ və m orbital və maqnit kvant

ədədlərinə görə cırlaşmış halda olur. Yəni $n = 2$ -dən başlayaraq, $\ell = 0, 1, 2, \dots$ və $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ hallarında enerjinin bir qiymətində dörd, doqquz, on altı və s. dalğa funksiyası uyğun gəlir. Cırlaşmanın dərəcəsi k olarsa,

$$k = \sum_{\ell=0}^{n-1} (2\ell + 1) = n(n-1) + n = n^2, \quad k = n^2 \quad (\text{I.138})$$

olar.

Hidrogen atomunun enerjisini daha dəqiq olaraq

$$E_{nj} = -\frac{m\ell^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \left[1 + \frac{\alpha^2}{n^2} \left(\frac{n}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4} \right) \right] \quad (\text{I.139})$$

olur. Onda n və j -nin qiymətləri üçün yazı bilərik:

n	ℓ	j		
1	0	$\frac{1}{2}$	$1S_{1/2}$	_____
2	1	$\frac{3}{2}$	$2P_{3/2}$	} _____
		$\frac{1}{2}$	$2P_{1/2}$	
	θ	$\frac{1}{2}$	$1P_{1/2}$	_____
3	2	$\frac{5}{2}$	$2d_{3/2}$	} _____
		$\frac{3}{2}$	$2d_{1/2}$	
	1	$\frac{5}{2}$	$3d_{3/2}$	} _____
$\frac{3}{2}$		$3d_{1/2}$	_____	
0	0	$\frac{3}{2}$	$3P_{3/2}$	_____
		$\frac{1}{2}$	$3P_{1/2}$	_____

	$\frac{1}{2}$	$3P_{1/2}$	_____
3	$\frac{7}{2}$	$4f_{7/2}$	_____
2	$\frac{5}{2}$	$4f_{6/2}$	_____
2	$\frac{5}{2}$	$4d_{6/2}$	_____
1	$\frac{5}{2}$	$4d_{3/2}$	_____
4	$\frac{3}{2}$	$4d_{3/2}$	_____
	$\frac{3}{2}$	$4d_{1/2}$	_____
	$\frac{1}{2}$	$4S_{1/2}$	_____

və s. alarıq.

Deməli, atomun enerjisi $j = \ell \pm \frac{1}{2}$ görə incə qurluşa malik olur və hər səviyyə (s -dən başqa) iki səviyyəyə parçalanır ($\ell + \frac{1}{2}$ və $\ell - \frac{1}{2}$ dupleti). E_{nj} -in təcrübədə təsdiqi Dirak nəzəriyyəsinin nəticələri ilə müəyyənləşir.

§I.11. Dirak tənliyi. Spin momenti. Pauli prinsipi

Böyük sürətlərdə zərrəcik v -sürəti ilə hərəkət edir ($v \approx c$) və onda Hamilton operatoru

$$\hat{H} = \pm \sqrt{c^2 \hat{p}^2 + m^2 c^4} \quad (I.140)$$

şəklində olur. Klassik fizikada enerji kəsilməz qiymətlər aldığı üçün relyativistik mexanikanın Hamilton funksiyasında

$$H = \pm \sqrt{c^2 p^2 + m^2 c^4}$$

müsbət qiyməti götürməklə kifayətlənilmişdi. Çünki müsbətdən mənfiyə keçid ola bilməz. Kvant mexanikasında enerjinin diskret qiymətləri də almaq imkanı olduğu üçün kökün önündəki hər iki işarə müəyyən mənə kəsb edir.

(I.140) ifadəsində $\varepsilon = \pm 1$ qəbul etsək,

$$\hat{H} = \varepsilon c \hbar \sqrt{-\nabla^2 + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2}}$$

yaza bilərik.

$$k_0 = \frac{mc}{\hbar}$$

olarsa,

$$\hat{H} = \varepsilon c \hbar \sqrt{-\nabla^2 + k_0^2} \quad (\text{I.141})$$

alınar. ∇ -dan kök almaq lazım gəlir.

A.P.Dirak $(-\nabla^2)^\varepsilon$ -dan kökalma əməliyyatını xüsusi σ_k və ρ_k matrisləri ilə yerinə yetirir. Bunun üçün

$$\sqrt{-\nabla^2 + k_0^2} = \rho_1(\sigma_1 \nabla_x + \sigma_2 \nabla_y + \sigma_3 \nabla_z) + \rho_3 k_0$$

şəklində yazılar və σ_k və ρ_k matrisləri

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\rho_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \rho_2 = \begin{pmatrix} 0 & -0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \rho_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

şəklində seçilir. Bu matrislər arasında

$$\begin{aligned}
\sigma_k \rho_k &= \rho_k \sigma_k \\
\sigma_k \sigma_{k'} + \sigma_k \sigma_{k'} &= 2i \varepsilon_{kk'l} \sigma_l \\
\rho_k \rho_{k'} + \rho_k \rho_{k'} &= 2i \varepsilon_{kk'l} \sigma_l
\end{aligned} \tag{I.142}$$

münasibətləri mövcuddur.

σ_k və ρ_k -dan istifadə edərək (I.141)-dən kök ala bilərik:

$$\begin{aligned}
\hat{H} &= \varepsilon c \hbar (-\rho_1 \bar{\sigma} \bar{\nabla} + \rho_3 k_0) = c \varepsilon \hbar \left[-\rho_1 \bar{\sigma} i \hbar \frac{\bar{\nabla}}{i \hbar} + \rho_3 \frac{mc}{\hbar} \right] = \\
&= c \varepsilon \hbar \left[-\rho_1 \bar{\sigma} \bar{\nabla} \frac{i \hbar}{i \hbar} + \rho_3 \frac{mc}{\hbar} \right] = \varepsilon (-\rho_1 (-i \hbar) \bar{\sigma} \bar{\nabla} + \rho_3 mc^2) = \\
&= \varepsilon (c \rho_1 \hat{\sigma} \hat{p} + \rho_3 mc^2). \\
\hat{H} &= \varepsilon (c \rho_1 \hat{\sigma} \hat{p} + \rho_3 mc^2), \\
\hat{H} &= \pm (c \rho_1 \hat{\sigma} \hat{p} + \rho_3 mc^2), \tag{I.143}
\end{aligned}$$

Yəni Hamilton operatoru iki toplanandan ibarət olur və onların ikisi də eyni hüquqludur:

$$\begin{aligned}
\hat{H} &= c \rho_1 \hat{\sigma} \hat{p} + \rho_3 mc^2 \\
\hat{H} &= -c \rho_1 \hat{\sigma} \hat{p} - \rho_3 mc^2
\end{aligned}$$

Onda (I.143)-ya görə alınan tənlik

$$i \hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H}_0 \psi(\vec{r}, t) \tag{I.144}$$

şəklində olur. Burada $\hat{H}_0 = (c \rho_1 \hat{\sigma} \hat{p} + \rho_3 mc^2)$ olar və bu tənliyə *Dirak tənliyi* deyilir. Stasionar halda (I.144) tənliyi

$$(E + c \rho_1 \hat{\sigma} \hat{p} + \rho_3 mc^2) \psi(\vec{r}) = 0$$

və ya

$$(E - c \rho_1 \hat{\sigma} \hat{p} - \rho_3 mc^2) \psi(\vec{r}) = 0 \tag{I.145}$$

şəklində olur. Bu tənlikdən alınan nəticələr təcrübədə təsdiq olunan nəticələrdir.

Atomların enerji səviyyələrinin təcrübə təyini Şrödinger tənliyinə görə alınan nəticənin doğruluğunu təsdiq etmir. Təcrübə faktlar göstərir ki, enerji səviyyələri bir neçə bir-birinə yaxın

alt səviyyələrə parçalanır. Hidrogen atomlarının $n=2$ səviyyəsi iki alt səviyyəyə parçalanır. Parçalanmanın enerjilər fərqi $4,5 \cdot 10^{-5} eV$ olur. Yəni atomların enerji səviyyələri incə quruluşa malikdir.

Atomların incə quruluşa malik olmasını, yeni elektronun orbital hərəkətinə uyğun gələn impuls momenti ilə yanaşı, məxsusi momentinin, yeni spin momentinin də olması qəbul olundu. Sonralar isə bir çox başqa zərrəciklərin də məxsusi mexaniki impuls momentinin (spinin) varlığı aşkarlandı.

Mexaniki spin momentinin zərrəciklərə xas olması, yüklü zərrəciklərin (elektron, proton və s.) məxsusi (spin) maqnit momentinin olmasını və onun zərrəciyin spin vektoru istiqamətində (müsbət yüklü) və spin vektoruna əks istiqamətdə (mənfi yüklü) yönəlməsini göstərir.

(I.145) tənliyinin həllindən elektronun spin momentinin $\frac{\hbar}{2}$

olması alınır. $S = \frac{\hbar}{2}$ elektron spininin z -oxu boyunca qiyməti

$S_z = \pm \frac{\hbar}{2}$ olur. Uyğun olaraq spin (məxsusi) maqnit momenti

maqnit sahəsinin istiqamətində iki qiymət alır. Məhz Ştern-Herlax təcrübəsində spin momenti spin maqnit momentinin proyeksiyasının qiyməti Bor maqnitonu və spin vektoru

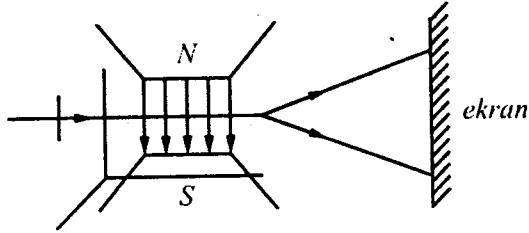
$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}, \mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$$

olması aşkar olunmuşdur.

Ştern-Herlax təcrübəsində (şəkil I.9) gümüş atomunun dar dəstəsi bircins olmayan maqnit sahəsində iki dəstəyə ayrılır. Maqnit momentinin iki qiymət alması, onun iki qismə parçalanmasına səbəb olur.

Xarici təbəqədə bir elektronu olan atomların incə quruluşa malik olması elektronun spini ilə əlaqədardır. Bu atomlarda elektronun orbital hərəkətinin nəticəsi olaraq elektrik cərəyanı yaranır. Bu cərəyanların maqnit sahəsi spin maqnit momentinə təsir edir. Onda elektronun spin maqnit momenti ya sahə

istişamətində, ya da sahənin əksi istişamətində yənelmiş olur. Müxtəlif spin istişamətli hallar enerjisinin qiymətlərinə görə fərqlənirlər və hər səviyyə iki qismdə olur. Xarici elektron təbəqəsində bir neçə elektron olarsa, onda enerji səviyyələrinin parçalanması daha mürəkkəb xarakter daşıyır. Məsələn, helium atomunun iki elektronunun spinləri parallel olanda üç qiymətə ($+h$, 0 , $-h$) uyğun olaraq parçalanma baş verir.



Şəkil 1.9. Ştern-Herlaq təcrübəsinin sxemi

Təcrübi faktlar və (I.145) tənliyindən alınan nəticələr göstərir ki, elektron və ona bənzər zərrəciklərin dalğa funksiyası matrisa

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$$

şəklində təsvir oluna bilər. Onda funksiya $\psi_1\left(\vec{r}, t, \varepsilon = -1, \frac{\hbar}{2}\right)$, $\psi_2\left(\vec{r}, t, \varepsilon = -1, -\frac{\hbar}{2}\right)$, enerjisi $-m_0c^2$, spinin proyeksiyası $\pm\frac{\hbar}{2}$ olan zərrəciyi, $\psi_3\left(\vec{r}, t, \varepsilon = +1, \frac{\hbar}{2}\right)$, $\psi_4\left(\vec{r}, t, \varepsilon = +1, -\frac{\hbar}{2}\right)$, enerjisi $+m_0c^2$, spini $\pm\frac{\hbar}{2}$ olan zərrəciyi xarakterizə edir.

Spini kəsir olan zərrəciklərə *fermion* deyilir. Deməli, elektronlar fermionlardır. Fermionlar üçün *Pauli prinsipi* mövcuddur.

Əgər kvant mexaniki sistemdə birdən çox eyni zərrəcik varsa, onda bu sistemin Hamilton operatorunu

$$\hat{H} = \sum_{k=1}^N \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_k} \nabla_k^2 + U_k(\vec{r}_k, t) \right\} + \sum_{k=1}^N W_{k,j}(\vec{r}_k, \vec{r}_j), \quad k \neq j = 1 \quad (I.146)$$

yazarıq. Burada W_{kj} k ilə j -zərrəcik arasında qarşılıqlı təsirdi.

N sayda zərrəciyin dalğa funksiyası $\psi = \psi(\vec{r}_1 S_{1z}, \vec{r}_2 S_{2z}, \dots, \vec{r}_N S_{nz}, t)$ olar.

N sayda zərrəcik üçün dalğa funksiyası xüsusi özəlliyə malikdir. Hamilton operatoru zərrəciklərin yerini dəyişəndə

$$\hat{H}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_k, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_N, t) = \hat{H}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_k, \dots, \vec{r}_N, t) \quad (I.147)$$

olur.

Zərrəciklərin yerini dəyişdikdə, sistemin halı dəyişməz qalar. Yəni zərrəciklər sistemində, onların yerini dəyişdikdə hər hansı bir fiziki kəmiyyətin qiyməti dəyişmir. Kvant mexanikasında buna *eynilik prinsipi* deyilir. Eynilik prinsipinin ödənməsi üçün yerdəyişmə operatoru D_{kj} daxil edək

$$\begin{aligned} D_{kj} \psi(\vec{r}_1 S_1, \vec{r}_2 S_2, \dots, \vec{r}_k S_k, \dots, \vec{r}_j S_j, \dots, \vec{r}_N S_N, t) = \\ = \psi'(\vec{r}_1 S_1, \vec{r}_2 S_2, \dots, \vec{r}_k S_k, \dots, \vec{r}_j S_j, \dots, \vec{r}_N S_N, t) = k\psi \end{aligned}$$

Bu operatorun məxsusi qiymətini tapmaq üçün

$$D_{kj} \psi(\vec{r}_1 S_1, \dots, \vec{r}_N S_N, t) = k\psi(\vec{r}_1 S_1, \dots, \vec{r}_N S_N, t)$$

yazaq. Bu tənliyin hər iki tərəfini D_{kj} -ya vursaq

$$\begin{aligned} D_{kj}^2 \psi(\vec{r}_1 S_1, \dots, \vec{r}_N S_N, t) = k\psi'(\vec{r}_1 S_1, \dots, \vec{r}_N S_N, t) = \\ = k^2 \psi(\vec{r}_1 S_1, \dots, \vec{r}_N S_N, t) \end{aligned}$$

$$\psi(\vec{r}_1 S_1, \dots, \vec{r}_N S_N, t) = k^2 \psi(\vec{r}_1 S_1, \dots, \vec{r}_N S_N, t)$$

($k^2 = 1, k = \pm 1$) alarıq. Yəni D_{kj} operatorunun ψ -funksiyaya təsiri ya

$$D_{kj} \psi(\vec{r}_1 S_1, \dots, \vec{r}_k S_k, \dots, \vec{r}_j S_j, \dots, \vec{r}_N S_N, t) =$$

$$= \psi(\vec{r}_1 S_1, \dots, \vec{r}_j S_j, \dots, \vec{r}_k S_k, \dots, \vec{r}_N S_N, t) \quad (I.148)$$

ya da

$$\begin{aligned} D_{k_j} \psi(\vec{r}_1 S_1, \dots, \vec{r}_k S_k, \dots, \vec{r}_j S_j, \dots, \vec{r}_N S_N, t) = \\ = -\psi(\vec{r}_1 S_1, \dots, \vec{r}_k S_k, \dots, \vec{r}_j S_j, \dots, \vec{r}_N S_N, t) \end{aligned} \quad (I.149)$$

olar. $D_{k_j} \psi = \psi$ olursa, ψ -funksiya *simmetrik*, $D_{k_j} \psi = -\psi$ olursa, ψ -funksiya *antisimmetrik* funksiya adlanır.

Simmetrik dalğa funksiya ilə xarakterizə olunan zərrəciklərə *bozonlar*, antisimmetrik funksiya ilə xarakterizə olunan zərrəciklərə *fermionlar* deyilir.

Spinləri tam (\hbar -vahidində), məsələn, 0, 1, 2 və s. olan zərrəciklər (pionlar, foton və s.) simmetrik dalğa funksiya ilə xarakterizə olunur, yəni spini tam olan zərrəciklər *bozonlardır*.

Spinləri kəsir (\hbar -vahidində) $\frac{1}{2} \hbar$ və s. olan zərrəciklər (elektron, proton və s.) antisimmetrik dalğa funksiya ilə xarakterizə olunur, yəni spini kəsir olan zərrəciklər *fermionlardır*.

Fermionlar üçün Pauli prinsipi mövcuddur. Bu prinsipə görə bütün kvant ədədləri eyni olan halda bir fermiondan çox zərrəcik ola bilməz. Yəni, Pauli prinsipinə görə müəyyən kvant halında yalnız bir fermion ola bilər. Elektron fermion olduğu üçün bu prinsipi elektronlar üçün açıqlayaq.

İki elektronlu sistemə baxaq. Bu sistemdə 1-ci elektron k -halında, 2-ci elektron k' -halında olsun

$$\psi(1, 2) = \sum_k \sum_{k'} a(k, k', t) \psi_k(1) \psi_{k'}(2)$$

Eynilik prinsipinə görə 1-ci elektron k' , 2-ci elektron k -halında olanda

$$\psi(2, 1) = \sum_k \sum_{k'} a(k', k, t) \psi_k(2) \psi_{k'}(1)$$

yazıla bilər.

Elektronlar antisimmetrik funksiyalarla xarakterizə olunduğuna görə

$$\psi(1, 2) = -\psi(2, 1)$$

doğru olar. Yəni

$$\sum_k \sum_{k'} a(k, k', t) \psi_k(1) \psi_{k'}(2) = - \sum_k \sum_{k'} a(k', k, t) \psi_k(2) \psi_{k'}(1).$$

$\psi_k(1) \psi_{k'}(2)$ və $\psi_k(2) \psi_{k'}(1)$ funksiyaları eyni halı xarakterizə etdikləri üçün $a(k, k', t) = -a(k', k, t)$ yazmaq olar.

Əgər $k = k'$ qəbul etsək $a(k, k, t) = 0$ olar. Beləliklə, k -halında iki elektronun olması ehtimalı

$$W(k) = |a(k, k, t)|^2 = 0 \quad (\text{I.150})$$

sıfır olur. Bu isə Pauli prinsipinin doğruluğuna sübutdur.

Kvant tənliyini iki zərrəcik sistemi üçün

$$\psi_1 = \psi_k(\vec{r}_1, S_{1z}) \psi_{k'}(\vec{r}_2, S_{2z})$$

$$\psi_2 = \psi_k(\vec{r}_2, S_{2z}) \psi_{k'}(\vec{r}_1, S_{1z})$$

yazmaq olar. Hər iki ψ_1 və ψ_2 dalğa funksiyaları bu sistemin halını xarakterizə edir. Superpozisiya prinsipinə görə bu funksiyaların xətti kombinasiyası da

$$\psi = c_1 \psi_1 + c_2 \psi_2$$

kvant tənliyin həlli olar və bu həllər

$$\psi_{\text{sim}}(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \psi_k(1) \psi_{k'}(2) + \psi_k(2) \psi_{k'}(1) \} \quad (\text{I.151})$$

$$\psi_{\text{antisim}}(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \psi_k(1) \psi_{k'}(2) - \psi_k(2) \psi_{k'}(1) \} \quad (\text{I.152})$$

şəklinə malikdirlər.

(I.152)-ə görə eyni halda $\psi_k = \psi_{k'}$ iki zərrəcik olarsa, onda $\psi_a = 0$ olar. Bu isə göstərir ki, spinləri kəsir olan eyni zərrəciklər sistemində eyni zamanda iki (və ya daha çox) zərrəcik bir kvant halında ola bilməz. Bu Pauli prinsipinin bəsit şəkildə ifadəsidir. Pauli prinsipi elementlərin periodik cədvəlinin alınmasında atomların kimyəvi və fiziki xassələrini anlamağa imkan yaradır.

§1.15. Keçid ehtimallarının nəzəriyyəsi

Cisimlərin şüa udması və buraxması atom elektronlarının keçidi ilə əlaqədardır.

Kvant mexanikasının 3-cü postulatına görə k -halından k' -halına keçid ehtimalı kvant mexanikasının III postulatına görə

$$W_{k'k} = |a_{k'k}^{(1)}|^2 = \frac{4\pi^2}{\hbar^2} |V_{k'k}(\omega_{k'k})|^2 \quad (\text{I.153})$$

şəklindədir. Burada $a_{k'k}^{(1)}$ – əmsalı

$$a_{k'k}^{(1)} = \frac{1}{\hbar} \int_0^t V_{k'k}(t) e^{-i\omega_{k'k}t} dt$$

kimi və V -nin Furiye təsviri olduğu üçün

$$V(t) = \frac{1}{2\pi} \int V(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

$$V(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int V(t) e^{-i\omega t} dt$$

şəklində yazıla bilər. Bunun matrisa elementi

$$V_{k'k}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int V_{k'k} e^{-i\omega_{k'k}t} dt \quad (\text{I.154})$$

olar.

Elektromaqnit sahəsində Hamilton operatoru

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left(\hat{\vec{P}} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 + U + e\varphi$$

ifadəsinə malikdir. \hat{H} -in bu ifadəsini

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}^2}{2m} + U + \frac{e}{mc} \vec{A} \hat{P} - \frac{ie\hbar}{2mc} \text{div} \vec{A} + \frac{e^2}{m^2 c^2} \vec{A}^2 + e\varphi$$

şəklində yazaraq və $\text{div} \vec{A} = 0$, A -nın kiçik qiymətlərində $A^2 = 0$, $\varphi = 0$ qəbul etməklə \hat{H} üçün

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}^2}{2m} + U + \frac{e}{mc} \vec{A} \hat{P} \quad (\text{I.155})$$

şəklində ifadə alırıq. \vec{A} vektor-potensialına görə məlum qaydaya əsasən elektrik sahəsinin intensivliyi

$$\vec{\varepsilon}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial A(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (\text{I.156})$$

olur. Vektor potensialı

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \int \vec{A}(\omega) e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} d\omega$$

şəklini dəyişərək,

$$A(\vec{r}, t) = e^{i\vec{k}\vec{r}} \int A(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

şəklində yazmaq olar. Bunu (I.156)-də nəzərə alsaq,

$$\vec{\varepsilon}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} e^{i\vec{k}\vec{r}} \int A(\omega) e^{-i\omega t} d\omega = \frac{i}{c} \omega \vec{A}(\vec{r}, t) \quad (\text{I.157})$$

alırıq. İfadənin hər iki tərəfini $e^{i\vec{k}\vec{r}}$ -ə vurub, inteqrallasaq

$$\int e^{-i\omega t} \vec{\varepsilon}(\vec{r}, t) dt = \frac{i\omega}{c} \int \vec{A}(\vec{r}, t) e^{-i\omega t} dt$$

$$\vec{\varepsilon}(\vec{r}, t) = \int \vec{\varepsilon}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \int \vec{A}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

yazılar.

$$2\pi \vec{\varepsilon}(\omega) = \frac{2\pi i \omega}{c} A(\omega)$$

münasibətlərini nəzərə alsaq,

$$\vec{A}(\omega) = \frac{ic}{\omega} \vec{\varepsilon}(\omega)$$

yazmaq olar. Elektrik sahəsinə paralel n vahid vektoru götürsək

$$\vec{A}(\omega) \vec{n} = \frac{ic}{\omega} \vec{\varepsilon}(\omega) \vec{n}$$

yazılışı doğru olar.

(I.155)-ə görə

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}^2}{2m} + U + \frac{e}{mc} \vec{A} \hat{P} = \hat{H}_v + \hat{V}$$

$$V_{k'k} = \frac{e}{mc} \vec{A} \hat{P} = \frac{e}{mc} e^{i\vec{k}\vec{r}} \vec{A}(\omega) \vec{n} \hat{P} = \frac{e}{mc} e^{i\vec{k}\vec{r}} \frac{ic}{\omega} \vec{\mathcal{E}}(\omega) \vec{n} \hat{P} = \\ = \frac{ie}{m\omega} (\vec{\mathcal{E}} \vec{n}) e^{i\vec{k}\vec{r}} \hat{P}$$

yazılar.

V -nin matrisa elementini yazsaq

$$V_{k'k}(\omega_{k'k}) = \frac{ie}{m\omega} (\vec{\mathcal{E}} \vec{n}) \int \psi_{k'}^{*(0)} e^{i\vec{k}\vec{r}} \hat{P} \psi_k^{(0)} dV = \\ = \frac{ie}{m\omega_{k'k}} (\vec{\mathcal{E}}(\omega_{k'k}) \vec{n}) \int \psi_{k'}^{*(0)} e^{i\vec{k}\vec{r}} \hat{P} \psi_k^{(0)} dV$$

alarıq.

(I.153)-ə görə

$$W_{k'k} = \frac{4\pi^2}{\hbar^2} |V(\omega_{k'k})|^2$$

olur və

$$W_{k'k} = \frac{4\pi^2}{\hbar^2} |\vec{\mathcal{E}}(\omega_{k'k})|^2 \frac{e^2}{m^2 \omega_{k'k}^2} \left| \vec{n} \int \psi_{k'}^{*(0)}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} \hat{P} \psi_k^{(0)}(\vec{r}) dV \right|^2$$

yazarıq.

Əgər

$$P = \int \psi_{k'}^{*(0)}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} (\vec{n} \hat{P}) \psi_k^{(0)}(\vec{r}) dV$$

işarəsi qəbul etsək

$$W_{k'k} = \frac{4\pi^2}{\hbar^2} |\vec{\mathcal{E}}(\omega_{k'k})|^2 \frac{e^2}{m^2 \omega_{k'k}^2} P^2 \quad (I.158)$$

olar.

Məlumdur ki, vahid səthdən keçən elektromaqnit sahəsinin enerjisinin sıxlığı (poytinq enerjisi)

$$S = \frac{c}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}^2(t) dt$$

şəklindədir. Yəni

$$\begin{aligned}
E &= \frac{c}{4\pi} \iint \varepsilon(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \varepsilon^*(\omega) e^{i\omega t} dt = \\
&= \frac{c}{4\pi} \iint d\omega d\omega' 2\pi \delta(\omega' - \omega) \varepsilon(\omega) \varepsilon^*(\omega') = \frac{c}{2} \int \varepsilon(\omega) \varepsilon^*(\omega^*) d\omega = \\
&= \frac{c}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} |\varepsilon(\omega)|^2 d\omega = c \int_{-\infty}^{+\infty} |\varepsilon(\omega)|^2 d\omega \quad (I.159)
\end{aligned}$$

olur. ω tezlikli enerji $S = E(\omega)$ olarsa, tam enerji

$$E = \int S(\omega) d\omega \quad (I.160)$$

olar.

(I.159) ilə (I.160)-nin müqayisəsindən

$$S = E(\omega) = c |\varepsilon(\omega)|^2 \quad (I.161)$$

alınır.

ω tezlikli enerji miqdarı $E(\omega)$ spektral $\rho(\omega)$ sıxlığı, işıq sürəti c və zamanın hasilinə bərabər olmalıdır:

$$S = E(\omega) = \rho(\omega) c t$$

onda spektral sıxlıq³

$$\rho(\omega) = c |\varepsilon(\omega)|^2$$

olduğu üçün keçid ehtimalı

$$W_{k'k} = \frac{4\pi^2}{\hbar^2} \left| \frac{e}{m\omega_{k'k}} (\bar{n} \bar{P}_{k'k}) \right|^2 \rho(\omega_{k'k})$$

olar. Burada

$$\bar{P}_{k'k} = \int \psi_{k'}^{*(0)}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} \bar{P} \psi_k^{(0)}(\vec{r}) dV_1.$$

Beləliklə, ehtimal üçün

$$\begin{aligned}
W_{k'k} &= \frac{4\pi^2}{\hbar^2} \left| \frac{e}{m\omega_{k'k}} \bar{P}_{k'k} \right|^2 \cos^2 \theta_{k'k} \rho(\omega_{k'k}) = \\
&= \frac{4\pi^2}{\hbar^2} |\theta_{k'k}|^2 \cos^2 \theta_{k'k} \rho(\omega_{k'k}), \quad n^2 = 1 \quad (I.162)
\end{aligned}$$

ifadəsi alınar, haradaki $\theta_{k'k}$ \bar{n} vektoru ilə \bar{P} arasında olan

bucaqdır. (I.162)-da

$$\bar{D}_{k'k} = \frac{e}{m\omega_{k'k}} \bar{P}_{k'k} \quad (\text{I.163})$$

-dır.

Məlumdur ki, udulma və şüalanmanı müəyyən edən məcburi və özbaşına (spontan) keçidlərin ehtimalı Eynşteyn əmsalları $B_{k'k}$ və $A_{k'k}$ ilə təyin olunurlar. Məcburi və spontan keçid ehtimalı

$$\begin{aligned} W_{\text{m.c.}} &= B_{k'k} \rho(\omega_{k'k}) \\ W_{\text{cn.}} &= A_{k'k} \end{aligned} \quad (\text{I.164})$$

yazılır. Burada

$$B_{k'k} = \frac{4\pi^2 c^3}{\hbar \omega_{k'k}^3} A_{k'k}. \quad (\text{I.165})$$

Onda (I.162)-la (I.164)-in müqayisəsindən

$$\begin{aligned} B_{k'k} &= \int \frac{4\pi^2}{\hbar^2} |\bar{D}_{k'k}|^2 \cos^2 \theta_{k'k} d\Omega_{k'k} = \\ &= \frac{4\pi^2}{\hbar^2} |\bar{D}_{k'k}|^2 \int \cos^2 \theta_{k'k} \sin \theta_{k'k} d\theta_{k'k} d\varphi = \\ &= \frac{4\pi^2}{\hbar^2} |\bar{D}_{k'k}|^2 \frac{4\pi}{3} = \frac{16\pi^3}{3\hbar^2} |\bar{D}_{k'k}|^2, \\ B_{k'k} &= \frac{16\pi^3}{3\hbar^2} |\bar{D}_{k'k}|^2 \end{aligned} \quad (\text{I.166})$$

Bu ifadə məcburi keçidlərin ehtimalını müəyyən edir. (I.165)-dən

$$\frac{16\pi^3}{3\hbar^2} |\bar{D}_{k'k}|^2 = \frac{4\pi^2 c^3}{\hbar \omega_{k'k}^3} A_{k'k} \quad \text{və ya} \quad A_{k'k} = \frac{4\pi \omega_{k'k}^3}{3\hbar c^3} |\bar{D}_{k'k}|^2 \quad (\text{I.167})$$

alarıq. $B_{k'k}$ və $A_{k'k}$ əmsalları *Eynşteyn əmsalları* adlanır və onlar məcburi və spontan keçid ehtimallarını xarakterizə edirlər. Burada

$$\bar{D}_{k'k} = \frac{e}{m\omega_{k'k}} \int \psi_{k'}^{*(0)}(\bar{r}) e^{i\bar{k}\bar{r}} \hat{P} \psi_k^{(0)}(\bar{r}) dV \quad (\text{I.168})$$

-dir. İndi $\bar{D}_{k'k}$ -ni hesablayaq.

$$\bar{D}_{k'k} \approx \frac{e}{m\omega} \{ \psi_{k'}^{*(0)}(1 + i\bar{k}\bar{r} + \dots) \} \hat{P} \psi_k^{(0)}(\bar{r}) dV.$$

$k \approx 10^{-5}$, $r \approx 10^{-8} \text{ sm}$ tərtibdə olduğu üçün, $\bar{k}\bar{r}$ -in qiyməti $kr \sim 10^{-3}$ olar və iki həddlə kifayətlənmək yetər. Onda

$$\begin{aligned} \bar{D}_{k'k} &= \frac{e}{m\omega_{k'k}} \times \\ &\times \left\{ \int \psi_{k'}^{*(0)}(\bar{r}) \hat{P} \psi_k^{(0)}(\bar{r}) dV + i \int \psi_{k'}^{*(0)}(\bar{r}) (\bar{k}\bar{r}) \hat{P} \psi_k^{(0)}(\bar{r}) dV \right\} = \\ &= \frac{e}{\omega_{k'k}} \left\{ \int \psi_{k'}^{*(0)}(\bar{r}) \frac{\hat{P}}{m} \psi_k^{(0)}(\bar{r}) dV + i \int \psi_{k'}^{*(0)}(\bar{r}) \frac{(\bar{k}\bar{r}) \hat{P}}{m} \psi_k^{(0)}(\bar{r}) dV \right\} = \\ &= \frac{e}{\omega_{k'k}} \frac{\bar{P}_{k'k}}{m} + \frac{ie}{\omega_{k'k}} \frac{1}{m} \{ (\bar{k}\bar{r}) \hat{P} \}_{k'k}. \end{aligned}$$

Buradan

$$\begin{aligned} \frac{\bar{P}_{k'k}}{m} &= \left(\frac{d\bar{r}}{dt} \right)_{k'k} = \frac{d}{dt} \bar{r}_{k'k} e^{i\omega_{k'k}t} = i\omega_{k'k} \bar{r}_{k'k}, \\ d^{(1)} &= \frac{e}{\omega_{k'k}} i\omega_{k'k} \bar{r}_{k'k} = ie \bar{r}_{k'k} = ie \int \psi_{k'}^{*(0)} \bar{r} \psi_k dV, \\ d^{(2)} &= \frac{ie}{\omega_{k'k}} \frac{1}{m} \{ (\bar{k}\bar{r}) \bar{P} \}_{k'k} = \frac{ie}{\omega_{k'k}} \left\{ (\bar{k}\bar{r}) \frac{d\bar{r}}{dt} \right\}_{k'k} = \\ &= \frac{ie}{\omega_{k'k}} \left\{ \frac{1}{2} \frac{d}{dt} ((\bar{k}\bar{r})\bar{r}) + \frac{1}{2} \left[\bar{k} \left[\frac{d\bar{r}}{dt} \right] \right]_{k'k} \right\} = \\ &= \frac{ie}{2\omega_{k'k}} \left\{ i\omega_{k'k} ((\bar{k}\bar{r})\bar{r})_{k'k} + \frac{1}{m} \left[\bar{k}\hat{L} \right]_{k'k} \right\} = \end{aligned}$$

$$= -((\bar{k}\bar{r})\bar{r})_{kk} + \frac{ie}{2m\omega_{kk}} [\hat{k}\hat{L}]_{kk} \quad (\text{I.169})$$

taparıq. Beləliklə \bar{D}_{kk} üçün

$$\bar{D}_{kk} = \bar{d}_{kk}^{(1)} + \bar{d}_{kk}^{(2)} = \bar{d}_{kk}^{(1)} - \frac{e}{2}((\bar{k}\bar{r})\bar{r})_{kk} + \frac{ie}{2m\omega_{kk}} [\hat{k}\hat{L}]_{kk} \quad (\text{I.170})$$

alarıq. Bu ifadədə birinci hədd elektrik dipol momentinin matrisa elementi, ikinci hədd kvadrupol momentinin matrisa elementi, sonuncu hədd isə maqnit dipol momentinin matrisa elementi olmaqla, müvafiq olaraq, elektrik dipol, kvadrupol, maqnit dipol keçidlərinə uyğun gəlirlər.

$$\bar{D}_{kk} = \bar{d}_{kk} + (kQ)_{kk} + i[\bar{a}\bar{\mu}]_{kk}. \quad (\text{I.171})$$

$$Q = \frac{e}{2} \begin{vmatrix} x^2 & xy & xz \\ yx & y^2 & yz \\ zx & zy & z^2 \end{vmatrix} - \frac{\bar{k}}{\omega_{kk}} = \frac{\bar{a}}{c}, \quad \bar{\mu} = \frac{e\hbar}{2mc}, \quad \bar{d} = e\bar{r}_{kk}. \quad (\text{I.172})$$

\bar{d}_{kk} hesabına olan şüalanma *elektrik dipol* ($E1$), Q hesabına olan şüalanma *kvadrupol* ($Q2$), *maqnit dipol* ($M1$) şüalanması adlanır.

§ I.16. Işığın mühitin atomlarından səpilməsi (dispersiya)

Işığın mühitdən keçməsi zamanı mühit tərəfindən işığın udulması ilə yanaşı, onun mühit atomları tərəfindən səpilməsi hadisəsi də baş verə bilər. Səpilmə hadisəsində işıq dalğaları öz istiqamətini dəyişirlər. Səpilmə baş verəndə düşən işıq dalğasının tezliyi müvafiq olaraq dəyişir. Onda da mühitin sındırma əmsalı düşən işığın tezliyindən asılı olur. Mühitin sındırma əmsalının, işığın tezliyindən asılı olmasına *dispersiya* deyilir. Elektrodinamika qanunlarına görə mühitin sındırma əmsalı elektrik (ϵ) və maqnit nüfuzluğu (μ) ilə $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ əlaqədardır. Maqnit nüfuzluğunu $\mu = 1$ qəbul etsək, $n = \sqrt{\epsilon}$, $n^2 = \epsilon$ yazıla

bilərik. Digər tərəfdən ε mühitin qütbləşməsi (polyarizasiyası) α

$$\varepsilon = 1 + 4\pi\alpha,$$

ilə əlaqədardır. α – kəmiyyəti atomların polyarizasiya əmsalıdır. β bir atomun qütbləşməsi olarsa, N sayda atom üçün $\alpha = N\beta$ olar. Buradan

$$\varepsilon - 1 = 4\pi N\beta$$

yazmaq olar.

İnduksiya vektoru \vec{D} , polyarizasiya vektoru \vec{P} ilə $\vec{D} = \vec{\varepsilon} + 4\pi\vec{P}$ kimi əlaqədardır.

Elektrik bəhsindən məlumdur ki,

$$\varepsilon\vec{\varepsilon} = \vec{\varepsilon} + 4\pi\vec{P},$$

$$(\varepsilon - 1)\vec{\varepsilon} = 4\pi\vec{P} \quad \text{və} \quad \vec{P} = \frac{(\varepsilon - 1)}{4\pi}\vec{\varepsilon}$$

olur.

$$\vec{P} = \frac{n^2 - 1}{4\pi}\vec{\varepsilon} = \beta\vec{\varepsilon} \quad (\text{I.173})$$

Atomların dipol momentlərinin cəmi $\sum d_i = \vec{P}$ polyarizasiya vektoru ilə xarakterizə olunduğu üçün

$$\vec{P} = N\vec{d} = Ne \int \psi_k^*(\vec{r}, t)\vec{r}\psi_k(\vec{r}, t)dV \quad (\text{I.174})$$

yazmaq olar.

(I.173) ifadəsindəki β klassik fizikaya görə

$$\beta = \frac{N\ell}{m} \sum_k \frac{N_k}{\omega_k^2 - \omega^2} \quad (\text{I.175})$$

təyin olunur.

Klassik fizikaya görə iki cür dispersiya olur. Onlardan biri $\left(\frac{dn}{d\omega} > 0\right)$, düşən işığın tezliyi artdıqca, sındırma əmsalının artması ilə müşayiət olunan *normal dispersiya* (işığın yeddi

rəngə ayrılması), o biri isə $\left(\frac{dn}{d\omega} < 0\right)$, düşən işığın tezliyi artdıqca, sındırma əmsalının azalması ilə müşayiət olunan *anomal dispersiyadır*.

(I.175) ifadəsində ω_k tezliyi uyğun atomun məxsusi tezliyini göstərir. Həmçinin N_k kəmiyyəti ω_k tezliyi ilə rəqş edən atomların sayıdır ($N_k > 0$). Lakin təcrübi faktlar göstərir ki, müsbət ($N_k > 0$) dispersiya ilə yanaşı mənfi ($N_k < 0$) dispersiyada baş verir. Ona görə də N_k atomların sayı yox, başqa bir fiziki kəmiyyət olmalıdır. Həmçinin ω_k atomun məxsusi tezliyi deyil, keçid tezliyinə uyğun olmalıdır. Bütün bu çatışmayan cəhətlər dispersiyanın kvant mexanikası ilə izahı zamanı aydınlaşır.

Şrödinger tənliyinə görə n halın dalğa funksiyası ixtiyari halın dalğa funksiyasına uyğun gəlir və

$$i\hbar \frac{\partial \psi_n(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H}_0 \psi_n(\vec{r}, t) + \hat{V} \psi_n(\vec{r}, t) \quad (\text{I.176})$$

tənliyinin həlli olur. Burada \hat{H}_0 işıq sahəsi olmayan hal üçün Hamilton operatoru, \hat{V} isə işıq sahəsi hesabına yaranan həyəcanlaşma operatorudur (ışıq $\vec{\epsilon} = \vec{\epsilon}_0 \cos \omega t$ vektoru ilə xarakterizə olunur)

$$V = e(\vec{r} \vec{\epsilon}_0) \cos \omega t. \quad (\text{I.177})$$

$V = 0$ olanda Şrödinger tənliyi

$$i\hbar \frac{\partial \psi_n^{(0)}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H}_0 \psi_n^{(0)}(\vec{r}, t) \quad (\text{I.178})$$

şəklini alar.

(I.178)-in həlli məlum hesab olunur

$$\begin{aligned} \psi_n^{(0)}(\vec{r}, t) &= \psi_n^{(0)}(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E^{(0)} t} = \psi_n^{(0)}(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} \omega_n t} \\ \hat{H}_0 \psi_n^{(0)}(\vec{r}) &= \psi_n^{(0)}(\vec{r}), \quad \omega_n = \frac{E_n^{(0)}}{\hbar}. \end{aligned} \quad (\text{I.179})$$

Beləliklə,

$$i\hbar \frac{\partial \psi_n(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left[\hat{H}_0 + e(\vec{r}\vec{\varepsilon}_0) \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} \right] \psi_n(\vec{r}, t) \quad (\text{I.180})$$

tənliyini həll etmək lazımdır. Bu tənliyin həllini

$$\psi_n(\vec{r}, t) = \psi_n^{(0)}(\vec{r})e^{-i\omega_n t} + u_n(\vec{r})e^{-i(\omega_n - \omega)t} + v_n(\vec{r})e^{-i(\omega_n + \omega)t}$$

şəklində axtaraq. Bu həlli (I.151)-də yerinə yazsaq və $\vec{\varepsilon}_0 \vec{r} U$, $\vec{\varepsilon}_0 \vec{r} V$ həddlərini nəzərə almasaq,

$$\begin{aligned} \hbar(\omega_n - \omega)u_n e^{-i(\omega_n - \omega)t} + \hbar(\omega_n + \omega)v_n e^{-i(\omega_n + \omega)t} &= \hat{H}_0 u_n e^{-i(\omega_n - \omega)t} + \\ &+ \hat{H}_0 v_n e^{-i(\omega_n + \omega)t} + \frac{e}{2}(\vec{\varepsilon}_0 \vec{r})e^{-i(\omega_n + \omega)t} + \frac{e}{2}(\vec{\varepsilon}_0 \vec{r})e^{-i(\omega_n - \omega)t} \end{aligned}$$

olar. Buradan iki tənlik əldə edərik

$$\hbar(\omega_n - \omega)u_n = \hat{H}_0 u_n + \frac{e}{2} \vec{\varepsilon}_0 \vec{r} \psi_n^{(0)}(\vec{r}) \quad (\text{I.181})$$

$$\hbar(\omega_n + \omega)v_n = \hat{H}_0 v_n + \frac{e}{2} \vec{\varepsilon}_0 \vec{r} \psi_n^{(0)}(\vec{r})$$

(I.181) ifadəsindəki u_n və v_n -ləri

$$\hat{H}_0 \psi_k^{(0)} = E_k \psi_k^{(0)}$$

tənliyinin həllinin superpozisiyası kimi axtaraq

$$u_n(r) = \sum_k a_{nk} \psi_n^{(0)} \quad (\text{I.182})$$

$$v_n(r) = \sum_k b_{nk} \psi_n^{(0)}$$

(I.182)-i (I.181)-də yazsaq

$$\hbar \sum_k a_{nk} (\omega_n - \omega_k - \omega) \psi_k^{(0)} = \frac{e}{2} \vec{\varepsilon}_0 r \psi_k^{(0)}(\vec{r}),$$

$$\hbar \sum_k b_{nk} (\omega_n - \omega_k + \omega) \psi_k^{(0)} = \frac{e}{2} \vec{\varepsilon}_0 r \psi_k^{(0)}(\vec{r}).$$

Bunların hər iki tərəfini soldan $\psi_k^{*(0)}$ -ə vurub, bütün fəza üzrə inteqrallasaq

$$\begin{aligned}
& \sum_k \hbar(\omega_{nk} + \omega) b_{nk} \int \psi_{k'}^{*(0)}(\vec{r}) \psi_k^{(0)}(\vec{r}) dV = \\
& = \frac{e}{2} \int \psi_{k'}^{*(0)}(\vec{r}) (\vec{E}_0 \vec{r}) \psi_k^{(0)}(\vec{r}) dV \\
& \sum_k \hbar(\omega_{nk} - \omega) a_{nk} \int \psi_{k'}^{*(0)}(\vec{r}) \psi_k^{(0)}(\vec{r}) dV = \\
& = \frac{e}{2} \int \psi_{k'}^{*(0)}(\vec{r}) (\vec{E}_0 \vec{r}) \psi_k^{(0)}(\vec{r}) dV
\end{aligned}$$

əldə edərik. Buradan

$$a_{nk'} = \frac{-\vec{E}_0 \vec{d}_{k'n}}{2\hbar(\omega_{nk} - \omega)},$$

$$b_{nk'} = \frac{-\vec{E}_0 \vec{d}_{k'n}}{2\hbar(\omega_{nk} + \omega)},$$

$$\omega_{nk} = \omega_n = \omega_{k'},$$

$$\vec{d}_{nk} = -e \int \psi_{k'}^{*(0)}(\vec{r}) \psi_n^{(0)}(\vec{r}) dV$$

alırıq. Onda (I.180) tənliyinin həllini

$$\begin{aligned}
\psi_n(\vec{r}, t) = \psi_n^{(0)}(\vec{r}, t) - \frac{e^{-i(\omega_{nk} - \omega)t}}{2\hbar} \sum_k \frac{\vec{E}_0 \vec{d}_{kn}}{\omega_{nk} - \omega} \psi_k^{(0)} - \\
- \frac{e^{-i(\omega_{nk} + \omega)t}}{2\hbar} \sum_k \frac{\vec{E}_0 \vec{d}_{kn}}{\omega_{nk} + \omega} \psi_k^{(0)} \quad (I.183)
\end{aligned}$$

yaza bilərik.

$\psi_n(\vec{r}, t)$ -yə uyğun gələn dipol momentinin yaranması ilə əlaqədar olaraq, $\psi_n^{(0)}(\vec{r}, t)$ -dən elektrik sahəsi nəticəsində $\psi_n(\vec{r}, t)$ -ə keçidə görə dipol momentinin matris elementi

$$\vec{d}_{nk} = -e \int \psi_n^*(\vec{r}, t) \vec{r} \psi_n(\vec{r}, t) dV = -e \int \vec{r} |\psi_n(\vec{r}, t)|^2 dV$$

şəklində olar.

(I.183)-ün qoşması

$$\begin{aligned} \psi_n^*(\vec{r}, t) = & \psi_n^{*(0)}(\vec{r}, t) - \frac{e^{i(\omega_{nk} - \omega)t}}{2\hbar} \sum_k \frac{\vec{\epsilon}_0 \vec{d}_{kn}}{\omega_{nk} - \omega} \psi_k^{*(0)} - \\ & - \frac{e^{i(\omega_{nk} + \omega)t}}{2\hbar} \sum_k \frac{\vec{\epsilon}_0 \vec{d}_{kn}}{\omega_{nk} + \omega} \psi_k^{*(0)} \end{aligned}$$

olar. Ona görə də əlavə elektrik dipol momentinin yaranması meydana çıxır

$$\begin{aligned} \vec{d}(t) = & -e \int \psi_n^*(\vec{r}, t) \vec{r} \psi_n(\vec{r}, t) dV = \vec{d}_{nn}(\vec{r}) - \frac{e^{i\omega t}}{2\hbar} \sum_k \frac{(\vec{\epsilon}_0 \vec{d}_{kn}) \vec{d}_{kn}}{\omega_{nk} - \omega} - \\ & - \frac{e^{-i\omega t}}{2\hbar} \sum_k \frac{(\vec{\epsilon}_0 \vec{d}_{kn}) \vec{d}_{kn}}{\omega_{nk} + \omega} - \frac{e^{i\omega t}}{2\hbar} \sum_k \frac{(\vec{\epsilon}_0 \vec{d}_{kn}) \vec{d}_{kn}}{\omega_{nk} - \omega} - \frac{e^{-i\omega t}}{2\hbar} \sum_k \frac{(\vec{\epsilon}_0 \vec{d}_{kn}) \vec{d}_{kn}}{\omega_{nk} + \omega} = \\ & = \vec{d}_{nn}(\vec{r}) - \frac{e^{i\omega t}}{2\hbar} \sum_k \left(\frac{(\vec{\epsilon}_0 \vec{d}_{kn}) \vec{d}_{kn}}{\omega_{nk} - \omega} + \frac{(\vec{\epsilon}_0 \vec{d}_{kn}) \vec{d}_{kn}}{\omega_{nk} + \omega} \right) - \\ & - \frac{e^{-i\omega t}}{2\hbar} \sum_k \left(\frac{(\vec{\epsilon}_0 \vec{d}_{kn}) \vec{d}_{kn}}{\omega_{nk} - \omega} + \frac{(\vec{\epsilon}_0 \vec{d}_{kn}) \vec{d}_{kn}}{\omega_{nk} + \omega} \right), \end{aligned}$$

Yəni

$$\begin{aligned} \vec{d}_{nn}(t) = & \vec{d}_{nn}(\vec{r}) - \frac{1}{\hbar} \sum_k \left(\frac{(\vec{\epsilon}_0 \vec{d}_{kn}) \vec{d}_{kn}}{\omega_{nk} - \omega} + \frac{(\vec{\epsilon}_0 \vec{d}_{kn}) \vec{d}_{kn}}{\omega_{nk} + \omega} \right) \times \\ & \times \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} = \vec{d}_{nn}(t) + \vec{d}'_{nn}(\vec{r}) \end{aligned}$$

yazmaq olar. Buradan

$$\vec{d}'_{nn}(t) = \vec{d}_{nn}(t) + \vec{d}'_{nn}(\vec{r}) \quad (\text{I.184})$$

yaza bilərik. (I.151) ifadəsini $\vec{d}' = \beta_{ij} \vec{\epsilon}_0 \cos \omega t$ şəklində də yazmaq olar. Ümumi şəkildə β_{ij} tenzordu və

$$\beta_{ij} = \begin{pmatrix} \beta_{xx} & \beta_{xy} & \beta_{xz} \\ \beta_{yx} & \beta_{yy} & \beta_{yz} \\ \beta_{zx} & \beta_{zy} & \beta_{zz} \end{pmatrix} \quad (\text{I.185})$$

şəkilinə malikdir. Yaranan $\vec{d}'(t)$ dipol momentinin fazası və istiqaməti düşən işığın fazası və istiqaməti ilə eyni olarsa, β_{ij} -nin dioqonal komponentlərindən başqa komponentləri sıfır olar və $\beta_{xx} = \beta_{yy} = \beta_{zz} = \beta$ sabit olar.

$$\beta_{xx} = \beta_{yy} = \beta_{zz} = \beta = -\frac{1}{\hbar} \sum_k \left(\frac{d_{kn} d_{kn}}{\omega_{nk} - \omega} + \frac{d_{kn} d_{kn}}{\omega_{nk} + \omega} \right).$$

$\omega_{nk} = \omega_n - \omega_k = -\omega_{kn}$ olduğu üçün

$$\beta = \frac{1}{2\hbar} \sum_k \frac{\omega_{kn} |d_{kn}|^2}{\omega_{nk}^2 - \omega^2}$$

yaza bilərik.

$$\beta = \frac{e^2}{m} \frac{2m}{e^2 \hbar} \sum_k \frac{\omega_{kn} |d_{kn}|^2}{\omega_{nk}^2 - \omega^2} = \frac{e^2}{m} \sum_k \frac{f_{kn}}{\omega_{nk}^2 - \omega^2}, \quad (I.186)$$

Burada $f_{kn} = \frac{2m}{\hbar e^2} \omega_{kn} |d_{kn}|^2$ - *ossilyator qüvvəsi* deyilir. Atomun polyarizasiya əmsalı

$$\beta = \frac{e^2}{m} \sum_k \frac{f_{kn}}{\omega_{nk}^2 - \omega^2} \quad (I.187)$$

olur. Bu ifadəyə görə mühütün qütübləşmə əmsalı

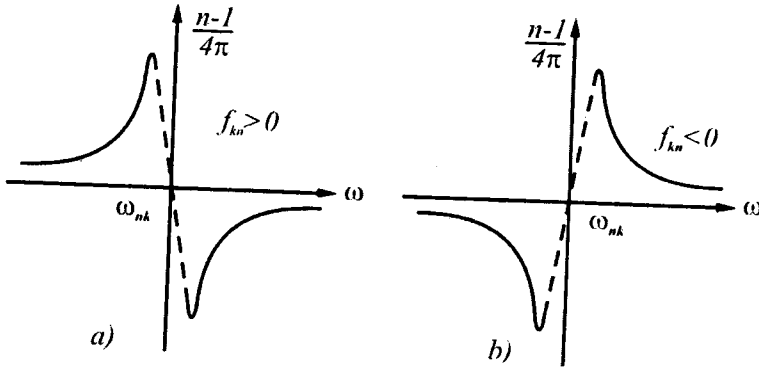
$$\alpha = N\beta = \frac{Ne^2}{m} \sum_k \frac{f_{kn}}{\omega_{nk}^2 - \omega^2} \quad (I.188)$$

ilə mühitin sındırma əmsalı isə

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi e^2 N}{m} \sum_k \frac{f_{kn}}{\omega_{nk}^2 - \omega^2} \quad (I.189)$$

şəklinə ifadə olunur.

Sındırma əmsalının dispersiya qrafikini qursaq, $f_{kn} > 0$ və $f_{kn} < 0$ qiymətləri üçün şəkil I.10-da təsvir olunmuş əyrilər alınar.



Şəkil I.10. Işığın atomlardan səpilməsində dispersiya:
a) müsbət dispersiya; b) mənfi dispersiya

Dispersiya ossilyatorun qüvvəsi ilə

$$f_{kn} = \frac{2m}{e^2 \hbar} \omega_{kn} |d_{kn}|^2 = \frac{2m}{\hbar} \omega_{kn} |\bar{r}_{kn}|^2$$

təyin olunur ($\bar{r}_{kn} = \int \psi_k^{*(0)}(\vec{r}) \vec{r} \psi_n^{(0)}(\vec{r}) dV$). f_{kn} -spontan keçid ehtimalı ilə müəyyən olunur.

$$f_{kn} = \frac{2m}{\hbar} \omega_{kn} |\bar{r}_{kn}|^2 \frac{3mc^3}{2e^2 \omega_{kn}^3} A_{kn}. \quad (I.190)$$

Atom həyəcanlaşmış k -halında olarsa, n -halına keçiddə

$$\omega_{kn} = \omega_k - \omega_n$$

olar. Əgər $\omega_k > \omega_n$ olarsa, ($\omega_{kn} > 0$), $f_{kn} > 0$ olar. Onda müsbət (a) dispersiya, $\omega_k < \omega_n$ olarsa, ($\omega_{kn} < 0$), $f_{kn} < 0$ olar və mənfi dispersiya (b) yaranar. Mənfi dispersiya məxsusi tezlikdən kənarında olur. Düşən işığın tezliyinin artması ilə sındırma

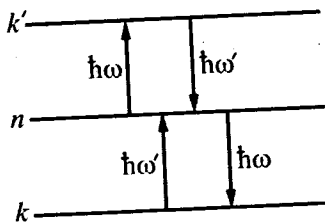
əmsalı artırsa, normal dispersiya $\left(\frac{dn}{d\omega} > 0\right)$, tezliyin artması ilə

sındırma əmsalı azalırsa, anomal dispersiya $\left(\frac{dn}{d\omega} < 0\right)$ alınır.

Hər iki dispersiya müsbət və mənfi dispersiyalara xasdı. Mənfi

dispersiya yalnız kvant mexanikasının nəticədir.

Enerji səviyyəsində işığın səpilməsi şərti olaraq şəkil I.11-dəki kimi göstərilə bilər.

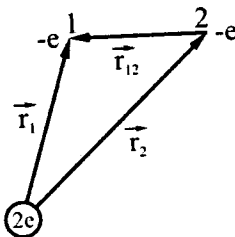


Şəkil I.11. Dispersiyanın enerji sxemi

Şəkil I.11-də yuxarı hissədə şüalanmadan sonra udulma, aşağı hissədə isə udulmadan sonra şüalanma baş verir.

§ I.17. Helium atomu və onun halları

Hidrogen atomundan sonra elementlərin cədvəlində yerləşən atom helinin atomudur. Onun nüvəsi ətrafında iki elektron hərəkət edir və bu sistem üçün əsas rolu elektronların spinləri oynayır. *He* atomunu sxematik olaraq şəkil I.12-də göstərilmişdi.



Şəkil I.12. Helium atomunun sxemi

Helium atomu üçün Şrödinger tənliyini

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, S_{1z}, S_{2z}) = \hat{H}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, S_{1z}, S_{2z}) \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, S_{1z}, S_{2z}) \quad (I.191)$$

şəkində yazıla bilər. Burada

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, S_{1z}, S_{2z}) = e^{-\frac{1}{\hbar} E t} \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, S_{1z}, S_{2z})$$

və

$$\begin{aligned} \hat{H}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, S_{1z}, S_{2z}) = \\ = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_2^2 - \frac{2e^2}{r_1} - \frac{2e^2}{r_2} + \frac{e^2}{r_{12}} + W. \end{aligned} \quad (\text{I.192})$$

(I.192)-də \vec{r}_1 və \vec{r}_2 uyğun olaraq 1-ci və 2-ci elektronların radius-vektorlarıdır

$$\vec{r}_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}, \quad \vec{r}_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}, \quad r_{12} = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|.$$

S_{1z} və S_{2z} müvafiq olaraq 1-ci və 2-ci elektronların spinlərinin z -komponentidir.

E – iki elektronlu sistemin tam enerjisi, $\hat{H}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, S_{1z}, S_{2z})$

elektronların Hamilton operatoru, $-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2$, $-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_2^2$ kinetik

enerji operatorları, $\frac{2e^2}{r_1}$, $\frac{2e^2}{r_2}$ potensial enerjiləri, $\frac{e^2}{r_{12}}$ 1-ci

elektronla, 2-ci elektron arasında kulon qarşılıqlı təsirin enerjisi, W isə $+2e$ yükü 1-ci elektronla 2-ci elektron arasında mümkün ola biləcək qarşılıqlı təsirləri özündə əks etdirən həddir ki, onu da ilk yaxınlaşmada nəzərə almaya bilərik. Bunları nəzərə alaraq (I.191) tənliyini

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_2^2 - \frac{2e^2}{r_1} - \frac{2e^2}{r_2} + \frac{e^2}{r_{12}} \right) \psi = E \psi \quad (\text{I.193})$$

yazsaq və

$$\begin{aligned} \hat{H}(1) &= -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - \frac{2e^2}{r_1} \\ \hat{H}(2) &= -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_2^2 - \frac{2e^2}{r_2} \end{aligned} \quad (\text{I.194})$$

$$V(1,2) = \frac{e^2}{r_{12}}$$

$$1 \equiv (\vec{r}_1, S_{1z}), 2 \equiv (\vec{r}_2, S_{2z})$$

işarələrini qəbul etsək,

$$\hat{H}(1) + \hat{H}(2) + V(1,2)\psi(1,2) = E\psi(1,2) \quad (I.195)$$

alarıq.

Koordinatla, spin dəyişənləri asılı olmadığına görə iki elektronlu dalğa funksiyasını

$$\psi(1,2) = \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, S_{1z}, S_{2z}) = \phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\varphi(S_{1z}, S_{2z}) \quad (I.196)$$

şəklində yazmaq olar. Pauli prinsipinə görə (I.196) funksiyası antisimmetrik funksiya olmalıdır. Bunun üçün koordinatdan asılı funksiya $\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ antisimmetrik, spin funksiyası $\varphi(S_{1z}, S_{2z})$ simmetrik və ya koordinat funksiyası simmetrik, spin funksiyasının antisimmetrik funksiya olar. 1-ci elektron k -halında, 2-ci elektron k' -halında və ya 1-ci elektron k' -halında, 2-ci elektron k -halında olarsa,

$$\psi(1,2) = \psi_k(1)\psi_{k'}(2), \quad (I.197)$$

$$\psi(2,1) = \psi_{k'}(1)\psi_k(2).$$

$\psi(1,2)$ -ni ya $\psi(2,1)$ -i

$$\psi_1 = \phi_s(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\varphi_s(S_{1z}, S_{2z}) \quad (I.198)$$

$$\psi_2 = \phi_a(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\varphi_a(S_{1z}, S_{2z})$$

şəklində yazarıq. Burada simmetrik və antisimmetrik $\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$, $\varphi(S_{1z}, S_{2z})$ funksiyaları koordinat funksiyaları üçün

$$\phi_s(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi_k(\vec{r}_1)\psi_{k'}(\vec{r}_2),$$

$$\phi_a(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi_{k'}(\vec{r}_1)\psi_k(\vec{r}_2),$$

$$\phi_s(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_k(\vec{r}_1)\psi_{k'}(\vec{r}_2) + \psi_{k'}(\vec{r}_1)\psi_k(\vec{r}_2)), \quad (I.199)$$

$$\phi_a(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_k(\vec{r}_1)\psi_{k'}(\vec{r}_2) - \psi_{k'}(\vec{r}_1)\psi_k(\vec{r}_2)),$$

spin funksiyası üçün

$$\begin{aligned}\varphi_s(S_{1z}S_{2z}) &= \varphi_{1/2}(S_{1z})\varphi_{1/2}(S_{2z}) \\ \varphi_s(S_{1z}S_{2z}) &= \varphi_{-1/2}(S_{1z})\varphi_{-1/2}(S_{2z})\end{aligned}\quad (I.200)$$

$$\varphi_s(S_{1z}S_{2z}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\varphi_{1/2}(S_{1z})\varphi_{-1/2}(S_{2z}) + \varphi_{-1/2}(S_{1z})\varphi_{1/2}(S_{2z}) \right)$$

$$\varphi_a(S_{1z}S_{2z}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\varphi_{1/2}(S_{1z})\varphi_{-1/2}(S_{2z}) - \varphi_{-1/2}(S_{1z})\varphi_{1/2}(S_{2z}) \right)$$

ifadələri yazıla bilər.

Spin funksiyaları $\varphi(S_{1z}S_{2z})$ $\hat{S}_z = \hat{S}_{1z} + \hat{S}_{2z}$ və \hat{S}^2 operatorlarının məxsusi funksiyaları olurlar. Simmetrik spin funksiyaları $\varphi_s(S_{1z}S_{2z})$ spini $S=1$ olan halı müəyyən edir. Burada üç hal ola bilər. Hər iki elektronun spini OZ -oxuna paralel ($S_z = +1$), antiparalell ($S_z = -1$) və öz oxuna perpendikulyar ($S_z = 0$) olar. Yəni, $S=1$ halı *triplet* (üçlük) halına və $S=0$ halı isə *singlet* (birlik) halına uyğun gəlir.

Deməli, tam spin vahid olanda spin funksiyası simmetrik olub triplet halı, tam spin sıfır olanda isə spin funksiyası antisimmetrik olub, singlet halı xarakterizə edir.

Triplet hallara malik helium atomu *ortohelium*, singlet hallara malik helium atomu isə *parahelium* atomu adlanır. Yəni, tam spini $S=1$ olan hal ortohelium, tam spini $S=0$ olan halı parahelium olur. Başqa sözlə, ortoheliumunun spin funksiyası (I.200)-nin birinci üç funksiyası, paraheliumun spin funksiyası (I.200)-nin dördüncüsü olar.

Beləliklə, ortohelium üçün (I.199)-nin antisimmetrik hissəsi, parahelium üçün isə (I.199)-nin simmetrik hissəsi uyğun gəlir.

İndi fəza koordinatları ilə əlaqədar olan dalğa funksiyasını tapaq.

Şrödinger tənliyi helium atomu üçün (I.193)

$$\left[\hat{H}_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + \frac{e^2}{r_{12}} \right] \phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = E\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \quad (I.201)$$

olar. Helium atomunun enerjisi $E = E_k^{(0)} + E_k^{(0)} + E^{(1)}$ və Ha-

milton operatoru

$$\hat{H}_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_2^2 - \frac{2e^2}{r_1} - \frac{2e^2}{r_2}$$

şəklindədir.

(I.201)-in həllini sıfırıncı yaxınlaşmada

$$\phi^{(0)} = \psi_k(\vec{r}_1)\psi_{k'}(\vec{r}_2) \text{ və ya } \phi^{(0)} = \psi_{k'}(\vec{r}_1)\psi_k(\vec{r}_2) \quad (\text{I.202})$$

şəklində axtaraq.

He atomunun halı ikiqat cırlaşmış hal olduğu üçün dalğa funksiyası $\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ -i

$$\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{i=1}^2 b_i \phi_i^{(0)} = b_1 \psi_k(\vec{r}_1)\psi_{k'}(\vec{r}_2) + b_2 \psi_{k'}(\vec{r}_1)\psi_k(\vec{r}_2) \quad (\text{I.203})$$

qəbul edərək, cırlaşma olan hal üçün həyəcanlaşma nəzəriyyəsinə görə enerjiyə olan $E^{(1)}$ əlavəni təyin edən tənlik

$$\sum_{k'} (V_{kk'} - E^{(1)} \delta_{kk'}) b_{k'} = 0 \quad (\text{I.204})$$

şəklində olar. Yəni buradan iki

$$\left. \begin{aligned} (V_{11} - E^{(1)})b_1 + V_{12}b_2 &= 0 \\ V_{21}b_1 + (V_{22} - E^{(1)})b_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.204}')$$

tənlikdən ibarət sistemi alırıq. Burada

$$V_{11} = \iint \psi_k^*(\vec{r}_1)\psi_{k'}^*(\vec{r}_2) \frac{e^2}{r_{12}} \psi_k(\vec{r}_1)\psi_{k'}(\vec{r}_2) dV_1 dV_2 = K, \quad (\text{I.205})$$

$$V_{22} = \iint \psi_{k'}^*(\vec{r}_1)\psi_k^*(\vec{r}_2) \frac{e^2}{r_{12}} \psi_{k'}(\vec{r}_1)\psi_k(\vec{r}_2) dV_1 dV_2 = K,$$

$$V_{12} = \iint \psi_k^*(\vec{r}_1)\psi_{k'}^*(\vec{r}_2) \frac{\ell^2}{r_{12}} \psi_{k'}(\vec{r}_1)\psi_k(\vec{r}_2) dV_1 dV_2 = A, \quad (\text{I.206})$$

$$V_{21} = \iint \psi_{k'}^*(\vec{r}_1)\psi_k^*(\vec{r}_2) \frac{\ell^2}{r_{12}} \psi_k(\vec{r}_1)\psi_{k'}(\vec{r}_2) dV_1 dV_2 = A$$

qarşılıqlı təsir inteqrallarıdır. K -ya Kulon təsir enerjisi, A -ya isə mübadilə enerjisi deyilir. Bu işarələrə uyğun olaraq (I.204')-sistem tənliyini

$$\left. \begin{aligned} (K - E^{(1)})b_1 + Ab_2 &= 0 \\ Ab_1 + (K - E^{(1)})b_2 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

yazırıq. Bu tənliklər sisteminin birgə həlli olması üçün

$$\det \begin{vmatrix} K - E^{(1)} & A \\ A & K - E^{(1)} \end{vmatrix} = 0$$

olmalıdır və

$$(K - E^{(1)})^2 - A^2 = 0 \text{ və ya } E_1^{(1)} = K + A; E_2^{(1)} = K - A \quad (\text{I.207})$$

K və A -ni

$$\begin{aligned} K &= \iint |\psi_k(\vec{r}_1)|^2 |\psi_{k'}(\vec{r}_2)|^2 \frac{e^2}{r_{12}} dV_1 dV_2 = \\ &= \iint |\psi_{k'}(\vec{r}_1)|^2 |\psi_k(\vec{r}_2)|^2 \frac{e^2}{r_{12}} dV_1 dV_2, \end{aligned} \quad (\text{I.208})$$

$$\begin{aligned} A &= \iint |\psi_{kk'}(\vec{r}_1)|^2 |\psi_{kk'}(\vec{r}_2)|^2 \frac{e^2}{r_{12}} dV_1 dV_2 = \\ &= \iint |\psi_{kk'}(\vec{r}_1)|^2 |\psi_{kk'}(\vec{r}_2)|^2 \frac{e^2}{r_{12}} dV_1 dV_2 \end{aligned}$$

yazırıq. Onda helium atomu üçün iki enerji qiyməti

$$\begin{aligned} E_1 &= E_k^{(0)} + E_{k'}^{(0)} + K + A \\ E_2 &= E_k^{(0)} + E_{k'}^{(0)} + K - A \end{aligned} \quad (\text{I.209})$$

alınır. Koordinatdan asılı dalğa funksiyası bu qiymətlərə uyğun olaraq

$$\begin{aligned} \phi_s(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_k(\vec{r}_1)\psi_{k'}(\vec{r}_2) + \psi_{k'}(\vec{r}_1)\psi_k(\vec{r}_2)] e^{-\frac{i}{\hbar}(E_k^{(0)} + E_{k'}^{(0)} + K + A)t}, \\ \phi_a(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_k(\vec{r}_1)\psi_{k'}(\vec{r}_2) - \psi_{k'}(\vec{r}_1)\psi_k(\vec{r}_2)] e^{-\frac{i}{\hbar}(E_k^{(0)} + E_{k'}^{(0)} + K - A)t} \end{aligned} \quad (\text{I.210})$$

yazılar. Əgər

$$\omega_0 \frac{E_k^{(0)} + E_{k'}^{(0)} + K}{\hbar}, \delta = \frac{A}{\hbar} \quad (I.211)$$

işarəsi qəbul etsək

$$\phi_s(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = \phi_s(\vec{r}_1, \vec{r}_2) e^{-i\omega_0 t} e^{-i\delta t}$$

$$\phi_a(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = \phi_a(\vec{r}_1, \vec{r}_2) e^{-i\omega_0 t} e^{i\delta t}$$

yaza bilərik.

Beləliklə, *He* atomunun orto və parahelium hallarının koordinatdan asılı dalğa funksiyası

$$\begin{aligned} \phi(\vec{r}_1 \vec{r}_2, t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_s(\vec{r}_1 \vec{r}_2, t) + \phi_a(\vec{r}_1 \vec{r}_2, t)) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_s(\vec{r}_1 \vec{r}_2) e^{-i\omega_0 t} e^{-i\delta t} + \phi_a(\vec{r}_1 \vec{r}_2) e^{-i\omega_0 t} e^{i\delta t}) = \\ &= \frac{1}{2} \left[\psi_k(\vec{r}_1) \psi_{k'}(\vec{r}_2) (e^{-i\delta t} + e^{i\delta t}) + \psi_{k'}(\vec{r}_1) \psi_k(\vec{r}_2) \left(\frac{e^{-i\delta t} - e^{i\delta t}}{i} \right) \right] \times \\ &\quad \times e^{-i\omega_0 t} = C_1(t) \psi_k(\vec{r}_1) \psi_{k'}(\vec{r}_2) + C_2(t) \psi_{k'}(\vec{r}_1) \psi_k(\vec{r}_2) \end{aligned}$$

ifadəsi ilə təsvir oluna bilər. Burada

$$C_1(t) = \cos \delta t e^{-i\omega_0 t} \quad (I.212)$$

$$C_2(t) = \sin \delta t e^{-i\omega_0 t}$$

-dır.

(I.211) ifadəsində $|C_1(t)|^2$ 1-ci elektronun *k*-halında, 2-ci elektronun *k'*-halında, $|C_2(t)|^2$ 1-ci elektronun *k'*-halında, 2-ci elektronun *k*-halında olma ehtimalını göstərir.

$$|C_1(t)|^2 = \cos^2 \delta t \quad (I.213)$$

$$|C_2(t)|^2 = \sin^2 \delta t$$

$t = 0$ anında 1-ci elektron *k*-halında, 2-ci elektron *k'*-halında olur:

$$|C_1(t=0)|^2 = 1, |C_2(t=0)|^2 = 0$$

$\tau = \frac{\pi}{2\delta}$ qədər zamanı müddəti keçdikdən sonra 1-ci elektron

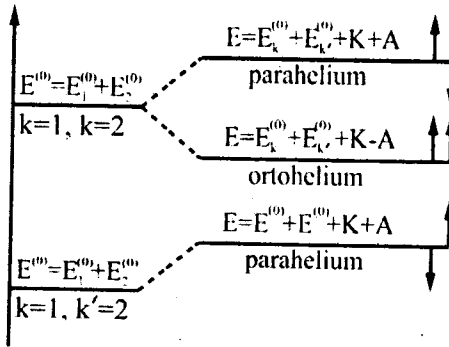
k' -halına, 2-ci elektron k -halına keçir. τ -zamanında

$$|C_1(\tau)|^2 = 0, |C_2(\tau)|^2 = 1$$

olar. Yəni, $\tau = \frac{\pi}{2\delta} = \frac{\pi\hbar}{2A}$ zamanında elektronlar yerlərini dəyişirlər.

Beləliklə, $\tau = \frac{\pi\hbar}{2A}$ zamanı A ilə tərs mütənasib olacaq və ehtimal sıxlığı kk' və ya $k'k$ -halında az qiymət alacaqdır. Ona görə τ -ya *mübadilə zamanı*, A -ya isə *mübadilə enerjisi* deyilir.

A enerjisi hesabına τ -zamanında elektronlar k -halından k' -halına və tərsinə keçid edir. $k = k'$ halında parahelium, $k \neq k'$ halında isə həm para və ortohelium atomu yaranır (şəkil I.13).



Şəkil I.13. Helium atomunun para və ortohelium halları

(I.204)-dən $K + A = E_1^{(1)}$ qiymətinə uyğun olaraq $b_1 = b_2$ və $E_2^{(1)} = K - A$ qiymətinə uyğun isə $b_1 = -b_2$ alarıq. Normalama şərtinə görə

$$|b_1|^2 + |b_2|^2 = 1$$

olduğu üçün $|b|^2 + |b|^2 = 1$ və ya $2|b|^2 = 1$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}}$ alarıq. (I.210)

ifadəsində ϕ_s və ϕ_a funksiyalarına daxil olan $\frac{1}{\sqrt{2}}$ vuruğu məhz buradan alınır. Beləliklə, helium atomu $k \neq k'$ halında parahelium və ortohelium atomlarından ibarət olur.

Parahelium atomunu

$$E_{para} = E_k^{(10)} + E_{k'} + K + A,$$

$$\phi_s = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_k(\vec{r}_1)\psi_{k'}(\vec{r}_2) + \psi_{k'}(\vec{r}_1)\psi_k(\vec{r}_2)] \quad (I.214)$$

$$\phi_a = \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_{1/2}(s_{1z})\varphi_{-1/2}(s_{2z}) - \varphi_{-1/2}(s_{1z})\varphi_{1/2}(s_{2z})]$$

Ortohelium atomunu

$$E_{orto} = E_k^{(10)} + E_{k'}^{(0)} + K - A$$

$$\phi_a = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_k(\vec{r}_1)\psi_{k'}(\vec{r}_2) - \psi_{k'}(\vec{r}_1)\psi_k(\vec{r}_2)]$$

$$\phi_s = \varphi_{1/2}(s_{1z})\varphi_{1/2}(s_{2z}), \phi_s = \varphi_{-1/2}(s_{1z})\varphi_{-1/2}(s_{2z}) \quad (I.215)$$

$$\phi_s = \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_{1/2}(s_{1z})\varphi_{-1/2}(s_{2z}) - \varphi_{-1/2}(s_{1z})\varphi_{1/2}(s_{2z})]$$

Deməli, helium atomunun ən aşağı səviyyəsi iki elektronun spinləri antiparalell olan parahelium, yuxarı səviyyələri isə spinləri eyni istiqamətdə olan ortohelium və spinləri antiparalell olan paraheliumdan ibarətdir.

§I.18. Kimyəvi elementlərin periodik sistemi

Elektronlar arasında qarşılıqlı təsir elementlərin periodik sistemini izah etməyə imkan verir. Elektronların müxtəlif səviyyələri doldurması əsas olaraq enerjinin minimum olması və Pauli prinsipinə görə müəyyən olunur. Hər bir elektronun halı

dörd kvant ədədi – baş kvant ədədi n , orbital kvant ədədi ℓ , maqnit kvant ədədi m və spin kvant ədəbi s ilə təyin olunur. Bu hallar uyğun olaraq s, p, d, f, g -hallar kimi qəbul olunur. $\ell = 0$ olan hal s -halı, $\ell = 1$ olan hal p -halı, $\ell = 2$ olan hal d -halı, $\ell = 3$ olan hal f -halı, $\ell = 4$ olan hal g -halı və s. işarə olunur.

Hidrogen atomu üçün əsas hal $1s$ ($n=1, \ell=0$) halıdır. Helium atomunda iki əsas hal var: $1s^2$ (iki elektron parahelium təşkil edir), $1s2s$ (ortohelium halı). Litium atomu paraheliumun ($1s$) $2s$ halına bir elektron əlavə olunmaqla yaranır. Çünki $1s$ halına elektron əlavəsi Pauli qaydası ilə mümkün deyil. Belə ki, litiumun elektron paylanması $1s^2 2s^1$ s -halında olur. sonrakı element berilium atomudur və onun $1s^2 2s^2$ səviyyəsində 4 elektron var.

5-ci element Bor atomudur. Onun $1s^2 2s^2 2p^1$ səviyyəsindəki elektronların sayı 5-dir. Sıra ilə karbon atomunda $1s^2 2s^2 2p^2$, azot atomunda $1s^2 2s^2 2p^3$, oksigen atomunda $1s^2 2s^2 2p^4$, dəmir atomunda $1s^2 2s^2 2p^5$ və Neon (təsirsiz qaz) atomunda $1s^2 2s^2 2p^6$ səviyyəsində 10 elektron yerləşir. Neon atomunda ikinci period bitir və bu periodda 8 element olur. Yeni üçüncü period qələvi metal olan Natriumla (Na) başlayır və arqon təsirsiz qazı ilə period bitir. Natriumun elektronları $2s^2 2p^6 3s^1$, maqnezium (Mg) $2s^2 2p^6 3s^2$ atomunda elektronların sayı uyğun olaraq $s, 3s$ və $2p$ səviyyələrində 3, 4 və 6 olur.

Beləliklə, s -səviyyəsində 2, 2, 2, 2, 2 (K, L, M, N, O təbəqə), p -səviyyəsində 6, 6, 6, 6 (K, L, M, N, O təbəqə), d -səviyyəsində 10, 10, 10 (M, N, O təbəqə), f -səviyyəsində 14, 14 (N, O təbəqə), g -səviyyəsində 18 (O təbəqə) sayda olmaqla elektronlar yerləşər. Cəmiyi elektron təbəqəsində 2 (K təbəqəsində), 8 (L təbəqəsində), 18 (M təbəqəsində), 32 (N təbəqəsində) və 50 (O təbəqəsində) sayda elektronlar yerləşmiş olar.

Atomların təbəqələrində elektronların sayı $\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = 2n^2$

qədərdir

Elementlərin kimyəvi xassələri bir təbəqədən (n -baş kvant ədədi ilə təyin olunan) o birisi təbəqəyə keçəndə periodik olaraq dəyişir. Hər təbəqənin elektronlarla dolması qələvi metallarla başlayıb, təsirsiz qazlarla bitir. Bu qanunauyğunluğa görə elementlərin periodik cədvəlini qura bilərik (Periodik cədvəl. Kitabın sonuna bax.)

§1.19. Xarici maqnit sahəsində zərrəciyin və atomun davranışı. Zeyman effekti

Zərrəciyin və atomun xarici maqnit sahəsində olmasını qəbul etsək, Hamilton operatorunun xarici sahədə aşkar şəkilini

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left(\hat{\vec{P}} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 + U(r) + e\varphi \quad (I.216)$$

kimi yazırıq. Burada \vec{A} elektromaqnit sahəsinin vektor-potensialıdır. Onda

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{ie}{2mc} \text{div} \vec{A} + e\varphi + U(r) - \frac{e}{mc} \vec{A} \hat{\vec{P}} - \frac{e^2}{2m^2 c^2} \vec{A}^2$$

olar və $\text{div} \vec{A} = 0$ qəbul etsək

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{e}{mc} \vec{A} \hat{\vec{P}} - \frac{e^2}{2m^2 c^2} \vec{A}^2 + e\varphi + U(r) \quad (I.217)$$

yaza bilərik.

Fərz edək ki, yüklü zərrəcik bircins, sabit Oz oxu boyunca yönəlmiş maqnit sahəsindədir.

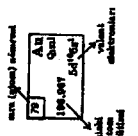
$$A_y = A_z = 0, A_x = B_y, B = B_z, B_x = B_y = 0$$

götürsək ($e\varphi = 0$) Şrödinger tənliyini şəklində

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{i\hbar e}{mc} yB \frac{\partial}{\partial x} + \frac{e^2}{2m^2 c^2} y^2 B^2 \right) \psi(x, y, z) = E\psi(x, y, z) \quad (I.218)$$

KIMYƏVI ELEMENTLƏRİN PERİODİK CƏDVƏLİ

DƏV- LƏR	QRUPPLAR																	
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX		X		XI		XII			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
1	H 1,008	He 4,003																
2	Li 6,941	Be 9,012	B 10,811	C 12,011	N 14,007	O 15,999	F 18,998	Ne 20,179										Ar 39,948
3	Na 22,990	Mg 24,305	Al 26,982	Si 28,086	P 30,974	S 32,06	Cl 35,453	Ar 39,948	K 39,098	Ca 40,078	Sc 44,956	Ti 47,88	V 50,942	Cr 51,996	Mn 54,938	Fe 55,847	Ni 58,69	Cu 63,546
4	K 39,098	Ca 40,078	Sc 44,956	Ti 47,88	V 50,942	Cr 51,996	Mn 54,938	Fe 55,847	Ni 58,69	Cu 63,546	Zn 65,38	Ga 69,723	Ge 72,63	As 74,922	Se 78,96	Br 79,904	Kr 83,80	
5	Rb 85,468	Sr 87,62	Y 88,906	Zr 91,224	Nb 92,906	Mo 95,94	Tc 98,906	Ru 101,07	Rh 102,905	Pd 106,42	Ag 107,868	Cd 112,404	In 114,818	Sn 118,710	Sb 121,757	Te 127,60	I 126,905	Xe 131,29
6	Rb 85,468	Sr 87,62	Y 88,906	Zr 91,224	Nb 92,906	Mo 95,94	Tc 98,906	Ru 101,07	Rh 102,905	Pd 106,42	Ag 107,868	Cd 112,404	In 114,818	Sn 118,710	Sb 121,757	Te 127,60	I 126,905	Xe 131,29
7	Rb 85,468	Sr 87,62	Y 88,906	Zr 91,224	Nb 92,906	Mo 95,94	Tc 98,906	Ru 101,07	Rh 102,905	Pd 106,42	Ag 107,868	Cd 112,404	In 114,818	Sn 118,710	Sb 121,757	Te 127,60	I 126,905	Xe 131,29
8	Rb 85,468	Sr 87,62	Y 88,906	Zr 91,224	Nb 92,906	Mo 95,94	Tc 98,906	Ru 101,07	Rh 102,905	Pd 106,42	Ag 107,868	Cd 112,404	In 114,818	Sn 118,710	Sb 121,757	Te 127,60	I 126,905	Xe 131,29
9	Rb 85,468	Sr 87,62	Y 88,906	Zr 91,224	Nb 92,906	Mo 95,94	Tc 98,906	Ru 101,07	Rh 102,905	Pd 106,42	Ag 107,868	Cd 112,404	In 114,818	Sn 118,710	Sb 121,757	Te 127,60	I 126,905	Xe 131,29
10	Rb 85,468	Sr 87,62	Y 88,906	Zr 91,224	Nb 92,906	Mo 95,94	Tc 98,906	Ru 101,07	Rh 102,905	Pd 106,42	Ag 107,868	Cd 112,404	In 114,818	Sn 118,710	Sb 121,757	Te 127,60	I 126,905	Xe 131,29
Bağ oxadılar: E ₂ O, RO, RO ₂ , E ₂ O ₃ , RO ₃ , E ₂ O ₄ , RO ₄																		
Uyğun hidrogenli birləşmələr: RH ₄ , RH ₃ , RH ₂ , RH																		
11	La 138,905	Ce 140,12	Pr 140,908	Nd 144,24	Pm 144,912	Sm 150,36	Eu 151,964	Gd 157,25	Tb 158,925	Dy 162,50	Ho 164,930	Er 167,259	Tm 168,930	Yb 173,054	Lu 174,967			
12	La 138,905	Ce 140,12	Pr 140,908	Nd 144,24	Pm 144,912	Sm 150,36	Eu 151,964	Gd 157,25	Tb 158,925	Dy 162,50	Ho 164,930	Er 167,259	Tm 168,930	Yb 173,054	Lu 174,967			
13	La 138,905	Ce 140,12	Pr 140,908	Nd 144,24	Pm 144,912	Sm 150,36	Eu 151,964	Gd 157,25	Tb 158,925	Dy 162,50	Ho 164,930	Er 167,259	Tm 168,930	Yb 173,054	Lu 174,967			



yazmaq olar.

B sahəsi oz oxu boyunca yönəldiyindən $\psi(x, y, z)$ -ni

$$\psi(x, y, z) = f(y)e^{i(\alpha x + \beta z)}$$

kimi axtaraq (α və β sabitlərdirdir). Onda

$$\nabla^2 f(y)e^{i(\alpha x + \beta z)} = (\alpha^2 + \beta^2)f(y)e^{i(\alpha x + \beta z)} + \frac{d^2 f}{dy^2} f(y)e^{i(\alpha x + \beta z)},$$

$$\frac{\partial}{\partial x} f(y) = i\alpha f(y)e^{i(\alpha x + \beta z)} \quad (\text{I.219})$$

alınar.

(I.219)-mı (I.218)-də nəzərə alsaq

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\alpha^2 + \beta^2 - \frac{d^2}{dy^2} \right) f(y) - \frac{\alpha \hbar e}{mc} y B f(y) + \frac{e^2 y^2 B^2}{2m^2 c^2} f(y) = E f(y) \quad (\text{I.220})$$

yaza bilərik. Əgər

$$y' = y + \frac{c\hbar\alpha}{eB}, \quad \omega_0 = \frac{eB}{mc}$$

$$\varepsilon = E - \frac{\hbar^2 \beta^2}{2m}$$

övəzləmələrini aparsaq tənlik

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 f(y')}{dy'^2} + \frac{m\omega_0^2 y'^2}{2} f(y') = \varepsilon f(y') \quad (\text{I.221})$$

şəklinə düşər. Bu tənlik harmonik ossilyatorun (I.217) tənliyidir və onun həlli

$$f_n(y') = e^{-\frac{1}{2} \frac{m\omega_0^2}{\hbar} \left(y' - \frac{c\hbar\alpha}{eB} \right)^2} H_n(y')$$

$$\varepsilon = \hbar\omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$E_n = \frac{e\hbar B}{mc} \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 \beta^2}{2m} \quad (\text{I.222})$$

şəklində olur. (I.222)-da $\frac{\hbar^2 \beta^2}{2m}$ həddi Oz -istiqaqətində B -dən

asıllı olan irəliləmə hərəkətinin kinetik enerjisi, $\frac{e\hbar B}{mc} \left(n + \frac{1}{2} \right)$

həddi Oz -ə perpendikulyar müstəvidəki rəqsi hərəkətin enerjisi, $\Omega_L = \omega_0 = \frac{eB}{2mc}$ – Larmor tezliyidir.

Yəni, xarici maqnit sahəsində zərrəcik tarazlıq ətrafında titrəmə (ossilyator) və Oz -istiqaqətində irəliləmə hərəkətində iştirak edir. (I.189)-a görə

$$E_n = \lambda \Omega_L \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 \beta^2}{2m}$$

olmasından birinci həddi

$$E(I) = -\mu_b(2n+1)$$

yazarlar. Bu nəticə kvant mexanikasında elektron qazının diamagnet xassəsinin meydana çıxmasını göstərir. Bu xassə isə klassik fizikaya görə ortaya gəlmir.

İndi isə atomun xarici maqnit sahəsində enerji səviyyələrinin dəyişməsinə (Zeyman effekti) araşdıraq.

Bir valentli atom maqnit sahəsi ilə nüvənin Kulon sahəsində olarsa, $B_x = B_y = 0$, $B_z = B$ olduğundan və $A_x = \frac{yB}{2}$, $A_y = \frac{xB}{2}$

seçsək tənliyi

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = & -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U(r)\psi - \\ & - \frac{i\hbar e}{2mc} B \left(x \frac{\partial \psi}{\partial y} - y \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \mu_b \sigma_z B \psi \end{aligned} \quad (I.223)$$

şəklində yaza bilərik. (I.190)-da

$$i\hbar \left(y \frac{\partial \psi}{\partial x} - x \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = \hat{L}_z, \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(r) = \hat{H}_0$$

olduğu üçün tənliyi

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\hat{H}_0 \psi + \frac{eB}{2mc} (\hat{L}_z + \hbar \sigma_z) \psi \quad (I.224)$$

kimi də yazmaq olar. Burada σ_z – Pauli matrisidir:

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Beləliklə, maqnit dipolunun potensial enerjisi

$$\Delta U = -(\vec{\mu} \vec{B}) = \frac{eB}{2mc} (\hat{L}_z + \hbar \sigma_z) \quad (I.225)$$

olar. Burada $\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$ təsvir etsək, iki tənlik alarıq:

$$\left. \begin{aligned} \hat{H}_0 \psi_1 + \frac{eB}{2mc} (\hat{L}_z + \hbar \sigma_z) \psi_1 &= E \psi_1 \\ \hat{H}_0 \psi_2 + \frac{eB}{2mc} (\hat{L}_z + \hbar \sigma_z) \psi_2 &= E \psi_2 \end{aligned} \right\} \quad (I.226)$$

Maqnit sahəsi olmayan halda (I.226) tənliyinin həlli

$$\psi_1 = \begin{pmatrix} \psi_{n'l'm} \\ 0 \end{pmatrix} E = E_{n'l}^{(0)}, S_z = \frac{\hbar}{2},$$

$$\psi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \psi_{n'l'm} \end{pmatrix} E = E_{n'l}^{(0)}, S_z = \frac{\hbar}{2},$$

$$\psi_{n'l'm} = R_{n'l}(r) P^m(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (I.227)$$

olar. Onda (I.226)-dən

$$E'_{n'l'm} = E_{n'l}^{(0)} + \frac{eB}{2mc} (m+1), S_z = \frac{\hbar}{2}$$

$$E''_{n'l'm} = E_{n'l}^{(0)} + \frac{eB}{2mc} (m-1), S_z = \frac{\hbar}{2}$$

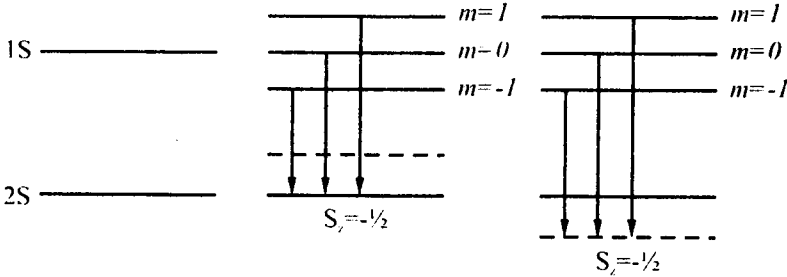
alarıq. Yəni, maqnit sahəsində atomun enerji səviyyələri m kvant ədədinə görə də parçalanır. m -ə görə cırlaşma aradan qalxır və enerji iki qiymətə malik olur:

$$\begin{aligned}
 E'_{n'l'm} &= E_{n'l}^{(0)} + \hbar\Omega_L(m+1), \\
 E''_{n'l'm} &= E_{n'l}^{(0)} + \hbar\Omega_L(m-1),
 \end{aligned}
 \tag{I.228}$$

$\Omega_L = \frac{eB}{2mc}$. Bu səviyyələr arasında keçid tezliyi

$$\begin{aligned}
 \omega &= \frac{E_{n'l'm'} - E_{n'l'm}}{\hbar} = \frac{E_{n'l'm'}^{(0)} - E_{n'l'm}^{(0)}}{\hbar} + \Omega_L(m' - m) \\
 \omega &= \omega_0 + \Omega_L \Delta m, \quad \Delta m = 0, \pm 1, \\
 \omega_0 &= \frac{E_{n'l'm'}^{(0)} - E_{n'l'm}^{(0)}}{\hbar}
 \end{aligned}
 \tag{I.229}$$

olur. Buradan alınan səviyyələrin parçalanması *normal Zeeman effektini* verir (şəkil I.14). Yəni bir xətt yerinə üç xətt alınır.



Şəkil I.14. Normal Zeeman effekti

Anomal Zeeman effektini almaq üçün tam maqnit momentini orbital və spin maqnit momentlərinin cəmi

$$\vec{\mu} = \frac{e}{2mc} (\vec{J} + \vec{S}) = \hat{Q} \vec{j}$$

şəklində yazmaq. Burada

$$\hat{j} = \hat{L} + \hat{S}, \quad \hat{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}$$

-dir. $\hat{L} = [\vec{r}\vec{P}] = -i\hbar[\vec{r}\vec{\nabla}]$ tam orbital və spin momentləri ope-

ratorudu. \hat{Q} operatorunu tapmaq üçün

$$\begin{aligned}\hat{Q}\hat{J} &= \frac{e}{2mc} (\hat{J} + \hat{S})\hat{J} = \frac{e}{2mc} (\hat{J}^2 + \hat{S}\hat{J}) = \\ &= \frac{e}{2mc} \hat{J}\hat{J} \left(1 + \frac{\hat{S}\hat{J}}{\hat{J}^2}\right) = \hat{Q}\hat{J} = \hat{\mu}\hat{J}\end{aligned}$$

yazaq. Onda $\hat{Q} = \frac{e}{2mc} \left(1 + \frac{\hat{S}\hat{J}}{\hat{J}^2}\right)$ alınar.

$\hat{L} = \hat{J} - \hat{S}$ olduğuna görə

$$L^2 = \hat{J}^2 + \hat{S}^2 - 2\hat{S}\hat{J}$$

$$\hat{S}\hat{J} = \frac{1}{2}(\hat{J} + \hat{S} - \hat{L})$$

alırıq və \hat{Q} üçün

$$\hat{Q} = \frac{e}{2mc} \left(1 + \frac{\hat{J} + \hat{S} - \hat{L}}{\hat{J}^2}\right) \quad (I.230)$$

tapırıq. Beləliklə, maqnit momenti üçün

$$\hat{\mu} = \frac{e}{2mc} \left(1 + \frac{\hat{J} + \hat{S} - \hat{L}}{\hat{J}^2}\right) \hat{J} \quad (I.231)$$

alırıq. Bu maqnit momenti xarici maqnit sahəsi ilə qarşılıqlı təsirdə olur

$$\hat{V} = -\hat{\mu}\vec{B}.$$

Maqnit sahəsini Oz istiqamətində yönəltsek, enerjiyə olan əlavə ($B_z = B$)

$$\Delta E = - \int \psi_{n'l'm'}^{*(0)} \mu_z B \psi_{n'l'm}^{(0)} dV$$

olar. $B_x = B_y = 0$.

\hat{J}^2, \hat{S}^2 və \hat{L}^2 operatorların məxsusi qiymətləri uyğun olaraq

$\hat{J}^2 = \hbar^2 j(j+1)$, $S^2 = \hbar^2 S(S+1)$ və $L^2 = \hbar^2 \ell(\ell+1)$ olduğu üçün

$$\Delta E = - \int \psi_{n'\ell m'}^{*(0)} \frac{eB}{2mc} \left(1 + \frac{\hat{J}^2 + \hat{S}^2 - \hat{L}^2}{2\hat{I}^2} \right) \times j_z \psi_{n\ell m}^{(0)} dV = \frac{e\hbar B}{2mc} g m_j \delta_{m_j m_j} \quad (\text{I.232})$$

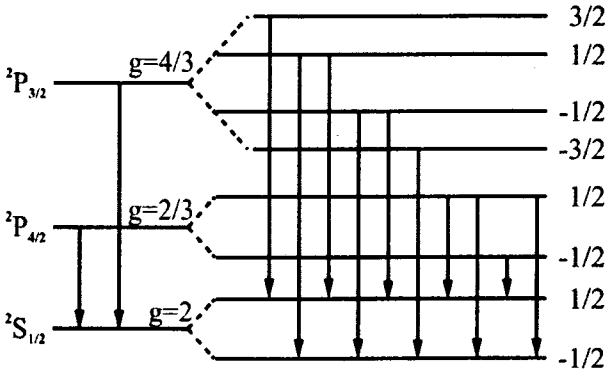
alırıq. Burada g – Lande vuruğudur və onun ifadəsi

$$g = 1 + \frac{j(j+1) + S(S+1) - \ell(\ell+1)}{2j(j+1)} \quad (\text{I.233})$$

şəklindədir. g -yə *hiromaqnit münasibəti* də deyilir. Onda maqnit sahəsində tam enerji

$$E_m = E_{n\ell}^{(0)} + \hbar\Omega_L m_j g \quad (\text{I.234})$$

şəklində təyin olunur.



Şəkil I.15. Natrium atomunun enerjisinin maqnit sahəsində parçalanması (Anomal Zeeyman effekti)

$E_{n\ell}^{(0)}$ – enerjisi maqnit sahəsi olmayan haldadakı enerjidir. m – maqnit kvant ədədidir. Onun $-j$ -dən $+j$ -yə qədər $\pm \frac{1}{2}, \pm \frac{S}{2}, \dots, \pm j$ olan qiymətləri alır. Misal olaraq natrium

atomunun baş seriyasının parçalanmasına baxaq.

Anomal Zeeyman effekti ${}^2P_{3/2}$ səviyyəsi dörd səviyyəyə $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ${}^2P_{1/2}$ və ${}^2S_{1/2}$ səviyyələr hər ikisi iki səviyyəyə parçalanır. Böyləcə 10 müxtəlif keçidlər əmələ gəlir. Zəyif maqnit sahəsində anomal Zeeyman effekti (10 xətt) yaranır (Normal Zeeyman effektində 3 xətt alınır (bax.şəkil I.14).

Anomal Zeeyman effektində tezlik

$$\Delta\omega = \omega_L(g'm'_j - gm_j), \quad \omega_L = \frac{eB}{2m}$$

kimi təyin olunur və

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_L} = \frac{5}{3}, \frac{4}{3}, \frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{3}{3}, -\frac{4}{3}, -\frac{5}{3}$$

rasional kəsrlərlə tamamlanır.

II BÖLÜM

KVANT STATİSTİKASI və TARAZLIQDA OLMAYAN HADİSƏLƏR

§ II.1. Statistik fizikaya giriş

Maddələr atomlardan təşkil olunurlar. Çoxlu sayda atomlardan təşkil olunan sistemin özəlliyi statistik xarakter daşıyır. Sistem haqqında bütövlükdə məlumatlanmaq üçün cisimlərin istilik keçirməsini onların qızma və soyuması (temperaturasının dəyişməsi) cisimlərin bərk, maye və qaz halında olması, elektrik və maqnit xassələrinin meydana çıxmasını araşdırmaq lazımdı. Sistemin enerjisinin dəyişməsi sistem üzərində görülən işə və sistemin istilik mübadiləsinə sərf olunur. Yəni tam enerjinin dəyişməsi

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W \quad (\text{II.1.1})$$

olur. Burada ΔQ – istilik miqdarı, ΔW – görülən işdir. Sabit temperaturda, istiliyin işə çevrilməsi mümkün deyil. Əgər ayrılan istilik Q_2 -dirsə, Q_1 istiliyinin azalması W , görülən işə

$$W = Q_1 - Q_2 \quad (\text{II.1.2})$$

bərabər olmalıdır. Yəni cisim Q_1 istiliyindən Q_2 qədər istilik itirirsə, cisim üzərində W işi görülmüş olur. Cismin molekulu-
nun kinetik enerjisinin orta qiyməti

$$\frac{1}{2}mv^2 = \bar{E}_k \quad (\text{II.1.3})$$

ilə xarakterizə olunan kəmiyyətə «temperatur» demək olar. Qazlar üçün iki qazın eyni temperaturda molekulların kinetik enerjisinin orta qiymətləri ətalət mərkəzində bir-birinə bərabər olur. Beləliklə, enerjinin orta qiyməti «temperaturla» mütənäsib olur.

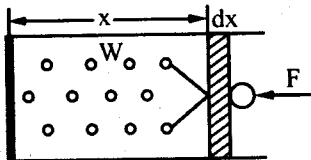
Temperaturun bir sabitə $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Coul (Bolsman sabi-

ti) vuruğu $\frac{3}{2}kT$, orta kinetik enerjini təyin edir.

$$273,16 + 100^\circ = T$$

sıfırıncı temperatur 273,16 qəbul olunur.

Qaz atomlarının davranışını öyrənmək üçün bir tərəfində tıxacı olan və içərisi qazla doldurulmuş qaba baxaq.



Şəkil II.1. Hərəkət edən tıxacı qabda qaz atomları

V həcmli qabda tıxaca qaz atomları müxtəlif sürətlərlə təsir edirlər. Qaz molekulları tıxaca toxunduqda o, tədricən əlavə impuls alar və qutudan çıxmaq imkanı qazanır. Tıxacı qutu daxilində saxlamaq üçün ona kənardan qüvvə sərf etmək lazımdır.

Tıxaca perpendikulyar istiqamətdə təsir edən qüvvə (vahid sahəyə düşən qüvvə) təzyiq (P)

$$P = \frac{F}{S} \quad (\text{II.1.4})$$

adlanır.

Tıxacı $-dx$ məsafəsi qədər geriye qaytarmaq üçün görülən kiçik dA işi

$$dA = F(-dx) = -PSdx = -PdV \quad (\text{II.1.5})$$

olar (tıxacın sahəsinin dx -ə hasili həcmnin dəyişməsinə bərabərdir). Mənfi işarəsi qazın sıxılmasına sərf olunan işi göstərir.

\bar{v} sürətli atom x istiqamətində tıxaca $m\bar{v}_x$ impulsunu verir və tıxacdan əks olunan atom tıxacdan $m\bar{v}_x$ impulsunu alar. Beləliklə, bir toqquşmada $2m\bar{v}_x$ impulsu sərf olunur. V

həcmində N sayda atom olarsa, vahid həcmdə olan atomların sayı n

$$n = \frac{N}{V}$$

bərabər olar. t zamanında vt yolu gedən atomlar tıxaca dəyərlər və bu atomlar $Sv_x t$ həcmi tutarlar. Bu həcmə vahid həcmdəki atomların sayına hasili hədəfə çatan atomların sayına bərabər olacaq ($n v_x t S$). 1 san olan toqquşmaların sayı $n v_x S$ olar. Onda $2m v_x$ impulsunu ötürən qüvvə

$$F = n V_x S 2m V_x = 2mn V_x^2 \quad (\text{II.1.6})$$

olar. Yəni (II.1.4) təzyiqi

$$P = 2nm v_x^2 \quad (\text{II.1.7})$$

alınır.

Bütün molekullar eyni sürətə malik deyillər və onların hamısı eyni istiqamətdə hərəkət etmirlər. Eyni zamanda onların yalnız yarısı tıxaca doğru hərəkət edir, digər yarısı isə əks tərəfə hərəkət edirlər. Onda

$$P = 2nm \overline{v_x^2} \quad (\text{II.1.8})$$

yazmaq olar.

$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$ olduğu üçün

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} = \frac{\overline{v^2}}{3}$$

yaza bilərik. Onda qazın təzyiqi

$$P = \frac{2}{3} n \left(\frac{\overline{mv^2}}{2} \right) \quad (\text{II.1.9})$$

olar. Burada $\frac{\overline{mv^2}}{2}$ molekulun hərəkəti ilə bağlı olan kinetik

enerjisidir. $n = \frac{N}{V}$ olduğu üçün

$$P = N \frac{2}{3} \left(\frac{\overline{mv^2}}{2} \right). \quad (\text{II.1.10})$$

Buradan görürük ki, təzyiqlə həcmnin hasilı kinetik enerjinin (temperaturun) orta qiyməti ilə təyin olunur. Cisimlər qızdırıldıqda və soyudulduqda, onun temperaturu dəyişir.

Temperatur cisimlərin halını xarakterizə edən vacib bir kəmiyyətdir. Onun dəyişməsi cismin halının dəyişməsinə səbəb olur. Bu zaman hətta cismin aqrekat halı da dəyişir. Cisim qaz halından maye halına, maye halından bərk cisim halına və tərsinə keçidlərə məruz qalır.

(II.1.10)-da molekulun sürətini bilsək, qazın təzyiqini təyin edə bilərik. Bu yolla helium qazının, cıvə buxarının, arqonun yüksək temperaturda halını müəyyən edirlər. Onlar üçün atomların daxili hərəkətini nəzərə almamaq olar; kinetik enerji bir atomlu qazın tam enerjisi kimi götürülə bilər.

Kinetik enerjinin orta qiymətinin atomların sayına hasilı tam enerjiyə bərabər götürmək olar:

$$U = N \left(\frac{1}{2} \overline{mv^2} \right)$$

və təzyiqlə həcmə hasilı (II.1.10)-a görə

$$PV = \frac{2}{3} U$$

olur. Misal üçün biratomlu qazın (helium) halı

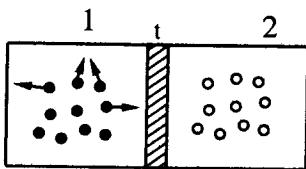
$$PV = \frac{2}{3} U$$

olur.

İndi fərz edək ki, qabda iki müxtəlif biratomlu qaz var (şəkil II.2). Qazlar qabda bir-birindən hərəkət edə bilən tıxacı ayrılışlar. Hərəkət edən tıxac neon və helium qazlarını qabın başqa-başqa tərəflərində saxlayır.

(II.1.9)-a görə vahid həcmdəki molekulların sayının kinetik enerjinin orta qiymətinə hasilı 1 və 2-ci hissələrdə eyni olmalıdır:

$$n_1 \frac{\overline{m_1 v_1^2}}{2} = n_2 \frac{\overline{m_2 v_2^2}}{2}.$$



Şəkil II.2. Biratomlu iki müxtəlif qazların davranışı

Tarazlıq yaranarkən, kinetik enerjilər bərabərləşir və

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

olur.

Tıxacın kinetik enerjisi $\frac{1}{2} m_2 v_2^2$ olar və bu enerji $\frac{1}{2} m_1 v_1^2$ enerjisinə bərabər olacaq, yəni qaz molekulu ilə tıxacın kinetik enerjisi eyni olur. Tıxacda kiçik dəlik açsak kiçik ölçülü molekul digər tərəfə keçər və burada əmələ gələn qaz qarışığının kinetik enerjisinin orta qiyməti digər tərəfdə olan təmiz qazın molekulunun kinetik enerjisinin orta qiyməti ilə eyni olur.

Deməli, eyni şəraitdə olan iki qazın molekulunun kinetik enerjisinin orta qiyməti kütlə mərkəzində eyni olur.

Molekulun kinetik enerjisinin orta qiyməti qazın «temperatur»u adlanan kəmiyyətlə xarakterə olunur. Yəni, temperatur kinetik enerjinin orta qiyməti ilə təyin olunur.

Molekulun enerjisi $k = 1,88 \cdot 10^{-23}$ vuruğunun T temperaturuna hasili kimi qəbul olunur

$$E(\text{molekul}) = \frac{3}{2} kT.$$

Hər istənilən istiqamətdə enerji $\frac{1}{2} kT$, üç asılı olmayan isti-

qamətdə isə $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)kT = \frac{3}{2}kT$ olur.

100 dərəcəli şkalada (Kelvin şkalası)
 $0^\circ = 273,16^\circ$

olursa,

$$T = 273,16^\circ + \text{yüz dərəcə}$$

qəbul olunur və bu temperatura mütləq sıfır temperaturu deyilir. Ona görə (II.1.10)-nu

$$PV = NkT$$

kimi yazmaq olar. Yəni, eyni temperatur, həcm və təzyiqdə atomların sayı müəyyən olur.

N sayı, mol say qəbul olunur və $N_0 = 6,02 \cdot 10^{23}$ molekula qədər götürülür. Molekulun sayı əvəzinə moldan istifadə olunur. Molun kütləsi karbon atomunun kütləsi olaraq 12 qram atom götürülür (${}_6C^{12}$).

Beləliklə, qabda olan qaz üç parametrlə – temperatur, həcm və təzyiqlə təyin olunur. Temperaturla təzyiq arasında müəyyən əlaqə olmalıdır. Bu termodinamik parametrlər bir-birilərlə əslihlığı ifadə edən münasibət – *hal tənliyi* adlanan

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \quad (\text{II.1.11})$$

tənlik kimi mövcuddur. Burada m – qazın kütləsi, μ – qazın molyar kütləsi $\frac{\text{qram}}{\text{mol}}$, $R = 8,3 \frac{\text{erq}}{\text{mol.dərəcə}}$ universal qaz sabitidir.

Təcrübədən alınır ki, dəyişməyən xarici şəraitdə makroskopik sistem, müəyyən zaman ərzində (relaksasiya zamanı) termodinamik tarazlığa keçir. Əgər müxtəlif temperatura malik iki cisim bir-biri ilə əlaqədə olarsa, onda ilk anda sistem tarazlıqda olmayan halda olur və zaman keçdikcə onların temperaturları bərabərləşir. Bu andan etibarən termodinamik tarazlıq mövcud olur.

Termodinamik tarazlıq halı iki qanunla səciyyələnir. Birinci

qanuna görə enerjinin saxlanması təmin olunmalıdır.

Sistemin daxili enerjisinin (sistemin kinetik enerjisi ilə potensial enerjisini çıxmaqla olan enerji) dəyişməsi ΔU onun başlanğıc haldan son hala keçməsində görülən işə ΔA və sistemə verilən istiliyə ΔQ sərf olunur

$$\Delta U = \Delta A + \Delta Q \quad (\text{II.1.12})$$

Bu *termodinamikanın I qanunudur*.

Temperaturu sabit saxlamaqla istiliyi işə çevirmək mümkün deyil. Bu da *termodinamikanın II qanunudur*.

Həm tarazlıq halında və həm də tarazlıq olmayan halda enerji dəyişməz qalır. ΔU enerjinin birqiymətli funksiyadır. Yəni bir qiymətli funksiya ilə xarakterizə olunan halı təyin edir. Bu funksiya *entropiya* (S) adlanır.

I qanuna görə ayrılan istilik Q_2 , Q_1 istiliyi ilə görülən A işinin fərqi bərabərdir:

$$Q_2 = Q_1 - A.$$

İstilik mübadiləsində T_1 temperaturunda alınan istilik Q_1 , T_2 temperaturuna uyğun olan istilik Q_2 olarsa, $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$ olacaqdır. Yəni Q_1 istiliyi sərf olunanda, Q_2 istiliyi əmələ gələrək, ayrılır. Onda $\frac{Q}{T}$ qədər miqdar istilik mübadilə olunur. Yəni $\frac{Q}{T}$ dəyişməz qalaraq, azalmaya və çoxalmaya məruz qalmır. Bu $\frac{Q}{T}$ kəmiyyətinə *entropiya* adı verilmişdir. Entropiyanın dəyişməsi sıfır olur.

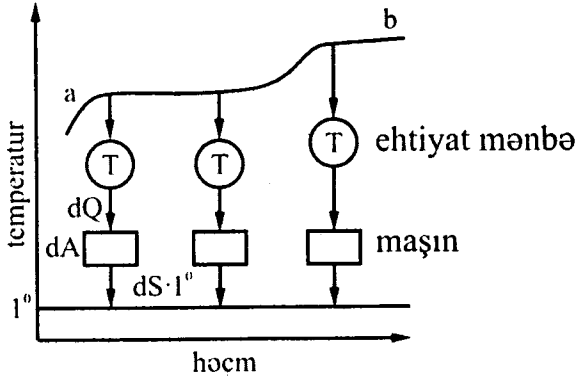
Əgər $T = 1^\circ$ olarsa entropiya $\frac{Q}{1^\circ}$ olar. Entropiya S ilə işarə olunur və ədədi qiymətcə, 1° -də ayrılan istiliyin miqdarıdır. Onun ölçüsü $\frac{\text{coul}}{\text{dərəcə}}$ -dir.

Qazın a halından b halına gəlməsi kimi, b -halından a -ya

gəlməsi də mümkün olarsa, T ehtiyat mənbəsində müxtəlif temperaturu ilə qidalandırılır və istilik dəyişməsi dQ olur (şəkil II.2'). Onda entropiya

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

olar.



Şəkil II.2'. Entropiyanın dəyişməsi

ab yolunda entropiya dəyişməsi

$$S_b - S_a = \int_a^b \frac{dQ}{T}$$

olar.

Entropiyanın fərqi

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T_2} - \frac{\Delta Q}{T_1}$$

yazılır.

Dönməyən proseslərdə entropiya artır, yalnız dönen proseslərdə entropiya eyni səviyyədə qalır.

Dönen proseslərdə bir haldan, başqa hala keçiddə entropiyanın dəyişməsi ΔS , cismə verilən istiliyin cismin temperaturuna olan nisbətində bərabər olur

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}. \quad (\text{II.1.13})$$

Qapalı döənən proseslərdə entropiya saxlanır, dönməyən proseslərdə isə entropiya artır. Entropiyanın artması istiqamətində prosesin inkişafı baş verir. Yəni, istilik isti cisimdən soyuq cismə keçir, mexaniki enerji istiliyə çevrilir və s. Bütün bu hallarda entropiya artır.

Deməli, termodinamik qanunlarda (II.1.12) enerjinin saxlanmasını əks etdirirsə, (II.1.13) enerji dəyişməsinin hansı istiqamətdə baş verməsini müəyyən edir.

Həm U və həm də S maddə miqdarı ilə mütənasib olduğu üçün onlar maddə daxilindəki zərrəciklərin sayından asılı olur.

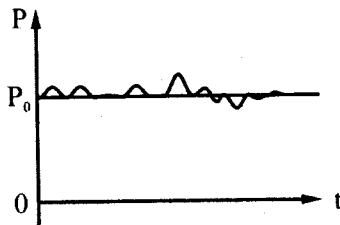
§II.2. Klassik statistik fizikanın əsasları

Termodinamik funksiyalar – daxili enerji və entropiya (S) cismin xassəsindən asılı olur və təcrübədən təyin olunurlar. Bu səbəbdən termodinamik parametrlərin dəyişməsinə təyin etmək üçün cisimin mikroskopik quruluşunu araşdırmaq lazım gəlir.

İstənilən cismin xassəsi və davranışı sonuncu olaraq atom və molekulların hərəkəti ilə onlar arasındakı qarşılıqlı təsirin xarakterilə təyin olunur.

İstənilən makrocisim çoxlu sayda atom və molekullardan təşkil olunmuşdur. Molekulların sayı olaraq 1 moldakı molekulların say, yəni $6,02 \cdot 10^{23}$ (Avoqadro ədədi) götürülür. Bu baxımdan istənilən termodinamik parametrin qiyməti atom və molekulların hərəkəti ilə əlaqədar olur.

Qapalı qabda olan qazın təzyiqi P_0 olsun. Hər hansı molekulun qabın divarlarına təsiri kiçik t -zamanında müəyyən qüvvə ilə özünü biruzə verir. Çoxlu sayda molekulun qabın divarlarını 1 sm^2 sətinə təsiri, yəni təzyiqin zamana görə dəyişməsi baş verəcəkdir. Manometr orta təzyiq dəyişməsinə göstərir (şəkil II.3).



Şəkil II.3. P təzyiqinin zamana görə dəyişməsi

Qazda olan toz dənələri bu təsir nəticəsində nizamsız hərəkət edər ki, buna da *Broun hərəkəti* deyilir. Beləliklə, qazın təzyiqinin koordinatın və impulsun funksiyası olması nəticəsinə gəlinir.

Qaz molekullarının koordinatı və impulsu, makroskopik parametr olan təzyiği təyin edir. Deməli, təzyiqlik makroskopik parametr olaraq, molekulun koordinat və impulsunun funksiyası olur. Molekulun koordinat və impulsun funksiyası olan parametrlərə *daxili parametrlər* deyilir.

Daxili parametrlərə yanaşı sistemin koordinatı ilə müəyyən olunan xarici parametrlər də mövcuddur. Makroskopik parametr koordinat və impulsun funksiyası olaraq bütün zərrəciklərin koordinat və impulsu üzrə zamana görə ortalama kimi qəbul olunmalıdır. Bunun üçün bütün zərrəciklərin koordinat və impulsunun zamandan asılılığı məlum olmalıdır. Yəni çoxlu sayda zərrəciklərin hərəkətini təyin etmək lazım gəlir.

Klassik fizikaya görə istənilən sayda zərrəciklərdən təşkil olunan sistemin halı onların koordinat və impulsları ilə təyin olunur. Bu baxımdan az sayda zərrəciklərin hərəkəti yol verilən həddindən artıq (milyon, milyard və s.) olarsa, məsələnin həlli və onun qoyuluşu mürəkkəbləşir. Lakin çoxlu zərrəciklər sisteminin fiziki tədqiqi müəyyən qanunauyğunluğa tabe olur ki, bu da statistik fizika qanunları ilə izah olunur.

Makroskopik cismin halının təyin olunması, cismi təşkil edən mikro zərrəciklərin halının müəyyən olunmasının mövcudluğundan asılı olmayaraq, molekulun hərəkətinin orta nəticəsi kimi qəbul olunur. Bu da statistik fizikanın qanunla-

rına əsaslanır.

Hər bir mikrozərrəciyin halına uyğun makroskopik hal mövcuddur. Lakin çoxlu sayda mikrozərrəciklərin halına eyni bir makroskopik hal uyğun gəlir. Məsəl üçün qazın təzyiqi, onun temperaturu termodinamik tarazlıqda dəyişməz qalır. Bu zaman qaz molekulları müxtəlif şəkildə hərəkət edərək halını dəyişir, bir-birlərini əvəz edirlər. Konservativ sistemin ümumiləşmiş koordinatı və impulsu

$$\frac{dq_k}{dt} = \frac{\partial H}{\partial P_k}, \frac{dP_k}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_k}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{II.2.14})$$

kimi təyin olunur. H hamilton funksiyadır və konservativ sistem üçün xarici maqnit sahəsi olmayan halda

$H(q, P) = H(q_1, q_2, \dots, q_k, q_n; P_1, P_2, \dots, P_k, \dots, P_n), \quad k = 1, 2, 3, \dots$
şəklində olur və

$$H = \sum_{k=1}^n P_k \frac{dq_k}{dt} - L \quad (\text{II.2.15})$$

yazılır. L – Laqranj funksiyasıdır.

Xarici maqnit sahəsi olmayan hal üçün qeyri-relyativistik halda

$$H = K(q, P) + U(q) \quad (\text{II.2.15})$$

Hamilton funksiyası kinetik və potensial enerjilərin cəmi olur.

(II.2.14)-ün həllini

$$q_k = \psi_k(q_t^0, P_t^0, t) \quad (\text{II.2.16})$$

$$P_k = \varphi_k(q_t^0, P_t^0, t), \quad k = 1, 2, 3, \dots, n$$

şəklində axtaraq. q_k^0, P_t^0 – koordinat və impulsun başlanğıc qiymətidir. ψ_k və φ_k funksiyaları q_t^0 və P_t^0 kəmiyyətlərinin birqiymətli funksiyalarıdır. Onda

$$\phi_1(q, P) \equiv H(q, P) = a_1 = E$$

$$\phi_2(q, P) = a_2 \quad (\text{II.2.17})$$

.....

olar

$$\frac{dP_1}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_1} \quad (\text{II.2.18})$$

(II.2.18)-ya görə

$$\psi_k(q, P) = t + b_1 \quad (\text{II.2.19})$$

alırıq.

Statistik fizikada koordinat və impulsun işlənən funksiyasının orta qiymətini tapmaq lazım gəlir. İki növ orta qiymət ola bilər. t_1 anında f_1 funksiyası $f(t_1)$, t_2 anında $f(t_2)$, t_3 anında $f(t_3)$ və s. qiymətini alarsa, onda f -in zamana görə orta qiyməti

$$\overline{f}_a = \frac{f(t_1) + f(t_2) + \dots + f(t_n)}{n} \quad (\text{II.2.20})$$

olar. Əgər molekulardan n dənəsi eyni şəraitdə olarsa, f kəmiyyətinin eyni zamanda ölçülməsi bütün molekullar üçün f kəmiyyətinin qiymətini n_1 dəfə f_1 , n_2 dəfə f_2 , n_3 dəfə f_3 , ..., n_k dəfə f_k qiymətini alırıqsa, onda statistik orta qiymət

$$\langle f \rangle_s = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2 + \dots + n_k f_k}{n} \quad (\text{II.2.21})$$

olar. Statistik fizikada $f_a = f_s$ qəbul olunur. Yəni

$$\overline{f}_a = \langle f \rangle_s$$

götürülür.

Zamana görə ortalamanı tapmaq mümkün deyil, ona görə də statistik ortalamanı təyin etmək daha münasibdi.

Təsadüfi hadisələrin özlərini bu və ya başqa şəkildə biruzə verməsi ehtimal anlayışı ilə əlaqədar olur.

§ II.3. Təsadüfi halların ehtimalı. Maksvell paylanması

Bu və ya başqa halın olmasının təsadüf etməsi, ehtimal nəzəriyyəsinə görə

$$W = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_i}{N} \quad (\text{II.3.22})$$

olar. Burada N – ümumi halların sayı, N_i – isə təsadüfi halların sayıdır.

(II.3.22)-i və (II.3.21)-i zərrəciklər çoxluğu sisteminin impulsuna tətbiq etsək

$$\left. \begin{aligned} \overline{P_a^2} &= \frac{P^2(t_1) + P^2(t_2) + \dots + P^2(t_N)}{N} \\ \langle P_s^2 \rangle &= \frac{P_1^2 + P_2^2 + \dots + P_N^2}{N} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.3.23})$$

yaza bilərik. (II.3.23) molekullar çoxluğunun impulsunun orta qiyməti olur. Molekulun kinetik enerjisi

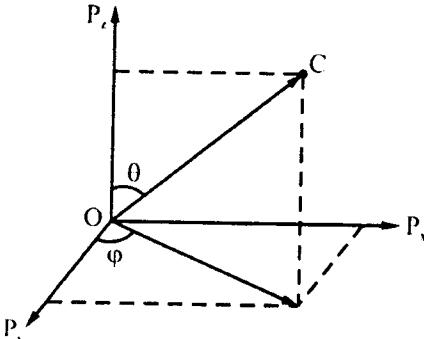
$$E_k = \frac{m\overline{v^2}}{2} = \frac{m^2\overline{v^2}}{2m} = \frac{\overline{P^2}}{2m}$$

təyin olunur. (II.3.22)-yə görə əgər nərd zərini 600 dəfə atsaq, zərin 6 tərəfi üçün olduğu üçün bir tərəfin düşmə ehtimalı

$$W = \frac{N_i}{N} = \frac{600}{6} = 100 \text{ dəfə}$$

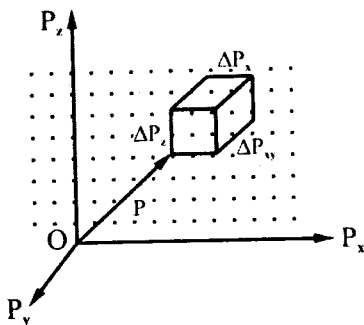
kimi təyin olunur. Qaz molekullarının sayı çox olduğundan bu anlayış daha mürəkkəb hərəkətlə əlaqədar olur, ona görə statistik ortalamadan və impulsun müəyyən qiymət alma ehtimalından istifadə etmək lazım gəlir.

Dekart sistemində oxları uyğun olaraq $\vec{P}(P_x, P_y, P_z)$ götürək



Şəkil II.4. İmpuls fəzasında C nöqtəsi P_x, P_y və P_z -lə təyin olunur.

Ona görə hər bir nöqtə P – fəzasında molekula uyğun gələr və məlum impuls ilə (\vec{P} radius-vektoru ilə) təyin olunur.



Şəkil II.5. İmpuls \vec{P} -də $\vec{P} + \Delta\vec{P}$ olan molekullar

Zaman keçdikcə molekulların toqquşması nəticəsində impulsları dəyişir. Bu dəyişmədə Δn sayda nöqtələrin sayı $\Delta P = \Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z$ həcmində olan sayə bərabərdir. Bu say $nf(\vec{P})$ fəzasında nöqtələrin orta sıxlığını göstərir. Buna əsasən vahid həcmdə olan nöqtələrin sayı

$$\Delta n(\vec{P}) = nf(\vec{P})\Delta\vec{P}$$

olar. (n – qaz molekulların ümumi sayıdır). Başqa sözlə $\Delta n(\vec{P})$ impulsları \vec{P} ilə $\vec{P} + d\vec{P}$ arasında olan molekulların orta sayıdır. İmpulsları \vec{P} ilə $\vec{P} + d\vec{P}$ arasında olan molekulların ehtimalı (II.3.22)-yə görə

$$\Delta W = \frac{\Delta n}{n} f(\vec{P})\Delta\vec{P} \quad (\text{II.3.24})$$

olar. $f(\vec{P})$ - molekulların impulsə görə paylanma funksiyasıdır.

Maksvell $f(\vec{P})$ paylanmasını

$$f(\vec{P}) = Ae^{-\frac{P^2}{2mkT}} \quad (\text{II.3.25})$$

şəklində seçərək, molekulun ən çox ehtimalı olmasını, tap-

mışdı. Burada $k = R/N$ -ə (qaz sabitinin Avaqadro ədədinə nisbəti) Bolsman sabiti deyilir ($R = 1,3810^{-16}$ *erq/dərəcə*).

Maksvelə görə molekulara uyğun gələn (II.3.25) impulsa əsasən paylanma sıxlığı $P=0$ nöqtəsi ətrafında maksimal qiymət alar və (a) şəklində olar. Bu əyri *Qauss əyrisi* adlanır.

(II.3.24) ilə təyin olunan ehtimalların cəmi vahid verir.

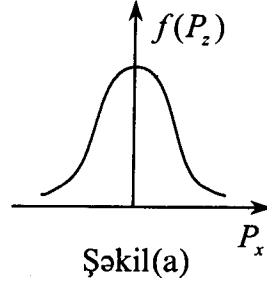
$$\sum_i \Delta W_i = \sum_i f(\bar{P}_i) \Delta \bar{P}_i = 1$$

İmpuls kəsilməz qiymətlər aldığı üçün

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\bar{P}) d\bar{P} = 1 \quad (\text{II.3.26})$$

(II.3.25)-də A vuruğu

$$A = \frac{1}{(2\pi mkT)^{3/2}}$$



olduğuna görə, impuls üçün molekulaların sayı

$$\Delta n(P) = \frac{n}{(2\pi mkT)^{3/2}} e^{-\frac{P^2}{2mkT}} \Delta P \quad (\text{II.3.27})$$

olmalıdır.

Qaz molekulalarının impulsa görə paylanması (II.3.27) şəklindədir və buna *Maksvell paylanması* deyilir.

Həmişə orta qiymətdən kənarçıxmalar yaranır və bu fluktuasiya orta qiymətdən az və ya çox olur.

Atom dəstəsi ilə aparılan təcrübələr (II.3.27) ifadəsinin doğruluğunu göstərir.

§ II.4. Paylanma funksiyası ilə statistik ortalamanın hesablanması

Maksvellin paylanma funksiyası impulsdan asılı olan istənilən funksiyanın statistik orta qiymətini hesablamağa imkan verir.

Əgər molekulun irəliləmə hərəkətinin kinetik enerjisinin

orta qiyməti

$$\bar{E} = \frac{\overline{P^2}}{2m}$$

olursa, statistik orta qiymət və ya hesabi orta qiymət nəzərə alınrsa, zərrəciklərin sayı $\Delta n(P_i)$ olduqda, onların kinetik enerjiləri

$$\frac{\overline{P^2}}{2m} \Delta n(\bar{P}_i)$$

olar. Onda molekulların kinetik enerjilərinin orta qiyməti

$$\bar{E} = \sum_i \frac{\overline{P^2}}{2m} \frac{\Delta n(\bar{P}_i)}{n} \quad (\text{II.4.28})$$

$\Delta n = nf(P)\Delta P$ olduğuna görə

$$E = \int \frac{P^2}{2m} f(\bar{P}) d\bar{P} = \int \int \int \frac{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}{2m} \times \\ \times \frac{n}{(2\pi mkT)^{3/2}} e^{-\frac{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}{2mkT}} dP_x dP_y dP_z = \frac{3}{2} kT$$

olar. Yəni

$$E = \frac{3}{2} kT \quad (\text{II.4.29})$$

yazılmalıdır. Bu nəticəyə görə qazın temperaturu molekulların xaosik hərəkətinin intensivliyinin ölçüsü kimi qəbul olunmalıdır. İdeal qazın impuls və koordinata görə paylanma funksiyasına *Bolsman paylanması* deyilir. Bu paylanmaya görə xarici sahə olan halda funksiya $f(\vec{P})$ impuls və koordinatın funksiyası olur. Onda $f(\vec{P}, \vec{r})$ paylanma funksiyası ΔW ehtimalı ilə təyin olunur:

$$\Delta W = f(\vec{P}, \vec{r}) \Delta \vec{P} \Delta \vec{r}$$

Burada $f(\vec{P}, \vec{r})$ ehtimal sıxlığıdır.

Əgər xarici sahə varsa, Boltsman paylanmasında paylanma

funksiyası $\frac{P^2}{2m} + V(r)$ -dən asılı olur və impulsa və koordinata görə paylanma

$$f(\vec{P}, \vec{r}) = Ae^{-\frac{P^2 + 2mV(r)}{2mkT}} \quad (\text{II.4.30})$$

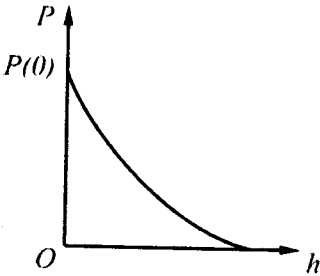
şəklində alınır. İmpulsa və koordinata görə paylanma $e^{-\frac{P^2}{2mkT}}$ və $e^{-\frac{V(\vec{r})}{kT}}$ -yə bərabər olur.

Atmosferin h hündürlükdə təzyiqi

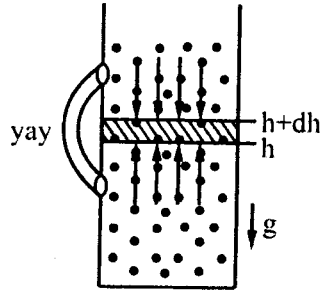
$$P(h) = P(0)e^{-\frac{\mu gh}{kT}} \quad (\text{II.4.31})$$

olar. Burada g – Yer sərbətdüşmə təcili, h – Yer səthindən olan hündürlük, $P(0)$ – Yer səthindəki təzyiq, μ – havanın molyar kütləsidir (molyar kütlə 1 mol=12 qramdır, 12 qram karbon nüvəsinin kütləsidir; 6 proton+ 6 neyron).

Hündürlük dəyişdikcə Yer səthinə yaxınlıqda təzyiq sıfıra yaxınlaşır (şəkil II. 6).



Şəkil II.6. Təzyiqin hündürlükdən asılılığı



Şəkil II.7. Sabit temperaturda atmosferin tarazlığı.

İstilik tarazlığında olan qaz kənardan iki tərəfdən kürələr üzərində yerləşdirilən metal yayla hərəkətə gətirilir, aşağı qisimdə olan kürələr qaz molekulunun təsiri ilə $\frac{1}{2}kT$ enerjisini

alaraq yay vasitəsi ilə ötürülür, yay hərəkət edir, əsir. Ona görə müxtəlif səviyyələrdə temperatura eyni qalır. Qazın sıxlığı

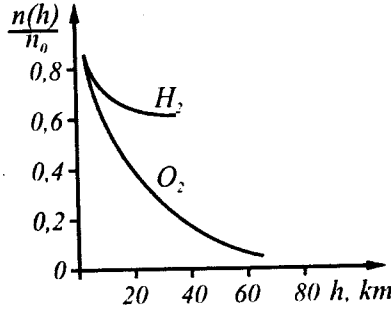
$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} \quad (\text{II.4.32})$$

qanunu ilə dəyişər. Burada n_0 $h = 0$ səviyyəsində qazın sıxlığıdır. Qazın təzyiqi h ilə $h + dh$ səviyyəsində P -dən $P + dP$ qədər dəyişər. Molekulu miqdarı dh səviyyəsində ndh olar. Onda $P_{h+dh} - P = dP = -mgndh$ olduğuna görə n -miqdarının dəyişməsi (şəkil II.7)

$$\frac{dn}{dh} = -\frac{mg}{kT} n$$

olur. Buradan inteqrallama aparsaq (II.4.32)-u alarıq.

Hidrogen və oksigen qazının sabit temperaturda Yer səthində paylanması (II.4.32) qanuna görə şəkil II.8-dəki kimi olur.



Şəkil II.8. Sıxlığın H_2 və O_2 paylanması ($T = \text{const}$).

Çox yüksəklikdə xəlif yüngül qazlar yerləşir və başqa qazların miqdarı çox az olur. Bolsman paylanmasında sıxlıq

$$n = \text{const} \cdot e^{-\frac{1}{kT} \sum_{ij} V(r_{ij})}$$

$$n = \text{const} \cdot e^{-\frac{\text{pot.ener.}}{kT}}$$

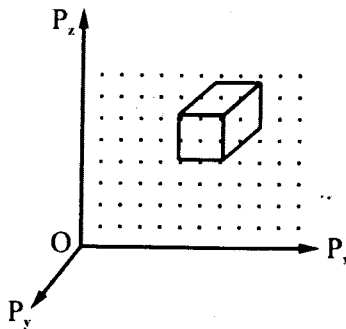
olur. Bu qanun statistik mexanikanın əsas prinsiplərindən biri-

sidir.

Maksvell və Boltsman paylanması statistik fizikada xüsusi hallarda keçərli olur. Statistik fizikada koordinat və impulsun dəqiq qiyməti əvəzinə müəyyən mikrosipistik hallarda olma ehtimalları təyin olunur. Yəni bütün molekulların koordinat-impulsu müəyyənləşir.

Əgər təsir etməyən zərrəciklər sistemi varsa, buna *Qibbs ansabılı* deyilir. Qibbs ansabılı faza fəzasında nöqtə ilə göstərilə bilər.

Əgər n zərrəciklərin saydırsa, onda faza fəzasında onun vəziyyəti $6n$ (üçü koodinat, üçü də impuls) x, y, z və P_x, P_y, P_z nöqtə ilə göstərə bilərik. Bu koordinatlar qarşılıqlı perpendikulyar olur və onlarla $\{x, y, z, P_x, P_y, P_z\}$ təyin olunan fəza *faza fəzası* adlanır. Deməli, hər bir Qibbs ansabılı faza fəzasında nöqtə ilə təsvir olunur (şəkil II.9).



Şəkil II.9. Faza fəzası

Faza fəzası $\Delta q \Delta p$ ilə göstərilir. ΔN – faza fəzasında ümumiləşmiş koordinatları q ilə $q + \Delta q$ arasında və ümumiləşmiş impulsları p ilə $p + \Delta p$ arasında olan zərrəciklərin sayı, N isə ümumi saydırsa, onda molekulun koordinat və impuls alması ehtimalı

$$\Delta W = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\Delta N}{N}$$

ilə təyin olunur. $\Delta q \Delta p$ faza həcmində olması ehtimalı paylanma funksiyası $f(q, p)$ ilə $\Delta W = f(q, p) \Delta q \Delta p$ kimi təyin olunur. Sistemin istənilən halda olma ehtimalı vahid olduğu üçün

$$\int f(q, p) dq dp = 1$$

olar. Burada $f(q, p)$ – paylanma funksiyasının zamana görə orta qiyməti Qibbs ansabılıının statistik orta qiyməti ilə əvəz edilərək tapılır.

§ II.5. Statistik fizikanın əsasları

Hamilton formalizmində ixtiyari konservativ sistemin mexaniki hərəkəti

$$\frac{dq_k}{dt} = \dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}, \quad \frac{dp_k}{dt} = \dot{p}_k = -\frac{\partial H}{\partial q_k} \quad (\text{II.5.1})$$

ümumiləşmiş q_k, p_k dəyişənləri ilə təyin olunur. Burada

$$H = H(q, p) = H(q_1, q_2, \dots, q_n; p_1, p_2, \dots, p_n)$$

sistemin Hamilton funksiyasıdır və o, tam enerjini xarakterizə edir. Hamilton funksiyası Lagranj funksiyası ilə

$$H = \sum_{R=1}^n p_k \dot{q}_k - L \quad (\text{II.5.2})$$

şəklində əlaqəyə malikdir.

H funksiyası kinetik enerji ilə ($K(q, p)$) potensial enerjinin ($U(q)$) cəminə bərabərdir:

$$H = K(q, p) + U(q) \quad (\text{II.5.3})$$

Deməli, maqnit sahəsi olmayanda Hamilton funksiyası qeyri-relyativistik halda $K + U$ cəmi olur.

Sadəlik üçün kütləsi $m = 1$ olan xətti ossilyatorun Hamilton funksiyası

$$H = \frac{1}{2}(p^2 + \omega^2 q^2) \quad (\text{II.5.4})$$

olur. Buna görə (II.5.1)-dən

$$\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p} = P$$

$$\dot{p} = \frac{\partial H}{\partial q} = -\omega^2 q$$

alarıq və inteqralı

$$q = q^0 \cos \omega t + \frac{p^0}{\omega} \sin \omega t \quad (\text{II.5.5})$$

$$p = -\omega q^0 \sin \omega t + p^0 \cos \omega t$$

olar. Ona görə (II.5.4)-dən

$$2H = p^2 + \omega^2 q^2 = 2E$$

alınar.

p və q -nün zamandan asılılığı

$$\frac{1}{\omega} \arccos \frac{\omega q}{\sqrt{p^2 + \omega^2 q^2}} = t + \beta \quad (\text{II.5.6})$$

olar. Yəni ossilyatorun halı (q, p) fəzasında nöqtə ilə təsvir olunur.

Enerji tənliyi k -qədər zərrəciyin Hamilton funksiyasına

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (p_k^2 + \omega_k^2 q_k^2)$$

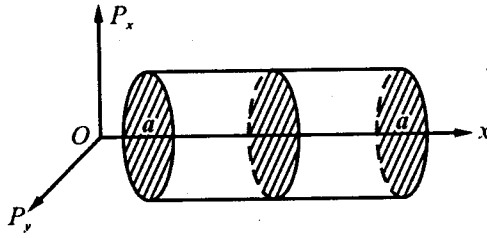
uyğun olaraq

$$\sum_{k=1}^n (p_k^2 + \omega_k^2 q_k^2) = 2E \quad (\text{II.5.7})$$

olur. Bu tənlik $2n$ -ölçülü ellipsoid yarımxoxlu

$$a_k = \sqrt{2E}, b_k = \frac{\sqrt{2E}}{\omega_k} \quad (\text{II.5.8})$$

silindrik çənə bənzəyir (şəkil II.10). Enerji bu silindrik çənin (fıçının) səthində paylanır.



Şəkil II.10. (x, p_x, p_y) fəzasında enerji səthi

Faza fəzasında (q, p) Liuvill teoremi adlı teorem mövcuddur. Verilmiş anda $2n$ -ölçülü faza fəzasının qiyməti hərəkət zamanı dəyişməz qalır. Bu teoremin riyazi ifadəsini yazırıq.

Faza fəzasında $t=0$ anında (q, p) fəzasında $q^0, p^0 \rightarrow q, p$ -yə keçər q^0 və p^0 -dən x, y -ə keçid $x = q^0, y = \frac{p^0}{m}$ olur.

x, y -lər x', y' -ə

$$x' = x \cos \varphi + y \sin \varphi, \varphi = \omega t \quad (\text{II.5.9})$$

$$y' = x \sin \varphi + y \cos \varphi$$

keçid zamanı dönmə hesabına $\varphi = \omega t$ bucağı qədər fırlanır.

Qısalma hesabına $x^0, y^0 \rightarrow q, p$ -yə keçər:

$$q = x', p = \omega y'$$

və $t=0$ anında başlanğıc G_0 oblastında olan sistem $t \neq 0$ anında G_1 -də olur. Yəni

$$G_0 = \iint dq^0 dp^0, \quad (\text{II.5.10})$$

$t=0$ anında faza oblastı

$$dq^0 dp^0 = G_0 dq_1^0 dq_2^0 \dots dq_n^0 dp_1^0 dp_2^0 \dots dp_n^0$$

olursa, $dqdp$ faza oblastında

$$G_1 = \iint_{G_1} dqdp \quad (\text{II.5.11})$$

olacaq və

$$G_1 = G_0 \quad (\text{II.5.12})$$

olmalıdır. Bu da Liuvill teoreminin ümumi ifadəsidir.

Deməli, $2n$ -ölçülü həcm müəyyən anda hərəkət zamanı öz şəklini dəyişməz ($L.t$).

Faza nöqtələrinin sürəti (\dot{q}_k, \dot{p}_k)

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \dot{q}_k}{\partial q_k} + \frac{\partial \dot{p}_k}{\partial p_k} \right) = \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{\partial}{\partial q_k} \frac{\partial H}{\partial p_k} + \frac{\partial}{\partial p_k} \left(-\frac{\partial H}{\partial q_k} \right) \right\} = 0 \quad (\text{II.5.13})$$

dəyişməz qalır.

Faza fəzasının nöqtələri

$$q_k = x_n, p_k = x_{n+k}$$

olarsa, (II.5.13) tənliyi

$$\sum_{k=1}^{2n} \frac{\partial \dot{x}_k}{\partial x_k}$$

kimi yazılar. Yəni $2n$ -ölçülü divergensiya sıfır olur, faza nöqtələrinə gələn nöqtələrin miqdarı aradan çıxan nöqtələrin sayı ilə eyni olur.

m və M kütləli iki şarın elastiki toqquşmasında, toqquşmadan öncə p_1, P'_{-1} , və sonra p_2, P'_{-2} olan impulsar arasında korunma şərti

$$p_1 + P'_{-1} = p_2 + P'_{-2} \quad (\text{II.5.15})$$

və eləcə də enerjilər

$$\frac{p_1}{m} + \frac{P'_{-1}}{M} = \frac{p_2}{m} + \frac{P'_{-2}}{M} \quad (\text{II.5.16})$$

arasında saxlanma qanunu yazılar. Toqquşma zamanı və toqquşmadan sonra $q^0 = q$ və $Q^0 = Q$ olar. Onda faza həcmində

$$\iint dq dQ = \iint dq^0 dQ^0$$

bərabərliyi ödəner və

$$\iint dp_1^0 dP_1^0 = \iint dp_2^0 dP_2^0$$

yazılar. Əgər

$$p_1 = \sqrt{m}x^0$$

$$P_1 = \sqrt{m}y^0$$
(II.5.17)

olarsa,

$$\left. \begin{aligned} x_0^0 + y_0^0 &= x_0 + y_0 \\ \sqrt{m}x^0 + \sqrt{m}y^0 &= \sqrt{m}x + \sqrt{m}y \end{aligned} \right\}$$

olur.

x, y -dən p_2 və P_2 -yə keçid

$$x = \frac{P_2}{\sqrt{m}}, \quad y = \frac{P_2}{\sqrt{m}}$$
(II.5.18)

şeklində mümkündür. Bu çevirmələrdə istənilən sahə dəyişməz qalır ki, bu da Liuvill teoreminin ödənməsi deməkdir.

§ II.6. Ehtimalın fiziki anlamı

Statistik fizikada ehtimal nəzəriyyəsinin əsaslarından istifadə olunur. x_1, x_2, \dots, x_n dəyişənlərinin funksiyası olan $W(x)$ x qiymətini alma ehtimalı və

$$W = \sum_{i=1}^n W(x_i) = 1$$
(II.6.1)

Əgər x_1 qiyməti n_1 dəfə, x_2 qiyməti n_2 dəfə, x_k qiyməti n_k dəfə alınarsa, x -in orta qiyməti

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n}$$

olur. Onda

$$\bar{x} = \sum x_k \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_k}{n}$$

yazılar. Burada

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_k}{n} = W(x)$$
(II.6.2)

ifadəsi x_k qiymətinin ehtimalını göstərir.

Əgər X' və X'' iki müxtəlif qiymətlər çoxluğu varsa (X' çoxluğu $x_{q_1}, x_{q_2}, \dots, x_{q_r}$ -lərlə, X'' çoxluğu isə $x_{p_1}, x_{p_2}, \dots, x_{p_k}$ -lərlə təyin olunur), onda

$$W(X) = W(X') + W(X'') \quad (\text{II.6.3})$$

və bu ehtimalların cəmi olar.

İndi əgər ehtimal iki dəyişən x, y -dən asılıdırsa və x x_1, x_2, \dots, x_n qiymətlərini, y isə y_1, y_2, \dots, y_n qiymətlərini alırsa, onda

$$W(x, y) = \sum_{i=1, k=1}^{i=n, k=m} W(x_i, y_k) = 1 \quad (\text{II.6.4})$$

yazmaq olar və $W(x, y)$ ehtimalı x, y dəyərlər almaq ehtimalı adlanır.

$G(x_1, x_2, \dots, x_n; y_1, y_2, \dots, y_k)$ çoxluğun ehtimalı

$$W(G) = \sum_{i=1, k=1}^{i=n, k=m} W(x_i, y_k) \quad (\text{II.6.5})$$

x_i, y_k dəyərini alar. Əgər $G = G' + G''$ olursa,

$$W(G) = W(G') + W(G'')$$

yazılar. Bu zaman x qiymətini alma ehtimalı

$$W_1(x) = \sum_{i=1}^k W(x_i, y_i) \quad (\text{II.6.6})$$

olar. Onda y alma ehtimalı

$$W_x(y) = \frac{W(x, y)}{W_1(x)} \quad (\text{II.6.7})$$

alar.

Əgər $W_x(y)$ x -dən asılı deyilsə, onda x və y statistik asılı olmayan dəyişənlər olur və

$$W(x, y) = W_1(x)W_2(y)$$

olar.

Sistem xarici (cisimə görə xarici əlaqə) və daxili (zərrəciyin

koordinat və sürətindən asılı olan) parametrləri ilə xarakterizə olunur və burada ehtimal anlayışı mühüm rol oynayır.

Termodinamik tarazlıq halında bütün daxili parametrlər yalnız xarici parametrlərdən və temperaturdan asılı olur və ya tarazlıqda enerjinin müəyyən qiymətində daxili parametrlər xarici parametrlərin funksiyası olur.

§II.7. Klassik statistikada mikrokanonik paylanma

Qaz molekulların qabın divarlarına təsiri onların hərəkəti ilə əlaqədar olaraq zaman keçdikcə dəyişir və flüktasiyalar baş verir.

Əgər bir təzyiqin tarazlıq vəziyyətindəki qiymətini tapırıqsa, sonsuz zaman müddətində təzyiqin orta qiymətini qəbul etmək lazımdır.

Ona görə söyləyə bilərik ki, *istənilən daxili parametr sonsuz zaman müddətində bu parametrin orta qiymətinin koordinat və sürət funksiyasına bərabərdir.*

Bu parametrlər termodinamik tarazlığı xarakterizə edirlər.

Yeni orta qiymət

$$\bar{F} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T F(q, p) dt \quad (\text{II.7.1})$$

hal funksiyası üçün yazılır. Bu hal funksiyası $F(q, p)$ ehtimallı paylanmasını təyin edir.

Faza fəzasında ehtimallı paylanma

$$dW = W(q_1, q_2, \dots, q_n; p_1, p_2, \dots, p_n) dq_1, \dots, dq_n, dp_1, \dots, dp_n$$

və ya qısaca

$$dW = W(x) dx \quad (\text{II.7.2})$$

kimi olar. Yəni, (II.7.2) ehtimalı koordinatı və impulsı $q_1 + dq_1, q_2 + dq_2, \dots, q_n + dq_n; p_1 + dp_1, p_2 + dp_2, \dots, p_n + dp_n$ fəzada olmasının göstərir, $W(x)$ isə bu fəzadakı ehtimal sıxlığını göstərmiş olar. Ehtimal sıxlığı izolə olmuş sistemlər üçün mikrokanonik paylanma ilə təmsil olunur. Ehtimal sıxlığı sonsuz kiçik təbə-

qədə sıfırdan fərqli olarsa, yəni enerjisi $H(x) = E$ və $H(x) = E + \Delta E$ (sistemin enerjisidir) olarsa və hər yerdə sıfırdırsa, belə paylanma *mikrokanonik paylanma* adlanır. Mikrokanonik paylanmada ehtimal sıxlığı

$$W = c \quad E < H(x) < E + \Delta E \quad (\text{II.7.3})$$

$$W = 0 \quad H(x) < E \text{ və } H(x) > E + \Delta E$$

olar və sonda $\Delta E \rightarrow 0$ götürülür. Onda sistem x halında müəyyən E enerji qiymətini alır. Bu halda mikrokanonik paylanmada ehtimal

$$dW = W(x)dx = c\delta(H(x) - E)dx$$

olacaq. Tam ehtimal isə

$$\int W(x)dx = 1$$

və ya

$$c \int \delta(H(x) - E)dx = 1$$

olar.

Dirakın δ -funksiyasının xassəsinə görə

$$\int \delta(x)dx = 1,$$

$$\int f(x)\delta(x - x')dx = f(x')$$

($x \neq 0$ olanda $\delta(x) = 0$) olar və $H(x) = \varepsilon + d\varepsilon$ qiymətini alması

$$c \int \delta(\varepsilon - E)V(\varepsilon)d\varepsilon = 1$$

olar. δ -funksiyanın xassəsinə görə

$$\int \delta(\varepsilon - E)d\varepsilon = 1$$

olarsa,

$$cV(\varepsilon) = 1 \quad \text{və ya} \quad c = \frac{1}{V(\varepsilon)} \quad (\text{II.7.4})$$

alınar.

Statistik fizikada molekulların paylanması Maksvell, Bol-

sman və Hibbs paylanmaları ilə xarakterizə olunur. Maksvell paylanmasında statistik ortalamaya impulsa görə \bar{p} ilə $\bar{p} + d\bar{p}$ impulsu arasında zərrəciklərin sayı

$$\Delta n(p) = \frac{n}{\sqrt{(2m\pi kT)^3}} e^{-\frac{p^2}{2mkT}} \Delta p$$

-dır.

Bolsman paylanmasında paylanma funksiyası impulsa və koordinata görə ortalamada

$$f(\bar{p}, r) = Ae^{-\frac{p^2/2m + V(T)}{2mkT}} \quad (\text{II.7.6})$$

funksiyasına uyğun gəlir.

Hibbs paylanmasında zərrəciyin koordinatı və sürəti ideal qazdakı koordinat və sürətə uyğun gələn qarşılıqlı təsirdə olmayan paylanma olar.

Sistemin koordinat və impulsu müəyyən qiymət alır və ehtimal Hamilton funksiyasından asılı olur.

İstilik hərəkətinin $H(q, p)$ enerjisinin orta qiyməti

$$f(q, p) = A(T)e^{-\frac{H(p,q)}{kT}} \quad (\text{II.7.7})$$

paylanma funksiyası ilə təyin olunur.

İstənilən sistemin zamana görə orta qiyməti mikrokanonik paylanmanın statistik orta qiymətinə bərabərdir. Yəni

$$\bar{F} = f_F(E) \quad (\text{II.7.8})$$

olur. Belə sistemlərə *erqodik sistemlər* deyilir. Liuvill teoreminə görə $x = dx_0$ olar və

$$\bar{F} = f_F(E) \int W_E(x_0) dx_0 = f_E(F) = \tilde{F}. \quad (\text{II.7.9})$$

Yəni ixtiyari fiziki kəmiyyətin statistik orta qiyməti zamana görə orta qiymətlə eyni olur.

Hamilton funksiyası H maddənin quruluşundan, molekullar və atomlar arasında təsir edən qüvvədən asılıdır. $H(q, p)$ sistemin bütün zərrəciklərinin kinetik və potensial enerjilərinin cəmi olaraq

$$H(q, p) = \sum_{k=1}^{3n} \left(\frac{p_k^2}{2m_k} \right) + V(q_1, q_2, \dots, q_{3n}) \quad (\text{II.7.10})$$

müəyyənləşir. p_k və m_k k -nıncı zərrəciyin impulsu və kütləsidir. q_{3n} $3n$ -ci zərrəciyin koordinatıdır.

Potensial enerjinin orta qiyməti

$$U = \bar{H} = \int H(q, p) f(q, p) dq dp \quad (\text{II.7.11})$$

təyin olunur.

(II.7.7) çoxlu sayda zərrəciklərdən asılı olduğu halda, (II.7.6) Bolsman paylanması bir zərrəciyin 3 koordinatından və 3 impulsundan asılı olur.

(II.1.3)-ə görə entropiya paylanma funksiyasının orta qiyməti ilə

$$S = -k \langle \ln f(q, p) \rangle$$

təyin olunur və temperatur artıqca, entropiya artır, zərrəciklər nizamsız hərəkət edirlər.

Statistik qanunlara görə:

1. Sistem verilən istilik + sistem üzərində görülən iş sistemin daxili enerjisinin artmasına sərf olunur

$$dQ + dA = dU \quad (\text{I qanun})$$

2. Görülən iş $Q_1(T_1)$ istiliyi ilə $Q_2(T_2)$ istiliyi fərqinə bərabərdir

$$A = Q_1 - Q_2 = Q_1 \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1} \right) \quad (\text{II qanun})$$

3. Sistemdən ayrılan istilik miqdarı T temperaturunda

$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$ entropiya qədər artır. $T = 0$ olanda entropiya sıfır

olur (III qanun).

Dönməzlik tam entropiyanın artması istiqamətində olur.

Entropiya

$$TdS = dE + A_1 da_1 + \dots + A_n da_n$$

ifadəsindən tapılır. a_n -lər parametr, A_n isə tarazlıqda olan

qüvvələrdi.

Sistemin sərbəst halının enerjisi (*sərbəst enerji*)

$$E_s = E - TS$$

şəklində təyin olunur. Buradan

$$dE_s = \frac{E_s - E}{T} dT - A_1 da_1 - \dots - A_n da_n$$

yazırıq. Yəni

$$T \frac{\partial E_s}{\partial T} = E_s - E \quad (\text{II.7.12})$$

bərabərdir. Onda ehtimalların toplanma qaydasına əsasən

$$W_1(Y)dY = dY \int e^{\frac{E_s - H}{kT}} dz = \int e^{\frac{E_s - H_2(z)}{\theta}} dz dY e^{\frac{H_1(V)}{\theta}} = e^{\frac{E_s - H_1}{\theta}} dY$$

$$W_2(Y)dY = e^{\frac{E_s - H_1}{kT}} dY \quad (\text{II.7.13})$$

$$W_2(z)dz = e^{\frac{E_s - H_2}{kT}} dz$$

yazılar.

A_n -ləri $A_n = \frac{\partial U}{\partial a_n}$ və ya $A_n = \frac{\partial H}{\partial a_n}$ yazıb, enerjinin orta

qiymətini

$$\bar{E} = \int H dW = \int H(x, a) e^{\frac{E_s - H}{\theta}} dx$$

$$\bar{A}_n = \int A_n dW = - \int \frac{\partial H}{\partial a_n} e^{\frac{E_s - H}{\theta}} dx$$

götürə bilərik.

$$- \frac{\partial H}{\partial a_n} e^{\frac{E_s - H}{\theta}} = \theta e^{\frac{E_s}{\theta}} \frac{\partial}{\partial a_n} e^{-\frac{H}{\theta}}$$

yazaraq.

$$\bar{A}_n = \theta e^{\frac{E_s}{\theta}} \frac{\partial}{\partial a_n} \int e^{-\frac{H}{\theta}} dx$$

ifadə olunur.

$$e^{-\frac{E_s}{\theta}} = \int e^{-\frac{H}{\theta}} dx \quad (\text{II.7.14})$$

şərtinə əsasən

$$\bar{A}_n = \theta e^{-\frac{E_s}{\theta}} \frac{\partial}{\partial a_n} e^{-\frac{E_s}{\theta}} = -\frac{\partial E_s}{\partial a_n} \quad (\text{II.7.15})$$

alırıq.

Eyni yolla

$$He^{-\frac{E_s-H}{\theta}} = \theta^2 e^{-\frac{E_s}{\theta}} \frac{\partial}{\partial \theta} e^{-\frac{H}{\theta}}$$

yazarıq. Bu şərtlərə görə

$$\bar{E} = \int He^{-\frac{E_s-H}{\theta}} dx = e^{-\frac{E_s}{\theta}} \theta^2 \frac{\partial}{\partial \theta} \int e^{-\frac{H}{\theta}} dx = \theta^2 e^{-\frac{E_s}{\theta}} \frac{\partial}{\partial \theta} e^{-\frac{E_s}{\theta}}$$

olur. Buradan

$$\bar{E} = E_s - \theta \frac{\partial E_s}{\partial \theta} \quad (\text{II.7.15}')$$

alırıq.

$$d\bar{E} = -\theta d\left(\frac{\partial}{\partial \theta}\right)$$

$\theta = kT$ ($k = 1,96 \cdot 10^{-16}$ *erq/grad*) olduğu üçün

$$\frac{\partial E_s}{\partial \theta} = -\frac{S}{k}$$

yazarıq və

$$E_s = \bar{E} - TS \quad (\text{II.7.16})$$

alırıq.

(II.7.14) ifadəsinə əsaslanaraq, (II.7.16)-n sərbəst enerji üçün

$$E_s = -\theta \ln \int e^{-\frac{H(x)}{\theta}} dx \quad (\text{II.7.17})$$

olar. Əgər

$$z = \int e^{-\frac{H}{kT}} dx \quad (\text{II.7.18})$$

və işarəsini qəbul etsək,

$$H = \frac{1}{2m} \sum_{k=1}^N p_k^2 + \sum_{k=1}^N U_k(x, y, z)$$

olanda,

$$z = \int e^{-\frac{\sum U_k(x,y,z)}{kT}} dx_1 dy_1 dz_1 \dots dx_N dy_N dz_N \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\sum p_k}{2mkT}} dp_1 \dots \int dp_N e^{-\frac{\sum p_k^2}{2mkT}}$$

alarıq.

Koordinatlara görə inteqrallar daxili nöqtədə $U = 0$, divar ətrafında isə U artır və $e^{-\frac{U}{kT}} \rightarrow 0$ olur. Ona görə

$$\iiint e^{-\frac{\sum U_k(x,y,z)}{kT}} = \iiint_V dx_k dy_k dz_k = V$$

(V -qabın həcmidir) olar. Hər bir $\int e^{-\frac{p_{1x}^2}{2mkT}} dp_{1x}$ inteqral

$$\sqrt{2mrT} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\xi^2} d\xi = \sqrt{2\pi mkT}$$

bərabər olar.

Ona bağlılıqlı z -in qiymətinə (II.7.16)-dan

$$z = V^N (2\pi mrT)^{\frac{3N}{2}} \quad (\text{II.7.19})$$

tapırıq. Bir zərrəcik üçün

$$z_1 = V(2\pi mrT)^{\frac{3}{2}}$$

olur.

(II.7.15) ifadəsinə görə

$$\bar{P} = -\frac{\partial \psi}{\partial V} = \frac{NkT}{V} \quad (\text{II.7.20})$$

alınır və (II.7.15')-a görə

$$\bar{E} = \psi - kT \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \frac{3NkT}{2}$$

olar.

(II.7.20)-un birincisindən

$$NkT = RT$$

alarıq.

Əgər $\theta = kT$ işarəsi qəbul etsək və N -Avaqadro ədədi $= 6,06 \cdot 10^{23}$ olduğunu qəbul etsək,

$$\theta = \frac{RT}{N} = kT,$$

$$\theta = kTN. \quad (\text{II.7.21})$$

$k = \frac{R}{T} = 1,36 \cdot 10^{-16}$ erq/qrad – Bolsman sabitidir.

Sabit həcmdə qazın istilik tutumu üçün

$$C_v = \frac{\partial \bar{E}}{\partial T} = \frac{3Nk}{2} = \frac{3}{2}R \text{ və ya } C_v = \frac{3}{2}R \quad (\text{II.7.22})$$

alarıq.

Maksvell paylanmasına görə ehtimal

$$dW = \frac{1}{V} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{kT}} \quad (\text{II.7.23})$$

-dır.

Sürətlərin Maksvell paylanmasına görə zərrəciyin sürətinin v ilə $v + dv$ arasında olma ehtimalı

$$dW(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv = F(v) dv \quad (\text{II.7.24})$$

olar. Bu ifadəyə əsasən v sürətə görə paylanması şəkil II.11-də göstərilir.

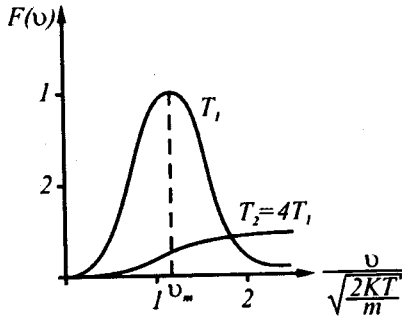
Ehtimal sıxlığı öncə artır və $v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$ qiymətində

maksimuma çatır, sonra isə azalır. $T_2 = 4T_1$ qiymətində $F(v)$ -nin mənzərəsi tamamilə dəyişir. Orta kvadratik sürət (şəkil II.11)

$$\overline{v^2} = \int_0^{\infty} v^2 dW(v) = \frac{\int_0^{\infty} v^4 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv}{\int_0^{\infty} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv} = \frac{3kT}{m}$$

olur. Yəni

$$\overline{v^2} = \frac{3kT}{m} = \frac{3}{2} v_m^2. \quad (\text{II.7.25})$$



Şəkil II.11. Sürətə görə $F(v)$ paylanmasının qrafiki.

Kvadratik orta sürət $F(v)$ -nin maksimum qiymətinə uyğun gəlir.

Sürətin ifadəsindən

$$a = \sqrt{\frac{C_p RT}{C_v M}}$$

işarəsi qəbul etsək,

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{2C_v}{C_p} a}$$

yazılar. $\frac{C_p}{C_v} = 1,66$ olduğu üçün isə

$$\sqrt{v^2} = \frac{3a}{\sqrt{5}} = 1,34a$$

alarıq. Bu orta kvadratik sürət olur.

§II.8. Qazların və bərk cisimlərin istilik tutumu

Statistik fizikada qazlar və bərk cisimlərin istilik tutumları üçün səmərəli nəticə almaq mümkündür.

Məlumdur ki, Maksvell-Boltsman paylanmasına görə dx_1 halında olan zərrəciklərin sayı

$$d\bar{n} = \text{const} N e^{-\frac{H}{kT}} dx \quad (\text{II.8.1})$$

-dir. Onda zərrəciklərin sıxlığını yazıb bilərik

$$v = \frac{d\bar{n}}{dx dy dz} \quad (\text{II.8.2})$$

olar.

Sabit həcimdə istilik tutumu biratomlu qazlar

$$C_v = \frac{3kN}{2} = \frac{3}{2} R \quad (\text{II.8.3})$$

üçün olur.

N molekulu biratomlu qazın kinetik enerjinin orta qiyməti

$$\bar{E} = \frac{3NkT}{2} = \frac{3}{2} RT \quad (\text{II.8.4})$$

olar. Buradan 1 molun istilik tutumu $\frac{3}{2} R$ -di və $3 \frac{\text{k calor}}{\text{dərəcə}}$

olduğuna görə $R = 1,98 \frac{\text{k calor}}{\text{dərəcə}}$ olacaq.

Sabit təzyiqdə qazın istilik tutumu

$$C_p = C_v + R$$

olduğu üçün

$$\frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v} = \frac{5}{3} = 1,666$$

olar. Ona görə bəzi qazların istilik tutumları üçün

$$\text{He} : \frac{C_p}{C_v} = 1,660, T = 290^\circ \quad \text{və} \quad T = 98^\circ \text{-də } 1,673 ;$$

$$\text{Ne} : \frac{C_p}{C_v} = 1,64, T = 292^\circ \text{-də};$$

$$\text{Ar} : \frac{C_p}{C_v} = 1,65, T = 288^\circ \text{-də};$$

$$\text{H}_2 : \frac{C_p}{C_v} = 1,41, T = 280^\circ \text{-də};$$

$$\text{O}_2 : \frac{C_p}{C_v} = 1,40, T = 29^\circ \text{-də};$$

$$\text{CH}_4 : \frac{C_p}{C_v} = 1,32, T = 1,32^\circ \text{-də}$$

olur. Kinetik enerji isə

$$\bar{E} = \frac{\nu NkT}{2} \quad (\text{II.8.5})$$

olacaq. Onda

$$C_v = \frac{\partial \bar{E}}{\partial T} = \frac{\nu Nk}{2} = \frac{\nu k}{2}$$

alırıq. Buradan

$$C_p = C_v + R = \left(\frac{\nu}{2} + 1 \right) R$$

$$\frac{C_p}{C_v} = \frac{\nu + 2}{\nu} \quad (\text{II.8.6})$$

alınar.

İstilik tutumlarının nisbəti molekulun sərbəstlik dərəcəsi artıqca azalır və bu nəticə təcrübədə təsdiqlənir.

Məlumdur ki, kristal quruluşda molekullar adi otaq temperaturunda özlərinin tarazlıq vəziyyətləri ətrafında rəqsi hərəkətdə olurlar. Maddənin temperaturu artıqca, bu rəqslərin

amplitudu və sürəti artır. Maddənin 1 qram molunda $6,02 \cdot 10^{23}$ molekula olur ki, onu 1° temperatúra qədər qızdırmaq üçün lazım olan enerji miqdarına *molyar istilik tutumu* deyilir. Bu enerji istilik hərəkətinin rəqs hərəkəti qisminin artımına sərf olunur.

Hər bir fəza hərəkətini molekulun üç perpendikulyar istiqamətdə rəqsi hərəkət kimi təssəvür edə bilərik. Yəni molekulun hərəkətinə tarazlıq ətrafında rəqs edən ossilyator kimi qəbul edirik.

Ona görə hər molekula üç xətti ossilyatorun cəmi kimi baxa bilərik. Ossilyatorun orta enerjisi hər sərbəstlik dərəcəsi üçün kT olar və tam enerji bir atoma $3kT$ uyğun gələr. Bütün kristalın

(n qədər atom) daxili enerjisi

$$U = 3nkT \quad (\text{II.8.7})$$

alınır.

istilik müvazinatında harmonik ossilyatorun orta enerjisi

$$\varepsilon_n = n\varepsilon_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{II.8.8})$$

olacaq.

Əgər sistemdə N zərrəcik varsa, onda statistik mexanikaya görə N_n zərrəcik

$$N_n = N \frac{e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}}{\sum_n e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}}$$

orta hesabla ε_n enerjisini alır. Onda da sistemin tam enerjisi

$$E = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n N_n = N \sum_n \frac{\varepsilon_n e^{-\varepsilon_n/kT}}{e^{-\varepsilon_n/kT}}$$

olar. Bir zərrəciyin enerjisi isə

$$\bar{\varepsilon} = \frac{E}{N} = \sum_n \frac{\varepsilon_n e^{-\varepsilon_n/kT}}{e^{-\varepsilon_n/kT}} \quad (\text{II.8.9})$$

olacaq. Burada $y = -\frac{1}{kT}$ işarəsi qəbul etsək, (II.8.8)-u (II.8.9)-

da yerinə yazsaq, (II.8.10)-u

$$\bar{\epsilon} = \frac{d}{dy} \ln \sum_{n=0}^{\infty} e^{y\epsilon_n} = \frac{d}{dy} \ln \sum_{n=0}^{\infty} (e^{y\epsilon_n})^n$$

yaza bilərik. $e^{y\epsilon_0}$ həndəsi silsilə olduğuna görə onun cəmi

$$\sum_{n=0}^{\infty} (e^{y\epsilon_0})^n = 1 + e^{y\epsilon_0} + (e^{y\epsilon_0})^2 + \dots = \frac{1}{1 - e^{y\epsilon_0}}$$

kimi yazılar. Bu ifadəni yerinə yazsaq

$$\bar{\epsilon} = \frac{\epsilon_0}{e^{\frac{\epsilon_0}{kT}} - 1}$$

alırıq.

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \dots$$

sırasından istifadə edəriksə,

$$\bar{\epsilon} = \frac{\epsilon_0}{e^{\frac{\epsilon_0}{kT}} - 1} = \frac{\epsilon_0}{\left(1 + \frac{\epsilon_0}{kT} + \frac{\epsilon_0^2}{2k^2T^2} + \dots\right) - 1} = \frac{kT}{1 + \frac{\epsilon_0}{2kT} + \dots}$$

yazıb, $\bar{\epsilon}$ üçün

$$\bar{\epsilon} = kT \quad (\text{II.8.10})$$

ifadəsini tapırıq. Xüsusi istilik tutumu, sabit həcmdə (II.8.8)-ə əsasən

$$C_v = \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial T} = 3nk,$$

yəni kristalın daxili enerjisi yazılar

$$\bar{\epsilon} = \frac{kT}{e^{\frac{\epsilon_0}{kT}} - 1} = \frac{3RT_0}{e^{T_0/T} - 1}. \quad (\text{II.8.11})$$

olur. Burada

$$T_0 = \frac{\epsilon_0}{k}, \quad R = L \cdot k = 6,025 \cdot 10^{23} = 1,98 \frac{\text{k calor}}{\text{dərəcə}}$$

-dir. (II.8.11)-ə görə

$$C = \frac{d\bar{E}}{dT} = 3R \left(\frac{T_0}{T} \right)^2 \frac{e^{-T_0/T}}{(1 - e^{-T_0/T})^2}$$

molyar xüsusi istilik tutumu olar.

Aşağı temperaturalarda $T \ll T_0$ olanda xüsusi istilik tutumu

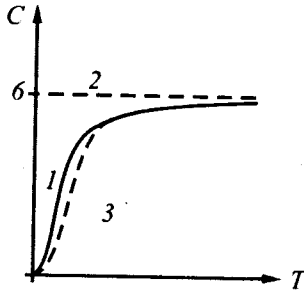
$$C = 3R \left(\frac{T_0}{T} \right)^2 e^{-T_0/T} \quad (\text{II.8.12})$$

olar. Bu ifadəni Eynşteyn tapmışdır. Əgər $T \rightarrow \infty$ qəbul etsək

$$C = \lim_{T \rightarrow \infty} = 3R = 6 \frac{\text{kalori}}{\text{dərəcə}} \quad (\text{II.8.13})$$

Bu da tutum üçün Dülinq-Piti formuludur.

Bərk cismin istilik tutumunun temperaturdan asılılığı şəkil II.12-də göstərilmişdi.



Şəkil II.12. Molyar istilik tutumunun temperaturdan asılılığı. 1 – Təcrübədən alınan; 2 – Dülinq-Piti qanunu; 3 – Eynşteyn qanunu (II.8.12)

Sabit təzyiqdə istilik tutumu

$$C_p = C_v + R$$

$$C_p - C_v = - \frac{T \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)}{\frac{\partial U}{\partial P}}$$

şəklində ifadə oluna bilər. Burada U -daxili enerjidir və

(II.7.11)-lə təyin olur.

Şəkil II.12-dən görüldüyü kimi təcrübəyə yaxın olan asılıq Eynşteyn qanununa uyğun olan asılılıqdı. Yəni molekulalara ossilyator sistemi kimi baxmaqla qeyri-xətti ossilyatorların da rolu özünü biruzə verir və Dülünq-Piti asılılığından fərqli olaraq Eynşteyn qanuna bənzər asılılıq alırıq.

Temperaturun 15^0-100^0 C oblastında bəzi bərk cisimlərin sabit həcmdə xüsusi istilik tutumu

$$\left. \begin{array}{l} B : C_v = 2,84; Pt : 6,11 \\ Al : C_v = 5,51; Au : 5,99 \\ Ca : C_v = 5,60; Pb : 5,94 \\ Ag; C_v = 6,61; U : 6,42 \end{array} \right\} C_v$$

olur. Bərk cismin istilik tutumu azalır və $T \rightarrow 0$ olanda sıfıra yaxınlaşır.

Aydın olur ki, 1 sm^3 -də məxsusi rəqsin tezliyi ω ilə $\omega + \Delta\omega$, arasında sayı

$$\Delta z = \frac{\omega^2 \Delta\omega}{\pi^2 c^2}$$

olur. Bu sayı kT enerjisi uyğun gəlir və istilik şüalanma

$$\Delta u_\omega = \frac{\omega^2 \Delta\omega}{\pi^2 c^3} kT$$

verir.

Məlumdur ki, maddə ilə şüalanma arasında istilik tarazlığı mövcuddu. Bu tarazlığı klassik fizikaya görə izah etmək olmur.

Şüalanmanın enerji sıxlığı sonsuz böyük olur. Bu da heç cürə klassik qanunlarla izah oluna bilmir. Ona görə M.Plank 1900-cü ildə təsirin «kvantlarla (porsiyonlarla)» ötürülməsini qəbul etdi.

Kvantların (porsiyonların) enerjisinin tezliyə mütənəsb olması göz önünə alındı. Planka görə kvantın enerjisi, elektromaqnit dalğasının ω tezliyinə bağlı $\epsilon_0 = \hbar\omega$ olması götürüldü.

Mütənəsblik əmsalı \hbar , enerjinin zamana hasilə olaraq, təsiri

xarakterizə edir və *təsir kvantu* adlanır. $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – *Plank sabiti* deyilir və onun ədədi qiyməti

$$\hbar = 1,06 \cdot 10^{-27} \text{ erq} \cdot \text{san},$$

$$h = 6,66 \cdot 10^{-27} \text{ erq} \cdot \text{san}$$

bərabər olur. Hər bir elektromaqnit dalğası

$$\epsilon_n = nh\nu \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

qəbul olunur. Bütün elektromaqnit sahəsinin enerjisi

$$E = \sum_n \epsilon_n = \sum_n nh\nu = \sum_n n\hbar\omega \quad (\text{II.8.14})$$

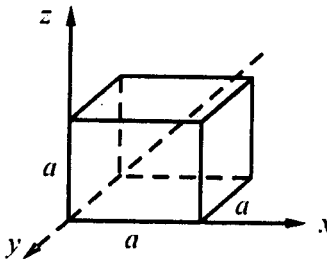
Nəzəri fizikada h əvəzinə çox zaman \hbar -dən istifadə olunur. Məsələn, $\lambda = 550 \text{ m}$ radiostansiyasının buraxdığı foton

$$\nu = \frac{C}{\lambda} = 5 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{san}}, \quad h\nu = 2 \cdot 10^{-9} \text{ eV}$$

enerjiyə malik olur.

Bərk cisimlər (mütləq qara cisim, bütün düşən işığı udan cisim) şüalanma verdikdə, onun intensivliyi ν enerjiyə görə paylanması (spektral paylanma) maddənin materialından asılı olmayıb, cisimin temperaturundan asılıdır.

Mütləq qara cisim olaraq, tərəfində delik olan kubu götürmək olar, çünki delikdən kubun içərisində daxil olan şüalanma kubun divarları tərəfindən tamam ön udula bilər, bu da mütləq qara cisimə uyğun gələr (şəkil II.13).



Şəkil II.13. Mütləq qara cismin modeli

Şüalanma sahəsinin elektrik sahəsinə uyğun qisminin intensivlik vektorununun tabe olduğu dalğa tənliyi

$$\nabla^2 \bar{\varepsilon} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II.8.15})$$

və ya

$$\frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial t^2} = 0$$

olur. Bu tənliyin həlli

$$\varepsilon_x = \sum_n x_n(t) \cos\left(n_x \frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(n_y \frac{\pi y}{a}\right) \sin\left(n_z \frac{\pi z}{a}\right)$$

$$\varepsilon_y = \sum_n y_n(t) \sin\left(n_x \frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(n_y \frac{\pi y}{a}\right) \sin\left(n_z \frac{\pi z}{a}\right)$$

$$\varepsilon_z = \sum_n z_n(t) \sin\left(n_x \frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(n_y \frac{\pi y}{a}\right) \cos\left(n_z \frac{\pi z}{a}\right)$$

yazılar və ya

$$\varepsilon_x = \sum_n \sum_{s=1}^2 r_n^{(s)} e_{n_x}^{(s)} \cos\left(\frac{n_x \pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n_y \pi y}{a}\right) \sin\left(\frac{n_z \pi z}{a}\right)$$

$$\varepsilon_y = \sum_n \sum_{s=1}^2 r_n^{(s)} e_{n_y}^{(s)} \sin\left(\frac{n_x \pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n_y \pi y}{a}\right) \sin\left(\frac{n_z \pi z}{a}\right) \quad (\text{II.7.16})$$

$$\varepsilon_z = \sum_n \sum_{s=1}^2 r_n^{(s)} e_{n_z}^{(s)} \sin\left(\frac{n_x \pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n_y \pi y}{a}\right) \cos\left(\frac{n_z \pi z}{a}\right)$$

Burada

$$\bar{n} \bar{r}_n = n_x r_{n_x} + n_y r_{n_y} + n_z r_{n_z} = 0.$$

\bar{n} və \bar{r}_n vektorları bir-birinə ortoqonaldı. \bar{n} və qarşılıqlı ortoqonal vahid iki $\bar{e}_n^{(1)}$ və $\bar{e}_n^{(2)}$ olarsa,

$$\bar{r}_n = \bar{r}_n^{(1)} \bar{e}_n^{(1)} + \bar{r}_n^{(2)} \bar{e}_n^{(2)}$$

yazarıq. Yəni hər (n_x, n_y, n_z) üç ədədlər üçün iki amplitud uyğun gələrlər və

$$\frac{d^2 r_n^{(s)}}{dt^2} + 4\pi^2 \nu_n^2 r_n^{(s)} = 0 \quad (\text{II.8.17})$$

üçün tənliyi ödəner. Burada (II.8.17) tənliyi harmonik rəqsi hərəkəti xarakterizə edir. Onun həlli

$$r_n^{(s)} = A_n^{(s)} \sin 2\pi \nu_n (t - t_0) \quad (\text{II.8.18})$$

harmonik rəqsdi və zamana görə sinus qanunu ilə rəqs edir.

Məxsusi rəqslərin (modalar) V həcmində sayı

$$z(\nu) = \frac{8\pi V \nu^3}{3 c^3} \quad (\text{II.8.19})$$

olur.

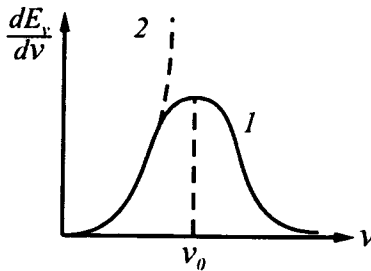
ν ilə $\nu + d\nu$ tezliyi arasında məxsusi tezliklərin sayı

$$dz(\nu) = \frac{8\pi V}{c^3} \nu^2 d\nu \quad (\text{II.8.20})$$

olacaq. Deməli, ν ilə $\nu + d\nu$ intervalında tarazlıq zamanı şüalanmanın enerjisi

$$dE_\nu(T) = \epsilon dz(\nu) = \frac{8\pi V}{c^3} kT \nu^2 d\nu \quad (\text{II.8.21})$$

olar. Bu *Reley-Cins qanunudur*. Spektral paylanmanın tezlikdə asılılığı qrafikini qursaq şəkil II.14-dəki qanuna uyğunluğu alarıq.



Şəkil II.14. Verilmiş temperaturda şüalanmanın xarakteri. 1 – təcrübi paylanma; 2 – Reley-Cins paylanması

II.14 şəkilindən göründüyü kimi kiçik tezliklərdə Reley-Cins paylanması təcrübi asılılığı yaxşı ifadə edir. Böyük tezliklərdə spektral paylanma dE_ν , Reley-Cins paylanmasından kəskin fərqlənir. V həcimdə və T temperaturunda paylanmanın xarakteri nəzərə çarpan dərəcədə Reley-Cins paylanmasından fərqli olur.

(II.8.21)-ni inteqralsaq

$$E(T) = \frac{8\pi V}{c^3} kT \int_0^\infty \nu^2 d\nu \quad (\text{II.8.22})$$

ifadəsinə görə elektromaqnit sahəsinin enerjisi sonsuz qiymət alar. Bu isə saçma (təsadüfi) nəticədi. Bu saçmalığın (absurd) olmaması üçün Plank (II.8.14)-ə əsasən minimal enerjinin $\varepsilon = h\nu$ olmasını qəbul edərək, ossilyatorun ortalama enerjisinin

$$\bar{\varepsilon} = \frac{h\nu}{e^{kT} - 1} \quad (\text{II.8.23})$$

qiymətlər almasını fərz etmişdi.

Klassik ossilyatorun tənliyi

$$m\ddot{x} = -kx, \quad x + \nu^2 x = 0, \quad x = A \cos \omega t$$

$$2\pi\nu = \omega, \quad \omega = \frac{2\pi}{\tau} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \ddot{x} = -A\omega^2 \cos \omega t$$

olur. Burada

$$\nu = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \nu^2 = \frac{k}{m}; k = m\nu^2$$

$$m\ddot{x} = -kx.$$

Təcillə hərəkət edən zərrəcik şüalanma verir və onun tənliyi

$$\frac{2e^2}{3c^3} (\ddot{x})^2 = \frac{e^2 A^2 \omega^4}{3c^3}$$

olar. Bunlara əsasən ossilyatorun enerjisi

$$E_{\text{os}} = \frac{mv^2 A}{2}$$

kəsilməz qiymətlər alar. Onda kinetik və potensial enerji.

$$E = K + V = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$$

$$V = -\int kx dx = \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \cos^2 \omega t$$

$$K = \frac{m\dot{x}^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2 \omega t$$

kəsilməz olar və

$$\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1.$$

Bundan fərqli olaraq (II.8.23) görə şüalanmanın enerjisi

$$dE_v(T) = \frac{8\pi V}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \nu^2 d\nu$$

olar və buradan

$$E(T) = \frac{8\pi V}{c^3} \int_0^\infty \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \nu^2 d\nu$$

yazarıq.

Əgər $x = \frac{h\nu}{kT}$ işarəsi qəbul etsək,

$$E(T) = \frac{8\pi V k^4}{c^3 h^3} T^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

alınar. İnteqralın cavabı

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15} \quad (\text{II.8.24})$$

olduğu üçün

$$E(T) = \frac{8\pi^5 k^4}{15c^3 h^3} VT^4 = a \cdot T^4 V$$

alınar ki, buna *Stefan-Boltsman qanunu* deyilir.

$$E(T) = a \cdot T^4 V \quad (\text{II.8.25})$$

Stefan-Boltsman, Reley-Cins və Vin qanunlarının ətraflı öyrənilməsi, Plankın kvant (porsiya) anlayışından istifadə olunması kvant statistikasına səbəb oldu.

Mükəmməl nəzəriyyə olaraq çoxlu sayda zərrəciklər sisteminin kvant mexanikası qanunlarına tabe olunması gerçəkliyi meydana çıxdı. Yəni kvant statistikasına rəvac verildi.

§ II.9. Kvant statistikasının əsası

Kvant statistikasında koordinatla impuls arasında qeyri müəyyənlik münasibəti olduğuna görə onlar sistemin halını eyni zamanda təyin edə bilməzlər.

Statistik sistemin halı ehtimal olunan enerji səviyyəsinə uyğun gələn dalğa funksiyası ilə təyin olunur.

Digər tərəfdən koordinatın və ya impulsun paylanma ehtimalını tapmaq lazımdı. Sonra isə istənilən fiziki kəmiyyətin koordinat və impulsa görə paylanma qanunun müəyyən etmək gərəkdir.

Böyləcə, kvant statistikasında:

1. Diskret enerjiyə sahib olan sistemin müəyyən dalğa funksiyasının verilməsi,
2. Sistemin koordinat və ya impulsunun paylanma ehtimalının tapılması,
3. İxtiyarı fiziki kəmiyyətin paylanma qanununun axtarılması problemləri öz əksini tapır.

Bu baxımdan fərz edək ki, diskret E_0, E_1, E_2, \dots enerjiyə malik olan sistem termostatadı və sistem ψ dalğa funksiyası ilə xarakterizə olunur.

Sistem müəyyən oblastda cırlaşmamış enerjiyə malikdi və onu termostata qoysaq, onun müəyyən halda olma ehtimalı

$$W_k = e^{-\frac{E_k - E_0}{kT}}$$

ifadəsi ilə verilə bilər. Burada E_k sərbəst haldakı enerji,

E_k - cırılşma olmayandakı enerjidi.

E_c enerjili sistemin ehtimalı normallama səthinə görə

$$\sum_{c=0}^{\infty} W_c = e^{\frac{E}{kT}} \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\frac{E_k}{kT}} = 1$$

Əgər sistemin enerjisi cırılşmış olarsa, enerjinin cırılşmış hallara bir neçə dalğa funksiyası uyğun olarsa, onda ehtimal

$$W_k = e^{-\frac{E_s - E_k}{kT}} \Omega_k \quad (\text{II.9.1})$$

olur və E_c

$$\sum_c e^{-\frac{E_s - E_k}{kT}} \Omega_k = 1$$

şərtindən tapılır.

(II.9.1) ifadəsinə əsasən kvant mexanikasında

$$dW(E) = e^{-\frac{E_s - E_k}{kT}} \Omega(E) dE \quad (\text{II.9.2})$$

yazarıq. Burada $\Omega(E)$ cırılşmanın tərtibini göstərir.

Onda (II.9.2) E_0, E_1, E_2, \dots hallarında olan bütün kəmiyyətlərin orta qiymətini imkanı yaranır.

Fərz etsək ki, koordinatın paylanma ehtimalını tapmaq istəyirik. Halı $\psi_c(q) = \psi_k(q_1, q_2, \dots, q_n)$ dalğa funksiyası ilə xarakterizə olunan sistemin enerjisi E_k olsun. Onda koordinatının q ilə $q_i + dq_i$ intervalında olma ehtimalı

$$W_k(q) dq = \psi_k^*(q) \psi_k(q) dq$$

olar.

Termostatda olan sistemin koordinatın alma ehtimalı

$$W(q) dq = \sum_{c=0}^{\infty} W_c W_k(q) dq = \sum_{c=0}^{\infty} W_c \psi_k^*(q) \psi_k(q) dq$$

olur. Bizim halda W_c ehtimalı

$$W_c = e^{-\frac{E_s - E_k}{kT}} - d_1.$$

Ona görə koordinatın paylanma ehtimalı

$$W(q) dq = \sum_{c=0}^{\infty} e^{-\frac{E_c - E_k}{kT}} \psi_k^*(q) \psi_k(q) dq \quad (\text{II.9.3})$$

alınar.

İxtiyari fiziki kəmiyyətin orta qiyməti kvant mexanikasında

$$F_{kk} = \langle F \rangle = \int \psi_k^*(q) \hat{F} \psi_k(q) dq \quad (\text{II.9.4})$$

yazılır. Burada $\hat{F} \psi_c$ F operatorunun $\psi_c(q)$ funksiyasına təsirini göstərir. q -yə inteqralına sistemin bütün c koordinatlarına görə inteqrallandı. Qəbul etsək ki, sistemin həli $e^{-\frac{E_c - E_k}{kT}}$ kanonik paylanma ilə verilir, onda

$$\bar{F}_{cc} = \sum_{s=0}^{\infty} e^{-\frac{E_s - E_k}{kT}} F_{cc} \quad (\text{II.9.5})$$

Termostatda olan sistemin fiziki kəmiyyətinin F orta qiyməti olar. F_{cc} – kvantmexaniki orta qiyməti, \bar{F}_{cc} isə statistik kəmiyyətin orta qiyməti

$$\sum_{k=0}^{\infty} W_k = e^{\frac{E_k}{\theta}} \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\frac{E_k}{\theta}} = 1$$

§ II.10. Termodinamik funksiyalar

Statistik fizikada, kanonik paylanma ilə tapılan fiziki kəmiyyətin orta qiyməti termodinamik tarazlıq halına uyğun gəlir. Bu orta qiymət zamana görə orta qiymətlə eyni olur. Yəni $\theta = kT$ mütləq temperatur və E_s sərbəst enerjidirsə, onları əks etdirən E, A

$$\bar{E} = \int H dW = \int H(x, a) e^{-\frac{E_s - H}{kT}} dx \quad (\text{II.10.1})$$

$$\bar{A}_n = \int A_n dW = - \int \frac{\partial H}{\partial a_n} e^{-\frac{E_s - H}{kT}} dx$$

(II.7.14') və (II.7.14)-ə görə yazırıq. Ona görə enerjinin orta qiyməti (II.9.5)-ə əsasən (II.7.14')-dən

$$\bar{E} = \sum_{k=0}^{\infty} E_k e^{\frac{E_s - E_k}{\theta}} = e^{\frac{E_s}{\theta}} \theta^2 \frac{\partial}{\partial \theta} \sum_k e^{-\frac{E_k}{\theta}}$$

olur.

$$e^{\frac{E_s}{\theta}} = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\frac{E_k}{\theta}}$$

olduğu üçün enerjinin orta qiyməti

$$\bar{E} = e^{\frac{E_s}{\theta}} \theta^2 \frac{\partial}{\partial \theta} e^{-\frac{E_s}{\theta}} = E_s - \theta \frac{\partial E_s}{\partial \theta} = E_s - kT \frac{\partial E_s}{\partial (kT)} \quad (\text{II.10.2})$$

(II.10.2) tənliyi *Helmholtz-Qibbs tənliyi* adlanır.

(II.10.1) ifadəsində A_k

$$A_n = \sum_k e^{\frac{E_s - E_k}{kT}} (A_n)_{kk} = - \sum_k e^{\frac{E_s - E_k}{kT}} \int \psi_k^*(q) \frac{\partial H}{\partial a_n} \psi_k(q) dq \quad (\text{II.10.3})$$

kimi təyin olunur. Burada

$$\int \psi_k^*(q) \frac{\partial H}{\partial a_n} \psi_k(q) dq = \frac{\partial E_k}{\partial a_n}. \quad (\text{II.10.4})$$

Sərbəst enerji tapılması üçün halların inteqralı z -in təyini kvant statistikasında da

$$z = \sum_k e^{\frac{E_k}{kT}} \quad (\text{II.10.5})$$

olur. Enerji diskret olanda

$$z = \sum_k e^{\frac{E_k}{kT}} \Omega_k$$

olar. Sərbəst enerji hallara bağlı olduğu üçün $e^{\frac{E_s - E_k}{kT}}$ -yə görə

$$E_s = -kT \ln z \quad (\text{II.10.6})$$

olar. Əgər sistemin Hamilton operatoru

$$\hat{H} = \frac{1}{2} (\hat{p}^2 + \omega^2 q^2), \quad \hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial q}$$

olursa, məlumdur ki, ossilyator üçün enerjinin qiyməti

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

bütün hallara görə diskretləşir. Buna uyğun olaraq

$$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}, \quad E_1 = \frac{3\hbar\omega}{2}, \quad E_2 = \frac{5\hbar\omega}{2}$$

və s. alır. Bu enerjili ossilyatorlar T temperaturu sistemində bir qismi olsun. Onda bütün sistem üzrə ossilyatorların kanonik paylanması

$$W_n = e^{\frac{E_n - E_0}{kT}} = e^{\frac{E_n - \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right)}{kT}} \quad (\text{II.10.7})$$

olar. Bu zaman sistemin enerjisinin orta dəyəri

$$\bar{E} = \sum_{n=0}^{\infty} W_n E_n = \sum_{n=0}^{\infty} e^{\frac{E_n - E_0}{kT}} E_n \quad (\text{II.10.8})$$

olacaq. Bu ifadəni hesablamaq üçün öncə

$$z = \sum_n e^{\frac{E_n}{kT}}$$

-ni hallarını hesablayaraq

$$\bar{E} = E_0 (kT)^2 \frac{\partial E_0}{\partial kT} = (kT)^2 \frac{\partial}{\partial kT} \ln z$$

alırıq.

$$z = \sum_{n=0}^{\infty} e^{\frac{E_n}{kT}} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{\frac{\hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right)}{kT}} = e^{\frac{\hbar\omega}{2kT}} \sum_{n=0}^{\infty} e^{\frac{n\hbar\omega}{kT}}$$

olduğuna görə bu ifadənin cəmi $\frac{1}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}}$ olar və

$$z = \frac{e^{\frac{\hbar\omega}{2kT}}}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}} \quad (\text{II.10.9})$$

alınar. Bunun loqarifmasını

$$\ln z = -\frac{\hbar\omega}{2kT} - \ln\left(1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}\right)$$

yazıb, diferensiaslasaq və $(kT)^2$ -da vuraraq, enerjinin orta qiyməti üçün

$$\bar{E} = (kT)^2 \frac{\partial}{\partial(kT)} z = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$

almış olarıq. Yəni ossilyatorun enerjisi

$$\bar{E} = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \quad (\text{II.10.10})$$

olar. (II.10.10) ifadəsi ossilyator üçün *Plank formulası* adlanır. (II.10.10)-nun klassik $\theta = kT$ enerjisindən fərqi ondan ibarətdir ki, enerjinin qiyməti kvant halında ossilyatorun məxsusi tezliyindən asılıdır. Ossilyatorlar sisteminin (məs., bərk cisminin) enerjisi bircins paylanma olmur. Normal rəqsin enerjisi onun tezliyindən asılı olur. Ona görə də kvant nəzəriyyəsində temperatur kinetik enerjinin ölçüsü kimi ola bilməz. Yəni kvant statistikasında temperatur kinetik enerjinin orta qiyməti ilə təyin olunmur.

Kinetik enerji

$$K = \frac{1}{2} \bar{E} = \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \right)$$

olacaq, $\frac{\hbar\omega}{2}$ enerjisi ossilyatorun temperaturu $T = 0 = T_0$ olan haldakı enerjisidir.

Enerjinin (II.10.10) qiymətinin temperaturdan asılılığını qursaq şəkil II.15-də göstərilmişdi.

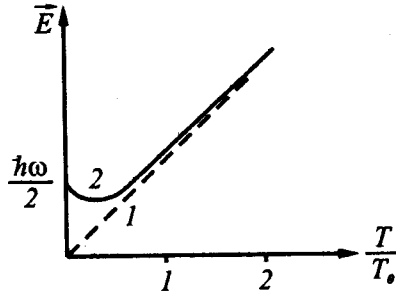
Aşağı temperaturlarda və ya yüksək tezliklərdə (II.10.10)-dən

$$\bar{E} = \frac{\hbar\omega}{2} + \hbar\omega e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} \quad (\text{II.10.11})$$

yazarıq. Yüksək temperaturda (II.10.10)

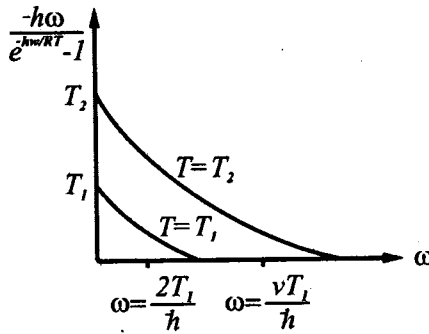
$$\bar{E} = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{\frac{\hbar\omega}{kT} + \frac{1}{2!} \left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)^2} = kT \left(1 + \frac{(\hbar\omega)^2}{2(kT)^2} \right) + \dots \quad (\text{II.10.12})$$

şəkilinə düşər.



Şəkil II.15. Ossilyatorun enerjisinin temperaturdan asılılığı:
1 – klassikaya görə; 2 – kvant nəzəriyyəsinə görə

Yüksək temperaturlarda 1 və 2 əyrilərinin nəticələri eyni olur. Müxtəlif temperaturda $T_2 > T_1$ olanda enerjinin tezlikdən asılılığı şəkil II.16-da verilmişdir.



Şəkil. II.16. Ossilyatorun enerjisinin tezlikdə asılılığı ($T_1 T_2 = 2T_2$)

Tezliyin artması ilə enerjinin temperaturdan asılı olan hissəsi azalır və sifıra yaxınlaşır.

Ossilyatorun ehtimal sıxlığı klassik

$$W(q) = \sqrt{\frac{m\omega^2}{2\pi kT}} e^{-\frac{m\omega^2 q^2}{2kT}} \quad (\text{II.10.13})$$

ifadəsi əvəzinə

$$W_{kv.}(q) = \sqrt{\frac{m\omega}{\pi\hbar} Tgh} \frac{\hbar\omega}{2kT} e^{-\frac{m\omega^2 q^2 gh}{2k}} \quad (\text{II.10.14})$$

ifadəsi ilə göstərilir. Bu ifadəyə *Blok düsturu* deyilir və Qauss paylanmasına uyğun olur.

Əgər ikiatomlu molekulaya baxsaq (bərk əlaqədə olan atomlar üçün aralarındakı məsafə çox az dəyişir), onun enerjisi və istilik tutumu uyğun olaraq

$$\bar{E} = \bar{E}_{tr} + \bar{E}_{rot} + \bar{E}_{vib} \quad (\text{II.10.15})$$

$$C_V = C_{tr} + C_{rot} + C_{vib}$$

yazılar. Burada «*tr*» irələməyə, «*rot*» rotatora və «*vib*» əsməyə uyğun gəlir. İrələmə (*tr*-ya) hərəkətinə uyğun gələn E və C

$$\bar{E}_{tr} = \frac{3}{2} kT$$

$$C_{tr} = \frac{3}{2} Nk = \frac{3}{2} R \approx 3 \frac{\text{kal}}{\text{dərəcə}} \quad (\text{II.10.16})$$

Rəqsi hərəkətə uyğun olan E və C

$$\bar{E}_{vib} = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{e^{kT} - 1}$$

$$C_{vib} = N \frac{dE_{vib}}{dT} = \frac{3N(\hbar\omega)^2 e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}}{(kT)^2 \left(e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1 \right)^2} \quad (\text{II.10.17})$$

O_2 atomu üçün $T = 300^\circ K$ - də

$$C_{vib} \approx 0,05 \frac{\text{kal}}{\text{dərəcə}}$$

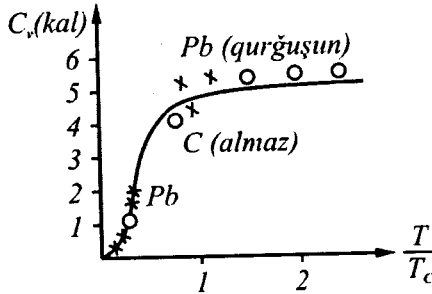
Fırlanma hərəkətinə uyğun olan enerji

$$\bar{E}_{rot} = \frac{\hbar^2}{2A} j(j+1), \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{II.10.18})$$

olur. Burada atomun A ədalət momentidir. H_2 molekulu üçün $T_{rot} = 86^\circ K$ və $A \approx 0,47 \cdot 10^{-40}$ gram · sm olur.

İstilik tutumu üçün (II.10.17)-ni istifadə edə bilərik.

Böyləcə, aşağı temperaturlarda (şəkil II.17) istilik tutumu sifıra yaxınlaşır və yüksək sığaqlıqda C_v dəyəri sabit qalaraq, Düyülinq-Piti qanununa tabe olur.



Şəkil II.17. İstilik tutumunun bərk cismin temperaturundan asılılığı (o – almaz, x – qurğuşun)

§II.11. Fermi-Dirak və Boze-Eynşteyn statistikası

Klassik kinetik nəzəriyyəyə əsasən n və n' halından m və m' halına keçidin ehtimalı

$$W_{mm',nn'} = a_{mm',nn'} N_n N_{n'} \quad (\text{II.11.1})$$

təyin olunur. Onda n, n' -dən m, m' -ə keçiddə orta keçid ehtimalı

$$\bar{W}_{mm',nn'} = a_{mm',nn'} \bar{N}_n \bar{N}_{n'} \quad (\text{II.11.2})$$

olar.

Zamandan asılı olan həyacanlaşma hesabına keçid ehtimalı

$$W_{kk} = |b_{kk}^{(1)}|^2 = \frac{4\pi^2}{\hbar^2} |V_{kk}(\omega_{kk})|^2$$

olduğu üçün çoxlu sayda zərrəciklər sisteminin Şrödinger tənliyi

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} b(N_1, N_2, \dots, t) = \frac{1}{2} \sum_{mm', nn'} e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_m + \varepsilon_{m'} + \varepsilon_n + \varepsilon_{n'})t} V_{mm', nn'} \hat{a}_m^* \hat{a}_m \hat{a}_n^* \hat{a}_n b(N_1, N_2, \dots, t)$$

yazılır.

Bəzi zərrəciklər $\hat{a}_m^* \hat{a}_m \hat{a}_n^* \hat{a}_n$ üçün operatorları müxtəlif münasibəti ödəyirlər. Belə ki, ikinci kvantlanma nəzəriyyəsinə görə

$$\begin{aligned} \hat{a}_n^* \hat{a}_n &= N_n, \quad \hat{a}_n \hat{a}_m^* = N_n + 1 \\ \hat{a}_m \hat{a}_n^* \hat{a}_n \hat{a}_m &= \delta_{mn} \end{aligned} \quad (\text{II.11.3})$$

olursa, onların xarakterizə etdiyi zərrəciklərə *bozonlar* deyilir. Əgər a operatorları

$$\begin{aligned} \hat{a}_n^* \hat{a}_n &= N_n \quad (0 \text{ və ya } 1) \\ \hat{a}_n \hat{a}_n^* &= 1 - N_n \\ \hat{a}_n \hat{a}_m^* \hat{a}_m \hat{a}_n &= \delta_{mn} \end{aligned} \quad (\text{II.11.4})$$

şərtini ödəyirsə, belə zərrəciklərə *fermionlar* deyilir. Onda (II.11.2) ifadəsini

$$\begin{aligned} W_{mm', nn'} &= (1 - N_m^0)(1 - N_{m'}^0) N_n^0 N_{n'}^0 \frac{2\pi}{\hbar} |V_{mm', nn'}|^2 \times \\ &\times \delta(\varepsilon_m + \varepsilon_{m'} + \varepsilon_n + \varepsilon_{n'}) \end{aligned} \quad (\text{II.11.5})$$

(II.11.5)-ə görə başlanğıc (n, n') halında sonuncu halda (m, m') olan hər səviyyədə məskunlaşan (m, m') zərrəciklərin sayı ilə ehtimal təyin olunur. Keçid ehtimalı son hallarda məskunlaşmadan asılıdır.

(II.11.5)-də $N_n^0, N_{n'}^0$ və $N_m^0, N_{m'}^0$, n, n' və m, m' səviyyəsin-

dəki zərrəciklərin sayıdır. Bozonlar üçün keçid ehtimalının çox olması zərrəciklərin son halda olmasının çoxluğuna bağlıdır.

Bozonların bir halda toplanmasına müvafiq edir. Fermionların $N_m^0 = 1$ və $N_{m'}^0 = 1$ səviyyələrinə keçid olmaz. Yəni Pauli prinsipi alınır.

Fermi zərrəciklər üçün zərrəciklərin toqquşması nəticəsində ehtimal

$$W_{mm',nn'} = a_{mm',nn'}(1 - N_m)(1 - N_{m'})N_n N_{n'}.$$

Boze zərrəciklər üçün isə toqquşma zamanı ehtimal

$$W_{mm',nn'} = a_{mm',nn'}(N_m + 1)(N_{m'} + 1)N_n N_{n'}$$

olar. Bu iki formulu bir formula kimi

$$W_{mm',nn'} = A_{mm',nn'}(1 \pm N_m)(1 \pm N_{m'})N_n N_{n'} \quad (\text{II.11.6})$$

şəklində yazırıq. « \rightarrow » işarəsi Fermi-Dirak, « $+$ » işarəsi isə Boze-Eynşteyn statistikasına uyğun gəlir.

Boze və Fermi zərrəciklərin qazının istilik paylanması enerjiyə görə paylanmasını tapmaq üçün istilik tarazılığında n və n' halından m və m' halına zərrəciklər toqquşduqda

$$(1 \pm N_m)(1 \pm N_{m'})N_n N_{n'} = (1 \pm N_n)(1 \pm N_{n'})N_m N_{m'} \quad (\text{II.11.7})$$

keçidin bərabərliyini götürmək lazımdır. Toqquşma zamanı enerjinin saxlanması qanununa görə

$$\varepsilon_m + \varepsilon_{m'} = \varepsilon_n + \varepsilon_{n'} \quad (\text{II.11.8})$$

olur. Onda (II.11.7)-dən

$$\frac{N_m}{1 \pm N_m} \frac{N_{m'}}{1 \pm N_{m'}} = \frac{N_n}{1 \pm N_n} \frac{N_{n'}}{1 \pm N_{n'}} = \text{sabit}$$

yazırıq. Ona görə

$$\frac{N_m}{1 \pm N_m} \frac{N_{m'}}{1 \pm N_{m'}} = S(\varepsilon_m + \varepsilon_{m'})$$

olar.

$$\text{Əgər } \frac{N_m}{1 \pm N_m} = \varphi(\varepsilon_m) \text{ işarəsi qəbul etsək,}$$

$$\varphi(\varepsilon_m)\varphi(\varepsilon_{m'}) = C(\varepsilon_m + \varepsilon_{m'})$$

yazılar. Bu ifadəni bir dəfə ε_m görə və bir dəfədə $\varepsilon_{m'}$ -ə görə diferensiaslasaq

$$\frac{\varphi^1(\varepsilon_m)}{\varphi(\varepsilon_m)} = \frac{\varphi'(\varepsilon_{m'})}{\varphi(\varepsilon_{m'})} = -\frac{1}{\theta} \quad (\text{II.11.9})$$

təpəriq. Burada θ sabit olaraq ε -dan asılı olmaz. Əgər (II.11.9)-ı ε_m -ə görə inteqrallasaq

$$\varphi(\varepsilon_m) = e^{\frac{\varepsilon_m}{\theta}}$$

təpəriq.

$$\varphi(\varepsilon) = \frac{N_m}{1 \pm N_m}$$

olduğu üçün, N_m -i

$$N_m = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_m}{\theta}} \pm 1} \quad (\text{II.11.10})$$

alırıq.

Klassik Boltsman qanuna görə

$$N(\varepsilon_m) = C e^{-\frac{\varepsilon_m}{kT}}$$

olduğuna görə (II.11.10)-nu

$$N_m = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_m}{\theta}} \mp 1} \quad (\text{II.11.11})$$

alırıq. Qaz zərrəciklərinin sayı, əgər

$$N_m = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_m}{\theta}} + 1} \quad (\text{II.11.12})$$

olarsa, belə zərrəciklər çoxluğu *Fermi-Dirak qazı* və onların sayı

$$N_m = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_m}{\theta}} - 1} \quad (\text{II.11.13})$$

olarsa, belə zərrəciklər çoxluğu *Boze-Eynşteyn qazı* adlanır.

Fermi qazın sərbəst enerjisi (II.10.6)-ya görə

$$E_s = -kT \ln z$$

olduğu üçün

$$E_s = N_F \left\{ \mu - \frac{kT}{N_F} \sum_k \ln \left(1 + e^{\frac{\mu - \epsilon_k}{kT}} \right) \right\} \quad (\text{II.11.14})$$

olur. Burada N_F Fermi qazın (II.11.12) ifadəsi ilə təyin olunur, ξ -kimyəvi potensialdır:

$$\left(\frac{\partial E_s}{\partial N} \right) = \mu.$$

İdeal qaza bozonların sistemi kimi baxarıqsa, onda sərbəst enerji (II.11.13)-ə görə

$$E_s = -kT \ln z = N_B \left\{ \mu + \frac{kT}{N_B} \sum_k \ln \left(1 - e^{\frac{\mu - \epsilon_k}{kT}} \right) \right\}$$

olur. N_F və N_B uyğun olaraq (II.11.12) və (II.11.13) ilə təyin olunur. μ -kimyəvi potensial olaraq, temperatur, həcm və zərrəciklər sayının sıxlığı ilə təyin olunur.

Çoxfazlı sistemlər üçün kimyəvi potensial entropiya və həcmdən asılıdır və Boltsman paylanması o, mənfi işarəyə ($\mu < 0$) malikdir ki, bu da zərrəciklərin sayı artıqca, onun enerjisi azalır.

Zərrəciklərin orta sayı kvant statistikasında

$$\bar{n}_k = e^{\frac{\mu - \epsilon_k}{kT}}$$

qəbul olunur ki, bu da klassik fizikada olan ehtimal sıxlığı

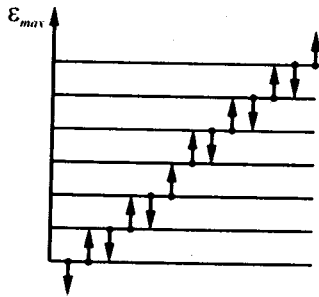
$$f(p, r) = A e^{-\frac{p^2 + 2mV(r)}{2mkT}}$$

-yə uyğundur.

Fermionlardan təşkil olunmuş ideal qaz varsa, hər səviyyədə sıxdığı (II.11.12) olan ya bir və ya heç olmayan zərrəciklərin sayı $N_k = 0, 1$ olan kvant halları mövcudur. Onlar arasında eyniyyət prinsipinə görə mübaqilə təsiri olur. Ona görə Boltsman paylanması

$$n_B = e^{\frac{\mu - \epsilon_k}{kT}} \quad (\text{II.11.15})$$

keçerli olmur. Məsələn, metallarda sərbəst elektron qazı (II.11.15)-ə görə $T \rightarrow 0$ olanda zərrəciklərin sayı sıfıra yaxınlaşır. $T = 0$ olanda bütün fermionların enerjisi sıfır olar. $T = 0$ halında Pauli prinsipinə görə bütün elektronlar eyni kvant halını tuta bilməzlər. $T = 0$ olan elektron qazında elektronlar ən aşağı enerjiden ϵ_{\max} enerjiyə malik olurlar. ϵ_{\max} enerjisi zərrəciklərin sayı, həcmə qonşu enerji səviyyələrinin fərqindən asılıdır. Məlumdur ki, ϵ_{\max} hər enerjiyə spinin proyeksiyasının iki qiyməti uyğun gəlir: $+\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$. Bu halda elektron qazı tamamilən cırlaşmış halda olur. Bu cırlaşmış hal şəkil II.18-də göstərilmişdir.



Şəkil II.18. Cırlaşan elektron qazı

Zərrəciklərin orta sayı vahid olar. Əgər onun enerjisi ϵ_{\max} sıfırdı, enerji ϵ_{\max} -dan böyük olar. Enerjisi ϵ_{\max} olan mümkün $T = 0$ -dakı enerjiyə bərabədirsə, bu enerjiyə *Fermi enerjisi* və ya *Fermi səviyyəsi* deyilir və ϵ_F ilə işarə olunur. Hesablamalar göstərir ki, Fermi enerjisi

$$\epsilon_F = (3\pi^2)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n}{V} \right)^{2/3} \quad (\text{II.11.16})$$

olur. Burada n elektronların sayıdır. Bütün elektronun $T = 0$ olanda tam Fermi enerjisi

$$\varepsilon_F = \frac{3}{5} (3\pi^2)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n}{V} \right)^{2/3} n$$

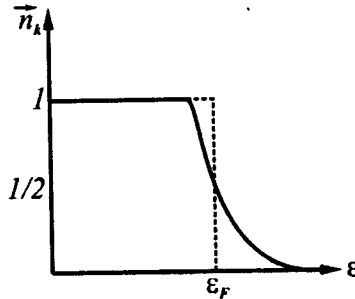
-dır. Bu enerjinin qiyməti, zərrəciklərin sayı artıqca, artır, həcm böyüdükcə azalır. Qazın temperaturu sıfırdan fərqli olarsa, istilik hərəkətinin enerjisi, Fermi enerjisindən çox-çox az olarsa ($kT \ll \varepsilon_F$) (II.11.16)-dən təqribi olaraq, ε_0 gözlənilir. Əgər

$$kT_0 = \varepsilon_F$$

ifadəsindən təyin olunan temperatūra *cırılma temperaturu* deyilir. Cırılma temperaturundan yüksək temperaturda kvant effektləri önəmli deyil.

$\varepsilon < \varepsilon_F$ olanda zərrəciklərin sayı vahiddən az olur, lakin $\varepsilon > \varepsilon_F$ olanda isə say sıfırdan böyük olur (şəkil II.19).

Temperaturun $0 < T \ll T_0$ qiymətində (T_0 -cırılma temperaturudur) say azalıb, sıfıra yaxınlaşır.



Şəkil II.19. Zərrəciklərin orta sayının enerjiden asılılığı

Otaq temperaturunda metaldakı sərbəst elektronlar çox az enerji alırlar və metal parçasındakı ionlar temperaturun çox qismini qəbul edirlər.

Fermi-qazın enerji paylanmasında zərrəciklərin sayı

$$\bar{n}_k = \frac{1}{e^{(\varepsilon_k - \mu)/kT} + 1} \quad (\text{II.11.17})$$

təyin olunur. $\varepsilon_k \ll \varepsilon_F$ olanda, $\bar{n}_k - 1$ olur və $\varepsilon_k > \varepsilon_F$ olanda $\bar{n}_k = 0$ olur.

Mütləq sıfır temperaturunda ε_k (kimyəvi potensial μ), Fermi enerjisi ilə təyin olunur:

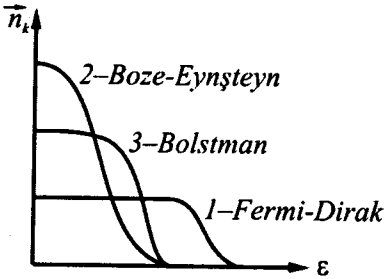
$$\mu_{T=0} = \varepsilon_F \quad (\text{II.11.18})$$

Əgər

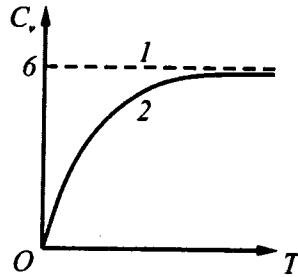
$$e^{(\varepsilon_k - \mu)/kT} \gg 1$$

olarsa, (II.11.17) paylanması, (II.11.15) Bolsman paylanmasına keçir. Qrafik olaraq \bar{n}_k -nin ε enerjiden $T < T_0$ olanda asılılığı şəkil II.20-də göstərilmişdi. 1-ci əyri Fermi-Dirak, 2-ci əyri Boze-Eynşteyn, 3-cü əyri isə Bolsman statistikasına uyğun gəlir.

Bərk cismin molyar istsilik tutumunun temperaturdan asılılığı şəkil II.21-də verilmişdir.



Şəkil II.20. $T < T_0$ halında zərrəciklər sayının asılılığı



Şəkil II.21. İstilik tutumunun temperaturdan asılılığı: 1-Dyülonq-Piti qanunu; 2-empirik asılılıq

Əgər kristalın molekulunun enerjisi ossilyator enerjisi ilə təyin olunarsa, 2-ci əyrinin alınması aşkar olar.

(II.11.17) paylanması Fermi-qazın təzyiqinin ideal qazın təzyiqindən çox olmasını göstərir.

İdeal qaz bozonlardan təşkil olunarsa, zərrəciklərin orta sayı

$$\bar{n}_k = \frac{1}{e^{(\varepsilon_k - \mu)/kT} - 1} \quad (\text{II.11.19})$$

təyin olunur. Boze-Eynşteynin statistikasına görə (II.11.17) ilə təyin olunan molekul çoxluğu boze-qaz olur və bütün temperaturlarda kimyəvi potensial $\mu < 0$ olmalıdır.

Aşağı temperaturlarda boze-qaz, fermi-qazdan fərqlənir. $T \rightarrow 0$ olanda boze qaz zərrəciklərinin enerjisi sıfır hala keçmək halına heç bir qadağa yoxdu. Ona görə boze qazın enerjisi sıfır ola bilər, fermi qazın sıfır səviyyəsində enerjisi sıfırdan fərqli ola bilər. Temperatur azaldıqca, boze qazın kimyəvi potensialı mənfi qiymət alaraq artır.

Elə temperatur olur ki, boze qazın zərrəciklərinin sıxlığı müəyyən qiymətə malik olmaqla, kimyəvi potensial sıfıra yaxınlaşır. Belə boze qaz *cırlaşmış boze qaz* adlanır. Cırlaşmış boze qazın cırlaşma temperaturu

$$kT_0 \sim \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n}{V} \right)^{2/3}$$

şərtindən tapılır. Bu şəri fermi-qaz üçün $kT_0 = \varepsilon_F$ şərtindən fərqlənir və $T < T_0$ olanda boze kondensat alınır. $\varepsilon_k > 0$ halında zərrəciklərin sayı

$$n(\varepsilon_k > 0) = n \left(\frac{T}{T_0} \right)^{2/3}$$

olur. Lakin $\varepsilon_k = 0$ halında isə say

$$n(\varepsilon_k = 0) = n \left[1 - \left(\frac{T}{T_0} \right)^{2/3} \right]$$

olmalıdır.

Qazların istilik tutumu aşağı temperaturda fırlanma və rəqsi hərəkətləri diskretləşir. Çox yuxarı temperaturlarda isə istilik tutumu artır.

Bərk cisimlərin istilik tutumu enerji U -nun

$$U = 3nkT$$

ifadəsindən

$$C_v = \frac{dU}{dT} = 3nk$$

olur. Bu ifadənin temperaturdan asılılığı şəkildə olar. Aşağı temperaturda $C_v \sim T^3$ qanunu ilə olur.

İstilik tutumunun temperatur azaldıqca, azalması onunla əlaqədardır ki, kvant ossilyatorunun enerjisi $T \rightarrow 0$ yaxınlaşdıqca, temperaturdan asılı olmayıb, sabitləşir.

Kristal qəfəsin bütün rəqslərinin tamamilə cəmi qəfəsin həyəcanlaşmasına gətirib çıxarır. Bu rəqslər kristalın daxilində yayılır. Kristal daxilindəki istənilən yaranan dalğalara zərrəcik uyğun gəlir. Həmçinin hər bir zərrəciyə də bir dalğa uyğun gəlir. Ona görə kristal daxilindəki dalğaya uyğun gələn (səs dalğasına) zərrəciyə *fononlar* deyilir.

Fononların adi zərrəciklər kimi müəyyən enerjisi, impulsu və spini var. Fononlar adi zərrəciklərdən onunla fərqlənir ki, onlar müəyyən kütləyə sahib deyillər, onların effektiv kütləyə malik olması labüddü və bu kütlə qarşılıqlı təsirdən asılıdır.

Boze və fermi qazlar elementar həyəcanlaşmaya məruz qalırlar. Boze qazda həyəcanlaşma nəticəsində tək-tək həyəcanlaşmalar baş verə bilər. Buna misal olaraq səs və ya elektromaqnit dalğalarını göstərmək olar. Boze tipli həyəcanlaşma maye ${}^4\text{He}$ -də ola bilər.

Hətta fermi-qazda boze tipli həyəcanlaşmalar olur (Kuper cütleri) Fermi tipli həyəcanlaşmada spini kəsir olan sistemlər yaranır. Belə həyəcanlaşmalar fermionların enerjisinin $\varepsilon < \varepsilon_F$ halından $\varepsilon > \varepsilon_F$ halına keçiddə baş verir. Fermi tipli həyəcanlaşmalar yalnız cüt sayda zərrəciklərin yaranması və qeyb olunması ilə müşahidə olunur.

III BÖLÜM

SAHƏNİN KVANT NƏZƏRİYYƏSİ

Hal-hazırda fiziki hadisələrin iki cürə varlıqdan ibarət olunduğu isbatlanmışdır. Maddə varlığın zərrəciklər və sahələrdən ibarət olması ilə onun özəlliklərini araşdırmaq imkanı yaradır. Zərrəciklərin hərəkəti üç koordinat və zamanla təyin olunur.

Sahələrin təsvir olunması bir qədər mürəkkəb xarakter daşıyır. Belə ki, sahəni təsvir etmək üçün üç deyil, hər bir zaman anı üçün sonsuz sayda kəmiyyətin verilməsi lazımdır. Yəni, sahə sonsuz sayda sərbəstlik dərəcəsi ilə xarakterizə olunur. Digər tərəfdən sahələr üçün yaranma və yox olması, yaxud onların toplananda güclənməsi və ya zəifləməsi hər zaman mümkündür, onlar hətta bəzən bir-birlərini söndürə də bilərlər (dalğaların interferensiyası). Zərrəciklərə gəldikdə isə onlar haqqında bu mühakimələri söyləmək olmur. Zərrəcik və sahə arasında mürəkkəb təsir əlaqələri olduğuna baxmayaraq, onların hər biri fərdi özəllik daşıyır. Zərrəcik bəzən özünü dalğa kimi, dalğa isə bəzən özünü zərrəcik kimi aparır. Bu ikili xarakter zərrəcik və sahəyə məxsusdur. Onlarda zərrəciklik və sahə xüsusiyyəti bir-birini tamamlayır və bəzən dalğa, bəzəndə zərrəcik özəllikləri biruzə çıxır.

Mütləq qara cismin şüalanmasında şüalanmanın diskret olmasından onun fotonlardan ibarət olması nəticəsinə gəlinir.

Fotonlar $\varepsilon = h\nu$ enerjisi və $|\vec{p}| = \frac{\varepsilon}{c}$ impulsu daşıyır (c - işığın

boşluqda yayılma sürətidir). Zərrəciyə xas olan enerji, impuls və spin kimi kəmiyyətlər elektromaqnit dalğasına da şamil edilə bilər. Eyni zamanda zərrəciklər öz növbəsində dalğa uzunluğu (λ) və tezlik (ν) ilə xarakterizə oluna bilər. Zərrəcik

üçün $\varepsilon = h\nu$, $\vec{p} = \frac{h}{\lambda} \vec{n}$ enerji və impulsla təyin olunan ν tezliyi və λ dalğa uzunluğu qarşı qoyulur (burada \vec{n} - dalğanın

yayıma istiqamətidir). Məhz korpuskulyar-dalğavari özəllik daşıyan maddi varlıq kvant mexanikasının yaranmasına səbəb olmuşdur. Kvant mexanikası zərrəciyin hərəkətini təfsilatı ilə öyrənməklə yanaşı, onların yaranmasını və məhv olmasını izah edir.

Korpuskulyar-dalğa kimi ikilik xarakterli zərrəciklərin yaranıb-məhv olması hesabına onların sayının dəyişilməsinin göz önünə alınması sahənin kvant nəzəriyyəsinə gətirib çıxarır.

§ III.1. Vakuüm halları və ikinci kvantlanma

Kvant mexanikası sistemdə zərrəciklərin sayının dəyişməsinə əks etdirə bilmir. Bu dəyişməni xarakterizə etmək üçün zərrəciklərin yaranması və məhv olması operatorlarından istifadə etmək lazımdır.

Hər hansı sahənin enerjisinin dəyişməsi, onu təşkil edən zərrəciklərin sayının azalması və ya çoxalması hesabına olar. Zərrəciklərin sayının azalması və ya çoxalması nəticəsində zərrəcik sayı sıfır olur. Onda da enerji minimum qiyməti alır. Bu halda zərrəcik olmamasına baxmayaraq, belə hala *vakuüm halı* deyilir. Beləliklə, vakuüm halı sahəsinin enerjisinin ən aşağı olan halındadır. Vakuüm halında sahə enerjisi istənilən ola bilməz. Fəqət fiziki vakuüm adi boşluq olmayıb, real fiziki proseslərdə özünü biruzə verir.

Deməli, vakuüm halı sahənin enerjisinin ən kiçik qiymətinə uyğun gələn müvafiq zərrəciyin halıdır. Qarşılıqlı təsirdə olan sahələrin vakuüm halı bütün sahələrin ən aşağı enerjili halıdır.

Sahəyə kifayət qədər enerji verdikdə, sahənin vakuüm halı həyacanlaşır və sahənin kvantı yaranar. Yəni zərrəciyin yaranmasına səbəb, müşahidə olmayan vakuüm halının gerçək hala keçməsi olur.

Hal vektoru

$$\hat{H}\psi_0 = E\psi_0.$$

tənliyindən kvant mexaniki sistem müəyyən ən aşağı enerji halında ψ_0 hal vektoru (kəsilməz, birqiymətli sonlu və kvadratik inteqrallanan) ilə vakuüm halını xarakterizə edir.

Dördölçülü impuls p_μ bu halda

$$p_\mu^{(0)} = 0$$

olur.

Vakuümün elektrik yükü, barionların sayı və s.

$$Q^{(0)} = B^{(0)} = \dots = 0$$

olar.

Zərrəciklərin çox olanda və sayı dəyişəndə belə sistem üçün ikinci kvantlanma metodundan istifadə olunur. Bu metod boze və fermi zərrəciklər sistemi üçün ayrı-ayrılığında qurulur.

N sayda zərrəciklərdən ibarət sisteminin hal vektoru ψ_N olsun. Onun modulunun kvadratı $|\psi_N|^2$ verilmiş halın ehtimalını göstərir və 100% ehtimalla məlum N üçün vahidə bərabərdir.

Əgər zərrəciyin yox olması operatorunu $\hat{a}^{(-)}$ və yaranma operatorunu $\hat{a}^{(+)}$ ilə işarə etsək, $\hat{a}^{(-)}$ operatoru N saylı halı $N-1$ saylı hala çevirir:

$$\hat{a}^{(-)}\psi_N = \sqrt{N}\psi_{N-1} \quad (\text{III.1.1})$$

$\hat{a}^{(+)}$ operatoru isə N saylı halı $N+1$ saylı hala çevirir:

$$\hat{a}^{(+)}\psi_N = \sqrt{N+1}\psi_{N+1} \quad (\text{III.1.2})$$

\sqrt{N} və $\sqrt{N+1}$ vuruğu normallaşma şərtinin ödənməsi üçün daxil edilmişdi.

$N=0$ halına $\hat{a}^{(+)}\psi_0 = \psi_1$ uyğun gələn ψ_0 vakuüm halı, vakuümdən bir zərrəcik yaradan $\hat{a}^{(+)}$ operatoru olacaq. Lakin $\hat{a}^{(-)}\psi_0 = 0$ olar, çünki zərrəcik olmadığından zərrəcik yaratmaq olmaz.

Vakuümün hal vektoru ψ_0 -dan ilə $\hat{a}^{(+)}$ operatoru ilə istənilən halı almaq olar:

$$\begin{aligned}
\psi_1 &= \hat{a}^{(+)}\psi_0 \\
\psi_2 &= \hat{a}^{(+)}\psi_1 \frac{1}{1\sqrt{2}} = \hat{a}^{(+)}\hat{a}^{(+)}\psi_0 \frac{1}{\sqrt{1\cdot 2}} \\
\psi_3 &= \hat{a}^{(+)}\psi_2 \frac{1}{\sqrt{2\cdot 1}} = \hat{a}^{(+)}\hat{a}^{(+)}\hat{a}^{(+)}\psi_0 \frac{1}{\sqrt{2\cdot 3}} \\
\psi_N &= \hat{a}^{(+)}\hat{a}^{(+)}\dots\hat{a}^{(+)}\psi_0 \frac{1}{\sqrt{1\cdot 2\cdot\dots N}} = (\hat{a}^{(+)})^N \frac{1}{\sqrt{N!}}
\end{aligned} \tag{III.1.3}$$

$\hat{a}^{(-)}$ və $\hat{a}^{(+)}$ operatorlarının təsiri ψ_N hal vektoruna müxtəlif səpgidə olur. Yəni

$$\begin{aligned}
\hat{a}^{(-)}\hat{a}^{(+)}\phi_I &= \hat{a}^{(-)}\phi_{I+1}\sqrt{I+1} = (I+1)\phi_I \\
\hat{a}^{(+)}\hat{a}^{(-)}\phi_I &= \hat{a}^{(+)}\phi_{I-1}\sqrt{I} = I\phi_I
\end{aligned} \tag{II.1.4}$$

olar.

Beləliklə

$$\begin{aligned}
(\hat{a}^{(-)}\hat{a}^{(+)} - \hat{a}^{(+)}\hat{a}^{(-)})\psi_N &= \psi_N \\
\hat{a}^{(-)}\hat{a}^{(+)} - \hat{a}^{(+)}\hat{a}^{(-)} &= 1
\end{aligned} \tag{II.1.5}$$

alırıq.

(II.1.5) ifadəsinə görə $\hat{a}^{(-)}\hat{a}^{(+)}$ operatorı kommutasiya etməyən operatorlardı.

Yaranma $\hat{a}^{(+)}$ və udulma $\hat{a}^{(-)}$ operatorları hansı halda zərrəciyin olmasından asılı olur. Əgər kvant ədədləri çoxluğunu k ilə işarə etsək operator $\hat{a}_k^{(+)}$ yaranma operatoru k fiziki kəmiyyət çoxduğununun xarakterizə edən halı göstərir.

k halına uyğun gələn zərrəciklər sayına bu halı doldurmaq sayı adlanır. Bütün sistemin doldurulmuş sayı ilə verilmiş hal vektorlarına uyğun olan təsvir doldurulmuş say təsviri adlanır. Bu təsvirdə k kəmiyyətlər çoxluğu bəlli olur.

Əgər $\hat{a}_k^{(-)}\hat{a}_{k'}^{(+)}\psi_0$ vakuüm halında $k = k'$ olanda $\hat{a}_k^{(-)}\hat{a}_k^{(+)}\psi_0 = \psi_0$ olur ki, bu da ψ_0 halında qalmaq deməkdi.

$k \neq k'$ olanda isə $\hat{a}_k^{(-)}\hat{a}_{k'}^{(+)}\psi_0 = 0$ olur ki, olmayan zərrəciyin

məhv olmağa lüzum qalmaz (olmayan şeyin nəyi məhv olmalıdı).

Yaranma və məhvolma operatorlarının müxtəlif $k = k'$ halında kommutativlik münasibəti

$$[\hat{a}_k^{(-)} \hat{a}_{k'}^{(+)}] = \hat{a}_k^{(-)} \hat{a}_{k'}^{(+)} - \hat{a}_{k'}^{(+)} \hat{a}_k^{(-)} = \begin{cases} 0 & k \neq k' \\ 1 & k = k' \end{cases} \quad (\text{III.1.6})$$

ödədir və

$$\begin{aligned} \hat{a}_k^{(+)} \hat{a}_{k'}^{(-)} - \hat{a}_{k'}^{(-)} \hat{a}_k^{(+)} &= 0 \\ \hat{a}_k^{(+)} \hat{a}_{k'}^{(+)} - \hat{a}_{k'}^{(+)} \hat{a}_k^{(+)} &= 0 \\ [\hat{a}_k^{(-)} \hat{a}_{k'}^{(+)}] &= \delta_{kk'} = \begin{cases} 0 & k \neq k' \\ 1 & k = k' \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{III.1.7})$$

yaza bilərik.

Seçilmiş k halında

$$\hat{a}_k^{(+)} \hat{a}_k^{(-)} \psi_N = \psi_N$$

olur.

Elə sahələr var ki, onlar üçün (III.1.7)-dan fərqli olaraq

$$\hat{a}_k^{(-)} \hat{a}_{k'}^{(+)} + \hat{a}_{k'}^{(-)} \hat{a}_k^{(+)} = \delta_{kk'} \quad (\text{III.1.8})$$

münasibəti keçərli olur.

Beləliklə, yaranma və udma ($\hat{a}^{(+)}$ və $\hat{a}^{(-)}$) operatorları

$$[\hat{a}_k^{(-)} \hat{a}_{k'}^{(+)}] = \hat{a}_k^{(-)} \hat{a}_{k'}^{(+)} - \hat{a}_{k'}^{(+)} \hat{a}_k^{(-)} = \delta_{kk'} \quad (\text{III.1.9})$$

$$[\hat{a}_k^{(-)} \hat{a}_{k'}^{(+)}]_+ = \hat{a}_k^{(-)} \hat{a}_{k'}^{(+)} + \hat{a}_{k'}^{(+)} \hat{a}_k^{(-)} = \delta_{kk'}$$

$$\hat{a}_k^{(-)} \hat{a}_{k'}^{(-)} - \hat{a}_{k'}^{(-)} \hat{a}_k^{(-)} = \hat{a}_k^{(+)} \hat{a}_{k'}^{(+)} + \hat{a}_{k'}^{(+)} \hat{a}_k^{(+)} = 0$$

münasibətini ödəyən operatorlardı

$$[\hat{a}_k^{(-)} \hat{a}_{k'}^{(+)}] = \hat{a}_k^{(-)} \hat{a}_{k'}^{(+)} - \hat{a}_{k'}^{(+)} \hat{a}_k^{(-)} = \delta_{kk'} \quad (\text{III.1.9}')$$

münasibəti Boze-Eynşteyn statistikasına uyğun gələn, spinləri tam olan bozonları xarakterizə edirlər

$$\{\hat{a}_k^{(-)} \hat{a}_{k'}^{(+)}\} = \hat{a}_k^{(-)} \hat{a}_{k'}^{(+)} + \hat{a}_{k'}^{(+)} \hat{a}_k^{(-)} = \delta_{kk'} \quad (\text{III.1.9}'')$$

münasibəti isə Fermi-Dirak statistikasına uyğun gələn, spinləri kəsir olan fermionları xarakterizə edirlər.

Fermionların Pauli prinsipinə görə iki və daha çox sayı bir

kvant halında ola bilməz.

Bozonların istənilən sayı isə bir kvant halında ola bilər.

Elektromağnit sahəsinin elektrik gərginliyi \vec{E} və maqnit gərginliyi \vec{H} kvant nəzəriyyəsində operator olurlar və onlar fotonların sayı operatoru ilə kommutasiya etmirlər. Ona görə də elə bir elektromağnit sahəsi yoxdur ki, onun gərginlikləri və fotonlarının sayı eyni zamanda müəyyən olsun. Əgər verilmiş zamanda sayı bellidirsə, sahənin gərginliyi qeyri müəyyən qalır və yandakı gərginlik müəyyən olanda, fotonların sayı müəyyən olmur.

Onda zərrəciklərin sayı sıfır olan vakuumba sahənin gərginliyi qeyri müəyyən qalar və onun qiymətinin sıfır olması mümkün deyil. Ona görə vakuumba elektrik və maqnit sahəsinin gərginliyinin müəyyən qiymətli olmasının təcrübədə meydana çıxması ehtimal oluna bilər.

§ III.2. Sahənin enerji və impuls tenzoru

Sahəni xarakterizə edən, onun hərəkət tənliklərinə gətirib çıxaran təsir inteqralı adlanan

$$I = \int_V L \left(\psi, \frac{\partial \psi}{\partial x_p} \right) d^4 x \quad (\text{III.2.1})$$

kəmiyyətdən istifadə olunur. Burada L - Laqranj funksiyasıdır, $d^4 x$ - dördölçülü həcm elementidir.

Variasiya prinsipinə görə

$$\delta I = 0$$

ən kiçik təsir prinsipi adlanır.

$$\delta I = \int_V \left(\frac{\partial L}{\partial \psi} \delta \psi + \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial x_\mu}} \delta \frac{\partial \psi}{\partial x_\mu} \right) d^4 x + \int_V \dot{L} \delta x_\mu dV'$$

olar və Laqranj-Eyler tənliyi alırıq:

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \frac{\partial}{\partial \left(\frac{\partial \psi_i}{\partial x_\mu} \right)} - \frac{\partial L}{\partial \psi_i} = 0 \quad (\text{III.2.2})$$

Bu tənlik sahənin hərəkət tənliyidi.

Əgər sahə elektromaqnit sahəsidirsə, $\psi_i \rightarrow A_n$ olur və hərəkət tənliyi bu *EM* sahəsi üçün

$$\frac{\partial}{\partial x_\nu} \frac{\partial}{\partial \left(\frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} \right)} - \frac{\partial L}{\partial A_\mu} = 0 \quad (\text{III.2.3})$$

yazılır.

EM sahəsinin ödədiyi tənliklər boşluqda

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \text{div} \vec{E} = 0 \quad (\text{III.2.4})$$

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad \text{div} \vec{H} = 0$$

Elektrik və maqnit sahəsinin gərginlikləri

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} \varphi \\ \vec{H} &\rightarrow \text{rot} \vec{A} \\ \vec{A} &\rightarrow \vec{A} + \vec{\nabla} f \\ \varphi &\rightarrow \varphi - \frac{\partial f}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{III.2.5})$$

şərtlərini ödəyir.

Burada ixtiyari funksiya f koordinat və zamanın funksiya-sıdır. φ və \vec{A} -nın $\varphi \rightarrow \varphi - \frac{\partial f}{\partial t}$, $\vec{A} \rightarrow \vec{A} + \vec{\nabla} f$ dəyişməsi kalibrə

və ya qradient çevirmə adlanır. Bütün fiziki münasibətlər bu çevirmələrə görə invariantdır. Potensialın bu cürə seçilməsi birqiymətli deyil və φ, \vec{A} -lar Lorens şərti deyilən

$$\operatorname{div} \vec{A} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \quad (\text{III.2.6})$$

şərtini qoyur. Onda

$$\begin{aligned} \left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{A}(\vec{r}, t) &= 0 \\ \left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \varphi(\vec{r}, t) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III.2.7})$$

tənlikləri ödəyir.

Əgər 4-ölçülü vektor – potensial daxil etsək,

$$A_\mu = (\vec{A}, i\varphi) = (\vec{A}, A_n)$$

$$\left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{A}_\mu = 0$$

yazılar və (III.2.6) şərtinə görə

$$\frac{\partial \vec{A}_\mu}{\partial x_\mu} = 0$$

alırıq. Onda kalibrəşmə şərtinə əsasən A_μ

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{\partial f}{\partial x_\mu} \quad (\text{III.2.8})$$

əvəz olunur.

(III.2.5) tənliklərinə dördölçülü şəkildə yazmaq üçün

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} \quad (\text{III.2.9})$$

tenzoru daxil edək.

Elektromaqnit sahəsinin tenzorunu təyin edək

$$F_{jk} = \varepsilon_{jkt} H_t, \quad F_{4k} = iE_k \quad (\text{III.2.10})$$

Onda Maksvell tənlikləri (III.2.4)-ü

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\lambda} + \frac{\partial F_{\nu\lambda}}{\partial x_\mu} + \frac{\partial F_{\lambda\mu}}{\partial x_\nu} = 0 \\ \frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.2.11})$$

yaza bilərik.

Maksvell tənliklər (III.2.11)-də relyativistik invariantlıq şərtini ödənilməsi göstərir.

(III.2.3)-ün tənliyinin elektromaqnit sahəsi üçün keçərli olması üçün L -i

$$L = \frac{1}{2}(E^2 - H^2) = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (\text{III.2.12})$$

seçmək olar. Onda (III.2.3)-dən

$$\frac{\partial}{\partial x_\nu} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} \right)} = 0$$

olur.

$$\delta L = -\frac{1}{2}F_{\mu\nu}\delta F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}\delta \left(\frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} \right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} \right)} = F_{\mu\nu}$$

alınar və

$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = 0$$

(III.2.11) tənliyi müəyyən edilir.

Sahənin enerji-impuls tenzorun

$$T_{\mu\nu} = L\delta_{\mu\nu} - \frac{\partial \psi_i}{\partial x_\mu} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi_i}{\partial x_\nu}}$$

seçsək

$$\int T_{\mu\nu} d^4x = 0$$

$$\int T_{\mu\nu} d^3x = 0$$

olar.

$$T_{\mu\nu} = F_{\mu\nu} F_{\nu\lambda} - \frac{1}{4} \delta_{\mu\nu} F_{\lambda\sigma} F_{\lambda\sigma}$$

simmetrik tenzor elektromağnit sahənin enerji-impuls tenzoru olacaq.

Yəni elektromağnit tenzoru

$$\left. \begin{aligned} T_{jk} &= \frac{1}{2} (E^2 + H^2) \delta_{jk} - E_j E_k - H_j H_k \\ T_{4k} &= i(\vec{E}\vec{H})_k \quad (j, k = 1, 2, 3) \\ T_{4n} &= -\frac{1}{2} (\vec{E}^2 + \vec{H}^2) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.2.13})$$

olur.

$$\omega = \frac{1}{2} (\vec{E}^2 + \vec{H}^2), \quad S = [\vec{E}\vec{H}]$$

ifadələr elektromağnit sahəsinin enerji və impulsun sıxlığıdır.

Elektromağnit sahəsinin kvantı fotonun hərəkət miqdarı momenti

$$\vec{M} = \int [\vec{r} [\vec{E}\vec{H}]] d^3x \quad (\text{III.2.14})$$

olur.

Vektor potensialı iki cürə hasilə ifadə oluna bilər:

Normal hasilə $N(A_\mu(x)A_\nu(x'))$ operatorun foton buraxması udma operatorunun solunda yerləşir. Eyni zamanda xronoloji hasil $T(A_\mu(x)A_\nu(x'))$ elə qurulur ki, sağda duran operator zamanın az qiymətinə, solda duran operator zamanın böyük qiymətinə uyğun gəlir:

$$T(A_\mu(x)A_\nu(x')) = \begin{cases} A_\mu(x)A_\nu(x') & t > t' \\ A_\mu(x)A_\nu(x') & t < t' \end{cases}$$

Bu iki hasilin fərqi

$$A_\mu^a(x)A_\nu^a(x') = T(A_\mu(x)A_\nu(x')) - N(A_\mu(x)A_\nu(x'))$$

olur və o, fotonu buraxma-udma operatorlarına bağlı olmaz:

$$A_\mu^a(x)A_\nu^a(x') = \frac{1}{2V} \sum_{\omega} \frac{1}{\omega} e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}')-i\omega(t-t')} \delta_{\mu\nu}$$

Burada cəmdən inteqrala keçərək

$$A_\mu^a(x)A_\nu^a(x') = D_c(x-x')\delta_{\mu\nu} \quad (\text{III.2.15})$$

$$D_c(x-x') = \frac{1}{2(2\pi)^3} \int e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} \frac{d^3k}{\omega}$$

alırıq. Vakuumda $\omega = |\vec{k}|$

$$\langle T(A_\mu(x)A_\nu(x')) \rangle_0 = D_c(x-x')\delta_{\mu\nu}$$

$$\langle N(A_\mu(x)A_\nu(x')) \rangle_0 = 0$$

T və N - həlləri tapılır.

Elektromaqnit sahəsinin kvantını - fotonu (III.2.7) tənliyi ilə ifadə edirik və onun həlli

$$A_\mu(x) = \sum_{\vec{k}\lambda} \frac{1}{\sqrt{2V\omega}} e_\mu^\lambda \left(c_{\vec{k}\lambda} e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} + c_{\vec{k}\lambda}^+ e^{i(\vec{k}\vec{r}+\omega t)} \right) \quad (\text{III.2.16})$$

olar. Burada V həcmi, $k^2 = \vec{k}^2 - \omega^2 = 0$, $c_{\vec{k}\lambda}$ EM (elektromaqnit) dalğasının amplitudu və e_μ^λ vahid polyarizasiya vektorudu.

Seçilmiş k -larda fonda dörd asılı olmayan polyarizasiya olur. Belə ki, e_α^λ -i şərti olaraq $(0, n_\alpha)$ seçərək

$$e_\alpha^* = \delta_{\lambda\alpha} \quad \alpha = 1, 2, 3, 4; \quad \lambda = 1, 2, 3, 4$$

yazırıq. n_α - ortvektordur, n_3 \vec{k} istiqamətdə, n_1 və n_2 \vec{k} -ya və bir-birinə perpendikulyar olarsa, onların enililik şərti ol-

maqla, $n = 3$ uzuna polarizasiyanı, $n = 4$ isə skalyar polyarizasiyanı xarakterizə edər. Yəni

$$e^\lambda \cdot k = \begin{cases} 0; \lambda = 1, 2 \\ \omega; \lambda = 3 \\ i\omega; \lambda = 4 \end{cases} \quad (\text{III.2.17})$$

$$\bar{e}_3(k) = \frac{\bar{k}}{\omega}, \quad e^\lambda e^{\lambda'} = \delta_{\lambda\lambda'}$$

$$\bar{j} = \frac{\bar{k}}{\omega} - \bar{k}$$

istiqamətində vahid vektordu.

$$\sum_\lambda e_\mu^\lambda e_\nu^\lambda = \delta_{\mu\nu}$$

yazıla bilər.

$$\left. \begin{aligned} \bar{e}_1(\bar{k}) \perp \bar{e}_2(\bar{k}) \perp \bar{k} \\ \bar{e}_\lambda \bar{e}_{\lambda'} = \delta_{\lambda\lambda'} \end{aligned} \right\} \lambda, \lambda' = 1, 2, 3$$

olur.

Fotonların dairəvi polarizasiyasını nəzərə almaq üçün $A_\mu(x)$ iki qismdən ibarət yazmaq

$$A_\mu(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \times \\ \times \int \frac{1}{\sqrt{2\omega}} [A_\mu^{(+)}(\bar{k}) e^{i(\bar{k}\bar{r} - \omega x)} + A_\mu^{(-)}(\bar{k}) e^{i(\bar{k}\bar{r} + \omega x)}] d\bar{k} \quad (\text{III.2.18})$$

Burada

$$\begin{aligned} A_\mu^{(+)}(\bar{k}) &= \sum_{\lambda=1}^n a_\lambda(k) e_\mu^\lambda(k) \\ A_\mu^{(-)}(\bar{k}) &= \sum_{\lambda=1}^n a_\lambda(-k) e_\mu^\lambda(k) \\ A_\mu^{(-)}(\bar{k}) &= \sum_{\lambda=1}^n a_\lambda(-k) e_\mu^\lambda(k) \end{aligned} \quad (\text{III.2.19})$$

götürsək, $\vec{a}(\vec{k}^0) = \sum_{l=1}^n \vec{a}_l(\vec{k}^0) g_l$

$$\vec{a} = \frac{\vec{k}}{\omega}$$

dairevari polyarizasiya üçün

$$\vec{a}_l \vec{a}_l^+ = \delta_{ll'} [\vec{a} \vec{a}_l] = -il \vec{a}_l$$

$$[\vec{a} \vec{a}_l^+] = il \vec{a}_l^+, (\vec{a} \vec{a}_l) = (\vec{a} \vec{a}_l^+) = 0 \quad (\text{III.2.20})$$

$$[\vec{a}_l \vec{a}_l^+] = -il \vec{a} \delta_{ll'}$$

yazılar. g_l -lər

$$g_l g_l'^+ + g_l'^+ g_l = \delta_{ll'} [g_l g_l'] = [g_l^+ g_l'^+] = 0$$

$$g_l^+ g_l = N_l, g_l g_l^+ = 1 + N_l$$

şərtlərini ödəyir.

Fotonlar sağ və sol polyarizasiyaya malik olarsa,

$$\vec{a}_l(\vec{a}) = \vec{a}_l^+(\vec{a}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{p} + il [\vec{a} \vec{\beta}]), l = \pm 1 \quad (\text{III.2.21})$$

olar. $\vec{a}^0 = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ və burada $\vec{\beta} = \frac{[\vec{a}^0 \vec{j}]}{\sqrt{1 - (\vec{a}^0 \vec{j})^2}}$ -di, \vec{j} -ixtiyari

istişamətdə vahid vektordur, $\vec{\beta} \perp \vec{a}$.

Fotonların polyarizasiya xassələri həçminin Stoks parametrləri ilə də təsvir olunur və onlar təcrübədə müşahidə olur.

Kvant mexanikasına görə sistemin halı hal vektoru ilə xarakterizə olmayanda sıxlıq matrisi ilə təsvir olunur.

Sıxlıq matrisi

$$\rho_{\mu\nu} = \overline{a_\mu a_\nu^*} \quad (\text{III.2.22})$$

ilə verilir. Bu matris

$$\rho_{\mu\nu} = \rho_{\nu\mu}^*, I_z \rho = \rho_{11} + \rho_{22} = 1$$

özəlliyini daşıyır. Onu

$$\rho = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \xi_3 & \xi_1 - i\xi_2 \\ \xi_1 + i\xi_2 & 1 - \xi_3 \end{pmatrix} \quad (\text{III.2.23})$$

və ya

$$\rho = \frac{1}{2} \left(1 + \sum_{n=1}^3 \xi_n \tau_n \right)$$

şəklində seçə bilərik.

τ matrisləri Pauli matrisləri olub

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$
$$\tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Lee cəbri təşkil edirlər. Parametr ξ, τ_n -matrisası və sıxlıq matrisi

$$\xi_n = I_z \rho \tau_n \quad (\text{III.2.24})$$

ilə əlaqədardır. ξ_n -Stoks parametrləri adlanır.

ξ_3 parametri x istiqamətindəki polyarizasiya ehtimalı olur:

$$\rho_{11} = \frac{1}{2} (1 + \xi_3) \quad (\text{III.2.25})$$

Xətti polyarizasiyanı nəzərə alsak

$$\rho_{11}^* = \frac{1}{2} (1 + \xi_1) \quad (\text{III.2.26})$$

olar.

Dairəvi polyarizasiya üçün

$$\rho_{11}^0 = \frac{1}{2} (1 + \xi_2) \quad (\text{III.2.27})$$

seçilir.

Stoks parametrin kvadratı

$$\xi^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 \leq 1$$

olur.

Fotonun polyarizasiya dərəcəsi \mathcal{P}

$$\xi_j = \mathcal{P} \eta_j$$

Stoks parametrləri ilə

$$\rho = \frac{1}{2}(1 - \mathcal{P}) + \frac{1}{2}\mathcal{P}(1 + \bar{\tau}\bar{\eta}) \quad (\text{III.2.28})$$

əlaqədar olmalıdır. Burada $\bar{\eta}^2 = \eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2 = 1$ -di.

\mathcal{P} -yə fotonun polyarizasiya dərəcəsi deyilir.

İxtiyarı iki \vec{f}_1 və \vec{f}_2 vektorları üçün

$$(\vec{a}_i \vec{f}_1)(\vec{a}_i \vec{f}_2) = \frac{1}{2} \left\{ \vec{f}_1 \vec{f}_2 + \vec{k}^0 \cdot \vec{f}_1 (\vec{k}^0 \cdot \vec{f}_2) - i l \vec{k}^0 \cdot [\vec{f}_1 \vec{f}_2] \right\} \quad (\text{III.2.29})$$

$$(\vec{a}_i \vec{f}_1)(\vec{a}_i \vec{f}_2) = \frac{1}{2} \left\{ \vec{f}_1 \vec{f}_2 + (\vec{k}^0 \cdot \vec{f}_1)(\vec{k}^0 \cdot \vec{f}_2) + i l \vec{k}^0 \cdot [\vec{f}_1 \vec{f}_2] \right\}$$

$\vec{k}^0 = \frac{\vec{k}}{\omega}$, $\beta \perp \vec{a}$ münasibətləri keçərlidi.

Sərbəst elektromaqnit sahəsi üçün $A_\mu(x)$ və

$A'_\mu = A_\mu + \frac{\partial f}{\partial x_\mu}$ potensialları ödəyir. Sahənin antisimmetrik

tenzoru

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} - \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}$$

-di və

$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = 0$$

tənliyi *Maksvell tənliyidi*. Bu zaman A_μ və A'_μ potensialları

$A_\mu = 0$, $A'_\mu = 0$ şərtlərini ödəyir. İstənilən f -funksiyası

$$\frac{\partial A_\mu}{\partial x_\mu} = 0, \quad \frac{\partial A'_\mu}{\partial x_\mu} = 0 \text{ şərtlərindən } f = 0, \quad = \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}.$$

Bu hallarda elektromaqnit sahəsinin laqranjiani

$$L_{e-m} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad (\text{III.2.30})$$

yazılır.

§ III.3. Dirak tənliyi və kompleks spinor sahəsi

Məlumdur ki, spini $\frac{\hbar}{2}$ olan elektron Dirak tənliyinə

$$\gamma_\mu \frac{\partial \psi}{\partial x_\mu} + m\psi = 0 \quad (\text{III.3.1})$$

tabe olan zərrəcikdi. Burada ψ bispinor adlanır:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} \psi^+ &= (\psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^*, \psi_4^*) \\ \bar{\psi} &= \psi^+ \gamma_n \end{aligned} \quad (\text{III.3.2})$$

Matrislər γ_μ ermit 4×4 - matrislərdi və onların aşkar şəkli

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= i \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \gamma_2 &= i \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \gamma_3 &= i \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \gamma_4 &= i \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \\ \gamma_5 &= i \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (\text{III.3.3})$$

olur. γ_μ matrisi $\gamma_\mu (\gamma_4, \bar{\gamma}), \gamma_4 = \gamma_0$ yazılında

$$\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu} \quad (\text{III.3.4})$$

$$\gamma_5 \gamma_\mu = -\gamma_\mu \gamma_5$$

olduğu üçün (III.3.1)

$$P_\mu = -i \frac{\partial}{\partial x_\mu}, \quad (x_4 = it)$$

tənliyini

$$(iP_\mu \gamma_\mu + m)\psi = 0 \quad (\text{III.3.5})$$

yaza bilərik. Yaxud da $\hat{P} = P_\mu \gamma_\mu$ qəbul edərik sə, Dirak tənliyini (III.3.1)-dən

$$(i\hat{P} + m)\psi = 0 \quad (\text{III.3.6})$$

yazılar.

Elektromaqnit sahəsində 4-ölçülü impulsu P_μ

$$P_\mu \rightarrow P_\mu - eA_\mu(x)$$

dəyişərək

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_\mu} - ieA_\mu(x)$$

Dirak tənliyi elektromaqnit sahəsində

$$[i(\hat{P} + e\hat{A}) + m]\psi = 0 \quad (\text{III.3.7})$$

yazarıq. Burada $A = \gamma_\mu A_\mu(x)$ -di.

(III.3.7) tənliyinin kompleks qoşma tənliyi

$$\bar{\psi}[i(\hat{P} + e\hat{A}) - m] = 0 \quad (\text{III.3.8})$$

yazılar.

Əgər (III.3.7)-i soldan $\bar{\psi}$ -yə, (III.3.8)-i sağdan ψ -yə vurub, tərəf-tərəfə toplasaq

$$i\bar{\psi}\gamma_\mu(\hat{P}_\mu\psi) + i(P_\mu\bar{\psi})\gamma_\mu\psi = 0$$

alırıq. Buradan

$$\frac{\partial j_\mu}{\partial x_\mu} = 0 \quad (\text{III.3.9})$$

alınar. Bu elektrik cərəyanıdır və cərəyan saxlanılır.

4-ölçülü P_μ vektoru *enerji-impulsu* vektoru adlanır.

$$P_\mu = i \int T_{\mu\nu} d\bar{x} \quad (\text{III.3.10})$$

Burada $T_{\mu\nu}$ tenzoru iki rənqli tenzor olur.

$$\frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = 0$$

şertini ödəyir, sahənin enerji-impuls tenzorudu. Bu tenzor spinor sahə üçün

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \bar{\psi} \gamma_\nu \frac{\partial \psi}{\partial x_\mu} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x_\mu} \gamma_\nu \psi \quad (\text{III.3.11})$$

şəklini alır.

Kompleks spinor sahənin uyğun olaraq elektrik cərəyanı vektoru

$$j_\mu = -ie \left(\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi_\alpha}{\partial x_\mu}} \psi_\alpha - \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \bar{\psi}_\alpha}{\partial x_\mu}} \bar{\psi}_\alpha \right) = ie \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \quad (\text{III.3.12})$$

-dır və sahənin yükü

$$Q = e \int \bar{\psi} \gamma_4 \psi d\bar{x}$$

olur. Bu da (III.3.9)-un eyni olur. Həmçinin kompleks spinor sahənin 4-ölçülü enerji-impulsu

$$P_\mu = i \int T_{\mu\nu} d\bar{x} = -i \int \bar{\psi} \gamma_\nu \frac{\partial \psi}{\partial x_\mu} \quad (\text{III.3.13})$$

olur.

§ III.4. Dirak matrislərinin cəbri

Dirak tənliyində ψ -funksiyanın xətti çevirməsini

$$\psi \rightarrow \psi' = U\psi$$

ödəyən funksiya olmaqla və γ_μ -matrisləri U -çevrilməsinə məruz qalmaqda

$$\gamma_\mu \rightarrow \gamma'_\mu = U\gamma_\mu U^{-1}$$

Dirak tənliyinin şəkilini dəyişməsinə göstərir. γ_μ -matrisləri sahənin xassələrini təyin etməkdə mühüm rol oynayır və ona görə γ -matrislərin cəbri ilə məşğul olaq.

γ - matrisin

$I, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5 = \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3 \cdot \gamma_4 \cdot \sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2i} (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu), i\gamma_5 \gamma_\mu$
 cəbrini qurak. Matrislərin izi (diaqonal elementlərin cəmi) (III.3.3) ifadələrdən

$$Iz\gamma_\mu = Iz\gamma_5 = 0 \quad (III.4.1)$$

olur.

(*Iz* sözü spur, trake (*Sp* və *Tr*) sözləri kimidə dünya ədəbiyyatında istifadə olur).

İki γ_μ -matrisinin izi

$$\frac{1}{4} Iz\gamma_\mu \gamma_\nu = \delta_{\mu\nu} \quad (III.4.2)$$

olar.

γ matrislərin sayı tək olduqda

$$Iz\gamma_{\mu_1} \gamma_{\mu_2} \dots \gamma_{\mu_{2n+1}} \equiv Sp\gamma_{\mu_1} \gamma_{\mu_2} \dots \gamma_{\mu_{2n+1}} = Tr\gamma_{\mu_1} \gamma_{\mu_2} \dots \gamma_{\mu_{2n+1}}$$

$n > 1$ qiymətində γ_{μ_i} içərisində eyni γ -ların cüt sayı var.

Onları $\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}$ -dən $\gamma_{\mu_1} \gamma_{\mu_2} \dots \gamma_{\mu_{2n+1}}$ -ləri γ_μ və ya $\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\lambda$ olar ($\mu \neq \nu \neq \lambda$) və tək sayda γ -ların $Iz\gamma_\mu$ sıfır olar.

$Iz\gamma_j \gamma_i \gamma_k \gamma_n$ -in hesablanması üçün (III.4.3)

$$\gamma_m \gamma_i \gamma_k \gamma_n = 2\delta_{ml} \gamma_k \gamma_n - 2\delta_{mk} \gamma_l \gamma_n + 2\delta_{mn} \gamma_l \gamma_k - \gamma_l \gamma_k \gamma_n \gamma_m \quad (III.4.4)$$

yaza bilərik və

$$Iz\gamma_m \gamma_l \gamma_k \gamma_n = Iz\gamma_l \gamma_k \gamma_n \gamma_m \quad (III.4.5)$$

olduğunu göz önünə gətirsək $\left(\frac{1}{4} Iz\gamma_m \gamma_l = \delta_{ml} \right)$,

$$Iz\gamma_m \gamma_l \gamma_k \gamma_n = 4(\delta_{ml} \delta_{kn} - \delta_{mk} \delta_{ln} + \delta_{mn} \delta_{lk})$$

tapırıq. Yəni

$$\frac{1}{4} Iz\gamma_m \gamma_l \gamma_k \gamma_n = \delta_{ml} \delta_{kn} - \delta_{mk} \delta_{ln} + \delta_{mn} \delta_{lk} \quad (III.4.6)$$

alırıq.

Eyni yolla $Iz\gamma_m \gamma_l \gamma_k \gamma_n \gamma_\rho \gamma_\sigma$ -nin ifadəsi

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4} I \gamma_m \gamma_\ell \gamma_k \gamma_n \gamma_\rho \gamma_\sigma &= \delta_{m\ell} \delta_{kn} \delta_{\rho\sigma} + \delta_{m\sigma} \delta_{\ell k} \delta_{n\rho} + \delta_{mk} \delta_{\ell\rho} \delta_{n\sigma} + \\
&+ \delta_{m\ell} \delta_{k\sigma} \delta_{n\rho} + \delta_{nm} \delta_{\ell k} \delta_{\rho\sigma} + \delta_{m\sigma} \delta_{\ell\rho} \delta_{kn} + \delta_{mn} \delta_{\ell\sigma} \delta_{k\rho} + \\
&+ \delta_{m\rho} \delta_{\ell n} \delta_{k\sigma} - \delta_{m\sigma} \delta_{\ell n} \delta_{k\rho} - \delta_{nm} \delta_{\ell\rho} \delta_{k\sigma} - \delta_{mk} \delta_{\ell\sigma} \delta_{n\rho} - \delta_{m\ell} \delta_{k\rho} \delta_{n\sigma} - \\
&- \delta_{mk} \delta_{\ell n} \delta_{\rho\sigma} - \delta_{m\rho} \delta_{\ell k} \delta_{n\sigma} - \delta_{m\rho} \delta_{\ell\sigma} \delta_{kn} \quad (\text{bax: Əlavə A}) \quad (\text{III.4.7})
\end{aligned}$$

alarıq. Göstərmək olar ki,

$$\frac{1}{4} I \gamma_5 \gamma_m \gamma_k \gamma_n \gamma_\ell = \varepsilon_{mkn\ell} \quad (\text{III.4.8})$$

olur.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4} I \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_m \gamma_n \gamma_\rho \gamma_\sigma \gamma_5 &= \varepsilon_{\mu\nu mn} \delta_{\rho\sigma} + \varepsilon_{\mu\nu m\sigma} \delta_{n\rho} - \\
&- \varepsilon_{\nu\rho\sigma} \delta_{\mu m} + \varepsilon_{\mu\nu m\rho} \delta_{n\sigma} + \varepsilon_{m\nu\rho\sigma} \delta_{\mu\nu} + \varepsilon_{\mu\rho\sigma} \delta_{\nu n}
\end{aligned} \quad (\text{III.4.9})$$

alınar.

γ -matrislərin cəbrində

$$\begin{aligned}
\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho &= \gamma_\mu \gamma_{\nu\rho} + \gamma_\rho \delta_{\mu\nu} - \gamma_\nu \delta_{\mu\rho} + \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \gamma_\sigma \gamma_5 \\
\frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\rho\nu\sigma} \gamma_\sigma \gamma_\rho \gamma_5 &= \delta_{\mu\nu} - \gamma_\mu \gamma_\nu
\end{aligned} \quad (\text{III.4.10})$$

yazmaq olur.

$$(\text{III.4.2}) \text{ v} \hat{\text{e}} (\text{III.4.5}) \text{ nəzərə alaraq ki, } \frac{1}{4} I \hat{A}_1 \hat{A}_2 = A_1 A_2 \text{-dir,}$$

onda

$$\frac{1}{4} I \hat{A}_1 \hat{A}_2 \hat{A}_3 \hat{A}_4 = (A_1 A_2)(A_3 A_4) + (A_1 A_4)(A_2 A_3) - (A_1 A_3)(A_2 A_4)$$

(burada $\hat{A} = A_\mu \gamma_\mu$ $AB = A_\mu B_\mu$) tapırıq.

Çox vaxtı

$$\begin{aligned}
\gamma_i \gamma_k \gamma_i &= -2\gamma_k, \quad \gamma_i \hat{A} \gamma_i = -2\hat{A} \\
\gamma_i \gamma_k \gamma_\ell \gamma_i &= 4\delta_{k\ell} I, \quad \gamma_i \hat{A} \hat{B} \gamma_i = 4\hat{A} \hat{B} \\
\gamma_i \gamma_k \gamma_\ell \gamma_m \gamma_i &= -2\gamma_m \gamma_\ell \gamma_k, \quad \gamma_i \hat{A} \hat{B} \hat{C} \gamma_i = -2\hat{C} \hat{B} \hat{A}
\end{aligned} \quad (\text{III.4.11})$$

münasibətlərində istifadə olunur.

$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ və \hat{d} dördölçülü vektorların izi (III.4.6)-ya görə

$$\frac{1}{4} I_4 \hat{a} \hat{b} \hat{c} \hat{d} = (ab)(cd) - (ac)(bd) + (ad)(bc) \quad (\text{III.4.12})$$

olur. Bu vektorların antisimmetrik tenzora hasilı (Əlavə A)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} a_\mu b_\nu c_\rho d_\sigma = & -a_4(\bar{b}[\bar{c}\bar{d}]) + b_4(\bar{c}[\bar{d}\bar{a}]) - \\ & -c_4(\bar{d}[\bar{a}\bar{b}]) + d_4(\bar{a}[\bar{b}\bar{c}]) \end{aligned} \quad (\text{III.4.13})$$

olur. Burada a_4, b_4, c_4 və d_4 xəyalıdı.

$$a_4 = ia_0, b_4 = ib_0, c_4 = ic_0 \text{ və } d_4 = di_0$$

Belə ifadələri asanlıqda almaq olar.

§ III.5. Səpilmə matrisi

Səpilmə zamanı başlanğıc ($t \rightarrow -\infty$) anında zərrəcik sərbəst olur və sonra zərrəciklər qarşılıqlı təsirdə olub, onlar bir-birindən uzaqlaşır, $t \rightarrow +\infty$ anında onlar yenə sərbəst olurlar. Bu halda $t \rightarrow -\infty$ anında hal vektoru verilərək, $t \rightarrow +\infty$ zamanında hal vektoru tapılır. Özüdə relyativistik halda son halda qarşılıqlı təsir nəticəsində zərrəciklərin yaranması və məhv olması, yeni zərrəciklərin sayının dəyişilməsi baş verir.

Əgər operator və hal vektoru (\hat{F}, ψ) zamanın funksiyasıdırsa hərəkət tənliyi qarşılıqlı təsir təsvirində

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{F} = i[\hat{H}, \hat{F}] \quad (\text{III.5.1})$$

yazılır. Burada

$$\hat{H}_1 = e^{i\hat{H}_0(t-t_0)} \hat{V} e^{-i\hat{H}_0(t-t_0)} \quad (\text{III.5.2})$$

-dı. \hat{H}_0 -qarşılıqlı təsir olmayanda Hamilton operatorudu, \hat{V} qarşılıqlı təsir operatorudu, t_0 - başlanğıc, t isə son andakı zamandı.

Φ - hal vektorunun ödədiyi tənlik

$$i \frac{\partial \Phi(t)}{\partial t} = \hat{H}_1(t) \Phi(t) \quad (\text{III.5.3})$$

-di. Onda istənilən an üçün hal vektoru

$$\Phi(t) = S(t, t_0) \Phi(t_0) \quad (\text{III.5.4})$$

yazılar. Burada $S(t, t_0)$ (III.5.1) tənliyini ödəyən çevirmədi.

$t_0 = -\infty, t = +\infty$ götürsək,

$$\Phi(\infty) = S(\infty, -\infty) \Phi(-\infty) \quad (\text{III.5.5})$$

yazarıq və $S(\infty, -\infty)$ operatoru $-\infty$ anındakı $\Phi(-\infty)$, hal vektorunu $+\infty$ anındakı $\Phi(+\infty)$ hal vektoruna çevirən operator olaraq *səpilmə matrisi* adlanır. Səpilmə matrisini adətən S ilə göstərirlər. Sadəlik üçün məlum elektromaqnit qarşılıqlı təsirinə baxarıqsa,

$$L_I = j_\mu(x) A_\mu(x)$$

yazıb,

$$H_I(t) = -\int L_I(x) d^3x \quad (\text{III.5.6})$$

olar. Burada j_μ cərəyanı elektronun yükünə mütənasibdi

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar c} = \frac{1}{137,04}$$

və $\alpha \ll 1$ olduğu üçün həccanlaşma nəzəriyyəsi keçərlidi

$$S^{(n)}(t, t_0) = \frac{(-i)^n}{n!} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \dots \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n T(H_I(t_1), H_I(t_2), \dots, H_I(t_n)) \quad (\text{III.5.7})$$

Bu ifadədə T -xronoloji operator olub, $H_I(t_n)$ -də zaman arqumentinin soldan sağa doğru azalmasını göstərir.

(III.5.7)-ni $t_0 = -\infty, t = +\infty$ qəbul edərək, ümumi şəkildə

$$S = T e^{-i \int_{-\infty}^{+\infty} dt_n H_I(t) dt} \quad (\text{III.5.8})$$

yaza bilərik. (III.5.6)-i nəzərə alsaq (III.5.8)-i

$$S = T e^{i \int L_I(x) d^4x} \quad (\text{III.5.9})$$

şəklində yazarıq.

S səpilmənin matrisi elektronun və fotonun səpilmə proseslərinin ehtimalının amplitudun təyin edir. Matrisa elementini tapmaq üçün səpilmə matrisini sıraya ayırsaq

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} S^{(n)}$$

$S^{(n)}$ -lər yükün dərəcəsi ilə (e^n) mütənasib olur və

$$S^{(n)} = \frac{i^n}{n!} \int d^4x_1 \int d^4x_2 \dots \int d^4x_n T(L_I(x_1), L_I(x_2), \dots, L_I(x_n)) \quad (\text{III.5.10})$$

təyin olunur. İnteqralma hər bir x_i -lərin dördölçülü fəzadakı d^4x_i dəyişəndi.

Əgər bütün qarşılıqlı təsirləri nəzərə alsaq laqranjiani

$$L(x) = L_0(x) + L_n(x)$$

yaza bilərik. Burada $L_0(x)$ laqranjian bütün zərrəciklərin sərbəst elektromaqnit, elektron, müyon və hadron sahələrin laqranjiani, $L_n(x)$ isə n leptonlar və hadronların bütün qarşılıqlı təsirlərin laqranjiandı.

Zəyif qarşılıqlı təsiri nəzərə almasaq, elektron, müyon və hadron elektromaqnit cəryanı ayrı-ayrılıqda

$$\frac{\partial j_v^{(e)}}{\partial x_v} = 0, \quad \frac{\partial j_v^{(\mu)}}{\partial x_v} = 0, \quad \frac{\partial j_v^{(h)}}{\partial x_v} = 0 \quad (\text{III.5.11})$$

kəsilməzlik tənliyini ödəyən cəryanlar olurlar. Onda dinamik sistem qapalı sistem olur.

Hadron olan zaman elektromaqnit qarşılıqlı təsiri ilə yanaşı daha intensiv olan güclü təsiri də gözününə almaq lazımdı.

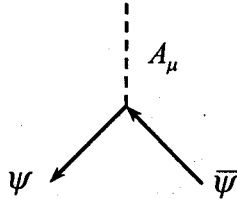
$L_n(x)$ laqranjianında mümkün olan bütün lazımı qarşılıqlı təsirlərin özündə əks etdirən qismdi.

Səpilmə matrisini sahənin operatorlarının normal hasilləri kimi təsvir etdiyimiz üçün onu qrafiki şəkildə göstərə bilərik: hər bir 4-vektor x_1, x_2, \dots, x_n nöqtə ilə operatorlar isə xəttlə göstərilir. Sahənin operatorları $A_\mu(x)$ qırıq-qırıq xəttə, ψ spinor

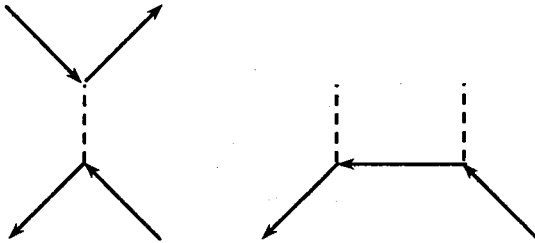
sahə x nöqtəsinə gələn bütöv xəttlə, $\bar{\psi}(x)$ x nöqtəsindən çıxan bütöv xəttlə göstərilir. Xarici sahə ilə təsir, x nöqtəsindən çıxan qırıq-qırıq xətlə uyğun olur.

Hər təpə nöqtəsinə bir bozon (qırıq-qırıq xətt) və iki fermion (bütöv xətt) xətti uyğun gəlir.

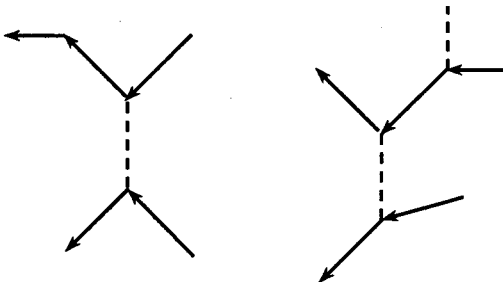
Məsələn,



şəkilinə uyğun gələn $\bar{\psi}\gamma_\mu\psi A_\mu$ elektron və ya pozitronun xarici sahədə səpilməsini xarakterizə edər. Və ya diaqramlar



$N(\bar{\psi}\gamma_\mu^k\psi \cdot \bar{\psi}\gamma_\nu\psi A_\mu A_\nu)$ və $(\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\bar{\psi}\gamma_\nu\psi)A_\mu A_\nu$ virtual və iki foton səpilməsinə uyğun olur. Eyni ilə diaqramlar



və s.

$N(\bar{\psi}\gamma_\mu\psi)(\bar{\psi}\gamma_\rho\psi)A_\mu A_\nu A_\rho$, $N(\bar{\psi}\gamma_\mu\psi)(\bar{\psi}\gamma_\nu\psi)(\bar{\psi}\gamma_\rho\psi)A_\mu A_\nu A_\rho$ və s. səpilməni xarakterizə edir.

Bu proseslərdə sahənin operatorları müxtəlif fiziki proseslərdə yaranma və məhv olma operatoruna uyğun gəlir.

S -matrisi, matris elementlərinin cəmi kimi təsvir etmək olur:

$$S_{i \rightarrow f}^{(n)} = \sum M_{i \rightarrow f}^{(n)}. \quad (\text{III.5.12})$$

Burada i səpilmədən öncəki hal, f isə səpilmədən sonrakı haldı. Matris elementlərini hesablamaq üçün, bütün sahə operatorları impuls təsvirində yazmaq əlverişlidir.

$$D_c^{\mu\nu}(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int D_c^{\mu\nu}(k) e^{ikx} d^4k$$

$$D_c^{\mu\nu}(k) = \frac{1}{i(k^2 - i0)} \left(\delta_{\mu\nu} + d \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right)$$

$$S_c^{\alpha\beta}(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int S_c^{\alpha\beta}(p) e^{ipx} d^4p \quad (\text{III.5.13})$$

$$S_c^{\alpha\beta}(p) = i \frac{(\hat{p} - m)_{\alpha\beta}}{p^2 + m^2 - i0}$$

$$A_\mu(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int A_\mu(q) e^{iqx} d^4q$$

Buradakı Furye obrazlar, onların impuls təsvirindəki ifadələri olur. Onları polyarizasiya vektoru və spinorla ifadə edə bilərik

$$A_\mu(x) = \frac{1}{2\omega} e_\mu^{(\lambda)}(k) e^{ikx} \quad \text{və ya} \quad \frac{1}{2\omega} e_\mu^{(\lambda)} e^{-ikx}$$

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon}} u_\mu(p) e^{ipx} \quad \text{və ya} \quad \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon}} \bar{u}_\mu(p) e^{-ipx} \quad (\text{III.5.14})$$

$$\bar{\psi}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon}} \bar{u}_\mu(-p) e^{ipx} \quad \text{və ya} \quad \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon}} u_\mu(-p) e^{-ipx}$$

§ III.6. Səpilmənin matris elementinin qurulması. Feynman diaqramları

Səpilmə matrisi elementini işlənən halından, f -halına keçid ehtimalını qurmaq üçün məşhur Feynman diaqramları qaydasından istifadə edək. Bu qaydaya görə:

- 1) Hər bir xarici fermion bütöv xəttinə bispinor

$$\frac{u_\mu(p)}{\sqrt{2\varepsilon}}, \frac{\bar{u}_\mu(p)}{\sqrt{2\varepsilon}}, \frac{u_\mu(-p)}{\sqrt{2\varepsilon}} \text{ və } \frac{\bar{u}_\mu(-p)}{\sqrt{2\varepsilon}}$$

uyğun gəlir.

$u_\mu(p)$ və $\bar{u}_\mu(p)$ spinorla fermionun udulma və yaranma, $u_\mu(-p)$ və $\bar{u}_\mu(-p)$ antifermionun impulsu və polyarzasiyasını xarakterizə edir.

- 2) Hər bir xarici bozon xətti $\frac{\hat{e}}{\sqrt{2\omega}}$ ilə göstərilir. Burada

$\hat{e} = e_\mu \gamma_\mu$ -di və e_μ bozonun 4-ölçülü polyarizasiya vektorudu. ω – bozonun enerjisidi.

- 3) Hər bir daxili fermionun p impulsu xəttinə $i \frac{\hat{p} - m}{p^2 + m^2}$

uyğun gəlir ($\hat{p} = p_\mu \gamma_\mu$). Buna *fermion propaqatoruda* deyilir.

- 4) Hər bir bozun üçün xarici sahəsini göstərən xarici bozon

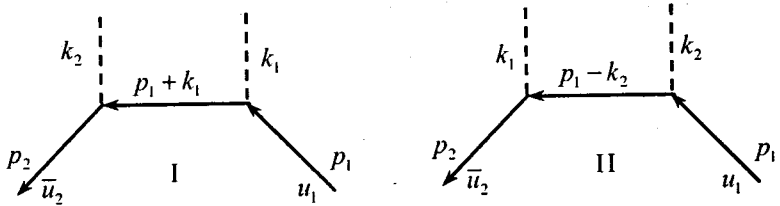
xəttini $\frac{\hat{A}(q)}{(2\pi)^4}$ təsvir olunur.

- 5) k impulsu daxili bozon xəttinə $\frac{1}{i} \frac{1}{k^2} \left(\delta_{\mu\nu} + d_\nu(k^2) + \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right)$ qoyulur. Onun sonralarına γ_μ və γ_ν -matrisləri

qoyulur.

- 6) Qrafikin təpələri δ -funksiyası $\delta(\sum p_i)$ impulsların c midi.
- 7) Bütün matrislər fermion xətti boyunca hərəkət etdikdə sađdan sola d z l rl r.
- 8)  g r diaqramda fermion il m yi varsa (... ..) onların cüt sayı üzrə iz götürülür. Onlar t k sayda olanda iz sıfır olur.
- 9) Matris elementin qarşısında $(-1)^n + \ell \xi \delta_p (2\pi) 4(n-F)$ vuruđu olur. F -daxili x ttl rin ümumi sayıdır, δ_F -fermion il m sinin sayıdır, ℓ -fermion impulsunun cüt dəfə d yiřm sini göstərir. $\xi = \frac{r}{n!}$, r -ekvivalent normal hasilin sayıdır.
- 10) Daxili 4-impulsa görə integralları, daxili bozon xəttinə görə isə cəmləmə aparılır.

Misal  c n, fotonun elektrondan səpilməsinə uyđu gələn Feynman diaqrammı ($\gamma + \ell \rightarrow \gamma' + \ell'$).



təsvir olunur. Matris elementi bu səpilməsində ařađıdaki řekild  olar:

$$M(if) = S_{if} = ie^2 (2\pi)^4 \frac{\bar{n}_2}{\sqrt{2\varepsilon_2}} \left(\frac{\hat{e}_2}{\sqrt{2\omega_2}} \frac{i(\hat{p}_1 + \hat{k}_1) - m}{(p_1 + k_1)^2 + m^2} + \frac{\hat{e}_1}{\sqrt{2\omega_2}} \frac{i(\hat{p}_1 + \hat{k}_2) - m}{(p_1 + k_2)^2 + m^2} \frac{e_2}{\sqrt{2\omega_2}} \right) \frac{n_1}{\sqrt{2\omega_2}} \delta(p_2 - p_1 + k_2 - k_1) \quad (\text{III.6.1})$$

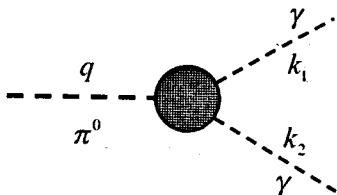
burada

$$\bar{u}_2 = u_2^* \gamma_4, \hat{e}_2 = e_{2\mu} \gamma_\mu, \hat{e}_1 = e_{1\nu} \gamma_\nu$$

$$\hat{P}_1 = \gamma_\mu p_{1\mu}, \hat{P}_2 = \gamma_\nu p_{2\nu}, \hat{k}_1 = k_{1\mu} \gamma_\mu, \hat{k}_2 = k_{2\nu} \gamma_\nu \text{ -di}$$

$$p_2 = p_1 + k_1 - k_2, p_2 = p_1 - k_2 + k_1 \text{ (II diaqramm)}$$

Pseudoskalyar π^0 -mezonun iki fotona çevrilməsinin diaqramını



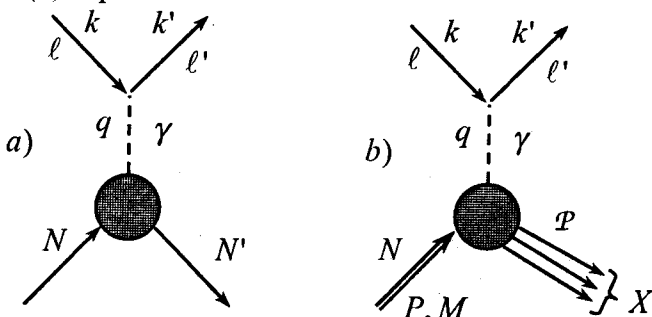
yazıb, matris elementini

$$M(\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma) = (2\pi)^4 \frac{e^2}{(2\pi)^{9/2}} \frac{1}{\sqrt{8\omega_1\omega_2q_0}} \times \times e_\mu^\lambda(k_1) e_\nu^\lambda R_{\mu\nu}(k_1, k_2, q) \delta(k_1 + k_2 - q) \quad (\text{III.6.2})$$

yaza bilərik. İki 4-ölçülü vektorlarında bir psevdotenzor qura bilərik:

$$R_{\mu\nu}(k_1, k_2, q) = a \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} k_{1\rho} k_{2\sigma}, \quad k_1 k_2 = \frac{1}{2} q^2 = -\frac{1}{2} m_\pi^2, \quad a - \text{sabitdi}$$

Növbəti örnek olaraq leptonun hadrondan səpilməsinə baxaq. Bu səpilmə iki növ ola bilər: elastiki (a) və qeyri-elastiki (b) səpilmə.



Şəkil A. Letonların nuklondan səpilməsi.

(a)-ya uyğun gələn matrisa elementi və ya səpilmə amplitudu

$$M(eN \rightarrow eN) = (2\pi)^4 i e^2 \sqrt{\frac{m^2 M}{E_t E_t' E_N'}} (\bar{u}(k') \gamma_\mu u(k)) \frac{\delta_{\mu\nu}}{q^2} \times \\ \times \left(\bar{u}(p') \left[F_1(q^2) \gamma_\mu + \frac{1}{2M} \sigma_{\nu\rho} q_\rho F_2(q^2) \right] u(p) \right) \times \\ \times \delta(k' + p' - p - k) \quad (\text{III.6.3})$$

(b)-ya isə uyğun olan matris elementi

$$M(eN \rightarrow e'X) = \\ = \frac{(2\pi)^4}{iq^2} (\bar{u}(k') \gamma_\mu u(k)) \delta_{\mu\nu} \langle X | j_\nu | N \rangle \delta(k' + P - p - k) \quad (\text{III.6.4})$$

olaraq. Burada j -hadron cərəyanıdır, $F_1(q^2)$ və $F_2(q^2)$ -Dirak və Pauli formfaktorlarıdır.

(b)-də olan $q = k - k'$ zərrəciki γ, W^\pm və Z zərrəcikləri ola bilər. Qeyri-elastiki səpilmənin effektiv kəsiyi $\ell N \rightarrow \ell' N'$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (d\sigma/d\Omega)_0 \left\{ \frac{G_E^2 + \frac{q^2}{4M^2} G_M^2}{1 + \frac{q^2}{4M^2}} + \frac{q^2}{4M^2} \text{tg} \frac{\theta}{2} G_M^2 \right\} \quad (\text{III.6.5})$$

$$G_E = F_1 + F_2, \quad G_M = F_1 - \frac{q^2}{4M^2} F_2$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_0 = \frac{\alpha^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{4E_t^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{1}{1 + \frac{2E_t}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad (\text{III.6.6})$$

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = x(S - M^2) \frac{d^2\sigma}{dx dQ^2}$$

alınar.

$$x = \frac{Q^2}{2Mv}, \quad S = (k+p)^2 = \frac{Q^2}{xy} + m^2 + m_t^2$$

$$v = \frac{qP}{M} = E_t - E_t', \quad y = \frac{qP}{kp} = \frac{v}{E} \quad (\text{III.6.7})$$

$$Q^2 = -q^2 - 2(E_t E_t' - \vec{k} \vec{k}') - m_t^2 - m_t'^2$$

kösiyi

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = \frac{2\pi y \alpha^2}{Q^4} \sum_j \eta_j L_j^{\mu\nu} H_{\mu\nu}^j = x(S - M^2) \frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} \quad (\text{III.6.8})$$

yaza bilërik. Burada

$$L_{\mu\nu}^Y = 2(k_\mu k'_\nu + k'_\mu k_\nu - (kk')) g_{\mu\nu} - is \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_\alpha k'_\beta$$

$$L_{\mu\nu}^{Y,Z} = (g_\nu^t + es g_A^t) L_{\mu\nu}^Y : L_{\mu\nu}^Z = (g_\nu^t + es g_A^t) L_{\mu\nu}^Y \quad (\text{III.6.9})$$

$$L_{\mu\nu}^W = (1 + es)^2 L_{\mu\nu}^Y$$

$$g_\nu^t = \frac{1}{2} - 2e \sin^2 \theta_w, \quad g_A^t = -\frac{1}{2}$$

$$\eta_\gamma = 1, \quad \eta_{\gamma Z} = \left(\frac{G_F M_Z^2}{2\sqrt{2}\pi\alpha} \right) \left(\frac{Q^2}{Q^2 + M^2} \right) \quad (\text{III.6.10})$$

$$\eta_Z = \eta_{\gamma Z}^2, \quad \eta_W = \frac{1}{2} \left(\frac{G_F M_W^2}{4\pi\alpha} \frac{Q^2}{Q^2 + M^2} \right)^2$$

$$H_{\mu\nu}^j = \frac{1}{4\pi} \int d^4 Z e^{iqZ} \langle p, S | \tau_\mu(z) \tau_\nu(0) | pS \rangle$$

$$S^2 = -M^2, \quad S \cdot p = 0 \quad (\text{III.6.11})$$

$$H_{\mu\nu}^j = - \left(g_{\mu\nu} \frac{g_\mu g_\nu}{q^2} \right) F_1(x, Q^2) + \frac{p_\mu p_\nu}{pq} F_2(x, Q^2) -$$

$$- i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \frac{q_\alpha p_\beta}{2qp} F_3(x, Q^2) + i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \frac{q_\alpha}{qp} \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[S_{\beta} g_1(x, Q^2) + \left(S_{\beta} - \frac{Sq}{qp} p_{\beta} \right) g_2(x, Q^2) \right] + \\
& + \frac{1}{qp} \left[\frac{1}{2} (\hat{p}_{\mu} \hat{S}_{\nu} + \hat{S}_{\mu} \hat{p}_{\nu}) - \frac{qS}{qp} \hat{p}_{\mu} \hat{p}_{\nu} \right] g_3(x, Q^2) + \\
& + \frac{qS}{qp} \left[\frac{\hat{p}_{\mu} \hat{p}_{\nu}}{qp} g_4(x, Q^2) + \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_{\mu} q_{\nu}}{q^2} \right) g_5(x, Q^2) \right] \\
& \hat{p}_{\nu} = p_{\nu} - \frac{qp}{q^2} q_{\mu}, \quad \hat{S}_{\mu} = S_{\mu} - \frac{qS}{q^2} q_{\mu} \text{ -dir.}
\end{aligned}$$

Qeyri-elastik səpilmənin kəsiyi γ -kvant, W -bozon və Z^0 -bozon mübadiləsi zamanı $g(x, Q^2)$ - funksiyalarına uyğun olaraq təyin olunur.

§ III.7. Keçid ehtimalı və effektiv kəsik

Əgər başlanğıc halda, son hala qarşılıqlı təsir nəticəsində keçid varsa, keçidin ehtimalı S -matris ilə təyin olunur.

$$S = I + iT \quad (\text{III.7.1})$$

Qarşılıqlı təsir olmayanda, sistemin halı dəyişməz qalar və S -matrisi $S = I$ olar. Ona görə müxtəlif proseslərin baş vermə ehtimalı

$$W(f \rightarrow i) = \left| \langle f | T | i \rangle \right|^2 \quad (\text{III.7.2})$$

T matris elementləri ilə təyin olunur. i və f halları başlanğıc və son hallarda qarşılıqlı təsir halları göstərir.

Bu və ya başqa proseslərdə başlanğıc və son hallar sərbəst zərrəciklərə uyğun gəlidiyi üçün impulsar fərqi funksiyası olan δ -funksiyanı daxil edir, matris elementi

$$\langle f | T | i \rangle = (2\pi)^4 M(i \rightarrow f) \delta \left(\sum p_i - \sum p_f \right) \quad (\text{III.7.3})$$

yazarıq.

(III.7.2)-yə görə səpilmə amplitudunda impulsar $(\sum p_i - \sum p_f)$ olar və onun birini

$$\delta(q) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int e^{iqx} d^4x$$

$$q = \sum p_i - \sum p_f$$

əvəz edib,

$$\delta(q) = \frac{VA t}{(2\pi)^4}$$

yazaraq keçid ehtimalını

$$W_{i \rightarrow f} = \frac{|\langle f|T|i \rangle|^2}{\Delta t} = (2\pi)^4 |M_{i \rightarrow f}|^2 \delta(\sum p_i - \sum p_f) \quad (\text{III.7.4})$$

alarıq.

Öyrənilən proseslərdə zərrəciklər başlanğıc və son halda kəsilməz spektirə malik olurlar. Ona görə (III.7.4) ehtimalını son haldakı impulsarın hasilinə vurmaq lazımdı. Bu hasil

$$\prod \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3} = \frac{d^3 p_{1f}}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_{2f}}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_{3f}}{(2\pi)^3} \dots$$

götürək. Onda keçid ehtimalı

$$dW_{i \rightarrow f} = (2\pi)^4 |M_{i \rightarrow f}|^2 \delta(\sum p_i - \sum p_f) \prod \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3}$$

yazılar. Enerjiyə görə $(\sum p_i - \sum p_f)$ -funksiyanı hesablamak üçün

$$\frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3} = \frac{|p_f| \varepsilon_f}{(2\pi)^3} d\varepsilon_f d\Omega$$

yazmaq lazımdır, $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ cisim bucağa olur. Böyləcə səpilmənin ehtimalı

$$dW_{i \rightarrow f} = 2\pi |M_{i \rightarrow f}|^2 \delta(\sum \varepsilon_i - \sum \varepsilon_f) \prod \frac{d^3 \bar{p}_f}{(2\pi)^3} \quad (\text{III.7.5})$$

olar. Bu ehtimal sƏpilmƏ proseslərin xarakterizə edərək, fiziki ölçülə bilən real fiziki kəmiyyət həcminə mütənasib olur. Səpilmənin ehtimalını almaq üçün zərrəciklərin selinə bölmək lazımdı.

Differensial ehtimalının başlanğıc zərrəciklərin selinə nisbəti *differensial effektiv kəsik* adlanır.

$$d\sigma = \frac{dW_{i \rightarrow f}}{\tau} \quad (\text{III.7.6})$$

Burada τ düşən zərrəciklərin selinin sıxlığıdır. Əgər başlanğıcda sƏpən zərrəcik sükunətdədirsə, onda $v_2^{(0)}$ sƏpən zərrəciyin sürəti sıfır olur, sƏpilən zərrəciyin sel sıxlığı

$$j^{(0)} = n_1^{(0)} v_1^{(0)}$$

olar ($n_1^{(0)}$ -hərəkət edən zərrəciyin sıxlığıdır). Onda sƏpilmənin differensial effektiv kəsiyi

$$d\sigma^{(0)} = \frac{dW_{i \rightarrow f}^{(0)}}{n_1^{(0)} v_1^{(0)}}$$

olur. Səpilmə zamanı relyativistik invariantlığa görə

$$d\sigma^{(0)} n_1^{(0)} n_2^{(0)} v_1^{(0)} = d\sigma n_2 j$$

olar. İnvariantlıqdan

$$j = n_1 v_1^{(0)} (1 - \bar{v}_1 \bar{v}_2)$$

$$v_1^{(0)} = \frac{\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}}{(p_1 p_2)}$$

alırıq.

Cərəyan seli

$$j = \frac{n_1}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}, \quad n_1 = \frac{1}{v}$$

olur. $\varepsilon_1 \varepsilon_2$ -toqquşan zərrəciklərin enerjisidi və bunun alınmasında

$$1 - \bar{v}_1 \bar{v}_2 = \frac{p_1 p_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2}$$

istifadə olundu.

Bu formalları nəzərə alaraq $i \rightarrow f$ keçidində səpilmənin differensial effektiv kəsiyi üçün

$$d\sigma = (2\pi)^4 |M_{i \rightarrow f}|^2 \delta\left(p_1 + p_2 - \sum p_f\right) \times \quad (III.7.7)$$

$$\times \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\sqrt{|p_1 p_2|^2 - m_1^2 m_2^2}} \prod \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3}$$

alarıq.

Spinorlar $u(p)$ və $\bar{u}(p)$

$$u(p)\bar{u}(p) = \frac{1}{2}(m + i\hat{p})$$

sərtini ödəyir. Əgər zərrəciklər və antizərrəciklər polyarizalaşmışlarsa

$$u_\alpha(\pm p)\bar{u}_\beta(\pm p) = \pm \frac{1}{2}[(m \mp i\hat{p})(1 + i\gamma\hat{S})] \quad (III.7.8)$$

götürülür. Burada 4-ölçülü polyarizasiya vektoru

$$\vec{S} = S_\mu \gamma_\mu = \frac{1}{2m}(\pm m - i\hat{p})(1 + i\gamma_5 \hat{S}) \quad (III.7.9)$$

-dirö Əgər $S = (\vec{\xi}, S_0)$ (sükunət halında)

$$\vec{S} = \vec{\xi} + \frac{\vec{p}(\vec{\xi}\vec{p})}{m(\varepsilon + m)}, \quad S_0 = \frac{S_n}{i} = \frac{\vec{\xi}\vec{p}}{m} \quad (III.7.10)$$

qəbul olunur. $\vec{\xi}$ -fermionun polyarizasiya vektorudu.

Polyarizasiya operatorunu

$$\Lambda = \frac{1}{2}(m + i\hat{p})(1 + i\gamma_5 \hat{S}) \quad (III.7.11)$$

yazırıq.

Əgər enerjiyə görə $\delta(p + p_1 - \sum p_f)$ $\delta \rightarrow$ funksiyanın enerji qismini

$$\delta(p + p_1 - \sum p_f) = \delta(\vec{p} + \vec{p}_1 - \sum \vec{p}_f) \delta(E_1 + E_2 - E_f - \dots)$$

yazsaq, vahid zamanda keçid ehtimalı

$$dW_{i \rightarrow f} = 2\pi |M_{i \rightarrow f}|^2 \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} \times \\ \times \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \sum E_f) \prod \frac{d^3 \vec{p}_f}{(2\pi)^3} \quad (\text{III.7.12})$$

olur.

(III.7.11)-də $i \rightarrow f$ -keçidinin matris elementi

$$|M_{i \rightarrow f}|^2 = (\bar{u}_f \hat{Q} u_i)(u_i \hat{Q} u_f) = u_{i\alpha} \bar{u}_{i\alpha'} \bar{Q}_{\alpha\beta} u_{f\beta} \bar{u}_{f\beta'} Q_{\beta\alpha} \quad (\text{III.7.13})$$

yazılar.

(III.7.12)-də $\bar{u} = u^+ \gamma_n$, $\bar{Q} = \gamma_n \hat{Q} \gamma_n$, \hat{Q} -ixtiyari sayda γ -matrislə ifadə olunan mürəkkəb şəkil ala bilər.

(III.7.11)-ə görə (III.7.13) ifadəsini

$$\sum_{u_i u_f} |\bar{u}_f \hat{Q} u_i|^2 = \text{Iz} \{ \hat{Q}(m - i\hat{p}_i) \hat{Q}(m - i\hat{p}_f) \} \quad (\text{III.7.14})$$

yazırıq. Haradakı $\hat{Q} = \gamma_n \hat{Q}^+ \gamma_n$.

Əgər səpilmədə polyarizə olunmuş foton varsa onda

$$e_{i\alpha} e_{i\alpha'}^* = \frac{1}{2} (1 + (\vec{\xi} \vec{\sigma})_{\alpha\alpha'}) \quad (\text{III.7.15})$$

yazılar. Burada $\vec{\sigma}$ -Pauli matrisləri, $\vec{\xi}$ isə başlangıçda olan fotonun Stoks parametridi.

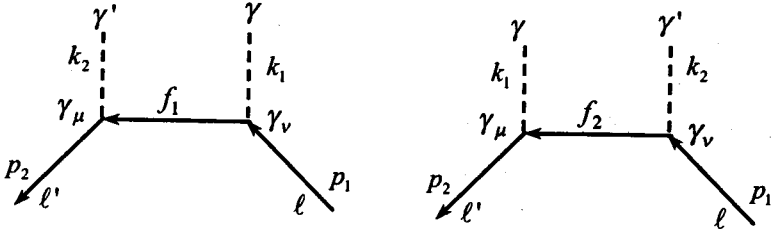
Örnek olaraq bir neçə kvant effektlərinin elektromaqnit qarşılıqlı təsirin hesabına yaranan səpilmənin effektiv kəsiyini hesablayırıq.

§ III.8. Fotonların sərbəst elektronlardan səpilməsi (kompton effekti)

Fotonların sərbəst elektronlardan səpilməsi əsasən elektromaqnit təsirin hesabına

$$\gamma + e \rightarrow \gamma' + e'$$

baş verir. Bu səpilməyə uyğun gələn Feynman diaqramını



olur.

Şəkil 3.8.1. Kompton effekti və ikinci tərkibdə matris elementi

Səpilmənin amplitudu

$$S^{(2)} = e^2 N \int \bar{\psi}(x_2) \hat{A}(x_2) S_c(x_2 - x_1) \hat{A}(x_1) \psi(x_1) d^4 x_1 d^4 x_2 \quad (\text{III.8.1})$$

olar

haradakı $S_c(x)$

$$S_c(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int S_c(p) e^{ipx} d^4 p \quad (\text{III.8.2})$$

$$S_c(p) = i \frac{i\hat{p} - m}{p^2 + m^2}$$

Əgər

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_1}} u_1 e^{ip_1 x_1}, \quad \bar{\psi} = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_2}} \bar{u}_2 e^{-ip_2 x_2} \quad (\text{III.8.3})$$

$$A(x) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_1}} e_1 e^{ik_1 x_1}, \quad A^* = \frac{1}{\sqrt{2\omega_2}} e^{-ik_2 x_2}$$

olduğunu və (III.8.2)-ni nəzərə alsaq, (III.8.1)-dən

$$\begin{aligned} \langle f | S^{(2)} | i \rangle &= \frac{ie^2}{4\sqrt{\omega_1 \omega_2 \varepsilon_1 \varepsilon_2}} (2\pi)^4 \delta(k_1 + p_1 - p_2 - k_2) \times \\ &\times \bar{u}_2 \left\{ \hat{e}_2^* \frac{i\hat{f}_1 - m}{f_1^2 + m^2} \hat{e}_1 + \hat{e}_1 \frac{i\hat{f}_2 - m}{f_2^2 + m^2} \hat{e}_2^* \right\} u_1 \end{aligned} \quad (\text{III.8.4})$$

alarıq. Burada $\bar{u}u = 2m$, $e^* e = 1$ və p, k impulsu başlanğıc və son elektron və fotonun dördölçülü impulsudu

$$f_1 = p_1 + k_1 = p_2 + k_2 \quad (\text{III.8.5})$$

$$f_2 = p_1 - k_2 = p_2 - k_1$$

Matrisa elementi sıfırdan fərqli olaraq, saxlanma qanunu

$$p_1 + k_1 = p_2 + k_2 \quad (\text{III.8.6})$$

ifadə olunur. Bunu kvadrata yüksəldək

$$p_1^2 = p_2^2 = -m^2, \quad k_1^2 = k_2^2 = 0,$$

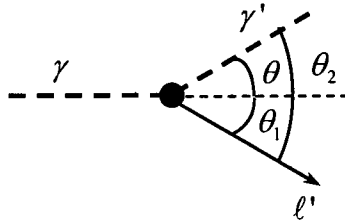
$$p_1 k_1 = p_2 k_2 = p_1 k_2 + k_1 k_2,$$

buradan

$$\omega_1(1 - v_1 \cos \theta_1) = \omega_2(1 - v_2 \cos \theta_2) = \frac{\omega_1 \omega_2}{\varepsilon_1} (1 - \cos \theta)$$

alırıq.

v_1 -başlangıç fotonun sürəti, ε_1 -onun enerjisi, θ_1 və θ_2 elektronla foton arasındakı bucaqlardır, k_1 -lə k_2 —fotonların arasındakı bucağı, θ isə foton \vec{k}_1 -lə \vec{k}_2 arasında olan bucağı.



Sükunətdə olan elektrondan ($v_1 = 0, \varepsilon_1 = m$) səpilən fotonun enerjisi

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{1 + \frac{\omega_1}{m} (1 - \cos \theta)}$$

məlum Kompton düsturu ilə xarakterizə olunur.

(III.8.4)-də

$$\frac{f_1^2 + m^2}{m^2} = \alpha_1, \quad \frac{f_2^2 + m^2}{m^2} = \alpha_2$$

ilə göstərsək

$$\begin{aligned} m^2 \alpha_1 &= 2 p_1 k_1 = 2 p_2 k_2 \\ m^2 \alpha_2 &= -2 p_1 k_2 = -2 p_2 k_1 \end{aligned} \quad (\text{III.8.7})$$

yazarıq və sükunətdə elektron halında

$$\alpha_1 = \frac{2\omega_1}{m}, \quad \alpha_2 = \frac{2\omega_2}{m}$$

olar. Böyləcə, $\gamma + \ell \rightarrow \gamma' + \ell'$ prosesin differensial effektiv kəsiyi

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{e^n}{(2\pi)^2} \left\{ \bar{u}_2 \left[\frac{1}{m^2 j_1} \hat{e}_2^* (\hat{i}f_1 - m) \hat{e}_1 + \frac{1}{m^2 j_2} \hat{e}_1 (\hat{i}f_2 - m) \hat{e}_2^* \right] u_1 \right\}^2 \times \\ &\times \frac{1}{16(p_1 k_1)} \frac{d^3 p_2 d^3 k_2}{\varepsilon_2 \omega_2} \delta(k_1 + p_1 - k_2 - p_2) \end{aligned} \quad (\text{III.8.8})$$

olar.

δ -funksiyanın hesabına inteqrallama aparmaq üçün

$$\delta(\vec{k}_1 + p_1 - \vec{k}_2 - \vec{p}_2) d^3 p_2 \rightarrow 1$$

$$\delta(\omega_1 + \varepsilon_1 - \omega_2 - \varepsilon_2) \rightarrow \omega_2^2 \left| \frac{\partial}{\partial \omega_2} (\omega_2 + \varepsilon_2) \right|^{-1} d\Omega_2$$

keçid düsturundan istifadə etsək,

$$\varepsilon_2^2 = m_2^2 + (\vec{k}_1 - \vec{k}_2 + \vec{p}_1)$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega_2} (\omega_2 + \varepsilon_2) = -\frac{m^2 \alpha_1}{2\varepsilon_2 \omega_2}, \quad \alpha = \frac{e^2}{4\pi}$$

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{m^2} \frac{\omega^2}{m^2 j_1} \times$$

$$\times \left\{ \bar{u}_2 \left[\frac{1}{m^2 j_1} \hat{e}_2^* (\hat{i}f_1 - m) \hat{e}_1 + \frac{1}{m^2 j_2} \hat{e}_1 (\hat{i}f_2 - m) \hat{e}_2^* \right] u_1 \right\}^2 d\Omega_2 \quad (\text{III.8.9})$$

effektiv kəsiyi alarıq. Burada $d\Omega_2 = \sin \theta_2 d\theta_2 d\varphi_2$

\vec{k}_2 vektorunun olduğu cisim bucağıdı.

(III.4.2) və (III.4.6)-dan istifadə etsək

$$h_1(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{1}{m^4 \alpha_1^2} \text{Iz} \{ \hat{f}_1 \hat{p}_1 \hat{f}_1 \hat{p}_2 + 4m^2 (\hat{f}_1 \hat{p}_1 + \hat{f}_1 \hat{p}_2 - f_1^2) - m^2 \hat{p}_1 \hat{p}_2 + 4m^2 \} \quad (\text{III.8.10})$$

$$h_2(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{1}{m^4 \alpha_1 \alpha_2} \text{Iz} \{ \gamma_\nu (i\hat{f}_2 - m) \gamma_\mu (i\hat{p}_1 - m) \gamma_\nu \times \\ \times (i\hat{f}_1 - m) \gamma_\mu (i\hat{p}_2 - m) \}$$

alarıq. Bu formulaya görə və

$$h_1(\alpha_1, \alpha_2) = 8 \frac{4 - 2\alpha_1 - \alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1^2} \quad (\text{III.8.11})$$

$$h_2(\alpha_1, \alpha_2) = 8 \frac{4 - \alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 \alpha_2}$$

almış olarıq. Onda (III.8.9) kəsiyi

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{m^2} \frac{\omega_2^2}{m^2 j_1^2} \times \\ \times \left\{ 4 \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \right)^2 - 4 \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \right) - \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right) \right\} d\Omega_2 \quad (\text{III.8.12})$$

olar. Elektron sükunətdirsə, $\vec{p}_1 = 0$ olduğu üçün effektiv kəşik

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{2m^2} \left(\frac{\omega_2^2}{\omega_1} \right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} + \frac{\omega_1}{\omega_2} - \sin^2 \theta \right) \sin \theta_2 d\theta_2 d\varphi_2 \quad (\text{III.8.13})$$

(III.8.13)-ü $d\Omega_2$ görə inteqralsaq, tam kəsiyin

$$\sigma = 2\pi^2 \frac{\alpha^2}{m^2} \left\{ \frac{1+\gamma}{\gamma^3} \left[\frac{2\gamma(1+\gamma)}{1+2\gamma} - \ln(1+2\gamma) \right] + \right. \\ \left. + \frac{\ln(1+2\gamma)}{1+2\gamma} - \frac{1+3\gamma}{(1+2\gamma)^2} \right\}, \quad \gamma = \frac{\omega_1}{m} \quad (\text{III.8.14})$$

ifadəsini alarıq.

Əgər ultrarelyativistik hal üçün $\omega_1 \gg m$ yazarsak, tam effektiv kəsik sadələşir:

$$\sigma = \pi \frac{\alpha^2}{m^2} \frac{m}{\omega_1} \left(\ln \frac{2\omega_1}{m} + \frac{1}{2} \right) \quad (\text{III.8.15})$$

olur. Yəni tam kəsik düşən fotonun enerjisi ilə tərs münasibət olar.

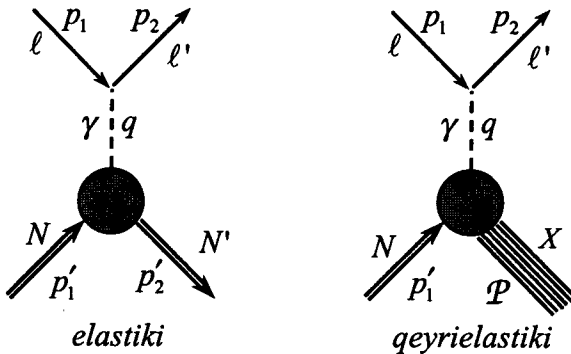
§ III.9. Elektronların nuklonlardan səpilməsi

Elektronların nuklonlardan səpilməsi

$$e + N \rightarrow e' + N'$$

Nuklonların mürəkkəb quruluşa malik olmasını göstərir. İlk dəfə səpilmədə nuklonların elektrik yükünün və maqnit momentinin 10^{-14} sm oblastda həcm üzrə paylanılmasının mövcüdlüyünə gətirib çıxardır. Bununlada güclü təsirdə olan zərrəciklərin (o cümlədən nuklonun) daxili quruluşu anlayışı meydana gəldi. Hal-hazırda hadronun mürəkkəb quruluşa malik olması təcrübi faktlar ilə təsdiqlənir. Bu açıdan elektronların hadronlardan (nuklonlarda, güclü qarşılıqlı təsirdə olan zərrəciklərdən) səpilməsinə baxaq.

Leptonların hadronlardan səpilməsi iki yolla ola bilər: elastiki səpilmə $\ell N \rightarrow \ell' N'$ və qeyri elastiki səpilmə $\ell N \rightarrow \ell' + N' + X$. Elektronların nuklondan səpilməsinin Feynman diaqramları aşağıdakı kimi



olar. Ştrixlənmiş sahə hadronun quruluşuna uyğun gəlir.

Elektronun başlanğıc halında impulsu p_1 , son haldakı impulsu p_2 , enerjisi $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, hadronun impulsu p'_1 və p'_2 , enerjisi E_1, E_2 olsun. Elektron təpəsinə γ_μ , hadron təpəsinə isə Γ_μ uyğun ola bilər.

Müvafiq diaqramların ikinci tərkibdən matris elementi

$$S_e^{(2)}(i \rightarrow f) = (2\pi)^4 ie \sqrt{\frac{m^2 M}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 E_2}} [\bar{u}(\vec{p}_1) \gamma_\mu u(\vec{p}_2)] \times \\ \times \frac{1}{q^2} [\bar{u}(\vec{p}'_1) \Gamma_\mu u(\vec{p}'_2)] \delta(p_1 + p'_1 - p_2 - p'_2) \\ S_{F_e}^{(2)}(i \rightarrow f) = \frac{(2\pi)^4}{iq} e [\bar{u}(\vec{p}_1) \gamma_\mu u(\vec{p}_2)] \langle X | j_\mu^{(0)} | N \rangle \quad (\text{III.9.1})$$

olur. Burada

$$\Gamma_\mu = \gamma_\mu F_1(q^2) - \frac{1}{2M} \sigma_{\mu\nu} q_\nu^2 F_2(q^2) \quad (\text{III.9.2}) \\ q = p'_1 - p'_2, \quad \sigma_\mu = \frac{i}{2} (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu) - d_i$$

$F_1(q^2)$ və $F_2(q^2)$ nuklonun Dirak və Pauli formfaktorları adlanır.

Dirak tənliyindən istifadə etsək, $\bar{u}(\vec{p}'_1)$ və $u(\vec{p}'_2)$ hadron spinorları üçün

$$\bar{u}(p'_2) \sigma_{\mu\nu} u(p'_1) = -\bar{u}(p'_2) [i(p'_2 + p'_1)_\mu + 2M \gamma_\mu] u(p'_1) \quad (\text{III.9.3})$$

alırıq. Onda

$$\bar{u}(p'_2) \Gamma_\mu(p'_2, p'_1) u(p'_1) = \bar{u}(p'_2) [(F_1 + F_2) \gamma_\mu + \\ + \frac{1}{2M} (p'_2 + p'_1)_\mu F_2] u(p'_1) \quad (\text{III.9.4})$$

tapırıq.

Əgər

$$F_1 + F_2 = G_M \quad (\text{III.9.5})$$

$F_1 - \frac{q^2}{4M^2} F_2 = G_E$ işarəsi qəbul etsək, $P = p'_1 + p'_2$, $q = p'_2 - p'_1 = p_1 - p_2$, M - nuklonun kütləsidir.

G_E və G_M -elektrik və maqnit formfaktorları deyilir. G_E və G_M -lər həmçinin *Saks formfaktorları* da adlanırlar.

Elektronun izi ilə nuklon izini.

$$\begin{aligned} Iz(\text{elektron})Iz(\text{nuklon}) &= Iz\bar{u}(\vec{p}'_1)\gamma_\mu u(\vec{p}_2) \times \\ &\times \bar{u}(p_2)\gamma_\nu(\vec{p}_1)Iz\bar{u}(\vec{p}'_2)[(F_1 + F_2)\gamma_\mu + \\ &+ \frac{i}{2M}(p'_2 + p'_1)_\mu F_2]u(\vec{p}'_1)\bar{u}(\vec{p}'_1) \times \\ &\times [(F_1 + F_2)\gamma_\mu - \frac{i}{2M}(p'_2 + p'_1)_\mu F_2]u(\vec{p}'_2) \quad (\text{III.9.6}) \end{aligned}$$

Proyeksiya operatoru və ya sıxlıq matrisi elektron və nukleon üçün yazsaq

$$\Lambda(p_1) = \frac{\hat{p}_1 + im}{2im}, \quad \Lambda(p'_1) = \frac{\hat{p}'_1 + im}{2im}$$

alarıq. Və ya

$$\rho(p_1) = \frac{1}{2} \Lambda(p_1), \quad \rho(p'_1) = \frac{1}{2} \Lambda(p'_1)$$

Onda elektronun nuklondan səpilmə prosesinin differensial effektiv kəsiyi

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{\sqrt{(p_1 p'_1)^2 - m^2 M^2}} e^4 m^2 M^2 \frac{1}{4} \frac{1}{q^4} \times \\ &\times Iz[\gamma_\mu \Lambda(p_1) \bar{\gamma}_\nu \Lambda(p_2)] Iz[R_\mu \Lambda(p'_1) \bar{R}_\nu \Lambda(p'_2)] \times \\ &\times \delta(p_1 + p'_1 - p_2 - p'_2) \frac{d^3 p'_1 d^3 p'_2}{\epsilon_2 E_2} \quad (\text{III.9.7}) \end{aligned}$$

olur. Burada

$$\bar{\gamma}_\nu = \gamma_4 \gamma_\nu \gamma_4 = \gamma_\nu \delta_\nu, \quad \bar{R}_\nu = \gamma_4 R_\nu^\dagger \gamma_4 = \left(\gamma_\nu G_M + iP \frac{F_2}{2M} \right) \delta_\nu$$

$\delta_\nu = -1$ -ə əgər $\nu = 1, 2, 3$ -di və $\delta_4 = 1$ -di, əgər $\delta_4 = 1$ -disə Iz -ləri hesablasaq elektron qismi

$$Iz\gamma_\mu\Lambda(p_1)\bar{\gamma}_\nu\Lambda(p_2) = \frac{1}{4}(p_{1\mu}p_{2\nu} + p_{1\nu}p_{2\mu} - (p_1p_2)\delta_{\mu\nu})$$

və nuklon qismi

$$\begin{aligned} IzR_\mu\Lambda(p'_1)\bar{R}_\nu\Lambda(p'_2) = \\ = -\frac{1}{M^2}\left\{G_M^2[p'_{1\mu}p'_{2\nu} + p'_{1\nu}p'_{2\mu} - \delta_{\mu\nu}((p'_1p'_2) + M^2)] + \right. \\ \left. + P_\mu P_\nu[-2MG_M\left(\frac{F_2}{2M}\right) - \left(\frac{F_2}{2M}\right)^2((p'_1p'_2) - M^2)]\right\} \quad (III.9.8) \end{aligned}$$

olur.

Əgər (III.9.7)-də (III.9.5)-dən istifadə etsək, formfaktorları ilə effektiv kəsiyi

$$\begin{aligned} d\sigma = \frac{e^4}{4(2\pi)^2} \frac{m^2 M^2}{\sqrt{(p_1p'_1)^2 - m^2 M^2}} \frac{1}{q^4} \delta(\varepsilon_2 + E_2 - \varepsilon_1 - E_1) \times \\ \times \frac{\varepsilon_2 d\varepsilon_2 |\bar{p}_1| d\Omega}{\varepsilon_2 E_2} \frac{1}{2m^2 M^2} \left\{ G_M^2 q^2 (q^2 - 2m^2) + \frac{4(q^2 G_M^2 + 4m^2 G_E^2)}{q^2 + 4m^2} \times \right. \\ \left. \times \left[2(p'_1 p_1)(p'_1 p_2) + \frac{1}{2} q^2 M^2 \right] \right\} \quad (III.9.9) \end{aligned}$$

ifadəsini alarıq. Burada $\bar{p}'_2 \equiv \bar{p}_1 - \bar{p}_2$, $d\bar{p}_2 = |\bar{p}_2|^2 d|p_2| d\Omega = |\bar{p}_2| \varepsilon_2 d\varepsilon_2 d\Omega$ -di. Sonda səpilmənin effektiv kəsiyi

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_0 \left\{ \frac{G_E^2 + \frac{q^2}{4m^2} G_M^2}{1 + \frac{q^2}{4m}} + \frac{q^2}{2M^2} G_M^2 t g^2 \frac{\theta}{2} \right\}, \quad (III.9.10) \\ \alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}, \quad \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_0 = \frac{\alpha^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{4\varepsilon_1^2 \sin^4 \frac{\theta}{2} \left(1 + \frac{2\varepsilon_1}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)} \end{aligned}$$

tapılır.

Əgər $\varepsilon_1 \gg m$ götürsək, (ultrarelyativistik elektronun), yüksək enerjili elektronlar üçün

$$q^2 = \frac{4\varepsilon_1^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{1 + 2 \frac{\varepsilon_1}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad (\text{III.9.11})$$

təpmə impulsunu alırıq.

(III.9.10)-dan göründüyü kimi səpilmənin effektiv kəsiyi ayrı-ayrılıqda G_F və G_M -dən asılı olub, $G_E G_M$ interferensiyadan asılı deyil ki, bu da ayrı-ayrılıqda maqnit (G_M) və elektrik (G_F) formfaktorlarının tapılmasına imkan verir.

Elektronların nuklonlardan qeyrielastici səpilməsi əsasən hadron tenzoru olan

$$W_{\mu\nu} = (2\pi)^2 \sum_i \delta(\mathcal{P} - p_1 - p_2) \langle X | j_\nu^{(0)} | N \rangle \langle N | j_\mu^{(0)} | X \rangle \quad (\text{III.9.12})$$

ilə təyin olunur. Bu tenzurun ifadəsi kvant nəzəriyyəsinin müdələrinə görə

$$W_{\mu\nu} = W_1(q^2, \nu) \left(-q_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + W_2(q^2, \nu) \left(\mathcal{P}_\mu + \frac{\nu}{q^2} q_\mu \right) \left(\mathcal{P}_\nu - \frac{\nu}{q^2} q_\nu \right) \quad (\text{III.9.13})$$

yaza bilərik. Burada

$$q^2 = -4\varepsilon_1 \varepsilon_2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (\text{III.9.14})$$

$$\nu = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \frac{pq}{M}$$

dır. Onda qeyrielastici səpilmənin differensial effektiv kəsiyi

$$d\sigma_{qn} = \frac{2\pi^2}{Mq^4} \left\{ W_1(q^2, \nu) \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2(q^2, \nu) \cos^2 \frac{\theta}{2} \right\} d\varepsilon_2 \quad (\text{III.9.15})$$

olur.

$W_1(q^2, \nu)$ və $W_2(q^2, \nu)$ -funksiyaları hadronun quruluş funksiyalarıdır və F_1 və F_2 -formfaktorları ilə əlaqədardır:

$$\begin{aligned} W_1(q^2, \nu) &= F_1(q^2, x) \\ F_2(q^2, x) &= \frac{\nu}{M^2} W_2(q^2, \nu) \quad (\text{III.9.16}) \\ x &= \frac{q^2}{2M\nu} \end{aligned}$$

(III.9.10) və (III.9.16) ifadələrinin araşdırması göstərdi ki, hadronlar bəsit zərrəciklər olmayıb, mürəkkəb quruluşa malikdilər.

Onlar kvark və qulyon adlanan zərrəciklərdən təşkil olunmuşlar (bax: IV bölüm). Özəl halda x -zərrəcikləri spini $\frac{3}{2}\hbar$ olarsa, $\gamma + N\left(\frac{1}{2}\right) \rightarrow N^*\left(\frac{3}{2}\right)$ keçidinin matris elementi

$$\begin{aligned} M(\gamma N \rightarrow N^*) &= \frac{m + M^*}{m\Delta q} \bar{u}_\mu(P) [2q_\nu (q^2 P_\mu - (Pq)q_\mu \gamma_5 G_c^* - \\ &\quad - 4G_E^* \gamma_5 R_{\mu\nu}^2 + (M^* - m)^2 G_m^* R_{\mu\nu})] u \quad (\text{III.9.17}) \end{aligned}$$

olur. Burada

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu} &= \varepsilon_{\mu\nu\rho\lambda} P_\rho q_\lambda \\ R_{\mu\nu}^2 &= R_{\mu\rho} R_{\rho\nu} \quad (\text{III.9.18}) \\ \Delta q &= (p_1 - p_2)^2 \end{aligned}$$

(III.9.17)-də $G_c^* G_E^*$ və G_M^* funksiyaları okupol, elektrik dipol və maqnit keçidlərinin formfaktorlarıdır. Xüsusi halda

$$\left. \begin{aligned} G_c^* &= G_E^* = 0 \\ G_M^* &\neq 0 \end{aligned} \right\}$$

ola bilər.

Əgər $G_M^* + F^*(q^2)f(0)$ seçərikse,

$$f(0) = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\mu}{m_\pi}, \quad \mu = \frac{2}{3} \sqrt{2} \mu_N \quad (\text{III.9.19})$$

$F^*(q^2)$ maqnit dipol keçidinin formfaktoru olur. (III.9.17) ifadəsində u_μ spinoru Rarita-Şivinger tənliyinin həllidir.

$$\left. \begin{aligned} (i\hat{P} + M^*)u_\mu(\mathcal{P}) &= 0 \\ \mathcal{P}_\mu u_\mu(\mathcal{P}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.9.20})$$

Məlumdur ki, $u_\mu(\mathcal{P})$ spinoru, spini $\frac{3}{2}\hbar$ olan zərrəciyi təsvir edir və spin hallarının cəmlənməsi

$$\sum_{spin} \bar{u}_\mu(\mathcal{P}) u_\nu(\mathcal{P}) = \frac{M^* - i\hat{P}}{2M^*} \times \left\{ \delta_{\mu\nu} - \frac{1}{3} \gamma_\mu \gamma_\nu + \frac{i}{3M^*} (\gamma_\mu \mathcal{P}_\nu - \gamma_\nu \mathcal{P}_\mu) + \frac{2}{3M^{*2}} \right\} \quad (\text{III.9.21})$$

ifadəsi ilə verilir.

§ III.10. Müyon elektron səpilməsi və elektron cütünün müyon cütünə çevrilməsi

Müyonun elektrondan səpilməsi

$$\mu^- + e^- \rightarrow \mu^- + e^-$$

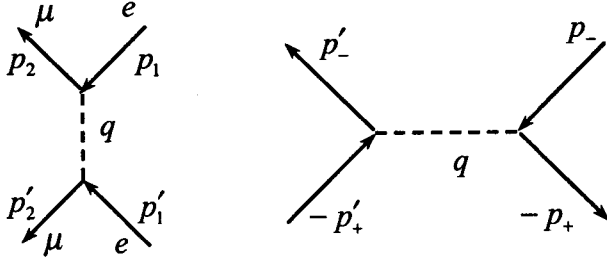
və elektron pozitron cütünün müyon cütünə çevrilməsi

$$e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$$

Prosesin effektiv kəsiyini qurduğumuz metod əsasında hesablanıla bilər.

Bu proseslərin hamiltonunda elektron və müyon cərəyanı ayrı-ayrılıqda iştirak etdiyi üçün Feynman diaqramı ya elektron və ya müyon xətti olur (mübadilə diaqramlar olmaz). Ona

görə səpilmə ($\mu^- + e^- \rightarrow \mu^- + e^-$) və anniqasiya ($e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$) üçün Feynman diaqrammı



Şəkil. III.10.1. Müyonun elektrondan səpilməsinin matris elementi

təsvir oluna bilər.

$$M(\mu e \rightarrow e \mu) = \frac{1}{q^2} (\bar{u}_2 \gamma_\alpha u_1) (\bar{u}'_2 \gamma_\alpha u'_1) \quad (\text{III.10.1})$$

Müyon cütünün yaranmasının matris elementi

$$\begin{aligned} M(e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+) &= \\ &= \frac{1}{q^2} (\bar{u}(p_-) \gamma_\alpha u(-p'_+)) \bar{u}(-p_+) \gamma_\alpha u(p'_-) \end{aligned} \quad (\text{III.10.2})$$

təsvir olunur.

(III.10.1)-də

$$q = p_1 - p_2, q^2 = -4E_\beta E_\mu \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

(III.10.2)-də

$$q^2 = -4E^2$$

$$q = p_- + p_+$$

olur. p_1, p_2 -dördölçülü impuls olub, elektronun başlanğıc və son haldakı impulsunu göstərir.

(III.10.1) və (III.10.2) ifadələrində u_1, u_2 və u'_1, u' spinorları elektron, müyonun başlanğıc və son haldakı spinoru, $u(p_-)$ və

$u(p_+)$ elektron-pozitron və müyon cütünün ($\mu\pm$) spinorudu.

Müyonun elektrondan səpilməsinin effektiv kəsiyi

$$d\sigma(\mu e \rightarrow e\mu) = \alpha^2 \frac{1}{4\omega^2} |M|^2 d\Omega \quad (\text{III.10.3})$$

$\omega = E_e + E_\mu$ - tam enerjidi, $d\Omega$ - cisim bucağıdır.

(III.10.1)-də izi hesablasaq:

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \frac{1}{4} I_z \gamma_\alpha (m - i\hat{p}'_1) \gamma_\beta (m - i\hat{p}'_2) \times \\ &\quad \times I_z \gamma_\alpha (\mu - i\hat{p}'_1) \gamma_\beta (\mu - i\hat{p}'_2) \end{aligned} \quad (\text{III.10.4})$$

μ -müyonun kütləsidir. (III.10.3)-dən $\mu e \rightarrow e\mu$ səpilməsinin effektiv kəsiyi.

$$d\sigma = 2\alpha^2 \frac{1}{\omega^2 q^4} \left[(p_1 p'_1)^2 + (p_1 p'_2)^2 - \frac{q^2}{2} (m^2 + \mu^2) \right] d\Omega \quad (\text{III.10.5})$$

olur.

Elektron cütünün müyon cütünə çevrilməsinin effektiv kəsiyi də

$$d\sigma(e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+) = \frac{\alpha^2}{4\omega^2} |M|^2 d\Omega$$

olar. Burada

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \frac{1}{4} I_z \gamma_\alpha (m - i\hat{p}_-) \gamma_\beta (m - i\hat{p}_-) \times \\ &\quad \times I_z \gamma_\alpha (\mu + i\hat{p}_+) \gamma_\beta (\mu + i\hat{p}_+) \end{aligned} \quad (\text{III.10.6})$$

-dir. Onda

$$\begin{aligned} d\sigma(e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+) &= \\ &= \frac{2\alpha^2}{\omega^2 q^4} \left[(p_- p_+) (p_- p'_+) - \frac{q^2}{2} (m^2 + \mu^2) \right] d\Omega \end{aligned} \quad (\text{III.10.7})$$

alınar.

Təpmə impulsu ədalət mərkəzi sistemində

$$\vec{p}_+ = -\vec{p}_- = \vec{p}, \quad q^2 = -4E, \quad \omega^\pm = E_- + E_+$$

olur.

(III.10.5)-i cisim bucağına görə inteqrallasaq tam kəsik

$$\sigma(\mu e \rightarrow \mu e) = \frac{\alpha^2 \pi}{4\omega^2 p^4} \left[(3\varepsilon_1 \varepsilon_0 + p^2)^2 - (m^2 + \mu^2) p^2 \right] \quad (\text{III.10.8})$$

əldə edərik. (III.10.7)-ni $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ görə inteqrallasaq müyon cütünün yaranmasının tam effektiv kəsiyi üçün

$$\sigma(e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+) = \frac{2\pi}{3} \frac{\alpha^2}{m\varepsilon} \left(1 + \frac{\varepsilon_0}{2\varepsilon} \right) \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}} \quad (\text{III.10.9})$$

alırıq.

(III.10.8) və (III.10.9) kəsiklərində $\omega = \varepsilon_0 + \varepsilon$ tam enerjidi. ε –pozitronun sükunətdə elektron sistemindəki enerjisidi.

(III.10.9) ifadəsində müyon cütünün yaranmasında elektron-pozitron cütünün $\varepsilon = 1,7\varepsilon_0$ qiymətinə uyğun gələn effektiv kəsik demək olar ki, 20 dəfə iki fotonlu annihilyasiyanın kəsiyindən azdır. $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$ cütünün yaranması bu qiymətdə maksimum həddə çatır. Öyrəndiyimiz bu proseslər kimi digər daha mürəkkəb proseslərin özəlliklərini bu yolla araşdırmaq imkanımız vardı.

IV BÖLÜM

QRUP NƏZƏRİYYƏSİ VƏ ZƏRRƏCİKLƏRİN TƏSNİFATI

§IV.1. Qrup nəzəriyyəsinin zərrəciklərin təsnifatında rolu

Lokal və qlobal simmetriya elektrozəyif və güclü qarşılıqlı təsirlərin meydana gəlməsinə səbəb oldu.

Simmetriya prinsipləri riyazi olaraq qrup nəzəriyyəsinə görə müəyyən edilir.

a) Qrupun tərfi aşağıdakı şərtlər var olanda ödənilir.

Elementlər çoxluqda (a, b, c, \dots) iki ixtiyari a və b elementlərin hasilini aşağıdağı özəlliklərini ödəyən çoxluğa G qrupu deyilir.

1. Əgər G -çoxluğuna element a, b, c çoxluğuna daxildirsə,

2. Əgər a, b, c elementi G -yə daxildirsə və

$$(a \cdot b) = a(b \cdot c) \quad (\text{IV.1.1})$$

şerti ödənilirsə, yəni c elementidə G -ə daxildirsə,

3. G -dən ixtiyari a elementi üçün sağdan və ya soldan vurulan e vahid a elementi varsa

$$ea = ae = a \quad (\text{IV.1.2})$$

4. İstənilən a -elementinin G -çoxluğunda sağ və sol tərs hasilini varsa

$$a^{-1}a = aa^{-1} = e \quad (\text{IV.1.3})$$

Bu şərtləri ödəyən çoxluq qrup adlanır. Əgər

$$ab=ba$$

olarsa, yəni a ilə b iradəyişən olarsa, qrupa *abel qrupu* deyilir, əgər $ab \neq ba$ olarsa, qrup *qeyri-abel qrup* adlanır.

Örnek olaraq a) 1, 2, 3, ..., n tam ədədlərin yerdəyişməsi qrup təşkil edir və qrup *sonlu qrup* və ya *simmetrik qrup* adlanır, onun tərtibi $n!$ -di.

b) Həqiqi ədədlər çoxluğu kommutativ qrup təşkil edir və qrup əməliyyatı toplama əməliyyatı olar.

n -fəzasında vektoryal toplama əməliyyatı kommutativ qrup oluştutur:

$$x_\alpha \rightarrow x'_\alpha = x_\alpha + a_\alpha \quad (\text{IV.1.4})$$

çevrilməsi kommutativ qrup təşkil edir (a_α və b_α , $a_\alpha + b_\alpha$).

v) Ortoqonal matrislər çoxluğunda

$$O_{\alpha\beta} O_{\alpha\beta}^T = O_{\alpha\beta}^T O_{\beta\gamma} = O_{\alpha\beta} O_{\beta\gamma} = \delta_{\alpha\gamma} \quad (\text{IV.1.5})$$

matrislərin hasili qrup təşkil edir. Bu qrup $O(n)$ ortoqonal qrup ($OO^T = O^T O = 1$) olur.

$$x_\alpha \rightarrow x'_\alpha = O_{\alpha\beta} x_\beta \quad (\text{IV.1.6})$$

Yəni dönmə (fırlanma) qrupu n -ölçülü həqiqi matrislər ortoqonal $O(n)$ vasitəsi ilə ifadə olunur.

c) Unitar $n \times n$ matrisləri kompleks elementləri ilə $u_{\alpha\beta}$ matrislərin hasili

$$u_{\alpha\beta} u_{\beta\gamma}^+ = u_{\alpha\beta} u_{\gamma\beta}^* = u_{\alpha\beta}^* u_{\beta\gamma} = u_{\beta\alpha}^* u_{\beta\gamma} = \delta_{\alpha\gamma} \quad \text{və ya} \\ uu^+ = u^+ u = I \quad (\text{IV.1.7})$$

unitar qrup təşkil edirlər. ($uu^+ = 1$)

$$x_\alpha \rightarrow x'_\alpha = u_{\alpha\beta} x_\beta$$

ç) n -ölçülü kompleks vektoryal fəzada xətti çevirmələr

$$x_\alpha \rightarrow x'_\alpha = A_{\alpha\beta} x_\beta \quad (\text{IV.1.8})$$

qrup təşkil edirlər. Bu qrupa bircins xətti $GL(n)$ qrup deyilir.

d) Əgər $A_{\alpha\beta}$ matrisi $\det A = 1$ olarsa, çevirmə unimodulyar xətti $SL(n)$ qrup olar. Xüsusi fırlanma çevirməsi $SO(3)$ qrupu olar.

e) Əgər u -matrisinin $\det u = 1$ olarsa, çevirmə unimodulyar unitar $SU(n)$ qrupu olur.

f) Həqiqi 4-ölçülü fəzada skalyar hasil

$$|\vec{x} \cdot \vec{y}| = g_{\alpha\beta} x_\alpha y_\beta \quad (\text{a})$$

və onun norması

$$|\vec{x}|^2 = |\vec{x} \cdot \vec{x}| = g_{\alpha\beta} x_\alpha x_\beta$$

olduğuna görə, çevrilmədə

$$x_\alpha \rightarrow x'_\alpha = \Lambda_{\alpha\beta} x_\beta \quad (\text{IV.1.9})$$

(a) skalyar hasil, *bircins Lorents qrupu* adlanır. $\Lambda_{\alpha\beta}$ matrisləri

$$g_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & \alpha = \beta = 0 \\ -1 & \alpha, \beta = 1, 2, 3 \\ 0 & \alpha \neq \beta \end{cases} \quad (\text{IV.1.10})$$

elementlərə görə qrup təşkil edirlər. Əgər

$$x_\alpha \rightarrow x'_\alpha = \Lambda_{\alpha\beta} x_\beta \equiv \{a, \Lambda\}$$

çevrilməsi götürsək (a_α -sürüşməyə $\Lambda_{\alpha\beta}$ -fırlanmaya uyğun gəlir) bu çevirməyə *bircins olmayan* və ya *Puankare qrupu* deyilir.

$\{a, \Lambda\}$ çevirməsində qrup əməli yarı

$$\{a_1 \Lambda_1\} \{a_2 \Lambda_2\} = \{a_1 + \Lambda_1 a_2, \Lambda_1 \Lambda_2\}$$

olar və $\{a, \Lambda\}$ -ya tərs element $\{a, \Lambda\}^{-1} = \{-a\Lambda^{-1}, \Lambda^{-1}\}$ kimi ifadə olunur.

§IV.2. Lee qrupu

Elementləri kəsilməz olaraq dəyişən sonlu sayda parametrləri olan qrupa *Lee qrupu* deyilir. Lee qrupunun elementini xarakterizə edən parametrlərin minimal sayını *Lee qrupun ölçüsü* və ya *tərtibi* adlanır.

Əgər qrupun elementləri diskret qiymətlər alarsa, qrupa *diskret qrup* deyilir. Qrupu təyin edən asılı olmayan parametrlərin sayına qrupun tərtibi, matrislərin tərtibi isə *qrupun ölçüsü* adlanır.

Lee qrupunun hər bir elementi vektor fəzasında təsir edən bir operatordur. Bu operator həqiqi parametrlər $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ -dən asılıdır və $\hat{g} = R(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ ilə işarə olunur.

$\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ parametrinin sıfırcı qiymətlərinə uyğun olan

operator $e = R(0,0,\dots,0)$ vahid operator olur. $R(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ operatoru ξ_i parametrinə görə diferensialının operatoru. Lee qrupu G -nin diferensiallanan olması

$$\frac{\partial R(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)}{\partial \xi_i}$$

ξ_i parametrinə görə törəmə alınaraq $\xi_1 = \xi_2 = \dots = \xi_n = 0$ qiyməti götürməklə

$$x_i = \frac{1}{i} \frac{\partial R(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)}{\partial \xi_i} \Big|_{\xi_1 = \xi_2 = \dots = \xi_n = 0} \quad (\text{IV.2.1})$$

təyin olunan operatora *Lee qrupunun generatoru* və ya *infinitesimal operatoru* deyilir.

Generatorlar arasında bir-birləri ilə sıradəyişən və ya kommutasiya edən generatorlar olur. Sıradəyişən generatorların sayına *qrupun rəngi* deyilir.

k ölçülü Lee qrupu k dənə generatora malikdi.

Örnek olaraq üç ölçülü fırlanmaya baxsaq, ox , oy , oz oxları ətrafında fırlanmaya məruz qaldıqda, koordinatlar uyğun olaraq, ox ətrafındakı dəyişməyə

$$\begin{aligned} x' &= 1 \cdot x + 0 \cdot y + 0 \cdot z \\ y' &= 0 \cdot x + \cos \xi_1 \cdot y + \sin \xi_1 \cdot z \\ z' &= 0 \cdot x - \sin \xi_1 \cdot y + \cos \xi_1 \cdot z \end{aligned} \quad (\text{IV.2.2})$$

oy ətrafındakı dəyişməyə

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \xi_2 + 0 \cdot y + \sin \xi_2 \cdot z \\ y' &= 0 \cdot x + 1 \cdot y + 0 \cdot z \\ z' &= x \sin \xi_2 + 0 \cdot y + \cos \xi_2 \cdot z \end{aligned} \quad (\text{IV.2.3})$$

və oz oxu ətrafındakı dəyişməyə

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \xi_3 + y \sin \xi_3 + 0 \cdot z \\ y' &= -x \sin \xi_3 + y \cos \xi_3 + 0 \cdot z \\ z' &= 0 \cdot x + 0 \cdot y + 1 \cdot z \end{aligned} \quad (\text{IV.2.4})$$

məruz qalır. Bu çevirmələrdə fırlanma operatorları.
 ox -oxu ətrafında fırlanmanın uyğun operatoru

$$R_1(\xi_1, 0, \dots, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \xi_1 & \sin \xi_1 \\ 0 & -\sin \xi_1 & \cos \xi_1 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.2.5})$$

oy -oxu ətrafında fırlanmaya uyğun operator

$$R_2(0, \xi_2, \dots, 0) = \begin{pmatrix} \cos \xi_2 & 0 & \sin \xi_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \xi_2 & 0 & \cos \xi_2 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.2.6})$$

oz -oxu ətrafında dönmə operatoru.

$$R_3(0, 0, \xi_3, \dots, 0) = \begin{pmatrix} \cos \xi_3 & \sin \xi_3 & 0 \\ -\sin \xi_3 & \cos \xi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.2.7})$$

matrisləri ilə göstərilmiş olar.

Onda fırlanma qrupunun generatorları

$$x_1 = \frac{1}{i} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \frac{1}{i} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad x_3 = \frac{1}{i} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.2.8})$$

olur.

Fırlanma qrupunun infinitezimal operatorları

$$[x_i, y_i] = i\epsilon_{ijk} x_k$$

münasibətini ödəyən generatorlar olurlar.

Bütün generatorlarla kommutasiya edən generatora *Kazimir operatoru* deyilir.

$$K = (A_1)^2 + (A_2)^2 + (A_3)^2 \quad (\text{IV.2.9})$$

İstənilən $SU(n)$ -qrupu üçün (S -unimodulyarlığı $\det U = 1$, U isə unitarlığı göstərir).

$$U = e^{iF}$$

yaza bilərik və $SU(n)$ -də

$$\hat{F} = \hat{F}^+ I_Z \hat{F} = 0 \quad (\text{IV.2.10})$$

olacaq. Bunları göstərmək üçün $U = e^{i\hat{F}}$ çevirməsini infinitezimal çevirmə şəklində yazaq

$$R(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) = 1 + \xi_k x_k \quad (\text{IV.2.11})$$

burada

$$x_i = \frac{1}{i} \frac{\partial R(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)}{\partial \xi_k} \Big|_{\xi_1 = \dots = \xi_n = 0}$$

$R(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) R^+(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) = R^+(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) R(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ olduğuna görə

$$(1 + i\xi_k x_k)(1 - \xi_k x_k^+) = 1 \quad (\text{IV.2.12})$$

$$1 + i\xi_k (x_k - x_k^+) + O(\xi^2) = 1$$

olar. $x_k = x_k^+$

Unimodulyarlıq şərtinə görə

$$\det U = \det e^{i\hat{F}} = e^{iZ\hat{F}} = 1 \quad (\text{IV.2.13})$$

Buradan $I_Z \hat{F} = 0$ olar.

$[x_i, x_j] = if_{ijk} x_k$ münasibətinə əsasən

$$[\hat{F}_k, \hat{F}_m] = C_{ijk} \hat{F}_\ell$$

münasibətini yaza bilərik. C -lər Yakibo münasibətinə görə

$$[\hat{F}_k[\hat{F}_m \hat{F}_\ell]] + [\hat{F}_m[\hat{F}_\ell \hat{F}_k]] + [\hat{F}_\ell[\hat{F}_k \hat{F}_m]] = 0$$

belə bir

$$C_{kml} C_{nn'\ell} + C_{m\ell n'} C_{knt} + C_{nkl} C_{\ell mn'} = 0 \quad (\text{IV.2.14})$$

münasibətlərini ödəyir. C -lər Lee qrupunun quruluş sabitləridi, antisimmetrik

$$C_{kml} = -C_{mkl}$$

lokal sabitlərdi. Hər C_{nkl} -lər sistemi üçün G Lee qrupu mövcuddu və bu sabitlər belli olur.

Pauli spin matrisləri

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.2.15})$$

$SU(2)$ qrupasının generatorlarıdır:

$$\left[\frac{\sigma_k}{2}, \frac{\sigma_{k'}}{2} \right] = \frac{1}{4} (\sigma_k \sigma_{k'} - \sigma_{k'} \sigma_k) = i \varepsilon_{kk'm} \frac{\sigma_m}{2} \quad (\text{IV.2.16})$$

Əgər X və Y Lee qrupunun elementləridisə, $x+y$ və αX -də L -qrupunun elementidirsə. X və Y -1 element $X \cdot Y$ -ində elementidirsə, eyni zamanda elementləri

$$\begin{aligned} (X_1 + X_2)Y &= X_1Y + X_2Y \\ Y(X_1 + X_2) &= YX_1 + YX_2 \\ \alpha(X \cdot Y) &= (\alpha X)Y + X(\alpha Y) \end{aligned} \quad (\text{IV.2.17})$$

$$X(Y \cdot Z) = Y(Z \cdot X) = Z(X \cdot Y) = 0$$

şərtlərini ödəyən qrup generatorları Lee cəbri təşkil edirlər.

§IV.3. Lee qrupunun təsvirlərinin təyini

Əgər G_1 və G_2 qrupunun G_1 -dən x_1 elementinə qarşı G_2 -dən x_2 bir elementi varsa, $(x_2 = f(x_1))$, f -ə G_1 -in G_2 -nin qomomorfizmi deyilir.

$$f(x, y) = f(x)f(y), f(x^{-1}) = f(x)^{-1} \quad (\text{IV.3.1})$$

Qarşılıqlı qomomorfizmin zamanı bir qrupun başqa əks olunmasına *izomorfiya* deyilir.

$O(3)$ fırlanma qrupu $SU(2)$ qrupuna və tərsinə $SU(2)$ qrupu $O(3)$ qrupuna izomorfdı.

Dalğa funksiyasını (vektor $X' = RX$ kimi müxtəlif) təsvirdə yazmaq

$$\begin{aligned} \psi'_1(x') &= a_{11}\psi_1(x) + a_{12}\psi_2(x) + a_{13}\psi_3(x) \\ \psi'_2(x') &= a_{21}\psi_1(x) + a_{22}\psi_2(x) + a_{23}\psi_3(x) \\ \psi'_3(x') &= a_{31}\psi_1(x) + a_{32}\psi_2(x) + a_{33}\psi_3(x) \end{aligned} \quad (\text{IV.3.2})$$

mümkündü. Yəni

$$x' = Rx$$

kimi

$$\psi'(x') = R\psi(x) \quad (\text{IV.3.3})$$

olar. Burada

$$R = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (\text{IV.3.4})$$

dalğa funksiyasının yeni təsvirdə yazılışı olar. Bu matrisa R dalğa funksiyanı bir təsvirdən digər təsvirə keçirir və *qrupun təsviri* adlanır. Təsvirləri müəyyənləşdirmək üçün iki və ya üç indekslərdən asılı olan $\psi_{\alpha\beta}$, ψ_{α}^{β} və tenzorlarınabaxaq.

α və $\beta = 1, 2$ olanda

$$\begin{aligned} \psi_{\alpha\beta} &= \frac{\psi_{\alpha\beta} + \psi_{\beta\alpha}}{2} + \frac{\psi_{\alpha\beta} - \psi_{\beta\alpha}}{2} = \psi_{\alpha\beta}^{(s)} + \psi_{\alpha\beta}^{(a)} \\ \psi_{\alpha}^{\beta} &= \frac{\psi_{\alpha}^{\beta} + \psi_{\beta}^{\alpha}}{2} + \frac{\psi_{\alpha}^{\beta} - \psi_{\beta}^{\alpha}}{2} = \psi_{\alpha}^{\beta(s)} + \psi_{\alpha}^{\beta(a)} \end{aligned} \quad (\text{IV.3.5})$$

α və $\beta = 1, 2, 3$ olanda isə

$$\psi^{(s)} = \frac{1}{2}(\psi_{\alpha\beta} + \psi_{\beta\alpha}) = \begin{pmatrix} \psi_{11} & \frac{1}{2}(\psi_{12} + \psi_{21}) & \frac{1}{2}(\psi_{13} + \psi_{31}) \\ \frac{1}{2}(\psi_{12} + \psi_{21}) & \psi_{22} & \frac{1}{2}(\psi_{23} + \psi_{32}) \\ \frac{1}{2}(\psi_{13} + \psi_{31}) & \frac{1}{2}(\psi_{23} + \psi_{32}) & \psi_{33} \end{pmatrix} \quad (\text{IV.3.6})$$

$$\psi^{(a)} = \frac{1}{2}(\psi_{\alpha\beta} - \psi_{\beta\alpha}) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}(\psi_{21} - \psi_{12}) & \frac{1}{2}(\psi_{31} - \psi_{13}) \\ \frac{1}{2}(\psi_{21} - \psi_{12}) & 0 & \frac{1}{2}(\psi_{32} - \psi_{23}) \\ \frac{1}{2}(\psi_{31} - \psi_{13}) & \frac{1}{2}(\psi_{32} - \psi_{23}) & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.3.7})$$

yaza bilərik.

Dörd komponentli $\psi_{\alpha\beta}(4)$ və $\psi_{\alpha}^{\beta}(4)$ -nı şərti alaraq

$$\psi_{\alpha\beta}(4) \equiv \{2 \otimes 2\}$$

$$\psi_{\alpha}^{\beta}(4) \equiv \{2 \otimes \bar{2}\}$$

doqquz komponentli $\psi_{\alpha\beta} \equiv \{3 \otimes 3\}$, $(\psi_{\alpha\beta}(9))$ yazsaq, həm $\psi_{\alpha\beta}(4)$ və $\psi_{\alpha}^{\beta}(4)$ təmsilləri üç komponentli $\psi_{\alpha\beta}^{(s)}$ ($\psi_{\alpha}^{\beta(s)}$) və bir komponentli $\psi_{\alpha\beta}^{(a)}$ ($\psi_{\alpha}^{\beta(a)}$) təsvirləri

$$\{2 \otimes 2\} = (3) + (1) \quad (\text{IV.3.8})$$

$$\{2 \otimes \bar{2}\} = (3) + (1)$$

həm də $\psi_{\alpha\beta}$ və ψ_{α}^{β} doqquz komponentli

$$\{3 \otimes 3\} = (6) + (\bar{3}) \quad (\text{IV.3.9})$$

uyğun olaraq.

$$\{3 \otimes \bar{3}\} = (8) + (1) \quad (\text{IV.3.10})$$

təsvir oluna bilər. Üçölçülü fıplanma zamanı $\psi_{\alpha\beta}(9)$ təmsili $\psi_{\alpha\beta}^{(a)}$ kimi üçölçülü $\psi_{\alpha\beta}^{(a)}$ və birölçülü $\psi_{\alpha}^{\beta(a)}$ təmsilə və həmçinin $\psi_{\alpha\beta}^{(s)}$ və $\psi_{\alpha}^{\beta(s)}$ təmsillərə parçalanması, altikomponentli $\psi_{\alpha\beta}^{(s)}$ və səkkiz komponentli təsvirə çevirirlər.

$\psi_{\alpha\beta}$ -də altikomponentli təsvir öznövbəsində birölçülü və beşölçülü təsvirlər kimi yazıla bilərlər. Üçölçülü $\bar{3}$ anisimmetrik hallara uyğun gəlir ($ud - du, us - su, ds - sd$).

$$\{3 \otimes \bar{3}\} = (1) + (5) + (\bar{3}) \quad (\text{IV.3.11})$$

bu təsvirlər üçölçülü fəzada fırlanmanı təsvir edir.

Əgər A -çoxluğu B çoxluğuna $A = R \cdot B$ çevirən R təsviri olur. R -nin $R(B) = A$ çevirən qrup $C(k)$ azölçülü invariantdırsa R -ə gətirilməyən təsvirdi. Başqa sözlə, E fəzasında E_1 altfəzadırsa, G -qrupunun təsviri E_1 invariant saxlayan təsvirdir, ona *gətirilən təsvir* deyilir. Əgər belə altfəza yoxdursa, təsvir *gətirilməmiş təsvir* adlanır.

Başqa sözlə, əgər R -in təsvirində invariant olan altfəza varsa, belə təsvirə *gətirməyən təsvir* deyilir.

Gətirilən R -təsvirini gətirilməyən təsvirlərin cəmi kimi yazmaq olar

$$R(\text{gətirilən}) = \sum_k R_k (\text{gətirilməyən})$$

Gətirilməyən (6), (3), (8), (1) təsvirlərində bu və ya başqa fiziki kəmiyyətin müəyyən bir qiymət almasını göstərir.

Söyləmək olar ki, gətirilən təsvirlərdə fiziki kəmiyyət (adi u spin moment, hərəkət miqdarının kvadratı, izotropik spin və s.) mümkün olan qiymətləri ala bilər. Lakin təsvir gətirilməyən olanda fiziki kəmiyyət müəyyən seçilmiş qiymət almağa qadir olur.

Bir təsvirlə hal funksiyası öz-özünə keçərsə hal funksiyası *skalyar* adlanır. Hal funksiyası üçölçülü fırlanmada matrisləri ilə τ_i -ləri ilə

$$[\tau_1, \tau_2] = i\tau_3, [\tau_2, \tau_3] = i\tau_1 \quad (\text{IV.3.12})$$

$[\tau_3, \tau_1] = i\tau_2$ ifadə olunursa, belə hal funksiyasına *vektor* deyilir.

Komponentləri spin matrisləri σ_i -lə təsvir olunan hal funksiyası *spinor* adlanır. Üçölçülü fırlanmada hal funksiyası tenzor təsvirlərlə ifadə olunursa, hal funksiyasına *tenzor* deyilir.

Qrupun təsvirlərini $SU(2), SU(3), SU(4), SU(5)$ və $SU(6)$ qruplarının gətirilməyən təsvirlərin cəmi kimi yazmaq olar.

Uyğun olaraq

$SU(2)$ -də α və β 1,2 qiyməti alır.

$$\psi_{\alpha\beta\gamma} \text{ üçün } 2 \times 2 \times 2 = (2) + (2) + (4) \quad (\text{IV.3.13})$$

$$\psi_{\alpha\beta} \text{ üçün } 2 \times 2 = (1) + (3) \quad (\text{IV.3.14})$$

ψ_{α}^{β} üçün $2 \times \bar{2} = (1) + (3)$ yazırıq.

$SU(3)$ -də α və β 1,2,3 qiyməti alır.

$$\psi_{\alpha\beta\gamma} \text{ üçün } 3 \times 3 \times 3 = (1) + (8) + (8) + (10)$$

$$\psi_{\alpha\beta} \text{ üçün } 3 \times 3 = (\bar{3}) + (6) \quad (\text{IV.3.15})$$

ψ_α^β üçün $3 \times \bar{3} = (1) + (8)$

$SU(4)$ -də α və β 1,2,3,4 qiyməti alır.

$\psi_{\alpha\beta\gamma}$ üçün $4 \times 4 \times 4 = (4) + (20) + (20) + (20)$ (IV.3.16)

$\psi_{\alpha\beta}$ üçün $4 \times 4 = (6) + (5) + (5)$

ψ_α^β üçün $4 \times \bar{4} = (1) + (15)$ olar. (IV.3.17)

$SU(5)$ -də α və β 1,2,3,4,5 qiymətləri alır.

$\psi_{\alpha\beta\gamma}$ üçün $5 \times 5 \times 5 = (10) + (35) + (40) + (40)$

$\psi_{\alpha\beta}$ üçün $5 \times 5 = (5) + (20)$ (IV.3.18)

ψ_α^β üçün $5 \times \bar{5} = (1) + (24)$ olar.

$SU(6)$ -də α və β 1,2,3,4,5,6 qiymətləri alır.

$\psi_{\alpha\beta\gamma}$ üçün $6 \times 6 \times 6 = (20) + (56) + (70) + (70)$

$\psi_{\alpha\beta}$ üçün $6 \times 6 = (6) + (1) + (15)$ (IV.3.19)

ψ_α^β üçün $6 \times \bar{6} = (1) + (35)$ olar.

$SU(2), SU(3), SU(4), SU(5)$ və $SU(6)$ -nın solunda yazılan $n \times n$ təsvirləri gətirilən təsvirlərdir, onlar üçün saxlanan kəmiyyətlər mümkün olan qiymətləri alırlar.

Sağ tərəfdə yazılan təsvirlər gətirilməyən təsvirlər olur, onların hər biri üçün saxlanan fiziki kəmiyyətlər seçilmiş qiymətlər alırlar.

Əgər $SU(6)$ qrupunu unitar qrupla $SU(3)$ və spin qrupunun $SU_\sigma(2)$ hasilini kimi yazsaq

$$SU(6) = SU(3) \times SU_\sigma(2)$$

$6 \times \bar{6}$ və $6 \times 6 \times 6$ təsvirlərinin gətirilməmiş təsvirləri

$$6 \times \bar{6} = (1) + (35) = (\{1\}, 0) + (\{1\}, 1) + (\{8\}, 0) + (\{8\}, 1)$$

$$6 \times 6 = (\{\bar{3}\}, 0) + (\{\bar{3}\}, 1) + (\{6\}, 0) + (\{6\}, 1) \quad (IV.3.20)$$

$$6 \times 6 \times 6 = (20) + (56) + (70) + (70) = (20) + (70) +$$

$$+ (\{8\}, 2) + (\{10\}, 2) + (\{8\}, 4) + (\{10\}, 4) + (\{1\}, 2) + (\{8\}, 2)$$

olar. Burada

$$(20) = (\{1\}, 4) + (\{8\}, 2) \quad (\text{IV.3.21})$$

olar.

Mötərizələrdə yazılan 2 və 4-lər uyğun olaraq $s_z = \pm \frac{1}{2}$ və

$s_z = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$ qiymətləri almasını göstərir.

Böyləcə, spinə görə sinqlet, okletlər və deкупletlər alınır. 56-lıq və 70-lik aşağıdakı kimi yazılır:

$$\begin{aligned} (56) &= (\{8\}, 2) + (\{10\}, 4) \\ (70) &= (\{1\}, 2) + (\{8\}, 2) + (\{8\}, 4) + (\{10\}, 2) \end{aligned} \quad (\text{IV.3.22})$$

§ IV.4. SU(n) unitar çevirmə qrupu və onun multiplətləri

Yapon fiziki Sakatanın hadronların real üç proton (p), neyron (n), Λ -hiperonlardan (Λ) və onların antizərrəciklərindən təşkil olunması, yeni kvark modelinin yaranmasına səbəb oldu. Böyləcə, Sakata modeli müxtəli Lee qrupunun yüksək enerjilərdə varlığına imkan yaratdı.

SU(3) qrupuna görə sistemin halının zərrəciyin bazis halı

$$\psi \rightarrow \psi' = U\psi = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \psi$$

və antizərrəciyin bazis halı

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}' = U^+ \bar{\psi} = (\bar{u} \bar{d} \bar{s}) \bar{\psi}$$

ifadə olunur.

U, d – kvarkın izoduplet olması.

$$I_3(u) = +\frac{1}{2}, I_3(d) = -\frac{1}{2}$$

Əcayibliyi $S = 0$ olan kvarkın olmasında izotopik spini $I = 0$ olacaq. Onların baryon ədədi $B = \frac{1}{3}$, hiperyük $Y = B + S$

olmalıdı. Buradan u , d -kvarkın hiperyükü $+\frac{1}{3}$, s -kvarkın hiperyükü isə $-\frac{2}{3}$ olur.

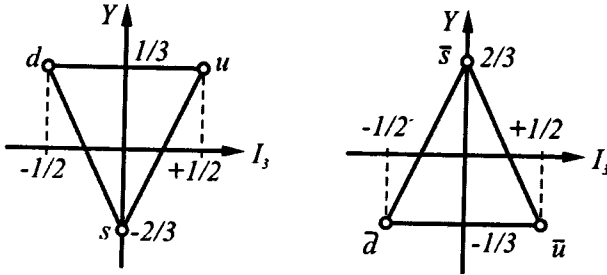
Elektrik yükü u , d , s -kvarkın

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(Y + B + \dots)$$

bu formula ilə təyin olınar:

$$Q_u = +\frac{2}{3}e, Q_d = Q_s = -\frac{1}{3}e \text{ -dİ}$$

SU(3) qrupunun u , d , s – tripletini (I_3, Y) – çəki diaqramında triplet və antitriplet olaraq göstərilə bilərik (şəkil IV.1).



Şəkil IV.1 . Kvark və antikvark tripleti

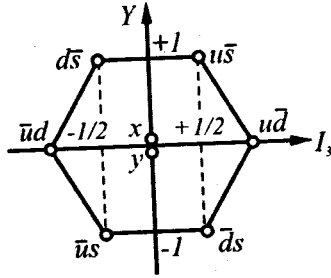
Triplet və antitripletin hasilini sinqlet oktet (səkkizlik)in cəmi kimi yazarıq:

$$\{3 \times \bar{3}\} = (1) + (8) \quad (\text{IV.4.1})$$

Oktetin mərkəzində $I_3 = 0$ halı $u\bar{u}, d\bar{d}$ və $s\bar{s}$ -in xətti

kombinasiyası $x = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$ və $y = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$

kombinasiyası təşkil edir. Yəni $3 \times \bar{3}$ hasilində kvark-antikvark sistemi oktetini tapa bilərik (Şəkil IV.2).



Şəkil IV.2. Kvark-antikvark oktetini

Kvark tripletindən

$$\psi_k = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \quad (\text{IV.4.2})$$

$\psi_k \psi_{k'}$ hasilindən ($k, k' = 1, 2, 3$) altı simmetrik

$$uu, dd, ss, \frac{1}{\sqrt{2}}(ud + du), \quad (\text{IV.4.3})$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(us + su), \frac{1}{\sqrt{2}}(ds + sd),$$

və üç isə antisimmetrik

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du), \frac{1}{\sqrt{2}}(us - su), \frac{1}{\sqrt{2}}(ds - sd) \quad (\text{IV.4.4})$$

alarıq. Böyləcə

$$\{3 \times \bar{3}\} = (\bar{3}) + (6) \quad (\text{IV.4.5})$$

antitriplet və sekstet alınır.

Əgər $\psi_i \psi_j \psi_k$ kombinasiyasında

$$\{3 \times 3 \times 3\} = [\{3\} \times \{3\}] + [\{6\} \times \{3\}] = \quad (\text{IV.4.6})$$

$$= (1) + (8) + [\{6\} \times \{3\}]$$

yazarıqsa, $[\{6\} \times \{3\}]$ hasilində on simmetrik hal, səkkiz dənəsi antisimmetrik hal olur. Onda

$$\{3 \times 3 \times 3\} = (1) + (8) + (8) + (10) \quad (\text{IV.4.7})$$

multipletlərini alarıq və onlar baryonlar üçün realizə olunurlar.

Operatoru $\hat{F} = \frac{1}{2} \lambda_k$ ($k = 1, 2, \dots, 8$) olan λ_k -Gell-Mann

matrisləri ilə təyin olunan *unitar spin* və ya *F-spin* adlanır.

Kvark modelində mezonlar və baryonların ən aşağı spin halları 0 və 1 (mezonlar üçün), $\frac{1}{2}$ və $\frac{3}{2}$ (baryonlar üçün)

kvarkların spini $\frac{1}{2}$ qiyməti almalıdı. Kvarkın spini

$$\psi \rightarrow \psi' = U\psi = \begin{pmatrix} u \uparrow \\ d \uparrow \\ s \uparrow \\ u \downarrow \\ d \downarrow \\ s \downarrow \end{pmatrix} \psi$$

Burada « \uparrow » işarəsi spinin yuxarı, « \downarrow » işarəsi isə spinin aşağı yönəlməsini göstərir.

Fundamental sekesteti

$$6 = \begin{pmatrix} u \uparrow \\ d \uparrow \\ s \uparrow \\ u \downarrow \\ d \downarrow \\ s \downarrow \end{pmatrix} = \left(\{3\} \pm \frac{1}{2} \right), \quad \bar{6} = \left(\{\bar{3}\} \pm \frac{1}{2} \right)$$

yazaraq,

$\psi_A \psi^B = \{6 \times 6\}$ və $\psi_A \psi_B \psi_C = \{6 \times 6 \times 6\}$ təsvirləri mezonları və baryonları ifadə edir.

$\pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}$ spin halları

$$+\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$+\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$$

olur. Yəni spin hallarına görə singlet ($S=0$) və triplet ($S=0, \pm 1$) halı olar. Onda

$$\{6 \times \bar{6}\} = (\{1\}, 0) + (\{1\}, 1) + (\{8\}, 0) + (\{8\}, 1)$$

alırıq. Burada singlet halı ($\{1\}, 0$) və 35-lik halı

$$(\{1\}, 1) + (\{8\}, 0) + (\{8\}, 1)$$

uyğun gələr. Deməli

$$\begin{aligned} \{6 \times \bar{6}\} &= \left\{ \left(\{3\}, \frac{1}{2} \right) \times \left(\{\bar{3}\}, \frac{1}{2} \right) \right\} = (1) + (35) = \quad (\text{IV.4.8}) \\ &= (\{1\}, 0) + (\{1\}, 1) + (\{8\}, 0) + (\{8\}, 1) \end{aligned}$$

alınar.

Öncə $\psi_A \psi^B$ hasilini

$$\begin{aligned} \{6 \times \bar{6}\} &= \left\{ \left(\{3\}, \frac{1}{2} \right) \times \left(\{\bar{3}\}, \frac{1}{2} \right) \right\} \\ (\{3\} \times \{3\})(2 \times 2) &= \{(3) + (6)\} \{(1) + (3)\} \\ (3, 0) + (6, 1) + (6, 0) + (3, 1) &= (21) + (15) \end{aligned}$$

yaza bilərik. Burada

$$(15) = (6, 0) + (3, 1)$$

$$(21) = (3, 0) + (6, 1)$$

(IV.4.9)

olur.

İndi ψ_A, ψ_B, ψ_C spinorların

$$\{6 \times 6 \times 6\} = \left\{ \left(\{3\}, \pm \frac{1}{2} \right) \times \left(\{3\}, \pm \frac{1}{2} \right) \times \left(\{3\}, \pm \frac{1}{2} \right) \right\}$$

təsvirinə baxsaq,

$$\{21 \times 6\} = \left\{ (\{3\}, 0) + (\{6\}, 1) \times \left(\{3\}, \pm \frac{1}{2} \right) \right\}$$

$$\{15 \times 6\} = \left\{ (\{6\}, 0) + (\{3\}, 1) \times \left(\{3\}, \pm \frac{1}{2} \right) \right\}$$

yazarıq. Burada spin halının sinqlet, triplet və duplet olmasına uyğun gəlir. Bu təsvirlər gətirməyən (56)-lık, (70)-lik, (20)-lik və birgə əlavə (70)-lik alınır. (20), (56), (70) və (70)-pletlər uyğun olaraq daha yüksək multipletlərə parçalanır. Onda

$$\begin{aligned} \{21 \times 6\} = & \left(\{8\}, \frac{1}{2} \right) + \left(\{10\}, \frac{1}{2} \right) + \left(\{8\}, \frac{3}{2} \right) + \\ & + \left(\{10\}, \frac{3}{2} \right) + \left(\{1\}, \frac{1}{2} \right) + \left(\{8\}, \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.4.10})$$

$$\{15 \times 6\} = \left(\{1\}, \frac{3}{2} \right) + \left(\{8\}, \frac{1}{2} \right)$$

$$56 = \left(\{8\}, \frac{1}{2} \right) + \left(\{10\}, \frac{3}{2} \right) \quad (\text{IV.4.11})$$

$$70 = \left(\{1\}, \frac{1}{2} \right) + \left(\{8\}, \frac{1}{2} \right) + \left(\{8\}, \frac{3}{2} \right) + \left(\{10\}, \frac{1}{2} \right) \quad (\text{IV.4.12})$$

alarıq.

Deməli, 56-plet spini $\frac{1}{2}$ olan oktet, və spini $\frac{3}{2}$ olan dekupletdən təşkil olunur.

56-plet real bayronların əsas halını təyin edir.

KVARK MODELİ VƏ KVANT RƏNGDİNAMİKASI

Hal-hazırda hadron fizikasında təcrübədə çox sayda yüksək enerjili zərrəciklər faktı geniş vüsət almışdı. Hadronların özəllikləri güclü təsirdə iştirak etdiyinə görə bu təsirin nəzəri öyənilməsi xüsusi əhəmiyyəti gündən-günə artır. Güclü təsirdə iştirak edən hadronlar kvark modelində və onun əsasında meydana gələn kvant rəngdinamikası (KXD-xromodinamikasında) öyrənilir. Ona görə bu bölümə kvark modeli və rəngdinamikasının əsasları şəhr olunur.

§ V.1. Kvarklar və kvant ədədləri

Müşahidə olunan 200-dən çox hadronların (güclü qarşılıqlı təsirdə olan zərrəciklərin) tərkibi mürəkkəbdi. Onlar kvark adlanan zərrəciklərdən təşkil olunmuşdu.

Kvark anlayışı yazıçı S.Consin romanında verilmiş dəniz quşlarının çıxardığı bənzərsiz «kvark, kvark...» səslər sıxarmasından irəli gələn bir anlayışdı. Yüksək enerjilər fizikasında hadronların «kvark» adlı qeyri-adi hipotetik zərrəciklərdən təşkil olunması fərz edilmişdi.

Sonralar bu fərziyyənin əsasında kvark modeli və rəngdinamikası meydana çıxmışdı. Çağdaş fizikada yüksək enerjilərdə aparılan təcrübələri kvark modelin və rəngdinamikasının doğruluğu və bunun əsasında kvarkların varlığını subuta yetirmişdi.

Kvarkların sərbəst halda müşahidə olunmamasına baxmayaraq, hadronların tərkib hissəsi olaraq, onlar özlərini biruzə verirlər.

Bütün hadronlar altı kvarklardan təşkil olunmuşlar. Onlar

1. up-kvark (yuxarı) u
2. down-kvark (aşağı) d
3. strange-kvark (əcayib) s

4. charm-kvark (məftun) c

5. Bottom-kvark (gözəl) b

6. top-kvark (üstün) t

qəbul olunurlar. Onların qeyri-adi özəllikləri var. Belə ki, onların kəsirli elektrik yükü, kəirli baryon ədədi və rəng yükünə malikdilər. kvarkların elektrik yükü

$$e_u = e_c = e_t = \frac{2}{3}e \quad (\text{V.1.1})$$

$$e_d = e_s = e_b = -\frac{1}{3}e \quad (e\text{-elektronun yüküdü})\text{di.}$$

Antikvarkların elektrik yükü

$$e_{\bar{u}} = e_{\bar{c}} = e_{\bar{t}} = -\frac{2}{3}e \quad (\text{V.1.2})$$

$$e_{\bar{d}} = e_{\bar{s}} = e_{\bar{b}} = \frac{1}{3}e - di$$

Hər bir kvarkın baryon ədədi $\frac{1}{3}$ qəbul olunur.

Sərbəst müşahidə olunmayan kvarkların

$$m_u = (1,5 + 4,5)\text{mev}$$

$$m_d = (5 + 8,5)\text{mev}$$

$$m_s = (8,0 + 155)\text{mev}$$

$$m_c = (1 + 1,4)\text{Gev}$$

$$m_b = (4 + 4,5)\text{Gev}$$

$$m_t = (174 + 176)\text{Gev}$$

kütləyə malik olması təcrübələrlə təsdiq olunur.

Kvarkların kvant ədədləri aşağıdakı cədvəldə göstərilmişdi

Cədvəl A

kvark (antikvark)

$d(\bar{d}) \quad u(\bar{u}) \quad s(\bar{s}) \quad c(\bar{c}) \quad b(\bar{b}) \quad t(\bar{t})$

Q – elektrik yükü

$$-\frac{1}{3}\left(+\frac{1}{3}\right)\frac{2}{3}\left(-\frac{2}{3}\right) \quad -\frac{1}{3}\left(+\frac{1}{3}\right)\frac{2}{3}\left(-\frac{2}{3}\right) \quad -\frac{1}{3}\left(+\frac{1}{3}\right)\frac{2}{3}\left(-\frac{2}{3}\right)$$

I_3 - izospin	$-\frac{1}{2}\left(+\frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)0\ 0\ 0\ 0$
s - eçayiblik	$0\ 0\ -1(+1)\ 0\ 0\ 0\ 0$
c - meftunluk	$0\ 0\ 0\ 1(-1)\ 0\ 0$
b - gözöellik	$0\ 0\ 0\ 0\ -1(+1)\ 0$
t - üstönlük	$0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1(+1)$

Kvarkların elektrik yükünü

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} + \frac{1}{2}R$$

yaza bilörik. Burada R kvarkın renk yüküdü. $R-c$ eöeddi. Kvarkın üç yükü olmasını (kırmızı - Q , yaşıl - Y ve mavi - M) göz önüne alaraq, onların R , $R-1$ ve $R-1$ olmasını qöbul etsöek

$$R = \frac{1}{3}(r+2) \quad (\text{V.1.3})$$

götüre bilörik.

Δ^{++} - baryonun elektrik yükü $+2$ olduđuna göre

$$R_q + R_y + R_m = 2$$

qöbul etsöek,

$$e_u = e_c = e_t = \frac{1}{3}(R_q + R_y + R_m) = \frac{2}{3}e$$

$$e_d = e_s = e_b = \frac{1}{3}[(R_q - 1) + (R_y - 1) + (R_m - 1)] = -\frac{1}{3}e$$

olur.

Göründüyü kimi bu qiymetler (V.1.1) ile eyni olur. Yeni rengli kvarkların elektrik yükü rengsiz kvarkların yükü kimi olur.

Fermion olan bayronların üç kvarkdan yaranmasında Pauli prinsipinin öödenmesi mehz kvark sahesinin spinoru ψ_q lokal qöliblönmiş (kalibre olunmuş) çevirmöelere göre invariant olmalıdı. Yeni

$$\psi'_{q\beta} \rightarrow e^{i\alpha(x)} e^{i\varepsilon_a(x)I_a} \psi_{q\beta} \quad (a=1,2,\dots,8)$$

Çevirməsində $\bar{\psi}_{q_\beta} \gamma_\mu \partial_\mu \psi_{q_\beta}$ cərəyanın invariantlığına əsasən

$$i\bar{\psi}'_{q_\beta} \gamma_\mu \partial_\mu \psi'_{q_\beta} = i\bar{\psi}'_{q_\beta}(x) \gamma_\mu \partial_\mu e^{i\alpha(x)} e^{i\varepsilon_a(x)I_a} \psi_{q_\beta}(x) \quad (\text{V.1.4})$$

yazılmalıdı.

(V.1.4) ifadəsində I_a $SU(3)$ rəng qrupunu generatorlarıdı.

Bu qrupa görə $I_a = \frac{1}{2} \lambda_a$ ($\lambda_{1\dots 8}$ rəng qrupunun Gell-Mann matrisləridi), λ matrisləri

$$[\lambda_a, \lambda_b] = \lambda_a \lambda_b - \lambda_b \lambda_a = 2if_{abc} \lambda_c \quad (\text{V.1.5})$$

münasibətini ödəyən matrislərdi. f_{abc} -antisimmetrik quruluş

sabitləridi $(f_{123} = 1, f_{147} = \frac{1}{2}, f_{156} = -\frac{1}{2}, f_{246} = \frac{1}{2}, f_{458} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

və s.). (V.1.4)-dən

$$\begin{aligned} i\bar{\psi}'_{q_\beta} \gamma_\mu \partial_\mu \psi'_{q_\beta} &= i\bar{\psi}'_{q_\beta}(x) \gamma_\mu \partial_\mu e^{i\alpha(x)} e^{i\varepsilon_a(x)I_a} \psi_{q_\beta}(x) = \\ &= i\{i\bar{\psi}'_{q_\beta} \gamma_\mu [i(i\partial_\mu + i\partial_\mu \alpha(x) + iI_a(\partial_\mu \varepsilon_a(x)))] \times \\ &\times e^{i\alpha(x)} e^{i\varepsilon_a(x)I_a} \psi_{q_\beta}(x) + e^{i\alpha(x)} e^{i\varepsilon_a(x)I_a} \partial_\mu \psi_{q_\beta}\} = \\ &= -i\bar{\psi}'_{q_\beta} \gamma_\mu [\partial_\mu + \partial_\mu \alpha(x) + I_a \partial_\mu \varepsilon_a(x)] \psi'_{q_\beta}(x) \end{aligned}$$

tapırıq. Yəni

$$i\bar{\psi}'_{q_\beta} \gamma_\mu [\partial_\mu + \partial_\mu \alpha(x) + I_a \partial_\mu \varepsilon_a(x)] \psi'_{q_\beta}(x) = i\bar{\psi}'_{q_\beta} \gamma_\mu \partial_\mu \psi_{q_\beta} \quad (\text{V.1.6})$$

alırıq. Burada $\alpha(x), \psi$ spinorunun fazası, $\varepsilon_a(x)$ unitar

çevrilmənin parametri, $I_a = \frac{1}{2} \lambda_a$ ($a = 1, 2, \dots, 8$) matrisləri Gell-

Mann matrisləridi.

(V.1.6)-da $\partial_\mu \alpha(x)$ həddi dörd hədd olaraq foton, W^\pm və

Z^0 -bozon sahəsini xarakterizə edir. $I_a \partial_\mu \varepsilon_a(x)$ həddi, a -

indeksi səkkiz qiyməti aldığı üçün səkkiz sahəyə uyğun gəlir.

Bu səkkiz sahə *qülyon sahəsi* adlanır. Bu sahənin zərəcəyi

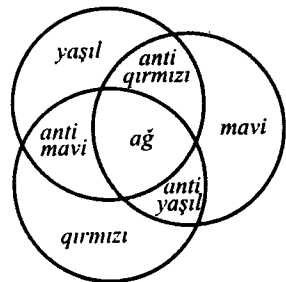
qülyon (*glue - kley, yapışqan* deməkdi) olur və onların özəlliyi

ondadırki, onlar fotonlardan fərqli olaraq səkkiz rəng yükünə

malik ola bilərlər (foton yüksüz zərrəcikdi). Qülyonların rəng yükü

$$q\bar{y}, q\bar{m}, m\bar{q}, y\bar{m}, y\bar{q}, m\bar{y}, \frac{1}{\sqrt{2}}(q\bar{q} - y\bar{y}), \frac{1}{\sqrt{6}}(q\bar{q} + y\bar{y} - 2m\bar{m})$$

rənglərlə, antirənglərin kombinasiyası şəkilində rəngli qülyonu təşkil edirlər. (Qeyd edək ki, bu kombinasiyalar $SU_c(3)$ rəng qrupunun $\{3 \times \bar{3}\} = (1)_c + (8)_c$ gətiril-məyən təsvirindən alınan nəticədi). Hadronların mezon qismi kvark anti-kvarkın kombinasiyalarından, bayonlar qismi isə üç kvarkın kombinasiyadan alınmışdı. Əyani olaraq, üç kvarkdan təşkil olan hadron belə göstərə bilirik: Mərkəzdə ağ rəngsiz oblast real zərrəciyə uyğun gəlir.



§ V.2. Hadronların kvant tərkibi

Mezon və baryonlar $q\bar{q}$ və qqq sistemi kimi

mezon=kvark+antikvark: $k\bar{k}$

bayron=kvark+kvark+kvark: kkk

götürülür.

Kvarkın üç rəng yükünə malik olması Pauli prinsipinin hadron fizikasında da keçərli olmasını əsaslandırır.

Beləliklə, mezonları kvark+antikvarkın dalğa funksiyaların

$$\psi_M = \sum q_i \bar{q}_j = \sum \psi_\alpha^\beta \bar{\psi}_\alpha^\beta \quad (\alpha = 1, 2, \dots, 6, \beta = \bar{1}, \bar{2}, \dots, \bar{6}) \quad (V.2.1)$$

məcmüm kimi,

Bayronlar üç kvarkın dalğa funksiyaların isə

$$\psi_B = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{i,j,k} \epsilon_{ijk} q_i q_j q_k = \frac{1}{\sqrt{3}} \{ \psi_{q_1} \psi_{q_2} \psi_{q_3} + \psi_{q_3} \psi_{q_1} \psi_{q_2} - \psi_{q_2} \psi_{q_1} \psi_{q_3} - \psi_{q_2}^Y \psi_{q_1}^q \psi_{q_3}^M - \psi_{q_3}^M \psi_{q_2}^Y \psi_{q_1}^q - \psi_{q_1}^q \psi_{q_3}^M \psi_{q_2}^Y \} \quad (V.2.2)$$

kombinasiyası olaraq (ϵ_{ijk} -antisimmetrik tenzordu).

$$\psi_{\alpha\beta\gamma} = \psi_B = \text{antisimmetrik} \quad (a)$$

(V.2.1)-yə görə mezonlarda səkkiz dənəsi götürülməlidir.

$$\psi_{\pi^+} = \psi(u)\psi(\bar{d}) \equiv u\bar{d}, \psi_{K^+} = \psi(u)\psi(\bar{s}) \equiv u\bar{s}$$

$$\psi_{\pi^-} = \psi(\bar{u})\psi(d) \equiv \bar{u}d, \psi_{K^-} = \psi(\bar{u})\psi(s) \equiv \bar{u}s$$

$$\psi_{K^0} = \psi(d)\psi(\bar{s}) \equiv d\bar{s}, \psi_{\bar{K}^0} = \psi(s)\psi(\bar{d}) \equiv s\bar{d}$$

$$\psi_{\pi^0} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi(u)\psi(\bar{u}) - \psi(d)\psi(\bar{d})) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) \quad (\text{V.2.3})$$

$$\psi_{\eta} = \frac{1}{\sqrt{6}}(\psi(u)\psi(\bar{u}) + \psi(d)\psi(\bar{d}) - 2\psi(s)\psi(\bar{s})) \equiv$$

$$\equiv \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$$

Seçə bilərik, sinqlet halı isə

$$\psi_{\eta} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\psi(u)\psi(\bar{u}) + \psi(d)\psi(\bar{d}) + \psi(s)\psi(\bar{s})) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$$

seçərik.

Məftunedici mezonları charmlı kvarklardan

$$\psi_{D^0} = \psi(c)\psi(\bar{u}) \equiv c\bar{u}, \psi_{D^+} = \psi(c)\psi(\bar{s}) \equiv c\bar{s}$$

$$\psi_{D^+} = \psi(c)\psi(\bar{d}) \equiv c\bar{d}, \psi_{D^0} = \psi(d)\psi(\bar{c}) \equiv d\bar{c}$$

$$\psi_{D_s^+} = \psi(s)\psi(\bar{c}) \equiv s\bar{c}, \psi_{D_s^0} = \psi(u)\psi(\bar{c}) \equiv u\bar{c}$$

təşkil edə bilərik.

Eyni yolla vektoryal mezonların kvark tərkibi

$$\rho^+ = u\bar{d}, \rho^0 = \bar{u}d, \rho^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$$

$$K^{*+} = u\bar{s}, K^{*-} = \bar{u}s, K_0^* = d\bar{s}, \bar{K}_0^* = s\bar{d}$$

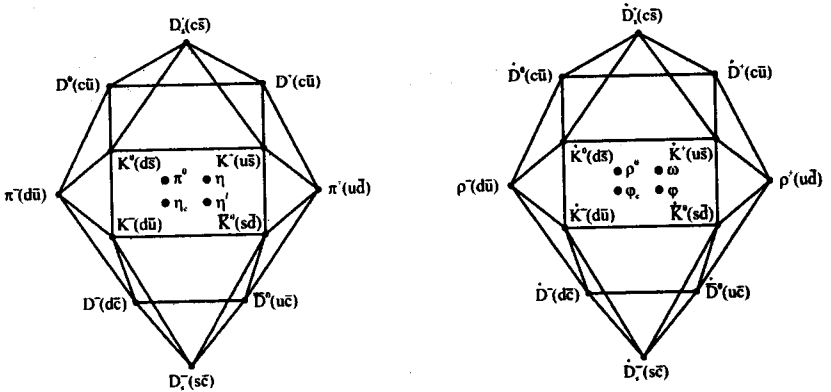
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}), \phi = s\bar{s}, \tau/\psi = c\bar{c}$$

$$D^{*0} = c\bar{u}, D_s^{*0} = c\bar{s}, D^{*+} = \bar{c}d, D^{*-} = d\bar{c}$$

$$D_s^* = s\bar{c}, \bar{D}^{*0} = u\bar{c}$$

seçilir.

Bu mezonları sxematik olaraq aşağıdakı şekillərlə göstərmək olar (Şəkil V.1):



Şəkil V.1. Pseudoskalyar və vektoryal mezonların multipləti

Bayronların kvark tərkibini təyin etmək üçün (a)-dakı baryonun hal funksiyasını simmetrik antisimmetrik və qarşılıqlı simmetriya malikliyinə tapmaq.

Əgər ψ_B bayron funksiyasının üç kvarkdan təşkil olunursa və $\psi_B = \psi_{\alpha\beta\gamma}$ kimi yazırıqsa (hər bir indeks üç qiymət alır), onu

$$\psi_{\alpha\beta\gamma} = \psi_{[\alpha\beta\gamma]}^{(a)} + \psi_{\{\alpha\beta\gamma\}}^{(s)} + \psi_{\{\alpha[\beta\gamma]}^{(q)} + \psi_{[\alpha\{\beta\gamma\}}^{(q)} \quad (V.2.4)$$

Şəklində təsvir etmək olar. Bu ifadələrin hər birinin uyğun olaraq, komponentlərinin sayı

$$N_a = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} = 1$$

$$N_s = \frac{n(n+1)(n+2)}{3!} = 10$$

$$N_q = \frac{n(n-1)(n+1)}{3!} = 8$$

olar. Yeni $\psi_{[\alpha\beta\gamma]}^{(a)}$ bir komponentli, $\psi_{[\alpha\beta\gamma]}^{(s)}$ -10 komponentli, $\psi_{[\alpha\{\beta\}\gamma]}^{(q)}$ -lərin hər biri səkkiz komponentli olmalıdı.

Qarışıq simmetriyaya sahib olan $\psi_{[\alpha\{\beta\}\gamma]}^{(q)}$ və $\psi_{[\alpha\{\beta\}\gamma]}^{(q)}$ -lər  c n Yakobi eyniliyini yazaq:

$$\begin{aligned}\psi_{[\alpha\{\beta\}\gamma]}^{(q)} + \psi_{[\beta\{\gamma\}\alpha]}^{(q)} + \psi_{[\gamma\{\alpha\}\beta]}^{(q)} &= 0 \\ \psi_{[\alpha\{\beta\}\gamma]}^{(q)} + \psi_{[\beta\{\gamma\}\alpha]}^{(q)} + \psi_{[\gamma\{\alpha\}\beta]}^{(q)} &= 0\end{aligned}\quad (\text{V.2.5})$$

Qarşılıqlı simmetriyanı istifadə etmək  c n (V.2.5)-  daxil olan həddləri

$$\psi_{[\alpha\{\beta\}\gamma]} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\gamma'} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma'} b_{\gamma'}$$

kimi seçməklə (V.2.5) münasibətləri

$$\frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{\gamma'} \{\varepsilon_{\alpha\beta\gamma'} b_{\gamma'} + \varepsilon_{\beta\gamma\alpha'} b_{\alpha'} + \varepsilon_{\gamma\alpha\beta'} b_{\beta'}\} = 0$$

yazala bilər və

$$\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} (b_{\gamma\gamma} + b_{\beta\beta} + b_{\alpha\alpha}) = 0$$

olar. Ona görə

$$b_{\alpha\alpha} + b_{\beta\beta} + b_{\gamma\gamma} = 0, \quad \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \neq 0 \quad (\text{V.2.6})$$

olur.

Sonsuz kiçik unitar çevirmə aparmaqla

$$\psi'_{[\alpha\{\beta\}\gamma]} = U \psi'_{[\alpha\{\beta\}\gamma]} U^+$$

yazarıq. Burada

$$U = 1 + \delta U, \quad U^+ = 1 + \delta U^+$$

$$\delta U = 2i \sum_{k=1}^8 F_k \delta\theta_k, \quad \delta U^+ = -2i \sum_{k=1}^8 F_k \delta\theta_k$$

olduđu  c n

$$\begin{aligned}\psi'_{[\alpha\{\beta\}\gamma]} &= \delta U \psi'_{[\alpha\{\beta\}\gamma]} \delta U^+ = \\ &= \frac{2i}{\sqrt{2}} \sum_{k=1}^8 \sum_{\gamma\rho} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \delta\theta_k [(F_k)_{\gamma\rho} b_{\rho\gamma'} - b_{\gamma\rho} (F_k)_{\rho\gamma}] \quad (\text{V.2.7})\end{aligned}$$

yaza bilərik.

(V.2.7)-də F_k operatoru diaqonal matris olarsa, $F_k = I_3$ və ya $F_k = Y$ olarsa, onda

$$\sum_{\rho} [(I_3)_{\gamma\rho} b_{\rho\gamma'} - b_{\gamma\rho} (I_3)_{\rho\gamma'}] = I_{3\gamma} \delta_{\gamma\rho} b_{\rho\gamma'} - I_{3\gamma'} b_{\rho\gamma'} b_{\gamma\rho}$$

$$\sum_{\rho} [Y_{\gamma\rho} b_{\rho\gamma'} - Y_{\rho\gamma'} b_{\gamma\rho}] = Y_{\gamma} \delta_{\gamma\rho} b_{\rho\gamma'} - Y_{\gamma'} \delta_{\gamma\rho} b_{\rho\gamma'}$$

yazarıq. Buradan

$$\sum_{\rho} [(I_3)_{\gamma\rho} b_{\rho\gamma'} - b_{\gamma\rho} (I_3)_{\rho\gamma'}] = (I_3)_{\gamma} b_{\gamma\gamma'} - (I_3)_{\gamma'} b_{\gamma\gamma'}$$

$$\sum_{\rho} [Y_{\gamma\rho} b_{\rho\gamma'} - b_{\gamma\rho} Y_{\rho\gamma'}] = Y_{\gamma} b_{\gamma\gamma'} - Y_{\gamma'} b_{\gamma\gamma'} \quad (\text{V.2.8})$$

(V.2.8) ifadəsində izotropik spini

$$I_3 = (I_3)_{\gamma} - (I_3)_{\gamma'}$$

və hiperyükü

$$Y = Y_{\gamma} - Y_{\gamma'}$$

götürə bilərik. Onda

$$[I_{3\gamma} - I_{3\gamma'}] b_{\gamma\gamma'} = I_3 b_{\gamma\gamma'}$$

$$[Y_{\gamma} - Y_{\gamma'}] b_{\gamma\gamma'} = Y b_{\gamma\gamma'} \quad (\text{V.2.9})$$

alırıq.

Deməli qarışıq simmetriya malik olan təsvir $\psi_{(\alpha[\beta]\gamma)}^{(q)}$ olanda 8 komponentli təsvir uyğun gəlir. Bu təsvirdə səkkizlikdə stabil baryonları yerləşdirilə bilərik.

Baryon və antibaryon oqteti

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} + \frac{\Lambda}{\sqrt{6}} & p & \Sigma^+ \\ n & -\frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} + \frac{\Lambda}{\sqrt{6}} & \Sigma^- \\ \Xi^0 & \Xi^- & -\frac{2\Lambda}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} \frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}}{\sqrt{6}} & \bar{n} & \bar{\Xi}^0 \\ \bar{p} & -\frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}}{\sqrt{6}} & \bar{\Xi}^- \\ \bar{\Sigma}^+ & \bar{\Sigma}^- & -\frac{2\bar{\Lambda}}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

şəklində olur.

Cədvəl A-ya əsasən bayronların kvark tərkibini

$p = uud, n = ddu, \Lambda = uds, \Sigma^+ = uus, \Sigma^- = dds, \Sigma^0 = uds,$

$\Xi^- = dss, \Xi^0 = uss, \Sigma_c^0 = ddc, \Sigma_c^+ = udc, \Lambda_c^+ = udc, \Sigma_c^{++} = uuc,$

$\Xi_c^0 = dsc, \Omega_c^0 = ssc, \Xi_{cc}^0 = dcc, \Omega_{cc}^+ = scc, \Delta^{++} = uuu, \Delta^+ = uud,$

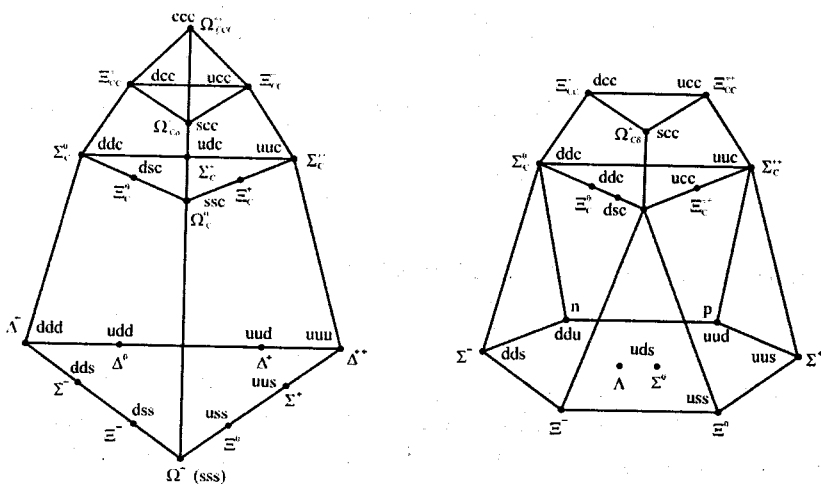
$\Delta^0 = udd, \Delta^- = ddd, \Sigma_c^+ = ucc, \Omega_{cc}^+ = scc, \Omega_{ccc}^+ = ccc, \Lambda_b^0 = udb,$

$\Omega^- = sss, \Xi_b^0 = usb, \Xi_b^- = dsb$ və s.

olacaq.

Altı (u, d, s, c, b, t) kvarkların üçlüyü baryonları verir.

Baryonları sxematik olaraq, müxtəlif əcayblik, məftunluq kvant ədədlərinə görə aşağıdakı pramidalar şəklində göstərmək olar (şəkil V.2-də tərəflər müxtəlif kvant ədədlərin qiymətinə uyğun gəlir).



Şəkil V.2. Baryonların multipli

Bu sxemlərdə olan real zərrəciklər müxtəlif kvarkların məcmu olaraq, məsələn, proton uud , neyron udd , Δ^{++} -rezonansı uuu , Δ^- -rezonansı ddd , Ω^- -hiperon sss , Ω_{ccc}^{++} -hiperon ccc kvarklardan təşkil olunurlar. Kvarklar fermion ol-

duqları üçün Pauli prinsipinin ödənməsi tələb olunur. Fəqət bir kvant halında bir fermiondan çox zərrəcik ola bilməz. Lakin iki üç kvarkın real zərrəciklər təşkil etməsi bu prinsipin tələbinin ödənməsi əsasən, kvarkların əlavə kvant ədədinə malik olmasına uyğun gəlir. Kvarkların əlavə kvant ədədinə malik olması üçün kvant ədədi 1, 2, 3 qiymətləri almalıdı. Bu kvant ədədinə «rəng yükü» deyilir.

Təcrübədə $qq, \bar{q}\bar{q}, (qqqq)$ kvark quruluşu olan zərrəciklərin normal halda müşahidə olunmaması da «rəng yükü» anlayışının varlığına rəvəc verir.

Digər tərəfdən mövcud olan təcrübi faktların

$$R_{\text{exp}} = \frac{\sigma(e^- + e^+ \rightarrow \text{hadronlar})}{\sigma(e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+)} = 2$$

$$\left(\sigma(e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+) = \frac{4\pi\alpha^2}{3(p_- + p_+)^2} \right)$$

$$W_{\text{exp}}(\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma) = \frac{1}{2} \quad (\text{V.2.10})$$

$$R_{\text{exp}}^{\tau} = \frac{\sigma(\tau^+ + \nu \rightarrow \text{hadron})}{\sigma(\tau^+ + \nu \rightarrow e^+ + \nu)} = 3$$

olması, bu qiymətlərin nəzəri baxımdan

$$R_{\text{noz}} = \frac{2}{3}, W_{\text{noz}} = \frac{1}{6} \text{ və } R_{\text{noz}}^{\circ} = N_c \quad (\text{V.2.11})$$

qiymətlərə uyğun gəlir. Bu uyğunsuzluq yeni kvant ədədinə gətirib çıxarır. Bu kvant ədədinin «rəng yükü» olub, üç qiymət $i=1$ (qırmızı), $i=2$ (yaşıl), $i=3$ (mavi) almasına rəvəc verir. onda (V.2.11) ifadəsini 3-ə vurmaqla və $N=3$ qəbul etməklə (V.2.10) qiymətlərini alarıq.

Böyləcə, kvarkların kombinasiyasından yaranan hadronların

$$a) p = uud, \Delta^{++} = uuu, \Delta^- = ddd, n = ddu, \Omega^- = sss, \Omega_{ccc}^+ = ccc$$

halında olması,

b) Mövcud olan real zərrəciklərin heç birinin $\bar{q}\bar{q}, qq, qqqq$ - kvarklardan təşkil olmaması,

c) real hadronların hal vektorlarının

$$\alpha \cdot q_i \cdot \bar{q}_i \text{ mezon üçün } \alpha = \frac{4}{3} \alpha_s$$

$$\alpha \cdot q_i \cdot q \cdot q_k \text{ bayron üçün } \alpha = \frac{2}{3} \alpha_s$$

kombinasiyalar təşkil etməsi,

d) Təcrübədə $R_{\text{exp}} = 2$, $W(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{1}{2}$, $R_{\text{exp}}^r = 3$ qiymətləri

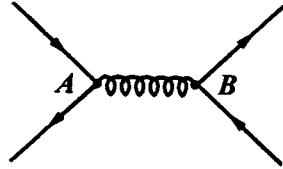
alması,

f) $q\bar{q}$, qqq sistemləri üçün Pauli prinsipinin ödənməsi üçün kvarkların üç ($\alpha = 1, 2, 3$) qiymət alan rəng yükünə malik olması zəruri səttdi.

Bu faktlar rəng yükünün varlığına gəlib çıxarır.

§ V.3. Güclü qarşılıqlı (nüvə qüvvələri) təsirin rəng yükü

Elektromağnit qarşılıqlı təsirində yüklü zərrəciklər elektromağnit sahəsinə görə bir-biri ilə təsirdə olurlar. A nöqtəsində zərrəcik virtual (real olmayan) foton buraxaraq, qeyri-müəyyənlik münasibətinə görə



$$\Delta t \leq \frac{\hbar}{\Delta E} \text{ zamanında yaranan foton } B$$

nöqtəsində başqa zərrəcik tərəfində udulur və böyləce iki zərrəcik arasında elektromağnit qüvvəsi yaranır.

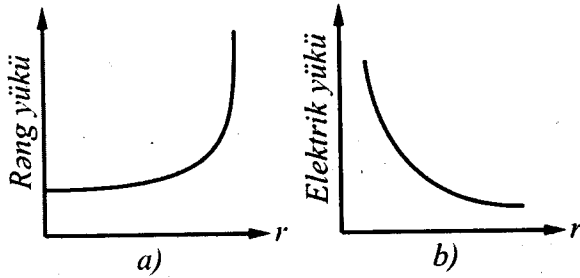
Virtual foton yükədən asılı olmayaraq $c\Delta t$ məsafəsində yaranma və udmaya məruz qalır.

İki kvark arasında güclü təsir olanda üç kvarkın bağlı hal yaratması virtual qülyon ilə baş verir. Onlar rəng sahəsinin kvantlar olur və nuklonların daxilində kvarkları əlaqələndirir, nuklonların birləşərək nüvələri yaranmasını təmin edirlər.

Yeni, soldan gələn, məsələn, qırmızı ($i = 1$) kvarkla, sağdan gələn yeni kvarkla rəng mübadiləsi baş verir. Mübadilə ötürən

zərrəcik (qülyon) iki rəngli olmalıdır. Beləliklə, kvarklar arasında təsir $q\bar{q}$ (qırmızı+antiqırmızı), $q\bar{Y}$ (q +antiyaşıl), $q\bar{M}$ (q +antimavi), $V\bar{q}, V\bar{Y}, Y\bar{M}, M\bar{k}, M\bar{Y}, M\bar{M}$ rəngli (iki rəngdə) olan qülyonlarla ötürülməlidir. Bu rənglərdən ($q\bar{q} + Y\bar{Y}, M\bar{M}$) kombinasiya rəngsiz olur və o güclü təsiri ötürməz, bu kombinasiya qülyon ola bilməz.

Fotondan fərqli olaraq qülyon səkkiz növ rəng yükü daşıdığı üçün rəng yükü məsafədən asılılığı şəkil V.3a-də göstərilir. KED-da yükün məsafədən asılılığı V.3b-da göstərilmişdi.



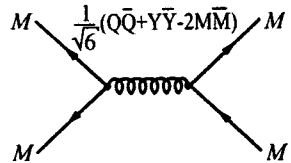
Şəkil V.3.

Rəng vuruğunu tapmaq üçün $\alpha e_1 e_2$ kvark qarşılıqlı təsiri

$C_F \alpha_s = \frac{1}{2} C_1 C_2 \alpha_s$ rəng yükü ilə xarakterizə olunur

$\left(C_F = \frac{1}{2} C_1 C_2 \right) C_1$ və C_2 sabitləri rəng vuruğu olar (e_1, e_2 -yükünə bənzər).

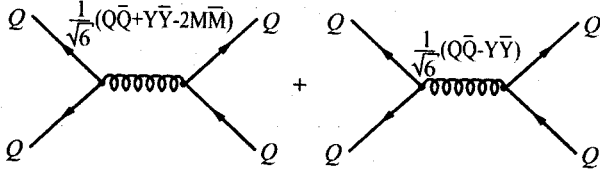
Öncə təsirdə olan iki kvarkın eyni rəngdə olmasına baxaq. Fərz edək ki, kvarklar mavidi səkkiz qülyondan yalnız biri, rəngi $M\bar{M}$ olanı iştirak edir.



Rəng vurudu

$$C_1 C_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{6}} \right) \left(-\frac{2}{\sqrt{6}} \right) = \frac{2}{3}; C_1 C_2 = \frac{2}{3}$$

Qırmızı kvarkların təsirində



rəng vuruğu

$$C_1 C_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{6}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{6}} \right) = \frac{1}{6}; C_1 C_2 = \frac{1}{6}$$

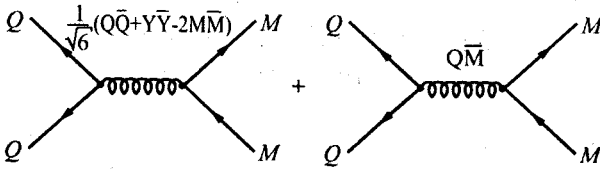
$$C_1 C_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{2}; C_1 C_2 = \frac{1}{2}$$

Bu qiymətin cəmi

$$C_1 C_2 = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$$

olacaq.

Qırmızı və mavi kvarkların təsirində



$$C_1 C_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{6}} \right) \left(-\frac{2}{\sqrt{6}} \right) = -\frac{1}{3}$$

$$C_1 C_2 = 1$$

$$C_1 C_2 = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$$

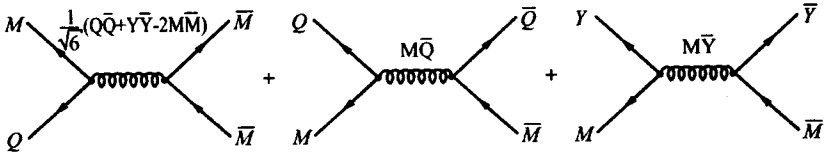
simmetrik və antisimmetrik rəng funksiyalar üçün

$$C_1 C_2 = P - \frac{1}{3}$$

yazılar.

$$P = \pm 1 - d_1.$$

Kvark və antikvarklarda rəng vuruğu da



$$C_1 C_2 = 3 \sqrt{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{1}{3}} \left(-\frac{2}{3} - 1 - 1 \right) = -\frac{8}{3}, \quad C_R = \frac{4}{3}$$

olar.

Baryonların 3 kvarklı sistemlər üçün rəng vuruğu

$$C_R = \frac{2}{3}$$

olur.

Rəngdinamikasında aparılan hesablamalarda rəng yükünün alınan bu qiymətlərindən istifadə edilməli.

§ V.4. Rəngdinamikasında Feynman diaqramları

Diaqram texnikası qaydası kvant elektrodinamikasında olduğu kimi kvant rəngdinamikasında da adi yolla yerinə yetirilir. S -matrisin matris elementini yazmaq üçün başlanğıc və sondakı zərrəciklərə uyğun gələn xəttlər aşağıdakı kimi olur:

Gələn fermion xətti $\xrightarrow{p, \sigma} \bullet \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} u(p, \sigma)$

σ spinlə çıxan fermion xətti $\xleftarrow{p, \sigma} \bullet \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \bar{u}(p, \sigma)$

$$\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \bar{v}(p, \sigma), \text{ gələn bozon xətti}$$

$$\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \varepsilon_\mu(k, \lambda), \text{ çıxan bozon xətti}$$

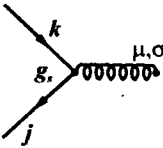
$$\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \varepsilon_\mu^*(k, \lambda), \text{ çıxan antibozon xətti ilə,}$$

$$\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \bar{u}(p, \sigma), \text{ çıxan antifermion xətti ilə,}$$

$$\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} v(p, \sigma), \text{ gələn fermion xətti ilə}$$

$$\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \varepsilon_\mu^*(k, \lambda), \text{ çıxan bozon xətti ilə və}$$

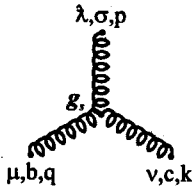
$$\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \varepsilon_\mu(k, \lambda), \text{ gələn antibozon xətti ilə göstərilir.}$$

Kvark-qülyon tƏpƏsinƏ  uyğun gələn cərəyan

$$\bar{i} g_s \bar{u}_k \gamma_\mu I_{kj}^a u_j \quad (V.4.1)$$

olar.

Qülyon-qülyon tƏpƏsinƏ (üç və dörd qülyon xətti)



$$-g_s f_{abc} [(p-q)_\nu g_{\lambda\mu} + (q-k)_\lambda g_{\mu\nu} + (k-p)_\mu g_{\nu\lambda}] \quad (V.4.2)$$

$$\begin{aligned}
 & -ig_s^2 \sum_l \{ f_{abe} f_{cde} (g_{\lambda\mu} g_{\nu\sigma} - g_{\lambda\sigma} g_{\mu\nu}) + \\
 & + f_{ace} f_{bdc} (g_{\lambda\mu} g_{\nu\sigma} - g_{\lambda\sigma} g_{\mu\nu}) + \\
 & + f_{ade} f_{cbe} (g_{\lambda\nu} g_{\mu\sigma} - g_{\lambda\mu} g_{\sigma\nu}) \} \quad (V.4.3)
 \end{aligned}$$

uyğun olan Feynman qrafikləri və təpə funksiyaları yazılır. Bu qrafiklər KED-də olmayır. Rəngdinamikasında «ruh» (spirit) adlı zərrəcikdə mövcud ola bilər və virtual olaraq qülyonla təsirdə olur. Ruh- qülyon təpəsi

$$-g_s f_{abc} P_\mu \quad (V.4.4)$$

olar.

Kvarkın yayılma funksiyası (Green funksiyası) və ya propaqatoru $j \xrightarrow{f} k$ $i \frac{if - m}{f^2 + m^2} \delta_{jk}$ şəklindədi.

Qülyona və ruha uyğun olan propaqatorlar üçün müxtəlif kalibrləşmədə

$a \xrightarrow{k} b$ müxtəlif kalibrləşmədə

$$i \frac{-g_{\mu\nu} + \xi \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}}{k^2 + i0} \delta_{ab} \text{ (lorents kalibrovkası)}$$

$$i \frac{-g_{\mu\nu} + (nk)(n_\mu k_\nu + n_\nu n_\mu) - n^2 \frac{k_\mu k_\nu}{(nk)}}{k^2 + i0} \delta_{ab} \text{ (aksial kalibrovkası)}$$

$$i \frac{g_{\mu\nu}}{k^2} \delta_{ab} \text{ (Feynman kalibrovkası)}$$

$$i + \frac{1}{k^2} \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) \delta_{ab} \text{ (Landan kalibrovkası)}$$

$$i \frac{1}{k^2 + i0} \delta_{ab} \text{ (bu yalnız KRD-da olur) ruha aid propaqator}$$

ifadələri yazılır.

4-impulsun saxlanması $(2\pi)^4(-1)^n \delta(\sum P_i - \sum P_f)$ vuruğu ilə ifadə olunur. D ölçülü fəzada inteqrallama virtual impuls üzrə olan vuruğu

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \rightarrow \int \frac{(dk)^{4-0}}{(2\pi)^0}$$

ilə verilir.

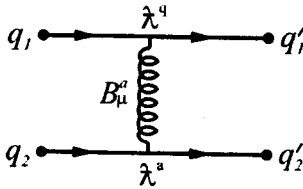
Spinorların normalanma şərti

$$\sum_s u(p, s) \bar{u}(p, s) = \frac{i\hat{p} + m}{2m} \quad \text{və}$$

$$\sum_\lambda \varepsilon_\mu^*(k, \lambda) \varepsilon_\nu(k, \lambda) = -g_{\mu\nu} \quad (\text{V.4.5})$$

olur.

Güclü təsirdə kvark-qülyon diaqramı



olar və bu təsirin laqranjianı, elektrodinamikada $L = e\bar{\psi}\gamma_\mu\psi A_\mu$ - ya analogi olaraq

$$L_i^R = g_s J_\mu^a B_\mu^a$$

olacaq. Burada

$$J_\mu^a \bar{q}_i(x) \gamma_\mu \frac{1}{2} \lambda_{ij}^a q_j(x)$$

B_μ^a - qülyon sahəsinin potensialıdır. Rəngdinamikasında lokal kalibərə çevrilməsini

$$q'(x) = e^{ie^a(x)I_a} q(x)$$

aparsaq, sonsuz kiçik çevirmədə

$$q'(x) = q(x) + iI_a \varepsilon^a(x) q(x), \quad a = 1, 2, \dots, 8 \quad (\text{V.4.6})$$

$$I_a = \frac{1}{2} \lambda^a$$

kvarkın funksiyası dəyişər. Burada $I_a = SU_c(3)$ rəng qrupunun generatorudu, $\varepsilon^a(x) SU_c(3)$ -rəng qrupunun lokal parametrləridi. I_a -ni təyin edən matrislər λ^a -Gell-Mann və ya Okubo matrislə təsvir olunan A_i^k matrisləri ola bilərlər (əlavə C).

Onda kvarkın funksiyasının dəyişimi

$$\partial_\mu q(x) = \partial_\mu q(x) + iI_a \varepsilon^a(x) \partial_\mu q(x) + iI_a \partial_\mu \varepsilon^a(x) q(x) \quad (\text{V.4.7})$$

olar.

(V.4.7)-də axırıncı hədd səkkiz komponentli qülyon sahəsinə $B_\mu^a(x)$ -ya uyğun gəlir. $SU_c(3)$ rəng qrupuna görə bu qülyon sahəsi

$$B_\mu^a(x) \rightarrow B_\mu^a(x) + iI^{bac} \varepsilon^b(x) B_\mu^c(x) + \frac{1}{g_s} \partial_\mu \varepsilon^a(x) \quad (\text{V.4.8})$$

çevrilməsinə məruz qalır. $SU_c(3)$ rəng qrupunun generatorları I_a quruluş sabitlər f^{abc} ilə ifadə olunurlar:

$$I^{abc} = -if_{abc}$$

$SU_c(3)$ qrupunun generatorları

$$I_a I_b - I_b I_c = [I_a I_b] = if_{abc} I_c \quad (\text{V.4.9})$$

münasibətini ödəyir.

(V.4.7) və (V.4.8) çevirmələri hesabına görə kvark- qülyon təsirinin laqranjiani

$$\nabla_\mu q(x) \rightarrow \nabla_\mu q(x) + iI_a \varepsilon^a(x) \nabla_\mu q(x)$$

çevrilməsinə uyğun olaraq, kalibrə-invariant olmaqla

$$L' = i\bar{q}(x) \gamma_\mu [\partial_\mu q(x) - ig_s I_a B_\mu^a q(x)] - m\bar{q}(x) q(x) \quad (\text{V.4.10})$$

alınar. Onda B_μ^a qülyon sahəsinin potensialı

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu B_\nu^a - \partial_\nu B_\mu^a + g_s f_{abc} B_\mu^b B_\nu^c \quad (\text{V.4.11})$$

olar. Elektromağnit sahəsinin potensialı

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

antisimmetrik tenzoruna uyğun gəlir.

(V.4.11)-in son həddi qülyon sahəsinin özəlliyidir və qeyri-xəttilik xassəsinin olmasını göstərir.

Elektromağnit sahəsindən fərqli olaraq rəngdinamikasında sonuncu hədd quruluş sabitləri f_{acc} -dən asılı olur və onlar Yakobi eyniliyini ödəyirlər:

$$f_{aeb}f_{ced} + f_{ace}f_{edb} + f_{aed}f_{cbc} = 0 \quad (\text{V.4.12})$$

Qülyon sahəsinin laqranjiani

$$L_{qe} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a$$

uyğun olur. Onda rəngdinamikasının laqranjiani

$$L_{KRD} = i\bar{q}\gamma_\mu V_\mu q(x) - m\bar{q}(x)q(x) - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \quad (\text{V.4.13})$$

şəklində götürülməlidir.

Bu laqranjianın özəlliyi ondan ibarətdir ki, burada qülyon sahəsi özü-özünə təsir edir (B_μ^a -nın üçüncü və dördüncü dərəcəsinə uyğun olan). Öz-özünə təsir qülyon sahəsinin təbii xüsusiyyəti. Çünki qülyon fotondan fərqli olaraq səkkiz rəng yükü daşıya bilər və onlar bir-biriləri ilə qarşılıqlı təsirdə olurlar. Bu təsire görə kvark və qülyonlar arasında rəng yükü mübadiləsi olur (fotonun elektrik yükü birdənədir ki o da sıfırdır).

Bu özəllik rəngdinamikasının asimptotik sərbəstlik özəlliyinə sahib olmasına gətirib çıxarır. Asimptotik sərbəstlik o deməkdir ki, hadron daxilində çox kiçik məsafələrdə rəngli kvarklar arasında qarşılıqlı təsir azalır və onlar bu məsafələrdə özlərini sərbəst zərrəciklər kimi özlərini aparırlar.

§ V.5. Ölçülü düzənləmə üsulu

Sahə nəzəriyyəsində səpilmə matrisinin hesablanması impulsu görə inteqralmada dağılan inteqrala rast gəlinir və onları hesablamaqda ölçülü düzənlənmə metodundan istifadə

olunur. Ölçülü düzənləmə qaydasının məğzi ondan ibarətdir ki, 4-ölçülü fəzadan d -ölçülü fəzaya keçirilir, sonra sonunda alınan nəticədə d -ni $d \rightarrow 4$ yaxınlaşdırılır. Alınan inteqralların ümumi ifadəsi (əlavələr)

$$J = \int \frac{d^d p}{(p^2 - 2pk + \ell)^\alpha} \quad (\text{V.5.1})$$

olurlar.

d -tam ədəddi, α -ixtiyar real ədəd olub, $\alpha > \frac{d}{2}$ -di. Burada $p \rightarrow p+k$ ilə əvəz edərək, (V.5.1) inteqralını alırıq:

$$J = \int \frac{d^d p}{(p^2 + \ell - k^2)^\alpha} \quad (\text{V.5.2})$$

$d^d p = ip^{d-1} dp d\omega$, $d\omega$ -cisim bucağıdır, onun $d-1$ sferasında ifadəsi

$$\int d\omega = \frac{2\pi^{d/2}}{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)}$$

yazılır.

$\Gamma(z)$ funksiya Qamma funksiya olaraq

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-x} x^{z-1} dx$$

müxtəlif nöqtələrdə məxsusiyəti var.

Onda (V.5.2) inteqralı

$$J = \frac{2i\pi^{d/2}}{\Gamma(d/2)} \int_0^\infty \frac{p^{d-1}}{(\ell - k^2 - p^2)^\alpha}$$

şəklinə düşür.

$$\int_0^\infty dx \frac{x^\beta}{(x^2 + \ell)^\alpha} = \frac{1}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}(\beta+1)\right) \Gamma\left(\alpha - \frac{1}{2}(\beta+1)\right)}{\Gamma(\alpha)} (\ell)^{-\alpha + \frac{1}{2}(\beta+1)}$$

inteqralındakı cavabdan yaraqlanaraq

$$\int \frac{d^d p}{(p^2 - 2kp + \ell)^\alpha} = \frac{i}{(-1)^\alpha} \frac{\pi^{d/2}}{\Gamma(\alpha)} \frac{\Gamma\left(\alpha - \frac{d}{2}\right)}{(k^2 - \ell)^{\alpha - d/2}} \quad (\text{V.5.3})$$

alırıq.

Əgər $\int \frac{d^d p p_\mu}{(p^2 - 2kp + \ell)^\alpha}$ inteqrallını götürsək və

$$\int d^d p \frac{p_\mu}{(p^2 - 2kp + \ell)^\alpha} = \frac{\partial}{\partial k_\mu} \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha - 1} \int \frac{d^d p}{(p^2 - 2kp + \ell)^{\alpha-1}}$$

yazaraq

$$\int \frac{d^d p p_\mu}{(p^2 - 2kp + \ell)^\alpha} = ik_\mu \frac{\pi^{d/2}}{(-1)^\alpha \Gamma(\alpha)} \frac{\Gamma\left(\alpha - \frac{d}{2}\right)}{(k^2 - \ell)^{\alpha - \frac{d}{2}}} \quad (\text{V.5.4})$$

tapırıq.

Eyni yolla rastlaşan inteqralları hesablasaq

$$\int \frac{d^d p p_\mu p_\nu}{(p^2 - 2kp + \ell)^\alpha} = ik_\mu \frac{i\pi^{d/2}}{(-1)^\alpha \Gamma(\alpha)} \times \left\{ \frac{\Gamma\left(\alpha - \frac{d}{2}\right)}{(k^2 - \ell)^{\alpha - \frac{d}{2}}} k_\mu k_\nu - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \frac{\Gamma\left(\alpha - \frac{d}{2} - 1\right)}{(k^2 - \ell)^{\alpha - \frac{d}{2}}} \right\} \quad (\text{V.5.5})$$

$$\int \frac{d^d p p_\mu p_\nu p_\lambda}{(p^2 - 2kp + \ell)^\alpha} = ik_\mu \frac{i\pi^{d/2}}{(-1)^\alpha \Gamma(\alpha)} \left\{ \frac{\Gamma\left(\alpha - \frac{d}{2}\right)}{(k^2 - \ell)^{\alpha - \frac{d}{2}}} k_\mu k_\nu k_\lambda - \frac{1}{2} (g_{\mu\nu} k_\lambda + g_{\nu\lambda} k_\mu + g_{\mu\lambda} k_\nu) \frac{\Gamma\left(\alpha - \frac{d}{2} - 1\right)}{(k^2 - \ell)^{\alpha - \frac{d}{2}}} \right\}$$

almış oluruq.

(V.5.4) və (V.5.5) ifadələrində düzənləməni aparandan sonra $d = 4$ və k_μ isə dördölçülü vektor qəbul olunur.

İnteqrallara daxil olan Γ -funksiyaların bir neçə özəlliyini qeyd edək. Bu funksiya $x = 0, -1, -2, \dots$ qütübləşməsində asimptotik dəyərlər alır.

$$\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$$

münasibətinə əsasən

$$\Gamma'(1) = -C = 0,577 \text{ (Eylər sabiti)}$$

$x \ll 1$ olanda

$$\Gamma(x) = \frac{1}{x} - C + \dots$$

$$\Gamma(-1+x) = -\frac{1}{x} + C - 1 + \dots \quad (\text{V.5.6})$$

$$\Gamma(-2+x) = \frac{1}{2x} - \frac{1}{2}C + \frac{3}{4} + \dots$$

olur. (V.5.6) düsturlara əsasən $d = 4$ qiymətinə uyğun olaraq aşağıdakı formulların doğruluğu

$$\Gamma\left(2 - \frac{d}{2}\right)f(d) = \frac{f(4)}{2 - \frac{d}{2}} - Cf(4) - 2\frac{\partial f(4)}{\partial d} + \dots$$

$$\Gamma\left(1 - \frac{d}{2}\right)f(d) = -\frac{f(4)}{2 - \frac{d}{2}} + (C-1)f(4) + 2\frac{\partial f(4)}{\partial d} + \dots \quad (\text{V.5.7})$$

$$\Gamma\left(-\frac{d}{2}\right)f(d) = \frac{1}{2}\frac{f(4)}{2 - \frac{d}{2}} + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}C\right)f(4) - \frac{\partial f(4)}{\partial d} + \dots$$

göstərmək olar.

Ölçülükli özəlliyə görə S -matrisinə daxil olan elektrik yükü $e - 2 - d/2$ olmalıdır.

Ölçülü düzənləmə qaydasında γ -matrislərinin hesabında da

d-ölçüsü iştirak edir (Əlavələr).

$$Iz\gamma_\mu = 0, Iz\gamma_\mu\gamma_\nu = 2^{d/2}g_{\mu\nu}$$

$$Iz\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\lambda\gamma_\rho = 2^{d/2}(g_{\mu\nu}g_{\lambda\rho} + g_{\mu\rho}g_{\nu\lambda} - g_{\mu\lambda}g_{\nu\rho})$$

$$\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\mu = (2-d)\gamma_\nu \quad (V.5.8)$$

$$\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\lambda\gamma_\mu = 4g_{\nu\lambda} + (d-4)\gamma_\mu\gamma_\lambda$$

$$\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\lambda\gamma_\rho\gamma_\mu = -2\gamma_\mu\gamma_\lambda\gamma_\nu + (4-d)\gamma_\nu\gamma_\lambda\gamma_\rho$$

Ölçülü düzənləmədə qradient invariantlıq pozulmur.

§V.6. Asimptotik sərbəstlik

Rəngdinamikasında güclü qarşılıqlı təsir sabiti $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$

mükəmməl xarakterə malikdi və böyük impuls qiymətlərində (çox kiçik məsafələrdə) onun azalması baş verir. Yəni, $q^2 \rightarrow \infty$ yaxınlaşdırdı $\alpha_s \rightarrow 0$ olur.

Bu özəlliyi araşdırmaq üçün öncə gətirilmiş funksiyonal anlayışına baxaq. Gətirilmiş funksionalda sistemin a -halından b -halına keçmənin $\langle b/a \rangle$ matrisa elementi, $q_a(t_1)$ nöqtəsindən, $q_b(t_2)$ nöqtəsinə keçməni göstərir.

Keçid amplitudu $J(t)$ funksiyasının funksionalı olan $Z[\tau(t)]$ ilə ifadə olunur. Bu gətirilmiş funksional $Z[\tau(t)]$ sahə nəzəriyyəsində çox mühüm rol oynayır.

Matris elementi

$$\langle b/a \rangle = \int Dq e^{\frac{i}{\hbar} S_{ba}} = \langle b | Tq(t_b)q(t_a) | a \rangle \quad (V.6.1)$$

Onda gətirilmiş funksiyalı

$$Z[J^{(0)}] = \left\langle 0 \left| T e^{\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt Dq(t) S_{ba}} \right| 0 \right\rangle \quad (V.6.2)$$

şəklində verile bilər.

Əsas hala görə orta qiyməti $t_a \rightarrow i\infty$ halında $t_a \rightarrow -i\infty$ ha-

lına yaxınlaşdırmaqla almaq olur ($\sigma = +it$).

(V.6.2)-ni

$$Z[J] = \int Dq(t) S_{bd} e^{i \int d^4x (L_0 + L_{qt} + J(x)B(x))} \quad (\text{V.6.3})$$

yazmaq olar. Burada L_0 -sərbəst sahənin, L_{qt} -sahələrin qarşılıqlı təsir laqranjıandı, $J(x)$ mənbəni və $B(x)$ götürülən sahənin potensialıdır.

Gətirilmiş funksional Q Green funksiyası ilə

$$Z[J] = e^{Q[\tau(x)]} \quad (\text{V.6.4})$$

əlaqədarı $G[\tau(x)]$ Green funksiyası

$$G^{(n)}(x_1, \dots, x_n) = (-1)^n \frac{\delta^n Q[\tau(x)]}{\delta J(x) \dots \delta J(x)} \Big|_{\tau=0} \quad (\text{V.6.5})$$

yazılır.

Funksional inteqrallaşmada kalibrovkalı nəzəriyyədə sahə $A_\mu(x)$ (elektrodinamika) və xromodinamik sahə (rəngdinamikası) $B_\mu^a(x)$ sonsuz kiçik çevirmələrə görə

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + \frac{1}{e} \partial_\mu f(x) \quad (\text{V.6.6})$$

dəyişməz qalırlar.

İmpuls təsvirində, külyon sahəsinin $B_\mu^a(x)$ potensialı və Green funksiyası

$$B_\mu^a(x) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ikx} B_\mu^a(k) \quad (\text{V.6.7})$$

$$G(x, y) = \iint \frac{d^4k_1 d^4k_2}{(2\pi)^8} e^{-ik_1x - ik_2y} G(k_1, k_2)$$

yazılır. Onda fermion ilməsi (petlya) üçün

$$-\frac{g_s^2}{2} I_z(I_y^a I_y^b) I_z \int \frac{d^4k_1 d^4k_2}{(2\pi)^8} \times$$

$$\times S_0(k_1 + k_2) \gamma_\mu B_\mu^a(k_2) S_0(k_1) \gamma_\nu B_\nu^a(-k_2) \quad (\text{V.6.8})$$

yazarıq. Burada

$$S_0(x-y) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{p_\mu \gamma_\mu + m}{p^2 - m^2 + i\epsilon} e^{-ik(x-y)} \quad (\text{V.6.9})$$

$$\left(S_0 = \frac{1}{(i\hat{p} - m)} \right) \text{-dır}$$

$$I_Z(I_D^a I_D^b) = \frac{1}{4} I_Z \lambda^a \lambda^b = \frac{1}{2} \delta_{ab}$$

Ruh ilməsi (petlya) üçün isə

$$-\frac{g_s^2}{2} I_Z(I_D^a I_D^b) \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^8} d^4 k_2 B_\nu^a(-k_2)(k_1 + k_2)_\nu \times \quad (\text{V.6.10})$$

$$\times D_0(k_1 + k_2) B_\mu^a(k_2) k_{1\mu} D_0(k_1)$$

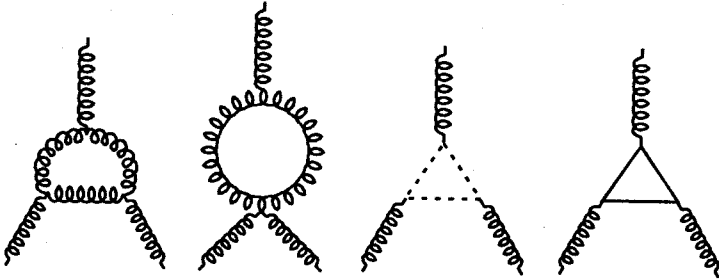
olur. Burada

$$D_0(x) = -\frac{1}{4\pi^2} \frac{1}{x^2 - i\epsilon}, \quad D_0(k) = \frac{1}{k^2 + i\epsilon}, \quad (\text{V.6.11})$$

$$I_Z I_D^a I_D^b = 3\delta_{ab}$$

Rəngdinamikasında $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$ qarşılıqlı təsir sabitini

hesablamaq üçün qülyon-qülyon, qülyon-ruh, qülyon-kvark təpələrinə nəzərə almaq lazımdır.



Şəkil V.4. Qülyon təpəsi

Şəkil V.4-dəki kimi təsvir etsək, α_s sabitini almaqdan ötürü

$$g_s^2(r) = \frac{g_s^2(r_0)}{1 - \left(\frac{11}{3} C_v - \frac{4}{3} C_f \right) \frac{g_s^2(r_0)}{16\pi^2} \ln \left(\frac{r^2}{r_0^2} \right)} \quad (\text{V.6.12})$$

yazmaq olar. Burada

$$C_v = I_Z I_D^a I_D^a = N \quad SU(N) \text{ qrupu üçün}$$

$$C_f = I_Z I_D^a I_D^a = \frac{1}{2} n_f \text{ fermion multipləti}$$

$$r_0 \approx \frac{1}{\Lambda} \cdot \Lambda - KRD \text{ -nin parametridir } (\Lambda = 100 - 150) \text{ MeV.}$$

(V.6.12)-də

$$\frac{11}{3} C_v - \frac{4}{3} C_f = \frac{1}{3} \left(\frac{11}{3} N - n_f \right) \text{ -di} \quad (\text{V.6.13})$$

Effektiv yükü KRD-da böyük impulslarda

$$\alpha_s = \frac{1}{b \ln(p^2/\Lambda^2)}$$

yaza bilərik

$$b = (11C_v - 2n_f)/12\pi \approx 1$$

$$C_v = 3 - SU_c(3), \quad n_f = 2 - 3$$

qəbul olunur. Hal-hazırda Λ -parametri $\Lambda \approx (300 + 700) \text{ MeV}$ götürülür.

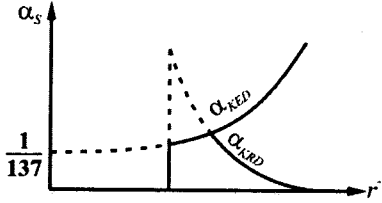
İmpulsun böyük qiymətlərində, çox kiçik məsafələrdə hadron daxilində kvarklar arasında təsir qüvvəsi zəifləyir, onlar özlərini sərbəst aparırlar. Kvarklar hadron səthinə yaxınlaşdıqca onlar arasında təsir güclənir və səthdən çıxmağa imkan yaranmır. Bu hadisəyə *kvarkların qəfəsdə olması* deyilir. Yəni konfaynt hadisəsi baş verir. Bu halda potensial torbanın

(meşək) potensialının qiyməti $V(r) = -\frac{a}{r} + br + cr^2 + \dots$ (a, b, c

-sabitlərdir) götürülə bilər.

KED və KRD-da effektiv yükün davranış şəkil V.5 təsvir

olunur.



Şəkil V.5. Effektiv yükün elektrodinamikada və rəngdinamikasında davranışı

Deməli, asimptotik sərbəstlik özəlliyinə görə (V.6.12) güclü təsir sabiti, sabit bir kəmiyyət olmalı, böyük enerjilərdə və ya kiçik məsafələrdə məsafədən asılı olaraq dəyişir və çox kiçik məsafələrdə α_s təsir sabiti sifra yaxınlaşır.

Böyləcə, yüksək enerji qiymətlərində hadronların tərkib hissələri özlerini sərbəst zərrəciklər kimi aparırlar.

§ V.7. Green funksiyası və qlüyon sahəsinin düzənləməsi

Qlüyonun Green funksiyası və onunla əlaqədar olan qütbləşmə operatorunun düzənlənməsi rəngdinamikasında önəmli rol oynayır.

Green funksiyasının və onun polyarizasion (qütbləşmə) operatoru ilə əlaqəsini

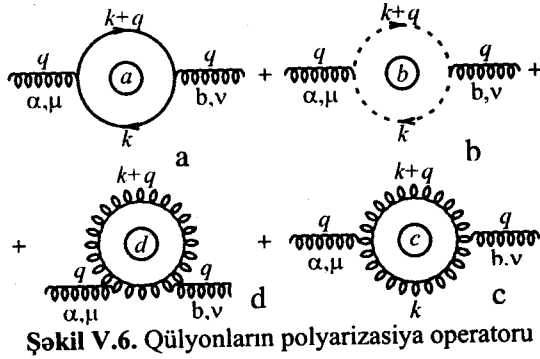
$$G(q) = D^c(q, \xi) + D^c(q, \xi) \Pi(q) G(q) \quad (V.7.1)$$

yaza bilərik. Burada $D^c(q, \xi)$

$$D^c(q, \xi) \chi(x) = \Pi d\chi(x)$$

$\chi(x)$ funksiyanın fəzasında ölçülülüyü göstərir. (Π -hasildi).

İkinci tərtibdən həyacanlaşma nəzəriyyəsinə görə polyarizasiya operatoru $\Pi(q)$, diaqramlar qlüyon propaqatorunu kvark+antikvark ilməsi (petlya) (a -diaqramı), ruh+antiruh ilməsi (b -diaqramı), üçqlüyon ilməsi (d -diaqramı) və dörd-qlüyonlu ilmə (s -diaqramı) xarakterizə edər (şəkil V.6):



Şəkil V.6. Qülyonların polyarizasiya operatoru

Buradakı şəkildə (şəkil V.6) öncəki a və b diaqramları qülyonun kvark və rüh cütü ilə qarşılıqlı təsiri, sondakı d və c isə qülyonların bir-biri ilə qarşılıqlı təsiri (üç və dörd qülyonlu təpə) göstərir. Bu diaqramlara görə qülyon sahəsi üçün qütübləşmə operatorunu

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{ab}(q) &= \Pi_{1\mu\nu}^{ab}(\text{kvark} + \text{antikvark}) + \\ &+ \Pi_{2\mu\nu}^{ab}(\text{ruh} + \text{antiruh}) + \Pi_{3\mu\nu}^{ab}(3 \text{ qülyon}) + \text{(V.7.2)} \\ &+ \Pi_{4\mu\nu}^{ab}(4 \text{ qülyon}) \end{aligned}$$

yaza bilərik.

Feynmanın qaydasına görə a -diaqramına uyğun olan qütübləşmə operatorunu

$$\begin{aligned} \Pi_{1\mu\nu}^{ab} &= -g_s^2 \mu^{4-D} i \lambda^a \lambda^b \int \frac{d^D k_1}{(2\pi)^D} \frac{1}{k^2} \frac{1}{(k+q)^2} \text{Tr} \gamma_\mu \hat{k} \gamma_\nu (\hat{k} - \hat{q}) = \\ &= -4g_s^2 \mu^{4-D} i \lambda^a \lambda^b \int \frac{d^D k_1}{(2\pi)^D} 2^{\frac{D-2}{2}} \times \\ &\times \frac{2k_\mu k_\nu + k_\mu q_\nu + k_\nu q_\mu - g_{\mu\nu}(k^2 + kq)}{k^2(k+q)^2} \end{aligned}$$

alırıq. Əgər

$$\int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{k^4} \frac{k_\mu}{(k+p)^2} = -\frac{i}{(4\pi)^{D/2}} \Gamma\left(3 - \frac{D}{2}\right) \times$$

$$\times \int dx x \frac{1; xp_\mu}{(x^2 p^2 - xp^2)^{3-\frac{D}{2}}}$$

formulunda istifadə etsək, $\Pi_{1\mu\nu}^{ab}$ üçün

$$\begin{aligned} \Pi_{1\mu\nu}^{ab} &= 2g_s^2 \mu^{4-D} \frac{1}{(4\pi)^{D/2}} 2^{\frac{D}{2}-2} \times \\ &\times \int_0^1 dx \left\{ g_{\mu\nu} \Gamma\left(1 - \frac{D}{2}\right) (x^2 q^2 - xq^2)^{\frac{D}{2}-1} + \right. \\ &+ q^2 g_{\mu\nu} \Gamma\left(1 - \frac{D}{2}\right) x(x^2 q^2 - xq^2)^{\frac{D}{2}-1} - \\ &\left. - 2q_\mu q_\nu \Gamma\left(1 - \frac{D}{2}\right) x(1-x)(x^2 q^2 - xq^2)^{\frac{D}{2}-1} \right\} \end{aligned}$$

taparıq.

İndi $D \rightarrow 4$ yaxınlaşması qəbul etsək,

$$\begin{aligned} \Pi_{1\mu\nu}^{ab}(q) &= \frac{2}{3} \frac{g_s^2}{16\pi^2} (q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu) \delta_{ab} \times \\ &\times \left(\eta - \ln \frac{-q^2}{\mu^2} + \frac{5}{3} - \ln 2 \right) \end{aligned} \quad (\text{V.7.3})$$

əldə edirik. Bu (V.7.3) ifadəsini alanda $-q^2 \gg m$ -dan və

$IzI_a I_b = \frac{1}{2} \delta_{ab}$ -dən istifadə olunmuşdu, $\eta = \ln \frac{q^2}{\mu^2}$ -di.

Əgər müxtəlif növ kvarklar iştirak edilərsə, onda (V.7.3) ifadəsini kvark növlərinə (u, d, s, c, b, t) vurmaq lazımdı.

Şəkil V.6-da b diaqramına uyğun olan qütübləşmə operatoru

$$\Pi_{2\mu\nu}^{ab} = i\mu^{4-D} g_s^2 f_{adc} f_{bcd} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k_\mu (k+q)_\nu}{k^2 (k+q)^2} \quad (\text{V.7.4})$$

olar.

Məlum inteqralların

$$\begin{aligned}
& \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k_\mu k_\nu}{k^2(k+q)^2} = \frac{i}{(4\pi)^{D/2}} \int_0^1 dx \left\{ \Gamma\left(3 - \frac{D}{2}\right) \times \right. \\
& \left. \times \frac{x^2 q_\mu q_\nu}{(x^2 q^2 - xq^2)^{3 - \frac{D}{2}}} + \frac{1}{2} \Gamma\left(2 - \frac{D}{2}\right) \frac{x g_{\mu\nu}}{(x^2 q^2 - xq^2)^{2 - \frac{D}{2}}} \right\} \\
& \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k_\mu k_\nu}{k^2(k+q)^2} = \frac{i}{(4\pi)^{D/2}} \int_0^1 dx \left\{ \Gamma\left(4 - \frac{D}{2}\right) \times \right. \\
& \left. \times \frac{x^3(1-x)q_\mu q_\nu}{(x^2 q^2 - xq^2)^{4 - \frac{D}{2}}} + \frac{1}{2} \Gamma\left(3 - \frac{D}{2}\right) \frac{x(1-x)g_{\mu\nu}}{(x^2 q^2 - xq^2)^{3 - \frac{D}{2}}} \right\} \quad (\text{V.7.5})
\end{aligned}$$

Cavabını gözönünə alsak, (V.7.4)-ü

$$\begin{aligned}
\Pi_{2\mu\nu}^{ab}(q) &= g_s^2 n \delta_{ab} \frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^{D/2}} \int_0^1 dx \left\{ q_\mu q_\nu \Gamma\left(2 - \frac{D}{2}\right) \times \right. \\
& \times x^2 (x^2 q^2 - xq^2)^{\frac{D}{2}-2} - q_\mu q_\nu x (x^2 q^2 - xq^2)^{\frac{D}{2}-2} \Gamma\left(2 - \frac{D}{2}\right) + \\
& \left. + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \Gamma\left(1 - \frac{D}{2}\right) (x^2 q^2 - xq^2)^{\frac{D}{2}-1} \right\} \quad (\text{V.7.7})
\end{aligned}$$

yazarıq.

Γ -funksiyanın asimptotik özəlliyyəinə görə $x=0, -1, -2$ məxsusi nöqtələrində qiymətinə əsasən (V.5.6)-(V.5.8)-i gözönünə alınr.

(V.7.6) ifadəsindən qülyon+ruh+ruh tərəsinin qütübləşmə operatoru ($D \rightarrow 4$) üçün

$$\begin{aligned}
\Pi_{2\mu\nu}^{ab}(q) &= n \delta_{ab} \frac{g_s^2}{16\pi^2} \left\{ -\frac{\eta}{12} g_{\mu\nu} q^2 - \frac{\eta}{6} q_\mu q_\nu + \frac{1}{12} g_{\mu\nu} q^2 \ln \frac{-q^2}{\mu^2} + \right. \\
& \left. + \frac{1}{6} q_\mu q_\nu \ln \frac{-q^2}{\mu^2} - \frac{2}{9} g_{\mu\nu} q^2 - \frac{5}{18} q_\mu q_\nu \right\} \quad (\text{V.7.8})
\end{aligned}$$

alarıq.

Şəkil V.6-da d -diaqramına uyğun gələn tərənin qütübləşmə operator α - kalibrovkaya görə

$$\begin{aligned} \Pi_{3\mu\nu}^{ab}(q) = & -i\mu^{4-D} g_s^2 \delta_{cd} \{ f_{abe} f_{cde} (g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda} - g_{\nu\rho} g_{\mu\lambda}) + \\ & + f_{ade} f_{cbe} (g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho}) + f_{ace} f_{bde} (g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda} - g_{\mu\nu} g_{\rho\lambda}) \} \times \\ & \times \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{k^2} \left[g_{\rho\lambda} - (1-\alpha) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right] \end{aligned} \quad (V.7.9)$$

yazılar. Buradan d -diaqramına uyğun olan polyarizasiya operatoru (V.7.10)

$$\begin{aligned} \Pi_{3\mu\nu}^{ab}(q) = & -i\mu^{4-D} g_s^2 f_{ace} f_{bce} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \times \\ & \times \left\{ (1-\alpha) \frac{g_{\mu\nu}}{k^2} - (1-\alpha) \frac{k^2 g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu}{(k^2)^2} \right\} \end{aligned} \quad (V.7.10)$$

olar.

$$\int \frac{d^D k}{k^2} = 0$$

olduğu üçün

$$\Pi_{3\mu\nu}^{ab}(q) = 0 \quad (V.7.11)$$

alınır.

Şəkil V.6c diaqramına müvafiq olaraq, 4 qülyonlu tərəyə uyğun polyarizasiya operatoru

$$\begin{aligned} \Pi_{4\mu\nu}^{ab}(q) = & -i \frac{i}{2} \mu^{4-D} g_s^2 f_{adc} f_{bcd} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{k^2 (k+q)^2} \times \\ & \times \left\{ g_{\mu\rho} (q-k)_\lambda + g_{\rho\lambda} (q+2k)_\mu - g_{\mu\lambda}^\dagger (k+2q)_\rho \times \right. \\ & \times \left(g_{\rho\sigma} - (1-\alpha) \frac{k_\rho k_\sigma}{k^2} \right) (g_{\sigma\gamma} (2k+q)_\nu - g_{\gamma\nu} (k+2q)_\sigma + \\ & \left. + g_{\nu\sigma} (q-k)_\gamma \left(g_{\gamma\lambda} - (1-\alpha) \frac{(k+q)_\gamma (k+q)_\lambda}{(k+q)^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (V.7.12)$$

yazılar. Əgər $f_{abe}f_{cde} = n\delta_{cd}$ olduğunu nəzərə alsaq, $\Pi_{4\mu\nu}^{ab}(q)$ -ni

$$\begin{aligned}
 \Pi_{4\mu\nu}^{ab}(q) &= \frac{i}{2} \mu^{4-D} g_s^2 \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \times \\
 &\times \left\{ g_{\mu\nu} \frac{2k^2 + 2kq + 5q^2 + k_\mu k_\nu (4D-6)}{k^2(k+q)^2} \times \right. \\
 &\times \frac{(D-6)q_\mu q_\nu + (2D-3)(q_\mu k_\nu + q_\nu k_\mu)}{k^2(k+q)^2} - \\
 &- \frac{1-\alpha}{k^2(k+q)^4} [g_{\mu\rho}(k^2+q^2) - kq(k_\mu q_\nu + k_\nu q_\mu) - \\
 &- q_\mu q_\nu(2k^2 - q^2) + k_\mu q_\nu(2q^2 - k^2)] - \\
 &- \frac{1-\alpha}{k^2(k+q)^4} [g_{\mu\nu}(k^2+2q^2) - \\
 &- (k^2+3kq)(k_\mu q_\nu + k_\nu q_\mu) - k^2 q_\mu q_\nu + \\
 &+ k_\mu k_\nu(q^2 - k^2 - 2kq)] + \frac{(1-\alpha)^2}{k^2(k+q)^4} \times \\
 &\times [q^4 k_\mu k_\nu + (kq)^2 q_\mu q_\nu - q^2(kq) \times \\
 &\left. - \times (k_\mu q_\nu - k_\nu k_\mu) \right\} \tag{V.7.13}
 \end{aligned}$$

yazarıq.

(V.7.5) və (V.7.7) formullarına görə (V.7.12)-ni

$$\begin{aligned}
 \Pi_{4\mu\nu}^{ab}(q) &= \frac{i}{2} \mu^{4-D} \delta_{ab} g_s^2 \left(-\frac{q^2}{\mu^2} \right)^{\frac{D}{2}-2} \frac{1}{(4\pi)^{D/2}} \times \\
 &\times \int_0^1 dx [x(1-x)]^{\frac{D}{2}-2} \left\{ 4q^2 \Gamma\left(2 - \frac{D}{2}\right) g_{\mu\nu} + \right. \\
 &\left. + (2D-3)q^2 x(1-x) \Gamma\left(2 - \frac{D}{2}\right) g_{\mu\nu} + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (D-6)\Gamma\left(2-\frac{D}{2}\right)q_\mu q_\nu - (4D-6)\times \\
& \times (1-x)\Gamma\left(2-\frac{D}{2}\right)q_\mu q_\nu + (1-\alpha)(q^2 g_{\mu\nu} - \\
& - q_\mu q_\nu)\left[\Gamma\left(2-\frac{D}{2}\right) - 4\Gamma\left(3-\frac{D}{2}\right)\right] + \\
& + \frac{1}{2}(1-\alpha)^2(q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu)\Gamma\left(3-\frac{D}{2}\right)\}
\end{aligned}$$

yaza bilərik.

(V.7.8)-dən istifadə etsək və $D \rightarrow 4$ yaxınlaşdırsaq

$$\begin{aligned}
\Pi_{4\mu\nu}^{ab}(q) = & -n\delta_{ab}\frac{g_s^2}{16\pi^2}\left\{q^2\left(\frac{19}{12}\eta - \frac{19}{12}\ln\frac{-q^2}{\mu^2} + \right. \right. \\
& + \left. \frac{29}{9}\right)g_{\mu\nu} + \left(-\frac{11}{6}\eta + \frac{11}{6}\ln\frac{-q^2}{\mu^2} - \frac{67}{18}\right)q_\mu q_\nu + \\
& + \left[(1-\alpha)\left(\frac{1}{2}\eta - \frac{1}{2}\ln\frac{-q^2}{\mu^2} - 1\right) + \frac{1}{4}(1-\alpha)^2\right]\times \\
& \left. - \times (q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu)\right\} \tag{V.7.14}
\end{aligned}$$

alarıq. Burada $\eta = \ln\frac{M^2}{\mu^2}$ -di.

Π_1, Π_2, Π_3 və Π_4 -ü toplasaq, qülyon sahəsinin qütübləşmə operatoru üçün

$$\begin{aligned}
\Pi_{4\mu\nu}^{ab}(q) = & -\frac{g_s^2}{16\pi^2}(q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu)\delta_{ab}\times \\
& \times \left\{\frac{1}{2}n\left[\left(\frac{13}{3} - \alpha\right)\eta - \ln\frac{-q^2}{\mu^2} - 1\right] + \right.
\end{aligned}$$

$$\left. + \frac{1}{2} \left(\alpha^2 + \frac{175}{9} \right) \right] - \frac{2}{3} n_f \left(\eta - \ln \frac{-q^2}{\mu^2} + \frac{5}{3} - \ln 2 \right) \left. \right\} \quad (\text{V.7.15})$$

əldə edərik. Burada n_f -məlum növlü kvarkların sayı, n isə kvarkların ümumi sayıdır.

Bütün xromodinamik proseslərdə (V.7.15) ifadəsindən qülyon mübadiləsində istifadə olunmalıdır.

§ V.8. Rəngdinamikası və sərt proseslərdə tədqiqi

Rəngdinamikasında rəngli kvarkların hadron daxilində çox sərt bağlılığı, onların sərbəst olmamasının izah edir. Fəqət yüksək enerjilərdə çox dərin qeyri elastiki lepton-hadron səpilməsində e^-e^+ cütünün hadronlara anniqilyazisiyasında rəngli kvarklar özlərinin demək olar ki, sərbəst zərrəciklər kimi aparırlar. İki rəngli kvark arasında qarşılıqlı təsir

$$V_{12}^k(\Gamma) = \frac{1}{2} V^k(\Gamma) [I^2 - I_{(1)}^2 - I_{(2)}^2] \quad (\text{V.8.1})$$

yazıla bilər, burada

$$I^2 = \sum_{\alpha=1}^8 I_{\alpha}^2; \quad I_{(1),(2)}^d = \frac{1}{2} \lambda_{(1),(2)}^d (\alpha = 1, \dots, 8) \quad (\text{V.8.2})$$

Şəkil V.6-dakı diaqramları nəzərə alsaq $V^k(r)$ potensialı

$$V^k(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} \left[1 - \frac{2}{3} n_f \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{r^2}{\Gamma^2} + 11 \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{r^2}{\Gamma^2} \right] \quad (\text{V.8.3})$$

yazmaq olar. Bu ifadədə

$$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}, \quad r_0 \ll r, \quad n_f \leq 16$$

-di. g_s sabitinin kiçik məsafələrdə zəyifləməsi (rəng yükünün zəyifləməsi) antiqranlaşmadı və qülyonlar öz-özlərinə təsir edirlər, bu təsirlərin hesabında yük azalır. Rəngli kvarkların təsir potensialını

$$V^k(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + \frac{r^2}{a} + \frac{r^2}{b} + \dots \quad (\text{V.8.4})$$

kimi seçə bilərik, burada a və b sabit ədədlərdir. Ağır kvarklar üçün

$$\alpha_s \approx 0,15; \quad \frac{1}{a} = 0,25 \text{ GeV}^2; \quad \frac{1}{b} = -0,76 \text{ GeV}^4$$

qiymətləri ala bilərik.

Antiekranlaşmış yük

$$\alpha_s \approx \frac{g_s^2}{4\pi} \cong \frac{1}{b \ln \left(\frac{q^2}{\lambda^2} \right)}$$

$$b = \frac{1}{4\pi} \left(11 - \frac{2}{3} n_f \right) \quad (\text{V.8.5})$$

alınır. Parametr

$$\lambda = \lim_{p \rightarrow \infty} p e^{\frac{1}{2b\alpha_s}}, \quad \Gamma_{kn} \approx \lambda^{-1}$$

yazılır.

Rəngli kvark və qilyonlar barədə tükənməz məlumatı yüksək enerjilərdə elektron-pozitron çütünün anıqilyazisiyası və dərin qeyrielastici lepton-nuklon səpilməsi proseslərində almaq mümkündür.

Heyacanlaşma nəzəriyyəsində bir fotonlu mübadiləyə görə çütünün toqquşmasında hadronların yaranması (şəkil V.7)

Şəkil V.7-dən X hadronların yaranma amplitudu

$$A(e^+e^-)ha(h, x) = \frac{ie^2}{q^2} (\bar{u}_2 \gamma_\mu u_1) \langle X | \tau_\mu(q^2) | 0 \rangle \quad (\text{V.8.6})$$

yazılır.

(V.8.6)-da hadron təpəsinin hadron vakuüm polyarizasiyası $\Pi_{\mu\nu}^{ab}(q^2)$ (V.7.15)-di:

$$\Pi_{\mu\nu}^{ab}(q^2) = -\frac{g_s^2}{16\pi^2} (q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu) \delta_{ab} \times$$

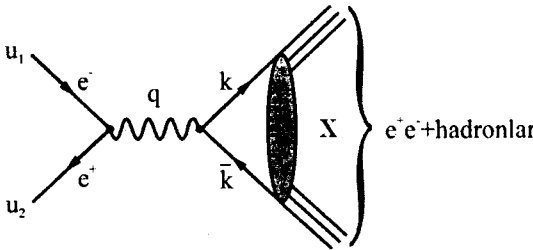
$$\times \left\{ \frac{1}{2} n \left[\left(\frac{13}{3} - \alpha \right) \left(\eta - \ln \frac{-q^2}{\mu^2} - 1 \right) + \frac{1}{2} \left(\alpha^2 + \frac{175}{9} \right) \right] - \frac{2}{3} n_f \left(\eta - \ln \frac{-q^2}{\mu^2} + \frac{5}{3} - \ln 2 \right) \right\} \quad (\text{V.8.7})$$

Bu ifadə α kalibrokada alınmış və $\eta = \ln \frac{M^2}{\mu^2}$ (V.8.7) vakuüm polyarizasiyası yüksək enerjilərdə rəngli kvarklar haqqında lazımi informasiya verir.

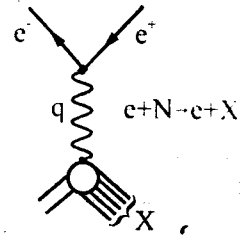
Şəkil V.8-dən dərin lepton-hadron səpilməsinin amplitudu

$$A(eN \rightarrow eX) = \frac{ie^2}{q^2} (\bar{u}_2 \gamma_\mu u_1) \langle X | \tau_\mu(q) | N \rangle \quad (\text{V.8.8})$$

yazılar.



Şəkil V.7. e^+e^- -cütünün anniqilyazisiyası



Şəkil V.8. Leptonun hadrondan dərin qeyri-elastiki səpilməsi

(V.8.8)-də hadron təpəsinin hadron üçün vakuüm tenzoru (polarizasiya görə ortalama aparsa)

$$\Pi_{\mu\nu}^{ab}(q^2) = -\frac{4\pi}{m_N} \left[p_\mu p_\nu W_2(q^2, \nu) - g_{\mu\nu} m_N^2 W_1(q^2, \nu) \right] \delta_{ab} \quad (\text{V.8.9})$$

alınır. W_1 və W_2 qeyri-elastiki formfaktorları Pauli və Dirak formfaktorları $F_1(q^2)$ və $F_2(q^2)$ ilə

$$F_1 = m_N W_1$$

$$F_2 = (E'_\ell - E_\ell) W_2 = \frac{pq}{m_N} W_2 \quad (\text{V.8.10})$$

əlaqədardı.

Dərin qeyrielastici səpilmədə leptonların nuklonlardan səpilməsi onların nuklonları təşkil edən böyük impulslu nöqtəvari zərrəciklərdən (partonlardan) səpilməsi kimi təsəffür etmək olur. Bu halda partonlar təsiridə olurlar, onlar

$$p_i = \xi_i p \text{ impulsu daşıyır } \left(\sum \xi_i = 1 \right).$$

Başlanğıc nuklon $\xi_i p = p_i$ partondan, sondakı nuklon $p'_i = \xi_i p + q$ impulsu partondan ibarətdirsə, sərbəst parton üçün

$$0 = (\xi_i p + q)^2 - m_p^2 = m_N^2 \xi_i^2 + 2pq\xi_i + q^2 - m_p^2 \approx 2pq\xi_i + q^2 = 0$$

alarlıq. Buradan parton impulsunun qismi

$$2pq\xi_i + q^2 = 0$$

$$\frac{Q^2}{2m_N v} \equiv \xi_i = \frac{-q^2}{2pq} = x \quad (\text{V.8.11})$$

olar.

Sərbəst partona spini $\frac{\hbar}{2}$ yazmaq olar və onun yaylım paylanması $f_{em}(x)$ quruluş funksiyasına bərabər götürülür:

$$f_{em}(x) = 2F_1(x) = 2m_N W_1(x)$$

$$x f_{em}(x) = F_2(x) = (E'_\ell - E_\ell) W_2(x) = v W_2(x) \quad (\text{V.8.12})$$

Yəni

$$2x F_1(x) = F_2(x) \quad (\text{V.8.13})$$

münasibəti ödəyir ki, bu münasibət təcrübədə təsdiq olunur.

Əgər partonları u, d, s, c, b və t kvarklar hesab etsək, onun yaylım paylanması uyğun olaraq, u, c, t -kvarkın yükü $+\frac{2}{3}e$ -

kvarkın yükü $-\frac{1}{3}e$ - olduğu üçün

$$\begin{aligned}
 f_{em}(x) = & \frac{4}{9}(u(x) - \bar{u}(x)) + \frac{4}{9}(c(x) + \bar{c}(x)) + \\
 & + \frac{4}{9}(t(x) + \bar{t}(x)) + \frac{1}{9}(d(x) + \bar{d}(x)) + \quad (V.8.13) \\
 & \frac{1}{9}(s(x) + \bar{s}(x)) + \frac{1}{9}(b(x) + \bar{b}(x))
 \end{aligned}$$

alınır. Burada u, \bar{u}, d, \bar{d} -lar kvark-antikvark dənizi hesabına yaranan antikvarklardır. Lepton-proton səpilməsində protonun yükünü vahid, izotopik spini $\frac{1}{2}$ və digər kvant ədədlərini (sharm, botom, top) sıfır qəbul etsək, kvarkın yaylım funksiyası üçün

$$\begin{aligned}
 \int [u_p(x) - \bar{u}_p(x)] dx &= 2 \\
 \int [d_p(x) - \bar{d}_p(x)] dx &= 1 \\
 \int [s_p(x) - \bar{s}_p(x)] dx &= 0 \\
 \int [c_p(x) - \bar{c}_p(x)] dx &= 0 \\
 \int [b_p(x) - \bar{b}_p(x)] dx &= 0 \\
 \int [t_p(x) - \bar{t}_p(x)] dx &= 0
 \end{aligned} \quad (V.8.14)$$

alınır. Burada iki öncəki münasibətlər protonda olan valent kvarkların hesabına yaranırlar.

Protonda uud kvark, neytronda isə ddu kvark olduğuna görə

$$\frac{xf_n(x)}{xf_p(x)} = \frac{\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}}{\frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{1}{9}} = \frac{2}{3} \quad (V.8.15)$$

alarıq ki, bu da təcrübədə öz təsdiqini tapmışdı.

$x \rightarrow 1$ yaklaşanda protonda əsas rolu u -kvark oynayır.
 $x \rightarrow 0$ olanda isə əsas rolu kvark-antikvark dənizi oynayır.

Kvarkların daşdığı impulsu Gev oblastında

$$\int_0^1 x f(x) dx = \int_0^1 \left[\frac{4}{9}(u + \bar{u}) + \frac{4}{9}(c + \bar{c}) + \frac{4}{9}(t + \bar{t}) + \right. \\ \left. + \frac{1}{9}(d + \bar{d}) + \frac{1}{9}(s + \bar{s}) + \frac{1}{9}(b + \bar{b}) \right] x dx \approx \begin{cases} 0,18 & p - \text{üçün} \\ 0,12 & n - \text{üçün} \end{cases} \quad (\text{V.8.16})$$

alınır və təcrübədə təsdiqlənir.

Protonda olan kvarkın paylanması

$$\int_0^1 (u_p + \bar{u}_p) x dx \approx 0,36 \\ \int_0^1 (d_p + \bar{d}_p) x dx \approx 0,18 \quad (\text{V.8.17})$$

50% olduğu üçün impulsun yarsını kvarklar aparır. Yerdə qalan 50%-ni qülyonların impulsu daşıyırlar. Hal-hazırda kvark və qülyon paylanması

$$x q_{\text{valent}}(x) = 3,1 x^{0,7} (1-x)^3 \\ x q_p(x) = 0,87 (1-x)^9 \quad (\text{V.8.18})$$

$$x q_{\text{qülyon}}(x) = 0,5(1+\zeta)(1-x)^\zeta \quad (\zeta = 3+9)$$

seçilir. x -in $0,1+0,2$ qiymətlərində nuklon üç valent kvarkın birləşmiş sistem obyektı olur.

G.Abtarelli, G.Parisi teoreminə görə hadron daxilində kvark və qülyon paylanma funksiyaları

$$P_{kk} = \frac{4}{3} \frac{1+x^2}{1-x} \\ P_{kq} = \frac{1}{2} [x^2 + (1-x)^2] \quad (\text{V.8.19}) \\ P_{qq} = \frac{4}{3} \left[\frac{1-x}{x} + x(1-x) + \frac{x}{1-x} \right]$$

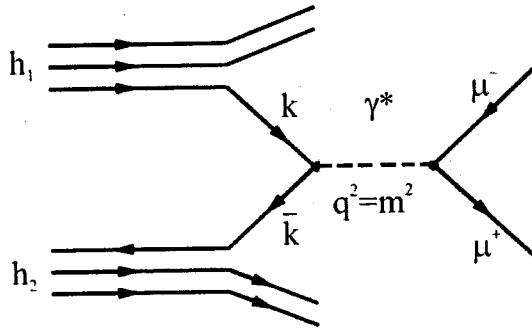
təyin oluna bilir.

§ V.9. Hadron-hadron toqquşmasında lepton cütünün yaranması

Rengdinamikasının sərt proseslərindən olan hadron-hadron toqquşmasında böyük invariant kütləli lepton cütünün yaranması prosesinə səmərəli tətbiqi müşahidə olunur.

Bu proseslərdən biri Drell-Yan mexanizmi əsasında hadronlardan lepton cütünün yaranmasıdır:

$$h_1(p_1) + h_2(p_2) \rightarrow \gamma^*(q) + X \rightarrow \mu^+ + \mu^- + X \quad (\text{V.9.1})$$



Şəkil V.9. Drell-Yan mexanizm

Bu mexanizmə görə toqquşan h_1 hadronların hər hansı bir kvarkı, digər h_2 hadronun antikvarkı ilə anniqilzasiya edib, virtual böyük invariant $-q^2$ kütləli γ^* foton yaradır və bu foton e^-e^+ - cütünü əmələ gətirir.

h_1 və h_2 hadronlarının $k\bar{k}$ kvark - antikvarka anniqilzasiyası, böyük eninə impulsunda q^2 -a görə artır. Cütün eninə impulsu $M^2 = q^2$ -dan asılı olaraq artması, $M_{\mu^+\mu^-} > 10 \text{ Gev}$ qiymətində baş verə bilər.

(V.9.1) prosesini Drell-Yan mexanizminə uyğun olaraq effektiv kəsiyini

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{9q^4} \sum_f e_f^2 \int_0^1 x_1 x_2 \delta\left(\frac{q^2}{s} - x_1 x_2\right) \times$$

$$\times [D_{h_1}^q f(x_1, q^2) \cdot D_{h_2}^{\bar{q}} f(x_2, q^2) +$$

$$+ D_{h_1}^{\bar{q}} f(x_1, q^2) \cdot D_{h_2}^q f(x_2, q^2)] dx_1 dx_2 \quad (\text{V.9.2})$$

burada $s = (p_k - p_{\bar{k}})^2 - d_1$.

Cömləmə kvarkın növünə görə olur.

D_{h_1} və D_{h_2} -lər, h_1 və h_2 hadronların daxilində, q_f və \bar{q}_f kvark-antikvarkın paylanma funksiyasıdır.

D -funksiyaları kvark və antikvarkların hadrona daxil olmasının fraqmentasiyasının ehtimalını göstərir. Kvark və antikvarkın apardığı impulsun qiyməti

$$x = \frac{2E_{hadron}}{Q} \quad (\text{V.9.3})$$

olur.

Paylanma funksiyaları D -lər

$$\sum_n \int_0^1 x D_h^q(x) dx = 1 \quad (\text{V.9.4})$$

$$\sum_q \int_{x_{\min}}^1 [D_h^q(x) + D_h^{\bar{q}}(x)] dx = n_{had}$$

şərtini ödəyir. Burada

$$x_{\min} = \frac{2m_{had}}{Q} \quad (\text{V.9.5})$$

hadronun yaranmasının astana enerjisi.

Paylanma funksiyalarını

$$D_h^{\bar{q}} = D_h^q = \frac{(n+1)(1-8)^n}{x \bar{E}_{k \text{ vark}}} \quad (\text{V.9.6})$$

seçə bilərik. (n -kvarkın növü).

Kvant rəndinamikasında kvarklara uyğun olan elektrozəyif cərəyanı

$$\begin{aligned}
J_{\mu}^{ew} &= \frac{2e}{3} (\bar{\psi}_u \gamma_{\mu} \psi_u + \bar{\psi}_c \gamma_{\mu} \psi_c + \bar{\psi}_b \gamma_{\mu} \psi_b) - \\
&\quad - \frac{e}{3} (\bar{\psi}_d \gamma_{\mu} \psi_d + \bar{\psi}_s \gamma_{\mu} \psi_s + \bar{\psi}_t \gamma_{\mu} \psi_t) \\
J_{\mu}^w &= (\bar{\psi}_u^i \bar{\psi}_c^i \bar{\psi}_t^i) \gamma_{\mu} \frac{1-\gamma_5}{2} U_c \begin{pmatrix} \psi_d^i \\ \psi_s^i \\ \psi_b^i \end{pmatrix} \quad (V.9.7)
\end{aligned}$$

yazılır. Burada

$$U_c = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix}$$

-d1 və $\theta_c = 0,23$

Güclü təsirin laqranjianını

$$L_{KRD} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a + i \sum_q \bar{\psi}_q^i \gamma_{\mu} (D_{\mu})_{ij} \psi_q^j - \sum_q m_q \bar{\psi}_q^i \psi_q^i \quad (V.9.8)$$

yaza bilərik. Burada

$$(D_{\mu})_{ij} = \partial_{\mu} \delta_{ij} + ig_s \sum_{a=1}^8 \frac{\lambda_{ij}^a}{2} A_{\mu}^a \quad (V.9.9)$$

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_{\mu} A_{\nu} - \partial_{\nu} A_{\mu} - g_s f_{abc} A_{\mu}^b A_{\nu}^c$$

$$D_{\mu} G_{\mu\nu}^a = 0, \quad D_{\mu} = \partial_{\mu} - ig_s A_{\mu}^a \text{-dir}$$

Yəni güclü təsire uyğun olan güclü təsir cərəyanı

$$J_{\mu a}^g = \sum_k \bar{\psi}(k) \gamma_{\mu} \frac{\lambda_{kk'}^a}{2} \psi(k') \quad (V.9.10)$$

olur.

(V.9.2)-ni asanlıqla

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{dM^2} \Big|_{h_1 h_2 \rightarrow \mu^+ \mu^- \dots} &= \sum_{q_f} \int dx dy f_{h_1}^{q_f}(x) f_{h_2}^{q_f}(y) \times \\
&\times \frac{d\sigma}{dM^2}(q_f \bar{q}_s \rightarrow \mu^+ + \mu^-) \quad (V.9.11)
\end{aligned}$$

şəklində yazıla bilər

$q_f + \bar{q}_f \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ altprosesini $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ prosesinin kəsiyinə bərabər qılıb, e əvəzinə kvarkın yükünü e_q qəbul etsək,

$$\frac{d\sigma}{dM^2}(q_f\bar{q}_f \rightarrow \mu^+ + \mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3M_{\mu^+\mu^-}^2} e_q^2 \delta(M^2 - S) \quad (\text{V.9.12})$$

və (V.9.12) gözönünə alsaq, Drell-Yan prosesinin kəsiyini

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dM_{\mu^+\mu^-}^2} &= \sum_{q_f} \int_0^1 dx dy \frac{f_{h_1}^{q_f}(x, y) f_{h_2}^{q_f}(x, y)}{x \cdot y} \times \\ &\times \frac{4\pi\alpha^2}{3M_{\mu^+\mu^-}^2} e_q^2 \delta\left(\frac{1}{xy} - \frac{S}{M_{\mu^+\mu^-}^2}\right) \end{aligned} \quad (\text{V.9.13})$$

yazırıq.

(V.9.13) effektiv kəsikdən S -ə və $M_{\mu^+\mu^-}^2$ -a görə davranış

$$M_{\mu^+\mu^-}^4 \frac{d\sigma}{dM_{\mu^+\mu^-}^2} \approx f\left(\frac{M_{\mu^+\mu^-}^2}{S}\right)$$

olur. Bu effektiv kəsikdə enerjiyə görə paylanmanı tapa bilərik. Drell-Yan mexanizmdə $q\bar{q}$ -dən müyon cütünün yaranmasına görə π^+ və π^- -mezonlar vasitəsi ilə karbon atomunda

$$\pi^+ + {}^{12}\text{C} \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \dots$$

$$\pi^- + {}^{12}\text{C} \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \dots$$

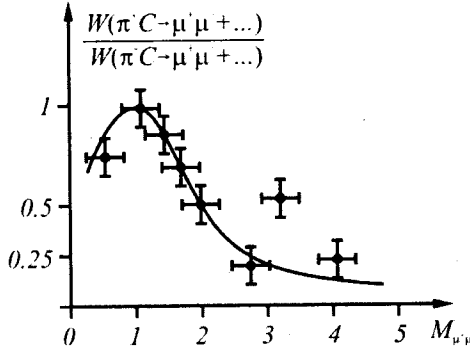
müyon cütünün yaranmasında $\pi^+ = u\bar{d}$ və $\pi^- = \bar{u}d$ mezon \bar{d}, \bar{u} -kvarkın anniqilyasiyasında foton yaranır. Ona görə yüklərin nisbəti

$$\frac{e_d^2}{e_u^2} = \frac{9}{4} = 1:4$$

olar və ehtimallar nisbəti üçün

$$\frac{W(\pi^+ C \rightarrow \mu^+ \mu^- + \dots)}{W(\pi^- C \rightarrow \mu^+ \mu^- + \dots)} = \frac{1}{4}$$

alarlıq. Bu ehtimalların nisbəti təcrübi nəticələri yetərli izah edir (şəkil V.9.2).



Şəkil V.9.2. $\pi^+ C \rightarrow \mu^+ \mu^- + \dots$ və $\pi^- C \rightarrow \mu^+ \mu^- + \dots$ proseslərinin ehtimallar münasibətinin invariant kütlədən asılılığı

$\frac{2E}{Q} = x$ parametri sıfırdan müəyyən qiymətə qədər

dəyişəndə ehtimallar nisbəti vahiddən $\frac{1}{4}$ -ə qədər dəyişir.

Təcrübi nöqtələr L.N.Lederman, B.G.Pope Phys. Lett. 66, B.486, 1977-dən götürülmüşdü.

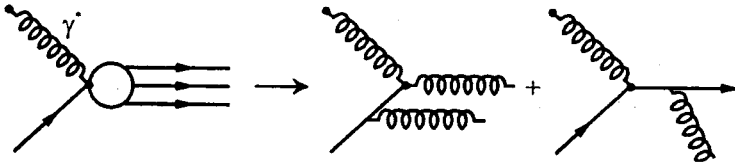
§V.10. $\ell\bar{\ell}$ -ənniqilyasiya və kvant rəngdinamikası

Güclü qarşılıqlı təsirlərdə ötürücü zərrəciklər qülyonlar rəngli quvvələrin daşıyıcıları olaraq, onların dinamik özəlliklərini müəyyən edirlər. Nəzəri olaraq, rəngdinamikasının əsas müddələrinə:

1. Kəsir elektrik yükünə malik olan kvarklar üç rəng yükü – qırmızı, yaşıl və mavi yükləri daşıyırlar;

2. Rəngyüklü səkkiz dənə yüklü qülyonlarla ötürülür;
3. Kvark-qülyon qarşılıqlı təsiri elektrodinamikada olduğu kimi hesablanır, yalnız $\sqrt{\alpha} \rightarrow \sqrt{\alpha_s}$ əvəz olunur;
4. Kvant rəngdinamikasında (KXD) qqg ilə yanaşı ggg təpəsində mövcudluğu;
5. Kiçik məsafələrdə $\alpha_s (\alpha_s < 0,25)$ kifayət qədər kiçik dəyər almağa əsaslanır.

$\ell\bar{\ell}$ -anniqilyasında



olduğu üçün

$$F_1 = MW_1(v, Q^2) = \frac{\sigma_T}{2\sigma_0}$$

$$\frac{F_2}{x} = vW_2(v, Q^2) = \frac{\sigma_T + \sigma_L}{\sigma_0}$$

eninə və uzununa effektiv kəşik ($\ell\bar{\ell} \rightarrow PX$)

$$\sigma_T = \frac{4\pi^2\alpha}{k} W_1(v, q^2)$$

$$\sigma_L = \frac{4\pi^2\alpha}{k} \left[\left(1 - \frac{v^2}{q^2} \right) W_2(v, q^2) - W_1(v, q^2) \right]$$

olar.

γ^* virtual fotonun kvarkla təsirindən qülyon yarananda $\gamma^* q_1 \rightarrow q_2 g$ kiçik səpilmə bucağında $-\hat{t} \ll \hat{s}$

$$\hat{s} = 2k^2 + 2kq_0 - Q^2 = 4k'^2$$

səpilmənin kəsiyi $\hat{t}_i = -2kk'(1 - \cos \theta)$

$$\frac{d\sigma}{dP_T^2} \approx \ell^2 \sigma_0 \frac{1}{P_T^2} \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qq}(z) \gamma^*$$

alınır.

$$z = \frac{2E_h}{Q}$$

$$P_{qq} = \frac{4}{3} \frac{1+z^2}{1-z}, \quad P_{gq} = \frac{4}{3} \frac{1+(1-z)^2}{z},$$

$$P_{gg} = \sigma \left[1 - \frac{1-z}{z} + \frac{z}{1-z} + z(1-z) \right]$$

Buradan

$$\sigma(\ell\bar{\ell} \rightarrow \text{hadronlar}) = 3 \sum_q e_q^2 \sigma(\ell\bar{\ell} \rightarrow \mu^- \mu^+)$$

alınacaq. Onda

$$\frac{\sigma(\ell\bar{\ell} \rightarrow \text{hadronlar})}{\sigma(\ell\bar{\ell} \rightarrow \mu^- \mu^+)} = 3 \sum_q e_q^2$$

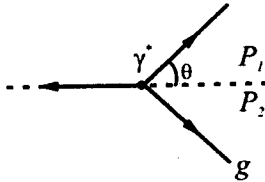
olur və u, d, s, c, b, t kvarklar üçün $R \approx 5$ alırıq.

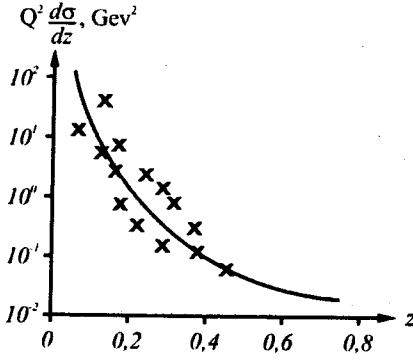
Bu altprosesinin nəzəri əlsaq mümkün olan qülyon mübadiləsini göz önünə alınanda

$$R = 3 \sum_q e_q^2 \left(1 + \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right)$$

yaza bilərik. Kəsiyin z -dən asılığı şəkil V.10.1 -də göstərilmişdi.

Göründüyü kimi ağır kvarkların varlığı (t -kvark halında da) $\ell\bar{\ell}$ -annihiyasında əsas rol oynayır və $e^- e^+ \rightarrow q\bar{q}g$ prosesində üçlağımlı hadisə baş verir.



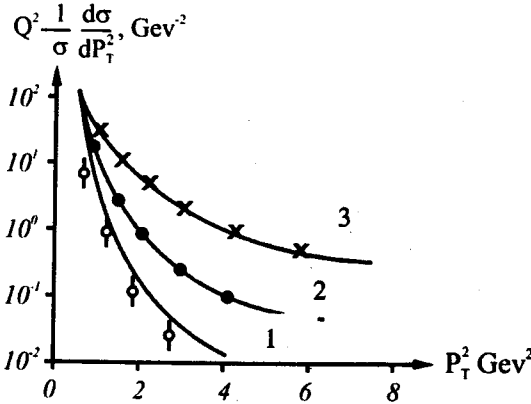


Şekil V.10.1. $Q^2 \frac{d\sigma}{dz} \sim \frac{1}{\sigma} (d\sigma/dz)$ -in $\ell\bar{\ell} \rightarrow \text{hadronlar} + X$ prosesi için z-den asılılığı. Təcürbi nöqtələr PETRA-dən alınmışdı.

Üçlağımli hadisənin effektiv kəsiyi

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dx_q^2 dx_{\bar{q}}^2} = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \frac{x_q^2 + x_{\bar{q}}^2}{(1-x_q)(1-x_{\bar{q}})} \text{ yazılır.}$$

burada $x_q = \frac{2E_q}{Q}$, $x_{\bar{q}} = \frac{2E_{\bar{q}}}{Q}$ ifadə olunur.



Şekil V.10.2. $\ell\bar{\ell}$ anniqilyasında hadronların paylanmasının davranışı

Anniqilyasında $\ell^+\ell^- \rightarrow hX$ hadronların eninə impulsundan asılılığı şəkil V.10.2-də göstərilmişdi.

$1 - Q = 12$ Gev, $2 - Q = 27,4 - 31,6$ Gev, $3 - Q = 36$ Gev

Şəkildəki nöqtələr PETRA təcrübələrəndən götürülmüşdü.

Göründüyü kimi lepton-antilepton anniqilyasının hadronlara çevrilməsi kvant rəngdinamikasının nəticələrini dürüst izah edə bilər.

§ V.11. Kvant ədədlərinin matrislər vasitəsilə təyini

Kvarkların kvant ədədinin təyini müxtəlif yolla ola bilər σ . Kvarkın kvant ədədləri Gell-Mann $\hat{\lambda}$ -matrisləri və Okubo A -matrisləri ilə müəyyənləşdirmək mümkündür. Onlar

$$\begin{aligned} [\hat{\lambda}_k, \hat{\lambda}_{k'}] &= \hat{\lambda}_k \hat{\lambda}_{k'} - \hat{\lambda}_{k'} \hat{\lambda}_k = 2f_{kk'\ell} \hat{\lambda}_\ell \\ \{\hat{\lambda}_k, \hat{\lambda}_{k'}\} &= \frac{4}{3} \delta_{kk'} + 2d_{kk'\ell} \hat{\lambda}_\ell \quad (V.11.1) \\ IZ A_k^{k'} &= A_1^1 + A_2^2 + A_3^3 + A_4^4 + A_5^5 + A_6^6 = 0 \end{aligned}$$

şərtlərini ödəyir.

Kvarkların izotropik spini, hiperyükü məftunluk (charm), gözəllik (botom) və üstünlük (top, fayık) kvant ədədləri uyğun olaraq

$$\begin{aligned} \hat{I}_3 &= \frac{1}{2} \hat{\lambda}_3 = \frac{1}{2} (A_1^1 - A_2^2) \quad \text{izospin} \\ \hat{Y} &= \sqrt{\frac{4}{3}} \frac{1}{2} \hat{\lambda}_8 = -A_3^3 \quad \text{hiperyük} \quad (V.11.2) \\ \hat{C} &= \frac{1}{4} (1 - \sqrt{6} \hat{\lambda}_{15}) = \frac{1}{4} (1 + A_2^2) \quad \text{məftunluk} \end{aligned}$$

$$\hat{B} = \frac{1}{5}(\sqrt{16}\lambda_{24} - 1) = -\frac{1}{5}(1 + A_3^3) \text{ gözəllik}$$

$$\hat{f} = \hat{t} = \frac{1}{6}(1 - \sqrt{15}\lambda_{35}) = \frac{1}{6}(1 + A_1^1) \text{ üstünlük qəbul olunur.}$$

Buradakı f -ə fayık kvant ədədi deyilir və \hat{f} operatoru bu şəkildə ilk dəfə müəllif tərəfindən daxil edilmişdir. Onun məxsusi qiymətləri üçün

$$I_3(u) = \frac{1}{2}, I_3(d) = -\frac{1}{2}, Y(u) = \frac{1}{3}, Y(d) = \frac{1}{3}, Y(s) = -\frac{2}{3}$$

$$B = -1, C = +1, f = +1 \equiv T$$

alırıq. Üstünlük, yeni fayık operatorunun (məxsusi qiyməti +1-dir) yüksək enerjilər fizikasına daxil edilmişdir ki, onun vasitəsilə bir çox hadisələri izah etmək olur.

Şarmı, gözəlliyi və üstünlüyü təyin edən (Gell-Mann, Okubo) λ və A -matrisləri aşağıdakı kimidi

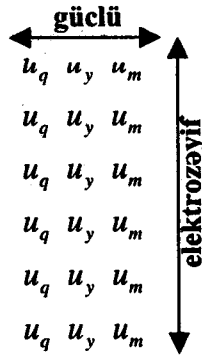
$$\lambda_{15} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{24} = \frac{1}{\sqrt{10}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(V.10.3)

$$\lambda_{35} = \frac{1}{\sqrt{15}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}, \quad A_1^1 = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A_2^2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_3^3 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Böyləcə, kvarklar üç rəngli (q.y.m.) zərrəciklər olaraq onlar arasında qarşılıqlı təsir üfqi istiqamətdə



güclü təsire şaquli istiqamətdə isə elektrozəyif təsire məruz qalırlar.

HADRONAL CƏDVƏLİ

Hadronlar mezonlardan və bayronlardan ibarətədi və özlərinə məxsus adi spinlər (τ), izotropik spinlər (I), əcaəibliyi (S), məftunluğu (C), gözəlliyi (B), üstünlüyü (f) var.

Gədvəldə mətərizə içərisində göstərilən rəqəmlər, zərəcəyin kütləsini göstərir.

	Cədvəl
$S=C=B=T=0$	$C=B=J=0, S=\pm 1$
$\pi^\pm(140), I=1, J=0$	$K^\pm(493), I=1/2, J=0$
$\pi^\pm(135), I=1, J=0$	$K^\circ(497), I=1/2, J=0$
$\eta(547), I=0, J=0$	$K^\circ(1680), I=1/2, J=1$
$\omega(782), I=0, J=1$	$K_2(1820), I=1/2, J=0$
$\rho(770), I=0, J=1$	$K_4^\circ(2045), I=1/2, J=4$
$\eta'(958), I=0, J=0$	$S=B=C=\pm 1, f=0$
$\varphi(1020), I=0, J=1$	$D^\pm(1860), I=1/2, J=0$
$b'(1235), I=1, J=1$	$D^\circ(1864), I=1/2, J=0$
$a_2(1320), I=1, J=2$	$D_0^\circ(2007), I=1/2, J=1$
$f_1(1420), I=0, J=1$	$D^{*\pm}(2010), I=1/2, J=1$
$\eta''(1442), I=0, J=0$	$D_2^\circ(2460), I=1/2, J=2$
$\omega_0(1670), I=0, J=1$	$C=S=\pm 1, B=T=0$
$f(1710), I=0, J=0$	$D_s^+(1968), I=0, J=1$
$\phi_3(1850), I=0, J=3$	$D_s^{*\pm}(2112), I=0, J=0$
$f_2(2300), I=0, J=2$	$D_s(2536), I=0, J=0$
$C=S=T=0, B=\pm 1$	$S=B=\pm 1, f=0$
$B^\pm(5279), I=1/2, J=0$	$B_s^\circ(5369), I=0, J=0$
$B^+(5732), I=1/2, J=1$	$B=C=\pm 1$
$\psi(3720), I=0, J=1$	$B_c^\pm(5637), I=0, J=0$
$\psi'(4415), I=0, J=1$	
$\Upsilon(10860), I=0, J=1$	
$\Upsilon'(11020), I=0, J=1$	$k^\pm(493), I=1/2, J=0$

Bayronlar ($J = 1/2$) (Mev)

$S = 0, I = 1/2$	$S = 0, I = 3/2$	$S = -1, I = 0$	$S = -1, I = 0$
$N(940)$	$\Delta(1232)$	$\Lambda(1115)$	
$N(1440)$	$\Delta(1600)$	$\Lambda(1405)$	
$N(1520)$	$\Delta(1700)$	$\Lambda(1520)$	
$N(1650)$	$\Delta(1900)$	$\Lambda(1670)$	$\Sigma(1195)$
$N(1700)$	$\Delta(1950)$	$\Lambda(1800)$	$\Sigma(1385)$
$N(1900)$	$\Delta(2150)$	$\Lambda(2020)$	$\Sigma(1580)$
$N(2000)$	$\Delta(2200)$	$\Lambda(2110)$	$\Sigma(1660)$
$N(2200)$	$\Delta(2390)$	$\Lambda(2335)$	$\Sigma(1840)$
$N(2600)$	$\Delta(2750)$	$\Lambda(2350)$	$\Sigma(2100)$
$N(2700)$	$\Delta(2950)$	$\Lambda(2585)$	$\Sigma(3170)$
$S = -2, I = 1/2$	$S = -3, I = 0$	$C = \pm 1$	və s.
$\Xi^{\circ}(1314)$	$\Omega(1672)$	$\Lambda_c(2765)$	
$\Xi(1520)$	$\Omega(2250)$	$\Lambda_c(2880)$	
$\Xi(1690)$	$\Omega(2380)$	$\Sigma_c(2455)$	
$\Xi(1820)$	$\Omega(2470)$	$\Sigma_c(2471)$	
$\Xi^{\circ}(1950)$	$C = \pm 1$	$\Xi_c^+(2574)$	
$\Xi(2030)$	$\Lambda_c^+(2284)$	$\Xi_c(2645)$	
$\Xi(2250)$	$\Lambda_c(2583)$	$\Xi_c(2815)$	
$\Xi^{\circ}(2370)$		$\Omega_c^{\circ}(2697)$	
$B = -1$			
$\Lambda_b^{\circ}(5629)$			
$\Xi_b^{\circ}(5897)$			
$\Xi_b^-(5897)$			

VI BÖLÜM

ZƏYİF TƏSİRİN YENİ MODELİ

§ VI.1. Zəyif qarşılıqlı təsir və Vaynberq-Salam-Qleşou modeli

Elementar zərrəciklər arasında zəyif qarşılıqlı təsirdə mövcuddu.

Leptonlar

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \ell^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$$

dupletlər və hadronları təşkil edən kvarklar (up, down, strange, charm, bottom, top) isə

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

kvark dupletləri təşkil etməklə zəyif qarşılıqlı təsire məruz qalırlar. Bu təsiri ötürən aralıq zərrəcik-ötürücü zərrəciklər olan W^+ , W^- və Z^0 -bozonlardır.

Zərrəciklərin elektromaqnit təsirin laqranjianına

$$L_{em} = e\bar{\psi}\gamma_\mu\psi A_\mu \quad (\text{VI.1.1})$$

Analoji olaraq zəyif qarşılıqlı təsir laqranjianını

$$L_w = \frac{G_F}{\sqrt{2}}\bar{\psi}_H\gamma_\mu\psi_H\bar{\psi}_\ell\gamma_\mu\psi_\ell \quad (\text{VI.1.2})$$

(ψ_H -hadronu, ψ_ℓ -leptonu göstərir).

yazılar. Burada G_F -Fermi sabitidi:

$$G_F = 1,03 \cdot 10^{-5} \frac{1}{m_p^2} = (294 \text{ Gev})^{-2}$$

Leptonların zəyif qarşılıqlı təsir hamiltonianı skalyar× skalyar

$$\bar{\Psi}_H \Psi_H \times \bar{\Psi}_\ell \Psi_\ell, \quad (\text{VI.1.3})$$

V -vektor \times vektor

$$\bar{\Psi}_H \gamma_\alpha \Psi_H \times \bar{\Psi}_\ell \gamma_\alpha \Psi_\ell, \quad (\text{VI.1.4})$$

T -tenzor \times tenzor

$$\bar{\Psi}_H \sigma_{\alpha\beta} \Psi_H \times \bar{\Psi}_\ell \sigma_{\alpha\beta} \Psi_\ell, \quad (\text{VI.1.5})$$

A -aksial vektor \times aksional vektor

$$\bar{\Psi}_H \gamma_\alpha \gamma_5 \Psi_H \times \bar{\Psi}_\ell \gamma_\alpha \gamma_5 \Psi_\ell, \quad (\text{VI.1.6})$$

P -pseudoskalyar \times pseudoskalyar

$$\bar{\Psi}_H \gamma_5 \Psi_H \times \bar{\Psi}_\ell \gamma_5 \Psi_\ell \quad (\text{VI.1.7})$$

variantları ola bilər.

Nəzəri və təcrübi araşdırmaların nəticələrinə görə ($V - A$) variantının üstünlüyü zəyif təsirin baş verməsini labüt etmişdi. Vektori-aksialvektorun ($V - A$) hesabına lepton cərəyanı

$$J_\ell = \sum_{i=\ell, \mu, \tau}^{v_\ell, v_\mu, v_\tau} \bar{\Psi}_i \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \Psi_i \quad (\text{VI.1.8})$$

yazılır və kvarklar cərəyanı isə

$$J_H = \sum_{n=u, d, s}^{c, b, t} \bar{\Psi}_n \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \Psi_n \quad (\text{VI.1.9})$$

qəbul olunur.

Leptonların yüklü zəyif cərəyanı

$$\vec{j}_\alpha^{(+)} = \bar{v}_\ell(x) \gamma_\alpha^L \ell(x) + \bar{v}_\mu(x) \gamma_\alpha^L \mu(x) + \bar{v}_\tau(x) \gamma_\alpha^L \tau(x)$$

$$\gamma_\alpha^L = \frac{\gamma_\alpha (1 + \gamma_5)}{2}, \quad \gamma_5 = i \gamma_4 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \quad (\text{VI.1.10})$$

olur.

Bu cərəyanla yük yüklü leptonlardan (ℓ^-, μ^-, τ^-) neytral leptona (v_ℓ, v_μ, v_τ) ötürülür. Yəni, bu cərəyan hesabına yük 1 artır, ona görə $j(+)$ cərəyanı *yüklü cərəyan* adlanır. Bu cərəyanda $\frac{1 + \gamma_5}{2}$ matrisinin olması ($V - A$) variantının (γ_α -vektor,

$\gamma_\alpha \gamma_5 = -\gamma_5 \gamma_\alpha$ -aksial vektor) realizə olmasına uyğun gəlir. Ona görə də zərrəciyin spini, onun impulsunun tərsinə yönəlidir.

Yüklü zəyif cərəyanda leptonlar sol spirallığa $\left(\frac{\vec{\sigma} \vec{p}}{|\vec{p}|} \right)$ malik olur və bu cərəyan

$$j_\alpha^{(+)}(x) = \sum_{\ell=\ell}^{\mu, \tau} \bar{\psi}_\ell \frac{(1-\gamma_5)\gamma_\alpha \ell}{2} \quad (\text{VI.1.11})$$

şəklində təsvir olunur.

Yüklü zəyif cərəyanla yanaşı zəyif neytral cərəyanlarda mövcud olur və bu cərəyanlar hesabına yük dəyişməz qalır. Bu cərəyan hesabına nümunə olaraq, müyon neytrinosunun elektrondan səpilməsi

$$\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$$

hadisəsi baş verə bilər.

Əgər Pauli matrislərindən istifadə etsək (τ_1, τ_2, τ_3) ,

$$\tau_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \tau_+ = \frac{1}{2}(\tau_1 + i\tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tau_- = \frac{1}{2}(\tau_1 - i\tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

zəyif cərəyanı

$$j_\alpha^{(\pm)}(x) = \sum_i \bar{\psi}_i \tau_\pm \frac{(1+\gamma_5)\gamma_\alpha \psi_i}{2} \quad (\text{VI.1.12})$$

$i=0$ vektorun \pm -komponenti olaraq, yazmaq olar:

$$j_\alpha^{(a)} = \sum_i \bar{\psi}_i \frac{\tau_a}{2} \frac{(1+\gamma_5)\gamma_\alpha \psi_i}{2}, a=1,2,3$$

$$j^{(\pm)} = \frac{1}{2}(j^{(1)} \pm j^{(2)})$$

$a=3$ qiyməti alanda

$$j_\alpha^{(3)}(x) = \sum_i \bar{\psi}_i \frac{\tau_3}{2} \frac{\gamma_\alpha (1+\gamma_5) \psi_i}{2} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \left[\bar{v}_\ell \frac{\gamma_\alpha(1+\gamma_5)}{2} v_\ell - \bar{e} \frac{\gamma_\alpha(1+\gamma_5)}{2} e + \right. \\
&\quad + \bar{v}_\mu \frac{\gamma_\alpha(1+\gamma_5)}{2} v_\mu - \bar{\mu} \frac{\gamma_\alpha(1+\gamma_5)}{2} \mu + \\
&\quad \left. + \bar{v}_\tau \frac{\gamma_\alpha(1+\gamma_5)}{2} v_\tau - \bar{\tau} \frac{\gamma_\alpha(1+\gamma_5)}{2} \tau \right] \quad (\text{VI.1.13})
\end{aligned}$$

yazılar.

Bu ifadədən aşkar olur ki, $j_\alpha^{(3)}$ cərəyanı neytral cərəyandı.

Müşahidə olunan leptonların zəyif neytral cərəyanı yuxarıdakı $j_\alpha^{(3)}$ ilə elektromaqnit cərəyanının

$$j_\alpha^{(tm)}(x) = -\bar{e}\gamma_\alpha e - \bar{\mu}\gamma_\alpha \mu - \bar{\tau}\gamma_\alpha \tau \quad (\text{VI.1.14})$$

cəmi şəkilə ($j_\alpha^{(0)}$ -cərəyanı)

$$j_\alpha^{(0)} = j_\alpha^{(3)} - \sin^2 \theta_w j_\alpha^{(tm)} \quad (\text{VI.1.15})$$

yarandır. Zəyif neytral cərəyanı

$$\begin{aligned}
j_\alpha^{(0)} &= \frac{1}{2} \left\{ \tau_\ell \gamma_\alpha \frac{1+\gamma_5}{2} v_\ell + g_L \bar{e} \gamma_\alpha \frac{1+\gamma_5}{2} e + \right. \\
&\quad + g_R \bar{e} \gamma_\alpha \frac{1-\gamma_5}{2} e + g_L \bar{\mu} \gamma_\alpha \frac{1+\gamma_5}{2} \mu + \\
&\quad + g_R \bar{\mu} \gamma_\alpha \frac{1-\gamma_5}{2} \mu + g_L \bar{\tau} \gamma_\alpha \frac{1+\gamma_5}{2} \tau + \\
&\quad \left. + g_R \bar{\tau} \gamma_\alpha \frac{1-\gamma_5}{2} \tau \right\} \quad (\text{VI.1.16})
\end{aligned}$$

yaza bilərik. Burada

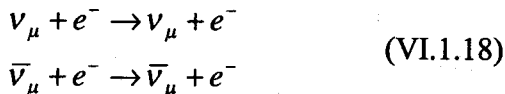
$$g_L = \sin^2 \theta_w - \frac{1}{2} \quad (\text{VI.1.17})$$

$$g_R = \sin^2 \theta_w$$

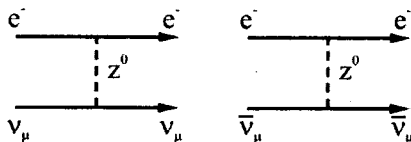
θ_w -Vaynberq bucağıdır ($\sin^2 \theta_w = 0,23$) və o, neytral cərəyanla elektromaqnit cərəyanının qatqısıdır. Yüklü zəyif cərəyandan fərqli olması zəyif neytral cərəyanda həm sol, həm

də sağ spirallı leptonun varlığı qəbul edilməsinə uyğun olur. Bu isə təcrübədə təsdiq edilmişdi.

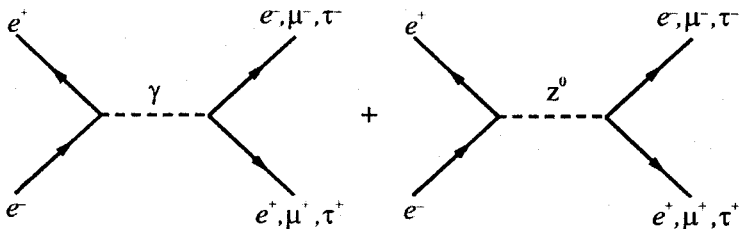
Neytral zəyif təsire görə yüksək enerjili ν_μ və $\bar{\nu}_\mu$ -neytrinolar elektronlardan səpilir



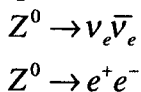
və onların Feynman diaqramları Z -bozonla



kimi təsvir ola bilər. Bu proseslər Vaynberq-Salam-Qleşou modelini təsvir edir. Bu modelə görə $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ prosesləri foton və Z^0 -bozonu mübadiləsi hesabına baş verə bilər:



Elektromaqnit və zəyif təsir amplituda bu təsirlərin interferensiyası hesabına yük assimetriyası yaranır və qarşılıqlı e^+e^- dəstəsində $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ prosesinin bucağa görə paylanması meydana gəlir. Ehtimal oluna bilər ki, Z^0 -bozon yarızəyif parçalanma olaraq, Z^0 -in



$$\begin{aligned} Z^0 &\rightarrow \nu_\mu \bar{\nu}_\mu \\ Z^0 &\rightarrow \mu^+ \mu^- \end{aligned} \quad (\text{VI.1.19})$$

və s. parçalanma Z^0 -bozonun ömrünü və enənini təyin etməyə imkan verə bilər. Bununlada müxtəlif növ neytrinoların sayını tapmaq olar.

Yüklü və neytral zəyif proseslər W və Z^0 mübadiləsi ilə

$$\begin{aligned} \nu_e e^- &\rightarrow \nu_e e^-, \nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^- \\ \bar{\nu}_e e^- &\rightarrow \bar{\nu}_e e^-, \bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^- \\ e^+ e^- &\rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e, e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \end{aligned} \quad (\text{VI.1.20})$$

prosesləri yolu ilə nüvə reaktorlarında və qaynar ulduzların evolyusiyasında baş verirlər. Neytrino və pozitronun yaranması və ya $\bar{\nu}_e$ -anti neytrininin və elektronun məhv olması və yaxud ν_e -nin əmələ gəlməsi elektronun yox olması ilə və yadək $\bar{\nu}_e$ -nin məhvi, pozitronun yaranması ilə $j_\alpha^{(+)}$ cərəyanı xarakterizə olunur. Yeni yük yüklü leptondan neytrinoya ötürülür. $j_\alpha^{(+)}$ isə yükü 1 qədər artırır. $j_\alpha^{(-)}$ isə 1 qədər yükü azaldır. Fəqət $j_\alpha^{(0)}$ cərəyanında yük dəyişməz qalır. Məhz ona görə də $j_\alpha^{(\pm)}$ -yüklü, $j_\alpha^{(0)}$ isə yüksüz cərəyan adlanır.

$j_\alpha^{(+)}$ cərəyanında $\frac{1}{2}(1+\gamma_5)$ proyeksiya matrisinin olması ψ_i -bispinordan

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi$$

sol komponenti ayırır və bu komponent spini impulsa əks yönəlmiş zərəcəyə (sol polyarizasiya olunmuş) uyğun olur. Yeni bispinor ψ -ni

$$\psi = \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix}$$

təsvir edərək, Dirak tənliyindən

$$(P_\mu \gamma_\mu - m)\psi = 0$$

φ ilə χ arasında əlaqəni tapırıq. Onda ultrarelyativistik halda $\varepsilon \gg m$

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \varphi_L \\ -\varphi_L \end{pmatrix} + O\left(\frac{m}{\varepsilon}\right)$$

yazırıq. Burada

$$\varphi_L = \frac{1 - \bar{n}\bar{\sigma}}{2} \varphi \quad (\text{VI.1.21})$$

olur. Operator

$$\frac{\bar{p}\bar{\sigma}}{2} = \bar{n}\bar{\sigma}$$

ψ_L məxsusi funksiyaya sahib olar və

$$\frac{\bar{p}\bar{\sigma}}{|\bar{p}|} \psi_L = (-1)\psi_L + O\left(\frac{m}{\varepsilon}\right) \quad (\text{VI.1.22})$$

alarıq.

$\frac{\bar{p}\bar{\sigma}}{|\bar{p}|}$ operatoru *spirallıq* operatoru adlanır və ψ_L funksiyası

sol spirallığı ($S_L = -1$) xarakterizə edir. Müvafiq olaraq

$$\psi_R = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi$$

sağ komponenti sağ polyarizalanmış zərrəciyə uyğun gələr və

$$\frac{\bar{p}\bar{\sigma}}{|\bar{p}|} \psi_R = (+1)\psi_R + O\left(\frac{m}{\varepsilon}\right)$$

ψ_R funksiyası sağ spirallığı ($S_R = +1$) xarakterizə edir.

Deməli, yüklü zəif cərəyan $j_\alpha^{(+)}$ -olan sol komponentli, sol polyarizasiyalı zərrəciyə uyğun gələn cərəyandı:

$$j_\alpha^{(+)} = \sum_{l=e}^{\mu,\tau} \bar{v}_{iL}(x) \gamma_\alpha \ell_L(x)$$

$$\gamma_\alpha^L = \frac{1}{2} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5)$$

(*emr* -iniversallıq gözlənir).

Qeyd edək ki, $(V - A)$ şəklində götürülmüş yüklü cərəynlar üçün hamiltanian ayrı-arılıqda P -fəza və C -yük cütliyünün pozulmasına səbəb olur:

$$CP \neq const$$

P -fəza, C -yük və T -zaman cütliyünün eyni zamanda pozulması

$$CPT = const$$

cütliyünün qorunmasına (saxlanmasına) səbəb olur.

$(V - A)$ variantında bu özəlliklər hər anlamda öz təcrübi izahını tapır.

Böyük kütləyə malik olan vektoryal bozonların paylanma funksiyasını

$$D_{\mu\nu} = -\frac{g_{\mu\nu} - \frac{1}{m_B^2} q_\mu q_\nu}{q^2 - m_B^2} \quad (\text{VI.1.23})$$

yaza bilərik.

Yüklü və neytrat cərəyanların $(V - A)$ -varyantında yüklü cərəyanın ötürücüsü olan W^2 -bozonların kütləsi

$$m_w \approx 81 \text{ Gev}$$

neytral cərəyanın ötürücüsü olan Z^0 -bozonun kütləsi isə

$$m_z \approx 93 \text{ Gev}$$

1983-cü ildə təcrübədə GERN (İsveçrdə) də tapılmışdı.

$\nu_e e$ - səpilməsinin Fermi modelində amplitudu

$$M_{fi} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}_\nu(p') \gamma_\alpha^L u_\nu(p)] [\bar{u}_\nu(k') \gamma_\beta^L u_\nu(k)] \quad (\text{VI.1.24})$$

yazılır ($\gamma_\alpha^L = \frac{1}{2} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5)$)

Amplitudun kvadratı

$$\begin{aligned}
|M_{fi}|^2 &= -\frac{1}{2} \sum_{spin} \left(\frac{4G_F}{\sqrt{2}} \right)^2 [\bar{u}_\nu(k') \gamma_\beta^L u_\ell(p)] \times \\
&\times [\bar{u}_\ell(p') \gamma_\alpha^L u_\nu(k)] [\bar{u}_\nu(k) \gamma_\beta^L u_\nu(k')] \times \\
&\times [\bar{u}_\ell(p) \gamma_\beta^L u_\ell(p')] = -4G_F^2 \sum_{spin} [\bar{u}_\nu(k') \gamma_\alpha^L u_\ell(p) \times \\
&\times \bar{u}_\ell(p) \gamma_\beta^L \bar{u}_\ell(p') \gamma_\alpha^L u_\nu(k) \bar{u}_\nu(k) \gamma_\beta^L u_\nu(k')] = \\
&= -4G_F^2 I_z \{ \hat{k}' \gamma_\alpha^L (\hat{p} + m_\ell) \gamma_\beta^L (\hat{p}' + m_\ell) \gamma_\alpha^L \hat{k} \gamma_\beta^L \} \quad (VI.1.25)
\end{aligned}$$

olar.

Əgər

$$\gamma_\alpha \hat{a} \hat{b} \hat{c} \gamma_\alpha = -2\hat{c} \hat{b} \hat{a}, \quad \gamma_\alpha \hat{a} \hat{b} \gamma_\alpha = 4(ab)$$

$$\gamma_4 (\gamma_\beta^L)^+ \gamma_4 = \gamma_\beta^L, \quad \gamma_5 \gamma_\alpha = -\gamma_\alpha \gamma_5 (1 + \gamma_5)^2 = 2(1 + \gamma_5)$$

olduğunu göz önünə alsaq.

$$\begin{aligned}
|M_{fi}|^2 &= -2G_F^2 I_z [\hat{k}' \gamma_\alpha \hat{p} \gamma_\beta \hat{p}' \gamma_\alpha \hat{k} \gamma_\beta (1 + \gamma_5)] = \\
&= 16G_F^2 (kp) I_z [\hat{k}' \hat{p}' (1 + \gamma_5)] = 64G_F^2 (pk)(p'k') = \\
&= 64G_F^2 (pk)^2
\end{aligned}$$

ifadəsini alarıq.

$\nu_\ell e$ -səpilməsinin differensial kəsiyi

$$\begin{aligned}
d\sigma &= (2\pi)^4 \delta^4(k' + p' - k - p) \overline{|M_{fi}|^2} \times \\
&\times \frac{1}{4(kp)} \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3 2k'_0} \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2p'_0} \quad (VI.1.26)
\end{aligned}$$

alınar, p' -ə görə inteqrallasaq

$$\begin{aligned}
\int \frac{d^3 p'}{2p'_0} &= \int d^4 p' \theta(p_0) \delta(p'^2 - m_\ell^2) \\
d\sigma &= \frac{2G_F^2}{\pi^2} (kp) \frac{d^3 k'}{k'_0} \delta((k + p - k')^2 - m_\ell^2)
\end{aligned}$$

yaza bilərik.

Əgər

$$S = (k + p)^2$$

invariantından kütlə mərkəzində $\vec{k} + \vec{p} = 0$, enerjinin kvadratını istifadə etsək və səpələn neytrinin enerjisinə k'_0 görə inteqrallasaq

$$\frac{d^3 k'}{k'_0} = k'_0 dk'_0 d\Omega$$

$$\delta[\dots] = \delta(k'_0 - kp/\sqrt{s}) 2\sqrt{s}$$

nəzərə almaqla, diferensial kəsiyi

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G_F^2 (s - m_t^2)^2}{4\pi^2 s} \quad (\text{VI.1.27})$$

əldə edərik ($d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$, $\theta = (\vec{k} \wedge \vec{k}')$)

Yəni ν_t -nin ℓ^- -dən səpilməsi kütlə mərkəzində θ -dan asılı deyil, izotropdı.

Tam effektiv kəsik

$$\sigma = \frac{G_F^2 (s - m_t^2)^2}{\pi s}$$

olar.

Yüksək enerjilərdə ($s \gg m_t^2$) kəsik çox böyüyür

$$\sigma \approx \frac{G_F^2}{\pi} s$$

Kəsiyi ℓ -hallarının cəmi kimi göstərsək

$$\sigma = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sigma_{\ell} = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{4\pi}{k^2} (2\ell+1) \sin^2 \delta_{\ell} \quad (\text{VI.1.28})$$

yazırıq.

δ_{ℓ} - səpilmənin fazasıdır və $\ell = 0$ olanda

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sin^2 \delta_{\ell} \leq \frac{4\pi}{k^2} \quad (\text{VI.1.29})$$

$s \gg m_l^2$ halında $s \approx 4k^2$ olar.

Bu qiymətlərdə s -in

$$\delta \leq \frac{4\pi}{G_F^2}$$

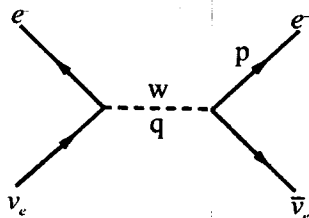
dəyər, almasını taparıq.

$|\vec{k}|$ üçün

$$|\vec{k}| \approx 500 \text{ Gev}$$

alınar. Buna *initar hədd* deyilir.

Unitar həddin mövcüdlüğü göstərir ki, zəyif təsir nəzəriyyəsini dəyişmək lazımdı. Ona görə zəyif təsirin vektoriyal mesonla ötürməsini qəbul edilməli.



$\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-$ prosesinin amplitudu vektorial mezonlunun hesabına olanda diaqramla təsvir olunur.

Burada qırk-qırk xətt aralıq W -bozonu xarakterizə edir. səpilmənin amplitudu

$$M_{fi} = g_w^2 (v_\nu, \gamma_\mu^L u_\ell) \frac{-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m_w^2}}{s - m_w^2 + i0} (\bar{u}_\ell \gamma_\nu^L v_\nu) \quad (\text{VI.1.30})$$

yazılar. $v_\nu, -\bar{\nu}_\ell$ neytrionun bispinordu q_μ W -bozonun 4-ölçülü impulsdu.

$$s = q^2 = (k + p)^2$$

Vektoriyal bozonun propaqatoru

$$D_{\mu\nu}(q) = \frac{g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / m_w^2}{q^2 - m_w^2} \quad (\text{VI.1.31})$$

du.

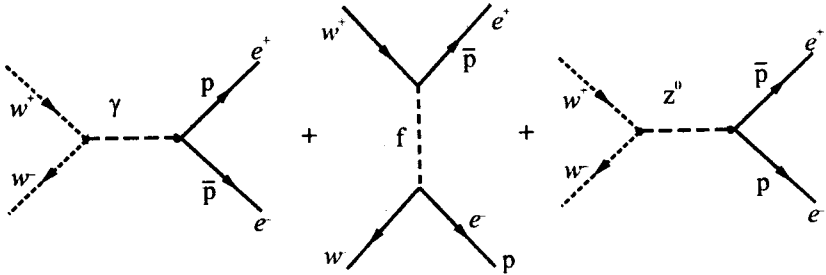
§ VI.2. Zəyif təsirin aralıq bozonla ötürülməsi

W -bozon cütü elektron-pozitonun və proton-antiproton cütünün anniqilyasiyası zamanı

$$\ell^+ + \ell^- \rightarrow W^+ + W^-$$

$$p + \bar{p} \rightarrow W^+ + W^-$$

prosesləri yaranır. Bu proseslər



diaqramlar hesabına baş verə bilər. Bu diaqramlar elektronun yükünü

$$e^2 = g_Z g_L + \frac{g_w^2}{2} = g_Z g_R \quad (\text{VI.2.1})$$

təyin edir. Burada g_L -sabitini, $j_L = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\gamma_\alpha$ cərəyanı, g_R

sabitini isə $j_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\gamma_\alpha$ cərəyanının hesabına yaranan sabitlər olurlar və Z -bozonun sol (L) və sağ (R) fermionlarla əlaqəni göstərir.

$p\bar{p} \rightarrow W^+W^-$ prosesinin elektromaqnit təsiri nəticəsində effektiv kəsiyi apardığımız tədqiqatlarda alınmışdır.

$$\sigma = \frac{\pi\alpha^2\beta_w^2}{12E|\bar{p}|} \delta^2 |F_1 + F_2|^2 \left(\frac{6 + \delta^2}{\delta^2} + 6\mu_w + \mu_w^2 \frac{\delta^2 + 4}{2} \right) \quad (\text{VI.2.2})$$

olur.

$$\delta = \frac{E}{m_w}, \quad \mu_w = \frac{2|\bar{p}_w|}{E}$$

Bu düstura əsasən, protonun maqnit $G_w = F_1 + F_2$ formfaktorunu tapmaq olur.

$p\bar{p}$ -dəstəsində ətalet mərkəzi sistemində hər zərrəciyin enerjisi 540 Gev olanda $p\bar{p} \rightarrow W^+W^-$ prosesinin tam kəsiyi

$$\sigma_{\text{tot}}(p\bar{p}) = 5 \cdot 10^{-26} \text{ sm}^2 \quad (\text{VI.2.3})$$

olur.

$\ell^+\ell^- \rightarrow W^+W^-$ prosesi üçün

$$q = -p_- + p_+ = p'_- + p'_+$$

s.s.i.-sistemində

$$q^2 = s = 4E^2, \quad E = E_- = E_+ = E'_- = E'_+$$

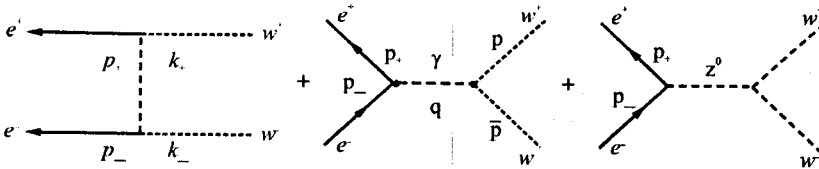
$$(\text{VI.2.4})$$

yazarıq.

Əgər

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{4m_w^2}{s}}, \quad x = \sin^2 \theta_w, \quad L = \ln \left| \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right|$$

qəbul etsək və aşağıdakı diaqramları



göz önünə alsaq, effektiv kəsik üçün

$$\sigma = \frac{\pi\alpha^2\beta}{8x^2S} \left\{ 2 \frac{S}{m_w^2} + \frac{1}{12} \beta^2 \frac{S^2}{m_w^2} + 4 \left[\left(1 - \frac{2m_w^2}{s} \right) \frac{L}{\beta} - 1 \right] \right\} +$$

$$\begin{aligned}
& +16\beta^2 \frac{S^2}{m_w^2} + \frac{2}{3}\beta^2 \left[\frac{S^2}{m_w^4} - 4 \frac{S^2}{m_w^2} + 12 \right] + 16 - 32 \frac{m_w^2}{S} \frac{L}{\beta} + \quad (\text{VI.2.5}) \\
& + 8\beta^2 \left(\frac{S^2}{m_w^2} \right) + \frac{1}{3}\beta^2 \frac{S^2}{m_w^2} \left(1 - \frac{2m_w^2}{S} \right) + 4 \left(1 - 2 \frac{m_w^2}{S} \right) - 16 \frac{m_w^4}{S} \frac{L}{\beta} \Big\}
\end{aligned}$$

alınır.

Tam kəsik S -in sonlu qiymətində maksimum dəyər alır və \sqrt{S} -in 200 Gevdə başlayaraq sıfıra yaxınlaşır.

Güclü təsirdədə olan hadronlar elektromaqnit və zəyif təsirdədə ola bilərlər.

Hadronlar nuklon (proton, neyron) ksi baryonlar (Ξ^0, Ξ^-), K -mezonlar (K^\pm, K^0), mezontripletləri (π^\pm, π^0), Σ -baryonlar (Σ^\pm, Σ^0), Λ, η və s. sinqletləri və antihadronlar hadronların qarşılıqlı təsirlərini xarakterizə edirlər. Hadronların kvant ədədlərinin təyini ilə müəyyənləşən Gell-Mann-Nişidcima formulu

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(S + Y + B + \dots) \quad (\text{VI.2.6})$$

onların tərkib qisimləri olan u, d, s, c, b və t -kvarkların baryon ədədləri (B) əcaybliyi (S), məftunluğu (c), gözəlliyi (b), üstünlüyü (t) və izotropik spini (I_3) ilə təyin olunurlar.

Enerjiləri $3 \text{ Gev} < E < 12 \text{ Gev}$ olanda

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadron})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = N_R \sum Q_k^2$$

(N_R -rəngin miqdarı, $k=n, \square, t$)

dəyərini alır. c -kvarkında olması

$$R_c = \frac{10}{3},$$

b -kvarkın varlığı

$$R_c = \frac{11}{3},$$

t - kvarkın mövcudluğu

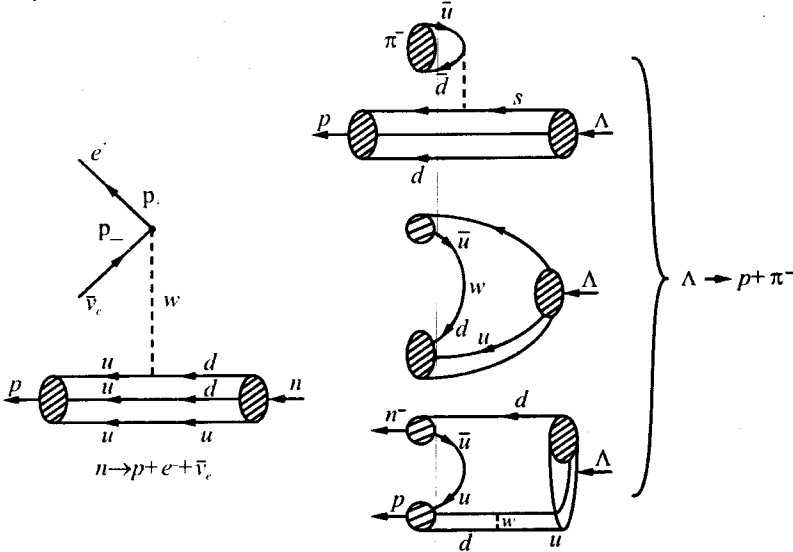
$$R_i = 3 \frac{5+5+5}{9} = 5$$

qiymətləri almasını göstərir.

Kvark-antikvark sisteminin yaranmasına əsasən Υ , Υ' və Υ'' -ipsilon mezonların (10-12 Gev) enerjili dəyərlərinin olmasını göstərdi. Son zamanlar aparılan təcrübi araşdırmalar $R_i=5$ dəyəri alması toponium ($t\bar{t}$) almasını göstərdi və bununla t -kvarkın 176 Gev kütləli olmasını təsdiqlədi.

Hadronların elektromaqnit və zəyif təsirlərində bir kvark növü (aramatı) başqa bir kvark növünə keçir.

Örnek olaraq, neytronun β -parçalanmasında ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$) neytrondan d -kvark u -kvarka çevrilir. $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ parçalanmasında, Λ -nın S -kvarkı u -kvarka çevrilir:



$\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ çevrilməsində $u\bar{u}$ -cüüü vakuumdən yaranan -kvark protonun, digər kvark isə π^- -mezonun tərkibində olur.

Zəyif hadron cərəyanı, kvark cərəyanları ilə lepton zəyif cərəyanına bənzər kimi qurulur. Kvark cərəyanların sol kom-

ponentləri izospin dubletlərindən

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$$

və $\frac{1}{2}(1-\gamma_5)\gamma_\lambda$ sağ komponenti $(u, c, t)_R$ və $(d, s, b)_R$ olur. Yeni yüklü cərəyanlar kvarklar üçün

$$J_\lambda^{(+)} = \sum \psi_L^i \gamma_\lambda V_{ik} \psi_L^k \quad (\text{VI.2.7})$$

yazarıq.

Üç kvarklar $(u, c, t)_R$ və alt $(d, s, b)_R$ kvarklar bir-biriləri ilə qarışaraq

$$J^{(+)} \sim \bar{u}d + \bar{c}s, \dots, \bar{t}b$$

cərəyanı yaradar $\bar{u}d, \bar{c}s, \dots, \bar{t}b$ onların sayı 9 dənə olar

Kvarkların yüklü cərəyanı

$$J_\lambda^{(+)} = \bar{d}_c \gamma_\lambda (1-\gamma_5) u + \bar{s}_c \gamma_\lambda (1-\gamma_5) c + \bar{b}_c \gamma_\lambda (1-\gamma_5) c + \bar{s}_c \gamma_\lambda (1-\gamma_5) c$$

və neytral cərəyanı

$$\begin{aligned} & \bar{u} \gamma_\lambda (1-\gamma_5) u + \bar{c} \gamma_\lambda (1-\gamma_5) c + \bar{d}_c \gamma_\lambda (1-\gamma_5) d_c + \\ & + \bar{s}_c \gamma_\lambda (1-\gamma_5) s_c + \bar{b}_c \gamma_\lambda (1-\gamma_5) b_c \end{aligned} \quad (\text{VI.2.8})$$

olur. Burada

$$\begin{aligned} s_c &= -d \sin \theta_c + s \cos \theta_c \\ d_c &= d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \\ b_c &= s \cos \theta_c + d \sin \theta_c - d_1 \end{aligned} \quad (\text{VI.2.9})$$

Yüklü və neytral zəyif qarşılıqlı təsir hesabına olan prosesləri, leptonlu ($\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu}$, $ve \rightarrow ve$ və s.), yarileptonlu ($\pi \rightarrow \mu \nu$, $k^+ \rightarrow \pi^+ \ell s$ və s.), leptonsuz mezon parçalanması ($D \rightarrow KK, K\pi$, $B^0 \rightarrow D\pi, DK$ və s.), bayronlu ($\mu^- B \rightarrow B \nu$, $\nu B \rightarrow B' \ell$, $\nu D' \rightarrow n + p + \bar{\nu}_\ell$), $\Lambda \rightarrow N a \Xi \rightarrow N a$ parçalanması baş verə bilər. Bu parçalanmalar W^\pm, Z^0 -bozonlarla baş verə bilər. Bu proseslərin hamısında

$$G_F = \frac{g_w^2}{m_{w,z}^2} \quad (\text{VI.2.10})$$

amplitudlu proseslər tərtibli ola bilərlər.

Kvarkların neytral cərəyanlar leptonlara uyğun olaraq

$$J_\mu^{(0)} = j_\mu^{(3)} - \sin^2 \theta_w j_\mu^{(em)}$$

$$j_\mu^{(3)} = \frac{1}{2} (\bar{u} \gamma_\mu^L u - \bar{d} \gamma_\mu^L d + \bar{c} \gamma_\mu^L c - \bar{s} \gamma_\mu^L s + \bar{t} \gamma_\mu^L t - \bar{b} \gamma_\mu^L b) \quad (\text{VI.2.11})$$

$$j_\mu^{(em)} = \sum_k q_k \bar{\psi}_{k_i} \gamma_\mu \psi_{k_i} \quad (\text{VI.2.12})$$

yazarıq. $J_\mu^{(0)}$ -ni

$$J_\mu^{(0)} = \sum_i (g_L^i \bar{q}_i \gamma_\mu^L q_i + g_R^i \bar{q}_i \gamma_\mu^R q_i) \quad (\text{VI.2.13})$$

yaza bilərik. Burada $i = u, c, t, d, s, b$

$$q_u \equiv u, q_c \equiv c, q_b \equiv b$$

$$g_L^i = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w, g_R^i = -\frac{2}{3} \sin^2 \theta_w \quad (\text{VI.2.14})$$

$i = u, c, t$ üçün olur və

$$g_L^i = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w, g_R^i = \frac{1}{3} \sin^2 \theta_w \quad (\text{VI.2.15})$$

$i = d, s, b$ üçün olur.

Kvarklar üçün yüklü cərəyan

$$J_\alpha = (\bar{u} \bar{c} \bar{t}) \gamma_\alpha^L V_{GIM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (\text{VI.2.16})$$

yazılar. Burada

$$V_{GIM} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \cos \theta_3 & \sin \theta_1 \sin \theta_3 \\ -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 + \sin \theta_2 \sin \theta_3 e^{i\delta} & \cos \theta_3 \sin \theta_2 e^{i\delta} \\ -\sin \theta_1 \sin \theta_2 & \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 e^{i\delta} \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 + \cos \theta_2 \cos \theta_3 e^{i\delta} \end{pmatrix} \quad (\text{VI.2.17})$$

Yüklü kvark cərəyanı

$$\begin{aligned}
 J_\alpha = & (\bar{u}c\bar{t}) \left(\frac{1}{2}\gamma_\alpha^L - \frac{2}{3}\sin^2\theta_w\gamma_\alpha \right) \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} + \\
 & + (\bar{d}s\bar{b}) \left(-\frac{1}{2}\gamma_\alpha^L + \frac{1}{3}\sin^2\theta_w\gamma_\alpha \right) \begin{pmatrix} u \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (VI.2.18)
 \end{aligned}$$

olar.

§ VI.3. Simmetriyanın spontan (özbaşına) pozulması və kütlənin yaranması

Zərrəciklərin kalibrə olunmuş nəzəriyyəsində laqranjianda kütləsiz zərrəcin kütləsinin yaranma mexanizmi simmetriyanın özbaşına pozulması hesabına baş verə bilər. Özbaşına (spontan) simmetriyanın pozulma mexanizmini elastiki qüvvə tərsinə məruz qalanda yarananda sistemdə oal bilər.

L uzunluğu olan nazik metal yayın enkəsiyinin radiusu R -dirsə, ona hər iki tərəfdən bərkidilmiş sonuclarına F qüvvəsi z oxu istiqamətdə təsir edir.

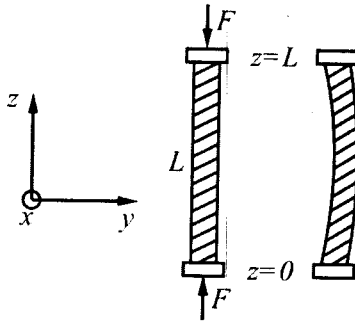
x və y istiqamətində yayın vəziyyətinin $X(z)$ və $Y(z)$ işarə etsək elastiklik nəzəriyyəsinə görə tarazlıq şərti tənliklər

$$\left. \begin{aligned}
 IE \frac{d^4 X(z)}{dz^4} + F \frac{d^2 X(z)}{dz^2} = 0 \\
 IE \frac{d^4 Y(z)}{dz^4} + F \frac{d^2 Y(z)}{dz^2} = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (VI.3.1)$$

olar. Burada E-Yunq modeli. $I = \frac{1}{4}\pi R^4$ -dı. Bu tənliklərin

həllində (X və Y - üçün)

$$X(0) = X(L) = 0$$



$$\left. \frac{dX}{dz} \right|_0 = \left. \frac{dX}{dz} \right|_L = 0 \quad (\text{VI.3.2})$$

sərhəd şərtləri olur.

Əgər yaya kiçik F qüvvəsi ilə təsir etsək $X(z)=0$, $Y(z)=0$ həllərində yay dəyanacaq vəziyyətdə qalar. Əgər F qüvvəsi kritik F_c qiymətini alarsa, yay tarazlıqda olmaz və müəyyən dərəcədə əyilər. Onda bu tənliklərin $X(z) \neq 0$, $Y(z) \neq 0$ həllini tapa bilərik. Bu həllər elastik nəzəriyyəsinə görə

$$\begin{aligned} X(Z) &= c \sin^2 \frac{\pi Z}{L} \\ Y(Z) &= c \sin^2 \frac{\pi Z}{L} \end{aligned} \quad (\text{VI.3.3})$$

(c -sabitdi) yazılar və kritik F qüvvəsi

$$F_c = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} \quad (\text{VI.3.4})$$

uyğun gəlir.

Yay tarazlıq ətrafında kiçik rəqs edir. Rəqsin tezliyi

$$\cos kLch kL = 1$$

şərtindən təyin olunur

$$k = \sqrt{\omega} / \sqrt[4]{\frac{\mu_0}{EI}} \quad (\text{VI.3.5})$$

(μ_0 - vahid uzunluğunun kütləsidir).

Aydındı ki, rəqsin tezliyi bütün istiqamətdə, Z oxundan keçən istənilən müstəvidə eyn olur. Lakin yayda əyriliyə düşər olunma baş verirsə rəqs tezliyi müxtəlif olar. Əyriyə müstəvisində tezlik, dik (perpendikulyar) istiqamətdəki tezlikdən fərqlənir.

Laqranj funksiyası

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left[q_i^2 - \frac{1}{a^2} (q_i - q_{i-1})^2 - \bar{\mu}^2 q_i^2 - \frac{\bar{\lambda}}{2} q_i^4 \right] \quad (\text{VI.3.6})$$

burada $\frac{i}{\mu^2} = a\mu^2$, $\bar{\lambda} = a\lambda$. Bu funksiyanın Hamilton operatoru

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left[p_i^2 + \bar{\mu}^2 q_i^2 - \frac{\bar{\lambda}}{2} q_i^4 + \frac{1}{a^2} (q_i - q_{i-1})^2 \right] \quad (\text{VI.3.7})$$

yazılar. $\bar{\lambda} = 0$ halında sistema bağlı hallarda olar. Potensialın enerjisinin

$$V(q) = \frac{1}{2} \bar{\mu}^2 q_i^2 + \frac{1}{4} \bar{\lambda} q_i^4 \quad (\text{VI.3.8})$$

olması. $\bar{\mu}^2 > 0$ halında osilyator həyacanlaşmış olmasına baxmayaraq əsas hal harmonik olacaq. Lakin $\bar{\mu}^2 < 0$ hadında isə potensial enerji iki simmetrik minimuma

$$V_{\min} = V(q_m) = -\frac{\bar{\mu}^4}{4\bar{\lambda}} \quad (\text{VI.3.8'})$$

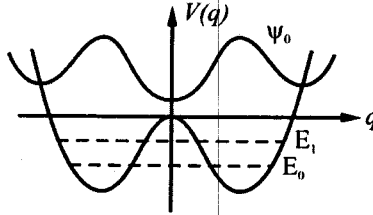
malik olar və

$$q(1,2) = \pm \sqrt{-\frac{\bar{\mu}^2}{\bar{\lambda}}} = \pm \left(-\frac{\bar{\mu}^2}{\bar{\lambda}} \right)^{1/2} \quad (\text{VI.3.9})$$

minimumlar $\bar{\mu}^2$ - qiyməti ilə təyin olunur.

$\bar{\mu}^2 < 0$ və $\bar{\mu}^2 > 0$ bir-birindən az fərqlənir.

Zərrəcik uzun müddət ərzində bu çuxurların birində ola bilər. Sağ və sol çuxurlarda $i = 1, 2, \dots, N$ osilyatorların davranışı eyni olar.



Koordinatın yaxın qiymətlərində

$$\bar{q}_{\min}(i) \approx \bar{q}_{\min}(i-1) \text{ enerji}$$

minimal olur. Onda potensial enerji minimum qiymət alar:

$$V_{\min}(q_m) = -\frac{1}{4} \frac{\bar{\mu}^4}{\bar{\lambda}} = -\frac{a\mu^4}{4\lambda} \quad (\text{VI.3.10})$$

Bütün osilyatorlar üzrə cəmləmə aparsaq

$$\sum_{i=1}^N V_{\min}(q_m) = -\frac{1}{4} Na \frac{\mu^4}{\lambda} = -\frac{1}{4} \ell \frac{\mu^4}{\lambda} \quad (\text{VI.3.11})$$

alırıq. Burada $\ell = aN$ -makroskopik uzunluğdı. Yeni osilyatorlarda simmetriya pozulur.

İndi lokal simmetriyanın pozulmasına baxaq. sadəlik üçün $SO(n)$ -lokal simmetriya araşdıraraq. Bu qrupun generatorlarını

$$T_{ij} = -T_{ji}, \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

ifadə edək. Bu generatorların sayı

$$k = \frac{1}{2}(n^2 - n) = \frac{1}{2}n(n-1)$$

qədər olar. $n=4$ olanda $k=6$, $n=5$, $k=10$. $n=6$ olanda $k=15$ olar. Burada laqranjiani

$$L = -\frac{1}{4}(G_{\mu\nu}^a)^2 + \frac{1}{2}(D_\mu \varphi_i)^2 - V(\varphi)$$

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

$$D_\mu \varphi_i = (\partial_\mu - ig_s I_a A_\mu^a) \varphi_i$$

$$V(\varphi) = \frac{\mu^2}{2} \varphi_i^2 + \frac{\lambda}{4} (\varphi_i^2)^2$$

$a, b, c, = 1, 2, \dots, N; i = 1, 2, \dots, n$

götürək. Potensial $V(\varphi)$ minimum dəyərinə $\varphi^2 = \varphi_{vac}^2$ qiymətinə malik olanda ($\mu^2 < 0$) çatır və

$$\varphi_{vac}^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda} > 0$$

olur. φ_{vac} vakuüm sahəsini götürək və simmetriyanı

$$\varphi_{vac} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ V \end{pmatrix}, V = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}} \quad (\text{VI.3.13})$$

V qiymətində pozulması ola bilər. Yəni φ_{vac} - sahəsi $SO(n-1)$ qrupunun I_a generatori ilə

$$(\hat{a} = N - \hat{N} + 1, \dots, N, \hat{N} = \frac{1}{2}(n-1)(n-2))$$

qalıq simmetriyasına sahib olur.

Əgər

$$\varphi(r) = e^{i\hat{a}_b \xi_b / V} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ V + \eta(x) \end{pmatrix}$$

çevirməsi apararıqsa, simmetriyanı pozan generatorların sayı

$$N - \hat{N} = \frac{1}{2}n(n-1) - \frac{1}{2}(n-1)(n-2) = n-1$$

qədər olar. Onda $\eta, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n-1}$ yeni dəyəşənlərinin sayı $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ sahəsinin sayı qədər olar. Bu çevirmədə

$$\varphi(x) \rightarrow \varphi(x) = e^{-\frac{i}{V} I_b \xi_b(x) \varphi(x)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ V + \eta(x) \end{pmatrix}$$

ξ_n -sahəsinin komponenti, $\varphi(x)$ vektorunun polyar koordinatına uyğun gələr. $\varphi(x)$ hər nöqtədə n -ci parallel olur. Yeni $\varphi'(x)$ sahəsi unitar kalibrovkada verilmiş olar. Bu çevirmə $\varphi(x)$ -i hər nöqtədə x koordinatına görə n -ci oxa parallel olur. Ona görə də alınan $\varphi'(x)$ vektoru unitar kalibirovkada olacaq.

Kalibirovkalanmış invariantlığa görə

$$(G_{\mu\nu}^a)^2 = (G_{\mu\nu}'^a)^2$$

$$|D_\mu \varphi_i|^2 = |D'_\mu \varphi_i'|^2$$

$$\varphi_i^2 = \varphi_i'^2$$

olmalıdır. Burada

$$G_{\mu\nu}'^a = \partial_\mu A_\nu'^a - \partial_\nu A_\mu'^a + g_s f_{abc} A_\mu'^b A_\nu'^c$$

$$D'_\mu \varphi_i'(x) = e^{-\frac{i}{V} I_b \xi_b(x)} D_\mu \varphi_i(x) - d_i$$

$$\varphi_i'(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ V + \eta(x) \end{pmatrix} \quad (\text{VI.3.14})$$

Əgər $n = 4$ olarsa

$$V(\varphi) = \frac{\mu^2}{2}(V + \eta(x))^2 + \frac{\lambda}{4}(V + \eta(x))^4 \approx \text{sabit} + \mu^2\eta^2$$

alarıq.

$$(D'_\mu \varphi'_i) = [\delta_{ik} \partial_\mu - ig_s A'_\mu{}^a (I_a)_{ik}] \varphi'_k \quad (\text{VI.3.15})$$

$$\text{Burada } \delta_{ik} \partial_\mu \varphi'_k = \delta_{in} \partial_\mu \eta$$

Əgər $a = b = 1, 2, \dots, (n-1)$ olanda

$$I_{\hat{b}} = I_{\hat{b}n}$$

olar və

$$-i(I_{\hat{b}})_{ik} \varphi'_k = -i(-i)(\delta_{\hat{b}_i} \delta_{nk} - \delta_{\hat{b}_k} \delta_{ni}) \varphi'_k = -\delta_{\hat{b}l} (V + \eta(x))$$

alınar.

$$\varphi_{k'} = \delta_{kn} (V + \eta(x))$$

Deməli

$$(D'_\mu \varphi') = \begin{pmatrix} -g_s V A'_{\mu,1} \\ -g_s V A'_{\mu,n-1} \\ \partial_\mu \eta \end{pmatrix} \quad (\text{VI.3.16})$$

olur. Buradan

$$(D'_\mu \varphi')^2 = (\partial_\mu \eta)^2 + g_s^2 V^2 (A'_{\mu\hat{b}})^2$$

A'_μ -də \hat{b} -yə görə 1-dən $n-1$ qədər cəmləmə olur. A'_μ sahəsinin bu komponentləri simmetriyanı pozurlar. Onda laqranjianın yüksək tərtibləri üçün

$$L = -\frac{1}{4}(G_{\mu\nu}^a)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 - \frac{1}{2}(\sqrt{-2\mu^2}\eta)^2 + \frac{1}{2}g_s^2 V^2 (A'_{\mu\hat{b}})^2 \quad (\text{VI.3.17})$$

alırıq. Skalyar sahə η *Xiqqs sahəsi* adlanır və sahə

$m_\eta = \sqrt{-2\mu^2}$ kütləsi alınar. Xiqqs, skalyar bozonun kütləsi m_η

yuxarı qiyməti $1T \ell V/c^2$, aşağı dəyəri isə $m_\eta^2 \leq 4\pi \frac{\sqrt{2}}{G_F}$ ala

bilər. Yeni simmetriyanın özbaşına pozulması hesabına Xiqqs

bozonun kütləsi $SO(n-1)$ qurupunda

$$\sqrt{\frac{4\pi\sqrt{2}}{G_F}} \leq m_\eta \leq 1 \frac{TcV}{c^2}$$

qiymətlər ala bilir. Xiqqs bozonun kütləsinin aşağı dəyəri

$$m_\eta \geq 6,6 \frac{Gev}{c^2}, \quad (\sin^2 \theta_w = 0,23)$$

olur. Böyləcə, simmetriyanın spontan pozulmasından alınan Xiqqs bozonun qazandığı kütlə

$$\frac{\alpha}{\sqrt{G_F}} \leq m_\eta \leq \frac{1}{\sqrt{G_F}}$$

təyin olunacaq. Xiqqs bozonun fermion cütünə $f\bar{f}$ parçalanmasının eni

$$\Gamma(\eta \rightarrow f\bar{f}) = 3 \frac{G_F m_f^2 m_\ell}{\sqrt{2}\pi} \left(1 - 4 \frac{m_f^2}{m_\eta^2}\right)^{3/2} \quad (\text{VI.3.18})$$

ifadəsi ilə göstərilə bilər. Burada 3 vuruğu kvarkın rəng yüküdü (lepton cütü üçün 3 əvəzinə 1 götürmək lazımdı), m_f - fermionun, m_η - Xiqqs bozonun kütləsidir.

Bu kitabdakı problemlərin hamısı, hələ 20 əsr öncə sevimli Peyğəmbərimiz Məhəmməd əl Salam efendimiz tərəfindən bizlərə Qurani-Kərim vasitəsi ilə çatdırılmışdı.

Bismilləhi ərrehmanii rəhim Əlhəmdüliləhi Rəbin aləmin Quranın ər-Rəhman sürəsinin (55 surə) 37 və 38-ci ayələrində yazılır ki,

37. *(Qiyamət günü) səma yarılıb (dağ basılmış) dəri (və ya dağ edilmiş) kimi qıp-qırmızı olduğu zaman (yalnız necə olacaq)?*

38. *Belə olduqda Rəbbimizin hansı nemətlərini yalan saya bilərsiniz?!*

Ruscası:

37. *Став как ярко красной кожей небо расколетя.*

38. *Какое же благоденствие Господа вашего вы сочтёте ложным?*

İngiliscəsi:

37. *When the sky is torn apart, so it was (likes) a red rose, like ointment.*

38. *Then which of the favours of your Lord will you deny?*
Dəyərlı oxucu, sənə bu yolda uğurlar diləyirəm!

**ƏLAVƏ A. Dirak, Gell-Mann və Okubo
matrislərinin təyini və onların özəllikləri**

1. Dirak matrisləri Dirak tənliyində

$$(i\gamma_\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

olan dörd sətir-sutumlu matrislər olaraq

$$\gamma_1 = i \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_3 = i \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$\gamma_5 = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4$ (və ya β, ρ_3) seçilir.

$Iz\gamma_\mu \dots \gamma_\sigma = 0$ olur, əgər γ -ların sayı təkdirsə $Iz\gamma_\mu \dots \gamma_\sigma \neq 0$
əgər γ -ların sayı cütdürsə

$$Iz\gamma_\mu \gamma_\nu = 4\delta_{\mu\nu}$$

olar.

Matrislərin izi (spur Sp və ya trake Tr) diaqonal elementlərin cəmidir.

$$\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma = 2\delta_{\mu\nu} \gamma_\rho \gamma_\sigma - \gamma_\nu \gamma_\mu \gamma_\rho \gamma_\sigma$$

$$\gamma_\nu \gamma_\mu \gamma_\rho \gamma_\sigma = 2\delta_{\mu\rho} \gamma_\nu \gamma_\sigma - \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\mu \gamma_\sigma$$

$$\gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\mu \gamma_\sigma = 2\delta_{\mu\sigma} \gamma_\nu \gamma_\rho - \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma \gamma_\mu$$

$$\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma = 2\delta_{\mu\nu} \gamma_\rho \gamma_\sigma - 2\delta_{\mu\rho} \gamma_\nu \gamma_\sigma + 2\delta_{\mu\sigma} \gamma_\nu \gamma_\rho - \gamma_\nu \gamma_\mu \gamma_\rho \gamma_\sigma$$

$$Iz\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma = 4(\delta_{\mu\nu}\delta_{\rho\sigma} - \delta_{\mu\rho}\delta_{\nu\sigma} + \delta_{\mu\sigma}\delta_{\nu\rho})$$

$$Iz\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_5 = 4\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$$

$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ -dörd rəngli bütün indekslərə görə antisimmetrik tenzordu

$$\begin{aligned} Iz\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_k\gamma_n = & 4(\delta_{\mu\nu}\delta_{\rho\sigma}\delta_{kn} + \delta_{\mu\rho}\delta_{\nu\sigma}\delta_{\sigma k} + \delta_{\mu\sigma}\delta_{\rho n}\delta_{\sigma k} + \\ & + \delta_{\mu\sigma}\delta_{\nu\rho}\delta_{kn} + \delta_{\mu n}\delta_{\nu k}\delta_{\rho\sigma} + \delta_{\mu\rho}\delta_{\nu n}\delta_{\nu k} + \delta_{\mu\sigma}\delta_{\nu n}\delta_{\rho k} + \delta_{\mu\nu}\delta_{\rho\sigma}\delta_{kn} + \\ & + \delta_{\rho k}\delta_{\nu\sigma}\delta_{\rho n} - \delta_{\mu n}\delta_{\nu\sigma}\delta_{k\rho} - \delta_{\mu\sigma}\delta_{\nu k}\delta_{\rho n} - \delta_{\mu\nu}\delta_{\rho\sigma}\delta_{kn} - \delta_{\mu\rho}\delta_{\nu n}\delta_{\sigma k} - \\ & - \delta_{\mu k}\delta_{\nu\rho}\delta_{\sigma n} - \delta_{\mu k}\delta_{\nu k}\delta_{\rho\sigma}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Iz\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_k\gamma_n\gamma_5 = & 4(\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\delta_{nk} - \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\delta_{nk} - \epsilon_{\mu\nu\rho n}\delta_{\sigma k} - \\ & - \epsilon_{\mu\nu\rho n}\delta_{\sigma n} + \epsilon_{\rho\sigma kn}\delta_{\mu\nu} + \epsilon_{\mu\nu\rho k}\delta_{\nu\rho}) \end{aligned}$$

$$\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho = -\gamma_\mu\delta_{\nu\rho} + \gamma_\rho\delta_{\mu\nu} - \gamma_\nu\delta_{\mu\rho} + \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\gamma_6\gamma_5$$

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\gamma_5\gamma_\nu\gamma_5 = 2(\delta_{\mu\nu} - \gamma_\mu\gamma_\nu)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}a_\mu b_\nu c_\rho d_\sigma = & -ia_0\bar{b}[\bar{c}\bar{d}] + ib_0\bar{c}[\bar{d}\bar{a}] - \\ & - ic_0\bar{d}[\bar{a}\bar{b}] + id_0\bar{a}[\bar{b}\bar{c}] \end{aligned}$$

2. $SU(n)$ -nin infinitezmal unitar $UU^+ = U^+U = 1$ çevirməsi

$$\delta U = \left(1 + i \frac{\lambda^a}{2} \epsilon_a \right), \quad a = 1, 2, \dots, 8$$

olur.

$$\delta U^+ = \left(1 - i \frac{\lambda^{+a}}{2} \epsilon_a \right)$$

olduğu üçün

$$\left(1 + i \frac{\lambda^a}{2} \epsilon_a \right) \left(1 - i \frac{\lambda^{+a}}{2} \epsilon_a \right) = 1 + O(\epsilon_a^2)$$

$$1 + i \left(\frac{\lambda^a}{2} \epsilon_a - \frac{\lambda^{+a}}{2} \epsilon_a \right) + \frac{\lambda^a \lambda^{+a}}{4} \epsilon_a^2 = 1$$

$$1 + i \frac{1}{2} (\lambda^a - \lambda^{+a}) \varepsilon_a + \frac{\lambda^a \lambda^{+a}}{4} \varepsilon_a^2 = 1$$

$$\lambda^a = \lambda^{+a}$$

λ^a matrislər izi sıfır olan, ermit matrislərdi ε_a -çox kiçik olan həqiqi parametrdi

Matrislərdən λ_1, λ_2 və λ_3

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

u və d kvarkı qarışdırır və ayırır, matrislərdən λ_4 və λ_5

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

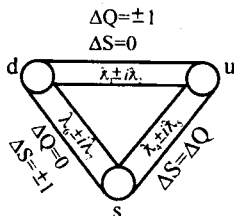
u ilə s -kvarkı qarışdırır. λ_6 və λ_7 -matrisləri

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

isə d -kvarkla s -kvarkı qarışdırır. λ_8 - matrisi isə

$$\lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

s ilə (u, d)-nı ayırır:



λ matrislerinin aşkar şekline göre

$$[\lambda_\alpha \lambda_\beta] = \lambda_\alpha \lambda_\beta - \lambda_\beta \lambda_\alpha = 2if_{\alpha\beta\gamma} \lambda_\gamma$$

$$[\lambda_\alpha \lambda_\beta] = \lambda_\alpha \lambda_\beta + \lambda_\beta \lambda_\alpha = \frac{4}{3} \delta_{\alpha\beta} + 2d_{\alpha\beta\gamma} \lambda_\gamma$$

yazılar. Buradaki $f_{\alpha\beta\gamma}$ ve $d_{\alpha\beta\gamma}$ ifadeler bütün indekslere göre antisimetrik ve simmetrik kuruluş sabitleridi, onların sıfırdan farklı olmaları

$$\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 3 \quad f_{123} = 1; 1,4,7 \quad f_{147} = \frac{1}{2}; 1,5,6, \text{ için } f_{156} = -\frac{1}{2};$$

$$2,4,6, \text{ için } f_{246} = \frac{1}{2}; 2,5,7, \text{ için } f_{257} = \frac{1}{2}; 3,4,5, \text{ için } f_{345} = \frac{1}{2};$$

$$3,6,7, \text{ için } f_{367} = -\frac{1}{2}; 4,5,8, \text{ için } f_{458} = \sqrt{\frac{3}{2}}; 6,7,8, \text{ için } f_{678} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

olur.

α, β, γ	$d_{\alpha, \beta, \gamma}$	α, β, γ	$d_{\alpha, \beta, \gamma}$
118	$1/\sqrt{3}$	355	$1/2$
146	$1/2$	366	$-1/2$
157	$1/2$	377	$-1/2$
228	$1/\sqrt{3}$	448	$-1/2\sqrt{3}$
247	$-1/2$	558	$-1/2\sqrt{3}$
256	$1/2$	668	$-1/2\sqrt{3}$
338	$1/\sqrt{3}$	778	$-1/2\sqrt{3}$
344	$1/2$	888	$-1/\sqrt{3}$

$$Iz(\lambda_\alpha \lambda_\beta) = 2\delta_{\alpha\beta}, \quad Iz \frac{\lambda^\alpha}{2} \frac{\lambda^\beta}{2} \frac{\lambda^\gamma}{2} = \frac{1}{4} f_{\alpha\beta\gamma} + \frac{1}{4} d_{\alpha\beta\gamma}$$

$$Iz(\lambda_\gamma [\lambda_\alpha \lambda_\beta]) = 4if_{\alpha\beta\gamma}$$

$$Iz(\lambda_\gamma [\lambda_\alpha \lambda_\beta]) = 4id_{\alpha\beta\gamma}$$

$$\lambda_{ik}^a \lambda_{kj}^b \lambda_{jn}^b \lambda_{ni}^a = I_Z (\lambda^a \lambda^b \lambda^b \lambda^a) = \frac{16}{3}$$

$$\sum_{a=1}^8 (\lambda^a)^2 = \frac{16}{3} I, \quad \sum_{\alpha\beta\gamma} d_{\alpha\beta\gamma}^2 = \frac{40}{3}, \quad \sum_{\alpha\beta\gamma} f_{\alpha\beta\gamma}^2 = 24$$

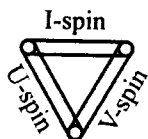
λ matrisləri ilə müxtəlif münasibətlər qurmaq olur.

$\frac{\lambda_1}{2}, \frac{\lambda_2}{2}$ və $\frac{\lambda_3}{2}$ -dən təşkil olunmuş operatorlara I -spin

deyilir, $\frac{\lambda_6}{2}, \frac{\lambda_7}{2}$ və $\left(-\frac{\lambda_3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \lambda_8 \right)$ -dən təşkil olunan operatorlara U -spin adı verilmişdi.

$\frac{\lambda_7}{2}, \frac{\lambda_6}{2}$ və $\frac{1}{2} \left(\frac{\lambda_3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \lambda_8 \right)$ -dən isə alınan operatorlar

V -spin adlanır.



I -spin operatorları $V = \frac{\sqrt{3}}{2} Q_8$ operatorı ilə, U -spin operatorları $Q_3 + \frac{\sqrt{3}}{2} Q_8$ operatorı ilə və V -spin operatorları $Q_3 - \frac{\sqrt{3}}{2} Q_8$ operatorı ilə kommutasiya edirlər.

Burada

$$Q_3 = \int d^3 x q_f^+(x) \frac{\lambda_3}{2} q_f(x)$$

$$Q_8 = \int d^3 x q_f^+(x) \frac{\lambda_8}{2} q_f(x) - \text{dır}$$

Okubo matrisləri

$$A_k^i = B_k^i - \frac{1}{n}(B_1^i + B_2^i + \dots + B_6^i)$$

bu ifadədən təyin olunur və izi

$$\text{Iz}A_k^i = A_1^1 + A_2^2 + \dots + A_6^6 = 0 \text{-di.}$$

$$A_1^1 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, A_1^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, A_1^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_2^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, A_2^2 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, A_2^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_3^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, A_3^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, A_3^3 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

və s.

$$[A_k^i, A_\ell^j] = A_k^i A_\ell^j - A_\ell^j A_k^i = A_k^i (k \neq \ell)$$

$$A = \varepsilon I(3) + \alpha A_1^1 + \beta A_2^2 + j A_3^3 + (\lambda + i\mu) A_1^2 + \\ + (\lambda - i\mu) A_2^1 + (\sigma + i\tau) A_1^3 + (\sigma - i\tau) A_1^3 + \\ + (\sigma - i\tau) A_3^1 + (\eta + i\xi) A_2^3 + (\eta - i\xi) A_2^3$$

$\varepsilon = 0, \alpha + \beta + j = 0, \varepsilon, \alpha, \dots, \eta, \xi$ - həqiqi parametrlərdir

$$\lambda_1 = A_1^2 + A_2^1; \lambda_2 = \frac{1}{i}(A_1^2 - A_2^1); \lambda_3 = A_1^1 - A_2^2$$

$$\lambda_4 = A_1^1 + A_3^1; \lambda_5 = \frac{1}{i}(A_1^3 - A_3^1); \lambda_6 = A_2^3 - A_3^2$$

$$\lambda_7 = \frac{1}{i}(A_2^3 - A_3^2); \lambda_8 = -\sqrt{3}A_3^3 \text{ və s.}$$

ƏLAVƏ B. D ölçülü bazisi inteqrallar

D ölçülü fəzada inteqrallardan

$$\int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{(k^2)^r}{(k^2 - R^2)^m} = i \frac{(-1)^{r-m}}{(16\pi^2)^{D/4}} \times$$

$$\times \frac{r(r+D/2)r(m-r-D/2)}{r(D/2)r(m)(R^2)^{m-r-D/2}}$$

$$\int d^D k \frac{1}{k^2 + i0} = 0 \quad \int d^D k k \delta(1-k) = \frac{2\pi^{D/2}}{\Gamma(D/2)}$$

istifadə olunur.

Simmetrik indekslərə görə olan inteqralları

$$\int d^D k k_\mu k_\nu f(k^2) = \frac{g_{\mu\nu}}{D} \int d^D k k^2 f(k^2)$$

$$\int d^D k k_\mu k_\nu k_\lambda k_\sigma f(k^2) = \frac{g_{\mu\nu} g_{\lambda\sigma} + g_{\mu\nu} g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma} g_{\nu\lambda}}{D^2 + 2D} \times$$

$$\times \int d^D k k^4 f(k^2)$$

$$\int d^D k k_{\mu_1} \dots k_{\mu_n} f(k^2) = 0$$

$\varepsilon \rightarrow 0$ halında

$$\Gamma(1 + \varepsilon) = 1 - \gamma_E \varepsilon + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-\varepsilon)^n}{n!} \xi(n)$$

$$(R^2)^{\varepsilon/2} = 1 + \frac{\varepsilon}{2} \log R^2 + O(\varepsilon^2)$$

Γ -Egler, ξ -Riman funksiyadı $\gamma_i = 0,58$

Feynman parametrləşməsi düsturları aşağıdakı kimidi

$$\frac{1}{A^\alpha B^\beta} = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^1 dx \frac{x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}}{(xA + (1-x)B)^{\alpha+\beta}}$$

$$\frac{1}{A^\alpha B^\beta C^\gamma} = \frac{\Gamma(\alpha + \beta + \gamma)}{\Gamma(\alpha)r(\beta)r(\gamma)} \times$$

$$\times \int_0^1 dx \cdot x \int_0^1 dy \frac{u_1^{\alpha-1} u_2^{\beta-1} u_3^{\gamma-1}}{(Au_1 + Bu_2 + Cu_3)^{\alpha+\beta+\gamma}}$$

$$\frac{1}{A^\alpha B^\beta C^\gamma D^\delta} = \frac{r(\alpha + \beta + \gamma + \delta)}{r(\alpha)r(\beta)r(\gamma)r(\delta)} \times$$

$$\times \int_0^1 dx \cdot x^3 \int_0^1 dy \cdot y \int_0^1 dz \frac{u_1^{\alpha-1} u_2^{\beta-1} u_3^{\gamma-1} u_4^{\delta-1}}{(Au_1 + Bu_2 + Cu_3 + Du_4)^{\alpha+\beta+\gamma+\delta}}$$

$$u_1 = 1 - x, u_2 = xyz, u_3 = x(1 - y), u_4 = xy(1 - z)$$

Ümumi şekilde

$$\frac{1}{A_1 \dots A_n} = (n-1)! \int_0^1 dx_1 \dots \int_0^1 dx_n \delta\left(\sum_{i=1}^n x_i - 1\right) \frac{1}{A_1 x_1 + \dots + A_n x_n^n}$$

yazılar

$$\int_0^1 dx \log(1+x) = 2 \log 2 - 1$$

$$\int_0^1 dx \frac{\log(1+x)}{2} = \frac{\pi^2}{12}$$

$$\int_0^1 dx x^\alpha (1-x)^\beta = \frac{\Gamma(1+\alpha)\Gamma(1+\beta)}{\Gamma(2+\alpha+\beta)}$$

$$\int_0^1 dx x^\alpha \log x = \frac{-1}{(\alpha+1)^2}$$

$$\int_0^1 dx \frac{x^\alpha - 1}{1-x} = \delta_1(\alpha)$$

$$\int_0^1 dx x^\alpha \frac{\log^2 x}{1-x} = 2\xi(3) - 2S_2(\alpha)$$

$$S_\ell(\alpha) = \xi(\ell) - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(k+\alpha)^\ell}$$

$$S_\ell(\alpha) = \psi(\alpha+1) + \gamma_E$$

$$\psi(z) = \frac{d \log r(z)}{dz}$$

ƏLAVƏ C. Gel-Mann və Okubo matrisləri

Gel-Mann matrislərinin münasibəti

$$[\tilde{\lambda}_\alpha, \tilde{\lambda}_\beta] = \tilde{\lambda}_\alpha \tilde{\lambda}_\beta - \tilde{\lambda}_\beta \tilde{\lambda}_\alpha = 2if_{\alpha\beta\gamma} \tilde{\lambda}_\gamma$$

$$\{\tilde{\lambda}_\alpha, \tilde{\lambda}_\beta\} = \tilde{\lambda}_\alpha \tilde{\lambda}_\beta + \tilde{\lambda}_\beta \tilde{\lambda}_\alpha = \frac{4}{3} \delta_{\alpha\beta} + 2d_{\alpha\beta\gamma} \tilde{\lambda}_\gamma$$

$$Iz(\tilde{\lambda}_\gamma [\tilde{\lambda}_\alpha, \tilde{\lambda}_\beta]) = 4i\tilde{\lambda}_{\alpha\beta\gamma}; \quad Iz(\tilde{\lambda}_\gamma \{\tilde{\lambda}_\alpha, \tilde{\lambda}_\beta\}) = 4d_{\alpha\beta\gamma}$$

$$f_{123} = 1, \quad f_{147} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = \frac{1}{2}, \quad f_{156} = f_{367} = -\frac{1}{2},$$

$$f_{458} = f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sum_{\alpha\beta\gamma} f_{\alpha\beta\gamma}^2 = 24, \quad \sum_{\alpha\beta\gamma} d_{\alpha\beta\gamma}^2 = \frac{40}{3}, \quad \sum_{k=1}^8 \tilde{\lambda}_k^2 = \frac{16}{3}$$

$$d_{146} = d_{157} = d_{247} = f_{258} = f_{344} = -d_{356} = d_{377} = \frac{1}{2},$$

$$d_{118} = d_{228} = d_{338} = -d_{288} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad d_{448} = d_{558} = d_{668} = d_{788} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

var.

Okubo matrislərinin münasibətləri.

$$A_1^1 + A_2^2 + \dots + A_6^6 = IzA = 0$$

$$A_k^i = B_k^i - \frac{1}{n} (B_1^1 + \dots + B_6^6)$$

$$[A_i^i A_k^k] = [A_k^i A_m^i] = 0, \quad (i \neq m, i \neq k)$$

$$[A_k^i A_l^i] = A_k^i \quad (l \neq k)$$

$$\lambda_1 = A_1^2 + A_2^1, \lambda_2 = \frac{1}{i}(A_1^2 - A_2^1), \lambda_3 = A_1^1 - A_2^2$$

$$\lambda_4 = A_1^3 + A_3^1, \lambda_5 = \frac{1}{i}(A_1^3 - A_3^1), \lambda_6 = A_2^3 - A_3^2$$

$$\lambda_7 = \frac{1}{i}(A_2^3 - A_3^2), \lambda_8 = -\sqrt{3}A_3^3$$

var.

$$A_1^1 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, A_1^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, A_1^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_2^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, A_2^2 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, A_2^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_3^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, A_3^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, A_3^3 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ v\O s.}$$

$$A_k^i = B_k^i - \frac{1}{n}(B_1^1 + B_2^2 + \dots + B_6^6) =$$

$$\begin{aligned} &= \varepsilon(6)I(6) + \alpha A_1^1 + \beta A_2^2 + \gamma A_3^3 + \delta A_4^4 + \eta A_6^6 + (\lambda_1 \pm i\mu_1)A_{1,2}^{2,1} + \\ &+ (\lambda_2 \pm i\mu_2)A_{1,4}^{4,1} + (\lambda_3 \pm i\mu_3)A_{1,5}^{5,1} + (\lambda_4 \pm i\mu_4)A_{1,6}^{6,1} + \\ &+ (\sigma_1 \pm i\tau_1)A_{1,3}^{3,1} + (\sigma_2 \pm i\tau_2)A_{2,4}^{4,2} + (\sigma_3 \pm i\tau_3)A_{2,5}^{5,2} + \\ &+ (\sigma_4 \pm i\tau_4)A_{2,6}^{6,2} + (\eta_1 \pm i\xi_1)A_{2,3}^{3,2} + (\eta_2 \pm i\xi_2)A_{3,4}^{4,3} + \\ &+ (\eta_3 \pm i\xi_3)A_{3,5}^{5,3} + (\eta_4 \pm i\xi_4)A_{3,6}^{6,3} + (\delta_1 \pm i\theta_1)A_{4,5}^{5,4} + \\ &+ (\delta_2 \pm i\theta_2)A_{4,6}^{6,4} + (\delta_3 \pm i\theta_3)A_{5,6}^{6,5} \end{aligned}$$

$$\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\eta} = A\delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\eta} + B\delta_{\alpha\eta}\delta_{\beta\gamma}$$

$$\lambda_{\alpha\beta}\lambda_{\gamma\eta} = C\delta_{\alpha\eta}\delta_{\beta\gamma} + D\delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\eta}$$

$$3 = 3 \cdot 3A + B \cdot 0$$

$$A = \frac{1}{3}$$

$$4 \cdot 4 = C \cdot 3 \cdot 3 + D \cdot 0$$

$$16 = 9C, C = \frac{16}{9}$$

$$B = \frac{1}{2}, C = -\frac{1}{3}$$

$$A = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{2}, C = \frac{1}{16}, D = -\frac{1}{3}$$

$$IzQ_{hadron} = Iz \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix} = 1.$$

Vahidlər

$$1 \text{ kg} = 5,61 \cdot 10^{26} \text{ Gev}$$

$$1 \text{ m} = 5,07 \cdot 10^{15} \text{ Gev}^{-1}$$

$$1 \text{ san} = 1,52 \cdot 10^{24} \text{ Gev}^{-1}$$

$$10^{12} \text{ ev} = 10^3 \text{ Gev} = 10^6 \text{ mev} = 1 \text{ Tev}$$

$$1 \text{ fermi} = 10^{-13} \text{ sm} = 5,07 \text{ Gev}^{-1}$$

$$10^{-27} \text{ sm}^2 = 10^{-3} \text{ barn} = 1 \text{ millibarn} = 1 \text{ mbarn}$$

$$1 \text{ Gev}^{-2} = 0,389 \text{ mb}$$

QAYNAQLAR

I bölməyə aid:

1. Sadıxov F.S.. Kvant mexanikası kursu, I cild, Bakı, 2002
2. Sadıxov F.S.. Kvant mexanikası (məsələlərdə), Bakı, 1992
3. Faik Sultanmuradoğlu, Coşqun Aydın. Problemlərlə kvantum mexaniği (türkcə). Trabzon, Türkiyə, 1996
4. Ландау Л., Лифшиц Е.. Квантовая механика. Москва, 1968
5. Dirak P.A.. Quantum mechanics, Oxford Universitet, London, 1967

II bölməyə aid:

6. Леонтьевич М.А.. Статистическая физика. Москва-Ленинград, 1944
7. Киттель Ч.. Элементарная статистическая физика. Москва, 1960
8. Киттель Ч. Статистическая термодинамика, Москва, 1977
9. Фейнман Р., Лейтон Р., Сендс М.. Фейнмановские лекции по физике, том 4, Москва, 1968

III bölməyə aid:

10. Ахиезер А.И., Берестецкий В.В. Квантовая электродинамика. Москва, Наука, 1969
11. Боголюбов Н.Н., Ширков Д. Введение в теорию квантованных полей. Госатомиздат. Москва, 1957
12. Feynman F.. Phys. Rev. 76.749, 769, 1949
13. Gell-Mann M., F. Low Phys. Rev. 90, 1300, 1954
14. Dyson F. Phys. Rev. 75, 486, 1949
15. Берестецкий В.В., Померенчук И.Я., ЖЭТФ 29, 864, 1955
16. Керимов Б.К., Садыхов Ф.С., ЖЭТФ, 36, 1324, 1959
17. Керимов Б.К., Садыхов Ф.С., ЖЭТФ, 47, 1463, 1964

IV bölməyə aid:

18. Sadıxov F.S. Kvant mexanikası kursu, II cild, Bakı, 2002
19. Sadıxov F.S., Vəşirov M. Leptonlar və hadronlar (*qısa məlumat*). Bakı, 2001
20. Kokkede J.J. The Quark model, New York, Amsterdam, 1969

21. Желобенко В.П. Компактные группы Ли и их представления. Москва, Наука, 1970, 664с.

V bölməyə aid:

22. Sadıxov F.S. Kvant mexanikası kursu, II cild, Bakı, 2003
23. Ахиезер А.И., Пелеттинский С.В. Поля и фундаментальных взаимодействия. Наукова Думка, Киев, 1986
24. Садыхов Ф.С., Мухтаров А.И., Абдулаев С.К., Тр. По проблемам физики высоких энергий. ИФВЭ, Протвино, 1, 294, 1983
25. Садыхов Ф.С., ОИЯИ, Препринт, Дубна, 34, 1987
26. Sokolov A.A., Kerimov V.K., Muxtarov A.I., Sadıxov F.S., Nuovo Cimento, 1, 13, 1971
27. Sadıxov F.S.. Prob.quantum Th.field. I BINI, Dubna 34, 1987
28. Close F.F., An Introduction to Quarks And Partons, Asademik Press, London, New York, 1971
29. Halzen F., Martin. Quarks And Leptons, Singapore, 1983
30. Yudurian F.J. Quantum chromodynamics, Sprin-Verlag, New York, Berlin, Tokyo, 1983
31. Андреев И.В.. Хромодинамика и жесткие процессы при высоких энергиях, Москва, Наука, 1981
32. Sadıxov F.S., Achmedov A.I. Russian Physics Tournat. V.38, №5, 313, 1995

VI bölməyə aid:

33. Nxionq D., Sadıxov F.S.. Yadernaya fizika. T.2, 940-943, 1965
34. Nxionq D., Sadıxov F.S. Journal of Nuclear Physics, Preprint P-2148, 1965
35. Cambridge University Press, 1983, A.A.Sokolov, İ.M.Ternov, V.Ç.Jurkovskiy, A.V.Borisov. Kalibrovoçniye polya, MDU, 1986
36. Садыхов Ф.С.. Сведения о свойствах тяжелых кварков. Изв. ВУЗов. Физика, 11, стр.86-84, 2005
37. Комминс Ю., Буксбаум Ф. Слабые взаимодействия лептонов и кварков. Пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1987, 440с.

KİTABIN İÇİNDƏKİLƏR

I BÖLÜM. KVANT MEXANİKASI

§I.1.	Hal vektoru və superpozisiya prinsipi.....	5
§I.2.	Dinamik dəyişənlərin təyini. Sıradəyişmə (kommutasiya) münasibətləri.....	10
§I.3.	İmpuls momenti operatoru və onun özəlliyi	14
§I.4.	Enerji operatoru. Şrödinger tənliyi.....	17
§I.5.	Stasionar halın Ştödinger tənliyi	19
§I.6.	Kvant mexanikasının hərəkət tənliyi	21
§I.7.	Elektrik yükünün və maddə miqdarının saxlanması	23
§I.8.	Kvant mexanikasıdan klassik mexanikaya keçid	26
§I.9.	Sistemin halının statistik operatorla (sıxlıq matrisi) xarakterizə olunması	29
§I.10.	Sadə hallarda Şrödinger tənliyinin həlli	33
	§I.10.1. Potensial qutuda hərəkət edən zərrəcik. Tunel effekti	33
	§I.10.2. Rotator üçün Şrödinger tənliyinin həlli	38
	§I.10.3. Xətti harmonik ossilyator.....	40
	§I.10.4. Nüvənin Kulon sahəsində zərrəciyin hərəkəti.....	47
§I.11.	Dirak tənliyi. Spin momenti. Pauli prinsipi	54
§I.15.	Keçid ehtimallarının nəzəriyyəsi	62
§I.16.	İşığın mühitin atomlarından səpilməsi (dispersiya)	68
§I.17.	Helium atomu və onun halları	76
§I.18.	Kimyəvi elementlərin periodik sistemi	84
§I.19.	Xarici maqnit sahəsində zərrəciyin və atomun davranışı. Zeyman effekti.....	86

II BÖLÜM. KVANT STATİSTİKASI və TARAZLIQDA OLMAYAN HADİSƏLƏR

§II.1.	Statistik fizikaya giriş.....	95
§II.2.	Klassik statistik fizikanın əsasları	103
§II.3.	Təsadüfi halların ehtimalı. Maksvell paylanması	106
§II.4.	Paylanma funksiyası ilə statistik ortalamanın hesablanması	109
§II.5.	Statistik fizikanın əsasları	114
§II.6.	Ehtimalın fiziki anlamı	118

§II.7.	Klassik statistikada mikrokanonik paylanma	120
§II.8.	Qazların və bərk cisimlərin istilik tutumu	129
§II.9.	Kvant statistikasının əsası	140
§II.10.	Termodinamik funksiyalar	142
§II.11.	Fermi-Dirak və Boze-Eynşteyn statistikasısı.....	148

II BÖLÜM. SAHƏNİN KVANT NƏZƏRİYYƏSİ

§III.1.	Vakuüm halları və ikinci kvantlanma	159
§III.2.	Sahənin enerji və impuls tenzoru	163
§III.3.	Dirak tənliyi və kompleks spinor sahəsi	173
§III.4.	Dirak matrislərinin cəbri	175
§III.5.	Səpilmə matrisi	178
§III.6.	Səpilmənin matris elementinin qurulması. Feynman diaqramları	183
§III.7.	Keçid ehtimalı və effektiv kəsik	188
§III.8.	Fotonların sərbəst elektronlardan səpilməsi (kompton effekti).....	192
§III.9.	Elektronların nuklonlardan səpilməsi	197
§III.10.	Müyon elektron səpilməsi və elektron cütünün müyon cütünə çevrilməsi	203

IV BÖLÜM. QRUP NƏZƏRİYYƏSİ VƏ ZƏRRƏCİKLƏRİN TƏSNİFATI

§IV.1.	Qrup nəzəriyyəsinin zərrəciklərin təsnifatında rolu.....	207
§IV.2.	Lee qrupu.....	209
§IV.3.	Lee qrupunun təsvirlərinin təyini.....	213
§IV.4.	SU(n) unitar çevirmə qrupu və onun multiplətləri.....	218

V BÖLÜM. KVARK MODELİ VƏ KVANT RƏNGDİNAMİKASI

§V.1.	Kvarklar və kvant ədədləri	224
§V.2.	Handronların kvant tərkibi	228
§V.3.	Güclü qarşılıqlı (nüvə qüvvələri) təsirin rəng yükü	235
§V.4.	Rəngdinamikasında Feynman diaqramları.....	238
§V.5.	Ölçülü düzənləmə üsulu	243
§V.6.	Asimptotik sərbəstlik	247
§V.7.	Green funksiyası və qlüyon sahəsinin düzənləməsi	251
§V.8.	Rəngdinamikası və sərt proseslərdə tədqiqi.....	258

§V.9.	Hadron-hadron toqquşmasında lepton cütünün yaranması	264
§V.10.	$\ell\bar{\ell}$ -anniqilyasiya və kvant rəngdinamikası	268
§V.11.	Kvant ədədlərinin matrislər vasitəsilə təyini.....	272

VI BÖLÜM. ZƏYİF TƏSİRİN YENİ MODELİ

§VI.1.	Zəyif qarşılıqlı təsir və Vaynberq-Salam-Qleşou modeli.....	277
§VI.2.	Zəyif təsirin aralıq bozonla ötürülməsi.....	288
§VI.3.	Simmetriyanın spontan (özbaşına) pozulması və kütlənin yaranması	294

ƏLAVƏLƏR

A.	Dirak Gell-Mann və Okubo matrislərinin təyini və onların özəllikləri.....	303
B.	D ölçülü bazisi inteqrallar	309
C.	Gel-Mann və Okubo matrisləri	311
	Qaynaqlar	315

NƏŞRİYYATIN DİREKTORU: ŞÖHRƏT SƏLİMBƏYLİ
TEXNİKİ REDAKTOR: SEVİNC MİRCƏLALQIZI

Faiq Sadıxov (Mutlutürk)

(Faiq Sultanmurad oğlu Sadıxov)

**KVANT VƏ YÜKSƏK ENERJİLƏR
FİZİKASININ ƏSASLARI.**

(Azərbaycan dilində)

Formatı: 60x84 1/16 **Tirajı:** 500 ədəd.

Həcmi: 20 çap vərəqi.

Qiyməti: müqavilə ilə

«EUROPE» PUBLISHING HOUSE

BAKU-2006

İDENTİFİKASIYA KODU: 3208933

Tel:434-30-09

Hazır diopozitivlərdən ofset üsulu ilə çap edilmişdir.