

**AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL
NAZIRLIYI
SUMQAYIT DÖVLƏT UNIVERSİTETİ**

F.H. ƏLƏKBƏRLİ, Ə.H. NAĞIYEV

**RƏQƏMSAL İDARƏETMƏ SİSTEMLƏRİ
(Dərs vəsaiti)**

Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirinin
13.06.2011-ci il tarixli 1073 sayılı əmri ilə
təsdiq edilmişdir.

Sumqayıt - 2011

Fazil Həzin oğlu Ələkbərli,
Əli Həsən oğlu Nağıyev

“Rəqəmsal idarəetmə sistemləri”
(dərs vəsaiti)

Rəy verənlər: professor N.M.Kazımov (SDU)
professor M.A.Əhmədov (SDU)
professor S.M. Cəfərov (AzDNA)
professor Q.Ə. Rüstəmov (AZTU)

Elmi redaktor: dosent M.İ. Seyidov (AzDNA)

Dərs vəsaitində hazırda fasiləsiz texnoloji proseslərin idarəedilməsində geniş tətbiq edilən rəqəmsal tənzimləmə sistemlərinin nəzəri və praktik məsələlərinə baxılır. Dərs vəsaiti 050628 – “Proseslərin avtomatlaşdırılması mühəndisliyi” ixtisasının tələbələri üçün nəzərdə tutulmuşdur. Vəsaitdən digər ixtisasların tələbələri, magistrantlar, doktorantlar da istifadə edə bilirlər.

MÜNDƏRİCAT

	Səh.
GİRİŞ.....	6
FƏSİL 1. RƏQƏMSAL İDARƏETMƏ SİSTEM- LƏRİNİN RİYAZİ TƏSVİRİ.....	7
1.1. Rəqəmsal idarəetmə sistemləri haqqında məlumat.....	7
1.2. Kvantlamanın növləri.....	10
1.3. Diskret funksiyanın riyazi təsviri.....	14
1.4. Diferensial tənliklərin fərq tənliklərilə aproksimasiyası.....	17
1.5. Sol və sağ fərqlərlə aproksimasiya.....	19
1.6. Çəpər (iynəvari) funksiyaları.....	20
1.7. Diskret Laplas təsviri (çevirməsi).....	21
1.8. Diskretləşdirmə intervalının seçilməsi (Kotelnikov-Şennon teoremi).....	22
1.9. Rəqəm-analoq çeviricilər (Sıfır tərtibli qeydedici və ya ekstrapolyator).....	24
1.10. Z-çevirmə və onun xassələri.....	26
1.11. Diskret ötürmə funksiyası.....	29
1.12. Diskret ötürmə funksiyasının xassələri....	31
1.13. RİS-in ötürmə funksiyasının təyini.....	33
FƏSİL 2. RƏQƏMSAL İDARƏETMƏ SİSTEM- LƏRİNİN DAYANIQLIĞI	36
2.1. Dayanıqlığın xarakteristik tənliyin köklərinə görə tədqiqi.....	36
2.2. Dayanıqlığın dolayı tədqiqat üsulları.....	39
2.2.1. RİS-nin dayanıqlığının tədqiqində qeyri- xətti (Myöbius çevirməsi) çevirmədən	

istifadə edilməsi.....	39
2.2.1.1. RİS-in dayanıqlığının Raus kriterisi ilə tədqiqi.....	41
2.2.1.2. RİS-in dayanıqlığının Hurvis kriterisi ilə tədqiqi.....	42
2.2.1.3. Qeyri-xətti çevirməyə Mixaylov kriterisinin tətbiqi.....	44
2.2.1.4. Qeyri-xətti çevirməyə Naykvist kriterisinin tətbiqi.....	45
2.3. Dayanıqlığın bilavasitə təciqat üsulları.....	48
2.3.1. Cəbri dayanıqlıq kriteriləri.....	48
2.3.1.1. Şur-Kon dayanıqlıq kriterisi.....	48
2.3.1.2. Cüri dayanıqlıq kriterisi.....	50
2.3.2. Argument prinsipinə əsaslanan kriterilər..	52
2.3.2.1. z -operatoruna görə argument prinsipi ..	52
2.3.2.2. Mixaylov kriterisinin bilavasitə tətbiqi..	56
2.3.2.3. Naykvist kriterisinin bilavasitə tətbiqi...	59
FƏSİL 3. RİS-in KEYFİYYƏTİNİN TƏDQIQI.....	65
3.1. Tərs diskret Laplas çevirməsindən istifadə etməklə keçid prosesinin qurulması.....	65
3.2. Fərq tənliyi vasitəsilə keçid prosesinin qurulması.....	68
3.3. Kəsrin sürətini məxrəcinə bölməklə keçid prosesinin qurulması.....	69
3.4. MATLAB vasitəsilə keçid proseslərinin qurulması.....	70
FƏSİL 4. RİS- in SİNTEZİ.....	73
4.1. Standart tənzimləyicilərin sintezi.....	74
4.1.1. Standart tənzimləyicilər haqqında	

məlumat.....	74
4.1.2. Rəqəmsal tənzimləyicilərin sintezi.....	77
4.2. Kombinə edilmiş RİS-in sintezi.....	79
4.3 Stoxastik tənzimləmə sistemlərinin sintezi....	84
4.3.1. Stoxastik tənzimləmə obyektinin modeli...	84
4.3.2. Stoxastik tənzimləyicinin sintezi.....	85
FƏSİL5. İDARƏETMƏ OBYEKTİNİN	
İDENTİFİKASIYASI.....	90
5.1. Obyektin fasiləsiz ötürmə funksiyalarına görə	
diskret ötürmə funksiyalarının alınması.....	90
5.1.1.Fərq tənliklərindən istifadə etməklə diskret	
ötürmə funksiyasının təyini.....	90
5.1.2.Girişinə ekstropolyator qoşulmuş obyektin	
diskret ötürmə funksiyasının təyini.....	93
5.1.3. Diskret ötürmə funksiyasının z - çevirmə	
ilə təyini.....	96
5.2. Diskret ötürmə funksiyalarının bilavasitə	
identifikasiyası.....	97
5.2.1. DÖF-nin identifikasiyasının ümumi	
sxemi.....	98
5.2.2. Məlumatın süzgəclənməsi.....	99
5.2.3. Ən kiçik kvadratlar üsulu.....	101
5.2.4. Rekurrent ən kiçik kvadratlar üsulu.....	105
5.2.5. Rekursiv süzgəcləmə və Ümumiləşmiş	
ən kiçik kvadratlar üsulları.....	109
Ədəbiyyat.....	112
Əlavələr.....	113

GİRİŞ

Kompüter texnikasının, o cümlədən programlaşdırılan kontrollerlərin və onların bazasında yaradılan paylanmış idarəetmə sistemləri müxəlif idarəetmə məsələlərinin həllində istifadə edilir. Belə məsələlərdən biri də avtomatik tənzimləməni həyata keçirən Rəqəmsal idarəetmədir. Rəqəmsal idarəetmə sistemləri hazırda müasir texnoloji proseslər və istehsalda geniş tətbiq edilir. Məsələnin aktuallığı və zəruriliyini nəzərə alaraq Sumqayıt Dövlət Universitetində “Proseslərin avtomatlaşdırılması mühəndisliyi” ixtisasının tədris planına “Rəqəmsal idarəetmə sistemləri” seçmə fənn kimi daxil edilmişdir.

Bu sistemlərin nəzəri əsasları kifayət qədər işlənmiş və müxtəlif dillərdə nəşr edilmişdir. Avtomatik idarəetmə və tənzimləmə nəzəriyyəsinə dair azərbaycan dilində nəşr edilmiş dərsliklərdə bu mövzuya toxunulmamış və ya qismən əhatə edilmişdir.

Deyilənləri nəzərə alaraq dərs vsaiti hazırlanmışdır. Praktiki olaraq vəsaitdə verilən mövzular misallarla təchiz edilmişdir ki, bu da onların mənimsənilməsini asanlaşdırır.

Vəsaitdən digər ixtisasların tələbələri, magistrantlar və elmi işçilər də istifadə edə bilərlər.

Müəlliflər dəyərli məsləhətlərinə və təkliflərinə görə rəyçilərə - prof. N.M.Kazımova, prof. M.A.Əhmədova, prof. S.M.Cəfərova, prof. Q.Ə.Rüstəмова, elmi redaktor dosent M.İ.Seyidova təşəkkür və minnətdarlıqlarını bildirirlər.

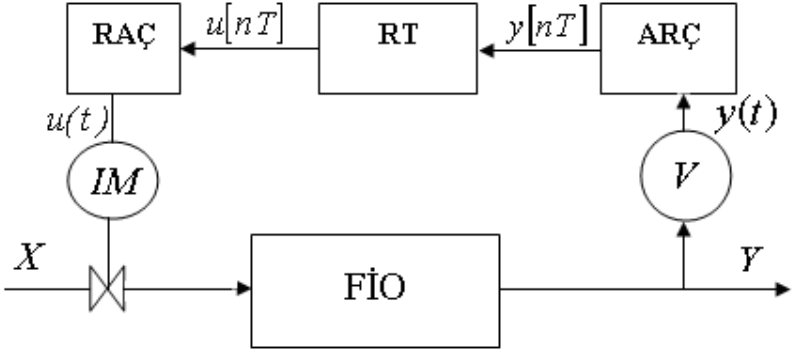
FƏSİL 1. RƏQƏMSAL İDARƏETMƏ SİSTEMLƏRİNİN RİYAZI TƏSVİRİ

1.1. Rəqəmsal idarəetmə sistemləri haqqında məlumat

Hesablama texnikası digər sahələrdə olduğu kimi texnoloji proseslərin idarə edilməsi və tənzimlənməsində də tətbiq edilir. Texnoloji proseslərin birbaşa rəqəm tənzimlənməsində (BRT) hesablama maşınları keçən əsrin 60-cı illərindən başlayaraq tətbiq edilmişdir. Keçmiş SSRİ-də ilk belə nümunə Ukrayna Kibernetika İnstitutu tərəfindən yaradılmış “Operator” adlı xüsusi-ləşdirilmiş maşın olmuşdur. SSRİ-in ümumi təyinatlı idarəedici hesablayıcı maşını UM1 60-cı, ACBT-M6000, ACBT-M7000, CM-1, CM-2 kimi mini-EHM-lər 70-ci, mikro –EHM-lər (elektronika-60) 80-ci illərdə yaradılmış, daha sonra isə müxtəlif tipli kontrollerlər və onların bazalarında paylanmış idarəetmə sistemləri meydana gəlmişdir.

Tənzim dövrəsində heç olmazsa bir ədəd rəqəmsal element olarsa, belə tənzimləmə sistemi rəqəmsal adlanır. Adətən rəqəmsal element kimi tənzimləyicilər götürülür. Lakin xüsusi hallarda verici, ötürücü və ya icra orqanı da rəqəmsal ola bilər. Qeyd edək ki, rəqəmsal idarəetmə sistemləri fasiləsiz proseslərə, obyektlərə tətbiq edilir. Diskret təsirli obyektləri idarə etmək üçün məntiqli idarəetmə sistemləri tətbiq edilir.

BRT sisteminin ümumi quruluşu şəkil 1-dəki kimi göstərilə bilər.



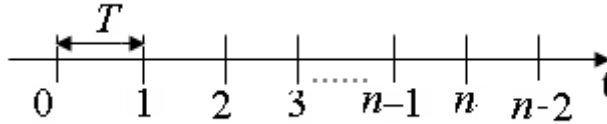
Şəkil 1. BRT sisteminin ümumi quruluşu

Şəkildə: FİO - fasiləsiz idarəetmə obyektı; V - vericilər; İM-icra mexanizmləri;RT - rəqəmsal tənzimləyici;ARÇ-analoq rəqəm çeviricisi; RAÇ-rəqəm analoq çeviricisi.

BRT sistemlərində T zaman intervalı ilə ARÇ vericidən daxil olan $y(t)$ analoq siqnalını $y[nT]$ ədədi kəmiyyətə çevirir. RT-ci həmin ədədi tənzimlənən kəmiyyətin cari qiyməti kimi qəbul edərək onun üzərində lazım olan hesabatlara apararaq ədəd şəklində $u[nT]$ tənzimləyici təsiri yaradır.

RAÇ rəqəm şəklində olan $u[nT]$ tənzimləyici təsiri $u(t)$ analoq siqnala çevirir və icra mexanizminə verir. Göründüyü kimi rəqəmsal tənzimləmə sistemi (RTS) fasiləsiz zamanın diskret anlarında işləyir. Belə diskret zaman anları ardıcılığına diskret zaman deyilir (Şəkil 2). İki qonşu zaman anı arasındakı vaxt (T) kvantlama və ya diskretləşdirmə intervalı adlanır. T

müddəti obyekt və ya ona təsir edən siqnalların xarakterindən (dəyişmə tezliyindən) asılı olaraq Kotelnikov-Şennon teoreminə əsasən seçilir.



Şəkil 2. Diskret zaman

Rəqəmsal idarəetmə sistenlərin üstünlükləri aşağıdakılardır:

- istənilən mürəkkəb idarəetmə alqoritmlərinin proqramlaşdırma yolu ilə çox asan realizasiya edilməsi;
- bir qurğu vasitəsilə bir neçə kəmiyyətin tənzimlənməsi;
- hesablama sürəti çox yüksək olduğundan tənzimləyici təsirlərin daha tez təyin olunması;
- ikilik siqnalların xarici maneələrə qarşı dayanıqlığı yüksək olduğu üçün alınan nəticələrin daha etibarlı və daha dəqiq olması;
- məlumatın arxivləşdirilməsi imkanlarının olması;
- rəqəmsal qurğuların həndəsi ölçülərinin və enerji sərfiyyatının az olması;
- elementlərin texniki xarakteristikalarının uzun müddət sabit qalması və fiziki vəziyyətinin diaqnostika imkanlarının olması.

Bu sistemlərin əsas mənfi cəhəti isə fasiləsiz siqnalların zamana və səviyyəyə görə kvantlanmasından alınan xətalardır.

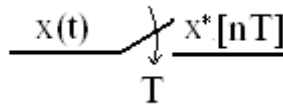
Bu xətaları azaltmaq üçün kvantlama intervalı (T) mümkün qədər kiçik və səviyyəyə görə kvantlayıcının 2-lik mərtəbələrinin sayı çox götürülür.

1.2. Kvantlamanın növləri

Rəqəmsal idarəetmə sistemlərinin quruluşundan görüldüyü kimi fasiləsiz siqnal diskretləşdirilərək rəqəmsal tənzimləyiciyə verilir. Fasiləsiz siqnalın diskretləşdirilməsinə kvantlama deyilir. Kvantlama 3 növ olur: zamana görə; səviyyəyə görə; zamana və səviyyəyə görə .

Zamana görə kvantlamada alınan diskret siqnal impulslar ardıcılığından ibarət olub, hər impulsun hündürlüyü fasiləsiz siqnalın kvantlama anındakı amplituduna bərabər olur.

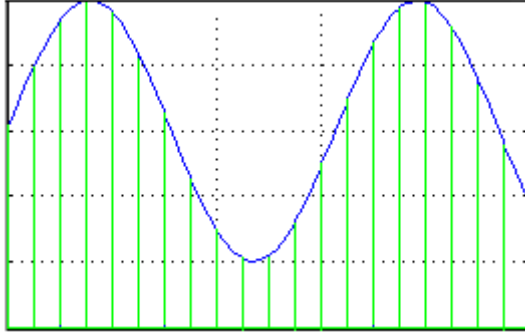
Zamana görə kvantlayıcı element kimi adi açar istifadə edilir (Şəkil 3). Şəkildə: $x(t)$ - fasiləsiz siqnal, $x^*[nT]$ - impulslar ardıcılığıdır.



Şəkil 3. Zamana görə kvantlayıcı

Şəkil 4 – də fasiləsiz sinusoidal siqnal və onun zamana görə kvantlanması nəticəsində alınan impulslar verilmişdir.

Səviyyəyə görə kvantlamada bərabər addımlı

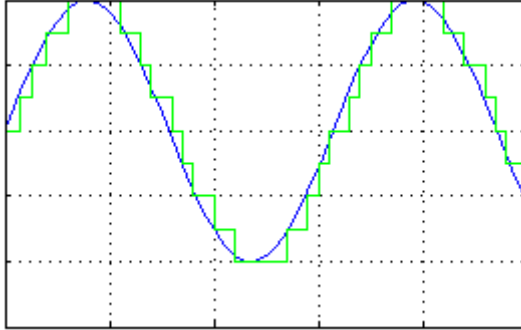


Şəkil 4. Zamana görə kvantlanması

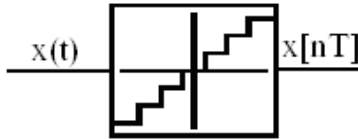
səviyyələr götürülür və fasiləsiz siqnalın cari qiyməti iki qonşu səviyyə arasında olduqda həmin səviyyələrdən birinin qiyməti verilir. Şəkil 5-də fasiləsiz siqnalın səviyyəyə görə kvantlanmasının həndəsi təsviri göstərilmişdir. Hamar xətlə fasiləsiz siqnalın özü, pilləvari xətlə isə həmin siqnalın səviyyəyə görə kvantlanması verilmişdir. Göründüyü kimi səviyyəyə görə kvantlanmanın nəticəsi zamana görə fasiləsiz siqnaldır. Səviyyəyə görə kvantlayıcı elementin şərti işarəsi şəkil 6-dakı kimi göstərilir: $x(t)$ - fasiləsiz siqnal, $x[nT]$ - fasiləsiz siqnalın cari qiymətinə uyğun ədəddir.

Səviyyəyə görə kvantlayıcı element kimi ARÇ istifadə edilir. ARÇ-lər çevirməni yalnız prosessordan siqnal aldıqda yerinə yetirirlər, yəni onlar fasiləsiz olaraq çevirmə aparmırlar. Ona görə də əslində ARÇ-dən alınan məlumat fasiləsiz siqnalın zamana və səviyyəyə görə kvantlanmasıdır.

Zamana və səviyyəyə görə kvantlanmada



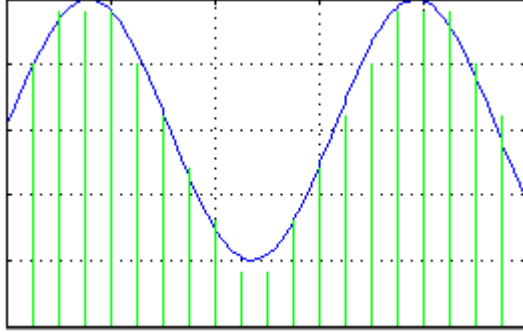
Şəkil 5. Səviyyəyə görə kvantlama



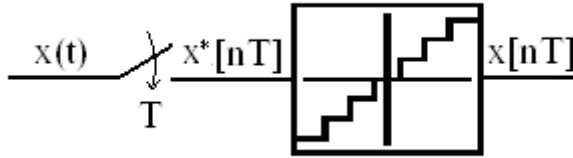
Şəkil 6. Səviyyəyə görə kvantlayıcı

kvantlanma anlarında fasiləsiz siqnalın qiyməti səviyyəyə görə yuvarlaqlaşdırılır və impulsar ardıcılığı, daha doğrusu, impulsların hündürlüyünə mütənasib ədədlər ardıcılığı alınır. Şəkil 7-də zamana və səviyyəyə görə kvantlanmanın həndəsi təsviri göstərilmişdir.

Zamana və səviyyəyə görə kvantlayıcı elementi şərti olaraq zamana görə və səviyyəyə görə kvantlayıcı elementlərin ardıcılığı kimi göstərmək olar (Şəkil 8). $x(t)$ - fasiləsiz siqnal, $x^*[nT]$ - impulsar ardıcılığı, $x[nT]$ - ədədlərdir.



Şəkil 7. Zamana və səviyyəyə görə kvantlama



Şəkil 8. Zamana və səviyyəyə görə kvantlayıcı

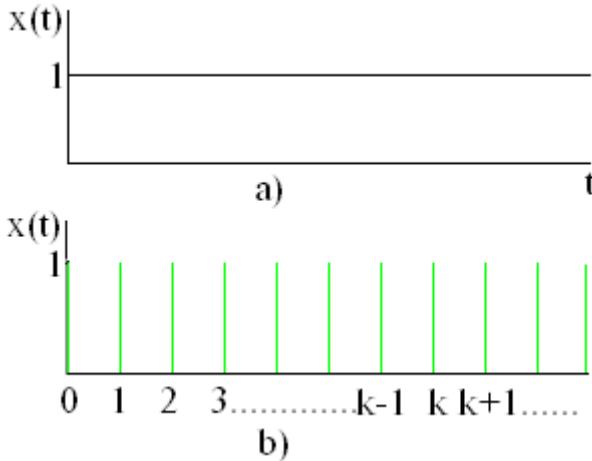
Bundan sonra fasiləsiz siqnalın yalnız zamana və səviyyəyə görə kvantlanması nəzərdə tutulur.

Zamana və səviyyəyə görə kvantlanma ümumi sistemə qeyri-xəttilik verir və bu rəqəmsal tənzimləmə sistemlərinin əsas mənfi cəhəti hesab olunur. Səviyyəyə görə kvantlanma xətasını azaltmaq üçün ARÇ-nin 2-lik mərtəbələrinin sayı çoxaldılır. Müasir ARÇ-ləri 2-lik mərtəbələri 10 - 12 bit həddində olur və buradan yaranan xəta nəzərə alınmır.

1.3. Diskret funksiyanın riyazi təsviri

Zamandan asılı fasiləsiz siqnallar diferensial tənliklə, diskret siqnallar isə fərq tənliklərilə yazılır. Bir neçə funksiyanın fasiləsiz və diskret yazılma nümunələrinə baxaq:

1. Vahid təkən siqnalının fasiləsiz və diskret həndəsi təsvirləri uyğun olaraq şəkil 9 a) və b)–də verilmişdir.



Şəkil 9. Vahid təkən siqnalının fasiləsiz və diskret təsviri

Həmin siqnal fasiləsiz zaman funksiyası kimi

$$x(t) = \begin{cases} 1(t), & t \geq 0 \text{ olduqda} \\ 0, & t < 0 \text{ olduqda} \end{cases}$$

və diskret zaman funksiyası kimi

$$x(t) = \begin{cases} 1, & t = kT \text{ olduqda, } k = 0, 1, 2, \dots \\ x(t) = 0, & kT < t < (k+1)T \text{ olduqda} \end{cases}$$

şəklində yazılır.

2. $y = \int_0^t x(t) dt$ funksiyasının fasiləsiz və diskret həndəsi təsvirləri uyğun olaraq şəkil 10 a) və b)-də verilmişdir. Məlum olduğu kimi $y = \int_0^t x(t) dt$ funksiyası şəkil 10a ştriklənmiş sahənin ifadəsidir. Həmin sahə düzbucaqlılar üsulu ilə T intervalı ilə diskret olaraq $y(t) = \sum_{v=0}^{k-1} Tx(kT)$ ifadəsilə hesablanır.

Beləliklə,

$$y(t) = \int_0^t x(t) dt \quad (1.1)$$

funksiyasının diskret təsviri

$$y(t) = \sum_{v=0}^{k-1} Tx(kT) \quad (1.2)$$

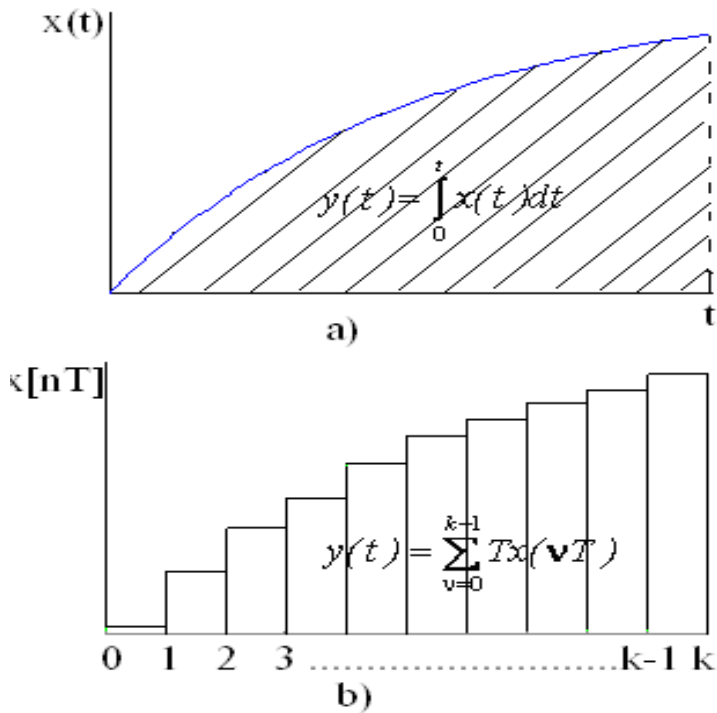
şəklindədir. Adətən funksiyaları diskret zamanda fərq tənlikləri ilə yazırlar. (1.1) ifadəsinə uyğun fərq tənliyini almaq məqsədilə (1.2) ifadəsini $t = kT$ və $t = (k-1)T$ anları üçün yazaq:

$$y[kT] = \sum_{v=0}^k Tx[vT], \quad (1.3)$$

$$y[(k-1)T] = \sum_{v=0}^{k-1} Tx[vT]. \quad (1.4)$$

Bu ifadələri tərəf – tərəfə çıxaraq

$$y[kT] - y[(k-1)T] = \sum_{v=0}^k Tx[vT] - \sum_{v=0}^{k-1} Tx[vT] = Tx[kT]$$



Şəkil 10. Sahənin fasiləsiz və diskret hesablanması

və ya

$$y[kT] - y[(k-1)T] = Tx[kT] \quad (1.5)$$

fərq tənliyi alınır. Fərq tənlikləri üç üsulla alınır:

- iki ardıcıl nöqtədə siqnalın qiymətlərinin çıxılması ilə (yuxarıda baxılan kimi);
- sonlu fərqlərdən istifadə etməklə diferensial tənliyin fərq tənliyi ilə aproksimasiyası ilə;
- çəpər (iynəvari) funksiyalarından istifadə etməklə.

1.4. Diferensial tənliklərin fərq tənliklərilə aproksimasiyası

Bu üsuldan diskretləşdirmə intervalı kiçik olduqda istifadə edilir. Üsulun mahiyyəti diferensial tənlikdə dəyişənin özünü və bütün tərtib törəmələrini uyğun diskret qiymət və sonlu fərqlərlə əvəz etməkdən ibarətdir. Fərz edək ki, diferensial tənlik

$$a_m y^{(m)}(t) + a_{m-1} y^{(m-1)} + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = 0 \quad (1.6)$$

şəklindədir. Tənlikdə $y(t)$, $y'(t)$, $y''(t)$, ... kəmiyyətləri

$$y(t) = y[nT];$$

$$y'(t) = \frac{y[nT] - y[(n-1)T]}{T} = \Delta y[nT];$$

$$\begin{aligned} y''(t) &= \frac{\Delta y[nT] - \Delta y[(n-1)T]}{T} = \\ &= \frac{y[nT] - 2y[(n-1)T] + y[(n-2)T]}{T^2} = \Delta^2 y[nT]; \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} y'''(t) &= \frac{\Delta^2 y[nT] - \Delta^2 y[(n-1)T]}{T} = \\ &= \frac{y[nT] - 3y[(n-1)T] + 3y[(n-2)T] - y[(n-3)T]}{T^3} = \Delta^3 y[nT]; \end{aligned}$$

kimi əvəz edilir.

Alınmış ifadə T^m -ə vurularaq kəsrdən qurtarıldıqdan sonra $[nT]$, $[(n-1)T]$, $[(n-2)T]$, ... və s. arqumentlərə

görə qruplaşdırıldıqdan sonra $y[nT]$ -nin əmsalına bölünərək

$$y[nT] + A_1 y[(n-1)T] + \dots + A_m y[(n-m)T] = 0 \quad (1.8)$$

fərq tənliyi alınır.

Misal 1.1. $T=2$ diskretləşdirmə intervalı ilə

$$5y''(t) + 4y'(t) + 2y(t) = 0$$

Diferensial tənliyindən uyğun fərq tənliyinə keçək. Bunun üçün

$$y(t) = y[nT];$$

$$y'(t) = \frac{y[nT] - y[(n-1)T]}{T};$$

$$y''(t) = \frac{y[nT] - 2y[(n-1)T] + y[(n-2)T]}{T^2}$$

əvəzləmələri edib

$$5 \frac{y[nT] - 2y[(n-1)T] + y[(n-2)T]}{2^2} + 4 \frac{y[nT] - y[(n-1)T]}{2} + 2y[nT] = 0$$

tənliyin hər tərəfini 4-ə vurub

$$5(y[nT] - 2y[(n-1)T] + y[(n-2)T]) + 8(y[nT] - y[(n-1)T]) + 8y[nT] = 0$$

sol tərəfi $[nT]$, $[(n-1)T]$, $[(n-2)T]$ arqumentlərinə görə qruplaşdırıb

$$21y[nT] - 18y[(n-1)T] + 5y[(n-2)T] = 0$$

və 21-ə bölərək

$$y[nT] - 85.71y[(n-1)T] + 0.238y[(n-2)T] = 0$$

fərq tənliyini alırıq.

1.5. Sol və sağ fərqlərlə aproksimasiya

Sola aproksimasiya zamanı sonlu fərqlər keçmiş qiymətlərdən, sağa aproksimasiya zamanı isə gələcək qiymətlərdən istifadə edilərək yazılır.

Cədvəl 1-də $x(t)$ fasiləsiz kəmiyyətin törəmələrinin sol və sağ fərq ifadələri verilmişdir.

Cədvəl 1

Fasiləsiz	Sol fərq	Sağ fərq
$x'(t)$	$\frac{x[nT] - x[(n-1)T]}{T}$	$\frac{x[(n+1)T] - x[nT]}{T}$
$x''(t)$	$\frac{x[nT] - 2x[(n-1)T] + x[(n-2)T]}{T^2}$	$\frac{x[(n+2)T] - 2x[(n+1)T] + x[nT]}{T^2}$
\vdots	\vdots	\vdots

Diferensial tənlikdə törəmələr sol fərqlərlə əvəz edilərsə alınmış fərq tənliyi sol, sağ fərqlərlə əvəz edilərsə onda sağ fərq tənliyi adlanır. Verilmiş

$$a_2 x''(t) + a_1 x'(t) + a_0 x(t) = 0$$

diferensial tənliyinə uyğun sol fərq tənliyi

$$x[nT] + A_1 x[(n-1)T] + A_2 x[(n-2)T] = 0,$$

$$A_1 = \frac{-2a_2 - a_1 T}{a_2 + a_1 T + a_0 T^2}; \quad A_2 = \frac{a_2}{a_2 + a_1 T + a_0 T^2};$$

sağ fərq tənliyi isə

$$x[(n+2)T] + B_1 x[(n+1)T] + B_2 x[nT] = 0,$$

$$B_1 = \frac{-2a_2 + a_1T}{a_2}; \quad B_2 = \frac{a_2 - a_1T + a_0T^2}{a_2}$$

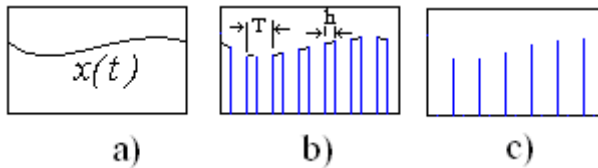
şəklindədir.

Real sistemlər sol fərq tənlikləri ilə işləyir. Lakin, riyazi olaraq hər iki yazılış formasından istifadə edilir.

1.6. Çəpər (iynəvari) funksiyaları

Diskret funksiyaların təsvir edilməsinin effektiv vasitəsi çəpər funksiyasıdır. Bu üsul real (müəyyən eni olan) impulsların (Şəkil 11b) ideal (eni olmayan) impulslarla (Şəkil 11c) əvəz edilməsindən ibarətdir.

Fasiləsiz $x(t)$ (Şəkil 11a) siqnalını bərabər T intervalı ilə davam etmə müddəti $h \ll T$ olan açarla diskretləşdirilərək eni h , hündürlüyü isə $x(t)$ siqnalının açarın qapanma müddətindəki qiymətinə bərabər impulslarla əvəz edir (Şəkil 11b). Həmin impulsları $x^*(t)$ ilə işarə etsək və impulsların effektiv gücünü nəzərə alaraq



Şəkil 11. Fasiləsiz, impuls və çəpər funksiyaları

$$x^*(t) = \frac{h}{T} \sum_{i=0}^{\infty} x(iT) \delta(t-iT) \quad (1.9)$$

ifadəsini yaza bilərik.

Göründüyü kimi $x^*(t)$ siqnalının gücü $x(t)$ siqnalının diskretləşdirmə (açarın qoşulma) müddətindəki hündürlüyündən, enindən (h) və impulsar arası intervaldan (T) asılıdır. Lakin, (1.9) ifadəsi riyazi baxımdan çətin olduğu üçün RİS-də onlar ideallaşdırılır, yəni şərti olaraq $T=1$ götürülür və həmin sistemdə impuls haqqında məlumat anı götürülərək bütün T müddəti ərzində ondan istifadə edildiyi üçün h kəmiyyətinin qiyməti də vahid götürülür və bu halda (1.9) ifadəsi

$$x^*(t) = \sum_{i=0}^{\infty} x(iT) \delta(t-iT) \quad (1.10)$$

şəklini alır və çəpər funksiyası adlanır.

1.7. Diskret Laplas təsviri (çevirməsi)

Məlum olduğu kimi adi Laplas çevirməsində $x(t)$ funksiyasının təsviri

$$X(s) = L(x(t)) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt$$

kimi təyin edilir. Fərz edək ki,

$$x(t) = \delta(t) = \begin{cases} \infty, & t=0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases},$$

onda

$$L(x(t)) = L(\delta(t)) = \int_0^{\infty} \delta(t) e^{-st} dt = 1.$$

İndi isə $\delta(t-nT)$ impuls funksiyasına baxaq: nT - impulsun gecikməsi olduğu üçün

$$L(\delta(t-nT)) = e^{-nTs} \quad (1.11)$$

və bu münasibət nəzərə alınmaqla (1.10) ifadəsi

$$L(x^*(t)) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \cdot e^{-nTs} \quad (1.12)$$

şəklini alır və diskret Laplas təsviri adlanır. Göründüyü kimi diskret Laplas təsviri adi Laplas təsvirinin diskret funksiyaya tətbiqindən ibarətdir.

Diskret funksiyanın Laplas təsviri $\omega = 2\pi/T$ təkrarlanma tezliyinə malik periodik funksiyadır.

1.8. Diskretləşdirmə intervalının seçilməsi (Kotelnikov-Şennon teoremi)

Rəqəmsal idarəetmə sistemlərində diskretləşdirmə intervalının (T) seçilməsinin böyük əhəmiyyəti vardır. Diskretləşdirmə intervalının qiyməti lazım olduğundan kiçik seçildikdə idarəetmə sisteminin keyfiyyətinə xələl gətirmir, lakin, izafi hesabatlara səbəb olur. Bu kəmiyyətin qiymətinin lazım olduğundan böyük seçilməsi isə məlumat itkisinə və nəticədə sistemin pisləşməsinə səbəb olur. Diskretləşdirmə intervalının qiyməti elə seçilməlidir ki, diskretləşdirilən fasiləsiz signal onu əvəz edən impulslar ardıcılığından bərpa edilə bilsin. Bunun üçün Kotelnikov-Şennon teoremindən istifadə edilir.

Fərz edək ki, diskretləşdirilən siqnalın maksimum dəyişmə tezliyi ω_{max} , diskretləşdirmə tezliyi isə ω - dır. Onda diskretləşdimə tezliyi

$$\omega \geq 2\omega_{max}; \quad (1.13)$$

$$\omega = 2\pi/T$$

və ya diskretləşdirmə intervalı

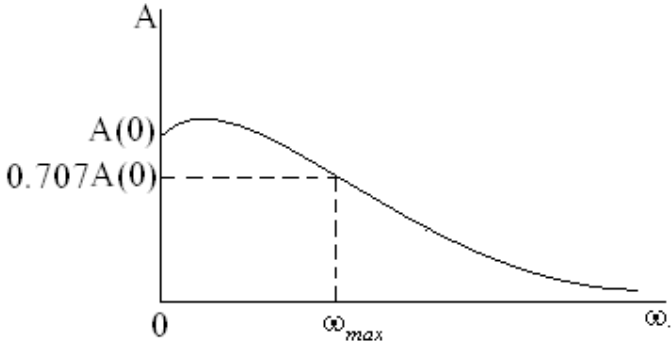
$$T \leq \pi/\omega_{max} \quad (1.14)$$

şərtlərindən təyin edilir.

Qeyd etmək lazımdır ki, bu şərtlərdən rəqəmsal idarəetmə sistemlərində ölçülən siqnallar haqqında məlumat olduqda istifadə edilir və beləliklə, RİS-in işləmə tezliyi müəyyən edilir. Oxşar məsələ fasiləsiz ötürmə funksiyalarından diskret ötürmə funksiyalarına keçdikdə də qarşıya çıxır və bu zaman siqnallar haqqında heç bir məlumat olmur. Bu halda fasiləsiz ötürmə funksiyasının parametrlərindən istifadə edilir. Məlumdur ki, fasiləsiz ötürmə funksiyasının parametrləri ifadə etdikləri obyekt haqqında lazım olan bütün məlumatı, o cümlədən, onun tezlik xarakteristikaları haqqında məlumatı daşıyır. Hər bir manqa və ya sistemin amplitud-tezlik xarakteristikasına görə onun buraxma zolağı, yəni həmin manqa və ya sistemin buraxa bildiyi siqnalın aşağı və yuxarı tezlikləri müəyyən edilir:

- buraxma zolağının aşağı tezliyi $\omega_{min} = 0$;

- buraxma zolağının yuxarı tezliyi ω_{max} həqiqi tezlik xarakteristikasının $0.707A(0)$ bərabər nöqtəsinin absisidir (Şəkil 12).



Şəkil 12. Buraxma zolağının təyini

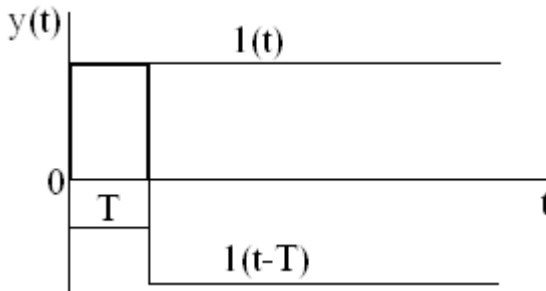
Burada $A(0)$ tezliyin $\omega = 0$ -da amplitud-tezlik xarakteristikasının qiymətidir. Beləliklə, verilmiş manqa və ya sistemin fasiləsiz ötürmə funksiyasından diskret ötürmə funksiyasına keçdikdə əvvəlcə onun amplitud-tezlik xarakteristikasını quraraq oradan ω_{max} , sonra isə (1.14) şərtindən diskretləşdirmə intervalı təyin edilir. Tezlik vahidi *rad/san* götürülür.

1.9. Rəqəm-analoq çeviricilər (Sıfır tərtibli qeydedici və ya ekstrapolyator)

Rəqəmsal idarəetmə sistemlərində kompüterdən idarəedici təsiri fasiləsiz obyektə vermək üçün rəqəm-analoq çeviricidən (RAÇ) istifadə edilir. RAÇ girişinə rəqəm şəklində verilmiş impulsun qiymətinə mütənasib çıxış signalı yaradır (elektrik cərəyanı, gərginlik şəklində). Həmin signalı girişinə növbəti impuls verilənə qədər saxlayır və obyektə verməkdə davam edir.

RAÇ çıxış signalını girişə verilən cari impulsa mütənasib olaraq sabit saxlayırsa o, **sıfır tərtibli**, giriş impulslarının axırını iki qiymətindən istifadə edərək dəyişən şəkilli çıxış signalı verirsə **bir tərtibli**, axırını üç qiymətdən istifadə edərək çıxış signalı yaradırsa **iki tərtibli** və s. **ekstrapolyator** adlanır. Daha çox sıfır tərtibli ekstropolyatorlar istifadə edilir. RAÇ-nin ötürmə funksiyasını təyin etmək üçün onun giriş və çıxış signal-larının riyazi ifadələrini alaq. RAÇ -in girişinə T intervalı ilə ədəd şəklində impuls verilir: $x(t) = \delta(t)$. Vahid impulsun təsviri $L(\delta(t)) = 1$.

RAÇ-in girişinə vahid impuls verildikdə onun çıxışında eni T -yə bərabər olan Π şəkilli signal alınır. Çıxışda alınan signalın amplitudu girişə verilən impulsun amplituduna mütənasibdir. Odur ki, giriş və çıxış signallarını giriş impulsun amplituduna bölərək onların hər ikisinin amplitudunu vahid qəbul edə bilərik. Π -şəkilli impulsu bir-birindən T -qədər sürüşməsi olan iki vahid təkənin fərqi kimi təsvir etmək olar (Şəkil 13).



Şəkil 13. Π -şəkilli signalın alınması

Şəkildən görüldüyü kimi birinci vahid təkən $t=0$, ikinci vahid təkən isə $t=T$ anında mənfi işarə ilə başlayıb sonsuzluğa qədər davam edirlər. $t=T$ anından sonra “+” və “-“ işarələri təkənlər bir-birini yox edir və nəticədə eni T -yə bərabər olan Π şəkilli signal alınır. Beləliklə, $y(t)=1(t)-1(t-T)$.

Laplas çevirməsindən bildiyimiz kimi

$$L(1(t)) = \frac{1}{s}, \quad L(1(t-T)) = \frac{1}{s} \cdot e^{-Ts}.$$

Buradan

$$Y(s) = L(1(t)) - L(1(t-T)) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s} \cdot e^{-Ts} = \frac{1}{s}(1 - e^{-Ts}),$$

və RAÇ-ın ötürmə funksiyası

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s}(1 - e^{-Ts})$$

kimi təyin edilir.

1.10. Z-çevirmə və onun xassələri

Z - çevirmə riyazi mahiyyətə diskret Laplas təsvirinin ekvivalenti olsa da, onu elmə, yəni diskret sistemlərin riyazi yazılışına tətbiq edən XX əsrin 50-ci illərində Zadə L. olmuşdur. Simvolik olaraq $z = e^{Ts}$ əvəzləmə etdikdə diskret Laplas təsviri z - çevirməsinə gəlir. Bir neçə funksiyanın Z - təsvirini alaq:

1. Vahid təkən

$$x(t) = 1(t)$$

funksiyasının diskret zaman oblastında originalı

$$l(t) = \sum_{k=0}^{\infty} l(kT) e^{-kTs},$$

onun z-təsviri isə

$$l(z) = \sum_{k=0}^{\infty} l(kT) \cdot z^{-k} = 1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{-\infty} = \frac{1}{1-z^{-1}} = \frac{z}{z-1}$$

şəklindədir.

2. Eksponensial $x(t) = e^{-at}$ funksiyasının diskret zaman oblastında originalı

$$x(kT) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-akT} \cdot e^{-kTs},$$

z - təsviri isə

$$\begin{aligned} x(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} e^{-akT} z^{-k} = 1 + e^{-aT} z^{-1} + e^{-2aT} z^{-2} + \dots \\ &= 1 + (e^{aT} z)^{-1} + (e^{aT} z)^{-2} + \dots = \\ &= \frac{0+1}{(e^{aT} z)^{-1} - 1} = \frac{1}{1 - (e^{aT} z)^{-1}} = \frac{z}{z - e^{-aT}} \end{aligned}$$

kimi alınır.

Cədvəl 2-də tənzimləmə nəzəriyyəsində tez-tez rast gəlinən bəzi funksiyaların z-təsvirləri verilir.

Z-çevirməsinin xassələri aşağıdakılardır:

a) Xəttilik

$$Z(ax(kT) + by(kT)) = aZ(x(kT)) + bZ(y(kT));$$

b) Zamana görə sağa sürüşmə

$$Z(x[(k-d)T]) = z^{-d} X(z);$$

c) Zamana görə sola sürüşmə

$$Z(x[(k+d)T]) = z^d (X(z) - \sum_{q=0}^{d-1} x(qT)z^{-q}), \quad d \geq 0;$$

d) z parametrinə görə miqyasın dəyişdirilməsi

$$Z(x(kT)e^{-akT}) = X(ze^{aT});$$

e) Başlanğıc qiymət

$$x(+0) = \lim_{z \rightarrow \infty} X(z);$$

f) Son qiymət

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x(kT) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} X(z) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)X(z).$$

Cədvəl 2

$x(t)$	$X(s)$	$X(z)$
$1(t)$	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
t^2	$\frac{2}{s^3}$	$\frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\frac{z \sin \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\frac{z(z - \cos \omega T)}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$

1.11. Diskret ötürmə funksiyası

Rəqəmsal idarəetmə sistemlərinin tədqiqinin əsas riyazi aparatı kimi diskret ötürmə funksiyasından (DÖF) istifadə edilir.

Sıfır başlanğıc şərtlər daxilində çıxış siqnalının diskret Laplas təsvirinin (z-təsvirinin) giriş siqnalının diskret Laplas təsvirinə (z-təsvirinə) olan nisbətinə diskret ötürmə funksiyası deyilir.

Sıfır başlanğıc şərtlər dedikdə $n < 0$ olduqda $x[nT] = x[(n-1)T] = \dots = y[nT] = y[(n-1)T] = \dots = 0$

olması nəzərdə tutulur. Fərz edək ki, x - obyektin (mənbənin, sistemin) girişi, y - isə onun çıxışıdır. Diskret ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

kimi təyin edilir.

Misal 1.2. Fərz edək ki, obyektin girişinə $x(t) = 1(t)$ vahid təkən siqnalı verilmiş və onun çıxışında $y(t) = K(1 - e^{-at})$ aperiodik keçid xarakteristikası alınmışdır. Cədvəl 2 -dən istifadə edərək həmin siqnalların diskret Laplas təsvirlərini təyin edək:

$$X(z) = Z(x(t)) = Z(1(t)) = \frac{z}{z-1},$$

$$Y(z) = Z(K(1 - e^{-at})) = K(Z(1) - Z(e^{-at})) = \frac{K(1 - e^{-at})z}{(z-1)(z - e^{-at})}.$$

Obyektin diskret ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = K \frac{1 - e^{-at}}{z - e^{-at}}$$

kimi alınır.

Diferensial tənliklə fasiləsiz ötürmə funksiyası arasında olduğu kimi, fərq tənliyi ilə diskret ötürmə funksiyası arasında da birqiymətli əlaqə vardır.

Fərz edək ki, sistemin (obyektin və ya manqanın) fərq tənliyi

$$\begin{aligned} y[nT] + A_1 y[(n-1)T] + \dots + A_r [(y-r)T] &= \\ = B_0 x[nT] + B_1 x[(n-1)T] + \dots + B_m [(n-m)T] & \end{aligned} \quad (1.15)$$

kimidir. Z - çevirmənin $Z(x[(k-d)T]) = z^{-d} X(z)$ xassəsinə əsasən (1.15) ifadəsini

$$\begin{aligned} Y(z) + A_1 z^{-1} Y(z) + \dots + A_r z^{-r} Y(z) &= \\ = B_0 X(z) + B_1 z^{-1} X(z) + \dots + B_m z^{-m} X(z) & \end{aligned}$$

və ya

$$(1 + A_1 z^{-1} + \dots + A_r z^{-r}) Y(z) = (B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_m z^{-m}) X(z)$$

yaza bilərik. Uyğun diskret ötürmə funksiyası isə

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_m z^{-m}}{1 + A_1 z^{-1} + \dots + A_r z^{-r}} \quad (1.16)$$

şəklində olacaqdır.

Diskret ötürmə funksiyasının (1.16) ifadəsindən görüldüyü kimi o, z -in mənfi qüvvətləri ilə təsvir edilmişdir. Bəzi hallarda diskret ötürmə funksiyası z -in müsbət qüvvəti ilə də təsvir edilir. Fərz edək ki, $r \geq m$.

Onda (1.16) ifadəsindən diskret ötürmə funksiyasının z -in müsbət qüvvəti ilə təsvir formasına keçmək üçün onun surət və məxrəcini z^r -ə vurmaq lazımdır:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{B_0 z^r + B_1 z^{r-1} + \dots + B_m z^{r-m}}{z^r + A_1 z^{r-1} + \dots + A_{r-1} z + A_r} \quad (1.17)$$

Sadəlik üçün (1.16) və (1.17) ifadələrində $W(z)$, $X(z)$ və $Y(z)$ eyni şəkildə yazılmışdır. Lakin, diskret ötürmə funksiyası aşkar şəkildə verilmədikdə onun z -in mənfi qüvvətləri ilə təsvir edildiyini bildirmək üçün $W(z^{-1})$, $X(z^{-1})$ və $Y(z^{-1})$ kimi yazılırlar.

Diskret ötürmə funksiyasının (1.16) ifadəsinə uyğun fərq tənliyi

$$\begin{aligned} y[nT] + A_1 y[(n-1)T] + \dots + A_r y[(n-r)T] = \\ = B_0 x[nT] + \dots + B_m x[(n-r-m)T], \end{aligned}$$

(1.17) ifadəsinə uyğun fərq tənliyi isə

$$\begin{aligned} y[(n+r)T] + A_1 y[(n+r-1)T] + \dots + A_r y[nT] = \\ = B_0 x[(n+r)T] + \dots + B_m x[(n+r-m)T] \end{aligned} \quad (1.18)$$

şəklindədir.

1.12. Diskret ötürmə funksiyasının xassələri

Statik sistemlərin diskret ötürmə funksiyası (1.16) və ya (1.17) şəklində yazılır və belə sistemlərin gücləndirmə əmsalı

$$K = \lim_{z \rightarrow 1} W(z) = \frac{B_0 + B_1 + \dots + B_m}{1 + A_1 + \dots + A_r}$$

kimi təyin edilir.

Astatik sistmlərin diskret ötürmə funksiyası ümumi şəkildə

$$W(z) = \frac{1}{(1-z^{-1})^\gamma} \frac{B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_m z^{-m}}{1 + A_1 z^{-1} + \dots + A_r z^{-r}}$$

kimi ifadə olunur və γ astatizm dərəcəsi adlanır. Astatizm dərəcəsi $\gamma = 1$ olan sistemin çıxış signalının “qərarlaşmış” dəyişmə sürəti

$$\Delta y[nT] = y[nT] - y[(n-1)T] = \frac{B_0 + B_1 + \dots + B_m}{1 + A_1 + \dots + A_r} x[0T]$$

kimi təyin edilir. Əgər $B_0 \neq 0$ olarsa, onda çıxış signalı başlanğıcda sıçrayışla dəyişir və kompüter hesablarında belə hallar tez-tez rast gəlir. Lakin, real sistemlərdə adətən obyektin ətaləti hesabına $B_0 = 0$ olur və həmin sıçrayışlar olmur.

Ötürmə funksiyası $D(s) = e^{-\tau s}$ olan **gecikmə mənasının** diskret ötürmə funksiyası

$$D(z) = z^{-d}, \quad d = [\tau/T]$$

kimi ifadə olunur. $[\tau/T]$ - ifadəsi τ/T nisbətinin tam ədədədək yuvarlaqlaşdırılmasıdır. Beləliklə, gecikməsi olan sistemin diskret ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_m z^{-m}}{1 + A_1 z^{-1} + \dots + A_r z^{-r}} z^{-d}$$

kimi ifadə edilir.

Diskret ötürmə funksiyası (1.16) şəklində olduqda

onun **realizasiyası** üçün heç bir şərt qoyulmur, yəni $r > m$, $r = m$, $r < m$ ola bilər. Lakin, (1.17) şəklində diskret ötürmə funksiyasının **realizasiyası** üçün $r \geq m$ şərti ödənməlidir.

1.13. RİS-in ötürmə funksiyasının təyini

Əgər verilmiş sistemin bütün məqalarının ötürmə funksiyaları diskret şəkildə verilmiş olarsa, onda tənzim sisteminin diskret ötürmə funksiyası fasiləsiz sistemdə olduğu kimi təyin edilir:

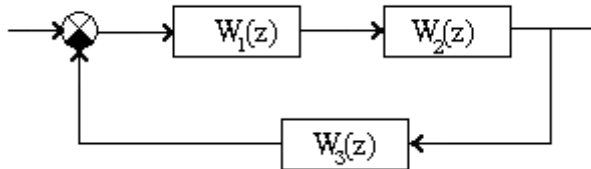
- ardıcıl birləşmiş $W_1(z), W_2(z), \dots, W_n(z)$ məqalardan ibarət RİS-in diskret ötürmə funksiyası həmin məqaların ötürmə funksiyalarının hasilinə bərabərdir

$$W_s(z) = W_1(z)W_2(z) \dots W_n(z);$$

- paralel birləşmiş $W_1(z), W_2(z), \dots, W_n(z)$ məqalardan ibarət RİS-in diskret ötürmə funksiyası həmin məqaların ötürmə funksiyalarının cəminə bərabərdir

$$W_s(z) = W_1(z) + W_2(z) + \dots + W_n(z);$$

- qarışıq birləşmiş $W_1(z), W_2(z), \dots, W_n(z)$ məqalardan ibarət RİS-in (Şəkil 14) diskret ötürmə funksiyası

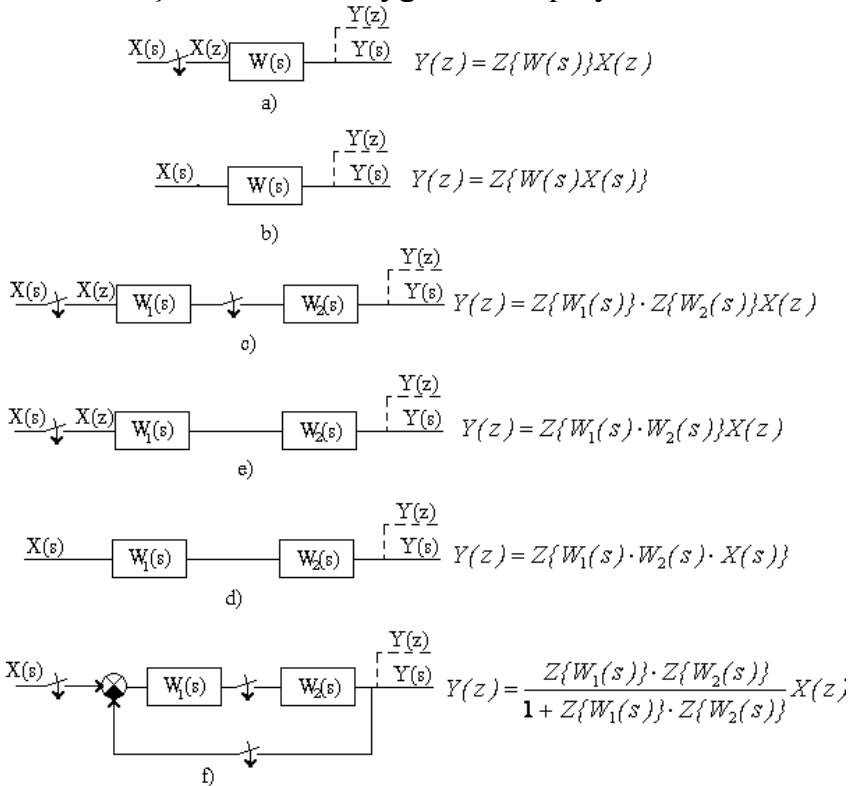


Şəkil 14. Qarışıq birləşmiş RİS

$$W_s(z) = \frac{W_1(z)W_2(z)}{1 + W_1(z)W_2(z)W_3(z)}$$

ifadəsilə təyin edilir.

Rəqəmsal tənzimləmə sistemi fasiləsiz mənbələr və kvantlayıcı açarlardan (rəqəm-analoq və analoq-rəqəm çeviricilər) ibarət olduqda, onların birləşməsindən asılı olaraq sistemin diskret ötürmə funksiyası şəkil 15-də verilmiş nümunələrə uyğun olaraq təyin edilir.



Şəkil 15. Fasiləsiz mənbələrdən ibarət RİS-in diskret ötürmə funksiyasının təyini

Göründüyü kimi şəkil 15 a, c, e, f hallarında sistemin $Y(z)$ çıxışı onun $X(z)$ girişindən asılıdır və həmin sistemlərin diskret ötürmə funksiyaları $Y(z)/X(z)$ nisbəti ilə təyin edilir. Lakin, şəkil 15 b, d hallarında sistemin $Y(z)$ çıxışı onun $X(z)$ girişindən aşkar asılı deyil. Odur ki, belə sistemlərin diskret ötürmə funksiyalarını təyin etmək olmur. Həmin sistemlərin giriş signalı məlum olduqda, yalnız çıxışın z -təsvirini təyin etmək mümkündür.

FƏSİL 2. RƏQƏMSAL İDARƏETMƏ SİSTEMLƏRİNİN DAYANIQLIĞI

2.1. Dayanıqlığın xarakteristik tənliyin köklərinə görə tədqiqi

Xarici həyacan verilib-götürüldükdən sonra tən-
zimplənən kəmiyyət öz əvvəlki qiymətinə qayıdırsa, belə
sistem dayanıqlı sistem adlanır.

Xətti tənzipləmə sistemlərində olduğu kimi RİS
-in də dayanıqlığı onun xarakteristik tənliyinin köklə-
rinlə əsəlidir.

Sadəlik üçün fərz edək ki, tənzipləmə sistemin
ötürmə funksiyası,

$$W(z) = \frac{K}{1+az^{-1}} \quad (2.1)$$

və xarakteristik tənliyin kökü $z = -a$, həmin sistemin
fərq tənliyi isə

$$y[nT] + ay[(n-1)T] = kx[nT] \quad (2.2)$$

kimidir.

Dayanıqlıq $x[nT] = 0$ şərtində tədqiq edildiyi üçün
(2.2) fərq tənliyi

$$y[nT] + ay[(n-1)T] = 0, \quad (2.3)$$

onun həlli isə

$$y[nT] = -ay[(n-1)T] \quad (2.4)$$

şəklini alır.

(2.4) ifadəsini $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ qiymətləri üçün yazaraq

$$y[1T] = -ay[0T],$$

$$y[2T] = -ay[1T] = -a^2 y[0T],$$

$$y[3T] = -ay[2T] = -a^3 y[0T],$$

$$\vdots$$

$$y[\infty T] = -ay[(\infty-1)T] = -a^\infty y[0T]. \quad (2.5)$$

(2.5)-nin yığılan olması üçün $|a| < 1$ olmalıdır.

Beləliklə, ümumiləşdirərək demək olar ki, diskret ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_m z^{-m}}{1 + A_1 z^{-1} + \dots + A_r z^{-r}}$$

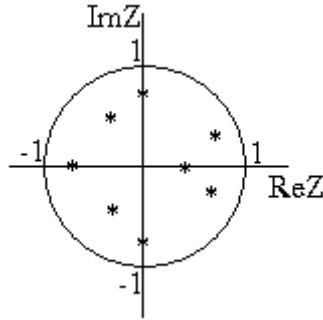
olan rəqəmsal idarəetmə sistemlərinin dayanıqlığının zəruri və kafi şərti onların

$$D(z) = 1 + A_1 z^{-1} + \dots + A_r z^{-r} = 0$$

xarakteristik tənliyinin köklərinin modullarının vahiddən kiçik, başqa sözlə, köklər müstəvisində **köklərin vahid radiuslu çevrə içərisində** olmasıdır (Şəkil 16).

Əgər köklərdən biri və ya bir neçəsi çevrə üzərinə düşərsə sistem neytral, çevrədən kənara düşdükdə isə sistem dayanıqsızdır.

Fasiləsiz sistemlərdən fərqli olaraq RİS-də keçid prosesinin forması xarakteristik tənliyin köklərinin həqiqi və ya kompleks olmasından deyil (fasiləsiz sistemlərdə köklər həqiqi olduqda keçid prosesi aperiodik, köklər kompleks olduqda rəqsi olur), həqiqi kökün və ya kompleks kökün həqiqi hissəsinin işarəsindən asılıdır:



Şəkil 16. Dayanıqlı RİS-in xarakteristik tənliyinin köklərinin yerləşməsi

- işarə müsbət olduqda, yəni kök sağ yarımqvəvrə içərisində olduqda həmin kökün hesabına yaranan təşkiledici aperiodik;

- işarə mənfi olduqda, yəni kök sol yarımqvəvrə içərisində olduqda həmin kökün hesabına yaranan təşkiledici rəqsi;

- kök sırf xəyali olduqda keçid prosesinin uyğun - təşkiledicisi sıçrayışlı;

- ümumi keçid prosesi isə bütün təşkiledicilərin cəmindən ibarət olur.

Fasiləsiz sistemlərdə olduğu kimi RİS-in xarakteristik tənliyinin tərtibi yüksək olduqda onun köklərini tapmaq çətin olduğundan RİS-in dayanıqlığını tədqiq etmək üçün dayanıqlıq kriterilərindən istifadə edilir. RİS-in dayanıqlığını tədqiq etmək üçün istifadə edilən kriteriləri z operatorunun əvəz edilib-edilməməsindən asılı olaraq dolayı və birbaşa üsullara bölmək olar.

2.2. Dayanıqlığın dolayı tədqiqat üsulları

Dayanıqlığın dolayı tədqiqi üsulları z operatorunun əvəz edilərək yeni hesabat müstəvisinə keçərək fasiləsiz tənzimləmə sistemləri üçün məlum olan üsulların RİS-in tədqiqi üçün tətbiqindən ibarətdir. Bu məqsədlə müxtəlif əvəz etmələrdən istifadə edilir. Onlardan biri də qeyri-xətti çevirmədir.

2.2.1. RİS-nin dayanıqlığının tədqiqində qeyri-xətti (Myöbius çevirməsi) çevirmədən istifadə edilməsi.

Xətti tənzim sisteminin dayanıqlıq kriterilərindən RİS-in dayanıqlığını tədqiq etmək üçün qeyri-xətti çevirmədən istifadə edilir. Bu məqsədlə

$$z = \frac{1+v}{1-v} \quad (2.6)$$

əvəzləməsi aparılır. Belə çevirmə z oblastındakı vahid radiuslu çevrənin içərisini v oblastında sol yarımmüstəviyə inikas etdirir (Şəkil 17).

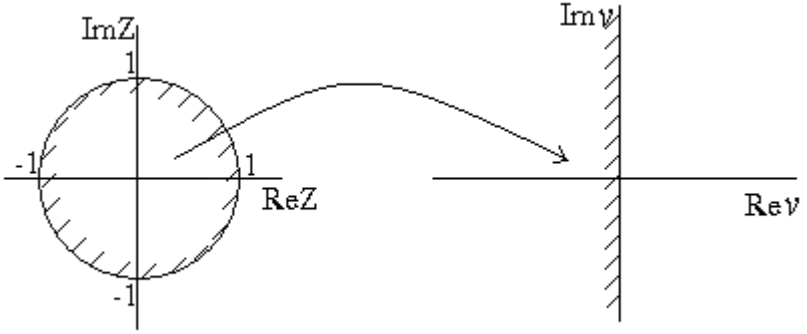
Qeyri-xətti çevirmədən sonra alınan v -dən asılı ifadəyə xətti tənzimləmə sisteminin dayanıqlıq şərtlərini və kriterilərini tətbiq etmək olur.

Misal2.1.Dayanıqlı RİS-in kökləri $z_1=0.6$, $z_2=0.4$, $z_3=-0.2$ olan xarakteristik tənliyi

$$D(z) = (z-0.6)(z-0.4)(z+0.2) = z^3 - 0.8z^2 + 0.04z + 0.048 = 0$$

kimidir. Qeyri-xətti (2.6) çevirməsini tətbiq edərək

$$D(v) = \left(\frac{1+v}{1-v}\right)^3 - 0.8\left(\frac{1+v}{1-v}\right)^2 + 0.04\left(\frac{1+v}{1-v}\right) + 0.048 = 0,$$



Şəkil 17. Qeyri-xətti çevirmənin həndəsi təsviri

və sadələşdirmədən sonra

$$D(v) = 1.792v^3 + 3.904v^2 + 2.016v + 0.088 = 0$$

(2.7)

ifadəsini alırıq. Göründüyü kimi bütün əmsallar sıfırdan böyük olduğu üçün dayanıqlığın zəruri və

$$2.016 \cdot 3.904 > 0.088 \cdot 1.792$$

olduğu üçün dayanıqlığın kafi şərtləri ödənilir.

Misal 2.2. Dayanıqsız RİS-in kökləri $z_1=0.6$, $z_2=0.4$, $z_3=-1.2$ olan xarakteristik tənliyi

$$D(z) = (z-0.6)(z-0.4)(z+1.2) = z^3 + 0.2z^2 - 0.96z + 0.288 = 0$$

kimidir. Qeyri-xətti (2.6) çevirməsini tətbiq edərək

$$D(v) = \left(\frac{1+v}{1-v}\right)^3 + 0.2\left(\frac{1+v}{1-v}\right)^2 - 0.96\left(\frac{1+v}{1-v}\right) + 0.288 = 0,$$

və sadələşdirmədən sonra

$$D(v) = -0.448v^3 + 4.624v^2 + 3.296v + 0.528 = 0$$

ifadəsini alırıq. Əmsallardan biri sıfırdan kiçik olduğu üçün dayanıqlığın zəruri şərti ödənilir.

2.2.1.1. RİS-in dayanıqlığının Raus kriterisi ilə tədqiqi

Fərz edək ki, RİS-in $D(v)$ ifadəsi

$$D(v) = d_r v^r + d_{r-1} v^{r-1} + \dots + d_1 v + d_0 = 0 \quad (2.8)$$

şəklindədir. Dayanıqlığın zəruri şərtinə görə $d_r > 0, d_{r-1} > 0, \dots, d_1 > 0, d_0 > 0$ olmalı və (2.8) ifadəsinin əmsallarından tərtib edilmiş Raus cədvəlinin (Cədvəl 3) birinci sütununun bütün elementləri sıfırdan böyük olmalıdır.

Cədvəl 3

Sətir	Sütun				1
	1	2	3		
1	$c_{11} = d_r$	$c_{12} = d_{r-2}$	$c_{13} = d_{r-4}$	-
2	$c_{21} = d_{r-1}$	$c_{22} = d_{r-3}$	$c_{23} = d_{r-5}$	-
3	$c_{31} = c_{12} - l_3 c_{22}$	$c_{32} = c_{13} - l_3 c_{23}$	$c_{33} = c_{14} - l_3 c_{24}$	$l_3 = c_{11} / c_{21}$
4	$c_{41} = c_{22} - l_4 c_{32}$	$c_{42} = c_{23} - l_4 c_{33}$	$c_{43} = c_{24} - l_4 c_{34}$	$l_4 = c_{21} / c_{31}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

Misal 2.3. (2.7) ifadəsinə Raus kriterisini tətbiq edək (Cədvəl 4): Raus cədvəlidən görüldüyü kimi onun birinci sütununun bütün elementləri sıfırdan böyükdür, yəni RİS dayanıqlıdır.

Cədvəl 4

Sətir	Sütun		1
	1	2	
1	1.792	2.016	-
2	3.904	0.088	-
3	1.976	0	0.459
4	0.174	0	1.976

2.2.1.2. RİS-in dayanıqlığının Hurvis kriterisi ilə tədqiqi

RİS-in (2.8) ifadəsinin əmsallarından Hurvis matrisi tərtib edilir:

$$H = \begin{vmatrix} d_{r-1} & d_{r-3} & d_{r-5} & d_{r-7} & \dots & 0 \\ d_r & d_{r-2} & d_{r-4} & d_{r-6} & \dots & 0 \\ 0 & d_{r-1} & d_{r-3} & d_{r-5} & \dots & 0 \\ 0 & d_r & d_{r-2} & d_{r-4} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & d_{r-1} & d_{r-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & d_0 \end{vmatrix}.$$

RİS-in dayanıqlı olması üçün

$$d_r > 0, d_{r-1} > 0, \dots, d_1 > 0, d_0 > 0$$

şərtləri ödənməli və Hurvis matrisindən tərtib edilmiş bütün baş diaqonal minorları (təyinediciləri) sıfırdan böyük olmalıdır:

$$H_1 = |d_{r-1}| > 0;$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} d_{r-1} & d_{r-3} \\ d_r & d_{r-2} \end{vmatrix} = d_{r-1}d_{r-2} - d_r d_{r-3} > 0;$$

$$\begin{aligned} H_3 &= \begin{vmatrix} d_{r-1} & d_{r-3} & d_{r-5} \\ d_r & d_{r-2} & d_{r-4} \\ 0 & d_{r-1} & d_{r-3} \end{vmatrix} = d_{r-1} \begin{vmatrix} d_{r-2} & d_{r-4} \\ d_{r-1} & d_{r-3} \end{vmatrix} - d_r \begin{vmatrix} d_{r-3} & d_{r-5} \\ d_{r-1} & d_{r-3} \end{vmatrix} = \\ &= d_{r-1}(d_{r-2}d_{r-3} - d_{r-1}d_{r-4}) - d_r(d_{r-3}d_{r-3} - d_{r-1}d_{r-5}) > 0; \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c}
\vdots \\
H_{r-1} = \begin{vmatrix} d_{r-1} & d_{r-3} & d_{r-5} & d_{r-7} & \dots & 0 \\ d_r & d_{r-2} & d_{r-4} & d_{r-6} & \dots & 0 \\ 0 & d_{r-1} & d_{r-3} & d_{r-5} & \dots & 0 \\ 0 & d_r & d_{r-2} & d_{r-4} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & d_{r-1} & d_{r-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & d_0 \end{vmatrix} > 0; \\
H_r = \begin{vmatrix} d_{r-1} & d_{r-3} & d_{r-5} & d_{r-7} & \dots & 0 \\ d_r & d_{r-2} & d_{r-4} & d_{r-6} & \dots & 0 \\ 0 & d_{r-1} & d_{r-3} & d_{r-5} & \dots & 0 \\ 0 & d_r & d_{r-2} & d_{r-4} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & d_{r-1} & d_{r-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & d_0 \end{vmatrix} = d_0 H_{r-1} > 0.
\end{array}$$

Misal 2.4. İndi də (2.7) ifadəsinə Hurvis kriterisi tətbiq edək:

$$H = \begin{vmatrix} 3.904 & 0.088 & 0 \\ 1.792 & 2.016 & 0 \\ 0 & 3.904 & 0.088 \end{vmatrix}; \quad H_1 = 3.904 > 0; \\
H_2 = \begin{vmatrix} 3.904 & 0.088 \\ 1.792 & 2.016 \end{vmatrix} = 7.71 > 0; \quad H_3 = 0.088 H_2 = 0.678 > 0$$

Hurvis kriterisi də baxılan RİS-in dayanıqlı olduğunu təsdiq edir.

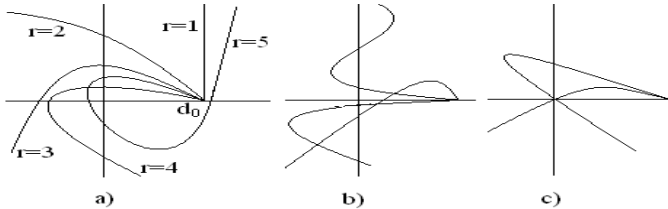
2.2.1.3. Qeyri-xətti çevirməyə Mixaylov kriterisinin tətbiqi

Mixaylov kriterisi ilə RİS-in dayanıqlığını tədqiq etmək üçün onun $D(v)$ ifadəsində $v = j\omega$ əvəzləməsi edilir və fasiləsiz sistemlərdə olduğu kimi ω -ya 0-dan ∞ -a qədər qiymət verərək hodoqraf qurulur. Dayanıqlıq şərti fasiləsiz sistemlərdəki kimi ifadə edilir, yəni **r -tərtibli RİS-in dayanıqlı olması üçün hodoqraf $\omega = 0$ -da həqiqi oxun d_0 nöqtəsindən başlayaraq saat əqrəbinin əks istiqamətində xəyali və həqiqi oxları növbə ilə kəsərək $r - 1$ ədəd tam rüb keçərək r -ci rübdə sonsuzluğa getməlidir.** Göstərilən şərtlər pozulduqda sistem dayanıqsız və ya neytral olur. Şəkil 18-də müxtəlif tərtibli dayanıqlı (a), dayanıqsız (b) və neytral (c) RİS-in hodoqrafları verilmişdir.

Misal 2.5. (2.7) ifadəsinə Mixaylov kriterisinin tətbiqi ilə RİS-in dayanıqlığını tədqiq edək: $v = j\omega$ əvəzləməsi ilə

$$D(\omega) = -j1.792\omega^3 - 3.904\omega^2 + j2.016\omega + 0.088 =$$

$$= 0.088 - 3.904\omega^2 + j(2.016\omega - 1.792\omega^3)$$



Şəkil 18. Dayanıqlı (a), dayanıqsız (b) və neytral (c) RİS-in hodoqraf nümunələri

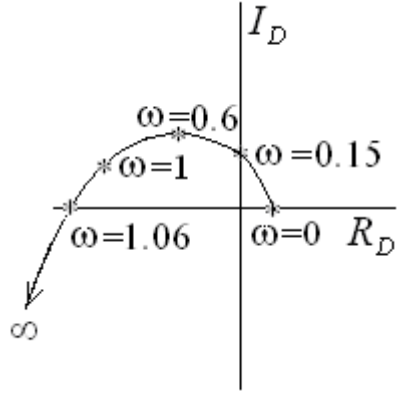
və

$$R_D(\omega) = 0.088 - 3.904\omega^2; \quad I_D(\omega) = j(2.016\omega - 1.792\omega^3)$$

alırıq. ω -ya 0-dan ∞ -dək qiymət verərək (Cədvəl 5) hodoqrafı quraq (Şəkil 19). Şəkildən görüldüyü kimi 3 tərtibli RİS-in hodoqrafı 1-ci və 2-ci rübləri tam keçərək 3-cü rübdə ∞ -a gedir, yəni Mixaylov kriterisi də baxılan sistemin dayanıqlığını təsdiq edir. (Texniki səbəbdən şəkildə miqyaslar pozulmuşdur).

Cədvəl 5

ω	R_D	I_D
0	0.088	0
0.15	0	0.296
0.6	-1.317	0.823
1	-3.816	0.224
1.06	-4.3	0
:	:	:
∞	$-\infty$	$-\infty$



Şəkil 19. Misal 2.5 dair

2.2.1.4. Qeyri-xətti çevirməyə Naykvist kriterisinin tətbiqi

Məlum olduğu kimi Naykvist dayanıqlıq kriterisi açıq tənzimləmə sisteminin vəziyyətinə və onun amplitud-faza tezlik xarakteristikasına (AFTX) görə uyğun qapalı sistemin dayanıqlığı haqqında mühakimə yürütməyə imkan verir:

1. Açıq sistem dayanıqlıdır. Qapalı sistemin dayanıqlı olması üçün açıq sistemin AFTX-sı $(-1, j0)$ nöqtəsini əhatə etməməlidir;

2. Açıq sistem dayanıqsızdır və onun xarakteristik tənliyinin r ədəd kökündən m ədədi sağ yarımmüstəvidə yerləşir. Qapalı sistemin dayanıqlı olması üçün açıq sistemin AFTX-sı $(-1, j0)$ nöqtəsini $m/2$ dəfə müsbət istiqamətdə (saat əqrəbinin əks istiqaməti) əhatə etməlidir;

3. Açıq sistem neytraldır və onun xarakteristik tənliyinin r ədəd kökündən λ ədədi xəyali ox üzərindədir. Qapalı sistemin dayanıqlı olması üçün açıq sistemin AFTX-sı $(-1, j0)$ nöqtəsini əhatə etməməlidir.

Bu üç halı birləşdirərək və AFTX-nın $(-1, j0)$ nöqtəsini əhatə sayını təyin etməni asanlaşdıraraq Naykvist kriterisi aşağıdakı kimi ifadə edilir:

Açıq sistem dayanıqsızdır və onun xarakteristik tənliyinin r ədəd kökündən m ədədi sağ yarımmüstəvidə yerləşir. Qapalı sistemin dayanıqlı olması üçün açıq sistemin AFTX-sının həqiqi oxu $(-\infty, -1)$ intervalında müsbət (yuxarıdan aşağı) və mənfi (aşağıdan yuxarı) istiqamətlərdə kəsmə saylarının fərqi $m/2$ -yə bərabər olmalıdır.

Göründüyü kimi ümumi hal ikinci halı ifadə edir. Lakin, birinci və üçüncü hallarda $m=0$ olduğu üçün açıq sistemin AFTX-sının həqiqi oxu $(-\infty, -1)$ intervalında müsbət və mənfi istiqamətlərdə kəsmə saylarının fərqi də sıfıra bərabər olur, yəni açıq sistemin AFTX-sı $(-1, j0)$ nöqtəsini əhatə etmir.

Naykvist kriterisinin bu müddəaları fasiləsiz sistemlər üçün işlənmişdir. Onları RİS-ə tətbiq etmək üçün əvvəlcə açıq RİS-in $W(z)$ ötürmə funksiyasında $z = \frac{1+v}{1-v}$, sonra isə açıq RİS-in AFTX-sı kimi $W(v)$ ifadəsində $v = j\omega$ əvəzləməsi edilir. Qalan əməliyyatlar fasiləsiz sistemlərdə olduğu kimidir.

Misal 2.6. Açıq RİS-in diskret ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{6 - 5z^{-1}}{20 - 44z^{-1} + 35z^{-2} - 10z^{-3}} = \frac{0.3z^3 - 0.25z^2}{z^3 - 2.2z^2 + 1.75z - 0.5}$$

kimidir. Uyğun qapalı RİS-in dayanıqlığını təyin edək: $W(z)$

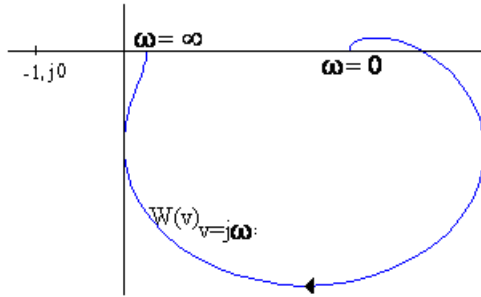
ifadəsində $z = \frac{1+v}{1-v}$ əvəzləməsi edərək

$$W(v) = \frac{0.55v^3 + 1.15v^2 + 0.65v + 0.05}{5.45v^3 + 1.95v^2 + 0.55v + 0.05} \quad (2.9)$$

alırıq. Əvvəlcə açıq sistemin dayanıqlı olub-olmamasını təyin edək. Açıq sistemin

$$D(v) = 5.45v^3 + 1.95v^2 + 0.55v + 0.05$$

xarakteristik çoxhədlisinin əmsalları $1.95 \cdot 0.55 > 5.45 \cdot 0.05$ şərtini ödədiyi üçün açıq sistem dayanıqlıdır. **MATLAB**-ın **Nayquist** operatoru ilə (2.9) ifadəsinə əsasən AFTX qurulmuşdur (Şəkil 20). Şəkildən görüldüyü kimi AFTX $(-1, j0)$ nöqtəsini əhatə etmir, deməli qapalı sistem dayanıqlıdır.



Şəkil 20. Misal 2.6-nın Nykvist diaqramı

2.3. Dayanıqlığın bilavasitə tədqiqat üsulları

Dolayı tədqiqat üsullarından fərqli olaraq dayanıqlığın bilavasitə tədqiqatı zamanı z operatoru əvəz edilmədən RİS-in dayanıqlığı onun diskret ötürmə funksiyası və ya xarakteristik tənliyinə görə araşdırılır.

2.3.1. Cəbri dayanıqlıq kriteriləri

2.3.1.1. Şur-Kon dayanıqlıq kriterisi.

Fərz edək ki, rəqəmsal idarəetmə sisteminin xarakteristik tənliyi

$$D(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_{n-1} z + a_n = 0$$

şəklindədir.

Sistemin dayanıqlı olması üçün xarakteristik tənliyin əmsallarından tərtib edilmiş Δk determinantları k tək olduqda sıfırdan kiçik ($\Delta k < 0$), k cüt olduqda sıfırdan böyük ($\Delta k > 0$) olmalıdırlar.

$$\Delta_k = \left[\begin{array}{cccc|cccc} a_0 & 0 & 0 & \cdots 0 & a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots a_{n-k+1} \\ a_1 & a_0 & 0 & \cdots 0 & 0 & a_n & a_{n-1} & \cdots a_{n-k+2} \\ a_2 & a_1 & a_0 & \cdots 0 & 0 & 0 & a_n & \cdots a_{n-k+3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{k-1} & a_{k-2} & a_{k-3} & \cdots a_0 & 0 & 0 & 0 & \cdots a_n \\ \hline a_n^* & 0 & 0 & \cdots 0 & a_0^* & a_1^* & a_2^* & \cdots a_{k-1}^* \\ a_{n-1}^* & a_n^* & 0 & \cdots 0 & 0 & a_0^* & a_1^* & \cdots a_{k-2}^* \\ a_{n-2}^* & a_{n-1}^* & a_n^* & \cdots 0 & 0 & 0 & a_0^* & \cdots a_{k-3}^* \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-k+1}^* & a_{n-k+2}^* & a_{n-k+3}^* & \cdots a_n^* & 0 & 0 & 0 & \cdots a_0^* \end{array} \right]$$

$k = 1, 2, \dots, n$ qiymətləri alır. $a_i^* = -a_i$ olub qoşma əmsallar adlanır. Sistemin dayanıqlığını yoxlamaq üçün n ədəd determinant tərtib edilir. Hər bir determinantın $2k$ sətiri və bir o qədər də sütunu olub, ölçüləri $k \times k$ olan 4 bloktan ibarətdir.

Misal 2.7. Xarakteristik tənliyi

$$D(z) = z^2 + 0.9z + 0.2 = 0$$

olan RİS-in dayanıqlığını tədqiq etməli.

$$\Delta 1 = \left| \begin{array}{cc|c} 1.0 & 0 & 0.2 \\ -0.2 & 1.0 & 0 \end{array} \right| = -0.96$$

$$\Delta 2 = \left| \begin{array}{cc|cc} 1.0 & 0 & 0.2000 & 0.9 \\ 0.9 & 1.0 & 0 & 0.2 \\ -0.2 & 0 & -1.0000 & -0.9 \\ -0.9 & -0.2 & 0 & -1.0 \end{array} \right| = 0.4032$$

Hesabatın nəticəsində $\Delta 1 = -0.96$ və $\Delta 2 = 0.4032$ alınmışdır və dayanıqlıq şərtləri ödənilir: $k=1$, yəni k təkdir və $\Delta 1 < 0$; $k=2$, yəni k cütdür və $\Delta 2 > 0$ olduğu üçün baxılan RİS dayanıqlıdır.

2.3.1.2. Cüri dayanıqlıq kriterisi

Fərz edək ki, RİS-in xarakteristik tənliyi

$$D(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_{n-1} z + a_n = 0$$

şəklindədir. **Sistemin dayanıqlı olması üçün $a_0 > 0$ və $D(z)$ xarakteristik tənliyinin əmsallarından tərtib edilmiş cədvəlin (Cədvəl 6) sıfırıncı sütununun tək sətir elementləri sıfırdan böyük olmalıdır.** Cədvəlin tərtib edilmə qaydası aşağıdakı kimidir:

- cədvəlin birinci sətiri xarakteristik tənliyin əmsallarından birbaşa tərtib edilir;

- cədvəlin ikinci sətiri birinci sətir elementlərinin tərs ardıcılıqla düzülməsindən alınır;

- cədvəlin üçüncü sətiri birinci və ikinci sətirlərdən
$$c_{3,i} = c_{1,i} - \lambda_3 c_{2,i}, \quad i = 0, 1, \dots, n-1$$

ifadəsi ilə tərtib edilir. Həmin sətirin sonuncu elementi sıfır olur;

- cədvəlin dördüncü sətiri üçüncü sətirin elementlərinin (sonuncu elementi nəzərə alınmadan) tərs ardıcılıqla düzülməsindən alınır. Bu sətirin də sonuncu elementi sıfır olur;

- bu qayda ilə üçüncü və dördüncü sətirlərdən beşinci və altıncı sətirlər, beşinci və altıncı sətirlərdən yeddinci və səkkizinci sətirlər və s. tərtib edilir. Hər dəfə yeni sətirlərin arxadan yeni bir sıfır elementi yaranır;

- cədvəlin sətirlərinin sayı $2n + 1$ olur.

Cədvəlin sıfırıncı sütununun tək nömrəli sətirlərində sıfıra bərabər element olmazsa həmin sütunun tək

Cədvəl 6

0-ci sütun	1-ci sütun		n-1-ci sütun	n-ci sütun	λ
$c_{1,0} = a_0$	$c_{1,1} = a_1$...	$c_{1,n-1} = a_{n-1}$	$c_{1,n} = a_n$	
$c_{2,0} = a_n$	$c_{2,1} = a_{n-1}$...	$c_{2,n-1} = a_1$	$c_{2,n} = a_0$	
$c_{3,0} = c_{1,0} - \lambda_3 c_{2,0}$	$c_{3,1} = c_{1,1} - \lambda_3 c_{2,1}$...	$c_{3,n-1} = c_{1,n-1} - \lambda_3 c_{2,n-1}$	$c_{3,n} = 0$	$\lambda_3 = c_{2,0}/c_{1,0}$
$c_{4,0} = c_{3,n-1}$	$c_{4,1} = c_{3,n-2}$...	$c_{4,n-1} = c_{3,0}$	$c_{4,n} = 0$	
$c_{5,0} = c_{3,0} - \lambda_5 c_{4,0}$	$c_{5,1} = c_{3,1} - \lambda_5 c_{4,1}$...	$c_{5,n-1} = 0$	$c_{5,n} = 0$	$\lambda_5 = c_{4,0}/c_{3,0}$
$c_{6,0} = c_{5,n-3}$	$c_{6,1} = c_{5,n-4}$...	$c_{6,n-1} = 0$	$c_{6,n} = 0$	
\vdots	\vdots	...	\vdots	\vdots	
$c_{2n+1,0} = c_{2n-2,0} - \lambda_{2n+1} c_{2n-1,0}$	0		0	0	$\lambda_{2n+1} = c_{2n-1,0}/c_{2n-2,0}$

nömrəli sətirlərindəki mənfi işarəli elementlərin sayı xarakteristik tənliyin vahid radiuslu çevrədən kənara düşən köklərinin sayına bərabər olur.

Misal 2.8. Xarakteristik tənliyi

$$D(z) = (z - 0.6)(z - 0.4)(z + 0.2) = z^3 - 0.8z^2 + 0.04z + 0.048 = 0$$

olan RIS-in dayanıqlığını tədqiq etməli. Cədvəl 7.1-də baxılan misalın Cürri kriterisi cədvəli verilmişdir

Cədvəl 7.1

Sütunlar Sətirlər	0	1	2	3	λ
1	1	-0.8	0.04	0.048	
2	0.048	0.04	-0.8	1	
3	0.998	-0.802	0.0784	0	$\lambda_3 = 0.048$
4	0.0784	-0.802	0.998	0	
5	0.992	-0.74	0	0	$\lambda_5 = 0.08$
6	-0.74	0.992	0	0	
7	0.44	0	0	0	$\lambda_7 = -0.746$

Göründüyü kimi sistem cədvəlin sıfırıncı sütununun 1, 3, 5 və 7-ci, yəni tək nömrəli sətir elementləri müsbət işarəlidir, deməli sistem dayanıqlıdır.

Misal 2.9. Xarakteristik tənliyi

$D(z) = (z-0.6)(z-0.4)(z+1.2) = z^3 + 0.2z^2 - 0.96z + 0.288 = 0$ olan RİS-in dayanıqlılığını tədqiq etməli. Cədvəl 7.2-də baxılan misalın Cürri kriterisi cədvəli verilmişdir. Cədvəldən göründüyü kimi sıfırıncı sütunun 5-ci sətir elementi mənfi işarəlidir, yəni sistem dayanıqsızdır və onun xarakteristik tənliyinin bir kökü vahid radiuslu çevrə xaricindədir. Xarakteristik tənliyin vuruqlarla ifadəsindən həmin kökün $z = -1.2$ olduğu görünür.

Cədvəl 7.2

Sütunlar Sətirlər	0	1	2	3	λ
1	1	0.2	-0.96	0.288	
2	0.288	-0.96	0.2	1	
3	0.917	0.476	-1.02	0	$\lambda_3 = 0.288$
4	-1.02	0.476	0.917	0	
5	-0.217	1.005	0	0	$\lambda_5 = -1.1123$
6	1.005	-0.217	0	0	
7	4.437	0	0	0	$\lambda_7 = -4.63$

2.3.2. Arqument prinsipinə əsaslanan kriterilər

2.3.2.1. z -operatoruna görə arqument prinsipi

Fasiləsiz tənzim sistemlərinin tezlik xarakteristikasını qurmaq üçün $s = j\omega$ ilə əvəz edilir. Çünki xəyali ox həmin sistemlərin dayanıqlıq sərhəddidir. Rəqəmsal tənzimləmə sisteminin dayanıqlıq sərhəddi isə vahid radiuslu çevrə olduğu üçün $z = a + jb$ əvəzləməsi edilir.

a və b -nin qiymətləri həmişə elə seçilir ki, $z=1$ olsun: a -kəmiyyəti $+1$ -dən -1 -dək qiymətlər almaqla sərbəst dəyişir, b -kəmiyyəti isə $b = \sqrt{1-a^2}$ ifadəsilə hesablanır.

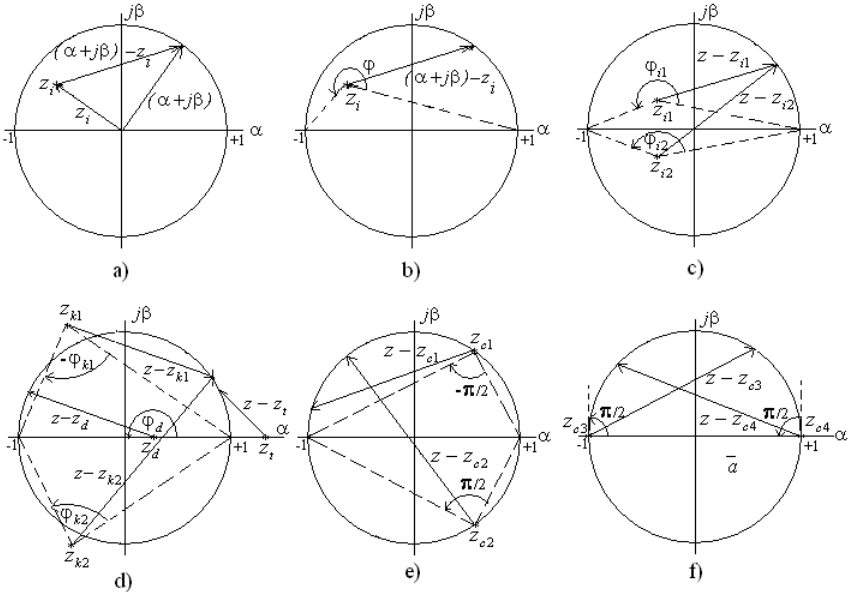
Fərz edək ki, RİS-in xarakteristik tənliyi

$$D(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_{n-1} z + a_n =$$

$$= (z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_n) =$$

$$= [(a + jb) - z_1][(a + jb) - z_2] \dots [(a + jb) - z_n] = 0$$

şəklindədir. z_i , $i=1,2,\dots,n$ xarakteristik tənliyin kökləridir. Köklər ümumi halda kompleks, xüsusi hallarda isə həqiqi və xəyali ola bilər. Xarakteristik çoxhədlinin $[(a + jb) - z_i]$ vuruğunu ifadə edən vektoru Şəkil 21a-dakı kimi təsvir etmək olar. Həmin vektorun başlağıcı



Şəkil 21. Argument prinsipinə dair

z_i nöqtəsində sabit qalıb, sonu isə vahid radiuslu çevrə üzərində yerləşir. α -kəmiyyəti $+1$ -dən -1 -dək dəyişdikdə həmin vektorun sonu vahid radiuslu çevrənin həqiqi oxdan yuxarı hissəsi boyunca hərəkət edərək z_i nöqtəsi ətrafında φ bucağı qədər dönür, yəni $Arg[(\alpha + j\beta) - z_i] = \varphi$ (Şəkil 21b). Arqumentin qiyməti və işarəsi z_i kökünün vahid radiuslu çevrəyə nəzərən necə yerləməsindən asılıdır. Şəkil 21c,d,e,f –də z_i kökünün yerləşməsindən asılı olaraq uyğun vektorun arqumentinin təyin edilmə qaydaları verilmişdir:

- z_{i1} və z_{i2} kökləri qoşma-kompleks olduqları halda uyğun $z - z_{i1}$ və $z - z_{i2}$ vektorlarının ümumi arqumenti $arg((z - z_{i1})(z - z_{i2})) = \varphi_{i1} + \varphi_{i2} = 2\pi$ (şəkil 21c);

- vahid radiuslu çevrə daxilində yerləşən həqiqi z_d kökünə uyğun $(z - z_d)$ vektorunun π bucağı qədər döndüyü ($arg(z - z_d) = \pi$), çevrədən kənarında yerləşən həqiqi z_t kökünə uyğun $(z - z_t)$ vektorunun heç bir dönüş etmədiyi ($arg(z - z_t) = 0$), çevrədən kənarında yerləşən qoşma-kompleks z_{k1}, z_{k2} köklərinə uyğun $(z - z_{k1}), (z - z_{k2})$ vektorların birinin $-\varphi_{k1}$, digərinin φ_{k2} bucağı qədər döndükləri və $|\varphi_{k1}| = \varphi_{k2}$ olduğu üçün onların ümumi arqumenti $Arg((z - z_{k1})(z - z_{k2})) = 0$ (şəkil 21d);

- çevrə üzərində yerləşən z_{c1}, z_{c2} kompleks köklərinə uyğun $(z - z_{c1})$ vektorunun $-\pi/2$ və $(z - z_{c2})$ vek-

torunun $\pi/2$ bucağı qədər döndükləri, yəni onların ümumi arqumenti $Arg((z - z_{c1})(z - z_{c2})) = 0$ (şəkil 21e);

- çevrə üzərində yerləşən z_{c3}, z_{c4} həqiqi köklərinə uyğun $(z - z_{c3}), (z - z_{c4})$ vektorlarının hər birinin $\pi/2$ bucağı qədər döndüyü, yəni onların hər birinin arqumenti $Arg(z - z_{c3}) = Arg(z - z_{c4}) = \pi/2$ -dir (şəkil 21f).

Beləliklə, z - operatoruna görə arqument prinsipini aşağıdakı kimi ifadə etmək olar:

- tərtibi n olan tənliyin bütün kökləri vahid radiuslu çevrə daxilində yerləşdikdə onun arqumenti $Arg(D(z)) = n\pi$ -dir;

- tənliyin n kökündən r ədəd kökü vahid radiuslu çevrədən kənarında yerləşdikdə (digərləri çevrə daxilində) onun arqumenti $Arg(D(z)) = (n-r)\pi$;

- tənliyin n kökündən λ_h ədəd həqiqi və λ_k ədəd kompleks kökü vahid radiuslu çevrə üzərində yerləşdikdə $Arg(D(z)) = (n - \lambda_h - \lambda_k)\pi + \lambda_h\pi/2 = (2(n - \lambda_k) - \lambda_h)\pi$ (digərləri çevrə daxilində);

- nəhayət, tənliyin n kökündən r ədəd kökü vahid radiuslu çevrədən kənarında, λ_h ədəd həqiqi və λ_k ədəd kompleks kökü vahid radiuslu çevrə üzərində yerləşdikdə onun arqumenti $Arg(D(z)) = (n-r-\lambda_h-\lambda_k)\pi + \lambda_h\pi/2 = (2(n-r-\lambda_k) - \lambda_h)\pi$ -dir.

2.3.2.2. Mixaylov kriterisinin bilavasitə tətbiqi

RİS üçün arqument prinsipinə əsaslanaraq Mixaylov kriterisini aşağıdakı kimi ifadə etmək olar:

Xarakteristik təliyi

$$D(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_{n-1} z + a_n = 0$$

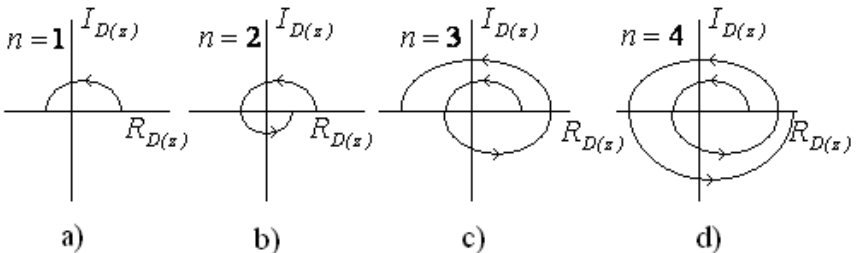
şəklində olan n tərtibli RİS-in dayanıqlı olması üçün z parametri $+1$ -dən -1 -dək dəyişdikdə Mixaylov hodoqrafı həqiqi oxun müsbət $\sum_{i=1}^n (1 - z_i)$ qiymətindən

başlayaraq ($z=1$ -də) növbə ilə xəyali və həqiqi oxları kəsərək kordinat başlanğıcı ətrafında $n\pi$ bucağı qədər dönərək ($2n$ -rüb keçərək) həqiqi ox üzərində ($z=-1$ -də) başa çatmalıdır.

Qeyd: izahatın yığcamlığı məqsədilə “... z parametri $+1$ -dən -1 -dək...” deyilsə də, əslində “ a parametri $+1$ -dən -1 -dək” dəyişir və hər dəfə b parametri $b = \sqrt{1 - a^2}$ ifadəsilə hesablanır.

Şəkil 22 -də müxtəlif tərtibli dayanıqlı RİS-in hodoqrafları nümunələri verilmişdir.

Dayanıqsız RİS-in hodoqraf nümunələrini konkret



Şəkil 22. Dayanıqlı RİS-in hodoqraf nümunələri

misallarla vermək daha məqsədəuyğundur. Odur ki, əvvəlcə hodoqrafın qurulma qaydalarına baxaq. Bunun üçün:

- RİS-in xarakteristik çoxhədlisində (tənliyində) $z = a + jb$ əvəzləməsi edilərək $D(a + jb)$ alınır;

- $D(a + jb) = R_D(a, b) + jI_D(a, b)$ həqiqi və xəyali hissələrə ayrılır;

- a kəmiyyətinə Δa addımı ilə $+1$ -dən -1 -dək qiymət verərək a -nın hər bir qiymətində $b = \sqrt{1 - a^2}$ ifadəsi ilə b kəmiyyətinin, sonra isə $R_D(a, b)$ -həqiqi, $I_D(a, b)$ -xəyali hissələrin qiymətləri hesablanır və həmin qiymətlərə uyğun nöqtə $(R_D(a, b), I_D(a, b))$ koordinat sistemində qeyd edilir;

- bütün nöqtələr qeyd edildikdən sonra onlar əyri xətlə birləşdirilir.

Misal 2.10. Xarakteristik tənliyi

$D(z) = (z - 0.9)(z + 0.6)(z - 0.3) = z^3 - 0.6z^2 - 0.45z + 0.162 = 0$ olan RİS-in hodoqrafını quraq və dayanıqlığını tədqiq edək. Xarakteristik çoxhədlidə $z = a + jb$ əvəz edək:

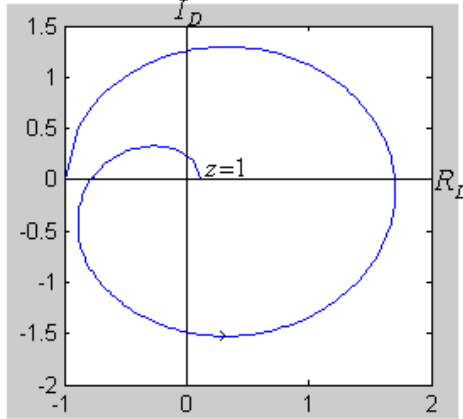
$$\begin{aligned} D(a + jb) &= (a + jb)^3 - 0.6(a + jb)^2 - 0.45(a + jb) + 0.162 = \\ &= a^3 + j3a^2b - 3ab^2 - jb^3 - 0.6a^2 - j1.2ab + 0.6b^2 - \\ &\quad - 0.45a - j0.45b + 0.162 \end{aligned}$$

Bu ifadəni həqiqi və xəyali hissələrə ayıraq:

$$R_D(a, b) = a^3 - 3ab^2 - 0.6a^2 + 0.6b^2 - 0.45a + 0.162,$$

$$I_D(a, b) = 3a^2b - b^3 - 1.2ab - 0.45b.$$

Şəkil 23a –da isə Mixaylov hodoqrafı verilmişdir. Baxılan RİS-in tərtibi 3-dür və şəkildən görüldüyü kimi hodoqraf 3π qədər dönmüşdür. Deməli, RİS-in dayanıqlıdır.



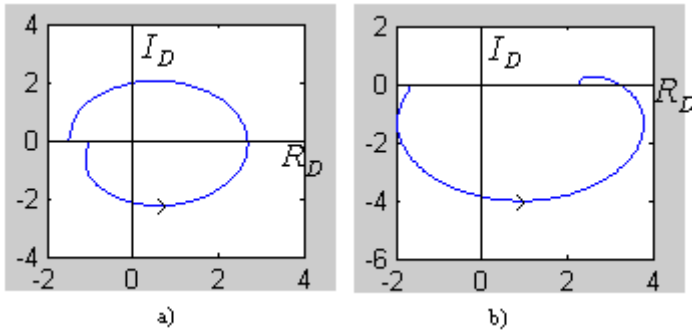
Şəkil 23a. Mixaylov hodoqrafı

Misal 2.11. Xarakteristik tənlikləri

a) $D(z) = (z - 1.9)(z + 0.6)(z - 0.3) = 0$

b) $D(z) = (z - 1.9)(z + 1.6)(z - 0.3) = 0$

olan dayanıqsız RİS-lərin hodoqrafları uyğun olaraq şəkil 23b,c -də verilmişdir.



Şəkil 23. Dayanıqsız RİS-in hodoqraf nümunələri

Şəkildən göründüyü kimi dayanıqsız RİS-in hodoqrafının koordinat başlanğıcı ətrafında bucaq dönməsi $n\pi$ -dən kiçik olur: b) variantında 3π əvəzinə 2π ; c) variantında 3π əvəzinə π bucağı qədər dönmüşdür. Şəkillər (şəkil 23) əlavələrdə verilmiş “**Mixaylov**” proqramı ilə alınmışdır.

2.3.2.3. Naykvist kriterisinin bilavasitə tətbiqi

Naykvist kriterisini bilavasitə tətbiq etmək üçün açıq və uyğun qapalı RİS-in ötürmə funksiyalarına baxaq. Açıq RİS-in ötürmə funksiyası

$$W_a(z) = \frac{P(z)}{R(z)}$$

olarsa, onda uyğun qapalı RİS-in ötürmə funksiyası

$$W_q(z) = \frac{W_a(z)}{1+W_a(z)} = \frac{P(z)}{R(z)+P(z)}$$

kimi olacaqdır. Köməkçi

$$Q(z) = 1+W_a(z) = \frac{R(z)+P(z)}{R(z)}$$

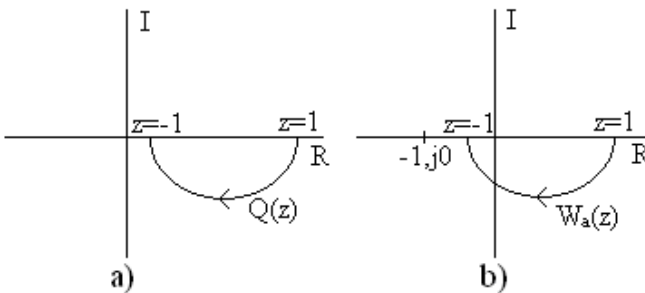
funksiyasına baxaq. Göründüyü kimi köməkçi $Q(z)$ funksiyasının məxrəci açıq, surəti isə uyğun qapalı sistemin xarakteristik çoxhədlilərinə bərabərdir. Fərz edək ki, $R(z)$ və $P(z)$ çoxhədlilərinin tərtibi uyğun olaraq n və m -dir və $n \geq m$ -dir. Bu halda həmişə $R(z)$ və $R(z)+P(z)$ çoxhədlilərinin tərtibi eynidir.

$Q(z)$ funksiyasından istifadə edərək açıq RİS-in vəziyyətinə görə qapalı RİS-in dayanıqlıq şərtlərini müəyyən edək:

1. Açıq sistem dayanıqlıdır. z parametri $+1$ -dən -1 -dək dəyişdikdə onun xarakteristik çoxhədlisinin arqumenti $Arg(R(z))=n\pi$ -dir. Qapalı sistemin dayanıqlı olması üçün onun da xarakteristik çoxhədlisinin arqumenti $Arg(R(z)+P(z))=n\pi$ olmalıdır. Onda köməkçi funksiyanın arqumenti

$$Arg(Q(z))=Arg(R(z)+P(z))-Arg(R(z))=0$$

olacaqdır. Həndəsi olaraq o deməkdir ki, köməkçi funksiyanın xarakteristikası koordinat başlanğıcı ətrafında hec bir dönüş etməyəcəkdir (Şəkil 24 a). Köməkçi $Q(z)$ funksiyası ilə açıq RİS-in $W_a(z)$ ötürmə funksiyası arasında fərq 1 -ə bərabər olduğu üçün dayanıqlıq şərtini açıq RİS-in xarakteristikasına nəzərən ifadə etmək daha məqsədəuyğundur: **açıq sistem dayanıqlı olduqda qapalı sistemin dayanıqlı olması üçün z parametri $+1$ -dən -1 -dək dəyişdikdə açıq sistemin xarakteristikası $(-1, j0)$ nöqtəsini əhatə etməməlidir** (Şəkil 24 b).



Şəkil 24. $Q(z)$ və $W_a(z)$ funksiyalarının xarakteristikaları

2. Açıq sistem dayanıqsızdır. Onun xarakteristik tənliyinin n ədəd kökündən r ədəd kökü vahid çevrədən kənarında yerləşir, yəni $Arg(R(z)) = (n-r)\pi$ -dir. Uyğun qapalı sistemin dayanıqlı olması üçün $Arg(R(z)+P(z)) = n\pi$, və ya

$$Arg(Q(z)) = Arg(R(z)+P(z)) - Arg(R(z)) = r\pi$$

olmalıdır. Beləliklə, **açıq sistem dayanıqsız olub xarakteristik tənliyinin r ədəd kökü vahid radiuslu çevrədən kənarında yerləşərsə qapalı sistemin dayanıqlı olması üçün z parametri $+1$ -dən -1 -dək dəyişdikdə açıq sistemin xarakteristikası $(-1, j0)$ nöqtəsini $r/2$ dəfə müsbət istiqamətdə (saat əqrəbinin əks istiqaməti) əhatə etməlidir.**

Misal 2.12. Şəkil 25 a,b,c -də ötürmə funksiyaları

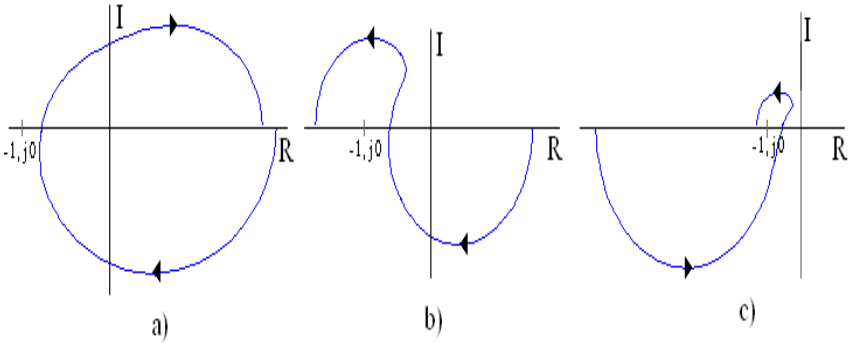
$$W_a(z) = \frac{z + 0.5}{(z + 0.1)(z - 0.6)(z + 0.8)};$$

$$W_b(z) = \frac{z + 0.5}{(z + 0.1)(z - 0.6)(z + 1.2)};$$

$$W_c(z) = \frac{z + 0.5}{(z + 0.1)(z - 1.1)(z + 1.2)}$$

olan açıq sistemlərin xarakteristikaları verilmişdir. Göründüyü kimi: $W_a(z)$ ifadəsində bütün köklər çevrə daxilindədir və uyğun xarakteristika (Şəkil 25a) $(-1, j0)$ nöqtəsini əhatə etmir; $W_b(z)$ ifadəsində iki kök çevrə daxilində, bir kök isə çevrə xaricindədir və uyğun xarakteristika $(-1, j0)$ nöqtəsin sol tərəfdə həqiqi oxu 0.5 dəfə müsbət istiqamətdə kəsir (Şəkil 25b); $W_c(z)$ ifadəsində bir kök çevrə daxilində, iki kök isə çevrə xaricindədir və uyğun xarakteristika $(-1, j0)$ nöqtəsin sol tərəfdə həqiqi oxu 2×0.5 dəfə

müsbət istiqamətdə kəsir (Şəkil 25c). Deməli, uyğun qapalı sistemlər dayanıqlı olacaqdır.



Şəkil 25. Misal 2.12-yə aid xarakteristikalar

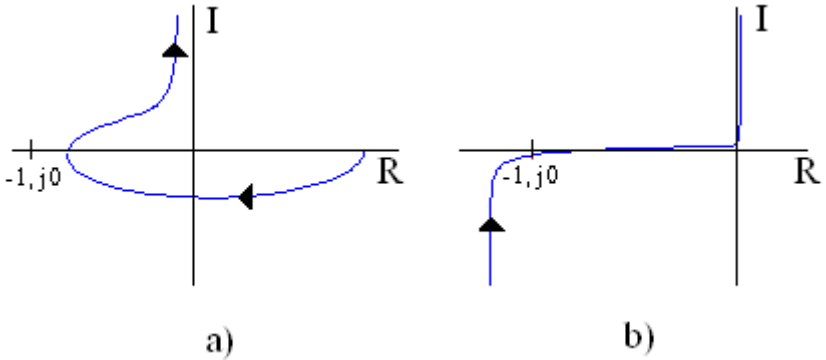
3. Açıq sistem neytraldır. Onun xarakteristik tənliyinin bir neçə kökü vahid radiuslu çəvrə üzərində (digər köklər çəvrə daxilində) yerləşir:

açıq sistem neytral olub onun xarakteristik tənliyinin bir neçə kökü vahid çəvrə üzərində (digər köklər çəvrə daxilində) yerləşdikdə qapalı sistemin dayanıqlı olması üçün z parametri $+1$ - dən -1 - dək dəyişdikdə açıq sistemin xarakteristikası $(-1, j0)$ nöqtəsini müsbət istiqamətdə əhatə etməməlidir.

Misal 2.13. Şəkil 26 –da ötürmə funksiyaları

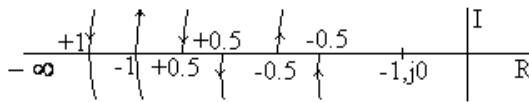
$$W_a(z) = \frac{z + 0.5}{(z - 0.1)(z + 1)(z - 0.2)}; \quad W_b(z) = \frac{z + 0.5}{(z - 0.1)(z + 1)(z - 1)}$$

olan neytral açıq sistemlərin xarakteristikaları verilmişdir. $W_a(z)$ ifadəsində bir kök, $W_b(z)$ ifadəsində isə iki kök çəvrə üzərindədir. Uyğun xarakteristika $(-1, j0)$ nöqtəsini əhatə etmədikləri üçün hər iki sistem qapandıqda dayanıqlı olacaqdır.



Şəkil 26. Misal 2.13-ə aid xarakteristikalar

Xarakteristikanın $(-1, j0)$ nöqtəsini əhatə etmə sayını dəqiq təyin etmək müəyyən qədər çətin olduğu üçün “əhatə etmə sayı” əvəzinə xarakteristikanın həqiqi oxu $(-\infty, -1)$ intervalında müsbət (yuxarıdan aşağı) və mənfi (aşağıdan yuxarı) istiqamətlərdə kəsmə saylarının fərqi istifadə edilir. Xarakteristikanın həqiqi oxu $(-\infty, -1)$ intervalında kəsməsinin qiyməti və işarəsi şəkil 27-dəki kimi təyin edilir.



Şəkil 27. Xarakteristikanın kəsmə və işarəsinin təyini

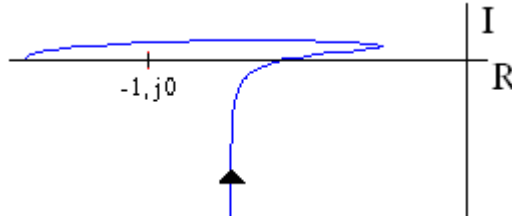
Açıq sistemin vəziyyətinin bütün variantlarını birləşdirərək Nykvist kriterisini aşağıdakı kimi ifadə etmək olar: **açıq sistemin xarakteristik tənliyinin n ədəd kökündən r ədəd kökü vahid radiuslu çevrədən kənardadır, λ kökü vahid çevrə üzərində yerləşdikdə**

qapalı sistemin dayanıqlı olması üçün z parametri $+1$ -dən -1 -dək dəyişdikdə açıq sistemin xarakteristikasının həqiqi oxu $(-\infty, -1)$ intervalında musbət və mənfi istiqamətlərdə kəsmə fərqi $r/2$ -yə bərabər olmalıdır.

Misal 2.13. Şəkil 28-də ötürmə funksiyası

$$\frac{z+0.5}{(z+1.2)(z-1)(z+0.1)}$$

olan açıq sistemin (xarakteristik tənliyinin vahid radiuslu



Şəkil 28. Misal 2.13-ə aid xarakteristika

çevrədən kənarında $r = 1$, çevrə üzərində $\lambda = 1$ kökü olan) xarakteristikası verilmişdir.

Şəkildən görüldüyü kimi xarakteristikasının həqiqi oxu $(-\infty, -1)$ intervalında musbət və mənfi istiqamətlərdə kəsmə fərqi $r/2 = 1/2 = 0.5$ -ə bərabər olduğu üçün həmin sistem qapandıqda dayanıqlı olacaqdır.

FƏSİL 3. RİS-in KEYFİYYƏTİNİN TƏDQIQI

Fasiləsiz sistemlərdə olduğu kimi RİS-lərində də keyfiyyət göstəriciləri birbaşa və dolayı üsullarla təyin edilir. Bu üsullar mahiyyət etibarilə eyni olduqları üçün burada yalnız RİS-nin keçid proseslərinin qurulma qaydalarına baxılır. RİS-də keçid prosesləri müxtəlif üsullarla qurula bilər.

3.1. Tərs diskret Laplas çevirməsindən istifadə etməklə keçid prosesinin qurulması

Tərs Laplas çevrilməsindən istifadə etməklə keçid prosesini qurmaq üçün RİS-in çıxış siqnalının z - təsviri məlum olmalıdır. Fərz edək ki, RİS-in diskret ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{B_0 z^m + B_1 z^{m-1} + \dots + B_m}{z^r + A_1 z^{r-1} + \dots + A_r}$$

şəklindədir. Bahid təkan təsiri altında sistemin keçid prosesi analitik olaraq

$$\begin{aligned} y[nT] &= Z^{-1}(Y(z)) = Z^{-1}(W(z)Z(1(t))) = \\ &= Z^{-1}\left(\frac{B_0 z^m + B_1 z^{m-1} + \dots + B_m}{z^r + A_1 z^{r-1} + \dots + A_r} \frac{z}{z-1}\right) \end{aligned}$$

ifadəsi ilə təyin edilir. $\frac{B_0 z^m + B_1 z^{m-1} + \dots + B_m}{z^r + A_1 z^{r-1} + \dots + A_r} \frac{z}{z-1}$ ifadə-

sinin tərs Laplas çevirməsini almaq üçün həmin kəsrin

$\frac{B_0 z^m + B_1 z^{m-1} + \dots + B_m}{z^r + A_1 z^{r-1} + \dots + A_r} \frac{1}{z-1}$ hissəsi məlum qaydalarla sa-

də kəsrlərə ayrıldıqdan sonra sadə kəsrlər z -ə vurulur və cədvəl 1-dən istifadə edərək hər bir kəsre uyğun originalla əvəz edilir. Diskretləşdirmə intervalının (T) qiyməti nəzərə alınmaqla $t=nT, n=0, 1, 2, \dots$ zaman anları üçün çıxış signalının qiymətləri hesablanır.

Qeyd: Diskretləşdirmə intervalına ixtiyari qiymət vermək olmaz, onun yalnız əsl qiyməti verilməlidir. Əgər T -nin əsl qiyməti məlum deyildirsə, onda keçid prosesini qurmaq olmaz.

Misal 3.1. Ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{0.2z + 0.6}{z^2 + 0.5z + 0.06}$$

olan RİS-in $T=1$ san qiymətində keçid prosesini quraq. Çıxışın zaman funksiyası

$$y[nT] = Z^{-1} \left(\frac{0.2z + 0.6}{z^2 + 0.5z + 0.06} \times \frac{z}{z-1} \right)$$

kimi təyin edilir. $\frac{0.2z + 0.6}{z^2 + 0.5z + 0.06} \times \frac{1}{z-1}$ ifadəsini sadə kəsrlərə

ayırmaq:

$$\frac{0.2z + 0.6}{z^2 + 0.5z + 0.06} \frac{1}{z-1} = \frac{0.2z + 0.6}{(z + 0.3)(z + 0.2)(z - 1)} =$$

$$= \frac{A}{z + 0.3} + \frac{B}{z + 0.2} + \frac{C}{z - 1} =$$

$$= \frac{(A + B + C)z^2 + (0.5C - 0.8A - 0.7B)z + (0.06C - 0.2A - 0.3B)}{(z + 0.3)(z + 0.2)(z - 1)}.$$

Kəsrlərin bərabərliyindən

$0.2z+0.6=(A+B+C)z^2+(0.5C-0.8A-0.7B)z+(0.06C-0.2A-0.3B)$
və bu bərabərlikdən

$$\begin{cases} A+B+C=0 \\ 0.5C-0.8A-0.7B=0.2 \\ 0.06C-0.2A-0.3B=0.6 \end{cases}$$

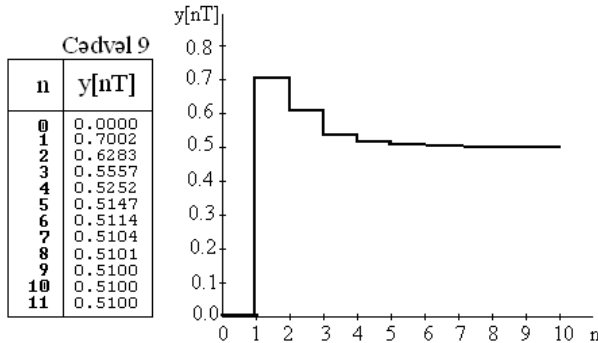
xətti tənliklər sistemini və bu sistemin həllindən $A=4.15$; $B=-4.66$; $C=0.51$ təyin edirik. Alınmış sadə kəsrləri z -ə vurub keçid prosesinin analitik ifadəsini

$$\begin{aligned} y[nT] &= Z^{-1} \left(\frac{4.15z}{z+0.3} - \frac{4.66z}{z+0.2} + \frac{0.51z}{z-1} \right) = \\ &= 4.15e^{\alpha_1 t} - 4.66e^{\alpha_2 t} + 0.51 * 1(t) \end{aligned}$$

kimi alırıq. α_1 və α_2 kəmiyyətləri uyğun olaraq $e^{\alpha_1 T} = 0.3$ və $e^{\alpha_2 T} = 0.2$ ifadələrindən təyin edilir. $T=1$ san qiymətində $\alpha_1 = -1.2$ və $\alpha_2 = -1.6$. Keçid prosesinin son analitik ifadəsi

$$y[nT] = 4.15e^{-1.2t} - 4.66e^{-1.6t} + 0.51 * 1(t)$$

alınır. Cədvəl 9-da n -nin 0,1,2,...,11 qiymətləri üçün $y[nT]$ -nin qiymətləri, şəkil 29-da isə keçid prosesi verilmişdir.



Şəkil 29. Məsəl 3.1-ə aid keçid prosesi

3.2. Fərq tənliyi vasitəsilə keçid prosesinin qurulması

Fərz edək ki, RİS-in ötürmə funksiyası:

$$W(z) = \frac{B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_m z^{-m}}{1 + A_1 z^{-1} + \dots + A_r z^{-r}}$$

şəklindədir. Sistemin girişi x , çıxışı y olarsa ötürmə funksiyasına uyğun fərq tənliyi

$$\begin{aligned} y[nT] + A_1 y[(n-1)T] + \dots + A_r y[(n-r)T] &= \\ &= B_0 x[nT] + B_1 x[(n-1)T] + \dots + B_m x[(n-m)T] \end{aligned}$$

onun həlli isə

$$\begin{aligned} y[nT] &= B_0 x[nT] + B_1 x[(n-1)T] + \dots + B_m x[(n-m)T] - \\ &- A_1 y[(n-1)T] - \dots - A_r y[(n-r)T] \end{aligned}$$

şəklində olacaqdır. Sıfır başlanğıc şərtlər daxilində ($n < 0$ olduqda $x[nT] = y[nT] = 0$ olur) girişə vahid təkən verməklə $y[0T]$, $y[1T]$, $y[2T]$, ... və s., yəni keçid prosesi qərarlaşana qədər qiymətlər hesablanır və onlara uyğun keçid prosesi qurulur.

Misal 3.2. Ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{0.2z + 0.6}{z^2 + 0.5z + 0.06} = \frac{0.2z^{-1} + 0.6z^{-2}}{1 + 0.5z^{-1} + 0.06z^{-2}}$$

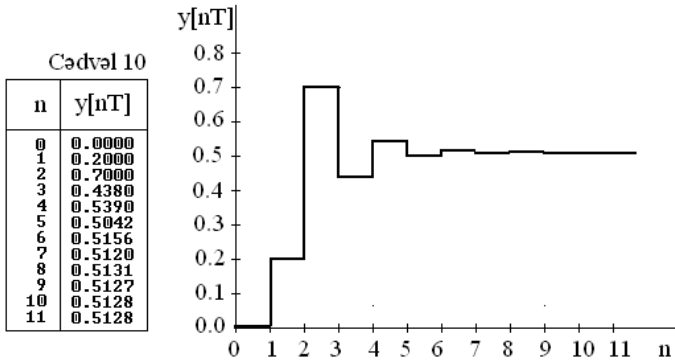
olan RİS-in keçid prosesini quraq. Fərq tənliyi

$$y[nT] + 0.5y[(n-1)T] + 0.06y[(n-2)T] = 0.2x[(n-1)T] + 0.6x[(n-2)T],$$

onun həlli isə

$$\begin{aligned} y[nT] &= 0.2x[(n-1)T] + 0.6x[(n-2)T] - 0.5y[(n-1)T] - \\ &- 0.06y[(n-2)T] \end{aligned}$$

kimidir. Cədvəl 10-da keçid prosesini qurmaq üçün hesabatın nəticəsi, şəkil 30-da isə keçid prosesi verilmişdir.



Şəkil 30. Misal 3.2-ə aid keçid prosesi

3.3. Kəsrin sürətini məxrəcinə bölməklə keçid prosesinin qurulması

Praktik olaraq bütün siqnalların (vahid impulsdan başqa) z təsviri kəsr şəklində ifadədir. z təsviri məlum olan hər hansı bir siqnalın zamana görə dəyişməsini qurmaq üçün həmin siqnalı ifadə edən kəsrin sürəti ardıcıl olaraq onun məxrəcinə bölünür. Fərz edək ki, siqnalın z təsviri

$$Y(z) = \frac{B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_m z^{-m}}{1 + A_1 z^{-1} + \dots + A_r z^{-r}}$$

kimidir. Həmin siqnalın zamana görə dəyişməsi

$$\frac{B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_m z^{-m}}{1 + A_1 z^{-1} + \dots + A_l z^{-l}} = B_0 + B_1^* z^{-1} + B_2^* z^{-2} + B_3^* z^{-3} + \dots$$

əməliyyatından alınan $B_0 + B_1^* z^{-1} + B_2^* z^{-2} + B_3^* z^{-3} + \dots$ sırasının əmsalları ilə müəyyən edilir:

$$y[0T] = B_0; \quad y[1T] = B_1^*; \quad y[2T] = B_2^*; \quad y[3T] = B_3^*; \dots$$

Misal 3.3. Ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{0.2z + 0.6}{z^2 + 0.5z + 0.06}$$

olan RİS-in keçid prosesini quraq.

$$Y(z) = W(z) * Z(1(t)) = \frac{0.2z + 0.6}{z^2 + 0.5z + 0.06} \times \frac{z}{z-1} =$$

$$\frac{0.2z^2 + 0.6z}{z^3 - 0.5z^2 - 0.44z - 0.06} = \frac{0 + 0.2z^{-1} + 0.6z^{-2}}{1 - 0.5z^{-1} - 0.44z^{-2} - 0.06z^{-3}}$$

Kəsrin surətini məxrəcəinə qismət sırasının əmsalları sabit qiymətlər alanadək bölək:

$$\frac{0 + 0.2z^{-1} + 0.6z^{-2}}{1 - 0.5z^{-1} - 0.44z^{-2} - 0.06z^{-3}} = 0 + 0.2z^{-1} + 0.7z^{-2} +$$

$$+ 0.438z^{-3} + 0.539z^{-4} + 0.5042z^{-5} + \dots$$



Bölmə əməliyyatını davam etdirmək olar, lakin, cədvəl 10-la müqayisə nəticələrin tam təkrarlandığını göstərir. Beləliklə,:

$y[0T] = 0$; $y[1T] = 0.2$; $y[2T] = 0.7$; $y[3T] = 0.438$; $y[4T] = 0.539$
və s. Keçid prosesi şəkil 30-dakının eynidir.

3.4. MATLAB vasitəsilə keçid proseslərinin qurulması

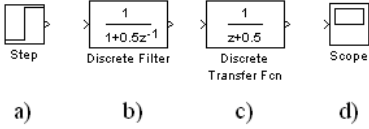
MATLAB tətbiqi proqramlar paketi bir çox sistemlərin, o cümlədən avtomatik tənzim sistemlərinin tədqiqində geniş istifadə edilir. Tənzim sistemlərinin

tədqiqində MATLAB-ın Simulink əlavəsinin imkanları daha genişdir. Simulinkdə tənzim sistemini tədqiq etmək üçün qrafik proqramlaşdırma dilindən istifadə edilir. Qrafik proqramlaşdırma dilinin kifayət qədər elementləri vardır və həmin elementlər Simulinkin avadanlıqlar kataloqunda müəyyən qruplar şəklində yerləşir. RİS-in keçid prosesinin qurulması üçün istifadə edilən elementlər şəkil 31-də verilmişdir: **Step** bloku vahid təkan siqnalı verir; **Discrete Filter** və **Discrete Transfer Fcn** blokları diskret ötürmə funksiyasını uyğun olaraq z -in mənfi və müsbət qüvvətləri ilə verir; **Scope** bloku istənilən siqnalın zamana görə dəyişməsini ekranda təsvir edir.

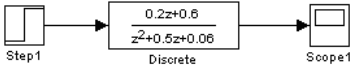
MATLAB aktivləşdirildikdən sonra  düyməsini sıxmaqla və ya əsas dialoq pəncərəsində **Simulink** operatoru vasitəsilə Simulink əlavəsi aktivləşdirilir.  düyməsi vasitəsilə təzə fayl (pəncərə) açılır. Avadanlıqlar kataloqundan zəruri bloklar təzə fayla gətirilərək bir-biri ilə birləşdirildikdən sonra onların parametrləri daxil edilir. Bunun üçün cursor parametri daxil edilən blok üzərinə gətirilərək sol düymə iki dəfə sıxılır. Bu zaman həmin blokun sazlama pəncərəsi açılır ki, həmin pəncərədə lazım olan kəmiyyətlər daxil edilir.

Yuxarıda baxılan misalın (Misal 3.3) keçid prosesini qurmaq üçün sxem şəkil 32, keçid prosesi isə şəkil 33-də verilmişdir.

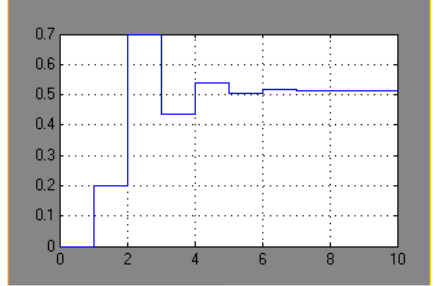
Baxılan dörd üsulun müqayisəsi göstərir ki, onlardan üçünün nəticələri tamamilə eyni olub, diskret tərs Laplas çevirməsi üsulundan qismən fərqlənir.



Şekil 31. MATLABın blokları



Şekil32. Simulyasiya sxemi



Şekil 33. Keçid prosesi

FƏSİL 4. RƏQƏMSAL İDARETMƏ SİSTEMİNİN SINTEZI

RİS-nin sintezi dedikdə müxtəlif idarəetmə məsələlərini həll edən tənzimləmə sisteminin quruluşunun, tənzimləyici və kompensasiyaedici qurğuların (alqoritmlərin) parametrlərinin təyin edilməsi nəzərdə tutulur. Sintezetmə iki mərhələdən – struktur və parametrik sintez mərhələlərindən ibarətdir.

Struktur sintez mərhələsində tənzimləmə sisteminin quruluşu müəyyən edilir və tənzimləyicinin tipi seçilir. Tənzimləmə sisteminin quruluşunun seçilməsi idarəetmə obyektinin quruluşundan və tənzimləməyə qoyulan tələbatlardan asılıdır.

İdarəetmə obyektini sadə olub xüsusi xarici həyəcanlara məruz qalmırsa, onda adi əks əlaqəyə görə işləyən birkonturlu tənzim sistemi tətbiq edilir. Obyekt nəzarət olunan (ölçülə bilən) xarici həyəcanlara məruz qalırsa, onda kombinə edilmiş tənzim sistemi tətbiq edilir. Əsas kanalı üzrə gecikməsi böyük olub kiçik gecikməli əlavə kanallara malik olan obyektlər üçün kaskad tənzim sistemi istifadə edilir. Çoxölçülü obyektlərə tələbatdan asılı olaraq bu və ya digər (avtonom, çarpaz, birtipli) çoxölçülü tənzim sistemi tətbiq edilir. Qeyri-müəyyənlik dərəcəsi və növündən asılı olaraq stoxastik, qeyri-səlis, neyron şəbəkəli, genetik alqoritmlə və onların hibridi kimi sistemlər tətbiq edilir. Xarakteristikaları zamana görə dəyişən obyektlərə adaptiv, ən yaxşı göstəricini təmin etmək zərurəti olan hallarda optimal və ya ekstremal sistemlər istifadə edilir.

4.1. Standart tənzimləyicilərin sintezi

4.1.1. Standart tənzimləyicilər haqqında məlumat

Meyletməyə görə işləyən fasiləsiz və rəqəmsal tənzimləyicilər uyğun olaraq

$$u(t)=F(e(t)), \quad e(t)=g-y(t)$$

və

$$u[nT]=F(e[nT]), \quad e[nT]=g-y[nT]$$

funksiyalarını realizasiya edərək e meyletməsindən asılı olaraq u tənzimləyici təsiri yaradır. Burada g - tənzimləyiciyə verilən tapşırıq, y - tənzimlənən kəmiyyətin cari qiymətidir. İdarəetmə obyektindən, ona təsir edən həyəcanlardan və tənzimləməyə edilən tələbatlardan asılı olaraq $F(e(.))$ funksiyası müxtəlif ola bilər. Bununla belə sənaye obyektlərinin əksəriyyətində işləyə bilən və məhdud funksiyaları realizasiya edən tənzimləyicilər vardır ki, onlar da standart tənzimləyicilər adlanır. Standart tənzimləyicilərə **proporsional** (P-mütənasib), **inteqrallayıcı** (İ), **proporsional –inteqrallayıcı** (PI) və **proporsional-inteqrallayıcı-diferensiallayıcı**(PID) tənzimləmə qanunlarını həyata keçirən tənzimləyicilər aiddir. Bu tənzimləyicilər rəqəmsal halda həm mütləq, həm də rekurrent ifadələrlə təsvir və realizasiya oluna bilər. Mütləq formada ifadə və realizasiya olunmuş tənzimləyicilər bir rejimdən digərinə keçdikdə böyük sıçrayışlara səbəb olur. Odur ki, sənaye obyektlərində əsasən rekurrent ifadələri realizasiya edən tənzimləyicilərdən istifadə edilir.

Fasiləsiz və rəqəmsal proporsional (P) tənzimləyici müvafiq olaraq

$$u(t) = K_p e(t) + u_0,$$

$$u[nT] = K_1 e[nT] + u_0$$

ifadələri ilə tənzimləyici təsiri yaradır. Burada: K_1, K_p uyğun tənzimləyicinin sazlama parametrləri olub onlar arasında əlaqə $K_1 = K_p$ kimidir; u_0 -tənzimləyici təsirin baza qiymətidir. Rəqəmsal P tənzimləyicinin rekurrent ifadəsi

$$u[nT] = u[(n-1)T] + K_1 e[nT] - K_1 e[(n-1)T]$$

şəklindədir.

Fasiləsiz və rəqəmsal inteqrallayıcı (İ) tənzimləyici müvafiq olaraq

$$u(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt,$$

$$u[nT] = K_2 \sum_{i=0}^n e[iT]$$

ifadələrini realizasiya edir. Parametrlər arasında əlaqə $K_2 = T/T_i$ kimidir. Tənzimləyicinin rekurrent ifadəsi

$$u[nT] = u[(n-1)T] + K_2 e[nT]$$

şəklindədir.

Fasiləsiz və rəqəmsal proporsional-inteqrallayıcı (Pİ) tənzimləyici müvafiq olaraq

$$u(t) = K_p (e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt),$$

$$u[nT] = K_1 e[nT] + K_2 \sum_{i=0}^n e[iT]$$

ifadələrini realizasiya edir. Parametrlər arasında əlaqə $K_1 = K_p$, $K_2 = K_p T/T_i$ kimidir. Tənzimləyicinin rekurrent ifadəsi

$$u[nT] = u[(n-1)T] + (K_1 + K_2)e[nT] - K_1 e[(n-1)T]$$

şəklindədir.

Fasiləsiz və rəqəmsal proporsional-inteqralla-yıcı-diferensiallayıcı (PID) tənzimləyici müvafiq olaraq

$$u(t) = K_p (e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d e'(t)),$$

$$u[nT] = K_1 e[nT] + K_2 \sum_{i=0}^n e[iT] + K_3 \{e[nT] - e[(n-1)T]\}$$

ifadələrini realizasiya edir. Parametrlər arasında əlaqə

$$K_1 = K_p, K_2 = K_p T/T_i, K_3 = K_p T_d/T$$

kimidir.

Tənzimləyicinin rekurrent ifadəsi

$$u[nT] = u[(n-1)T] + (K_1 + K_2 + K_3)e[nT] - (K_1 + K_3)e[(n-1)T] + K_3 e[(n-2)T]$$

şəklindədir.

4.1.2. Rəqəmsal tənzimləyicilərin sintezi

Rəqəmsal tənzimləyicilərin dolayı sintezi verilmiş obyekt üçün tələb olunan idarəetmə keyfiyyətlərini təmin edən fasiləsiz tənzimləyicinin seçilməsi, parametrlərinin təyini və yuxarıda verilən ifadələrlə uyğun diskret tənzimləyiciyə keçilməsindən ibarətdir. Bunun səbəbləri aşağıdakılardır: fasiləsiz tənzimləyicilərin kifayət qədər sintez üsulları mövcuddur; fasiləsiz tənzimləyicilərin parametrləri müəyyən fiziki mahiyyət daşıyır və sənaye işçiləri onları başa düşür.

Fasiləsiz tənzimləyicinin sintezinin bir çox üsulları, o cümlədən təqribi üsulları mövcuddur. Cədvəl 11-də ətalətli (aperiodik) və inteqrallayıcı (astatik) mənbələrin ötürmə funksiyaları ilə yazılan obyektlər üçün aperiodik, 20%-li ifrat tənzimləmə və $I_2 = \int \varepsilon^2 dt$ inteqralının minimumunu təmin edən keçid prosesləri üçün P, I, PI və PID tənzimləyicilərin sazlanma parametrlərinin obyektin parametrlərindən asılı olaraq təyin edilmə ifadələri verilib.

Misal 4.1. Ötürmə funksiyası

$$W_u(s) = \frac{5}{20s+1} e^{-12s}$$

olan obyekt üçün 20% ifrat tənzimləməyə malik keçid prosesini təmin edən rəqəmsal PID tənzimləyicinin parametrlərini təyin etməli.

Cədvəl 11-dən fasiləsiz PID tənzimləyicinin parametrlərini təyin edək:

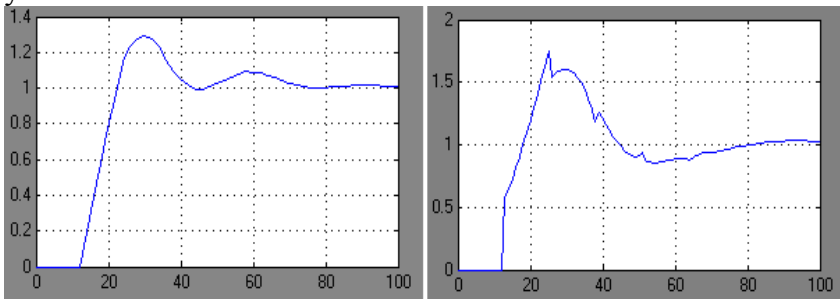
$$K_p = \frac{1.2 \cdot 20}{5 \cdot 12} = 0.4; \quad T_i = 2 \cdot 12 = 24 \text{ san}; \quad T_d = 0.4 \cdot 12 = 4.8 \text{ san}$$

Tənzimləyici	$W_{ob}(s) = \frac{k}{Ts+1} e^{-\tau s}$			$W(s) = \frac{k}{s} \cdot e^{-\tau s}$		
	aperiodik	$\sigma_{max}=20\%$	$\min I_2$	aperiodik	$\sigma_{max}=20\%$	$\min I_2$
P	$K_p = \frac{0,3}{k\tau/T}$	$K_p = \frac{0,7}{k\tau/T}$	$K_p = \frac{0,9}{k\tau/T}$	$K_p = \frac{0,37}{k\tau}$	$K_p = \frac{0,7}{k\tau}$	–
I	$T_i = 4.5kT$	$T_i = 1.7kT$	$T_i = 1.7kT$	–	–	–
PI	$K_p = \frac{0,6}{k\tau/T}$ $T_i = 0.8\tau + 0.5T$	$K_p = \frac{0,7}{k\tau/T}$ $T_i = \tau + 0.3T$	$K_p = \frac{1}{k\tau/T}$ $T_i = \tau + 0.35T$	$K_p = \frac{0,46}{k\tau}$ $T_i = 5.75\tau$	$K_p = \frac{0,7}{k\tau}$ $T_i = 3\tau$	$K_p = \frac{1,045}{k\tau}$ $T_i = 4.3\tau$
PID	$K_p = \frac{0,95}{k\tau/T}$ $T_i = 2.4\tau$ $T_d = 0.4\tau$	$K_p = \frac{1.2}{k\tau/T}$ $T_i = 2\tau$ $T_d = 0.4\tau$	$K_p = \frac{1.4}{k\tau/T}$ $T_i = 1.3\tau$ $T_d = 0.5\tau$	$K_p = \frac{0,65}{k\tau}$ $T_i = 5\tau$ $T_d = 0.23\tau$	$K_p = \frac{1.1}{k\tau}$ $T_i = 2\tau$ $T_d = 0.37\tau$	$K_p = \frac{1.365}{k\tau}$ $T_i = 1.6\tau$ $T_d = 0.5\tau$

Diskretləşdirmə intervalının 1 san qiymətində uyğun rəqəmsal tənzimləyicinin parametrləri

$$K_1=0.4; K_2=\frac{0.4*1}{12}=0.033; K_3=\frac{0.4*4.8}{1}=1.92$$

kimi təyin edilir. Şəkil 34-də fasiləsiz (a) və rəqəmsal (b) tənzimləyici ilə tənzim sistemlərinin keçid prosesləri verilmişdir. Hər iki sistem 80 san. ərzində keçid prosesini başa çatdırsa da fasiləsiz sistemin keyfiyyəti təbii olaraq rəqəmsal sistemdən yüksəkdir.



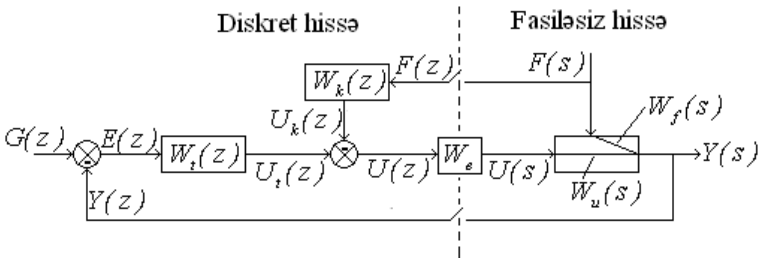
a)

b)

Şəkil 34. Fasiləsiz və rəqəmsal tənzimləmə sistemlərinin nəticələri

4.2. Kombinə edilmiş RIS-in sintezi

Fasiləsiz obyektlərin rəqəmli kombinə edilmiş tənzimləmə sistemlərinin quruluşu şəkil 35-dəki kimidir: G , E , U_t , U_k , U - uyğun olaraq tapşırıq, meyletmə, tənzimləyici, kompensasiyaedici, ümumi idarəedici təsirlər; Y , F - tənzimlənən kəmiyyət və xarici həyəcan; W_t , W_k , W_e , W_u , W_k - uyğun olaraq tənzimləyicinin, kompensatorun, ekstrapolyatorun, obyektin idarəedici və həyəcan kanallarının ötürmə funksiyalarıdır.



Şəkil 35. Kombinə edilmiş RIS-ni struktur sxemi

Şəkildən görüldüyü kimi sistemin bir hissəsi fasiləsiz, digər hissəsi isə diskret elementlərdən ibarətdir. Sintez etmənin məqsədi obyektin $W_u(s)$, $W_f(s)$ ötürmə funksiyalarına görə tənzimləyicinin və kompensatorun ötürmə funksiyalarını təyin etməkdir.

Tənzimləyicinin ötürmə funksiyası əvvəl baxdığımız qayda ilə təyin edilir. Kompensatorun ötürmə funksiyasını təyin etmək üçün tənzimləmə sisteminin dinamika tənliklərindən istifadə edək:

$$\begin{aligned}
Y(z) &= Z(Y(s)) = Z(W_u(s)U(s) + W_f(s)F(s)) = \\
&= Z(W_u(s)U(s)) + Z(W_f(s)F(s)) = W_u(z)U(z) + Z(W_f(s)F(s)), \\
U(z) &= U_t(z) - U_k(z) = W_t(z)E(z) - W_k(z)F(z), \\
E(z) &= G(z) - Y(z).
\end{aligned}$$

Aralıq dəyişənləri yox etməklə tənzipləmə sisteminin çıxışı

$$Y(z) = \frac{W_t(z)W_u(z)}{1 + W_t(z)W_u(z)} G(z) + \frac{Z(W_f(s)F(s)) - W_u(z)W_k(z)F(z)}{1 + W_t(z)W_u(z)}$$

kimi təyin edilir.

Sistem qarışıq olduğu üçün fasiləsiz manqaları da diskretləşdirmək lazımdır. Bildiyimiz kimi girişində ekstrapolyator olan obyektin diskret ötürmə funksiyası

$$W_u(z) = \frac{z-1}{z} Z\left(\frac{W_u(s)}{s}\right)$$

ifadəsi ilə diskretləşdirilir. Tənziplənən Y kəmiyyətinin xarici F həyəcanından asılı olmaması üçün

$$\frac{Z(W_f(s)F(s)) - W_u(z)W_k(z)F(z)}{1 + W_t(z)W_u(z)} = 0$$

şərti ödənməlidir. Bunun üçün

$$Z(W_f(s)F(s)) - W_u(z)W_k(z)F(z) = 0 \quad (4.1)$$

və ya

$$1 + W_t(z)W_u(z) = \infty \quad (4.2)$$

olmalıdır. Hər bir tənzipləmə sistemi real elementlərdən ibarət olduğu üçün (4.2) ödənilmir. Odur ki, (4.1) ifadəsindən istifadə edilməlidir. Həmin ifadədən kompensatorun ötürmə funksiyası

$$W_k(z) = \frac{Z(W_f(s)F(s))}{W_u(z)F(z)} \quad (4.3)$$

şəklində təyin edilir. Göründüyü kimi kompensatorun ötürmə funksiyası həyəcan signalından asılı olaraq təyin edilir və praktikada belə sistemin ixtiyari həyəcan təsirində işləməsi mümkün deyil.

Vəziyyətdən çıxmaq üçün polyak alimləri Streys və Rujicka təklif vermişlər: əgər diskret hissənin işləmə tezliyi həyəcan signalının tezliyindən böyük olarsa, onda girişinə fasiləsiz signal verilən fasiləsiz obyektin həmin obyektin girişinə ekstrapolyator qoşulmuş və ekstrapolyatorun girişinə diskret signal verilmiş kimi təsəvvür etmək olar. Bu halda

$$Z(W_f(s)F(s)) \approx W_f(z) \cdot F(z) \quad (4.4)$$

yazmaq olar. Sonuncu ifadəni (4.3)-də nəzərə alaraq kompensatorun ötürmə funksiyası

$$W_k(z) = \frac{W_f(z)}{W_u(z)}$$

kimi təyin edilir. Bu halda da obyektin həyəcan kanalının ötürmə funksiyası

$$W_f(z) = \frac{z-1}{z} Z\left(\frac{W_f(s)}{s}\right)$$

ifadəsilə diskretləşdirilir. Nəticədə kompensatorun ötürmə funksiyası

$$W_k(z) = Z\left(\frac{W_f(s)}{s}\right) / Z\left(\frac{W_u(s)}{s}\right)$$

kimi təyin edilir.

Misal 4.2. İdarəetmə kanalı üzrə ötürmə funksiyası misal 4.1-də verilmiş və həyəcən kanalının ötürmə funksiyası $W_f(s) = \frac{0.5}{40s+1} e^{-20s}$ olan obyekt üçün kombinə edilmiş tənzim sistemini sintez etməli. Tənzimləyici həmin misaldakı götürülür. Kompensatorun ötürmə funksiyasını

$$W_k(z) = \frac{Z\left(\frac{0.5}{s(40s+1)} e^{-20s}\right)}{Z\left(\frac{5}{s(20s+1)} e^{-12s}\right)}$$

ifadəsilə təyin etmək üçün ilk növbədə $Z\left(\frac{0.5}{s(40s+1)} e^{-20s}\right)$, $Z\left(\frac{5}{s(20s+1)} e^{-12s}\right)$ ifadələrini $T=1 \text{ san}$ intervalı ilə diskretləşdirək

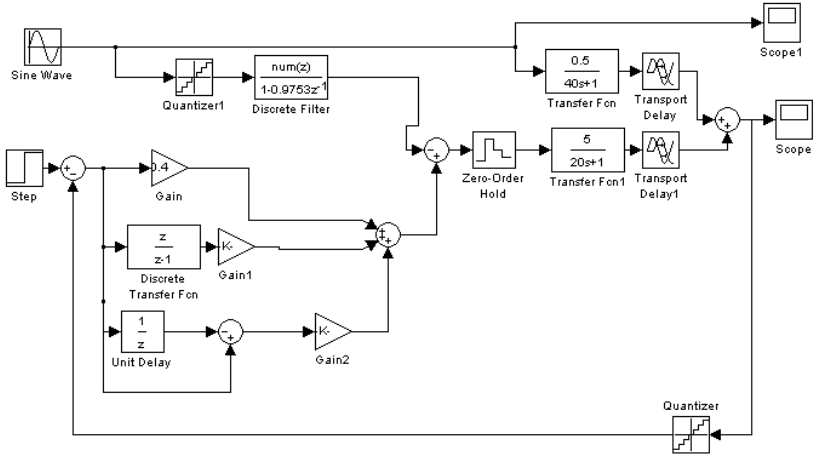
$$Z\left(\frac{0.5}{s(40s+1)} e^{-20s}\right) = \frac{z}{z-1} \frac{0.01235}{z-0.9753} z^{-20},$$

$$Z\left(\frac{5}{s(20s+1)} e^{-12s}\right) = \frac{z}{z-1} \frac{0.244}{z-0.9512} z^{-12}$$

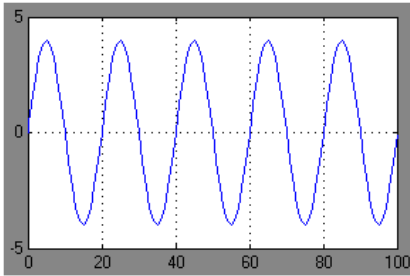
və kompensatorun ötürmə funksiyasını təyin edək:

$$W_k(z) = \frac{Z\left(\frac{0.5}{s(40s+1)} e^{-20s}\right)}{Z\left(\frac{5}{s(20s+1)} e^{-12s}\right)} = \frac{0.0506147 - 0.0481447z^{-1}}{1 - 0.9753z^{-1}} z^{-8}.$$

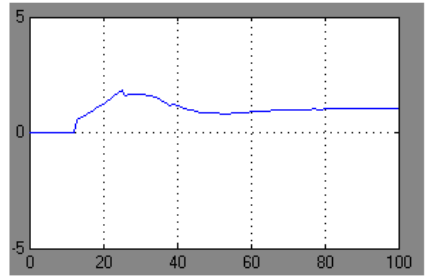
Misalın MATLAB-da simulyasiya sxemi şəkil 36-da, simulyasiyanın nəticələri isə şəkil 37-də verilmişdir. Tənzimləmə sisteminə tapşırıq kimi **Step** bloku vasitəsilə **vahid təkən** və xarici həyəcən kimi isə **Sine Wave** bloku vasitəsilə amplitudu 4, tezliyi



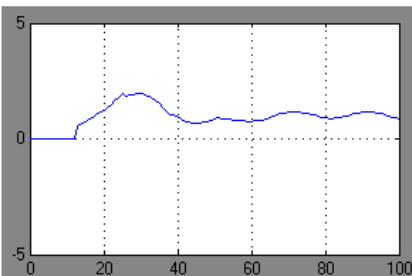
Şekil 36. Misal 4.2-nin simulyasiya sxemi



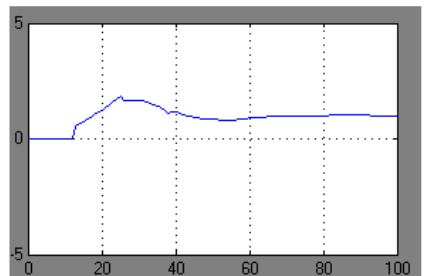
a)



b)



c)



d)

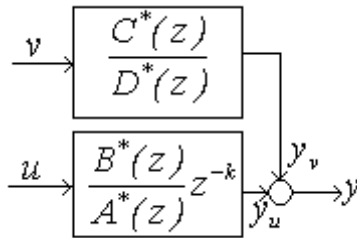
Şekil 37. Misal 4.2-nin simulyasiyasının nəticələri

0.05 hs olan **sinusoidal** siqnal (Şək. 37a) verilir. Müxtəlif rejimlərdə sistem simulyasiya edilmiş və keçid prosesləri qurulmuşdur: sistemə xarici həyəcan verilmədən (Şək.37 b); xarici həyəcan verilir, lakin, kompensasiya edilmir (Şək.37 c); xarici həyəcan verilir və kompensasiya edilir (Şək.37 d). Keçid proseslərinin müqayisəsi göstərir ki, sistemə xarici həyəcanın verilmədiyi və xarici həyəcanın verilib kompensasiya edildiyi hallarda onlar praktik olaraq üst-üstə düşür, digər halda isə xeyli fərqlənir

4.3 Stoxastik tənzimləmə sistemlərinin sintezi

4.3.1. Stoxastik tənzimləmə obyektinin modeli

Müxtəlif mənbələrdən verilən həyəcan, maneə və təhrifedici siqnallar nəticəsində obyekt “küylənir” və belə obyekt stoxastik tənzimləmə obyektini adlanır. Stoxastik tənzimləmə obyektini şəkil 38-dəki kimi təsvir etmək olar.



Şəkil 38. Stoxastik obyektin təsviri

Şəkildə: u - obyektin idarəedici girişi, v - “küy”, y_u və y_v - obyektin y çıxış siqnalının uyğun olaraq idarəedici girişə və “küyə” görə alınan toplananları, k - obyektin kvantlama intervalının sayı ilə ifadə edilən gecikməsidir. Beləliklə, stoxastik obyektin modeli

$$Y(z) = Y_u(z) + Y_v(z) = \frac{B^*(z)}{A^*(z)} z^{-k} U(z) + \frac{C^*(z)}{D^*(z)} V(z)$$

və ya

$$Y(z) = \frac{B(z)}{A(z)} z^{-k} U(z) + \frac{C(z)}{A(z)} V(z) \quad (4.6)$$

kimi yazmaq olar:

$$A(z) = A^*(z)D^*(z); B(z) = B^*(z)D^*(z); C(z) = C^*(z)A^*(z)$$

Ümumi halda $A(z)$, $B(z)$, $C(z)$ çoxhədlilərdir:

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m},$$

$$B(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m},$$

$$C(z) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_m z^{-m}.$$

Sadəlik üçün $A(z)$, $B(z)$, $C(z)$ çoxhədlilərinin tərtibi eyni götürülmüşdür. Onların tərtibi müxtəlif də ola bilər. Stoxastik obyektin fərq tənliyi isə

$$\begin{aligned} & y[nT] + a_1 y[(n-1)T] + \dots + a_m y[(n-m)T] = \\ & = b_0 u[(n-k)T] + b_1 u[(n-k-1)T] + \dots + b_m u[(n-k-m)T] + \\ & + v[nT] + c_1 v[(n-1)T] + \dots + c_m v[(n-m)T] \end{aligned} \quad (4.7)$$

şəklində olacaqdır.

4.3.2. Stoxastik tənzimləyicinin sintezi

Stoxastik tənzimləyicini müxtəlif kriterilərə görə sintez etmək olar. Burada tənzimlənən kəmiyyətin dispersiyasının minimumluğu kriterisinə görə sintez

etmə üsulu verilir. Bu məqsədlə (4.6) ifadəsini zamanın $(n+k)$ anı üçün yazaq:

$$z^k Y(z) = \frac{B(z)}{A(z)} U(z) + \frac{C(z)}{A(z)} z^k V(z) \quad (4.8)$$

Sağ tərəfdəki ikinci toplananı

$$C(z) = A(z)R(z) + z^{-k}P(z) \quad (4.9)$$

ifadəsinə əsasən parçalayaraq (4.8) - i

$$z^k Y(z) = \frac{B(z)}{A(z)} U(z) + \frac{P(z)}{A(z)} V(z) + R(z) z^k V(z) \quad (4.10)$$

kimi yazıla bilər. $R(z)$, $z^{-k}P(z)$ - uyğun olaraq $C(z)/A(z)$ nisbətini qisməti və qalıqdır. Zamanın $(n+k)$ anı üçün ölçmələrin nəticəsinə və obyektin modelinə əsasən “küyü” (4.6) ifadəsindən

$$V(z) = \frac{A(z)}{C(z)} Y(z) - \frac{B(z)}{C(z)} z^{-k} U(z) \quad (4.11)$$

kimi təyin etmək olar. Sonuncu (4.11) ifadəsini (4.10)-da yazaraq

$$z^k Y(z) = R(z) z^k V(z) + \frac{P(z)}{C(z)} Y(z) + \frac{B(z)}{A(z)} \left(1 - \frac{P(z)}{C(z)} z^{-k}\right) U(z) \quad (4.12)$$

alınır. Yenidən (4.9)-un tətbiqi ilə (4.12) ifadəsini

$$z^k Y(z) = R(z) z^k V(z) + \frac{P(z)}{C(z)} Y(z) + \frac{B(z)R(z)}{C(z)} U(z) \quad (4.13)$$

kimi alırıq. Tənzimlənən kəmiyyətin $(n+k)$ anındaki dispersiyası

$$E\left[z^k Y(z)\right]^2 = E\left[R(z) z^k V(z) + \frac{P(z)}{C(z)} Y(z) + \frac{B(z)R(z)}{C(z)} U(z)\right]^2 \quad (4.14)$$

şəklində təyin edilir. $V(z)$ “küyü” $Y(z)$ və $U(z)$ kə-

miyyətlərindən asılı olmadığı üçün onlar arasında korrelyasiya “sıfır”dır və bu səbəbdən (4.14) ifadəsini

$$E\left[z^k Y(z)\right]^2 = E\left[R(z)z^k V(z)\right]^2 + E\left[\frac{P(z)}{C(z)}Y(z) + \frac{B(z)R(z)}{C(z)}U(z)\right]^2 \quad (4.15)$$

kimi yazmaq olar. (4.15) ifadəsinin sağ tərəfindəki birinci toplanan tənzimlənən kəmiyyətin $(n+k)$ anındakı dispersiyasının “küydən” asılı hissəsini ifadə edir və o, qaçılmazdır. Tənzimlənən kəmiyyətin $(n+k)$ anındakı dispersiyasının $E\left[R(z)z^k V(z)\right]^2$ -dən böyük olmaması üçün

$$E\left[\frac{P(z)}{C(z)}Y(z) + \frac{B(z)R(z)}{C(z)}U(z)\right]^2 = 0$$

və ya

$$\frac{P(z)}{C(z)}Y(z) + \frac{B(z)R(z)}{C(z)}U(z) = 0$$

şerti ödənməlidir. Buradan tənzimlənən kəmiyyətin $(n+k)$ anındakı dispersiyasının minimumluğunu təmin edən stoxastik tənzimləyicinin ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{U(z)}{Y(z)} = -\frac{P(z)}{B(z)R(z)} \quad (4.16)$$

kimi təyin edilir. Nəzərə alsaq ki, tənzimləyicinin girişinə tənzimlənən kəmiyyətin özü deyil, $\varepsilon = g - y$ meyletməsi verilir və $g = 0$ olduqda $\varepsilon = -y$ olduğu üçün (4.16) ifadəsindəki minus (-) işarəsi nəzərdən atılır, yəni stoxastik tənzimləyicinin ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{P(z)}{B(z)R(z)} \quad (4.17)$$

şəklində olur.

Stoxastik tənzimləyicinin ötürmə funksiyasında $B(z)$ çoxhədlisi obyektin identifikasiyası nəticəsində məlum olur. $R(z)$ və $P(z)$ çoxhədliləri isə obyektin identifikasiyası nəticəsində məlum olan $C(z)$ çoxhədlisinin $A(z)$ çoxhədlisinə qalıqda z^{-k} sərbəst vuruğu alınanaqək bölünməsindən qismət və qalıq kimi təyin edilir.

Misal 4.3. Stoxastik tənzimləmə obyektinin modeli

$$Y(z) = \frac{2}{1-0.4z^{-1}} z^{-2} U(z) + \frac{1+0.2z^{-1}}{1-0.4z^{-1}} V(z),$$

yəni $k=3$ və $A(z)$, $B(z)$, $C(z)$ çoxhədliləri

$$A(z) = 1 - 0.4z^{-1},$$

$$B(z) = 2,$$

$$C(z) = 1 + 0.2z^{-1}$$

kimidir. Əvvəlcə $R(z)$ və $P(z)$ çoxhədlilərini təyin edək:

Qalıqda sərbəst z^{-2} vuruğu alınanaqək $C(z)$ çoxhədlisini $A(z)$ çoxhədlisinə bölərək $R(z)$ və $P(z)$ çoxhədliləri

$$R(z) = 1 + 0.6z^{-1},$$

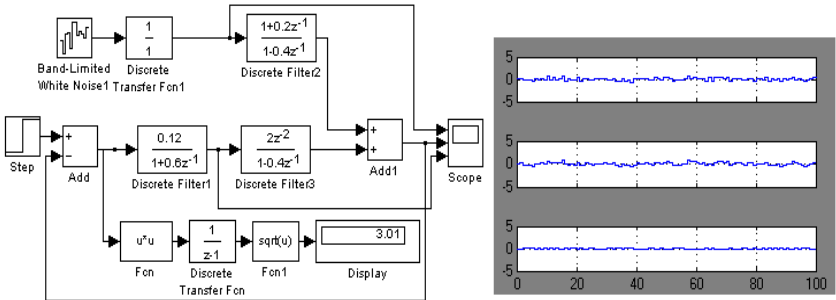
$$P(z) = 0.24$$

kimi alırıq. Stoxastik tənzimləyicinin ötürmə funksiyası

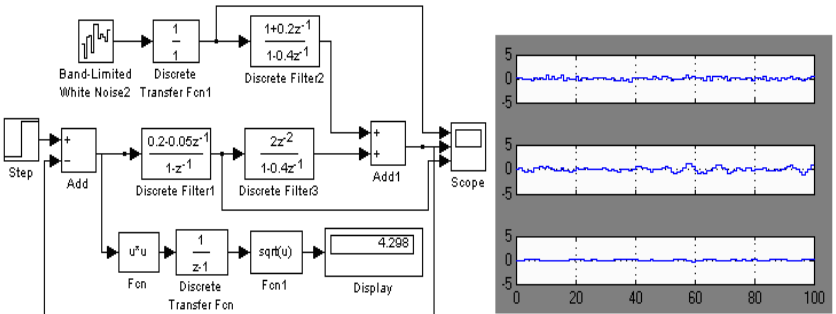
$$W(z) = \frac{0.24}{2(1+0.6z^{-1})} = \frac{0.12}{1+0.6z^{-1}}$$

kimi təyin edilir.

Şəkil 39 və 40 stoxastik obyektin uyğun olaraq stoxastik və optimal Pİ (mütənasib-inteqrallayıcı) tənzimləyicilərlə tapşırıq təsirinin sıfır qiymətində tənzimlənməsinin nəticələri verilmişdir. Hər iki şəkildə solda **MATLAB**-da simulyasiya sxemi, sağda isə simulyasiyanın nəticələri - yuxarıda obyektə təsir edən “küy”, ortada tənzimlənən kəmiyyət və aşağıda idarəedici təsirin zamana görə dəyişməsi verilmişdir. Tənzimləmə keyfiyyətinin ədədi qiymətləndirilməsi $\sigma = \sqrt{\sum \varepsilon^2}$ ifadəsinə əsasən **Display** bloku vasitəsilə aparılmışdır. Simulyasiya 100 san ərzində aparılaraq E kəmiyyətinin qiyməti stoxastik və Pİ tənzimləyicilər üçün uyğun olaraq $\sigma_{stox} = 3.01$ və $\sigma_{PI} = 4.298$ alınmışdır. Beləliklə, stoxastik tənzimləyicinin tənzimləmə xətası Pİ tənzimləyiciyə nisbətən 30 faiz azdır.



Şəkil 39. Stoxastik tənzimləyici ilə simulyasiya



Şəkil 40. Pİ tənzimləyici ilə simulyasiya

FƏSİL 5. İDARƏETMƏ OBYEKTİNİN İDENTİFİKASIYASI

Fasiləsiz obyektlərin rəqəmsal idarəetmə sistemləri həm fasiləsiz, həm də diskret elementlərdən (mənbədən) ibarət olduqları üçün tədqiqat zamanı fasiləsiz mənbələrin də diskret ötürmə funksiyalarından istifadə edilir. Fasiləsiz idarəetmə obyektlərinin diskret ötürmə funksiyalarının identifikasiyası iki üsulla aparıla bilər:

- obyektin fasiləsiz ötürmə funksiyalarına görə onun diskret ötürmə funksiyalarının alınması;
- diskret ötürmə funksiyalarının bilavasitə identifikasiyası.

5.1. Obyektin fasiləsiz ötürmə funksiyalarına görə diskret ötürmə funksiyalarının alınması

Fasiləsiz ötürmə funksiyalarına görə diskret ötürmə funksiyaları (DÖF) müxtəlif hallarda müxtəlif qaydalarla alınır:

- fərq tənliklərindən istifadə etməklə DÖF-in təyini;
- girişinə ekstrapolyator qoşulmuş obyektin DÖF-in təyini
- z -çevirmədən istifadə etməklə DÖF-in təyini;

5.1.1.Fərq tənliklərindən istifadə etməklə diskret ötürmə funksiyasının təyini

Fərz edək ki, obyektin fasiləsiz ötürmə funksiyası

$$W(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_l s^l + a_{l-1} s^{l-1} + \dots + a_1 s + a_0} e^{-\tau s} \quad (5.1)$$

şəklindədir. Onda uyğun diskret ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{B_0 + B_1 z^1 + \dots + B_m z^{-m}}{1 + A_1 z^1 + \dots + A_l z^{-l}} z^{-k} \quad (5.2)$$

şəklində alınır: (5.1)- dən (5.2)- yə keçmək üçün (5.1)-in

$e^{-\tau s}$ gecikmə hissəsi ayrı, $\frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_l s^l + a_{l-1} s^{l-1} + \dots + a_1 s + a_0}$

gecikməsiz hissəsi isə ayrı diskretləşdirilir: gecikmə taktlarının sayı $k = \lceil \tau/T \rceil$ kimi təyin edilir. $\lceil \tau/T \rceil$ ifadəsi τ/T - nisbətinin tam ədədə qədər yuvarlaqlaşdırılması deməkdir. T - diskretləşdirmə intervalıdır. Bu üsuldən, o zaman istifadə edilir ki, T - nin qiyməti nisbətən kiçik olsun.

Obyektin gecikməsiz hissəsinin fasiləsiz ifadəsi

$$W_1(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_l s^l + a_{l-1} s^{l-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (5.3)$$

kimi, diskret ifadəsi isə

$$W_1(z) = \frac{B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_m z^{-m}}{1 + A_1 z^{-1} + \dots + A_l z^{-l}} \quad (5.4)$$

şəklindədir.

Obyektin girişi x , çıxışı isə y olarsa, onda (5.3) ifadəsinə uyğun diferensial tənlik

$$\begin{aligned}
 a_l y^{(l)}(t) + a_{l-1} y^{(l-1)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = \\
 = b_m x^{(m)}(t) + b_{m-1} x^{(m-1)}(t) + \dots + b_1 x'(t) + b_0 x(t)
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

kimi olacaqdır.

Diferensial tənlikdə $x(t)$, $y(t)$ kəmiyyətlərini uyğun $x[nT]$, $y[nT]$ diskret kəmiyyətlərlə və onların bütün törəmələrini uyğun sonlu fərqlərlə (bax paraqraf 1.4) əvəz edib sağ və sol tərəfdə olan toplananları $[nT]$, $[(n-1)T]$, $[(n-2)T]$, ..., və s. arqumentlərinə görə qruplaşdırıb (islah edib) sağ və sol tərəfi $y[nT]$ -nin əmsalına bölərək

$$y[nT] + A_1 y[(n-1)T] + \dots + A_l y[(n-l)T] =$$

$$B_0 x[nT] + B_1 x[(n-1)T] + \dots + B_m x[(n-m)T]$$

fərq tənliyi alınır. (5.4) və (5.6) ifadələrinin müqayisəsindən onların arasında birmənalı əlaqənin olduğu görünür.

Misal 5.1. Obyektin $W(s) = \frac{4s+3}{5s^2+4s+2} e^{-15s}$ ötürmə funksiyasına görə onun diskret ötürmə funksiyasını əlaq ($T=1$ san).

$$k = \frac{15}{1} = 15,$$

$$5y''(t) + 4y'(t) + 2y(t) = 4x'(t) + 3x(t),$$

$$5(y[nT] - 2y[(n-1)T] + y[(n-2)T]) +$$

$$+ 4(y[nT] - y[(n-1)T]) + 2y[nT] =$$

$$= 4(x[nT] - x[(n-1)T]) + 3x[nT],$$

$$\begin{aligned}
 11y[nT] - 14y[(n-1)T] + 5y[(n-2)T] &= 7x[nT] - 4x[(n-1)T], \\
 y[nT] - 1.2727y[(n-1)T] + 0.4545y[(n-2)T] &= \\
 &= 0.6363x[nT] - 0.3636x[(n-1)T],
 \end{aligned}$$

$$W_1(z) = \frac{0.6363 - 0.3636z^1}{1 - 1.2727z^{-1} + 0.4545z^{-2}}$$

Gecikmə də nəzərə alınmaqla obyektin tam diskret ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{0.6363 - 0.3636z^1}{1 - 1.2727z^{-1} + 0.4545z^{-2}} z^{-15}$$

kimi alınır.

Çevirmənin düzgünlüyünün əlamətlərindən biri verilən və alınan ötürmə funksiyalarına görə gücləndirmə əmsalının bərabər olmasıdır.

$$k = W_1(s) = \frac{3}{2} = 1.5,$$

$$k = W_1(z)_{z=1} = \frac{0.6363 - 0.3636}{1 - 1.2727 + 0.4545} = \frac{0.2727}{0.1818} = 1.5$$

Hesabatdan görüldüyü kimi çevirmənin düzgün aparıldığını demək olar.

5.1.2. Girişinə ekstrapolyator qoşulmuş obyektin diskret ötürmə funksiyasını təyin etmək

RİS-də idarəedici təsir rəqəm tənzimləyicidən fasiləsiz obyektə RAÇ ("0" tərtibli ekstrapolyator) vasitəsilə verilir. Bu halda obyektin fasiləsiz ötürmə funksiyası $W(s)$ olarsa, onun diskret ötürmə funksiyası

$$W(z) = Z(W(s))_e \cdot W(s) = \frac{z-1}{z} Z\left(\frac{W(s)}{s}\right)$$

kimi təyin edilir. $Z\left(\frac{W(s)}{s}\right)$ ifadəsi $\frac{W(s)}{s}$ -in z -çevirməsidir.

Qeyd edək ki, əgər obyektin gecikməsi olarsa, gecikmə hissəsi yenə də əvvəlki mövzuda olduğu kimi diskretləşdirilir.

$\frac{W(s)}{s}$ ifadəsinin z -təsvirini almaq üçün həmin ifadə sadə kəsrlərə parçalanır və cədvəldən (Laplas çevirməsi) istifadə edərək, hər bir kəsir uyğun z -ifadə ilə əvəz olunur. Alınmış ifadə ümumi məxrəcə gətirilir, kəsirin sürət və məxrəci məxrəcin ən yüksək tərtibinə bölünür və ifadəyə gecikmə hissəsi əlavə edilərək obyektin tam diskret ötürmə funksiyası alınır.

Misal 5.2. Girişinə ekstrapolyator qoşulmuş və ötürmə funksiyası $W(s) = \frac{2}{5s+1} \cdot e^{-6s}$ olan obyektin diskret ötürmə funksiyasını $T = 1$ san qiyməti üçün təyin etməli.

$$k = \frac{6}{1} = 6,$$

$$W(z) = \frac{z-1}{z} Z\left(\frac{2}{s(5s+1)}\right). \quad (5.6)$$

Alınan ifadədə $\frac{2}{s(5s+1)}$ kəsirini sadə kəsrlərə ayırıq:

$$\frac{2}{s(5s+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{5s+1} = \frac{(5A+B)s+A}{s(5s+1)} \quad (5.7)$$

$\frac{2}{s(5s+1)}$ və $\frac{(5A+B)s+A}{s(5s+1)}$ kəsrlərinin və məxrəclərinin bərabərliyindən onların sürətlərinin bərabərliyini yazmaq olar:

$$2 = (5A + B)s + A.$$

A və B kəmiyyətlərini təyin etmək üçün sağ və sol tərəfdə s -in eyni qüvvətli əmsallarını bərabərləşdirərək xətti tənliklər sistemi alınır:

$$\begin{cases} 5A + B = 0 \\ A = 2 \end{cases}.$$

Sistemin həllindən $A=2$; $B=-10$ təyin edilir. Bu qiymətlər (5.7)-də, sonra isə (5.6) nəzərə alınaraq təyin edilir:

$$\begin{aligned} W(z) &= \frac{z-1}{z} Z\left(\frac{2}{s} - \frac{10}{5s+1}\right) = \frac{z-1}{z} \left[Z\left(\frac{2}{s}\right) - Z\left(\frac{10}{s+1}\right) \right] = \\ &= 2 \frac{z-1}{z} \cdot \left[Z\left(\frac{1}{s}\right) - Z\left(\frac{1}{s+0.2}\right) \right]. \end{aligned}$$

Cədvəl 12-dən istifadə edərək $\frac{2}{s}$, $\frac{10}{5s+1}$ ifadələri uyğun z -ifadələrlə əvəz edilir:

$$\begin{aligned} 2 \frac{z-1}{z} \left[\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-0.2}} \right] &= 2(z-1) \cdot \left(\frac{1}{z-1} - \frac{1}{z-e^{-0.2}} \right) = \\ &= 2 \frac{z-e^{-0.2}-z+1}{z-e^{-0.2}} = 2 \frac{1-e^{-0.2}}{z-e^{-0.2}} = 2 \frac{1-0.8187}{z-0.8187} = \frac{0.3626}{z-0.8187} = \frac{0.3626z^{-1}}{1-0.8187z^{-1}} \end{aligned}$$

Obyektin diskret ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{0.3626z^{-1}}{1-0.8187z^{-1}} z^{-6} \quad (5.8)$$

kimi alınır.

5.1.3. Diskret ötürmə funksiyasının z - çevirmə ilə təyini

Bu üsulla diskret ötürmə funksiyası diskretləşdir-mə intervalının istənilən qiyməti üçün

$$W(z) = \mathcal{Z}(W(s))$$

ifadəsi ilə təyin edilir. Üsulun mahiyyəti əvvəlki mövzu-dakının eynidir. Fərqli isə ekstrapolyatorun parametrlərinin obyektə daxil edilməməsidir.

Misal 5.3. Misal 5.2-də verilmiş obyektin $T=1\text{san}$ üçün diskret ötürmə funksiyasını təyin etməli. Yəni də

$$k = \frac{6}{1} = 6,$$

və

$$W_1(z) = \mathcal{Z}\left(\frac{2}{5s+1}\right) = \mathcal{Z}\left(\frac{0.4}{s+0.2}\right) = \frac{0.4z}{z-e^{-0.2}} = \frac{0.4z}{z-0.8187} = \frac{0.4}{1-0.8187z^{-1}}.$$

Obyektin ümumi diskret ötürmə funksiyası

$$W(z) = W_1(z)z^{-k} = \frac{0.4}{1-0.8187z^{-1}}z^{-6} \quad (5.9)$$

kimi təyin edilir. (5.8) və (5.9) ifadələrinin müqayisəsindən görüldüyü kimi iki üsulun nəticələri müxtəlifdir. Bu ifadələri gecikməni nəzərə almadan təhlil etdikdə görünür ki, z - çevirmə vasitəsilə təyin edilən DÖF-nın çıxışı giriş signalının verildiyi anda, ekstrapolyator olduqda isə bir takt sonra qiymət alır. Bundan başqa obyektin vacib xarakteristikası olan gücləndirmə əmsali ($K = 2$) ekstrapolyator olduğu zaman dəqiq $K = 2$ olduğu halda, z - çevirmə nəticəsində $K = 2.2$ alınır.

5.2. Diskret ötürmə funksiyalarının bilavasitə identifikasiyası

RİS meydana gəldikdən sonra fasiləsiz obyektlərin diskret ötürmə funksiyalarının bilavasitə alınmasının çoxlu sayda üsulları işlənmişdir. Bu üsullardan ən kiçik kvadratlar üsulu (ƏKKÜ), rekurrent ən kiçik kvadratlar üsulu (RƏKKÜ), ümümləşmiş ən kiçik kvadratlar üsulu (ÜƏKKÜ), rekurrent ümümləşmiş ən kiçik kvadratlar üsulu (RÜƏKKÜ), maksimum oxşarlıq üsulu (MOÜ), rekurrent maksimum oxşarlıq üsulu (RMOÜ), əlavə dəyişənlər üsulu (ƏDÜ), rekurrent əlavə dəyişənlər üsulu (RƏDÜ), rekursiv süzgəcləmə üsulu (RSÜ) və s. göstərmək olar.

Bu və ya digər üsulun tətbiq edilməsi obyektlərin həyacana məruz qalıb-qalmamasından, stasionar və ya qeyri-stasionar olmasından, identifikasiyanın məqsədindən asılıdır: idarəetmə obyekti stasionar olub təsadüfi həyacanlara məruz qalmadıqda ƏKKÜ; təsadüfi həyacanlara məruz qalmayan qeyri-stasionar obyektlərə RƏKKÜ; stasionar olub təsadüfi həyacanlara məruz qalan obyektlər üçün stoxastik tənzimləmə sistemi sintez etdikdə ÜƏKKÜ, MOÜ, ƏDÜ, RSÜ; qeyri-stasionar olub təsadüfi həyacanlara məruz qalan obyektlər üçün adaptiv tənzimləmə sistemi sintez etdikdə isə RÜƏKKÜ, RMOÜ, RƏDÜ üsulları tətbiq edilir.

5.2.1. DÖF-nin identifikasiyasının ümumi sxemi

Yuxarıda adı çəkilən bütün üsullarla identifikasiya edildikdə məlumat T intervalı ilə kompüterin yaddaşından idarəedici təsirlər rəqəm-analoq çevirici, icra mexanizmi vasitəsilə obyektə ötürülür və obyektin tənzimlənən çıxış kəmiyyəti isə verici, müxtəlif çevricilər və analoq-rəqəm çevirici vasitəsilə yaddaşa qəbul edilir (Şəkil 1-ə bax) və bütün aralıq elementlərin (RAÇ, İM, V, ARÇ, ötürmə kanalı) xarakteristikaları gətirilmiş obyektin xarakteristikasına daxil olaraq identifikasiya zamanı onlar da nəzərə alınır. Beləliklə, gətirilmiş idarəetmə obyektinin giriş və çıxışı kimi yaddaş götürülür (Şəkil 41).



Şəkil 41. Gətirilmiş obyektli sistemin quruluşu

Təbiidir ki, bu obyekt haqqında “təmiz” deyil, müxtəlif mənbələrdən verilən “küy”lərlə “çirklənmiş” məlumat qəbul edilir. Giriş kəmiyyətləri kompüter tərəfindən yaradıldığı üçün onlar heç bir “küy”ə məruz qalmır, obyektin yalnız çıxış məlumatı “çirklənmiş”

olur. Odur ki, belə məlumatla identifikasiya etməzdən əvvəl onu “çirkdən” təmizləmək lazımdır.

İdentifikasiya üçün məlumat aktiv və ya passiv təcrübə vasitəsilə toplanır.

Aktiv təcrübələr zamanı kompüterin yaddaşından obyekt əvvəlcədən tərtib edilmiş plana uyğun olaraq nümunəvi siqnallar verilir və obyektin həmin siqnallara reaksiyası yaddaşda qeyd edilir. Nümunəvi siqnal kimi vahid təkan, vahid impuls və ya harmonik siqnallardan biri ola bilər.

Passiv təcrübələrdə obyektə heç bir təsir etmədən, onun normal iş rejimi zamanı kompüterin yaddaşından idarəedici təsirlər və tənzimlənən kəmiyyətlər haqqında statistik məlumat toplanır.

RİS-də tətbiq edilən təcrübələrdən biri də kompromis təcrübədir. Bu təcrübə zamanı tənzim dövrəsi açıqlaraq idarəedici təsirlər elə dəyişdirilir ki, tənzimlənən kəmiyyət müəyyən hədd daxilində dəyişə bilsin. Bu təcrübə obyektə bilavasitə təsir edildiyi üçün aktiv, toplanan məlumatın təsadüfi xarakter daşdığı üçün passiv təcrübələri özündə birləşdirir.

Bu və ya digər təcrübə ilə toplanmış məlumat süzgəclənir və sonra müvafiq identifikasiya üsulu tətbiq edilərək DÖF-ın parametrləri təyin edilir. Bir neçə süzgəcləmə və statistik məlumata əsasən parametrik identifikasiya üsulları ilə tanış olaq.

5.2.2. Məlumatın süzgəclənməsi

Süzgəclər analoq və diskret olurlar. RİS-də istifadə edilən məlumat diskret olduğu üçün diskret süzgəclənmə üsullarına baxaq. Diskret süzgəclənmənin müxtəlif üsulları vardır. Ən çox istifadə edilən üsullar sürüşkən ortalama və eksponensial süzgəcləmə üsullarıdır.

Fərz edək ki, təcrübə nəticəsində tənzimlənən kəmiyyət haqqında T intervalı ilə

$$Y = \{y[0T], y[1T], \dots, y[NT]\}$$

ədədlər ardıcılığı alınmışdır.

Sürüşkən ortalama üsulunda həmin ardıcılığın elementləri

$$\tilde{y}[iT] = \frac{1}{2m+1} \sum_{j=i-m}^{i+m} y[jT], \quad i = \overline{m, N-m}$$

ifadəsi ilə süzgəclənir. Burada $2m+1$ kəmiyyəti süzgəclənmə pəncərəsinin eni adlanır. Pəncərənin eni, yəni m ədədi nə qədər böyük olarsa, süzgəcləmə keyfiyyəti bir o qədər yüksək olar. Lakin, bu zaman ardıcılığın başlanğıc və sonunda süzgəclənməyən elementlərinin sayı da çox olur. Baxdığımız üsul sürüşkən ortalama üsulunun ən sadə variantıdır. Onun modifikasiya olunmuş müxtəlif variantları vardır. Bunlardan biri qonşu nöqtələrə çəki əmsalları verməkdir:

$$\tilde{y}[iT] = \sum_{j=i-m}^{i+m} \alpha_j y[jT], \quad i = \overline{m, N-m}$$

Süzgəclənən nöqtəyə (mərkəz) yaxın kəmiyyətlərin çəki əmsalları böyük, uzaqlaşdıqca isə kiçik götürülür.

Ümumiyyətlə, çəki əmsalları elə götürülməlidir ki,

$$\sum_{j=i-m}^{i+m} \alpha_j = 1$$

olsun.

Müxtəlif müəlliflər tərəfindən çəki əmsallarının təyin olunma qaydaları verilmişdir. Bunlardan Baterlett, Çebişev və s. üsulları göstərmək olar.

Bü üsullar məlumat əldə edildikdən sonra tətbiq edilə bilər. Real zaman ərzində isə məlumat yalnız bir-tərəfli, yəni artıq məlum qiymətlərdən istifadə edilərək süzgəclənir:

$$\tilde{y}[iT] = \frac{1}{m+1} \sum_{j=i-m}^i y[jT], \quad i = \overline{m+1, N}.$$

Eksponensial süzgəcləmə üsulunda məlumat

$$\tilde{y}[iT] = \alpha \tilde{y}[(i-1)T] + (1-\alpha)y[iT]$$

ifadəsi ilə süzgəclənir. α kəmiyyəti $(0,1)$ intervalında qiymət alır $\alpha = 0.5$ olduqda ən yaxşı süzgəcləmə alınır.

5.2.3. Ən kiçik kvadratlar üsulu

Fərz edək ki, təcrübə nəticəsində və süzgəcləndikdən sonra obyektin giriş və çıxışı haqqında məlumat (sadəlik məqsədilə bundan sonra bütün diskret kəmiyyətləri nisbi zamanda, yəni T kəmiyyəti olmadan yazmaq)

$$X^T = |x[0] \ x[1] \ x[2] \dots x[N]|,$$

$$Y^T = |y[0] \ y[1] \ y[2] \dots y[N]|$$

sütun vektorları şəklindədir. Obyektin DÖF-ı

$$W_1(z) = \frac{B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_m z^{-m}}{1 + A_1 z^{-1} + \dots + A_r z^{-r}} z^{-k}, \quad r \geq m \quad (5.10)$$

şəklində axtarılır. Diskret ötürmə funksiyasının namə-lum $B_0, B_1, \dots, B_m, A_1, \dots, A_r$ əmsallarını təyin etmək tələb olunur. Həmin əmsallardan ibarət β sütun vektoru

$$\beta^T = |B_0, \dots, B_m, A_1, \dots, A_r|$$

kimi ifadə edilir. ƏKKÜ-nun vektor-matris forması

$$\beta = \left| M^T \cdot M \right|^{-1} M^T \bar{Y}$$

şəklindədir. M informasiya matrisi adlanıb X və Y vektorlarından, \bar{Y} -isə yalnız Y vektorundan tərtib edilir. M matrisi və \bar{Y} vektorunun quruluşunu müəyyən etmək üçün (5.10) ötürmə funksiyasına uyğun

$$y[n] + A_1 y[n-1] + \dots + A_2 y[n-r] =$$

$$B_0 x[n-k] + B_1 x[n-k-1] + \dots + B_m x[n-k-m]$$

fərq tənliyinin

$$y[n] = B_0 x[n-k] + B_1 x[n-k-1] + \dots + B_m x[n-k-m] - \\ - A_1 y[n-1] - \dots - A_r y[n-r]$$

həllini Y vektorunun elementlərinə $y[r+k]$ -dən $y[N]$ -
dək tətbiq edərək

$$\begin{cases} y[r+k] = B_0 x[r] + \dots + B_m x[r-m] - A_1 y[r+k-1] - \dots - A_r y[k] \\ y[r+k+1] = B_0 x[r+1] + \dots + B_m x[r-m+1] - A_1 y[r+k] - \dots - A_r y[k+1] \\ \vdots \\ y[N] = B_0 x[N-k] + \dots + B_m x[N-k-m] - A_1 y[N-1] - \dots - A_r y[N-r] \end{cases}$$

sistemini alırıq. Tənliklər sistemindən \bar{Y} vektoru və M -
matrisinin quruluşu

$$\bar{Y}^T = |y[r+k] \quad [r+k+1] \dots y[N]|,$$

$$M = \begin{vmatrix} x[r] \dots x[r-m] & -y[r+k-1] \dots -y[k] \\ x[r+1] \dots x[r-m+1] & -y[r+k] \dots -y[k+1] \\ \vdots & \\ x[N-k] \dots x[N-k-m] & -y[N-1] \dots -y[N-r] \end{vmatrix}$$

kimi alınır.

Qeyd: Ədəbiyyatda β vektoru

$$\beta^T = |B_0, \dots, B_m, -A_1, \dots, -A_r|$$

şəklində, M -matrisində isə Y vektorunun elementləri isə
müsbət işarə ilə götürülür.

Misal 5.4. Təcrübə nəticəsində

$$X^T = |0.97 \ 0.20 \ 0.52 \ 0.13 \ 0.87 \ 0.02 \ 0.48 \ 0.95 \ 0.32 \ 0.77 \ 0.69|,$$

$$Y^T = |0.48 \ 0.25 \ 0.30 \ 0.12 \ 0.42 \ 0.09 \ 0.20 \ 0.48 \ 0.25 \ 0.38 \ 0.39|$$

alınmışdır. $m = 1$, $r = 2$, $k = 0$ qiymətləri üçün \bar{Y} vektoru və M –matrisi

$$\bar{Y} = \begin{pmatrix} 0.3000 \\ 0.1200 \\ 0.4200 \\ 0.0900 \\ 0.2000 \\ 0.4800 \\ 0.2500 \\ 0.3800 \\ 0.3900 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} 0.5200 & 0.2000 & -0.2500 & -0.4800 \\ 0.1300 & 0.5200 & -0.3000 & -0.2500 \\ 0.8700 & 0.1300 & -0.1200 & -0.3000 \\ 0.0200 & 0.8700 & -0.4200 & -0.1200 \\ 0.4800 & 0.0200 & -0.0900 & -0.4200 \\ 0.9500 & 0.4800 & -0.2000 & -0.0900 \\ 0.3200 & 0.9500 & -0.4800 & -0.2000 \\ 0.7700 & 0.3200 & -0.2500 & -0.4800 \\ 0.6900 & 0.7700 & -0.3800 & -0.2500 \end{pmatrix}$$

kimi tərtib edilmiş və nəticədə β vektoru

$$\beta^T = [0.4955 \quad -0.3299 \quad -0.9647 \quad 0.2782]$$

şəklində təyin edilmişdir. Beləliklə, obyektin DÖF

$$W(z) = \frac{0.4955 - 0.3299z^{-1}}{1 - 0.9647z^{-1} + 0.2782z^{-2}} \quad (5.11)$$

kimi alınmışdır.

k , m və r kəmiyyətlərinin məlum qiymətləri üçün ƏKKÜ proqramı MNK adlanır və onun mətni əlavələrdə verilmişdir.

Baxılan misalda k , m və r kəmiyyətlərinin məlum olduğu qəbul edilmişdir. DÖF (5.10), yəni z -in mənfi qüvvəti şəklində verildikdə $r \geq m$ şərti ödənilməyə bilər. Bütün bu deyilənlər nəzərə alındıqda \bar{Y} vektoru və M –matrisinin quruluşu dəyişir və identifikasiya bir deyil, $\Delta k \times \Delta r \times \Delta m$ həll nəticəsində yerinə yetirilir: k , m və r kəmiyyətləri növbə ilə özlərinin minimum qiymətindən maksimum qiymətinədək dəyişdirilərək hər dəfə \bar{Y}

vektoru və M –matrisi tərtib edilib β vektoru və $\Delta\sigma^2(y)$ təyin edilir. Bütün həllər içərisindən $\Delta\sigma^2(y)$ kəmiyyətinin minimum qiymətini təmin edən β vektoru seçilir. $\Delta\sigma^2(y)$ - obyektin çıxışının qalıq dispersiyasıdır.

Misal 5.5. k , m və r kəmiyyətlərinin məlum olmadığı və onların ixtiyari münasibətləri üçün ƏKKÜ proqramı MNK1 adlanır. Proqramın mətni və misal 5.4-dəki məlumat əsasında işinin nəticəsi - k , m və r kəmiyyətlərinin, $\Delta\sigma^2(y)$ qalıq dispersiyasının və β vektorunun qiymətləri əlavələrdə verilmişdir. Nəticələrin təhlili göstərir ki, qalıq dispersiyası $k = 0$, $m = 2$ və $r = 2$ qiymətlərində daha kiçikdir. Bu halda obyektin ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{0.495 - 0.347z^{-1} - 0.025z^{-2}}{1 - 0.9966z^{-1} + 0.236z^{-2}} \quad (5.12)$$

şəklində alınır. (5.11) və (5.12) ifadələrinin müqayisəsi onların praktik olaraq eyni olduqlarını göstərir: digər əmsallara nisbətən $b_2 = 0.025$ əmsalı bir tərtib kiçikdir, qalan uyğun əmsallar isə bir-birindən cüzi fərqlənir. Deməli obyektin ötürmə funksiyası kimi (5.11) və (5.12) ifadələrindən biri götürülə bilər.

Təcrübələrin sayı nə qədər çox olarsa nəticə bir o qədər keyfiyyətli olar.

5.2.4. Rekurrent ən kiçik kvadratlar üsulu

Rekurrent üsullar parametrləri real zaman miqyasında dəyişən qeyri-stasionar obyektlərin identifikasiyası üçün tətbiq edilir. Lakin, stasionar obyektlərin də identifikasiyası üçün tətbiq edilə bilər. Bütün rekurrent iden-

tifikasiya üsullarının mahiyyəti modelin β əmsallar vektorunun n -ci andakı qiymətini onun $(n-1)$ -ci andakı qiymətinə əsasən təyin etməkdir:

$$\beta[n] = \beta[n-1] + \lambda(n-1)[y(n) - y_m(n-1)].$$

Burada: $\lambda(n-1)$ - təshihedici vektor, $y(n)$ - obyektin çıxışının ölçmədən alınan cari qiyməti, $y_m(n-1)$ - obyektin çıxışının $n-1$ -ci andakı model və məlum ölçmələrə əsasən hesablanmış nəzəri qiymətidir.

Müxtəlif üsulların fərqi $\lambda(n-1)$ təshihedici vektorun təyin edilmə qaydasındadır. Rekurrent ən kiçik kvadratlar üsulunda $\lambda(n-1)$ korreksiya vektoru aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$\lambda(n-1) = P(n)\psi(n) = \frac{1}{\psi^T(n)P(n-1)\psi(n)+1} P(n-1)\psi(n),$$

$$P(n) = \left[I - \lambda(n-1)\psi^T(n) \right] P(n-1)$$

Obyektin DÖF (5.10) şəklində olarsa I vahid matrisi, $\beta(n-1)$, $\psi(n)$ və $\lambda(n-1)$ vektorlarının quruluşu

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \\ \vdots & & & \\ \vdots & & & \\ \vdots & & & \\ \vdots & & & \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}, \quad \beta(n-1) = \begin{pmatrix} A_1(n-1) \\ A_2(n-1) \\ \vdots \\ A_r(n-1) \\ B_0(n-1) \\ B_1(n-1) \\ \vdots \\ B_m(n-1) \end{pmatrix},$$

$$\psi(n) = \begin{pmatrix} -y[n-1] \\ -y[n-2] \\ \vdots \\ -y[n-r] \\ x[n-k] \\ x[n-k-1] \\ \vdots \\ x[n-k-m] \end{pmatrix}, \quad \lambda(n-1) = \begin{pmatrix} \lambda_1(n-1) \\ \lambda_2(n-1) \\ \vdots \\ \lambda_r(n-1) \\ \lambda_{r+1}(n-1) \\ \lambda_{r+2}(n-1) \\ \vdots \\ \lambda_{r+m}(n-1) \end{pmatrix}$$

kimi olacaqdır. β vektoru və P matrisinin başlanğıc qiyməti uyğun olaraq

$$\beta(0)=0, P(0)=\alpha I$$

götürülür. α - sabit ədəd olub, onun qiyməti alqoritmın yığılma sürətinə təsir edir.

Misal 5.6. Fərz edək ki, obyektin axtarılan ötürmə funksiyası

$$W(z) = \frac{B_0 + B_1 z^{-1}}{1 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2}} z^{-1}$$

şəklindədir. I vahid matrisi, $\beta(n-1)$, $\psi(n)$ və $\lambda(n-1)$ vektorları isə

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \beta(n-1) = \begin{pmatrix} A_1(n-1) \\ A_2(n-1) \\ B_0(n-1) \\ B_1(n-1) \end{pmatrix},$$

$$\psi(n) = \begin{bmatrix} -y[n-1] \\ -y[n-2] \\ x[n-3] \\ x[n-4] \end{bmatrix}, \quad \lambda(n-1) = \begin{bmatrix} \lambda_1(n-1) \\ \lambda_2(n-1) \\ \lambda_3(n-1) \\ \lambda_4(n-1) \end{bmatrix}$$

şəklində olacaqdır.

Daha konkret olaraq obyektin modeli

$$W(z) = \frac{0.6 - 0.1z^{-1}}{1 + 0.5z^{-1} - 0.06z^{-2}} z^{-1},$$

$\alpha = 4$, $\beta^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$ götürülmüş, “obyektin” girişinə təsadüfi siqnal verilərək onun parametrləri “RMNK” proqramı vasitəsilə təyin edilmişdir. Proqramın nəticəsi cədvəl 5.1-də, mətni isə əlavələrdə verilmişdir.

Cədvəl 5.1

A_1	A_2	B_0	B_1
0	0	0	0
0	0	0.4606	0
0	0	0.4582	-0.0061
0.2588	0	0.4114	-0.1668
0.2372	-0.0925	0.4444	-0.1570
0.3653	-0.1517	0.5501	-0.0683
⋮	⋮	⋮	⋮
0.5000	-0.0600	0.6000	-0.1000

5.2.5. Rekursiv süzgəcləmə və Ümumiləşmiş ən kiçik kvadratlar üsulları

Bu üsullar modeli

$$Y(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_r z^{-r}} z^{-k} X(z) + \frac{1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_l z^{-l}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_r z^{-r}} V(z)$$

şəklində olan stoxastik obyektin DÖF-nın identifikasiyası üçün tətbiq edilir. İdentifikasiya prosesi iterasiyalı olub m, r, l, k parametrlərinin məlum qiymətlərində aşağıdakı kimi yerinə yetirilir:

1. Başlanğıcda (0-cı iterasiya) obyekt haqqında təcrübə nəticəsində toplanmış X və Y ardıcılıqlarına əsasən ƏKKÜ ilə

$$\beta^T(0) = |b_0(0) \ b_1(0) \dots b_m(0), \ a_1(0), \dots a_r(0)|$$

əmsallar vektoru təyin edilir;

2. E xətlər vektoru

$$E = Y - Y_m = |e[0] \ e[1] \ \dots \ e[N]|^T, \ e[i] = y[i] - y_m[i], \ i = \overline{0, n}$$

alınır;

3. Xətlər vektoruna əsasən ƏKKÜ ilə

$$e_m[i] = e[i] + q_1 e[i-1] + q_2 e[i-2] + \dots + q_l e[i-l], \ i = \overline{r, N};$$

avtoregressiya modeli alınır;

4. X və Y ardıcılıqlarının elementləri RSÜ -da

$$\tilde{x}[i] = x[i] + a_1(0)x[i-1] + \dots + a_r(0)x[i-r], \ i = \overline{r, N},$$

$$\tilde{y}[i] = y[i] + a_1(0)y[i-1] + \dots + a_r(0)y[i-r], \ i = \overline{r, N}$$

ifadələri ilə, ÜƏKKÜ – da isə

$$\tilde{\tilde{x}}[i] = x[i] + q_1(0)x[i-1] + \dots + q_r(0)x[i-r], \ i = \overline{r, N},$$

$$\tilde{y}[i]=y[i]+q_1(0)y[i-1]+\dots+q_r(0)y[i-r], \quad i=\overline{r,N}$$

ifadələri ilə süzgəclənilir;

5. Birinci bənddən beşinci bəndədək əməliyyatlar süzgəclənmiş ardıcılıqlardan istifadə edərək $|\sigma_i - \sigma_{i-1}| < \varepsilon$ şərti ödənənədək təkrar yerinə yetirilir. ε - qiyməti əvvəlcədən seçilmiş kiçik kəmiyyət, σ_i -isə

$$\sigma_i = \sqrt{E_i^T E_i} / N \text{ ifadəsi ilə hesablanır;}$$

6. Obyektin modelinin c_1, \dots, c_l əmsalları

$$\frac{1}{1+q_1z^{-1}+\dots+q_lz^{-l}} = 1+c_1z^{-1}+\dots+c_lz^{-l}$$

ifadəsi ilə təyin edilir.

Göründüyü kimi bu üsullar yalnız süzgəclərlə fərqlənir.

Misal 5.7. Stoxastik obyektin modeli

$$Y(z) = \frac{0.5-0.3z^{-1}+0.12z^{-2}}{1-0.8z^{-1}+0.12z^{-2}}U(z) + \frac{1-0.82z^{-1}-0.18z^{-2}}{1-0.8z^{-1}+0.12z^{-2}}V(z)$$

götürülmüş və əlavələrdə mətni verilmiş OMNK_MRF proqramı ilə hər iki üsulla identifikasiya edilmiş və aşağıdakı nəticələr alınmışdır: ÜƏKKU ilə 15 iterasiyaya

$$Y(z) = \frac{0.503-0.315z^{-1}+0.137z^{-2}}{1-0.829z^{-1}+0.155z^{-2}}U(z) + \frac{1-0.703z^{-1}+0.288z^{-2}}{1-0.829z^{-1}+0.155z^{-2}}V(z)$$

RSÜ ilə 10 iterasiyaya



$$Y(z) = \frac{0.498-0.283z^{-1}+0.091z^{-2}}{1-0.754z^{-1}+0.065z^{-2}}U(z) + \frac{1-0.463z^{-1}-0.103z^{-2}}{1-0.754z^{-1}+0.065z^{-2}}V(z)$$

Hər iki üsulun nəticəsi, o cümlədən yığılması bir çox amildən – küyün səviyyəsindən, **rand** funksiyasının generasiya etdiyi təsadüfi kəmiyyətlərdən və s. asılıdır.

Ədəbiyyat

1. Rüstəmov Q.Ə. Avtomatik tənzipləmə nəzəriyyəsi. II hissə. Bakı, “Nasir”, 2006
2. Джури Э. Импульсные системы автоматического регулирования. -М.: ГИФМЛ, 1963
3. Изерман Р. Цифровые системы управления. – М.: Мир, 1984
4. Острем К., Виттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ. –М.: Мир, 1987
5. Острем К. Введение в стохастическую теорию управления. –М.: Мир,1973
6. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. –М.: Мир, 1975
7. Теория автоматического управления. Ч.II./Под ред. А.А.Воронова. –м.: Высшая школа, 1986

Ə L A V Ə L Ə R

Proqramların adları onların saxlandığıları faylların adları ilə eynidir. Proqramlarda yalnız qara sətirlərdə dəyişikliklər etməklə başqa misalları yerinə yetirmək olar. Bunun üçün MATLAB-ın əsas dialoq pəncərəsində «Файл» opsiyası və ya  işarəsi ilə uyğun proqramın mətni redaktor pəncərəsində açılır. Zəruri dəyişikliklər edildikdən sonra həmin pəncərədə  işarəsi ilə proqram saxlanılır və əmrlər pəncərəsində **run** 'MNK' ('MNK1' , 'RMNK', 'OMNK_MRF' və c.) əmri ilə proqram icra etdirilir.

Z-operatoruna görə dayanıqlığın tədqiqi

```
% Mixaylov proqramı 3 tertibli
% RIS-in Z operatoruna dayanıqlığının tədqiq
edir
% a1, b1, c1 -xarakteristik tenliyin kokleridir
a1=-1.9;b1=1.6;c1=-0.3;
m=zeros(1,4);
da=0.01;
rr=2/da; Re=zeros(1,rr);Im=Re;
d2=a1+b1+c1;d1=a1*b1+a1*c1+b1*c1;d0=a1*b1*c1;
i1=0;
for a=1:-da:-1; b=sqrt(1-a^2);i1=i1+1;
Re(1,i1)=a^3-3*a*b^2+d2*a^2-d2*b^2+d1*a+d0;
Im(1,i1)=3*b*a^2-b^3+2*d2*a*b+d1*b;
%m(1)=a;m(2)=b;m(3)=Re(1,i1);m(4)=Im(1,i1);
%disp(mat2str(m));
plot(Re,Im)
end
```

Ən kiçik kvadratlar üsulunun proqramı (m, r və k – nın məlum qiymətləri üçün)

```
% MNK - En kicik kvadratlar usulu
X=[0.97;0.20;0.52;0.13;0.87;0.02;0.48;0.95;0.32;0.77;
0.69];
Y=[0.48;0.25;0.30;0.12;0.42;0.09;0.20;0.48;0.25;0.38;
0.39];
% m,r -suretin ve mexrecin tertibi,k -gecikme
% n -tecrubelerin sayi
m=1;r=2;k=0;n=11;
if r>m+k; n1=r+1; else n1=m+k+1; end
mi=n-n1+1; mj=m+r+1;
M=zeros(mi,mj); Y1=zeros(mi,1); B=zeros(mj);
for j1=1:m+1
    for il= 1:mi
        M(il,j1)=X(n1+il-k-j1);
    end
end
for j1=m+2:mj
    for il= 1:mi
        M(il,j1)=-Y(n1+il-j1+m);
    end
end
for il= 1:mi
    Y1(il,1)=Y(n1+il-1);
end
B=inv(M'*M)*(M'*Y1);
B'
```

Ən kiçik kvadratlar üsulunun proqramı(m, r və k – nın qiymətləri məlum olmadıqda)

```
% MNK1 - En kicik kvadratlar usulu
X=[0.97;0.20;0.52;0.13;0.87;0.02;0.48;0.95;0.32;0.77;
0.69];
Y=[0.48;0.25;0.30;0.12;0.42;0.09;0.20;0.48;0.25;0.38;
0.39];
% mm,rm -suretin ve mexrecin tertibinin maksimum
qiymeti
% km -gecikmenin maksimum qiymeti
% n -tecrubelerin sayi
```

```

mm=2; rm=2; km=2;n=11;
p=[0 0 0 0];
for m=0:mm;
    for r=1:rm;
        for k=0:km;
            if r>m+k; n1=r+1; else n1=m+k+1; end
            mi=n-n1+1; mj=m+r+1;
            M=zeros(mi,mj); Y1=zeros(mi,1); B=zeros(mj);
            for j1=1:m+1
                for i1= 1:mi
                    M(i1,j1)=X(n1+i1-k-j1);
                end
            end
            for j1=m+2:mj
                for i1= 1:mi
                    M(i1,j1)=-Y(n1+i1-j1+m);
                end
            end
            for i1= 1:mi
                Y1(i1,1)=Y(n1+i1-1);
            end
            B=inv(M'*M)*(M'*Y1);
            e=0;for l1=1:mi; ym=0;
                for l2=1:mj;
                    ym=ym+B(l2)*M(l1,l2);
                end
                e=e+(Y1(l1)-ym)^2;
            end
            e=e/(mi+1);
            p(1)=m;p(2)=r;p(3)=k;p(4)=e;
            disp(mat2str(p));disp(mat2str(B'))
        end
    end
end

```

MNK1 proqramının hesabatının nəticələri

```

[0 1 0 0.00040704354294979]
[0.436051812813512 -0.249949980772812]
[0 1 1 0.0292851929094569]
[-0.619540548007617 -1.90961263762352]

```

[0 1 2 0.0258228811733706]
 [0.24333186061726 -0.495778859066471]
 [0 2 0 0.000138906172981888]
 [0.461314598252637 -0.228397016990219 0.0479285655615268]
 [0 2 1 0.0131631672419241]
 [2.03073306601041 4.2337202257443 -1.71486042729735]
 [0 2 2 0.0210423062498645]
 [-0.360039955600583 -0.2568548209953 -1.32128357511279]
 [1 1 0 0.000382146425984589]
 [0.44152620304788 0.0462559580310712 -0.157215144632452]
 [1 1 1 0.0215334931232596]
 [1.39057403027301 0.609997864507949 2.52659033058126]
 [1 1 2 0.0190042819772978]
 [0.287310776432156 0.256766839908118 -0.0612369704092081]
 [1 2 0 1.22679472806293e-005]
 [0.495455468289481 -0.329887264603423 -0.964718431331651
 0.278241137493518]
 [1 2 1 0.0131063853098774]
 [1.974511414718 -0.0723040925404047 4.12690909457614
 -1.83130121541248]
 [1 2 2 0.0171692180932305]
 [1.23233222482446 0.532609670435801 0.0295066520578078
 2.01873062088317]
 [2 1 0 8.24152400313864e-005]
 [0.469514656666341 -0.186267138619044 -0.0757607804171345
 -0.619728023919365]
 [2 1 1 0.010785054533601]
 [2.60517031153884 0.86182456749758 0.298021157874422
 5.61607820605402]
 [2 1 2 0.00699290583935345]
 [0.162567794248266 0.43581900478647 0.251994976880098
 0.272881373109234]
 [2 2 0 5.49015540694222e-006]
 [0.494971042275946 -0.347021377992088 -0.0250037021977001
 -0.996572404491049 0.236025655243326]
 [2 2 1 0.00797713529193969]
 [4.73057472500947 -0.676682327571764 -0.254210061839028
 10.055125160632 -4.28776924829033]
 [2 2 2 0.00562848538961751]
 [1.57113097768777 0.811505600409554 0.348906641300103
 0.497462353862847 3.06589602604607]

Rekurrent En küçük kvadratlar usulunun programı

```

%RMNK - Rekurrent en küçük kvadratlar usulu
% m,r -suretin ve mexrecin tertibi,k -gecikme
m=1;r=2;k=1; a=4;
n=r+m+1; B=zeros(m+1,1); A=zeros(r,1);
B(1,1)=0.6; B(2,1)=-0.1; A(1,1)=0.5; A(2,1)=-0.06;
m1=m+k+2; x=zeros(1,m1); r1=r+1; y=zeros(1,r1);
II=a*eye(n,n);
B1=zeros(n,1); psi=zeros(n,1); lia=zeros(n,1);
pn1=II;
BSY=0; BSY=1000;ks=0;
while abs(BST-BSY)>0.01*BST/n | ks<5
    BSY=BST; x(1,m1)=rand;y(1,r1)=0;
    For 2=1:m+1; y(1,r1)=y(1,r1)+B(i2,1)*x(1,m1-k-i2);
        end
    for i2=1:r; y(1,r1)=y(1,r1)-A(i2,1)*y(1,r1-i2); end
    for i2=1:m+1; psi(r+i2)=x(1,m1-k-i2); end
    lia=1/(psi'*pn1*psi+1)*pn1*psi;
    pn1=(II-lia*psi')*pn1;
    dy=y(1,r1)-B1'*psi;
    B1=B1+lia*dy;
    for j1=1:r; y(1,j1)=y(1,j1+1); end
    for j1=1:m1-1; x(1,j1)=x(1,j1+1);end
    BST=dy;
    ks=ks+1;
    if ks>1000
        break
    end
end
disp([' A ve B coxhedlilerin emsallari='
                                           ,mat2str(B1')]);
disp(['Iterasiyaların sayı=',num2str(ks)])

```

Ümumiləşmiş Ən kiçik kvadratlar və Rekursiv süzəcləmə üsullarının proqramı

```

% OMNK_MRF - Umumilesmis en kicik kvadratlar ve
rekursiv suzgecleme usulu
% m - oturma funksiyasinin (A,B ve C coxhedlilerinin)
tertibini
% n1 - tecrubelerin sayi
% al - kuyun gucu
% e - iterasiyalar arasi ferg
% pm - identifikasiya usulunun secilmesi: pm=0 -
OMNK; pm>0 - MRF
m=2; n1=100;ks=0;al=0.0005; e=0.00000001; pm=0;
if pm==0
    disp('OMNK usulu ile identifikasiya')
else
    disp('MRF usulu ile identifikasiya')
end
A=zeros(m+1,1); B=A; C=A;
A(1)=1; A(2)=-0.8; A(3)=0.12;
B(1)=0.5; B(2)=-0.3; B(3)=0.12;
C(1)=1; C(2)=-0.82; C(3)=-0.18;
X=zeros(n1,1); Y=X;E=X;v=X;XF=X;YF=X;YM=X;
for il=1:n1; X(il)=rand;
    v(il)=al*(2*rand-1);
end
for il=1:n1; Y(il)=0;
    for j1=1:m+1;
        if il-j1+1>0;
            Y(il)=Y(il)+B(j1)*X(il-j1+1)+C(j1)*v(il-j1+1);
        end
    end
    for j1=1:m;
        if il-j1>0;
            Y(il)=Y(il)-A(j1+1)*Y(il-j1);
        end
    end
end
end
XF=X;YF=Y;
m2=2*m+1;M1=zeros(n1-m,m2);Y1=zeros(n1-m,1);
B1=zeros(m2,1);

```

```

BST=0; BSY=1000;
while abs(BST-BSY)>e
    BSY=BST;
    for il=1:m+1
        for j1=1:n1-m; M1(j1,il)=XF(j1-il+m+1); end
    end
    for il=m+2:m2
        forj1=1:n1-m;M1(j1,il)=-YF(j1-(il-m-1)+m);end
    end
    for j1=1:n1-m; Y1(j1)=YF(j1+m); end
    B1=inv(M1'*M1)*(M1'*Y1);
    E=zeros(n1,1);G=zeros(m,1);M=zeros(n1-m,m);
    E1=zeros(n1-m,1);G1=zeros(m,1);
    for il=1:n1-m
        YM(il)=0; for j1=1:m2
            YM(il)=YM(il)+B1(j1)*M1(il,j1);end
        end
        E=Y-YM;
    for il=1:m
        for j1=1:n1-m; M(j1,il)=E(j1+m-il);end
    end
    for j1=1:n1-m; E1(j1)=E(j1+m); end
    G1=inv(M'*M)*(M'*E1);
    for il=m+1:n1
        YF(il)=Y(il); XF(il)=X(il);
        for j1=1:m;
            if pm==0
XF(il)=XF(il)+G1(j1)*X(il-j1);% OMNK Girisin Suz-si
YF(il)=YF(il)+G1(j1)*Y(il-j1); % Cixisin suz-si
            else
XF(il)=XF(il)+B1(m+1+j1)*X(il-j1);%MRFGirisin suz-si
YF(il)=YF(il)+B1(m+1+j1)*Y(il-j1);% Cixisin suz-si
            end
        end
    end
    E=Y-YM;
    BST=(E'*E)/n1;
    ks=ks+1;
    if ks>1000
        break
    end
end
end

```

```

    va=zeros(m+1,1);vb=va; vc=va; va(1)=1;vb(1)=1;
    for il=1:m; vb(il+1)=G1(il); end
    vc(1)=va(1)/vb(1);vc(2)=(va(2)-vb(2)*vc(1))/vb(1);
    for il=3:m+1
        j1=il+1; vc(il)=va(il);
        for j2=1:il-1; vc(il)=vc(il)-vb(il-j2+1)*vc(j2);
        end
        vc(il)=vc(il)/vb(1);
    end
end
disp(['B ve A coxhedlilerinin emsallari=',
      mat2str(B1')]);
disp(['C coxhedlisinin emsallari=',mat2str(vc')]);
disp(['Iterasiyalarin sayi=',num2str(ks)])

```

Ümumiləşmiş Ən kiçik kvadratlar və Rekursiv süzgecləmə üsullarının programının nəticələri

```

>> run 'OMNK_MRF'
OMNK usulu ile identifikasiya
B ve A coxhedlilerinin emsallari=
[0.503529230648357 -0.314903601792058 0.136733535925545
 -0.829654662268658 0.154792512317525]
C coxhedlisinin emsallari=[1 -0.702899235853425 0.288781416721215]
Iterasiyalarin sayi=15

```

```

>> run 'OMNK_MRF'
MRF usulu ile identifikasiya
B ve A coxhedlilerinin emsallari=
[0.498002903071283 -0.28284227126314 0.0912115862037762
 -0.75407314736249 0.0652339597458507]
C coxhedlisinin emsallari=[1 -0.463275721373489 -0.103416157790389]
Iterasiyalarin sayi=10

```


F.H.ƏLƏKBƏRLİ, Ə.H.NAĞIYEV

RƏQƏMSAL İDARƏETMƏ SİSTEMLƏRİ

